**Лабораторная работа № 2. Формирование инвестиционного портфеля**

Цель работы: научится формулировать математическую оптимизационную модель на примере формирования инвестиционного портфеля

**Теоретические сведения**

Математическая оптимизационная модель используется также и для задачи формирования инвестиционного портфеля.

Задача формирования инвестиционного портфеля заключается в следующем. Инвестор располагает некоторой денежной суммой, которую он может вложить в различные ценные бумаги (акции, облигации и т. д.), предлагаемые для продажи на фондовой бирже различными фирмами. Совокупность выбираемых инвестором ценных бумаг называется **инвестиционным портфелем**. Инвестор желает знать, какие ценные бумаги и в каком количестве ему следует приобрести, чтобы доходность сформированного инвестиционного портфеля была максимальной. Задача формирования инвестиционного портфеля является, по существу, задачей о составлении смеси, где конечным продуктом является инвестиционный портфель, представляющий собой смесь различных компонентов – ценных бумаг различных фирм.

**Ход работы**

Рассмотрим конкретный численный пример.

Инвестор располагает суммой в 100 *тыс. ден. ед.* и желает сформировать свой инвестиционный портфель, вложив ее в акции трех компаний I&J, K&L и M&N. Акции каждой компании характеризуются ожидаемым годовым доходом на одну акцию и ценой акции (таблица 2.1).

Инвестор предполагает вложить в акции все свои средства, причем в акции компании I&J — не менее 20 *тыс. ден. ед.,* в акции компании К & L – не менее 35 *тыс. ден.* *ед.*, а в акции компании М & N – не более 45 *тыс. ден. ед.*

Инвестору необходимо определить, акции каких компаний и в каком количестве ему следует приобрести, чтобы ожидаемая годовая прибыль инвестиционного портфеля была максимальной.

**Структурирование операции.** Критерием эффективности данной операции является ожидаемый суммарный годовой доход от покупки всех акций. Неуправляемые факторы – это цены акций и ожидаемый годовой доход на одну акцию.

Таблица 2.1 – Цена и годовая доходность акций трех компаний

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Акции  компаний | Цена одной  акции, *ден. ед./ ед.* | Ожидаемый годовой доход на одну акцию, *ден. ед./ед.* |
| I & J | 80 | 15 |
| К & L | 25 | 6 |
| М &N | 30 | 9 |

Управляемыми факторами являются компании, чьи акции инвестор может приобрести, а может и не приобрести, а также – количество акций, купленных у той или иной компании.

**Математическая модель.** Введем обозначения для переменных модели: х1 – количество акций, приобретенных у компании I&J, х2 – количество акций компании К&L и x3 — количество акций компании М&N.

*Целевая функция* представляет собой ожидаемый годовой доход инвестиционного портфеля, который равен сумме доходов от всех приобретенных акций 15 x1 + 6 х2 +9 х3 и который необходимо сделать, максимальным

F = 15 х1 + 6 х2 + 9 х3 —> max.

*Ограничения*. Поскольку инвестор желает вложить все имеющиеся у него средства (100 *тыс. ден. ед.*) в акции трех компаний, то должно быть выполнено балансовое равенство, согласно которому суммарная стоимость всех акций, приобретенных инвестором, должна равняться имеющейся у него сумме, то есть

80 х1 +25x2 + 30x3 = 100 000, *ден. ед.*

Следующие три ограничения относятся к суммам, которые ограничивают покупку акций тех или иных компаний. Поскольку инвестор направляет на покупку акций компании I & J не менее 35 *тыс. ден. ед.*, то затраты на покупку этих акций, равные 80 x1, должны быть больше минимально ассигнованной на эти акции суммы 35 тыс. ден. ед., поэтому ограничение будет иметь вид:

80 х1 > 20 000, *ден. ед*.

Аналогичное ограничение получим для покупки акций компании К & L

25 х2 > 35 000, *ден. ед*.

Что касается акций компании М & N, то инвестор наоборот желает, чтобы вложенные в них средства не превышали 45 тыс. ден. ед., что приводит в следующему ограничению:

30 х3 < 45 000, *ден. ед.*

И, наконец, количества покупаемых инвестором акций не могут быть отрицательными

х1 > 0, х2 > 0, х3 > 0.

Итак, оптимизационная математическая модель формирования инвестиционного портфеля имеет вид:

– целевая функция

F = 15 х1 + 6 х2 + 9 х3 —> max;

– ограничения

80х1 +25x2 + 30x3= 100 000, *ден. ед*.,

80 х1 > 20 000, *ден. ед*.,

25 х2 > 35 000, *ден. ед*.,

30 хз < 45 000, *ден. ед*.,

х1 > 0, х2 > 0, х3 > 0.

Оптимальное решение данной математической модели таково: сформированный инвестором инвестиционный портфель будет иметь максимальную величину ожидаемого годового дохода (Fmax = 25 650 *ден. ед*.), если приобретет акции компании I & J в количестве x1 = 250 *ед*., акции компании К & L в количестве x2 = 1400 *ед*. и акции компании М & N в количестве х3 = 1500 *ед*.

**Вариант задания**

Аналогичным образом решить следующую задачу.

Инвестор располагает суммой в 250 *тыс. ден. ед.* и желает сформировать свой инвестиционный портфель, вложив ее в акции трех компаний GEELY, LIFAN и HAVAL. Акции каждой компании характеризуются ожидаемым годовым доходом на одну акцию и ценой акции (таблица 2.2).

Инвестор предполагает вложить в акции все свои средства, причем в акции компании GEELY — не менее 45 *тыс. ден. ед.,* в акции компании LIFAN – не менее 125 *тыс. ден.* *ед.*, а в акции компании HAVAL – не более 80 *тыс. ден. ед.*

Инвестору необходимо определить, акции каких компаний и в каком количестве ему следует приобрести, чтобы ожидаемая годовая прибыль инвестиционного портфеля была максимальной.

Таблица 2.2 – Цена и годовая доходность акций трех компаний

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Акции  компаний | Цена одной  акции, *ден. ед./ ед.* | Ожидаемый годовой доход на одну акцию, *ден. ед./ед.* |
| GEELY | 15 | 10 |
| LIFAN | 25 | 15 |
| HAVAL | 20 | 8 |