

Первое задание

Выполнял: Зернов Данил

Вариант 3

$$y = \frac{1}{Ax + B},$$

по заданным точкам $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ для $n = 10$.

Значения (x_i, y_i) необходимо сгенерировать, взяв *целые* x_i из указанного диапазона и добавив к предложенной функции $y(x_i)$ случайную помеху одного из двух типов:

- равномерно распределённую на отрезке $(-\varepsilon, \varepsilon)$.

3. Использовать функцию (3) при $x > -B/A$, $A = 2$, $B = -3$ и $\varepsilon = 0.2 \min |y_i|$. Метод наименьших квадратов реализовать методом 1.

В рамках выполнения первого проекта четвертого семестра по Численным методам была написана программа, реализующая метод наименьших квадратов с использованием QR разложения матрицы.

1) Перед началом программирования необходимо было линеаризовать систему относительно параметров A и B .

$$y = \frac{1}{Ax + B} \Rightarrow Ax + yB = 1$$

Тогда матрица системы примет вид:

$$A = \begin{pmatrix} y_1 * x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots \\ y_n * x_n & y_n \end{pmatrix}$$

А вектор-столбец b будет просто столбцом из n единиц.

2) Для формирования дата сета случайно выбирались x из интервала от 2 до 20 в количестве 10 штук, на их основе подставляя данные значения A и B вычислялись соответствующие y . Шум в датасет для y добавлялся на основе следующей формуле:

$$noise = -0.2 * \min |y_i| + 2 * 0.2 * \min |y_i| * rand(1, n)$$

Так как функция `rand` в матлабе является равномерно распределенной случайной величиной принимающей значения от 0 до 1, то эта конструкция эквивалентна равномерному распределению на отрезке $(-\varepsilon, \varepsilon)$.

3) Далее на основе QR разложения матрицы A были найдены коэффициенты. В зависимости от итерации запуска программы выходные данные отличаются (из-за случайной генерации шума). Пример одной из самой лучшей генерации в ней $A_{MKN} = 2.0096$, $B_{MKN} = -3.0141$ (рис.1).

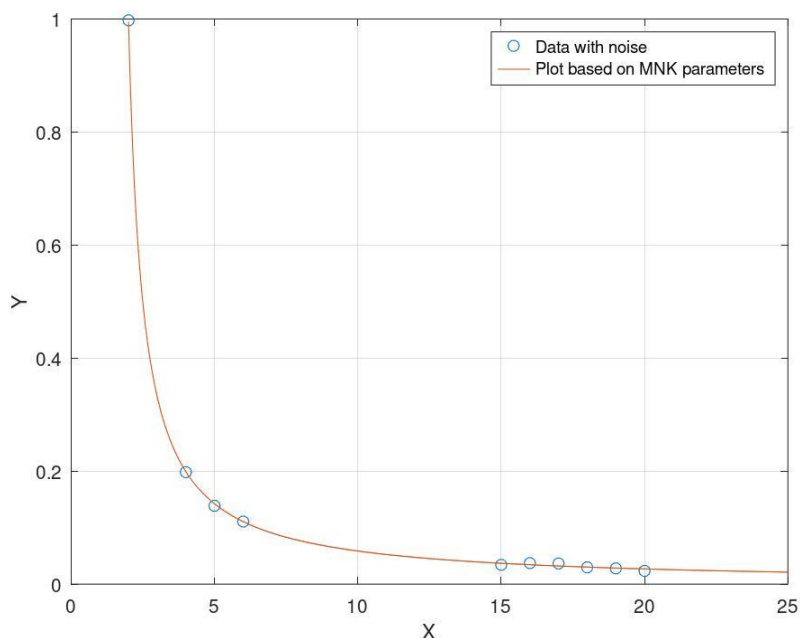


Рис.1

4) Также данная задача была выполнена для фиксированной сетки x от 2 до 11 включительно (рис.2)

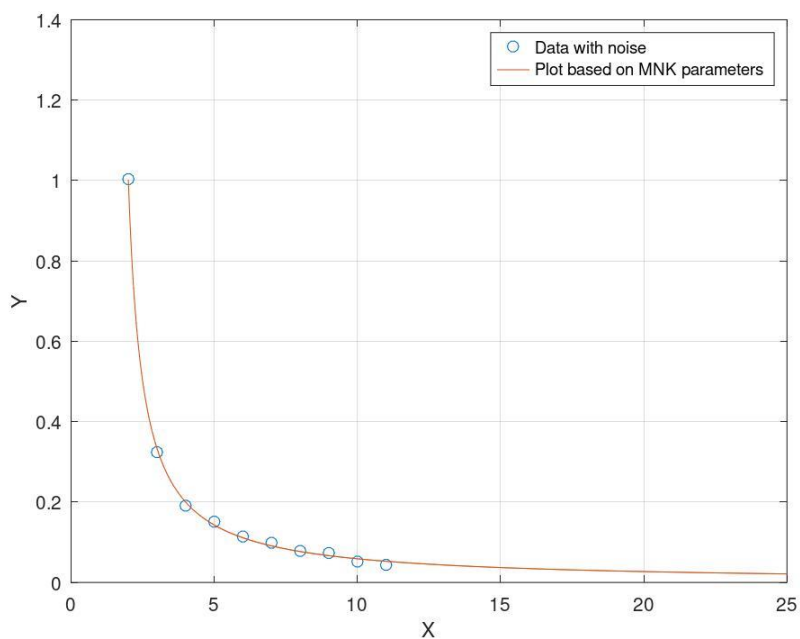


Рис. 2

В качестве результатов работы прилагается код.