

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Новосибирский государственный технический университет
Кафедра автоматизированных систем управления

Лабораторная работа №2
«Типовые динамические звенья»

Группа: АВТ-813

Студенты:

Чернаков Кирилл

Кинчаров Данил

Пайхаев Алексей

Преподаватель:

Достовалов Дмитрий Николаевич,

к.т.н., заведующий кафедрой АСУ

Новосибирск

2020 г.

Цель работы:

Изучить математические модели и исследовать характеристики типовых динамических звеньев.

Вариант задания:

1	Пропорциональное	$y(t) = 4g(t)$
2	Идеальное интегрирующее	$\frac{dy(t)}{dt} = 6g(t)$
3	Инерционное интегрирующее	$10 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = 7g(t)$
4	Инерционное звено первого порядка (апериодическое)	$7 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 5g(t)$
5	Инерционное звено второго порядка	$4 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + y(t) = 45g(t)$
6	Идеальное дифференцирующее	
7	Инерционное дифференцирующее	$11 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 8 \frac{dg(t)}{dt}$

Табл.1- Дифференциальные уравнения типовых звеньев

№ звена		Вариант
		7
1	k	4
2	k	6
3	T	10
	k	7
4	T	7
	k	5
5	T_2^2	4
	T_1	0
	k	45
6	k	
7	T	11
	k	8

Табл.2 – Параметры типовых звеньев

Вывод ПФ типовых звеньев.

Пропорциональное

$$y(t) = 4g(t)$$

Выразим ПФ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = 4$$

Обычная форма:

$$W(t) = 4 * \delta(t)$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = 4 * 1(t)$$

Импульсивная переходная функция:

$$w(t) = 4 * \delta(t)$$

Частотная характеристика динамических звеньев

$$W(i\omega) = 4 \quad R(w) = 4 \quad I(\omega) = 0$$

$$A(\omega) = 4 \quad \varphi(\omega) = 0^\circ$$

Идеальное интегрирующее

$$\frac{dy(t)}{dt} = 6g(t)$$

В соответствии с преобразованием Лапласа переходим к изображениям:

$$py(p) = 6g(p)$$

Выразим ПФ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{6}{p}$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = 6 * t * 1(t)$$

Импульсивная переходная функция:

$$w(t) = 6 * 1(t)$$

Частотная характеристика динамических звеньев

$$W(i\omega) = \frac{6}{i\omega} \quad R(w) = 0 \quad I(\omega) = -\frac{6}{\omega}$$

$$A(\omega) = \frac{6}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ$$

Инерционное интегрирующее

$$10 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = 7g(t)$$

В соответствии с преобразованием Лапласа переходим к изображениям:

$$10p^2 y(p) + py(p) = 7g(p)$$

Выразим ПФ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{7}{p(10p + 1)}$$

$$\frac{7}{p(10p + 1)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{(10p + 1)}$$

Отсюда $A = 7$; $B = -10$

$$\frac{7}{p} - \frac{10}{(10p + 1)} = \frac{7}{p} - \frac{10}{\left(p + \frac{1}{10}\right)}$$

Обычная форма:

$$W(t) = 7 - 7e^{-\frac{t}{10}}$$

$$W(t) = 7(1 - e^{-\frac{t}{10}})$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = 7(t + 10e^{-\frac{t}{10}} - 10) * 1(t)$$

Импульсная переходная функция:

$$w(t) = 7(1 - e^{-\frac{t}{10}}) * 1(t)$$

Частотная характеристика динамических звеньев

$$W(i\omega) = \frac{7}{i\omega(1+10i\omega)} \quad R(\omega) = -\frac{70}{1+100\omega^2} \quad I(\omega) = -\frac{7}{\omega(1+100\omega^2)};$$

$$A(\omega) = \frac{7}{\omega\sqrt{(1+100\omega^2)}} \quad \varphi(\omega) = -90^\circ - \arctan(\omega 10)$$

Инерционное звено первого порядка (апериодическое)

$$7 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 5 g(t)$$

В соответствии с преобразованием Лапласа переходим к изображениям:

$$7py(p) + y(p) = 5g(p)$$

Отсюда ПФ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{5}{7p + 1}$$

$$W(p) = \frac{\frac{5}{7}}{p + \frac{1}{7}}$$

Обычная форма:

$$W(t) = \frac{5}{7} e^{-\frac{1}{7}t}$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = 5 \left(1 - e^{-\frac{t}{7}} \right) * 1(t)$$

Импульсная переходная функция:

$$w(t) = \frac{5}{7} e^{-\frac{t}{7}} * 1(t)$$

Частотная характеристика динамических звеньев

$$W(i\omega) = \frac{5}{7i\omega + 1} \quad R(\omega) = \frac{5}{49\omega^2 + 1} \quad I(\omega) = -\frac{35\omega}{49\omega^2 + 1}$$

$$A(\omega) = \frac{5}{\sqrt{49\omega^2 + 1}} \quad \varphi(\omega) = -\arctg(7\omega)$$

Инерционное звено второго порядка (консервативное)

$$4 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = 45 g(t)$$

В соответствии с преобразованием Лапласа переходим к изображениям:

$$4p^2 y(p) + y(p) = 45 g(p)$$

Выразим ПФ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{45}{4p^2 + 1}$$

$$W(p) = \frac{11.25}{p^2 + 0.25}$$

Обычная форма:

$$W(t) = \frac{45}{2} \sin\left(\frac{t}{2}\right)$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = 45 \left(1 - \cos\left(\frac{t}{2}\right)\right) * 1(t)$$

Импульсная переходная функция:

$$w(t) = \frac{45}{2} \sin\left(\frac{t}{2}\right) * 1(t)$$

Частотная характеристика динамических звеньев

$$W(i\omega) = \frac{45}{(1-4\omega^2)} \quad R(w) = \frac{45}{(1-4\omega^2)} \quad I(\omega) = 0$$

$$A(\omega) = \frac{45}{\sqrt{(1-4\omega^2)}}$$

$$\varphi(\omega) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \arctg\left(\frac{4\varepsilon\omega}{(1-4\omega^2)}\right) = \begin{cases} 0 & \text{при } \omega < \frac{1}{2} \\ -\pi & \text{при } \omega > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Инерционное дифференцирующее

$$11 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 8 \frac{dg(t)}{dt}$$

В соответствии с преобразованием Лапласа переходим к изображениям:

$$11py(p) + y(p) = 8pg(p)$$

Выразим ПФ:

$$W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{8p}{11p + 1}$$

Обычная форма:

$$W(p) = \frac{8}{11} \delta(t) - \frac{8}{121} e^{-\frac{t}{11}}$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = \frac{8}{11} * e^{-\frac{t}{11}} * 1(t)$$

Импульсная переходная функция:

$$w(t) = \left(\frac{8}{11} \delta(t) - \frac{8}{121} e^{-\frac{t}{11}} \right) * 1(t)$$

Частотная характеристика динамических звеньев

$$W(i\omega) = \frac{8i\omega}{1+11i\omega} \quad R(\omega) = \frac{88\omega^2}{1+121\omega^2} \quad I(\omega) = \frac{8\omega}{1+121\omega^2}$$

$$A(\omega) = \frac{8\omega}{\sqrt{(4\omega^2+1)}} \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg(11\omega)$$

1. Результаты моделирования типовых звеньев в соответствии с вариантом.

4.1 Графики переходной $h(t)$ функции:

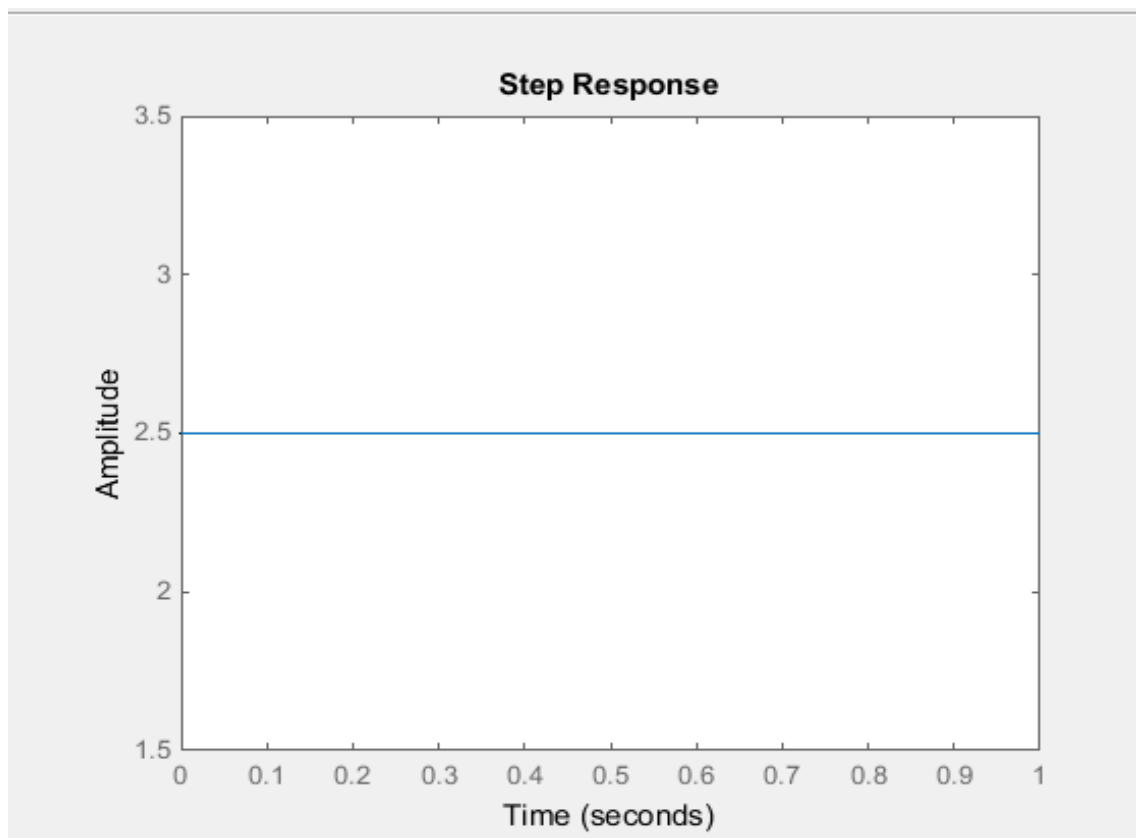


Рис.1 - График переходной функции пропорционального звена.

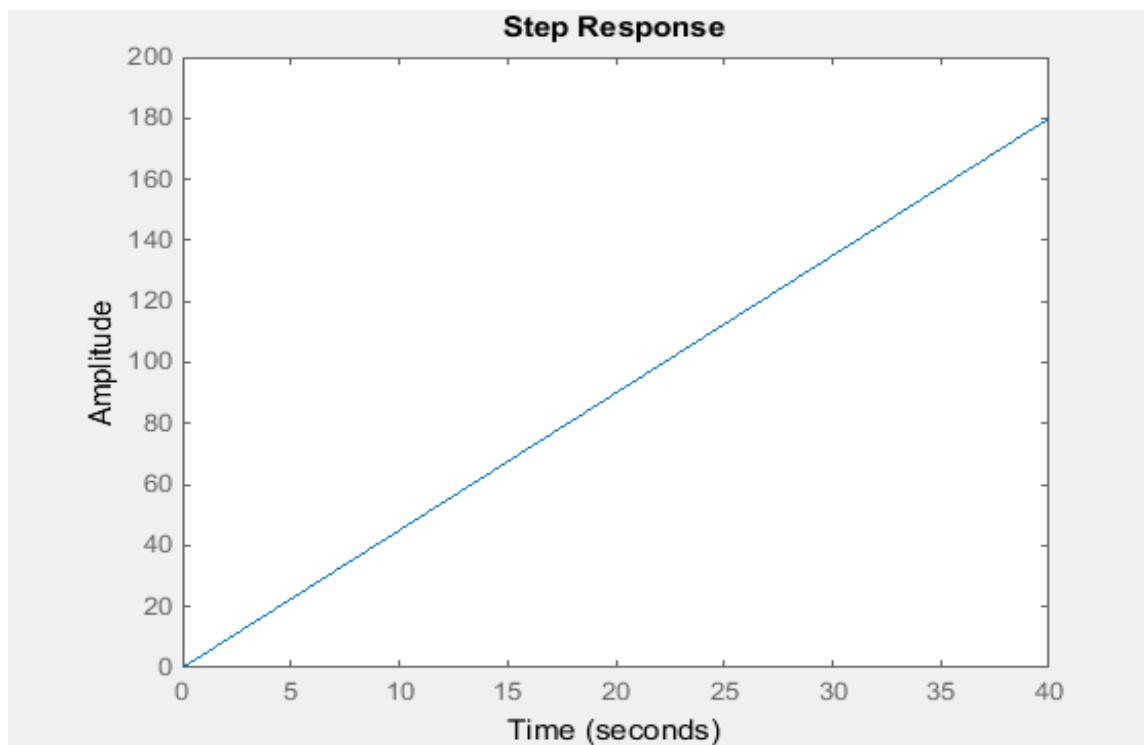


Рис.2 - График переходной функции идеального интегрирующего звена.

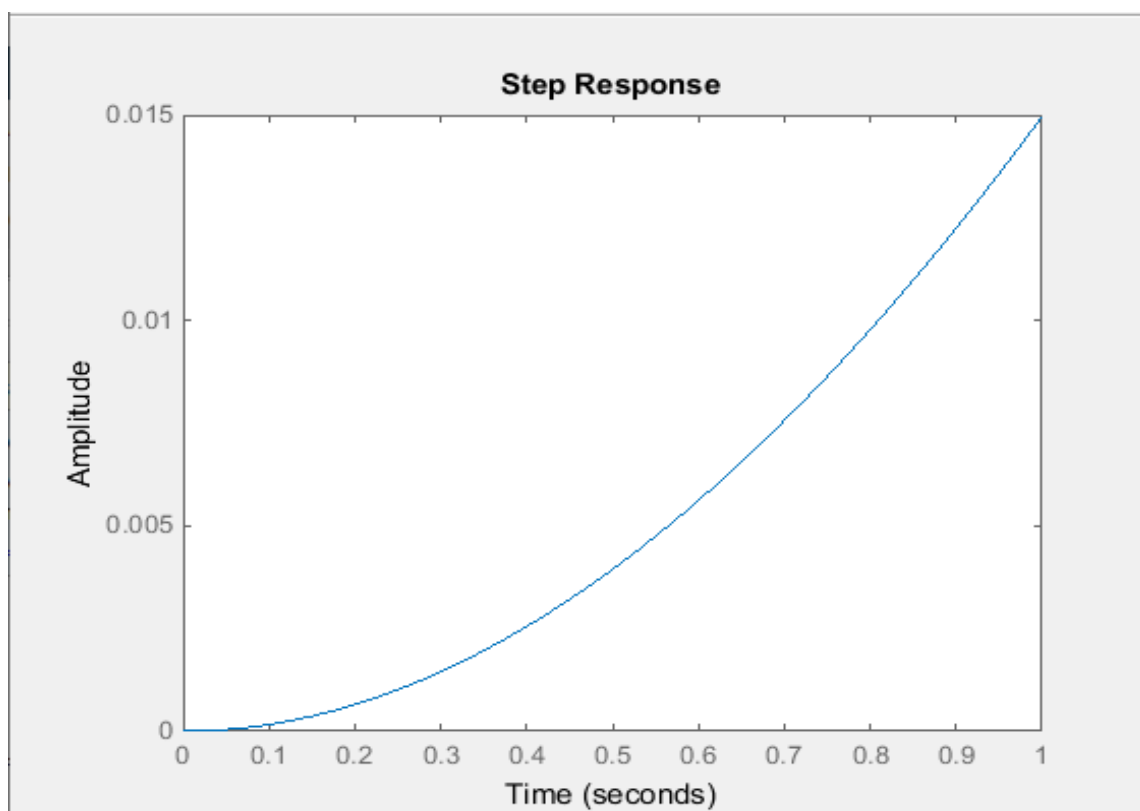


Рис.3 - График переходной функции инерционного интегрирующего звена.

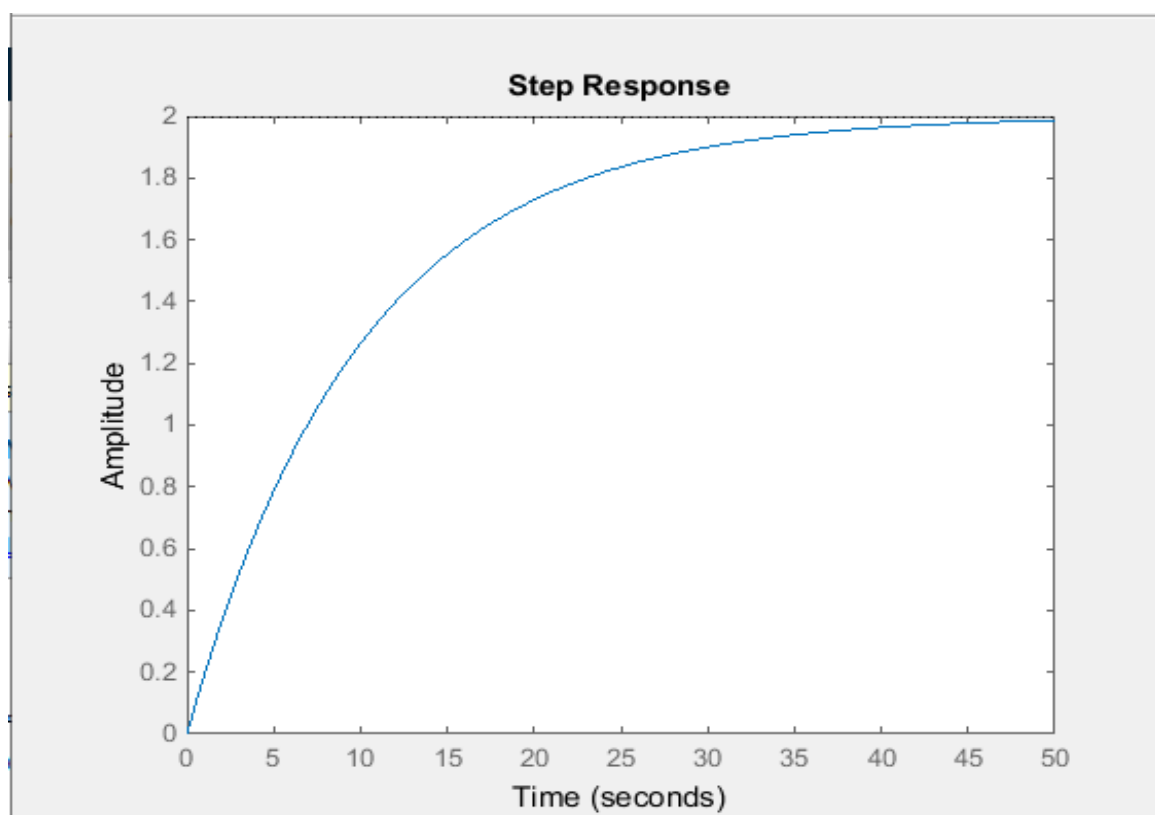


Рис.4 - График переходной функции инерционного звена первого порядка (апериодическое).

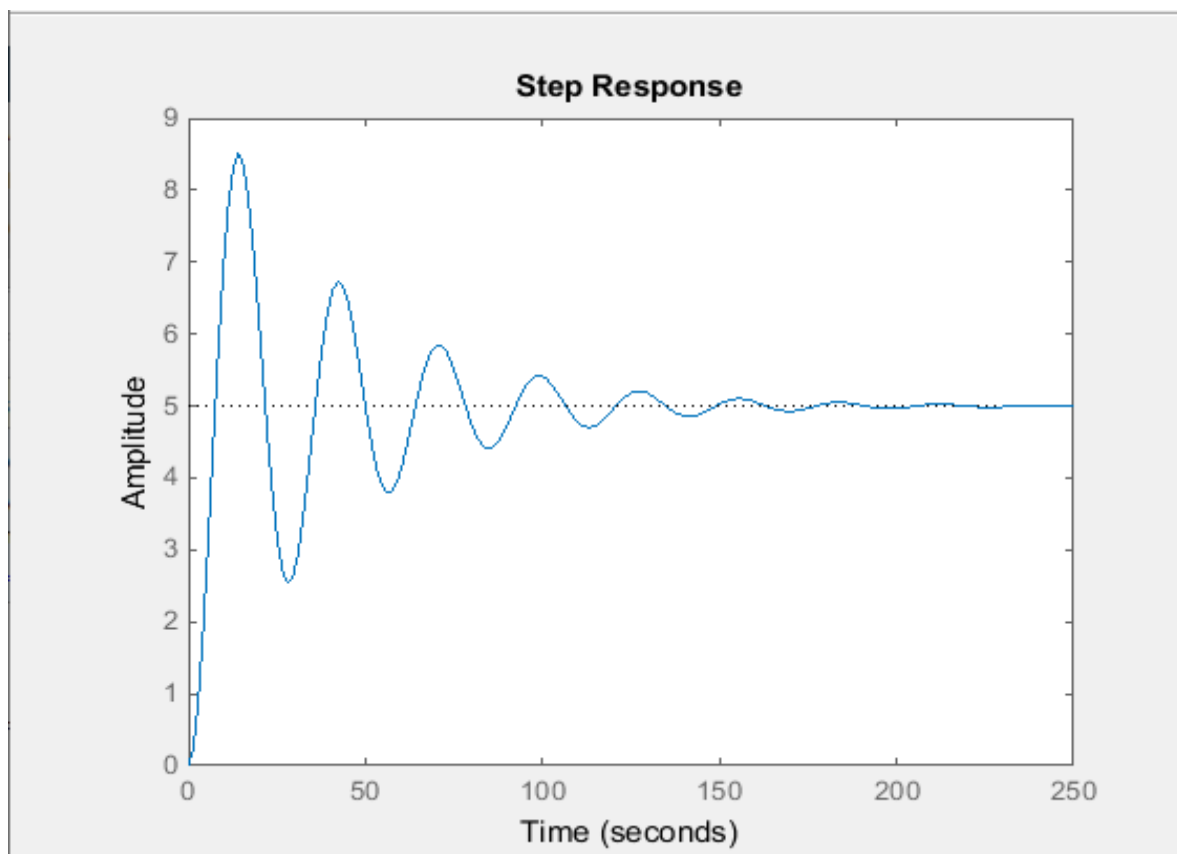


Рис.5 - График переходной функции инерционного звена второго порядка.

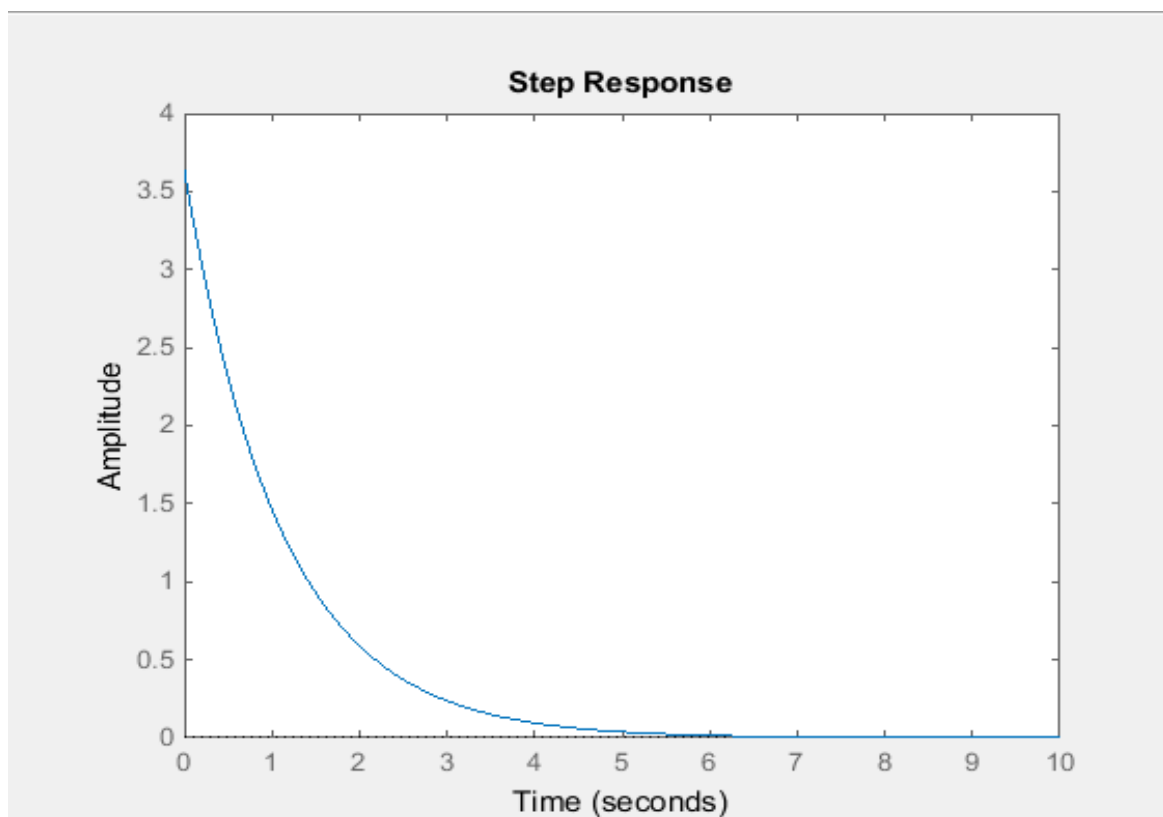


Рис.6 - График переходной функции инерционного дифференцирующего звена.

4.2 Графики весовой $w(t)$ функции:

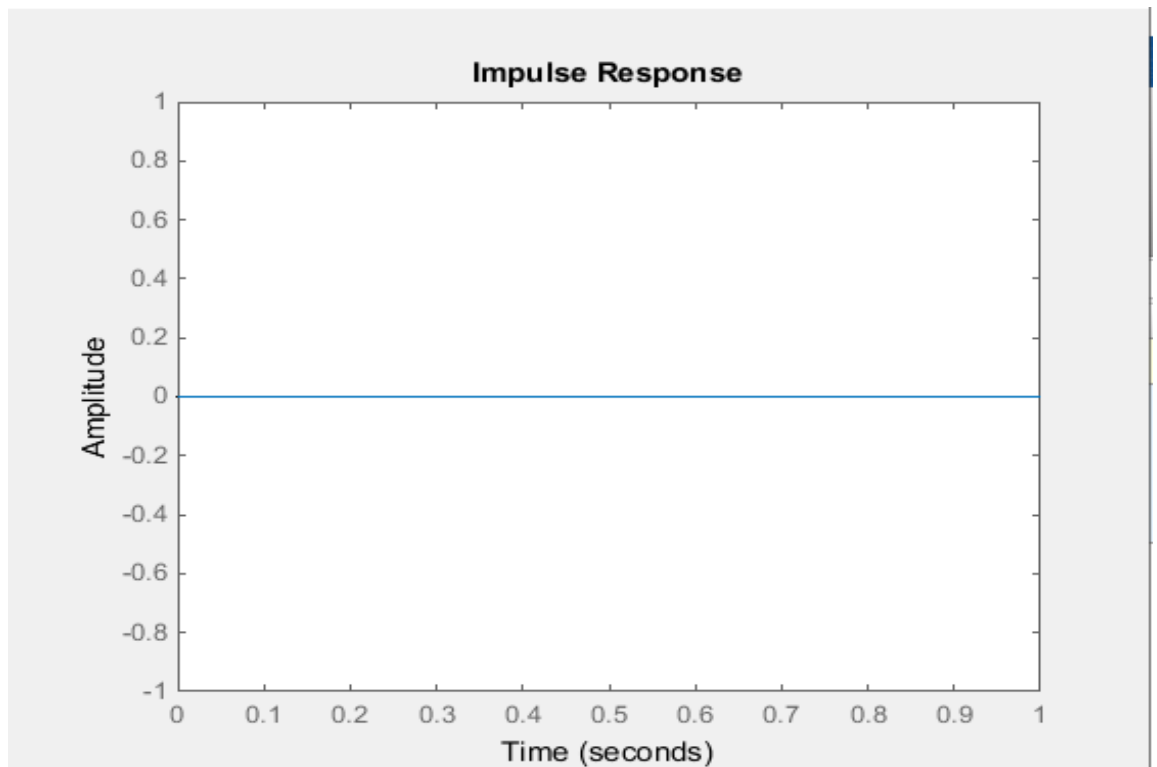


Рис.7 - График импульсной переходной функции пропорционального звена.

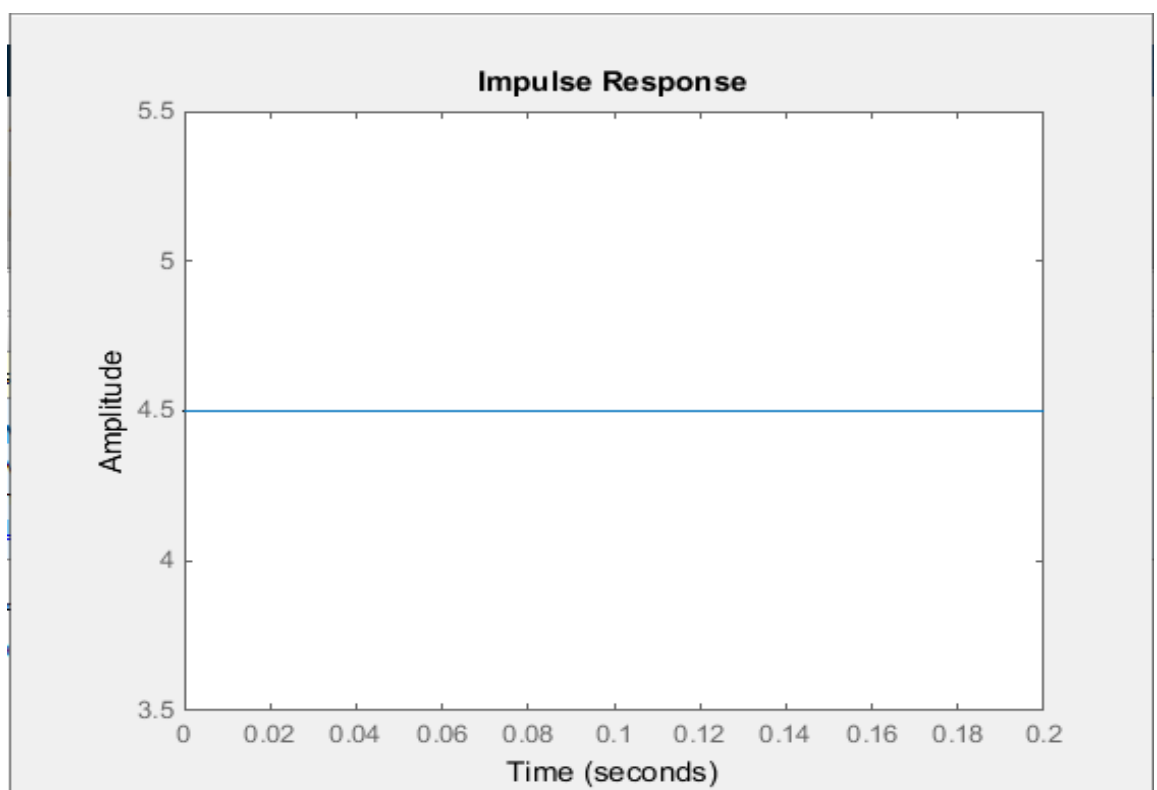


Рис.8 - График импульсной переходной функции идеального интегрирующего звена.

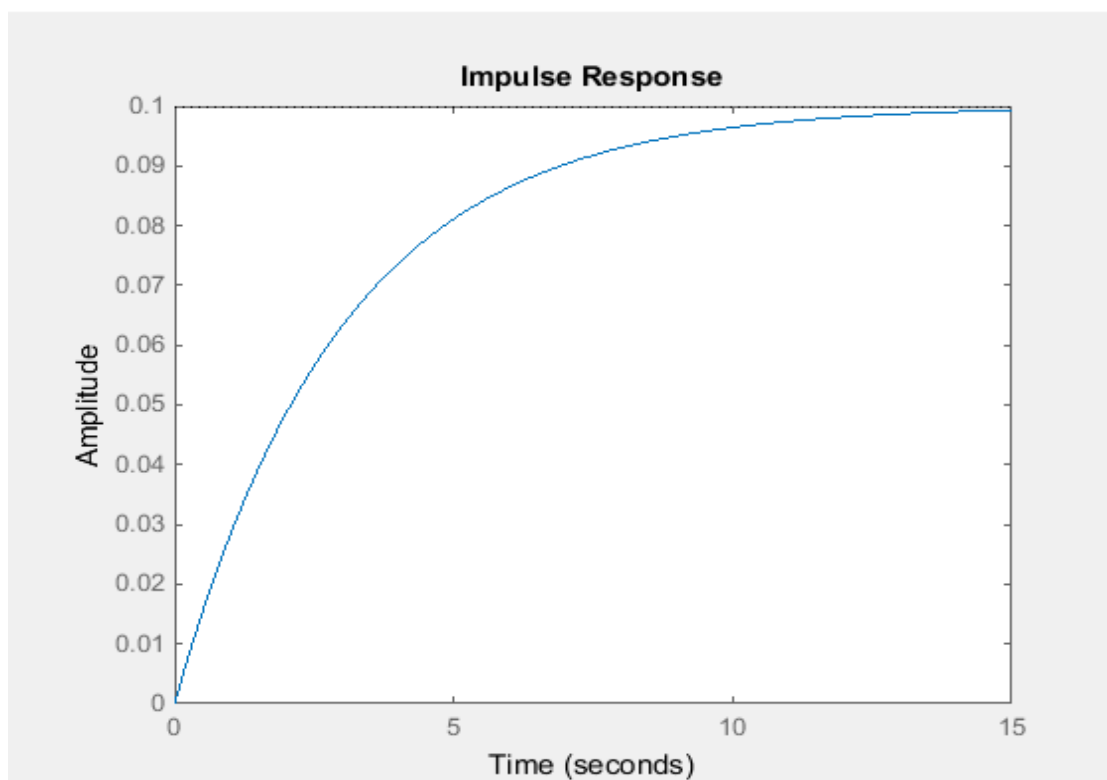


Рис.9 - График импульсной переходной функции инерционного интегрирующего звена.

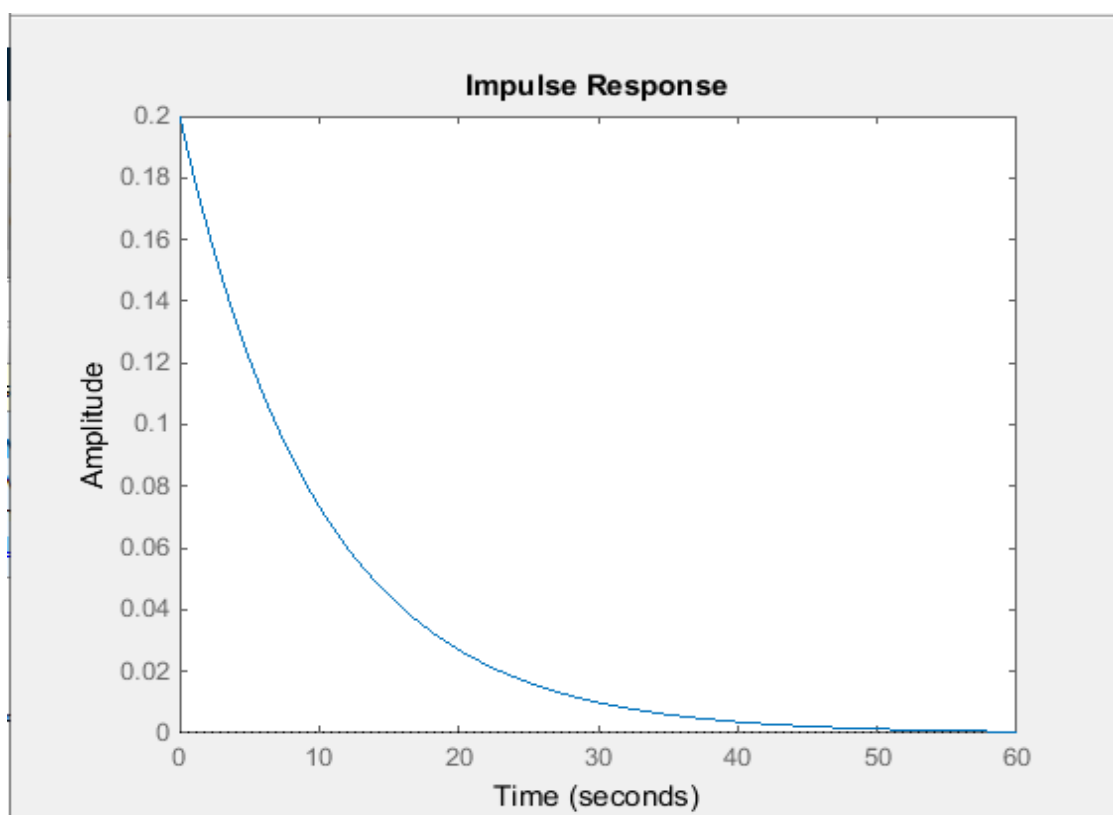


Рис.10 - График импульсной переходной функции инерционного звена первого порядка (апериодическое).

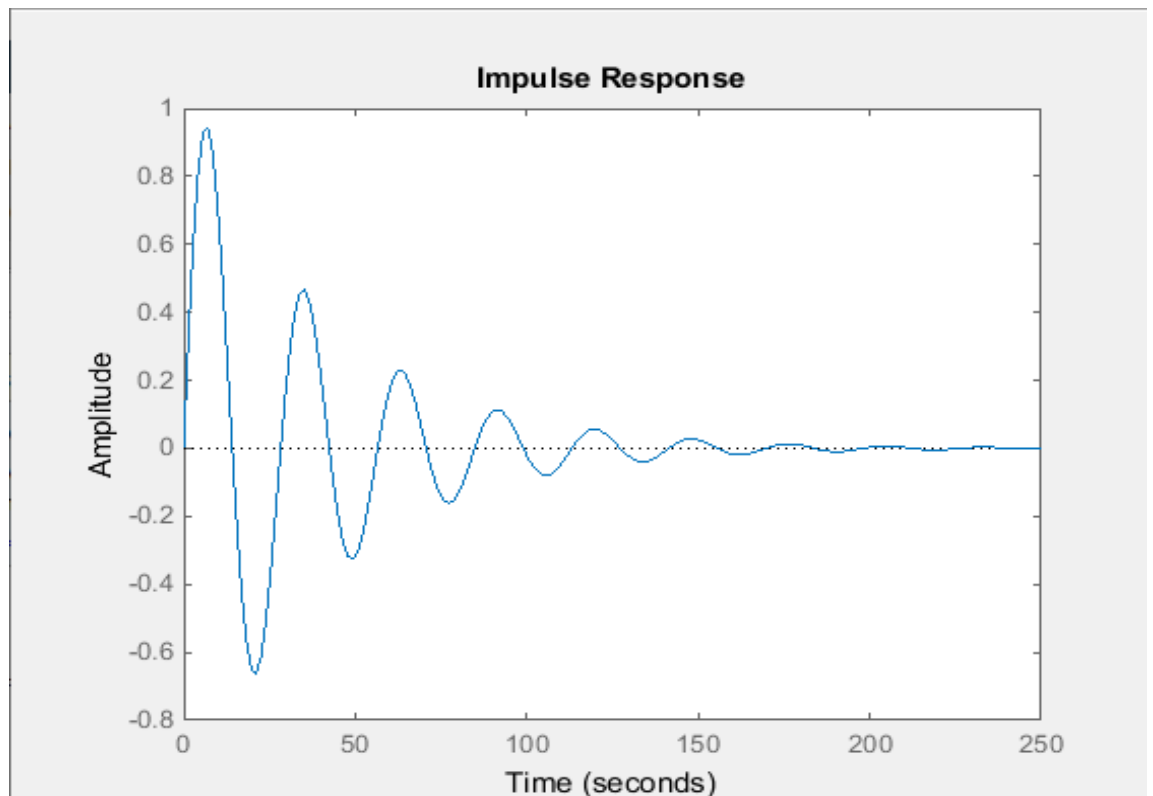


Рис.11- График импульсной переходной функции инерционного звена второго порядка.

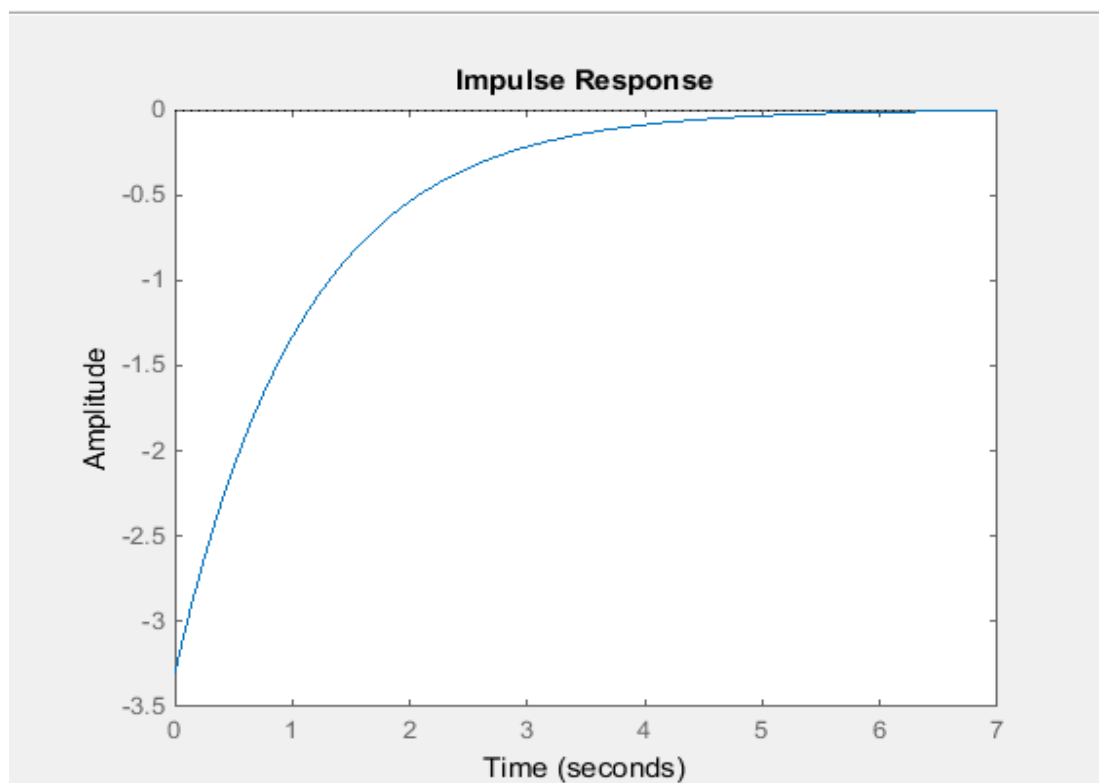


Рис.12 - График импульсной переходной функции инерционного дифференцирующего звена.

4.3 Частотная характеристика динамических звеньев

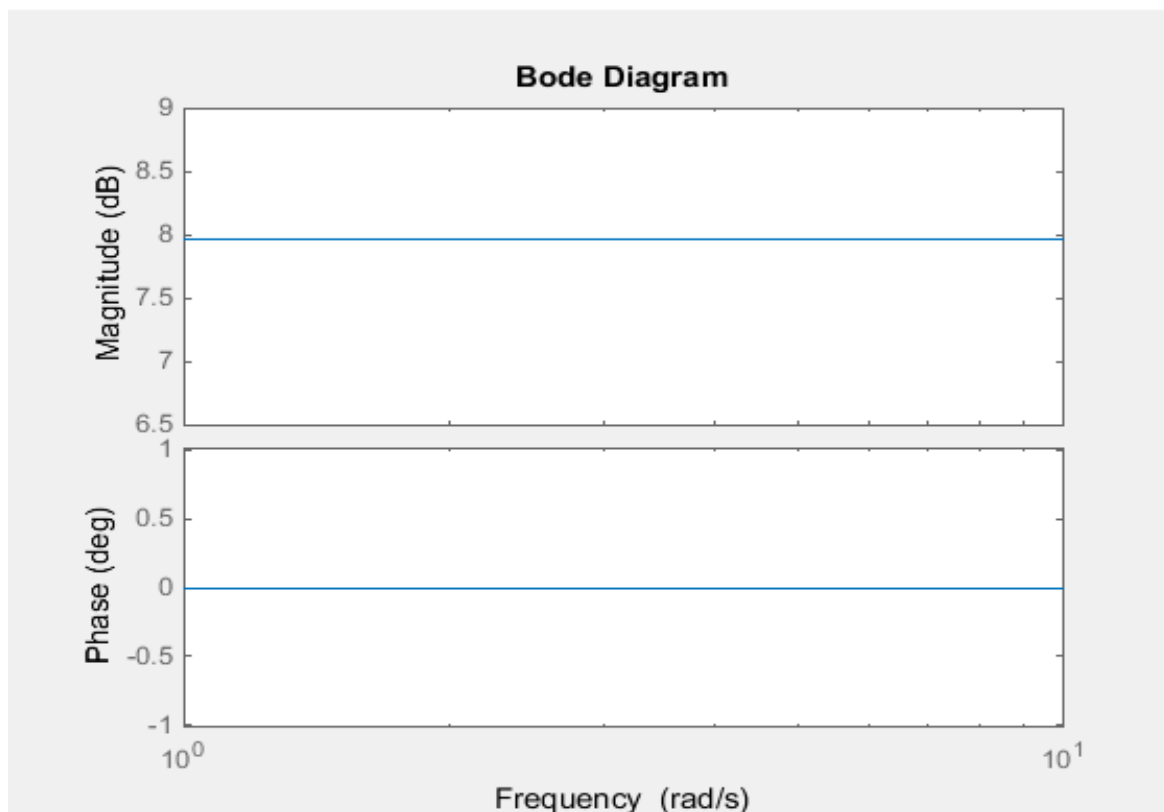


Рис.13 - График частотной характеристики функции пропорционального звена.

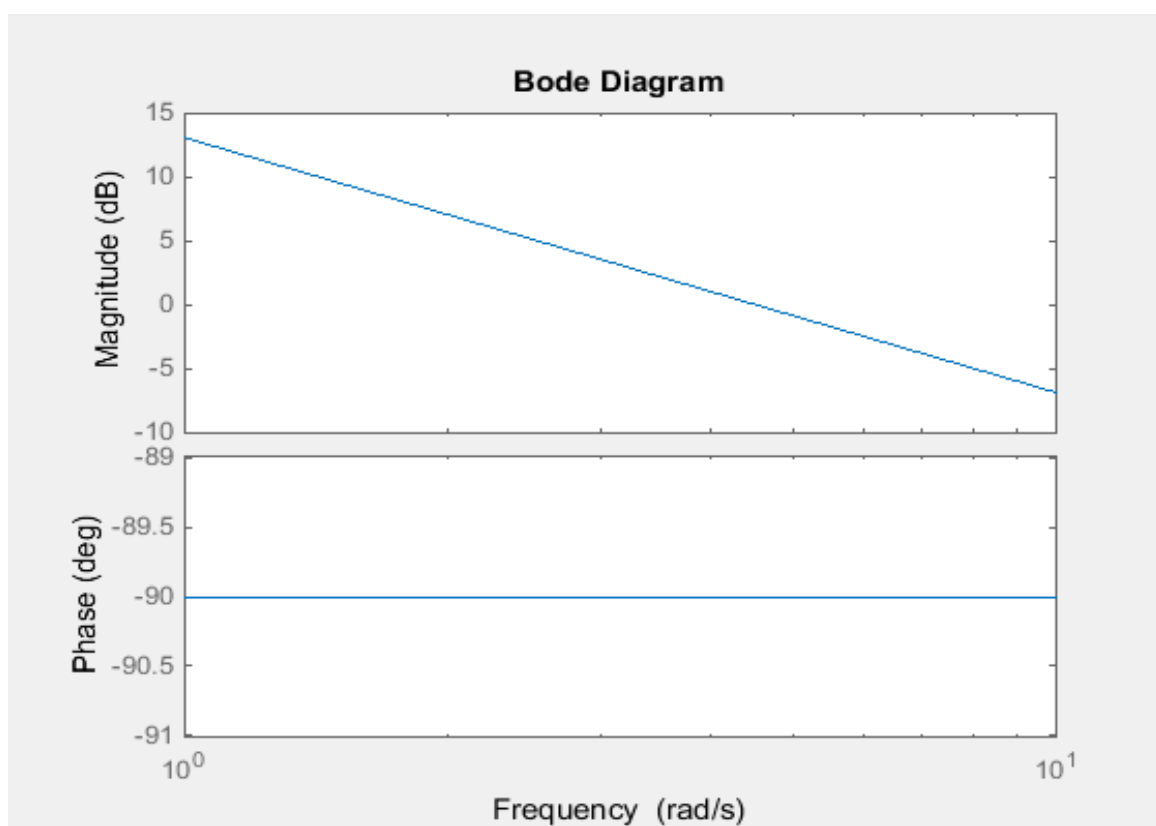


Рис.14 - График частотной характеристики функции идеального интегрирующего звена.

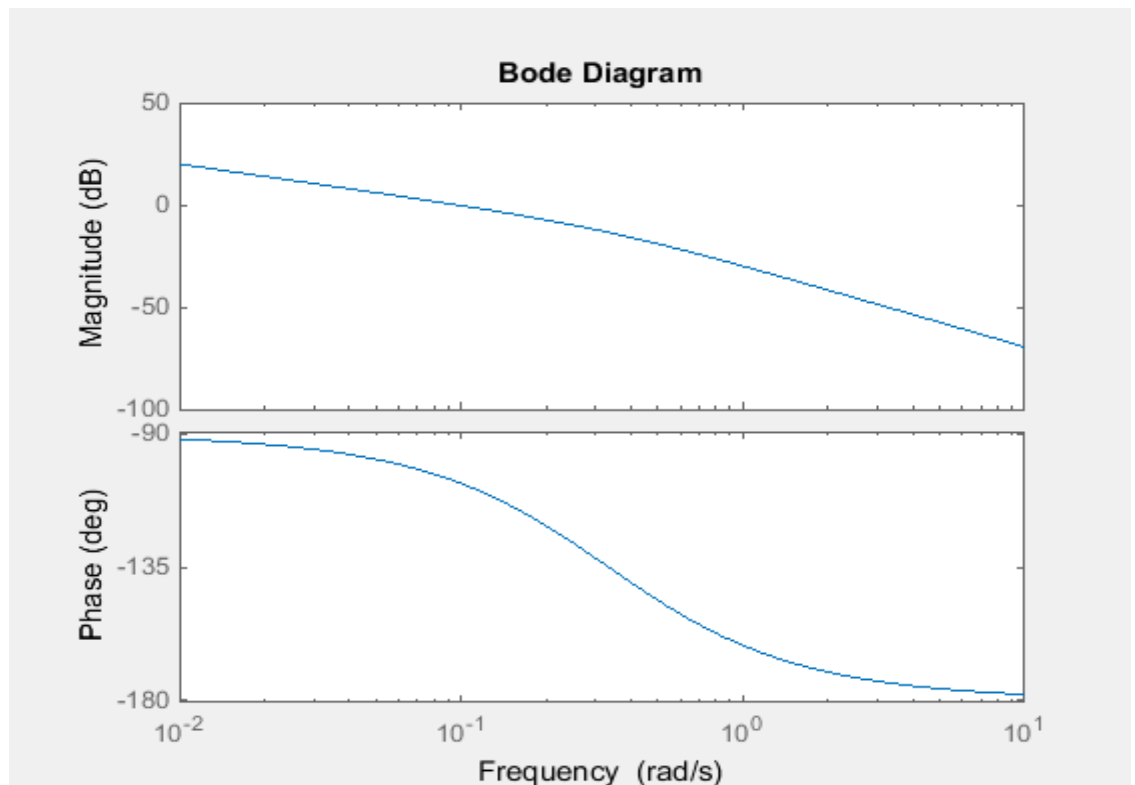


Рис.15 - График частотной характеристики функции инерционного интегрирующего звена.

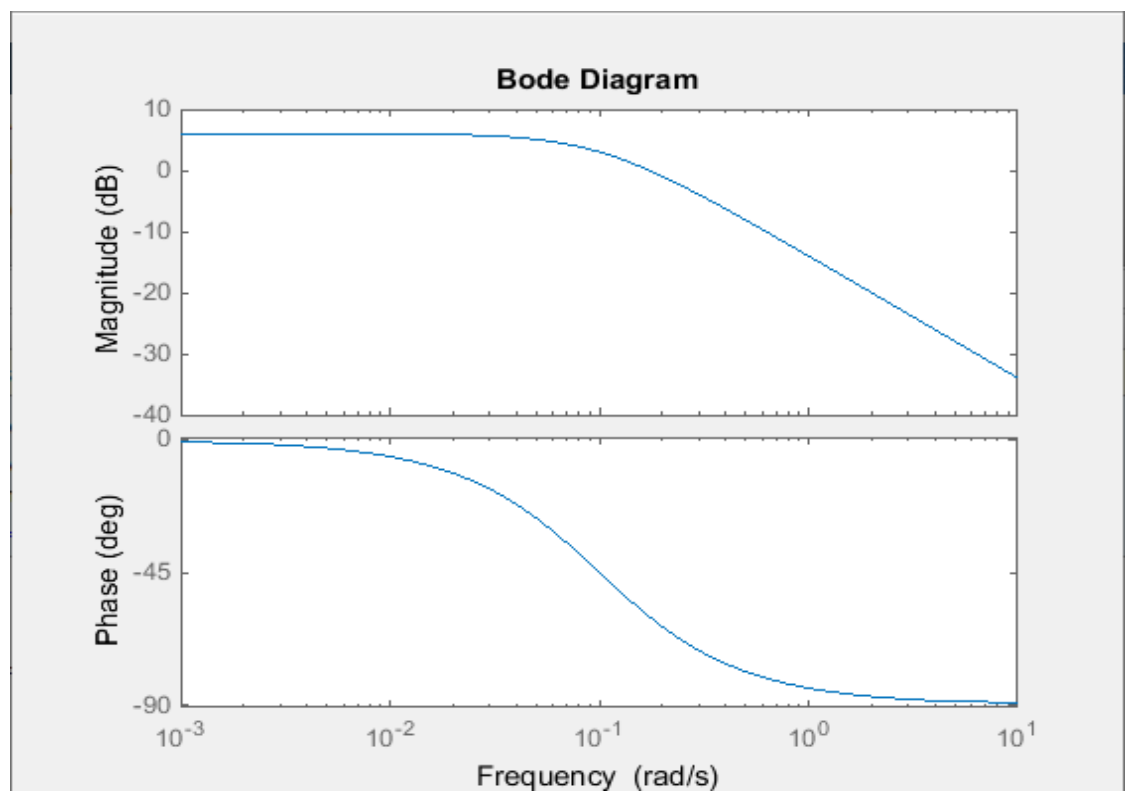


Рис.16 - График частотной характеристики функции инерционного звена первого порядка (апериодическое).

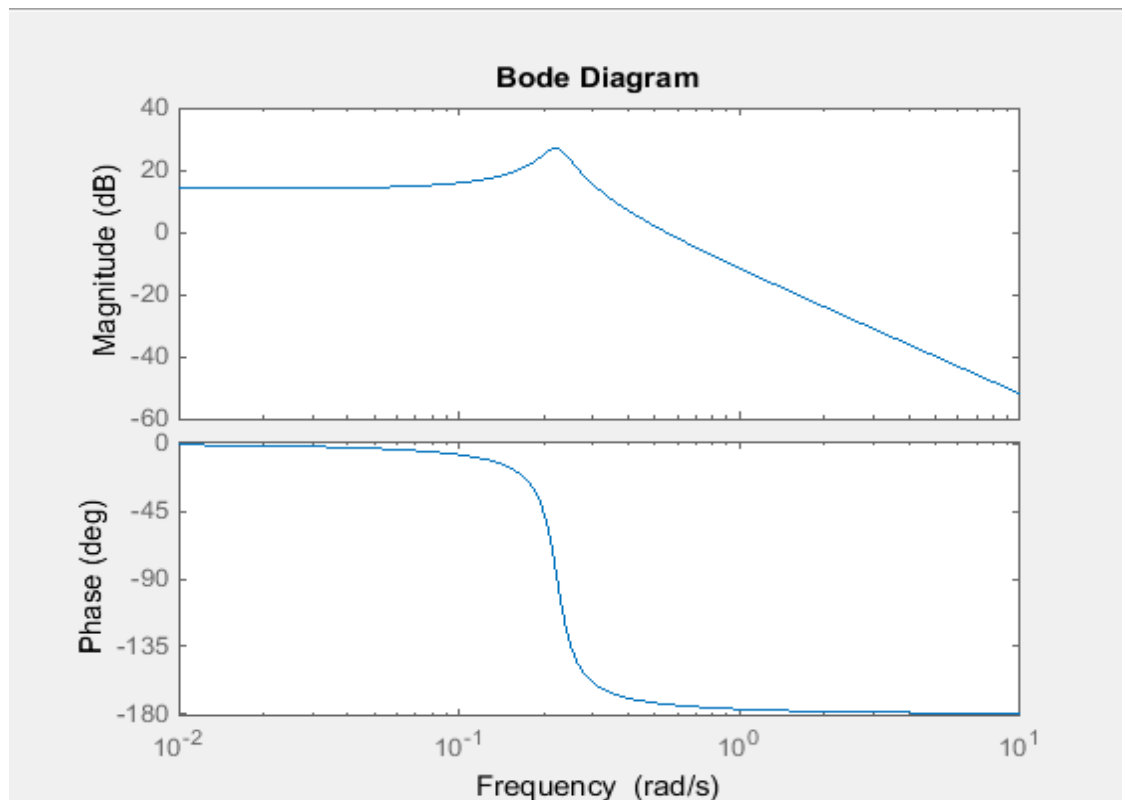


Рис.17 - График частотной характеристики функции инерционного звена второго порядка.

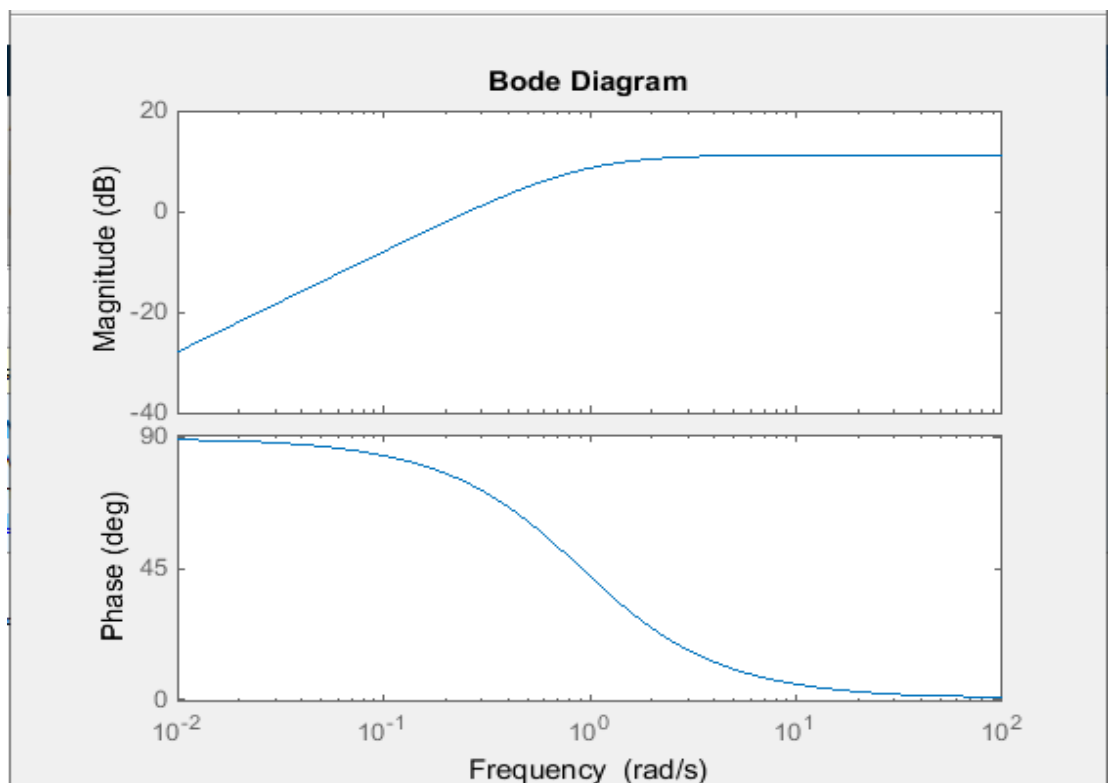


Рис.18 - График частотной характеристики функции инерционного дифференцирующего звена.

1.4 Аналитическое решение:

4.1 Графики переходной $h(t)$ функции:

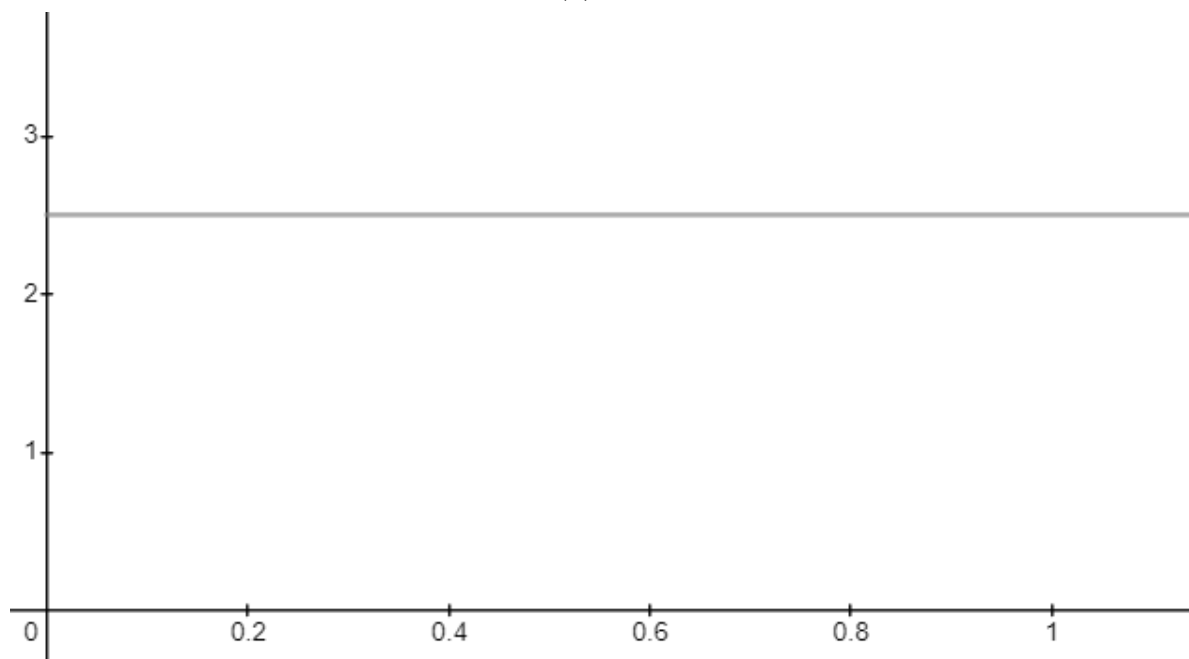


Рис.19 - График переходной функции пропорционального звена.

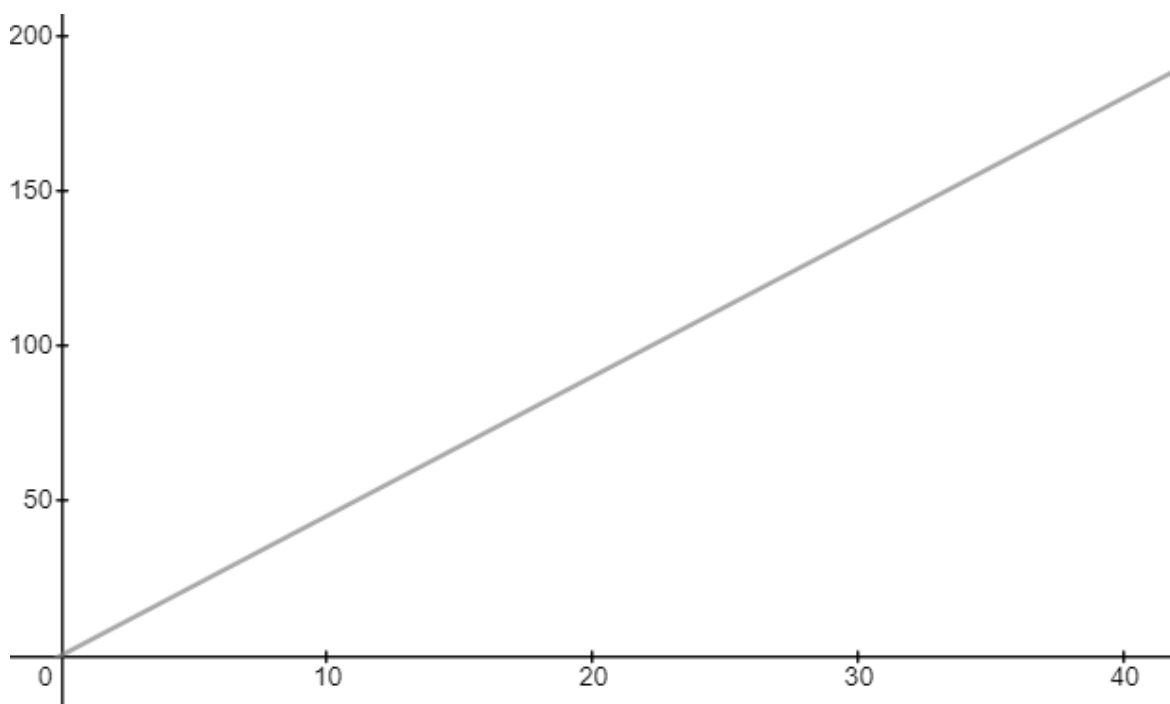


Рис.20 - График переходной функции идеального интегрирующего звена.

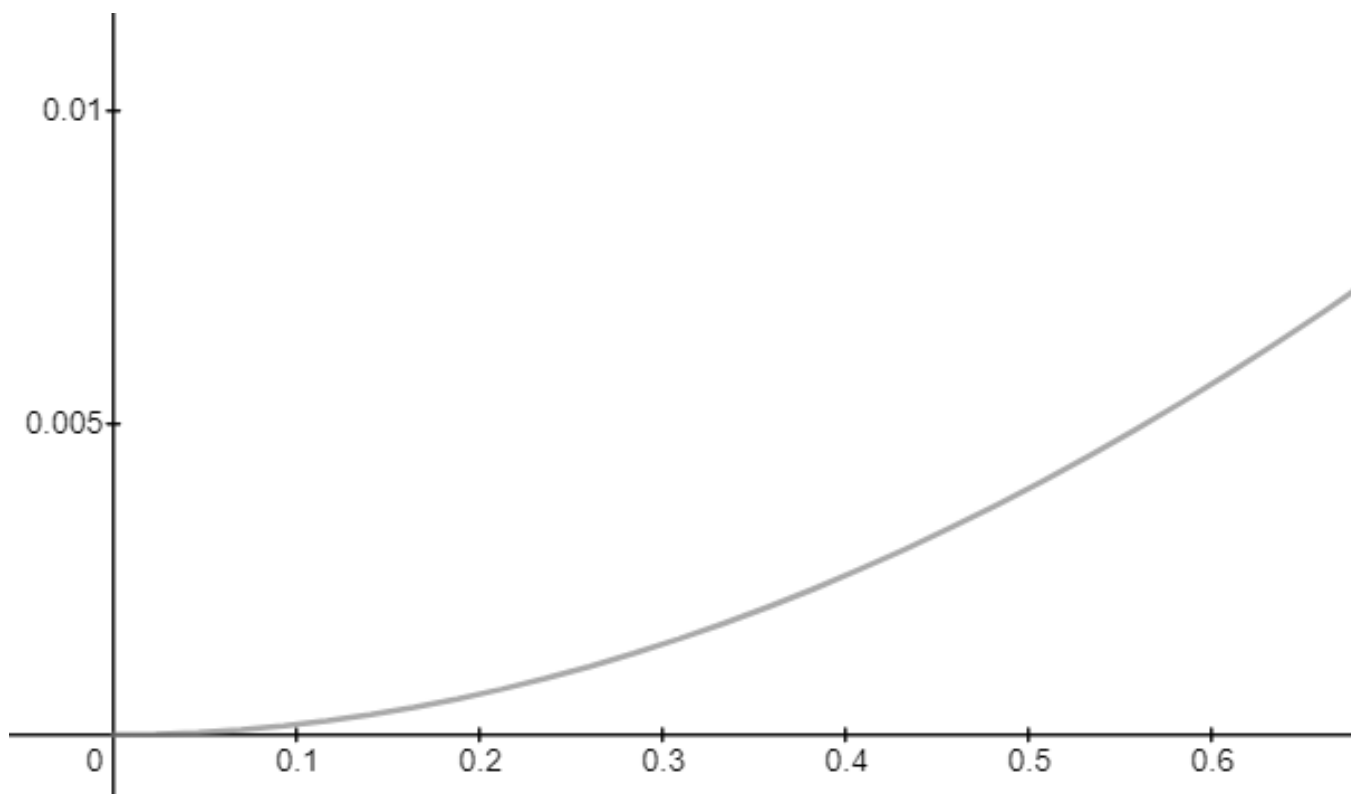


Рис.21 - График переходной функции инерционного интегрирующего звена.

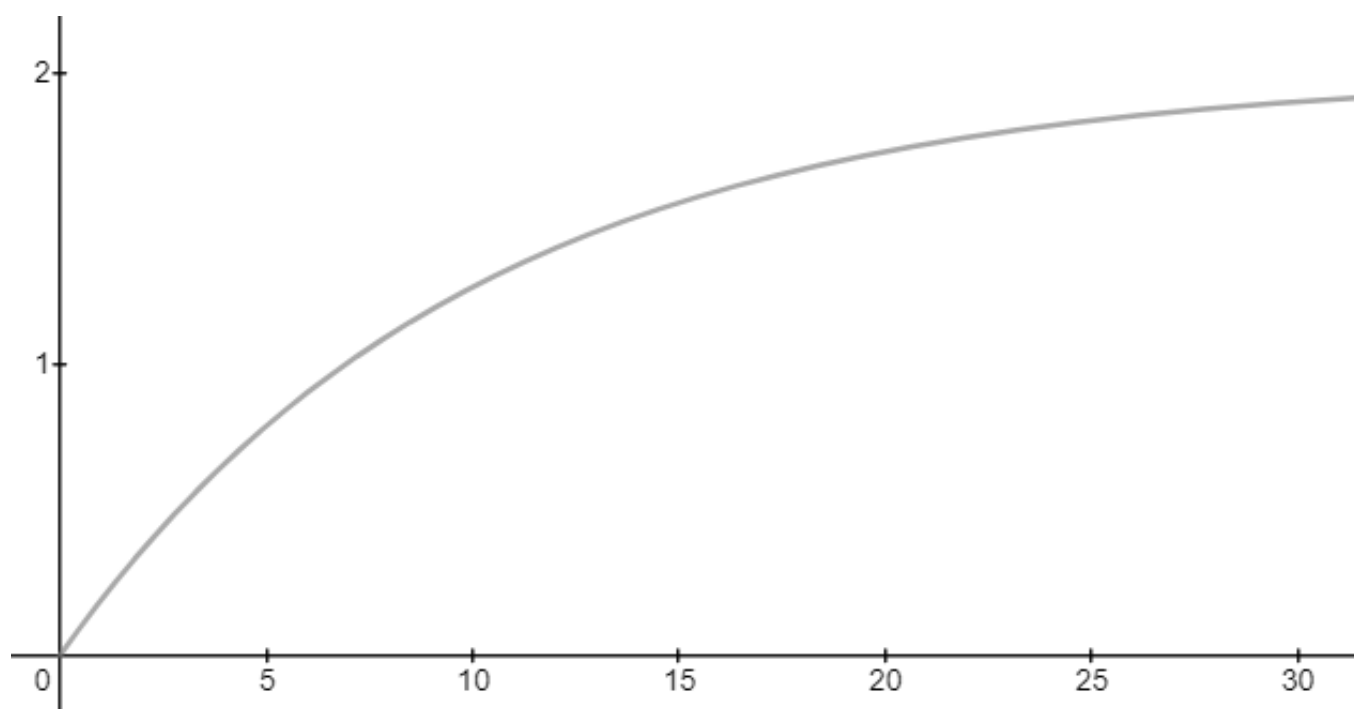


Рис.22 - График переходной функции инерционного звена первого порядка (апериодическое).

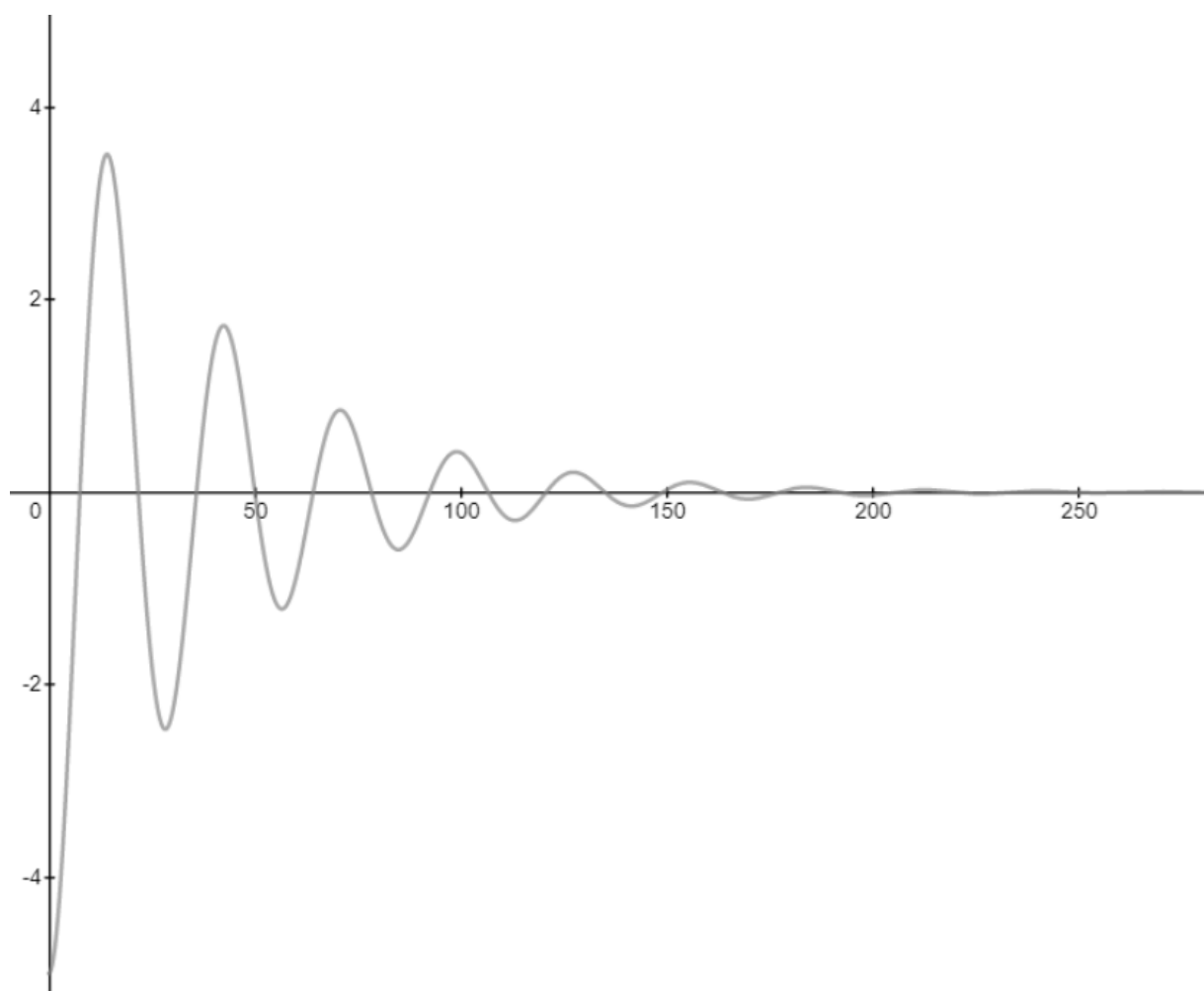


Рис.23 - График переходной функции инерционного звена второго порядка.

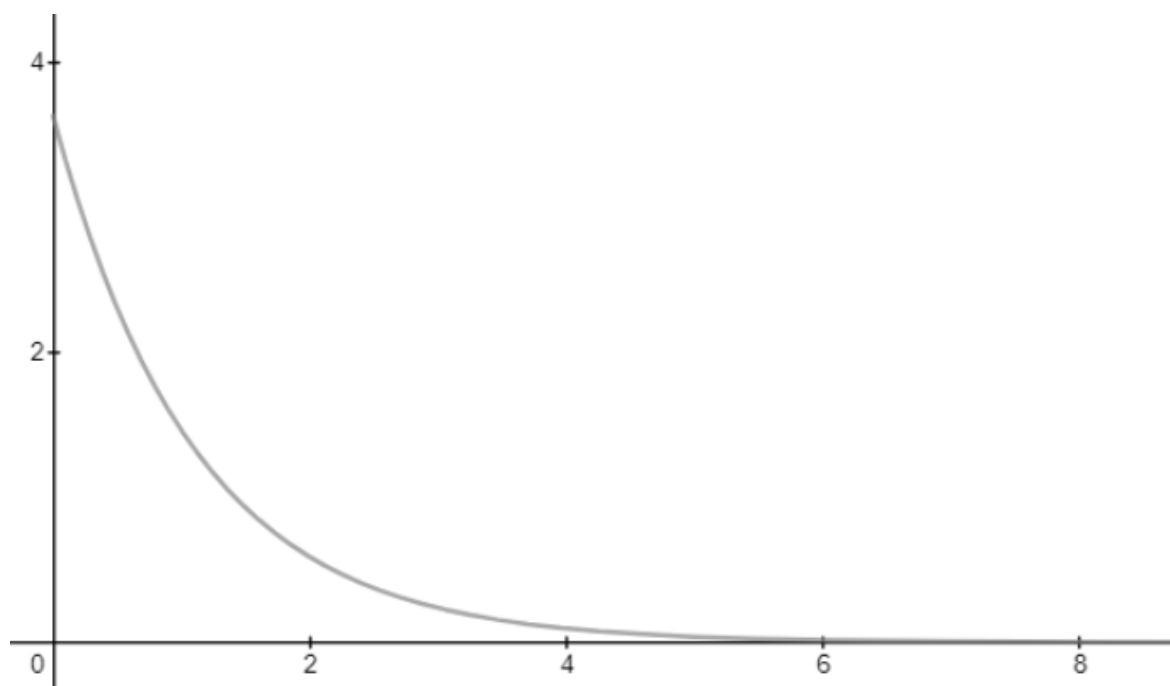


Рис.24 - График переходной функции инерционного дифференцирующего звена.

4.2 Графики весовой $w(t)$ функции:

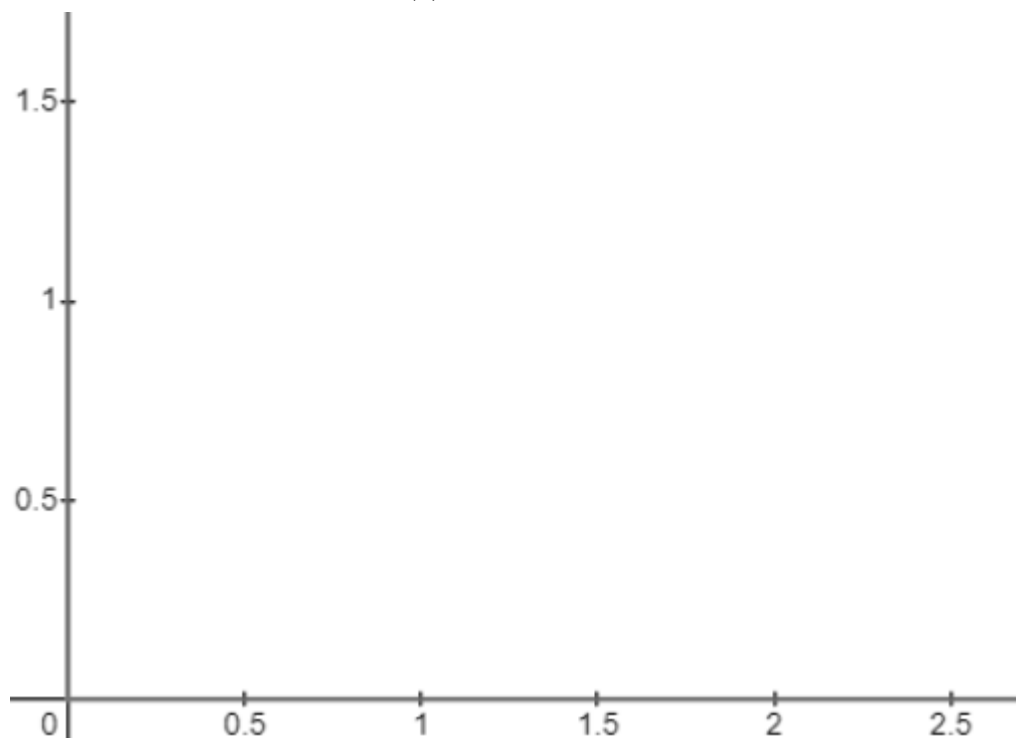


Рис.25 - График импульсной переходной функции пропорционального звена.

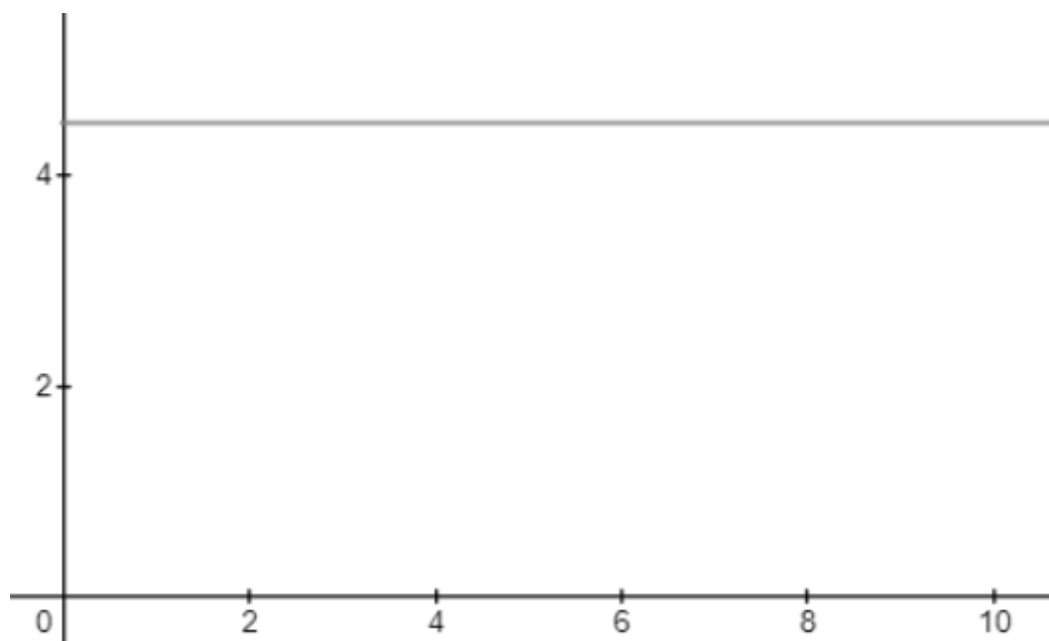


Рис.26 - График импульсной переходной функции идеального интегрирующего звена.

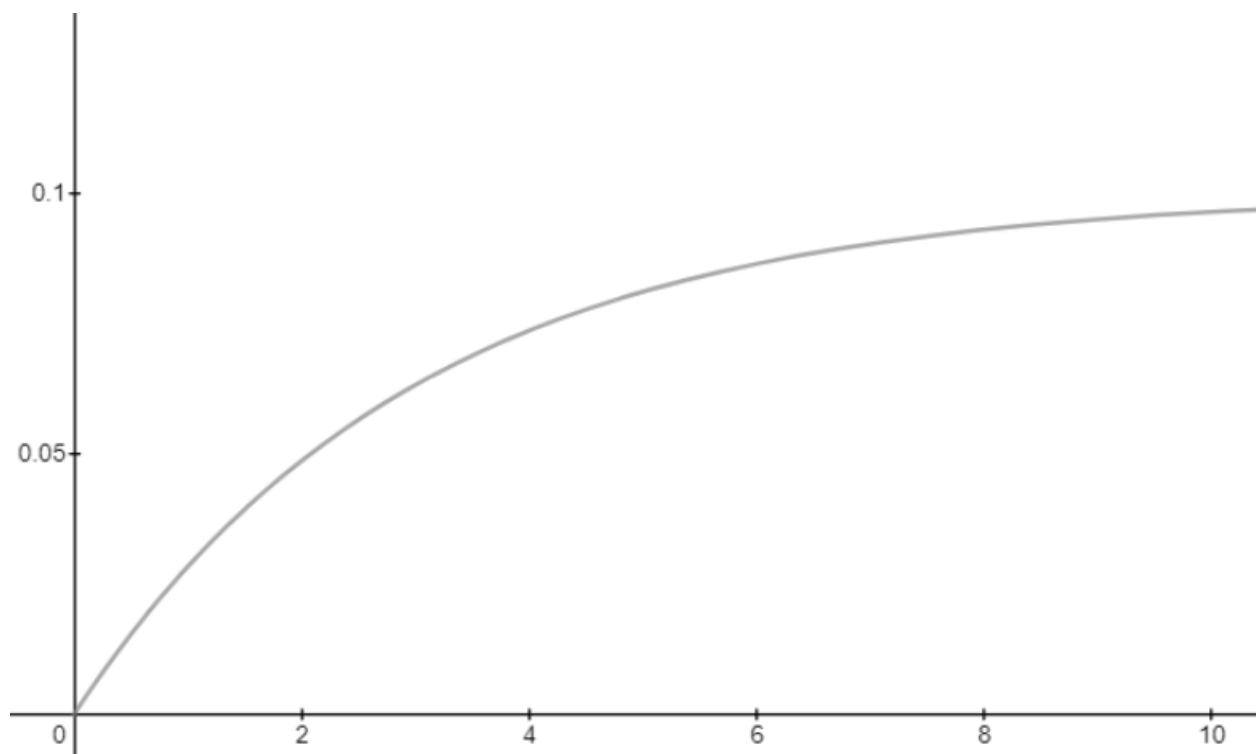


Рис.27 - График импульсной переходной функции инерционного интегрирующего звена.

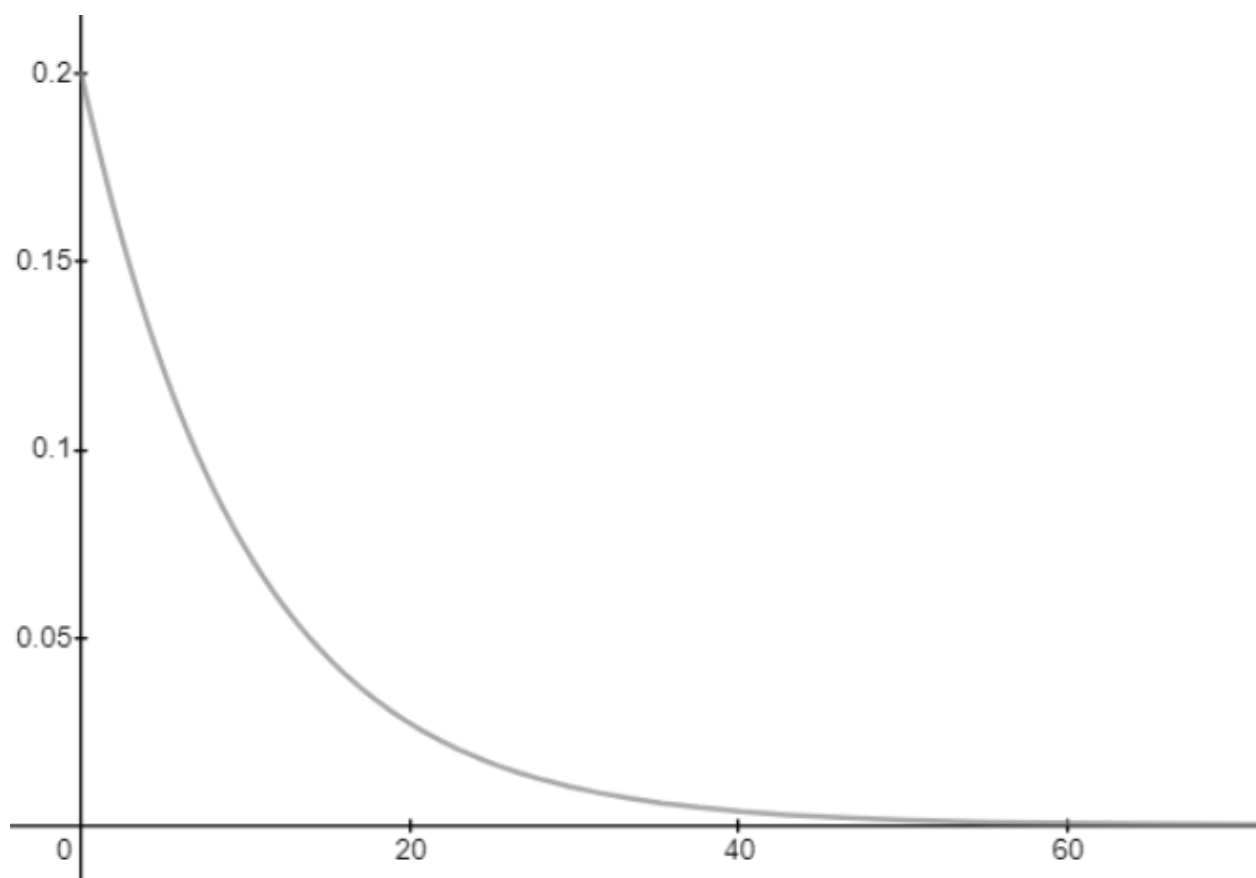


Рис.28 - График импульсной переходной функции инерционного звена первого порядка (апериодическое).

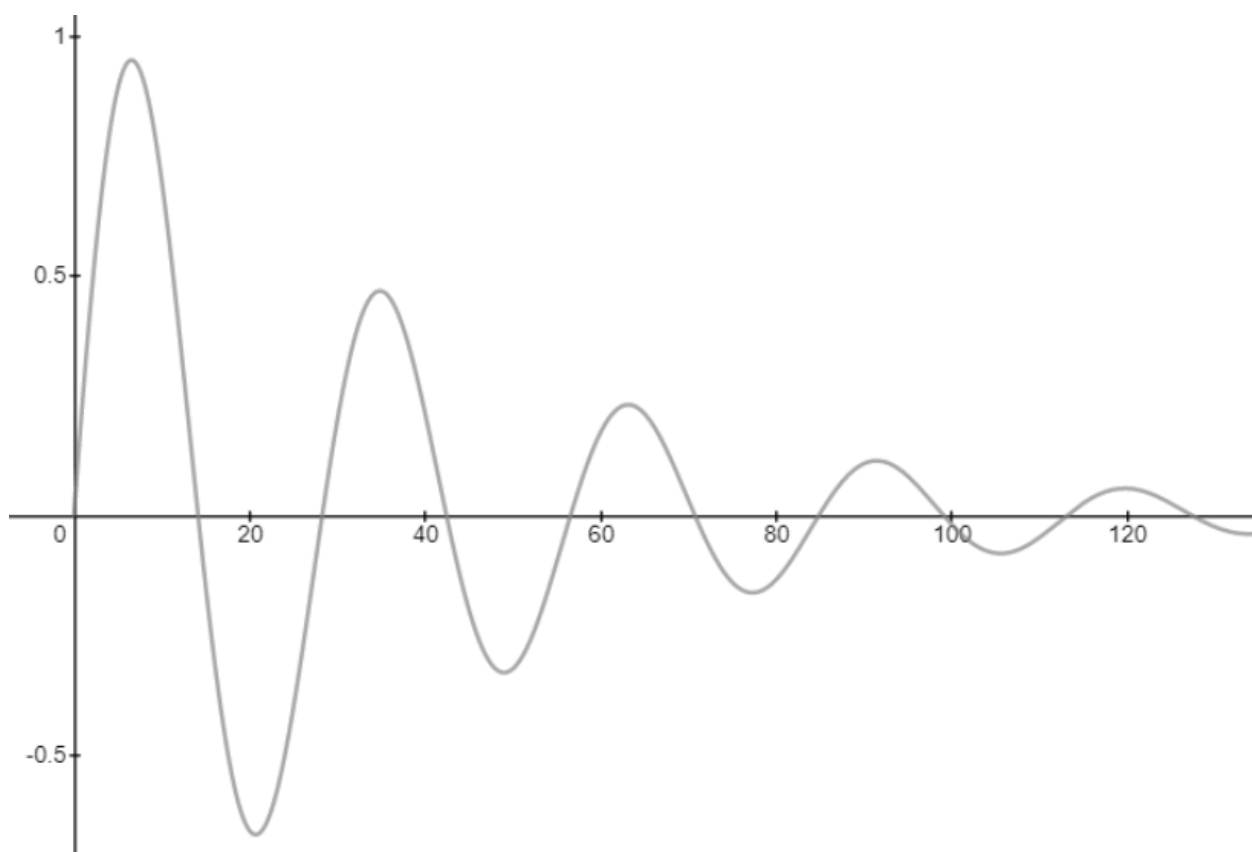


Рис.29- График импульсной переходной функции инерционного звена второго порядка.

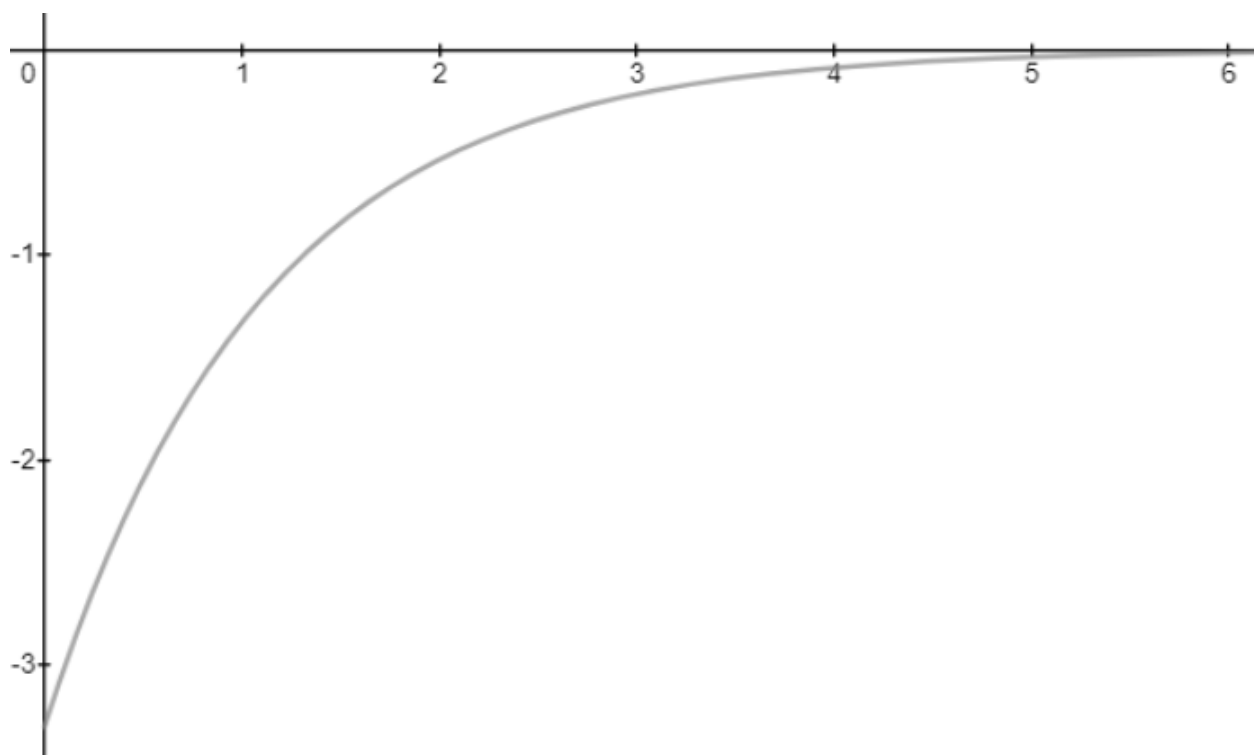


Рис.30 - График импульсной переходной функции инерционного дифференцирующего звена.

2. Выводы:

В ходе выполнения лабораторной работы мы изучили типовые динамические звенья и используя Matlab построили графики переходной ($h(t)$) и весовой ($w(t)$) функций, а также их частотные характеристики. Рассмотрели звенья при разных входных сигналах. Переходную функцию и импульсную функцию получили 2 способами:

- 1) Самостоятельно рассчитали из ПФ.
- 2) С помощью Matlab.

Из графиков аналитического решения и решения с помощью Matlab наблюдаются одинаковые переходные процессы при разном входном сигнале. В результате работы мы вычислили частотные характеристики и с помощью Matlab получили графики амплитуды и фазы динамических звеньев.