

## Лабораторная работа №3

### Структурные преобразования

*Цель работы:* изучить структурные методы линейных САУ.

#### Общие положения

В результате разбиения САУ на типовые звенья направленного действия и получения их передаточных функций, составляется структурная схема системы.

Структурная схема является математической моделью системы и отображает порядок прохождения сигналов управления и их преобразования в САУ. Пример структурной схемы представлен на рисунке 1.

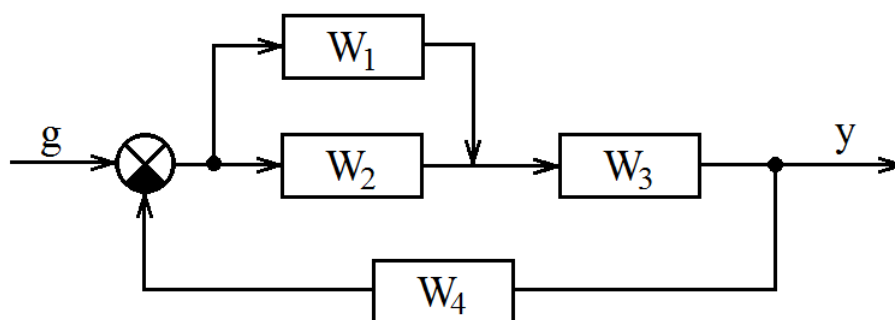


Рисунок 1. Структурная схема

Структурные схемы реальных САУ, как правило, имеют сложный и запутанный вид. С целью упрощения структурной схемы и приведения ее к более удобному виду, производят структурные преобразования по определенным правилам.

#### 1. Преобразование последовательного соединения звеньев

Передаточная функция  $n$  последовательно соединённых звеньев с передаточными функциями  $W_i(p)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) равна произведению передаточных функций отдельных звеньев: 
$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p).$$

Например, для двух последовательно соединенных звеньев с передаточными функциями  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$ , имеем эквивалентную ПФ  $W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p)$  (рисунок 2).

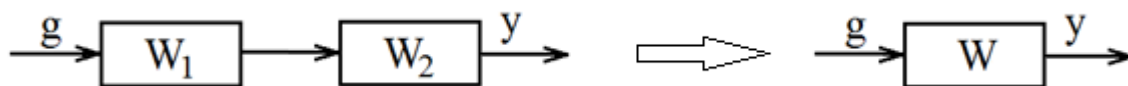


Рисунок 2. Преобразование последовательного соединения звеньев

## 2. Преобразование параллельного соединения звеньев

Передаточная функция  $n$  параллельно соединённых звеньев с передаточными функциями  $W_i(p)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) равна сумме передаточных функций отдельных звеньев:  $W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p)$ .

Так, для двух последовательно соединённых звеньев с передаточными функциями  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$ , имеем эквивалентную ПФ  $W(p) = W_1(p) + W_2(p)$  (рисунок 3).

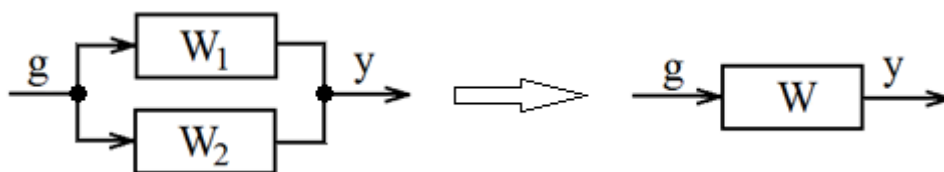


Рисунок 3. Преобразование параллельного соединения звеньев

## 3. Преобразование обратной связи

Передаточная функция системы с отрицательной обратной связью (рисунок 4) равна дроби, в числителе которой стоит передаточная функция прямого канала  $W_1(p)$ , а знаменатель представляет собой сумму единицы и произведения  $W_1(p)$  и передаточной функции канала обратной связи  $W_2(p)$ :

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

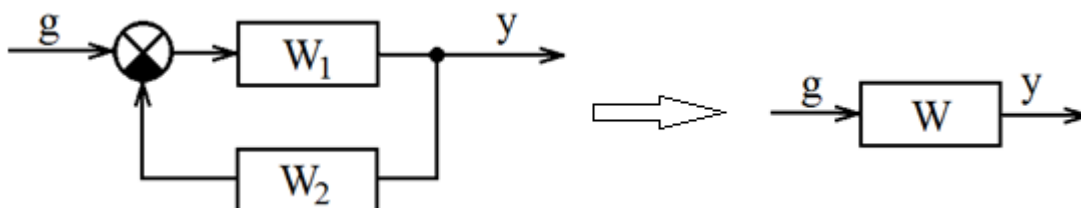


Рисунок 4. Преобразование отрицательной обратной связи

В случае положительной обратной связи формула принимает вид:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 - W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

По передаточным функциям отдельных блоков можно построить общую ПФ системы, связывающую изображения входного и выходного сигналов.

*Пример 2.* Выполнить преобразования структурной схемы, приведенной на рисунке 1.

1. Преобразование параллельного соединения блоков с передаточными функциями  $W_1$  и  $W_2$ :  $W_5 = W_1 + W_2$  (рисунок 5).

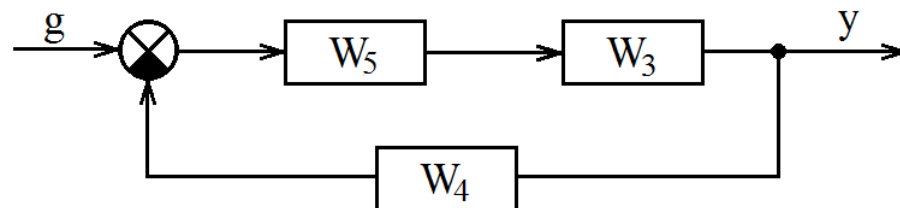


Рисунок 5

2. Преобразование последовательного соединения блоков с передаточными функциями  $W_5$  и  $W_3$ :  $W_6 = W_5 W_3$  (рисунок 6).

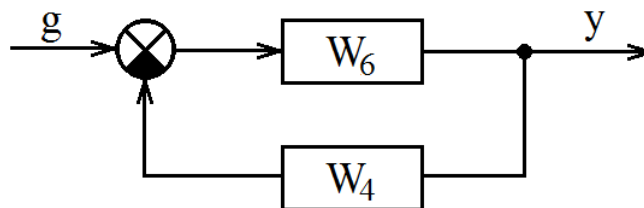


Рисунок 6

3. Преобразование отрицательной обратной связи:  $W_7 = \frac{W_6}{1 + W_6 W_4}$  (рисунок 7).

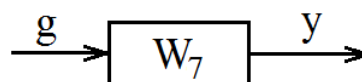


Рисунок 7

После подстановок получаем ПФ системы

$$W = W_7 = \frac{W_1 W_3 + W_2 W_3}{1 + W_1 W_3 W_4 + W_2 W_3 W_4}.$$

Эквивалентность структурных преобразований можно проверить путем сравнения реакции на одинаковое входное воздействие исходной и

преобразованной структурной схемы. Если выполненные преобразования эквивалентны, то реакции должны быть одинаковыми. Соответственно, на выходе структуры (рисунок 8), соответствующей рассматриваемому примеру, должен получиться нулевой сигнал  $y$  при любом входном воздействии  $g$ .

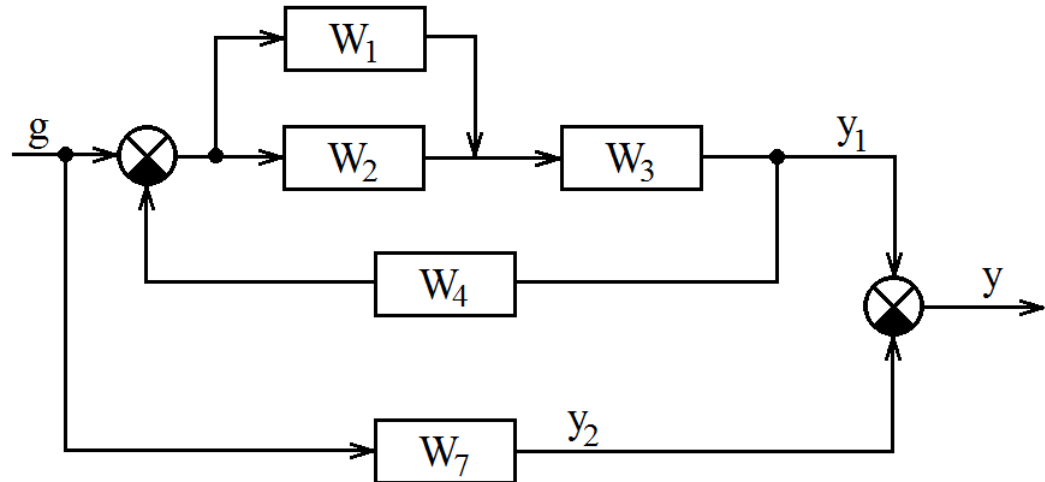


Рисунок 8. Проверка эквивалентности структурных преобразований

#### *Переход от дифференциальных уравнений к структурным схемам*

Динамическая система (ДС) описывается системой  $n$  обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) или одним ОДУ  $n$ -го порядка.

Пусть ДС задана ОДУ  $n$ -го порядка:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 g(t). \quad (1)$$

Состояние ДС однозначно определяется значениями  $n$  величин:  $y$ ,  $y^{(1)}$ ,  $y^{(2)}$ , ...,  $y^{(n-1)}$  – значениями выходной координаты и её производных до  $(n-1)$ -го порядка включительно. Эти переменные называются переменными состояния.

Самый распространенный способ нахождения значений переменных состояния – понижение порядка производной. Уравнение (1) необходимо разрешить относительно старшей производной выходной координаты  $y$ :

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} = \frac{1}{a_n} \left[ b_0 g(t) - a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} - \dots - a_1 \frac{dy(t)}{dt} - a_0 y(t) \right]. \quad (2)$$

По полученному выражению для старшей производной разрабатывается структурная схема (рисунок 9). Принцип разработки весьма прост. На входы сумматора с  $(n+1)$  входом подаются все слагаемые, определяющие  $\frac{d^n y(t)}{dt^n}$  с учетом знака. Для получения  $\frac{d^n y(t)}{dt^n}$  результат суммирования умножается на  $\frac{1}{a_n}$ . Затем выстраивается последовательная цепочка из  $n$  интеграторов для получения младших производных  $y$ , включая нулевую. Необходимые входы сумматора формируются с помощью обратных связей, в которых осуществляется умножение переменных состояния на соответствующие коэффициенты исходного уравнения.

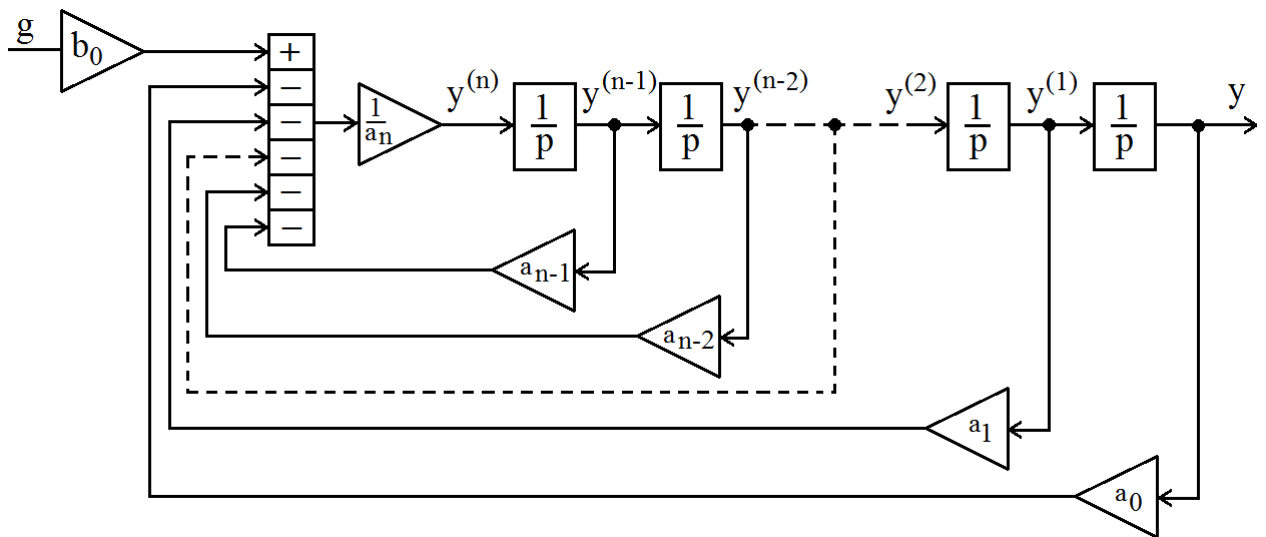


Рисунок 9. Структурная схема, соответствующая уравнению (1)

### Порядок выполнения работы

1. Изучить теоретический материал.
2. Выполнить элементарные структурные преобразования (последовательное и параллельное соединения, положительная и отрицательная обратная связь) в соответствии с вариантом (таблицы 2 и 3). Проверить эквивалентность преобразований. Получить дифференциальные уравнения для построенных систем.

3. Собрать структурную схему в соответствии с вариантом (рисунок 10, таблицы 2 и 4).
4. Выполнить структурные преобразования. Получить результирующую ПФ.
5. Получить ДУ САУ.
6. Численным моделированием проверить эквивалентность структурных преобразований.

### **Дополнительные задания**

1. Собрать структурную схему из элементарных звеньев, соответствующую передаточной функции. ПФ задается преподавателем.
2. Представить ПФ в виде суммы ПФ типовых звеньев. Исходная ПФ задается преподавателем.

### **Содержание отчета**

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Вариант задания.
4. Результаты выполнения элементарных структурных преобразований.
5. Схемы и результаты проверки эквивалентности преобразований.
6. Исходная структурная схема в соответствии с вариантом.
7. Структурные преобразования по шагам.
8. Результирующая структурная схема и ПФ.
9. Вывод ДУ САУ.
10. Структурная схема для проверки эквивалентности структурных преобразований. Результаты проверки.
11. Выводы.

### **Контрольные вопросы**

1. Основная цель работы.
2. Структурные преобразования (смысл, правила).
3. Как проверить эквивалентность преобразований?
4. Получение ДУ по передаточной функции САУ.
5. Переход от ДУ к структурной схеме.

## Варианты заданий

Таблица 1

Названия типовых звеньев

№ n/n	Наименование звена
1	Пропорциональное
2	Идеальное интегрирующее
3	Инерционное интегрирующее
4	Инерционное звено первого порядка (апериодическое)
5	Инерционное звено второго порядка
6	Идеальное дифференцирующее
7	Инерционное дифференцирующее

Таблица 2

Параметры типовых звеньев

№ звена		Вариант									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$k$	2.5	3	1.5	5	12	7.5	4	9	0.1	2
2	$k$	4.5	0.2	3	5.2	4	1.7	6	5.5	12	5
3	$T$	0.1	7.5	15	1	5	0.01	10	4.5	0.3	3
	$k$	3	5	0.2	4	12	11	7	12	8	1
4	$T$	10	0.01	9	0.05	8	0,1	7	0,5	2,5	1
	$k$	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5
5	$T_2^2$	20	9	2	0.2	16	19	4	0.1	4	8
	$T_1$	1	0	9	3	2	2	0	4	4	5
	$k$	5	12	7	4	19	15	45	12	4	3
6	$k$										
7	$T$	1.1	8.5	16	2	6	1.01	11	5.5	1.3	4
	$k$	4	6	1.2	5	13	12	8	12	9	2

Таблица 3

Соответствие типовых звеньев звеньям шаблонов  
элементарных структурных преобразований

ПФ	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$W_1$	3	7	5	4	3	5	4	2	5	4
$W_2$	2	2	7	5	4	3	7	3	2	3

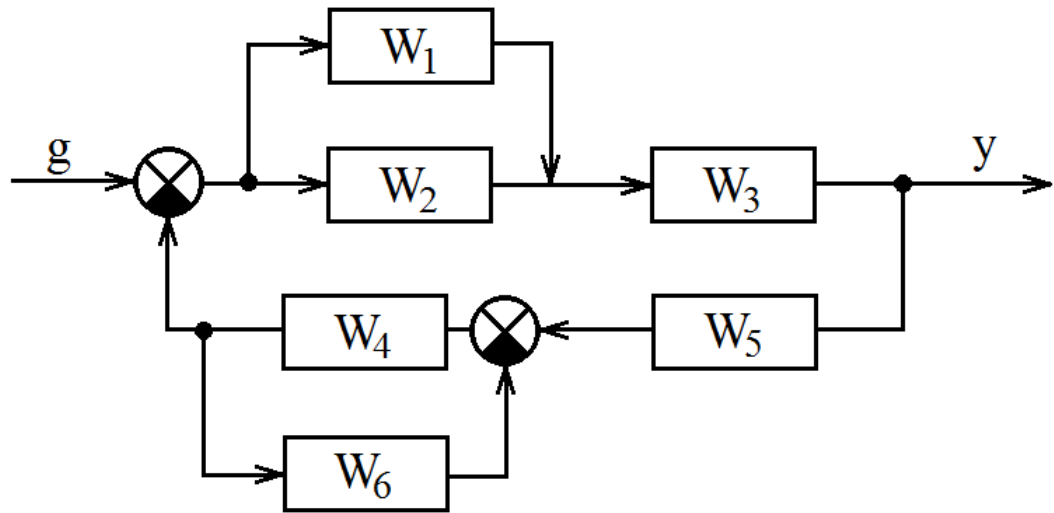


Рисунок 10. Шаблон структурной схемы

Таблица 4.

Соответствие типовых звеньев звеньям шаблона структурной  
схемы

ПФ	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$W_1$	1	7	5	4	3	2	1	2	3	4
$W_2$	2	1	7	5	4	3	7	1	2	3
$W_3$	3	2	1	7	5	4	5	7	1	2
$W_4$	4	3	2	1	7	5	4	5	7	1
$W_5$	5	4	3	2	1	7	3	4	5	7
$W_6$	7	5	4	3	2	1	2	3	4	5