Омшин Даниил Олегович ИСТб-20-4

17 вариант

Постановка задачи:

Компания специализируется на выпуске хоккейных клюшек и наборов шахмат. Сколько клюшек и шахматных наборов должна выпускать компания ежедневно для получения максимальной прибыли. Исходные данные в таблице ниже.

Производственные участки	затраты времени на единицу продукции		доступный фонд времени
	клюшки	Шахматные наборы	
A	4	6	120
B	2	4	80
C	0	1	10
Прибыль на единицу продукции	2	4	

Математическая модель

$$\begin{cases} F(\overline{x}) = 2x_1+4x_2 \rightarrow \max; \\ 4x_1 + 6x_2 \leq 120; \\ 2x_1 + 6x_2 \leq 80; \\ x_2 \leq 10; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0; \end{cases}$$

Решение геометрическим методом

Исходные данные

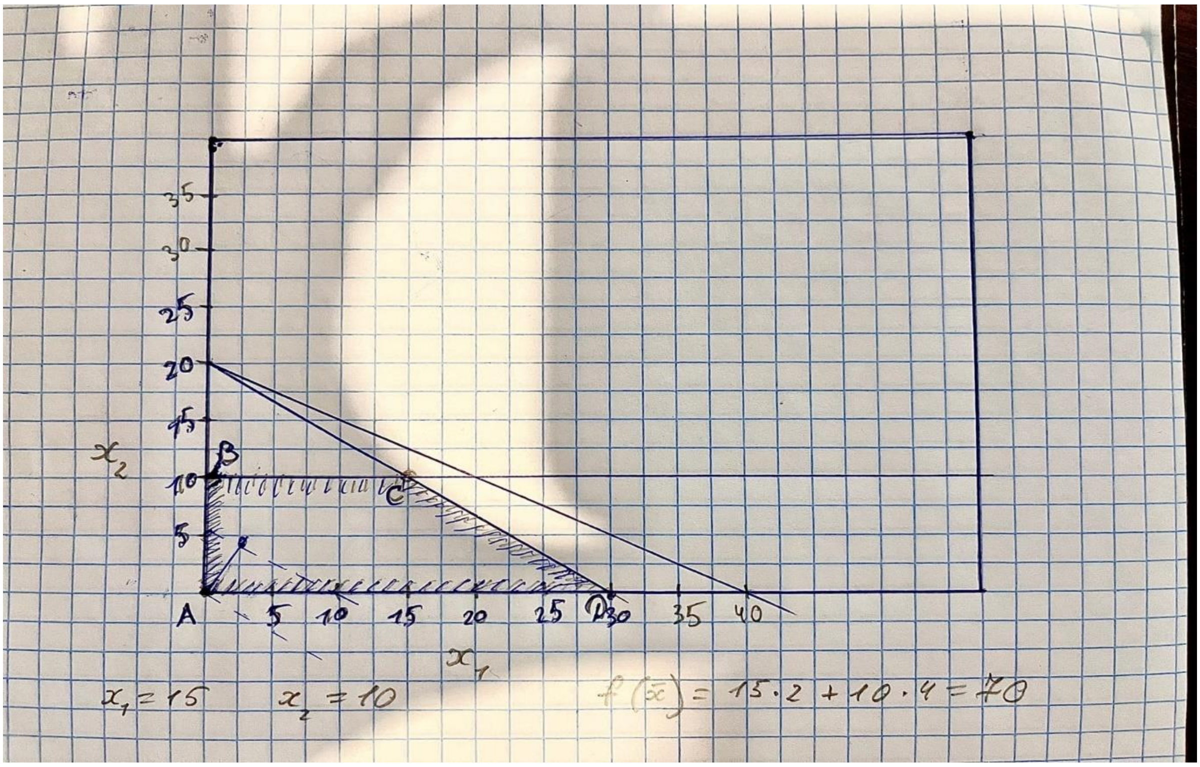
Производственные участки	затраты времени на единицу продукции		доступный фонд времени
	клюшки	Шахматные наборы	
A	4	6	120
B	2	4	80
C	0	1	10
Прибыль на единицу продукции	2	4	

$F(\overline{x}) = 2x_1+4x_2 \rightarrow \max;$

$4x_1 + 6x_2 \leq 120,\ 2x_1 + 6x_2 \leq 80,\ x_2 \leq 10;$

$X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0;$

X_1 - количество выпускаемых ежедневно хоккейных клюшек, X_2 - количество выпускаемых ежедневно шахматных наборов.



X1 = 15; x2 = 10;

F($\overline{x}$) = 15*2+10*4=70;

Решение симплекс-методом

$F(X) = 2x_1+4x_2 \rightarrow \max$ при ограничениях:
$4x_1+6x_2\leq 120$;
$2x_1+4x_2 \leq 80$;
$x_2 \leq 10$;
$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$;
$F(X) = 2x_1+4x_2$;

В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x_3. В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x_4. В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x_5.

$4x_1+6x_2+x_3+120=120$
$2x_1+4x_2+x_4+80=80$
$x_2+x_5+10=10$

Расширенная матрица системы ограничений-равенств данной задачи:

4	**6**	**1**	**0**	**0**	**120**
2	**4**	**0**	**1**	**0**	**80**
0	**1**	**0**	**0**	**1**	**10**

Выразим базисные переменные через остальные:

$x_3 = -4x_1-6x_2+120$

$x_4 = -2x_1-4x_2+80$

$x_5 = -x_2+10$

Подставим их в целевую функцию:

$F(X) = 2x_1+4x_2$

$4x_1+6x_2+x_3=120$

$2x_1+4x_2+x_4=80$

$x_2+x_5=10$

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x_3, x_4, x_5

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

X0 = (0,0,120,80,10)

Базис	B	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_3	120	4	6	1	0	0
X_4	80	2	4	0	1	0
X_5	10	0	1	0	0	1
F(X0)	0	-2	-4	0	0	0

Так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты, данный план нам не подходит.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x_2, так как это наибольший коэффициент по модулю.

Вычислим значения D_i по строкам как частное от деления: b_i / a_{i2}

и из них выберем наименьшее:

min (120 / 6 ; 80 / 4 ; 10 / 1) = 10

Следовательно, 3-ая строка является ведущей.

Базис	B	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	min
X_3	120	4	6	1	0	0	20
X_4	80	2	4	0	1	0	20
X_5	10	0	1	0	0	1	10
F(X1)	0	-2	-4	0	0	0	0

Следующая часть симплексной таблицы. Вместо переменной x_5 в план 1 войдет переменная x_2

Базис	B	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_3	60	4	0	1	0	-6
X_4	40	2	0	0	1	-4
X_2	10	0	1	0	0	1
F(X1)	40	-2	0	0	0	4

Так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты, данный план нам не подходит.

Вычислим значения D_i по строкам как частное от деления: b_i / a_{i1}
и из них выберем наименьшее:
min (60 / 4, 40 / 2) = 15
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.

Базис	B	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	min
X_3	60	4	0	1	0	-6	15
X_4	40	2	0	0	1	-4	20
X_2	10	0	1	0	0	1	-
F(X2)	40	-2	0	0	0	4	0

Вместо переменной x_3 в план войдет переменная x_1

Базис	B	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	15	1	0	1/4	0	-3/2
X_4	10	0	0	-1/2	1	-1
X_2	10	0	1	0	0	1
F(X1)	70	0	0	1/2	0	1

Так как индексная строка не содержит отрицательных коэффициентов, данный план является для нас оптимальным. То есть данный вариант таблицы является окончательным.

План можно записать в таком виде:

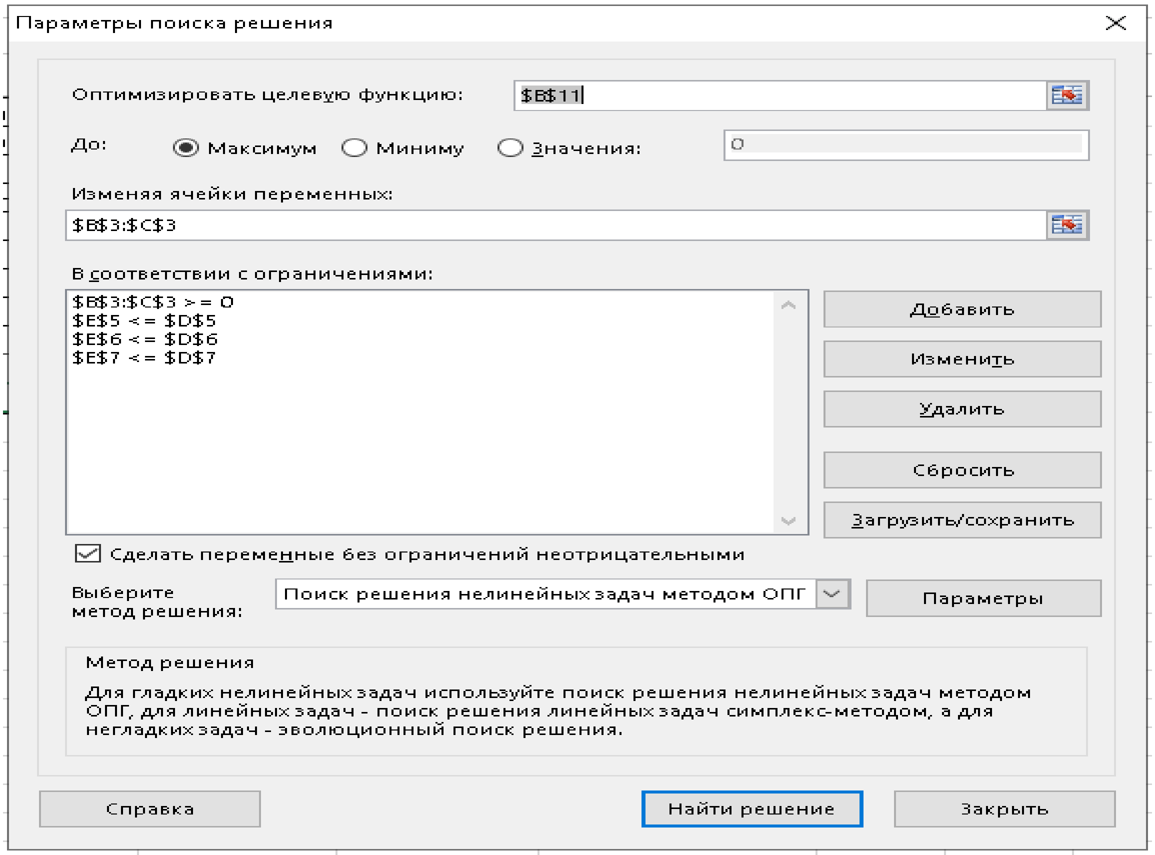
$x_1 = 15$, $x_2 = 10$, $x_3 = 0$, $x_4 = 10$, $x_5 = 0$;
F(X) = 2*15 + 4*10 = 70;

Решение с помощью Excel Solution

Исходные данные:

	A	B	C	D	E
1		Наименование продукции			
2		клюшки	шахматы		
3	план производства, шт.	1	1		
4	производственные участки	Нормы затрат времени		фонд времени	исп. Фонда по плану
5	А	4	6	120	10
6	В	2	4	80	6
7	С	0	1	10	1
8	Прибыль на 1 изделие, $	2	4		
9					
10	Плановая прибыль по изделиям	2	4		
11	Плановая прибыль (всего)	6			

Настройки поиска решения:



Найденное решение:

	A	B	C	D	E
1		Наименование продукции			
2		клюшки	шахматы		
3	план производства, шт.	15	10		
4	производственные участки	Нормы затрат времени		фонд времени	исп. Фонда по плану
5	A	4	6	120	120
6	B	2	4	80	70
7	C	0	1	10	10
8	Прибыль на 1 изделие, $	2	4		
9					
10	Плановая прибыль по изделиям	30	40		
11	Плановая прибыль (всего)	70			

Исходя из полученных результатов получается, что для максимизации прибыли следует выпускать 15 хоккейных клюшек и 10 шахматных наборов ежедневно. Получаемая при этом прибыль равна 70.

Экономическая интерпретация

Исходя из полученных результатов, выявленных с помощью 3-х методов решения задач линейного программирования (графический метод, симплекс-метод и Excel Solution), получается, что для достижения максимальной прибыли следует выпускать 15 хоккейных клюшек и 10 шахматных наборов ежедневно. Прибыль в таком случае составит 70.