

ЛР3: Преобразование яркости изображений и пространственная фильтрация.

Цель: Изменение яркости, синтез и использование цифровых фильтров в задачах обработки изображений.

Теоретическая часть

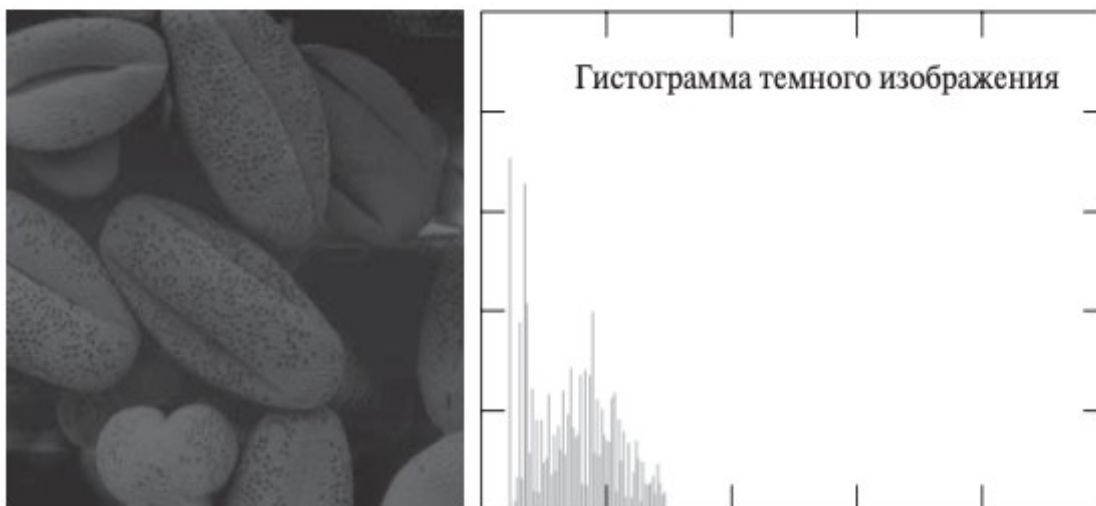
Глобальная эквализация гистограммы

Гистограммой цифрового изображения с уровнями яркости в диапазоне $[0, L - 1]$ называется дискретная функция:

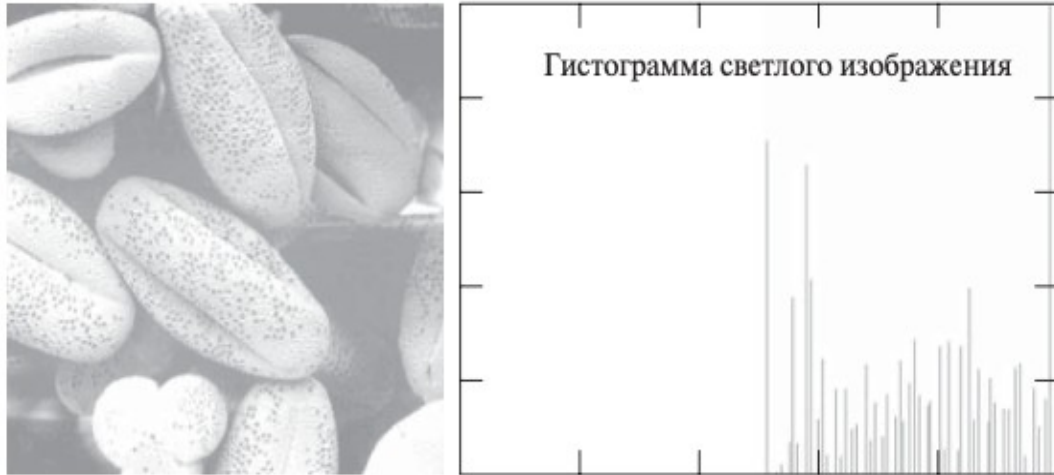
$p(r_k) = n_k / MN$	(1.1)
---------------------	-------

где $p(r_k)$ — оценка вероятности появления пикселя со значением яркости r_k ; r_k — k -й уровень яркости, а n_k — число пикселей на изображении, имеющих яркость r_k ; MN — число пикселей изображения. Сумма всех значений нормированной гистограммы равна единице.

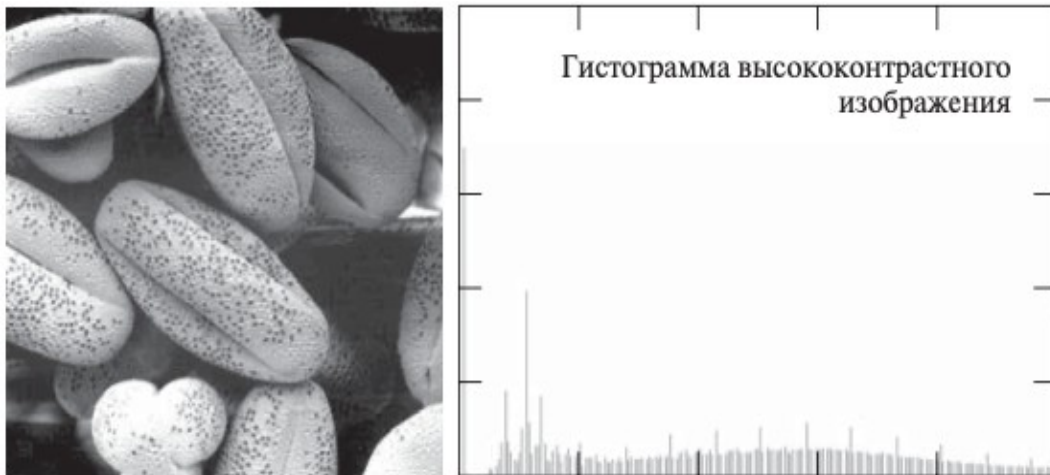
На гистограмме темного изображения ненулевые уровни сконцентрированы в области низких (темных) значений диапазона яркостей.



Аналогично значимые уровни гистограммы светлого изображения смещены к верхней части диапазона.



Изображение, у которого распределение значений элементов близко к равномерному и занимает весь диапазон возможных значений яркостей, будет выглядеть высококонтрастным и будет содержать большое количество полутонов.



Преобразование (отображение) выполняющее равномерное распределение элементов гистограммы называется *эквализацией* гистограммы:

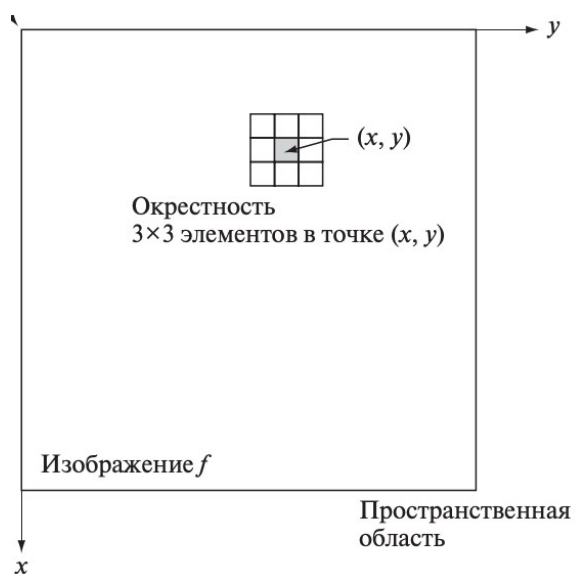
$s_k = T(r_k) = (L - 1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \frac{L - 1}{MN} \sum_{j=0}^k n_j$ $k = 0, 1, \dots, L - 1$	(1.2)
---	-------

где $p(r_k)$ — оценка вероятности появления пикселя со значением яркости r_k ; r_k — k -й уровень яркости, а n_k — число пикселей на изображении, имеющих яркость r_k ; MN — число пикселей изображения; L — максимально допустимое число уровней яркости на изображении (т.е. 256 для 8-битового изображения).

Обработанное (выходное) изображение получается отображением каждого пикселя входного изображения, имеющего яркость g_k , в соответствующий элемент выходного изображения со значением s_k .

Локальная эквализация гистограммы

Рассмотренный ранее метод гистограммной обработки являлся глобальными, что означало построение функции преобразования на основе анализа распределения яркостей по всему изображению. Хотя такой глобальный подход и пригоден для улучшения в целом, существуют случаи, когда приходится улучшать детали на основе анализа малых областей изображения. Связано это с тем, что число пикселей в таких областях мало и не может оказывать заметного влияния на глобальную гистограмму. Решение состоит в разработке функции преобразования, основанной на распределении яркостей по окрестности каждого элемента изображения.



Локальная гистограммная обработка состоит из шагов:

1. Задается окрестность с центром в обрабатываемом элементе и центр этой окрестности передвигается от точки к точке.
2. Для каждого нового положения окрестности подсчитывается гистограмма по входящим в нее точкам и находится функция преобразования эквализации гистограммы (1.2).
3. Выполняется преобразование только центрального элемента окрестности.
4. Центр окрестности перемещается на соседний пиксель и процедура повторяется.

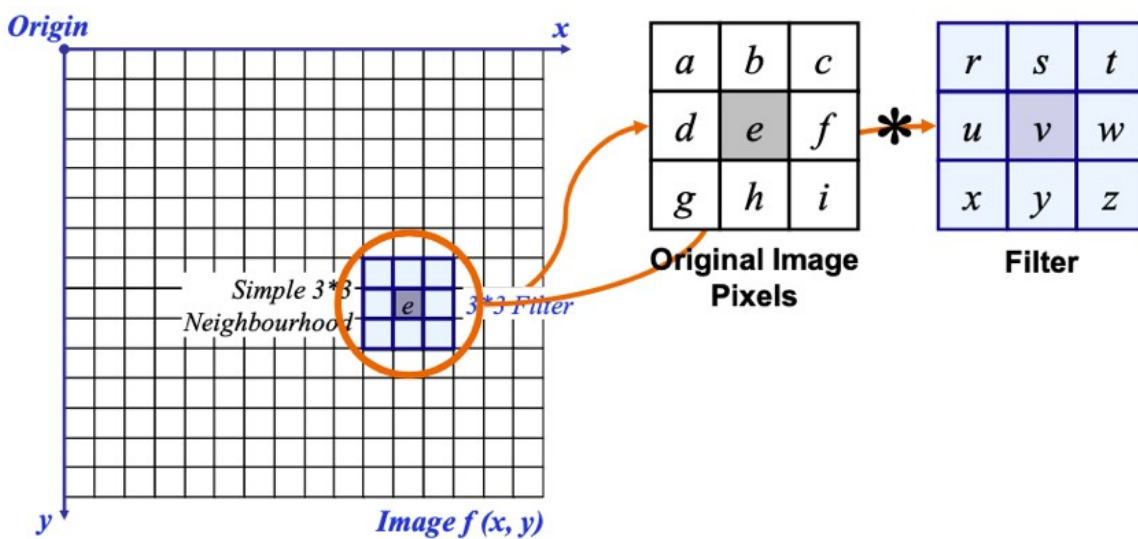
Пространственная фильтрация

Свертка фильтра $w(x, y)$ размерами $m \times n$ с изображением $f(x, y)$, обозначаемая как $w(x, y) * f(x, y)$, задается уравнением:

$$w(x, y) * f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x - s, y - t) \quad (1.3)$$

$$a = (m-1)/2, b = (n-1)/2$$

где $f(x, y)$ — исходное изображение; $w(x, y)$ — ядро фильтра; m и n — размер фильтра. Заметим, что центральный коэффициент $w(0, 0)$ стоит при значении пикселя в точке (x, y) .



$$I_{out} = az + by + cx + dw + ev + fu + gt + hs + ir$$

Сглаживающий фильтр

Для формирования линейного пространственного фильтра размерами $m \times n$ требуется задать mn коэффициентов маски. Выбор этих коэффициентов базируется на том, какие действия ожидаются от фильтра. Выход простейшего линейного сглаживающего (усредняющего) пространственного фильтра есть среднее значение элементов по окрестности, покрытой маской фильтра. Идея применения сглаживающих фильтров заключается в уменьшение «резких» переходов уровней яркости, поскольку случайный шум как раз характеризуется резкими скачками яркости. Коэффициенты сглаживающего фильтра рассчитываются следующим образом:

--	--

$$w(s, t) = \frac{1}{mn} \begin{cases} 1, & \text{if } -a \leq s \leq a; -b \leq t \leq b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.4)$$

$$a = (m-1)/2, b = (n-1)/2$$

где m и n — размер фильтра.

Медианная фильтрация

Медиана набора чисел есть такое число ξ , что половина чисел из набора меньше или равны ξ , а другая половина — больше или равны ξ . Чтобы выполнить медианную фильтрацию для элемента изображения, необходимо:

1. Упорядочить по возрастанию значения пикселей внутри окрестности.
2. Найти значение медианы. Для окрестности 3×3 элементов медианой будет пятое значение по величине, для окрестности 5×5 — тринадцатое значение и т.д.
3. Присвоить полученное значение обрабатываемому элементу.

Фильтр повышения резкости изображения

Главная цель повышения резкости заключается в том, чтобы усилить перепады и другие разрывы (например шумы) и не подчеркивать области с медленными изменениями уровней яркостей. Простейшим оператором повышения резкости, основанным на производных, является лапласиан (оператор Лапласа), который в случае функции двух переменных $f(x, y)$ определяется как:

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y) \quad (1.5)$$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Поскольку оператор Лапласа по сути является второй производной, его применение подчеркивает разрывы уровней яркостей на изображении и подавляет области со слабыми изменениями яркостей. Это приводит к получению изображения, содержащего сероватые линии на месте контуров и других разрывов, наложенные на темный фон. Но фон можно «восстановить», сохранив при этом эффект повышения резкости, достигаемый лапласианом. Для этого достаточно вычесть изображение-лапласиан из исходного изображения:

$g(x, y) = f(x, y) - \nabla^2 f(x, y)$	(1.6)
--	-------

Ход работы

1. Задание на эквализацию гистограммы:

- a) Подсказка: функции *unique*, *cumsum*.
- b) Загрузить все изображения (*1_1.tif* – *1_4.tif*) с помощью команды *imread*.
- c) Преобразовать изображение в тип *double*. Приводить изображения к диапазону $[0; 1]$ ненужно. Задавать диапазон входных яркостей изображения от 0 до 255.
- d) Рассчитать гистограмму изображения в соответствии с уравнением (1.1).
- e) Рассчитать значения s_k по формуле (1.2) и сохранить их в массиве *T*.
- f) Выполнить эквализацию гистограммы $s_k = T(r_k)$.
- g) Отобразить изображения и их гистограммы после эквализации с помощью команд *imshow*.

2. Задание на локальную эквализацию гистограммы:

- a) Загрузить изображение (*2_1.tif*) с помощью команды *imread*.
- b) Преобразовать изображение в тип *double*. Приводить изображения к диапазону $[0; 1]$ ненужно. Задавать диапазон входных яркостей изображения от 0 до 255.
- c) Дополнить исходное изображение нулями для правильной работы на границе изображения (*wextend*).
- d) Выполнить локальную гистограммную обработку для области размером 3x3 и 5x5 (см. теор. часть).
- e) Отобразить изображения с помощью команд *imshow*.

3. Задание на пространственную фильтрацию:

- a) Загрузить изображение (*3_1.tif*) с помощью команды *imread*.
- b) Преобразовать изображение в тип *double*. Приводить изображения к диапазону $[0;1]$ ненужно. Задавать диапазон входных яркостей изображения от 0 до 255.
- c) Написать функцию расчета 2D свертки *my_filt2d* в соответствии с уравнением (1.3).
- d) Рассчитать ядро сглаживающего фильтра размером 15×15 по формуле (1.4).
- e) Выполнить сглаживание тестового изображения.
- f) Отобразить изображение с помощью команд *imshow*.
- g) Выполнить пороговую обработку сглаженного изображения путем присвоения значения 255 всем пикселям большим 64, иначе присвоить значение 0.
- h) Отобразить изображение с помощью команд *imshow*.

4. Задание на медианную фильтрацию:

- a) Загрузить изображение (*4_1.tif*) с помощью команды *imread*.
- b) Преобразовать изображение в тип *double*. Приводить изображения к диапазону $[0;1]$ ненужно. Задавать диапазон входных яркостей изображения от 0 до 255.
- c) Рассчитать ядро сглаживающего фильтра размером 3×3 по формуле (1.4).
- d) Выполнить сглаживание тестового изображения.
- e) Выполнить медианную фильтрацию тестового изображения.
- f) Отобразить изображения с помощью команд *imshow*.

5. Задание на повышение резкости изображения:

- a) Загрузить изображение (*5_1.tif*) с помощью команды *imread*.
- b) Преобразовать изображение в тип *double*. Приводить изображения к диапазону $[0;1]$ ненужно. Задавать диапазон входных яркостей изображения от 0 до 255.
- c) Рассчитать ядро лапласиана размером 3×3 по формуле (1.5).
- d) Выполнить фильтрацию тестового изображения тестового изображения с помощью ядра фильтра.
- e) Отобразить изображение с помощью команд *imshow*.
- f) Добавить фон на изображение по формуле (1.6).
- g) Отобразить изображение с помощью команд *imshow*.