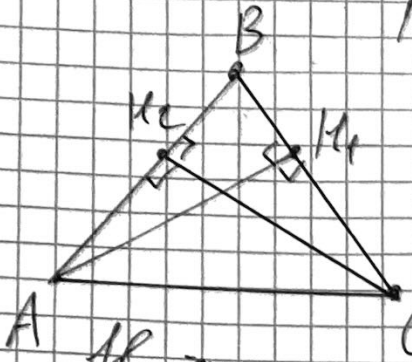
Дополнительные задачи

№ 271



$AH_1: 5x+3y-4=0$

$AH_2: 3x+8y+13=0$

Найдем уравнение $BC \perp AH_1$

$k_{AH_1} = -\frac{5}{3}$ $k_{\perp AH_1} = -\frac{1}{-\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$

$BC: (y-y_B) = k_{\perp AH_1}(x-x_B)$

$(y+5) = \frac{3}{5}(x+4)$

$y = \frac{3}{5}x + \frac{12}{5} - 5$

$y = \frac{3}{5}x - \frac{13}{5}$

$5y - 3x + 13 = 0$

Найдем уравнение $AB \perp CH_2$

$k_{CH_2} = -\frac{3}{8}$ $k_{\perp CH_2} = -\frac{-1}{\frac{3}{8}} = \frac{8}{3}$

$AB: (y-y_B) = k_{\perp CH_2}(x-x_B)$

$(y+5) = \frac{8}{3}(x+4)$

$y = \frac{8}{3}x + \frac{32}{3} - 5$

$3y - 8x - 17 = 0$

Найдем координаты точек A и C, т A - пересечение AB и AH_1

$\begin{cases} 3y-8x-17=0 \\ 5x+3y-4=0 \end{cases} \begin{cases} 3y = 8x+17 \\ 3y = -5x+4 \end{cases} \begin{cases} y=3 \\ x=-1 \end{cases}$

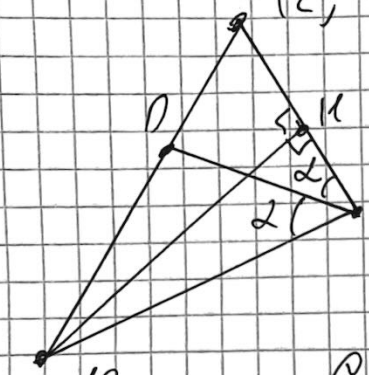
т C - пересечение BC и CH_2

$\begin{cases} 3x+8y+13=0 \\ 5y-3x+13=0 \end{cases} \begin{cases} 3x = -8y-13 \\ 3x = 5y+13 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

Составим уравнение прямой через A и C

$\begin{cases} -2 = k+b \\ 3 = -k+b \end{cases} \begin{cases} k = -\frac{5}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$ $2y+5x-1=0$

№274



Составим уравнение $BC \perp AH$

$k_{AH} = \frac{3}{4}$ $k_{\perp AH} = -\frac{1}{\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$

$BC: (y - y_B) = k_{\perp AH}(x - x_B)$

$(y + 1) = -\frac{4}{3}(x - 2)$

$y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3} - 1$

$y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

$3y + 4x - 5 = 0$

Найдем т. C - пересечение BC и CD

$\begin{cases} y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3} \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3} \\ y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow C(-1;3)$

Найдем угол между BC и CD; $tg\alpha = \left| \frac{k_{BC} - k_{DC}}{1 + k_{AB} \cdot k_{BD}} \right| =$

$= \left| \frac{-\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{1 + (-\frac{4}{3})(-\frac{1}{2})} \right| = -\frac{1}{2}$

Найдем направление $tg2\alpha$

$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = \frac{2 \cdot -\frac{1}{2}}{1 - (-\frac{1}{2})^2} = -\frac{4}{3}$; Найдем k_{AC} $k_{AC} = \frac{k_{BC} - tg2\alpha}{1 + k_{BC} \cdot tg2\alpha} =$

$= \frac{-\frac{4}{3} + \frac{4}{3}}{1 + (-\frac{4}{3})(-\frac{4}{3})} = 0$; $k_{AC} = 0$

Составим уравнение AC: $y = b$ $y = 3$

Найдем т. A - пересечение AH и AC

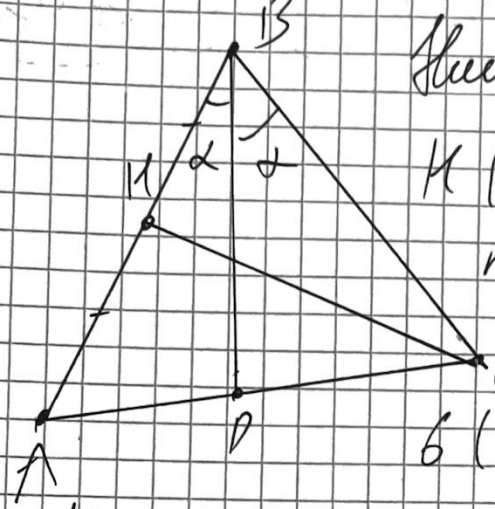
$\begin{cases} y = 3 \\ 3x - 4y + 27 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3 \\ 3x - 4 \cdot 3 + 27 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3 \\ x = -\frac{15}{3} \end{cases}$ $A(-5;3)$

Составим уравнение AB:

$\begin{cases} 3 = -5k + b \\ -1 = 2k + b \end{cases}$ $\begin{cases} 3 = -5k + b \\ 4 = -7k \end{cases}$ $\begin{cases} b = \frac{1}{7} \\ k = -\frac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{4}{7}x + \frac{1}{7}$

$7y + 4x - 1 = 0$

№ 278



Найдем координаты т. M.

$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$; $M\left(\frac{3 + x_B}{2}, \frac{-1 + y_B}{2}\right)$

подставим т.о в уравнение медианы.

$6\left(\frac{3 + x_B}{2}\right) + 10\left(\frac{-1 + y_B}{2}\right) - 59 = 0$; $3x_B + 5y_B - 55 = 0$

Можно заметить что бисс и CM $\cap$

$\begin{cases} 3x_B + 5y_B - 55 = 0 \\ x_B - 4y_B + 10 = 0 \cdot (3) \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_B + 5y_B - 55 = 0 \\ 3x_B - 12y_B + 30 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y_B = 5 \\ x_B = 10 \end{cases} \Rightarrow B(10; 5)$

Составим уравнение AB: $\begin{cases} 5 = 10k + b \\ -1 = 3k + b \end{cases}$ $\begin{cases} b = -\frac{25}{7} \\ k = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{6}{7}x - \frac{25}{7}$

$7y - 6x + 25 = 0$

Найдем угол между AB и BD

$tg\alpha = \left|\frac{k_{AB} - k_{BD}}{1 + k_{AB} \cdot k_{BD}}\right|$ где $k_{AB} = \frac{6}{7}$; $k_{BD} = \frac{1}{4}$

$= \frac{\frac{6}{7} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

Найдем направление BC

$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$

Найдем $k_{BC} = \frac{k_{AB} - tg2\alpha}{1 + k_{AB} \cdot tg2\alpha} = -\frac{2}{9}$

Уравнение BC $\begin{cases} k = -\frac{2}{9} \\ y = -\frac{2}{9}x + b \end{cases}$ $\begin{cases} k = -\frac{2}{9} \\ 5 = -\frac{2}{9} \cdot 10 + b \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{2}{9}x + \frac{65}{9}$

Найдем т C – пересечение BC и CH

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{9}x + \frac{65}{9} \\ y = -\frac{6}{10}x + \frac{59}{10} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{2}{9}x + \frac{65}{9} \\ 0 = -\frac{2}{9}x + \frac{6}{10}x + \frac{65}{9} - \frac{59}{10} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 8 \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{7}{2}, 8\right)$$

$$AC: \begin{cases} -1 = 3k + b \\ 8 = -\frac{7}{2}k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = 3k + b \\ -9 = 3k + \frac{7}{2}k \end{cases} \begin{cases} b = \frac{41}{13} \\ k = -\frac{18}{13} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{18}{13}k + \frac{41}{13}}$$