

Третье задание

Выполнял: Зернов Данил

Вариант 6

6. Критическая масса может быть уменьшена путем окружения делящегося материала неактивным материалом, рассеивающим нейтроны. Для задачи диффузии нейтронов на прямой с условиями Дирихле измените систему, расширив отрезок до $[-aL/2, aL/2]$, но с $C = 0$ для $|x| > L/2$. С помощью численного эксперимента найдите критическую длину для этой системы при $a = 2, 4$ и 10 . Постройте графики для средней плотности от времени для суб- и суперкритического случаев.

В рамках выполнения третьего проекта по численным методам, было необходимо смоделировать задачу диффузии нейтронов на прямой с условиями Дирихле, изменив систему, расширив отрезок в a раз, после чего было необходимо с помощью численного эксперимента найти критическую длину при различных значениях параметра a .

- 1) На первом этапе было необходимо выписать разностную схему для уравнения: $U_t = CU_{xx} + DU$ на отрезке $[-L/2, L/2]$.

$$\frac{U_i^{k+1} - U_i^k}{\Delta t} = C * \frac{U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k}{\Delta x^2} + DU_i^k$$

Преобразованиями получаем:

$$U_i^{k+1} = C \frac{\Delta t}{\Delta x^2} U_{i-1}^k + \left(1 - 2 * C \frac{\Delta t}{\Delta x^2} + D\Delta t\right) U_i^k + C \frac{\Delta t}{\Delta x^2} U_{i+1}^k$$

Эту формула лежит в основе метода solve в решении. Также для расширения отрезка был получен массив значений C (обнуляющийся вне области $|x| < L/2$). Так как краевые условия Дирихле то U в начале и конце отрезка должна быть всегда равна нулю.

- 2) Первым делом после написания программы были выбраны параметры $C = 36$, $D = 1$. Был проведен численный эксперимент при $a = 1$, то есть без неактивного материала, согласно теории для этого случая: $L_{crit} = \pi * \sqrt{C/D} = \pi * 6 \approx 18,84956$. И действительно при $L = 19$ (рис.1) наблюдается самопроизвольная реакция, а при $L = 18$ (рис.2) субкритическое состояние.

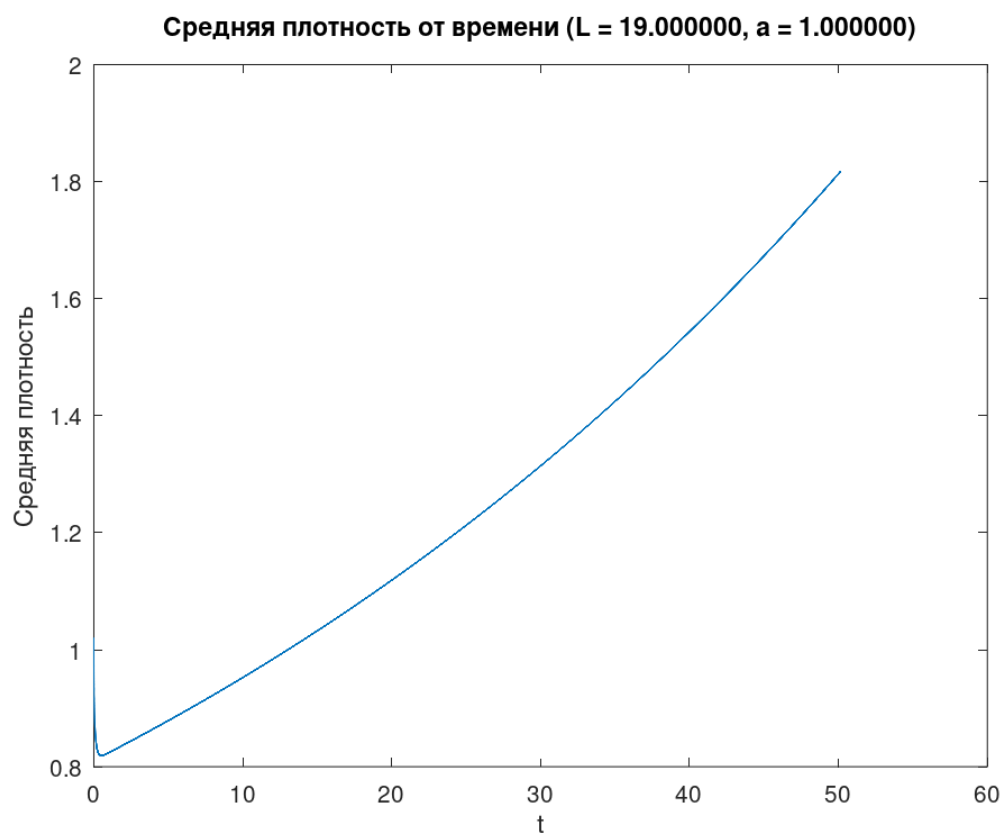


Рис. 1

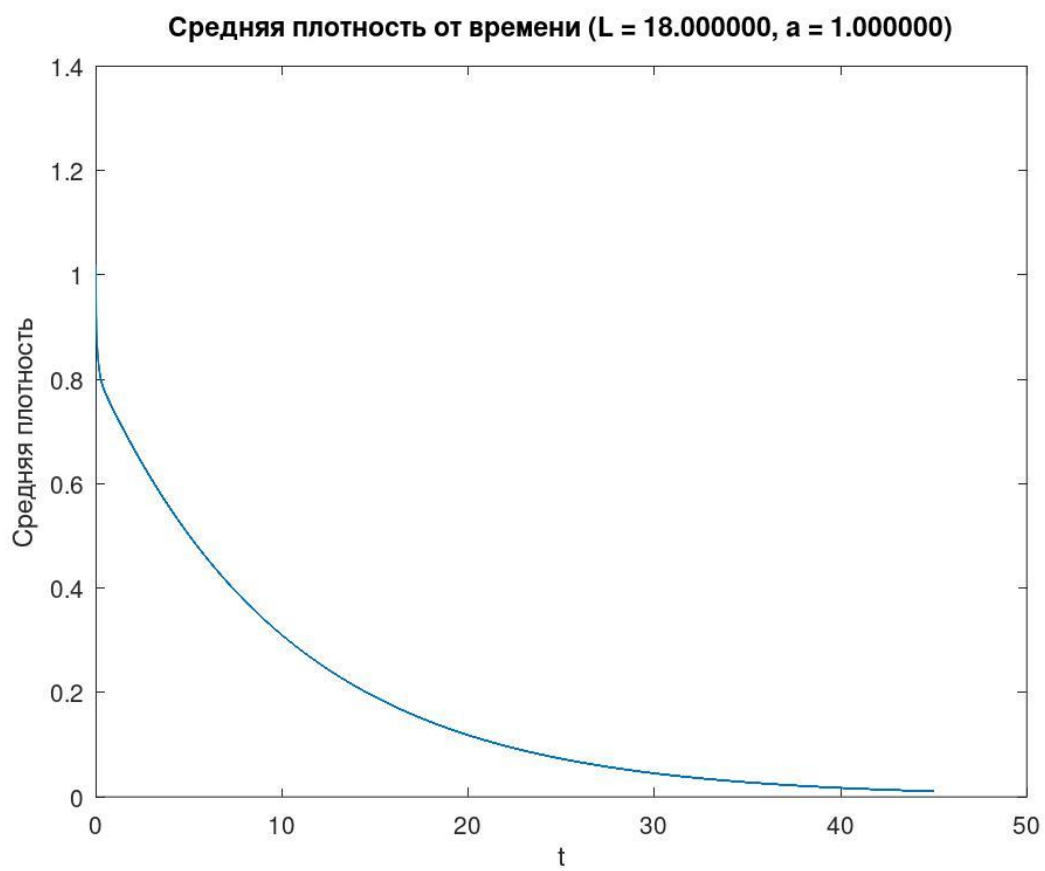


Рис. 2

3) В дальнейшем, как и предполагалось в задании были проведены серии экспериментов с различными значениями параметра a [2,4,10]. (рис.3 – рис.8).

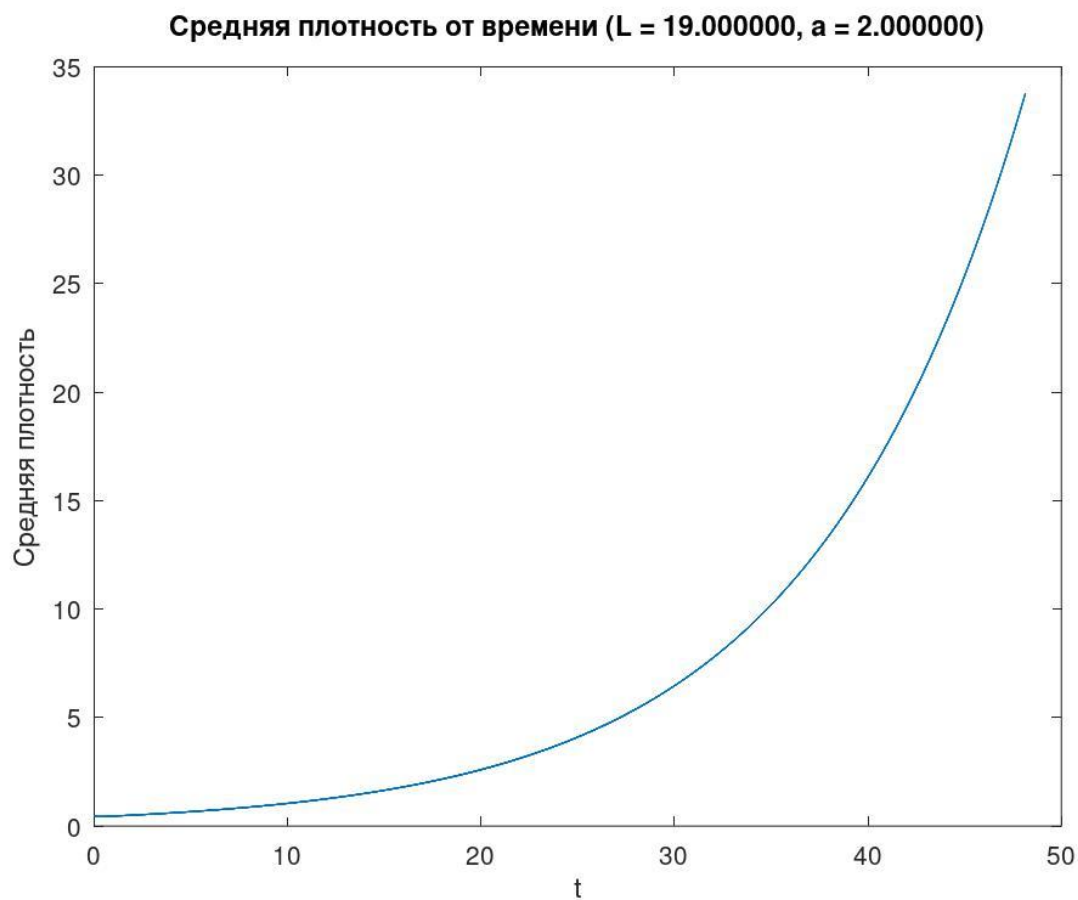


Рис 3 Суперкритическое состояние для $a = 2$

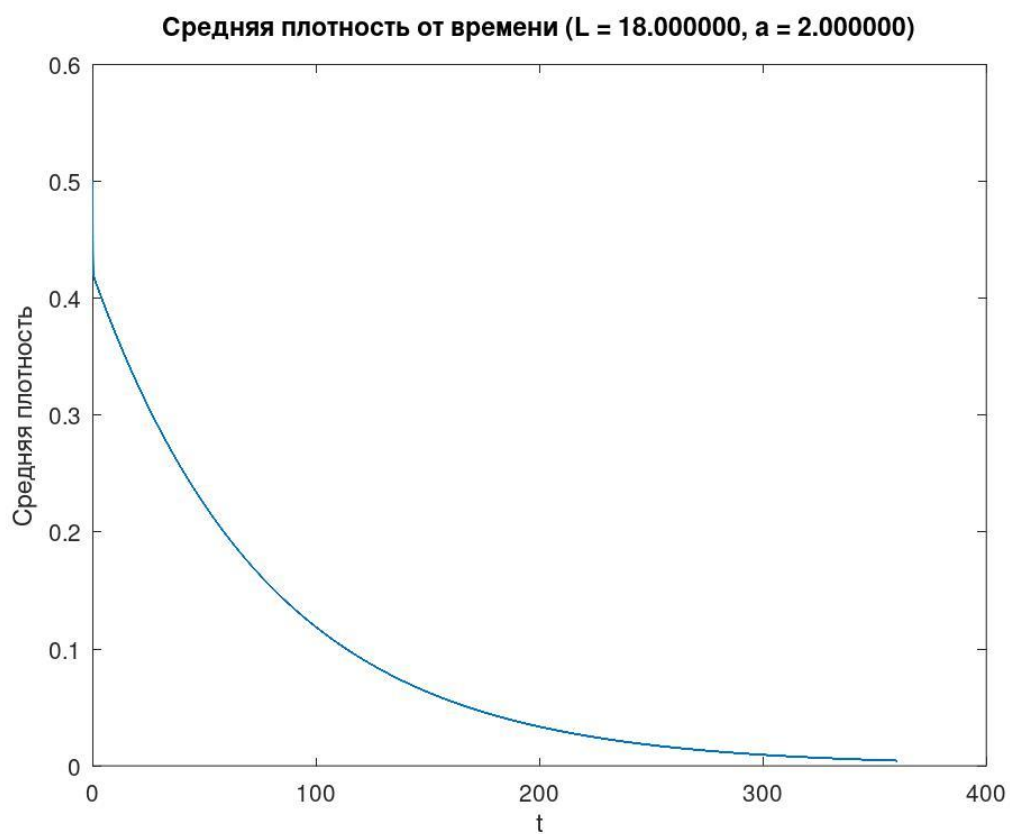


Рис 4 Субкритическое состояние для $a = 2$

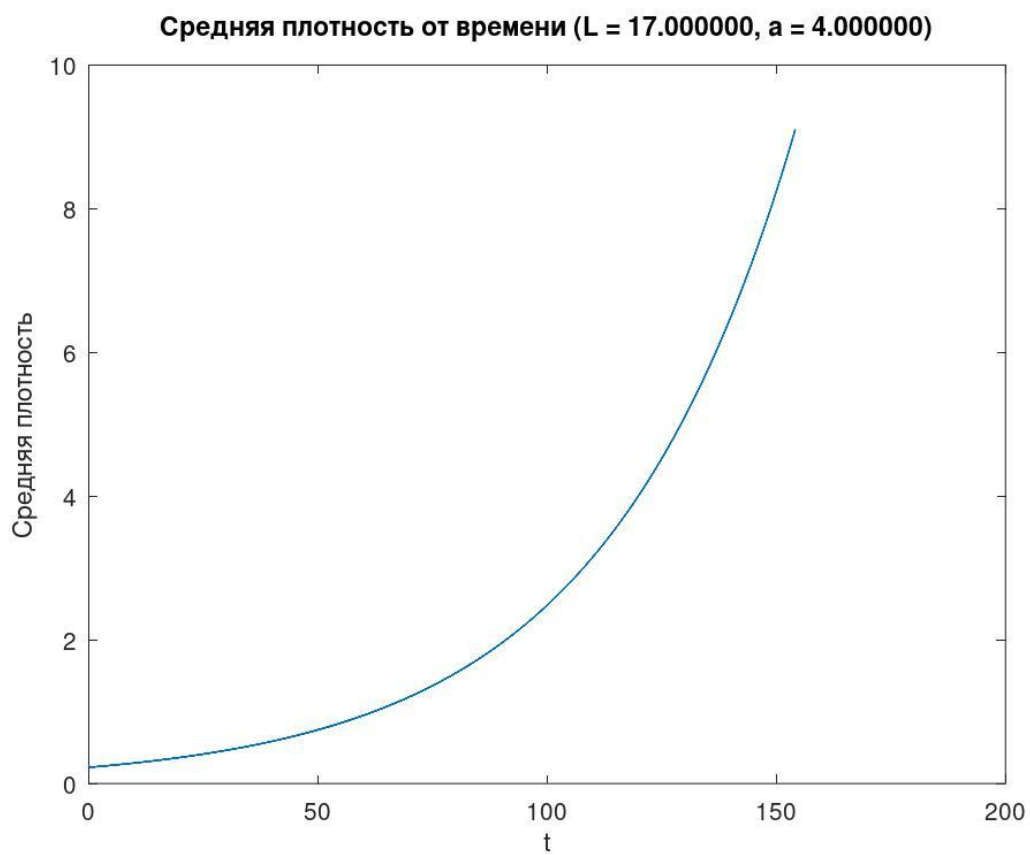


Рис 5 Суперкритическое состояние для $a = 4$

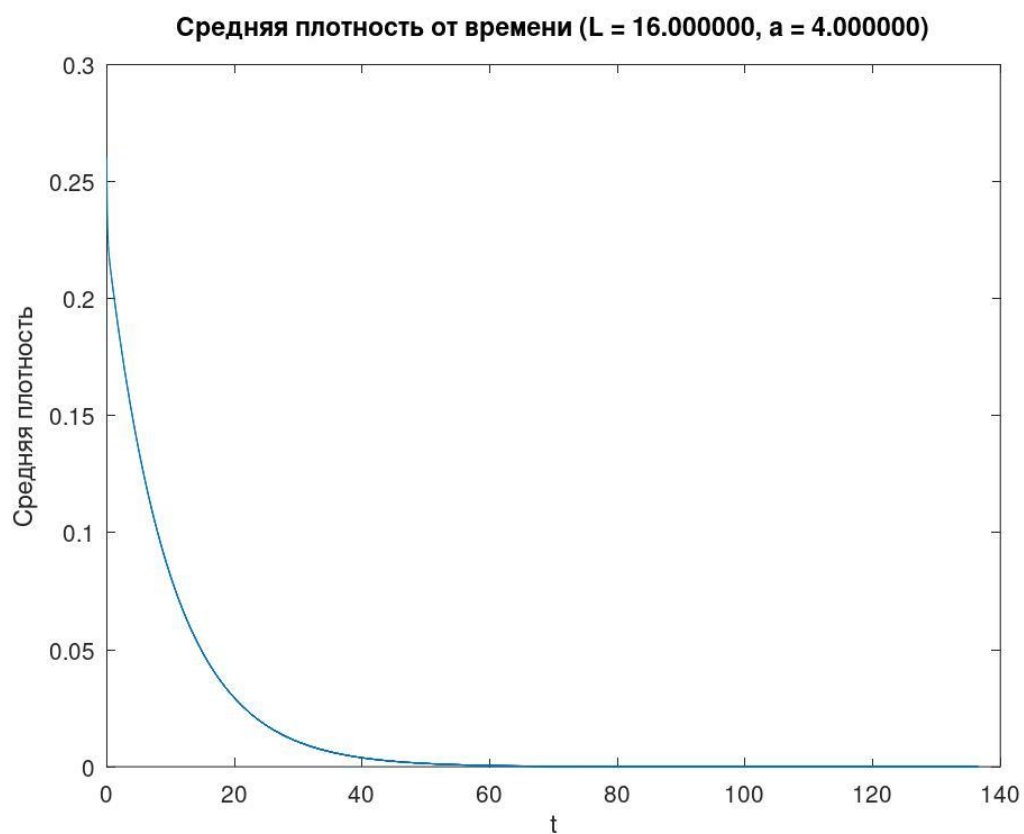


Рис 6 Субкритическое состояние для $a = 2$

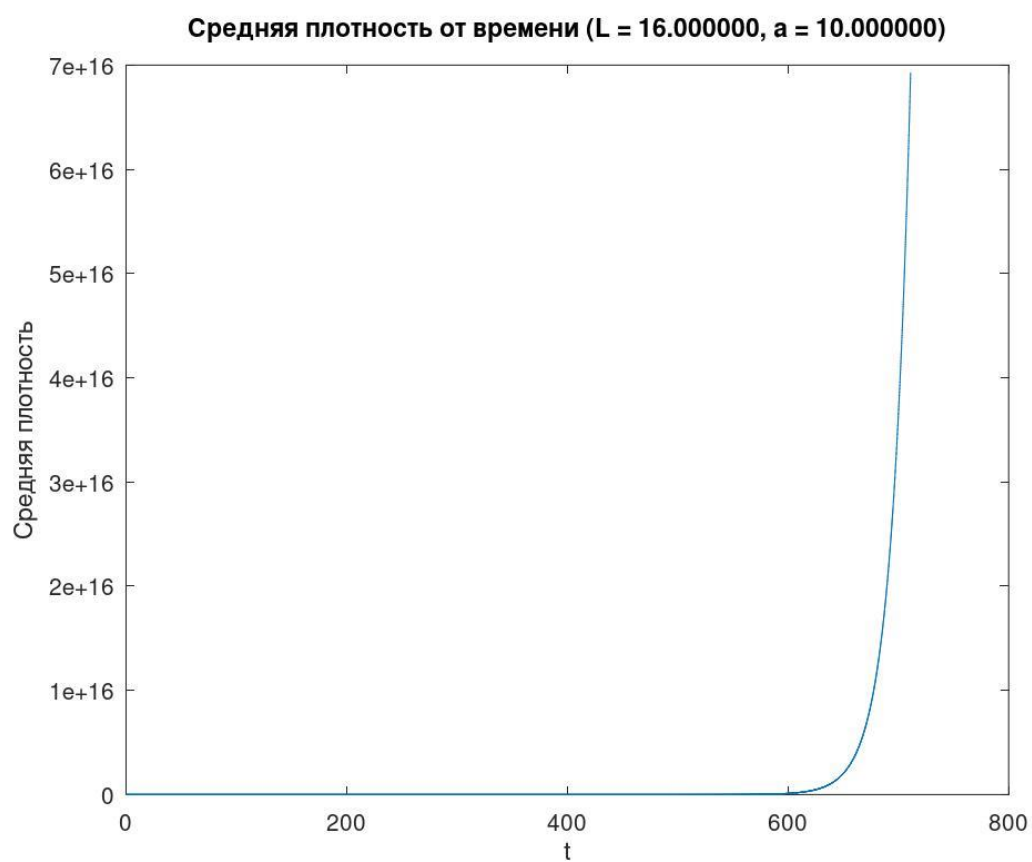


Рис 7 Суперкритическое состояние для $a = 10$

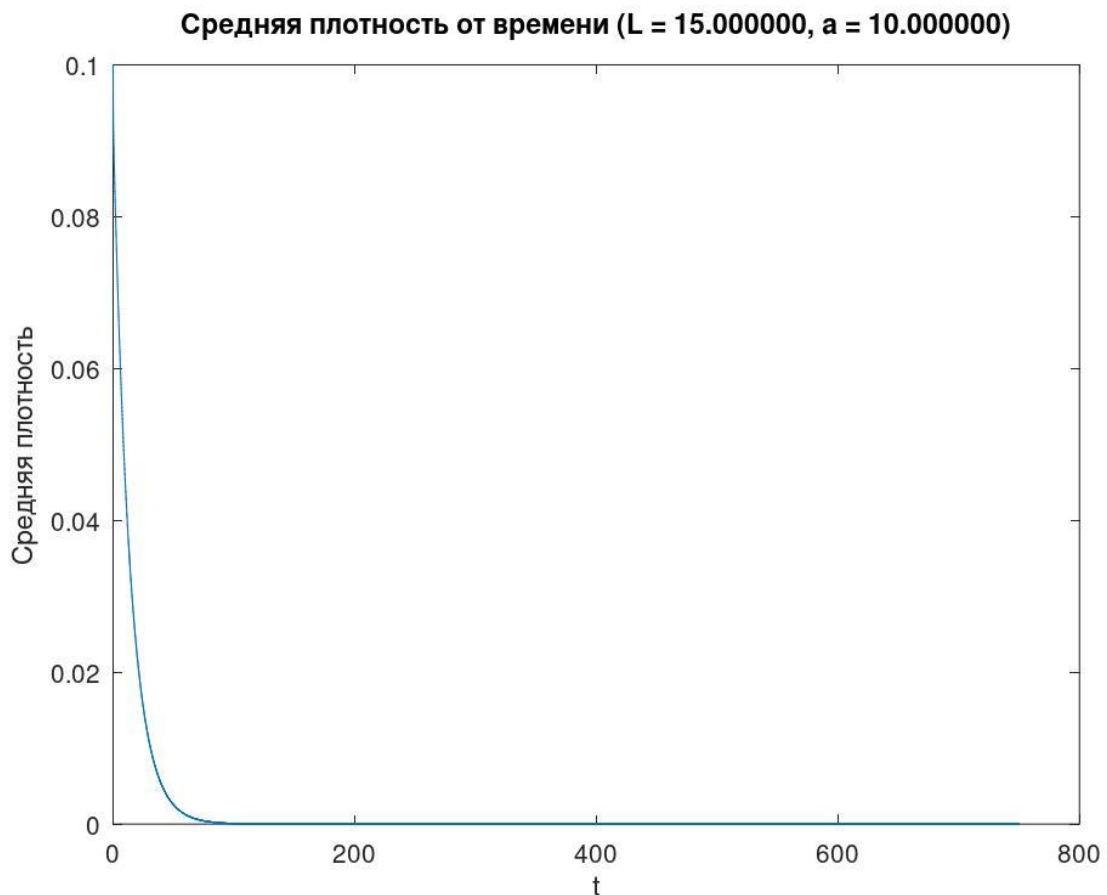


Рис 6 Субкритическое состояние для $a = 10$

*Прим: Данные графики были получены при параметре $K \sim 10000$, чтобы проверяющие смогли запустить решение за адекватное время в программе $K = 1200$, графики получаются менее наглядными, но общие тенденции на них все равно видны.

4) Анализ результатов: Для параметров $a [1, 2, 4, 10]$ были получены следующие критические длины $[19, 19, 17, 16]$. Видно, что с ростом толщины неактивного материала уменьшается критическое расстояние, а критическая масса M связана с критической длиной L следующей зависимостью $M \sim L^k$, где k – константа зависящая от материала, принимающая значение > 1 . Стоит также пояснить, что несмотря на то что для $a = 1, 2$ критическая длина одинакова, по графикам видно, что в случае с $a = 2$ суперкритическое состояние достигается сильно быстрее. Итого: Можно сделать вывод из численных экспериментов, что обкладка из неактивного материала теоретически уменьшает критическую массу. В качестве результатов работы прилагается код решения.