

Санкт-Петербургский государственный университет

Системное программирование

Группа 22.М07-мм

Разработка MaxSMT-решателя

Фомина Виктория Викторовна

Отчёт по учебной практике
в форме «Решение»

Научный руководитель:
старший преподаватель кафедры системного программирования, к.т.н., Ю. В. Литвинов

Консультант:
преподаватель ИПКН ИТМО, В. Соболев

Санкт-Петербург
2023

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи	5
2. Обзор	6
2.1. Определения и обозначения, используемые в работе . . .	6
2.2. Подходы к решению задачи <i>MaxSMT</i>	9
2.3. Существующие <i>MaxSMT</i> -решатели	15
3. Реализация	16
3.1. Взаимодействие <i>MaxSMT</i> -решателя с нативным <i>SMT</i> - решателем	16
3.2. API <i>MaxSMT</i> -решателя и реализованные решатели . . .	17
4. Тестирование	19
Заключение	20
Список литературы	21

Введение

Логика первого порядка активно находит свое применение в различных сферах анализа программ: верификации, символьном исполнении, генерации тестов [10, 15]. В анализе программ, в свою очередь, часто приходится решать задачи оптимизации. Их формальным представлением является задача *MaxSMT* [9, 11, 12, 4] — оптимизационная версия задачи выполнимости формул в теориях [6] (задачи *SMT*, от англ. *satisfiability modulo theories*).

Задачу *MaxSMT* можно поставить так.

- Имеется набор утверждений H , выполнимость (здесь и далее имеется в виду выполнимость конъюнкции утверждений) которых равносильна наличию решения задачи (как в задаче *SMT*).
- Имеется набор утверждений S , которые могут не выполняться. При этом каждому утверждению s из этого набора соответствует приоритет его выполнения — вес $weight(s)$.
- Требуется найти решение — набор утверждений K из всех выполнимых утверждений из S : значение $\sum_{s \in K} weight(s)$ является наибольшим возможным.

Важно понимать, что задача *MaxSMT* имеет высокую вычислительную сложность.

- Решение задачи *MaxSMT* требует многократно решать задачу *SMT*.
- Сама задача *SMT* является *NP*-трудной для нетривиальных теорий и, более того, разрешима далеко не для всех теорий. Такие ограничения естественным образом приводят к тому, что *SMT*-решатели (далее решатели) обычно используют с ограничением по времени.

Имеет смысл использовать *MaxSMT*-решатели с ограничением по времени и в таком случае искать не оптимальное, а субоптимальное решение.

В процессе решения задачи *MaxSMT* полезно иметь возможность переключения между *SMT*-решателями, так как решатели показывают разную производительность даже на одинаковых наборах входных данных¹. В этой связи логичнее использовать результат решения того решателя, который может справиться с задачей быстрее.

Написанию решателя задачи *MaxSMT* с возможностью поиска субоптимальных решений, поддерживающего переключение между *SMT*-решателями, и посвящена данная работа. Реализация *MaxSMT*-решателя планируется в рамках работы над Kotlin-библиотекой KSMT², предоставляющей унифицированный *API* для работы с несколькими решателями.

¹SMT-COMP 2023 — <https://smt-comp.github.io/2023/> (дата обращения: 24.12.2023)

²KSMT — <https://ksmt.io/> (дата обращения: 24.12.2023)

1 Постановка задачи

Целью работы является разработка *MaxSMT*-решателя с возможностью поиска субоптимальных решений.

Для ее выполнения были поставлены следующие задачи.

1. Изучить существующие алгоритмы, решающие задачу *MaxSMT*.
2. Реализовать в KSMT один или несколько алгоритмов, решающих задачу *MaxSMT*.
3. Оценить корректность реализации алгоритмов на основе тестовых наборов данных.
4. Исследовать возможность поиска субоптимальных решений с помощью рассмотренных алгоритмов.
5. Разработать субоптимальный решатель задачи *MaxSMT*.

2 Обзор

Введем набор определений и обозначений, необходимых для дальнейшего понимания работы. Затем перейдем к рассмотрению подходов к решению задачи *MaxSMT* и обзору существующих *MaxSMT*-решателей.

2.1 Определения и обозначения, используемые в работе

Определим термины, специфические для рассматриваемой предметной области, а также введем обозначения, которые будут использоваться в работе. Отметим, что некоторые термины не будут определены в текущем разделе, а будут введены в момент первого использования в работе.

Для того, чтобы формально поставить задачу *MaxSMT*, необходимо определить такие понятия как язык и формула языка первого порядка, поставить задачу *SMT*, а также определить понятие модели.

Определение 1. Введем определение сигнатуры языка первого порядка. **Сигнатура** — это тройка $\Sigma = (\Sigma_f, \Sigma_p, ar)$:

- Σ_f — множество функциональных символов;
- Σ_p — множество предикатных символов;
- ar — функция: $\Sigma_f \cup \Sigma_p \rightarrow \mathbb{N}$ (арность).

Определение 2. Зафиксируем сигнатуру Σ и счетное множество (предметных) переменных ν : $\nu \cap \Sigma_f = \nu \cap \Sigma_p = \emptyset$. **Множество термов** $T(\Sigma, \nu)$ — наименьшее множество для которого верно:

- $\nu \subseteq T(\Sigma, \nu)$;
- $f \in \Sigma_f$, $ar(f) = n$ и $t_1, \dots, t_n \in T(\Sigma, \nu) \Rightarrow f(t_1, \dots, t_n) \in T(\Sigma, \nu)$.

Определение 3. Определим, что является атомарной формулой.

- $p \in \Sigma_p$, $ar(p) = n$ и $t_1, \dots, t_n \in T(\Sigma, \nu) \Rightarrow p(t_1, \dots, t_n)$ — атомарная формула.
- $True$ и $False$ — атомарные формулы.

Определение 4. Язык первого порядка (далее язык) $FOL(\Sigma, \nu)$ — наименьшее множество, для которого верно:

- любая атомарная формула $\in FOL(\Sigma, \nu)$;
- $\varphi \in FOL(\Sigma, \nu) \Rightarrow \neg\varphi \in FOL(\Sigma, \nu)$;
- $\varphi_1, \varphi_2 \in FOL(\Sigma, \nu) \Rightarrow \varphi_1 \wedge \varphi_2 \in FOL(\Sigma, \nu)$
- $\varphi_1, \varphi_2 \in FOL(\Sigma, \nu) \Rightarrow \varphi_1 \vee \varphi_2 \in FOL(\Sigma, \nu)$
- $\varphi \in FOL(\Sigma, \nu)$, $x \in \nu \Rightarrow \forall x : \varphi \in FOL(\Sigma, \nu)$
- $\varphi \in FOL(\Sigma, \nu)$, $x \in \nu \Rightarrow \exists x : \varphi \in FOL(\Sigma, \nu)$

Определение 5. Формулы языка первого порядка (далее формулы) — элементы $FOL(\Sigma, \nu)$.

Теперь поговорим о семантике языка первого порядка: о том как интерпретируются формулы.

Определение 6. Введем понятие структуры. Структурой M называется:

- непустое множество $|M|$, называемое носителем;
- интерпретация функциональных символов $M(f) : |M|^{ar(f)} \rightarrow M$;
- интерпретация предикатных символов $M(p) \subseteq |M|^{ar(p)}$.

Определение 7. Определим понятие оценки. Оценкой называется тотальное отображение $v : \nu \rightarrow |M|$.

Определение 8. Формула φ истинна в структуре M , если для всех оценок v , $M \models_v \varphi$. В таком случае M называется **моделью** φ (обозначается $M \models \varphi$).

Определение 9. Множество $\Gamma \subseteq FOL(\Sigma, \nu)$ *семантически замкнуто*, если $\forall \varphi \in FOL(\Sigma, \nu) : \Gamma \models \varphi$, верно $\varphi \in \Gamma$.

Определение 10. *Теория первого порядка* (далее теория) в языке $FOL(\Sigma, \nu)$ — любое семантически замкнутое множество предложений в $FOL(\Sigma, \nu)$.

Определение 11. *Формула φ выполнима в теории \mathcal{T}* , если $\exists M$ — модель теории \mathcal{T} , в которой φ истинна (обозначается $M \models_{\mathcal{T}} \varphi$).

Во введение задача *MaxSMT* поставлена достаточно абстрактно и не достаточно формально. Это сделано для того, чтобы сторонний читатель мог понять о чем повествует работа, не вникая в большое количество специализированной теории. Теперь, когда мы определили все необходимые понятия для формальной постановки задачи, сделаем это — поставим задачу *MaxSMT* формально.

Определение 12. *Задачу MaxSMT поставим так.*

Даны наборы утверждений H и S в теории \mathcal{T} , оснащенные весами (вес утверждения k будем обозначать $weight(k)$):

$$\forall h \in H \ weight(h) = \infty \ \wedge \ \forall s \in S \ \exists w \in \mathbb{N} : weight(s) = w.$$

$\forall h \in H \ \bigwedge_{h \in H} h$ выполнима равносильно наличию решения задачи (интерпретация веса ∞).

Пусть $K \subseteq S$ — набор выполнимых утверждений из S : значение $\sum_{s \in K} weight(s)$ наибольшее возможное.

Требуется найти модель M формулы $\bigwedge_{h \in H} h \wedge \bigwedge_{k \in K} k$.

И хотя в постановке задачи *MaxSMT* мы полагаем, что утверждениям из S сопоставляются натуральные веса — это не обязательное требование. Однако такая постановка задачи удобна в рамках рассматриваемой работы.

Обозначение 1. Будем обозначать буквой H множество утверждений в теории \mathcal{T} , выполнимость которых равносильна наличию решения задачи *MaxSMT* (утверждения с весом ∞).

Обозначение 2. Будем обозначать буквой S множество утверждений в теории T .

Определение 13. Дан набор утверждений K в теории T : формула $\bigwedge_{k \in K} k$ невыполнима. Множество $core \subseteq K$: формула $\bigwedge_{r \in core} r$ невыполнима называется **ядром** (от англ. *unsatisfiable core*).

Определение 14. Ядро $core$ называется **минимальным**, если $\forall R \subset core \bigwedge_{r \in R} r$ выполнима.

2.2 Подходы к решению задачи $MaxSMT$

Существует два подхода к решению задачи $MaxSMT$.

- Основанный на итеративном улучшении моделей.
 - Ключевая идея подхода состоит в итеративном улучшении модели — кандидата на оптимальное решение.
- Основанный на использовании ядер.
 - Основная идея подхода заключается в использовании ядер в роли сущностей, направляющих к решению.

2.2.1 Подход к решению задачи $MaxSMT$, основанный на улучшении моделей

Одним из классических алгоритмов решения задачи $MaxSMT$, основанных на итеративном улучшении модели, является Алгоритм 1 WMax [3], реализованный в $MaxSMT$ -решателе νZ [2] — части Z3 [5].

На вход алгоритму подаются множества H, S, W : $\forall s \in S \exists w \in W : weight(s) = w$. Сначала строится формула F , процесс преобразования которой приведет к оптимальному решению (строки 1-2):

$F \leftarrow \bigwedge_{h \in H} h \wedge \bigwedge_{\substack{s_i \in S, \\ i=1..|S|}} (s_i \vee p_i)$, где p_i — пропозициональная переменная

$\forall i = 1..|S|$. Алгоритм 1 продолжает работать до тех пор, пока формула F выполнима, обновляя в процессе решения лучшую модель $bestModel$,

Алгоритм 1 WMax

Input: H, S, W

```
1:  $F \leftarrow \bigwedge_{h \in H} h \wedge \bigwedge_{\substack{s_i \in S, \\ i=1..|S|}} (s_i \vee p_i)$ 
2:                                      $\triangleright p_i$  — пропозициональная переменная
3:  $cost \leftarrow 0, minCost \leftarrow \mathbf{null}$ 
4:  $isSat \leftarrow \mathbf{true}, model \leftarrow \mathbf{null}, bestModel \leftarrow \mathbf{null}$ 
5:
6: while  $isSat$  do
7:    $isSat \leftarrow \text{SOLVESAT}(F)$ 
8:
9:   if  $isSat \neq \mathbf{true}$  then
10:     return  $bestModel$ 
11:   end if
12:
13:    $model \leftarrow \text{GETMODEL}()$ 
14:
15:   if  $\forall p_i, i = 1..|S| \ p_i = \mathbf{false}$  then
16:      $bestModel \leftarrow model$ 
17:     return  $bestModel$ 
18:   end if
19:
20:   if  $\exists p_i, i = 1..|S| : \text{EVAL}(model, p_i) = \mathbf{true}$  then
21:      $cost \leftarrow \sum_{\substack{i=1..|S|, \\ p_i=\mathbf{true}}} weight(s_i)$ 
22:   end if
23:
24:   if  $\mathbf{null} \neq minCost \leq cost$  then
25:      $F \leftarrow F \wedge \left( \bigvee_{\substack{i=1..|S|, \\ p_i=\mathbf{true}}} \neg p_i \right)$ 
26:   end if
27:
28:   if  $minCost = \mathbf{null}$  or  $cost < minCost$  then
29:      $F \leftarrow F \wedge \left( \bigvee_{\substack{i=1..|S|, \\ p_i=\mathbf{true}}} \neg p_i \right)$ 
30:      $bestModel \leftarrow model$ 
31:   end if
32: end while
```

найденную к текущему моменту времени. Пропозициональные переменные $p_i : i = 1..|S|$ используются для “отката” из уже просмотренных состояний с помощью добавления дополнительных утверждений (через конъюнкцию) в формулу F .

Существенный недостаток подхода заключается в медленной сходимости. Самой “дорогой” операцией при решении $MaxSMT$ является вызов SMT -решателя. Оценим количество запросов к SMT -решателю в процессе решения задачи.

Теорема 1. *Алгоритм 1 в худшем случае делает $2^{|S|}$ запросов к SMT -решателю.*

Доказательство. Пусть на каждой итерации алгоритм сопоставляет значениям пропозициональных переменных точку в дискретном $|S|$ -мерном пространстве (биекция). Для $|S|$ исходных утверждений существует $2^{|S|}$ точек. По построению алгоритма нельзя прийти в одну и ту же точку повторно, так как алгоритм вычеркивает из рассмотрения пройденные точки (строки 25 и 29). В худшем случае, до того как алгоритм завершится, будут просмотрены все точки.

Худший случай достигается, когда все утверждения из S выполнимы, а точки просматриваются в таком порядке:

1. все пропозициональные переменные истинны;
2. все, кроме одной пропозициональной переменной истинны;
3. все, кроме двух пропозициональных переменных истинны;
4. и т.д.

Тогда будет сделано $C_{|S|}^{|S|} + C_{|S|}^{|S|-1} + \dots + C_{|S|}^2 + C_{|S|}^1 + C_{|S|}^0 = \sum_{k=0}^{|S|} C_{|S|}^k = \sum_{k=0}^{|S|} \frac{|S|!}{k! * (|S| - k)!}$ запросов к SMT -решателю, что по свойству суммы биномиальных коэффициентов равно $2^{|S|}$. □

По Теореме 1 в худшем случае алгоритм $WMax$ делает экспоненциальное от $|S|$ число запросов к решателю.

Основное преимущество подхода — достижение субоптимальности минимальными усилиями. Достаточно в момент завершения выделенного лимита времени вернуть текущее значение, сохраненное в *bestModel*.

2.2.2 Подход к решению задачи *MaxSMT*, основанный на использовании ядер

Алгоритм 2 описывает подход к решению задачи *MaxSMT*, основанный на использовании ядер в качестве основного инструмента достижения цели.

Сначала формируется набор утверждений $F \leftarrow H \cup S$ (строка 1). Алгоритм 2 работает до тех пор, пока формула $\bigwedge_{f \in F} f$ невыполнима. Итерация алгоритма состоит из следующих шагов:

1. проверки формулы на выполнимость (строка 5);
2. возвращении модели (оптимального решения) в случае выполнимости формулы (строки 7-9);
3. минимальном “ослаблении” ядра (причем с учетом весов) в случае невыполнимости формулы (строка 12).

Минимальное “ослабление” ядра за конечное число шагов приводит Алгоритм 2 к корректному завершению (при условии, что формула F из разрешимой теории или комбинации теорий).

Например, если набор утверждений $\{x_1, x_2, x_3\}$ с единичными (для простоты) весами образует ядро, то функция вида $f(x, y, z) = (\neg x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge ((x \wedge y) \vee (x \wedge z) \vee (y \wedge z))$ осуществляет минимальное “ослабление” такого ядра. Она делает в точности следующее: позволяет выполняться любым двум утверждениям (ведь три утверждения уже образуют ядро).

Существует несколько способов достижения минимального “ослабления” ядра:

- использование ограничений на кардинальность;

Алгоритм 2 Подход, основанный на использовании ядер

Input: H, S

```
1:  $F \leftarrow H \cup S$ 
2:  $isSAT \leftarrow \mathbf{false}$ 
3:
4: while  $isSAT = \mathbf{false}$  do
5:    $isSAT = \text{CHECKSAT}()$ 
6:
7:   if  $isSAT = \mathbf{true}$  then
8:     return  $\text{GETMODEL}()$ 
9:   end if
10:
11:    $core \leftarrow \text{GETUNSATCORE}()$   $\triangleright$  только утверждения из  $S$ 
12:    $F \leftarrow (F \setminus core) \cup \text{MINRELAX}(core)$ 
13: end while
```

- использование правила вывода максимальной резолюции (MaxRes).

Ограничение на кардинальность на множество утверждений K вида $\text{card}(K) \leq n$ (аналогично для \geq), $n \in \mathbb{N}$ обозначает, что максимум n утверждений может выполняться одновременно.

Алгоритм OLL [7], судя по результатам соревнований MaxSAT Evaluation 2023³, является наиболее эффективным алгоритмом, построенным на использовании ядер. Минимальное “ослабление” ядер в OLL достигается путем использования ограничений на кардинальность. Однако ограничения на кардинальность поддерживаются далеко не всеми решателями. Разбатываемый *MaxSMT*-решатель должен поддерживать возможность работы с разными решателями, из-за чего алгоритмы, построенные с использованием ограничений на кардинальность, не подходят для реализации.

Более универсальными являются алгоритмы решения задачи *MaxSMT*, использующие в своей реализации правило вывода максимальной резолюции. В таком случае достаточно, чтобы решатель поддерживал извлечение ядер.

³<https://maxsat-evaluations.github.io/2023/> (дата обращения: 24.12.2023)

MaxRes позволяет “ослабить” набор утверждений, образующих ядро, выдавая взамен новые утверждения, добавляемые в множества H и S по резолютивному правилу вывода [8].

Использование максимальной резолюции для решения задачи *MaxSMT* стало эффективным с появлением алгоритма PMRes [8]. Основное достижение алгоритма — использование “сжатой” версии правила вывода максимальной резолюции, что позволяет избежать квадратичного “взрыва” формулы для худших случаев. Алгоритм PMRes до сих пор является довольно эффективным согласно результатам соревнований MaxSAT Evaluation за последние несколько лет.

Важным преимуществом подхода, основанного на использовании ядер в качестве сущностей, направляющих к решению, является эффективность. Докажем это, показав, что в случае применения такого подхода в худшем случае будет сделано $|S|$ обращений к *SMT*-решателю против $2^{|S|}$ для подхода, основанного на итеративном улучшении модели.

Теорема 2. *Алгоритм 2 в худшем случае делает $|S|$ запросов к *SMT*-решателю.*

Доказательство. Пусть все утверждения из S невыполнимы (очевидно, что чем больше утверждений невыполнимо, тем больше итераций “ослаблений” и, соответственно, вызовов к *SMT*-решателю будет сделано). Тогда ослабим формулу $F \leftarrow \bigwedge_{h \in H} h \wedge \bigwedge_{s \in S} s$ так, что позволим выполняться ровно одному утверждению из S . Если после этого шага формула все еще невыполнима, то снова ослабим ее, позволив выполняться еще одному утверждению из S . Процесс будем повторять до тех пор, пока формула F не станет выполнимой. На каждой итерации алгоритма делается один запрос к *SMT*-решателю, к концу работы алгоритма будет сделано $|S|$ запросов к решателю. \square

Однако Алгоритм 2 обладает существенным недостатком: он лишен субоптимальности, так как не предоставляет промежуточные субоптимальные решения.

Тем не менее, существуют модификации Алгоритма 2, позволяющие получать промежуточные модели. Например, алгоритм PrimalDualMaxRes [1], реализованный в решателе Z3.

2.3 Существующие *MaxSMT*-решатели

Посмотрим какие *MaxSMT*-решатели представлены в сообществе на сегодняшний день.

Насколько известно, к настоящему времени не представлено ни одного *MaxSMT*-решателя, умеющего переключаться между *SMT*-решателями в процессе решения задачи. В современных решателях задача *MaxSMT* реализуется в рамках конкретного *SMT*-решателя.

Наиболее популярным *MaxSMT*-решателем является Z3 — решатель с открытым исходным кодом, разрабатываемый в компании Microsoft. Этот решатель поддерживает субоптимальность. Важным преимуществом Z3 является умение работать с большим набором теорий, включая такие популярные теории как битовые вектора, массивы, линейная целочисленная и рациональная арифметики, неинтерпретированные функции, числа с плавающей точкой.

Существует также решатель OptiMathSAT [14], основанный на решателе с закрытым исходным кодом MathSAT5 [16]. OptiMathSAT позиционируется решателем задачи *OMT* (англ. optimization modulo theories), являющейся расширением *SMT*. Задача *OMT* ищет решение, оптимальное по отношению к некоторым целевым функциям. Задача *MaxSMT*, целевую функцию которой легко выделить, несложно сводится к *OMT* [14]. Тем не менее решение задачи *MaxSMT* через сведению ее к *OMT* — неэффективный подход, что подтверждают авторы OptiMathSAT в статье [13]. Отметим, что OptiMathSAT поддерживает субоптимальность.

3 Реализация

3.1 Взаимодействие *MaxSMT*-решателя с нативным *SMT*-решателем

Для реализации алгоритма *MaxSMT* была выбрана Kotlin-библиотека KSMT⁴ с открытым исходным кодом. Библиотека KSMT предоставляет унифицированный API к нескольким решателям и позволяет переключаться между ними в процессе решения задачи *SMT*, выбирая к качестве результата решение того решателя, который быстрее других справился с задачей (режим портфолио). Режим портфолио позволяет автоматически поддерживать переключение между *SMT*-решателями в процессе решения задачи *MaxSMT*.

Рис. 1 показывает как взаимодействует *MaxSMT*-решатель с нативными решателями. Например, программный интерфейс, реализованный поверх решателя Z3, позволяет вызывать решатель из JVM кода. В KSMT реализован конвертер, позволяющий переводить формулы из представления для решателя Z3 на языке Java в представление формул библиотеки KSMT.

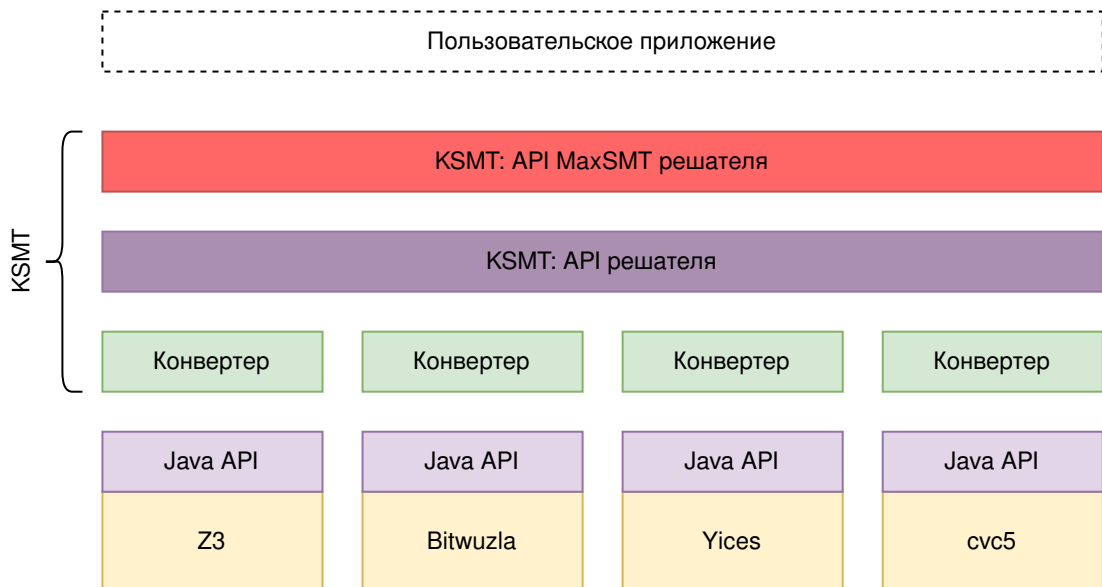


Рис. 1: Диаграмма взаимодействия *MaxSMT*-решателя с нативным *SMT*-решателем

⁴<https://ksmt.io/> (дата обращения: 24.12.2023)

3.2 API *MaxSMT*-решателя и реализованные решатели

Основные возможности, которые предоставляет *MaxSMT*-решатель (Рис. 2):

- добавить ограничение, которое должно выполняться;
- добавить ограничение с весом;
- попытаться решить задачу *MaxSMT*.

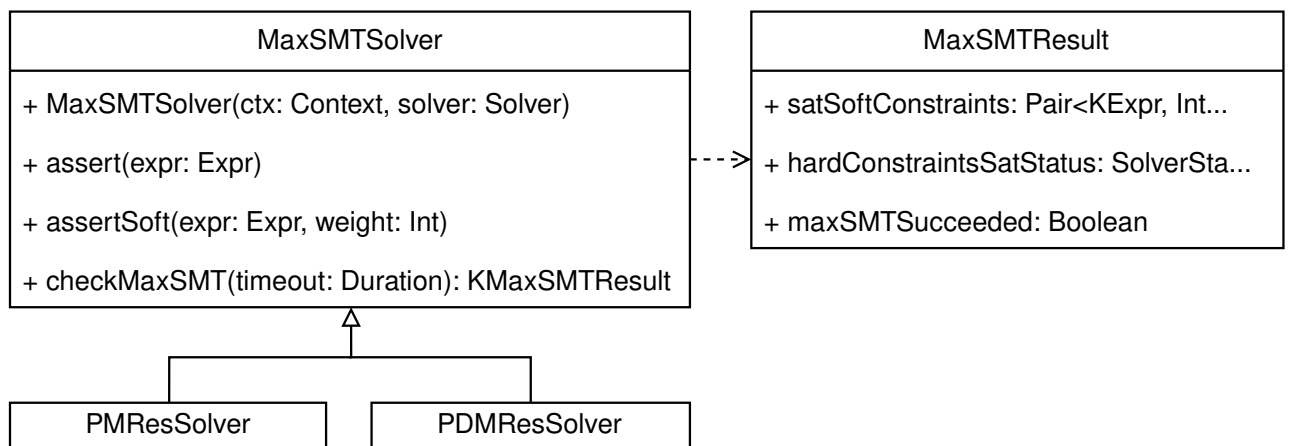


Рис. 2: Диаграмма классов *MaxSMT*-решателя

В качестве результата решения задачи *MaxSMT* будет возвращен объект класса *KMaxSMTResult*. Он содержит следующие свойства:

- значение, показывающее, выполнимы ли утверждения, выполнимость которых равносильна наличию решения задачи (как в задаче SMT);
- список выполнимых ограничений с весами (из S);
- значение, показывающее, успешно ли выполнена задача.

Было реализовано два *MaxSMT*-решателя: на основе алгоритмов *PMRes* и *PrimalDualMaxRes*.

Решатель на основе алгоритма *PrimalDualMaxRes* поддерживает различные конфигурации запуска. Конкретная конфигурация настраивается через объект класса *KMaxSMTContext*. Конфигурация состоит

из набора опций, которые могут быть выбраны. Одна из существующих опций позволяет минимизировать ядра перед дальнейшей работой с ними. Другая — позволяет отдавать предпочтения ядрам с большими весами.

4 Тестирование

Для оценки корректности реализованных алгоритмов был настроен прогон на тестовом наборе данных для задачи *MaxSAT*⁵.

Также был создан тестовый набор данных для задачи *MaxSMT* для бескванторных фрагментов таких теорий как: теории массивов, битовых векторов, неинтерпретированных функций, чисел с плавающей точкой, линейной целочисленной и рациональной арифметик, а так же различных комбинаций этих теорий.

Тестовый набор данных создан следующим образом:

1. преобразован тестовый набор данных для задачи *SMT*⁶;
2. с помощью *MaxSMT*-решателя νZ (часть Z3) нагенерированы ответы на задачу *MaxSMT*.

Корректность алгоритмов была проверена на обоих наборах тестовых данных.

⁵<https://maxsat-evaluations.github.io/2023/> (дата обращения: 24.12.2023)

⁶<https://smtlib.cs.uiowa.edu/benchmarks.shtml> (дата обращения: 24.12.2023)

Заключение

Код решения доступен в репозитории⁷ GitHub.

К настоящему времени выполнены следующие задачи.

1. Изучить существующие алгоритмы, решающие задачу *MaxSMT*.
2. Реализовать в KSMT один или несколько алгоритмов, решающих задачу *MaxSMT*.
3. Оценить корректность реализации алгоритмов на основе тестовых наборов данных.

Следующие задачи планируется выполнить позднее.

1. Исследовать возможность поиска субоптимальных решений с помощью рассмотренных алгоритмов.
2. Разработать субоптимальный решатель задачи *MaxSMT*.

⁷<https://github.com/UnitTestBot/ksmt/pull/137> (дата обращения: 24.12.2023)

Список литературы

- [1] Bjørner Nikolaj, Narodytska Nina. Maximum satisfiability using cores and correction sets // Twenty-Fourth International Joint Conference on Artificial Intelligence. — 2015.
- [2] Bjørner Nikolaj, Phan Anh-Dung, Fleckenstein Lars. ν Z-an optimizing SMT solver // Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems: 21st International Conference, TACAS 2015, Held as Part of the European Joint Conferences on Theory and Practice of Software, ETAPS 2015, London, UK, April 11-18, 2015, Proceedings 21 / Springer. — 2015. — P. 194–199.
- [3] Bjørner Nikolaj S, Phan Anh-Dung. ν Z-Maximal Satisfaction with Z3. // Scss. — 2014. — Vol. 30. — P. 1–9.
- [4] Compositional safety verification with Max-SMT / Marc Brockschmidt, Daniel Larra, Albert Oliveras et al. // 2015 Formal Methods in Computer-Aided Design (FMCAD) / IEEE. — 2015. — P. 33–40.
- [5] De Moura Leonardo, Bjørner Nikolaj. Z3: An efficient SMT solver // International conference on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems / Springer. — 2008. — P. 337–340.
- [6] Monniaux David. A survey of satisfiability modulo theory // Computer Algebra in Scientific Computing: 18th International Workshop, CASC 2016, Bucharest, Romania, September 19-23, 2016, Proceedings 18 / Springer. — 2016. — P. 401–425.
- [7] Morgado António, Dodaro Carmine, Marques-Silva Joao. Core-guided MaxSAT with soft cardinality constraints // International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming / Springer. — 2014. — P. 564–573.

- [8] Narodytska Nina, Bacchus Fahiem. Maximum satisfiability using core-guided MaxSAT resolution // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. — Vol. 28. — 2014.
- [9] Pasareanu Corina S, Phan Quoc-Sang, Malacaria Pasquale. Multi-run side-channel analysis using Symbolic Execution and Max-SMT // 2016 IEEE 29th Computer Security Foundations Symposium (CSF) / IEEE. — 2016. — P. 387–400.
- [10] Pavlov Vladimir, Schukin Alexander, Cherkasova Tanzilia. Exploring automated reasoning in first-order logic: tools, techniques and application areas // Knowledge Engineering and the Semantic Web: 4th International Conference, KESW 2013, St. Petersburg, Russia, October 7-9, 2013. Proceedings 4 / Springer. — 2013. — P. 102–116.
- [11] Proving non-termination using Max-SMT / Daniel Larraz, Kautubh Nimkar, Albert Oliveras et al. // Computer Aided Verification: 26th International Conference, CAV 2014, Held as Part of the Vienna Summer of Logic, VSL 2014, Vienna, Austria, July 18-22, 2014. Proceedings 26 / Springer. — 2014. — P. 779–796.
- [12] Proving termination of imperative programs using Max-SMT / Daniel Larraz, Albert Oliveras, Enric Rodríguez-Carbonell, Albert Rubio // 2013 Formal Methods in Computer-Aided Design / IEEE. — 2013. — P. 218–225.
- [13] Sebastiani Roberto, Trentin Patrick. On optimization modulo theories, MaxSMT and sorting networks // International Conference on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems / Springer. — 2017. — P. 231–248.
- [14] Sebastiani Roberto, Trentin Patrick. OptiMathSAT: A tool for optimization modulo theories // Journal of Automated Reasoning. — 2020. — Vol. 64, no. 3. — P. 423–460.
- [15] Simulating reachability using first-order logic with applications to verification of linked data structures / Tal Lev-Ami, Neil Immerman,

Tom Reps et al. // Automated Deduction–CADE-20: 20th International Conference on Automated Deduction, Tallinn, Estonia, July 22–27, 2005. Proceedings 20 / Springer. — 2005. — P. 99–115.

- [16] The mathsat5 smt solver / Alessandro Cimatti, Alberto Griggio, Bastiaan Joost Schaafsma, Roberto Sebastiani // International Conference on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems / Springer. — 2013. — P. 93–107.