

## Лабораторные задачи по теме : Циклы с контролем за монотонной величиной

Напишите программу приближенного просчета значения определенного интеграла функции < *столбец 2* > на промежутке [a; b] < *столбец 3* > методом < *столбец 4* > с точностью  $\varepsilon$  < *столбец 5* >, если известна первообразная функции < *столбец 6* >.

Спецификация ввода :

*a b  $\varepsilon$*

Спецификация вывода :

*h*

*количество точек*

*приближенное значение интеграла*

Таблица 1: Таблица заданий к лабораторной работе

№ варианта	Подынтегральная функция	Промежуток интегрирования	Метод численного интегрирования	Точность вычислений	Точное значение первообразной
	<b>f(x)</b>	<b>[a, b]</b>			<b><math>F(x) = \int_a^b f(x) dx</math></b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1	$\frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln x}}$	[1; 3.5]	Левых прямоугольников	0.001	$\frac{2}{3}(\ln x + 1)^{3/2} - 2(\ln x + 1)^{1/2} + \frac{4}{3}$
2	$tg^2 x + ctg^2 x$	$[\pi/6; \pi/3]$	Трапеций	0.0001	$tg x - ctg x - 2x - tg \frac{\pi}{6} + ctg \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}$
3	$\frac{1}{x \lg x}$	[2; 3]	Симпсона	0.00001	$2.3026(\ln \ln x - \ln \ln 2)$
4	$\frac{\ln^2 x}{x}$	[1; 4]	Ньютона	0.000001	$\frac{1}{3} \ln^3 x$

5	$\sqrt{e^x - 1}$	$[0; \ln 2]$	Правых прямоугольников	0.001	$2\sqrt{e^x - 1} - 2\arctg\sqrt{e^x - 1}$
6	$xe^x \sin x$	$[0; 1]$	Трапечий	0.0001	$\frac{x e^x (\sin x - \cos x) + e^x \cos x - 1}{2}$
7	$x \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$[0; 2]$	Симпсона	0.00001	$\frac{x (e^x + e^{-x})}{2} - \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
8	$\frac{1}{\sqrt{9 + x^2}}$	$[0; 2]$	Ньютона	0.000001	$\ln(x + \sqrt{x^2 + 9}) - \ln 3$
9	$\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$	$[1; 2.5]$	Средних прямоугольников	0.001	$\cos \frac{1}{x} - \cos 1$
10	$x \arctg x$	$[0; \sqrt{3}]$	Трапечий	0.0001	$\frac{x^2}{2} \arctg x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \arctg x$
11	$\arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}}$	$[0; 3]$	Симпсона	0.00001	$x \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} - \sqrt{x} + \arctg \sqrt{x}$
12	$x^x (1 + \ln x)$	$[1; 3]$	Ньютона	0.000001	$x^x - 1$
13	$\frac{1}{\sqrt{1 + 3x + 2x^2}}$	$[0; 1]$	Левых прямоугольников	0.001	$\frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{x + 0.75 + \sqrt{(x + 0.75)^2 - 0.0625}}{0.75 + \sqrt{0.5}}$
14	$\frac{\sqrt{x^2 - 0.16}}{x}$	$[1; 2]$	Трапечий	0.0001	$\sqrt{x^2 - 0.16} - 0.4 \arccos \frac{0.4}{x} - \sqrt{0.84} + 0.4 \arccos 0.4$
15	$2^{3^x}$	$[0; 1]$	Симпсона	0.00001	$\frac{1}{3 \ln 2} (2^{3^x} - 1)$

16	$\frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}}$	[0; 1]	Ньютона	0.000001	$\sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x - \ln(x + \sqrt{1+x^2})$
17	$\frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1}$	[0; 2]	Правых прямоугольников	0.001	$\frac{e^{2x}}{2} - e^x + x + 0.5$
18	$\sin^2 x$	[0; $\pi/2$ ]	Трапечий	0.0001	$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x$
19	$x^2 \sqrt{4-x^2}$	[0; 1.9999]	Симпсона	0.00001	$2 \arcsin \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin(4 \arcsin \frac{x}{2})$
20	$e^x \cos^2 x$	[0; $\pi$ ]	Ньютона	0.000001	$\frac{e^x}{2} \left(1 + \frac{2 \sin 2x + \cos 2x}{5}\right) - 0.6$
21	$(x \ln x)^2$	[1; e]	Средних прямоугольников	0.001	$\frac{x^3}{27} (9 \ln^2 x - 6 \ln x + 2) - \frac{2}{27}$
22	$\arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}}$	[0; 3]	Трапечий	0.0001	$x \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}$
23	$\frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^4 + 1}}$	[0; 1]	Симпсона	0.00001	$-\frac{\sqrt{2}}{2} \arcsin\left(\frac{\sin 2 \operatorname{arctg} x}{\sqrt{2}}\right)$
24	$\sin x \ln(\operatorname{tg} x)$	[1; 1.5]	Ньютона	0.000001	$\ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) - (\cos x)(\ln(\operatorname{tg} x)) -$ $\ln(\operatorname{tg} 0.5) + (\cos 1) \ln(\operatorname{tg} 1)$
25	$\frac{e^x(1 + \sin x)}{1 + \cos x}$	[0; 1.5]	Левых прямоугольников	0.001	$e^x \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

26	$\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$	$[0; \frac{3}{4}]$	Трапечий	0.0001	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\ln(\frac{1+\sqrt{2}}{2}) - \ln \frac{1-x+\sqrt{2(x^2+1)}}{2(x+1)})$
27	$\frac{1}{(3\sin x + 2\cos x)^2}$	$[0; 1]$	Симпсона	0.00001	$\frac{3}{26} - \frac{3\cos x - 2\sin x}{13(2\cos x + 3\sin x)}$
28	$(\frac{\ln x}{x})^3$	$[1; 2]$	Ньютона	0.000001	$-\frac{(\ln x)^3 + 3\frac{(\ln x)^2}{2} + 3\frac{\ln x}{2} + \frac{3}{4}}{2x^3} + \frac{3}{8}$
29	$\frac{x^3}{3+x}$	$[1; 2]$	Правых прямоугольников	0.001	$9x - \frac{3x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - 27\ln(3+x) - \frac{47}{6} + 27\ln 4$
30	$\frac{x}{x^4 + 3x^2 + 2}$	$[1; 2]$	Трапечий	0.0001	$\frac{1}{2}\ln \frac{x^2+1}{x^2+2} - \frac{1}{2}\ln \frac{2}{3}$

Таблица 2: Расчетные формулы

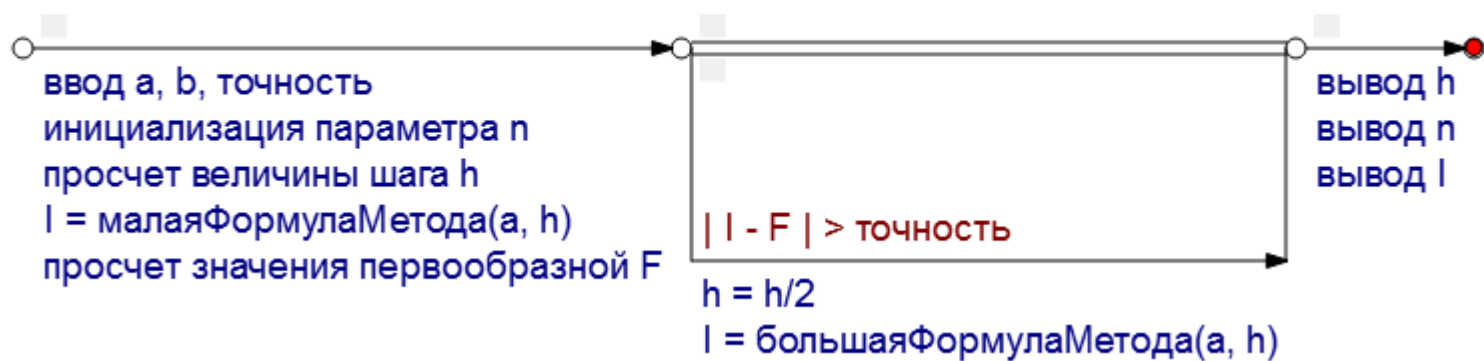
№ п/п	Метод численного интегрировани я	Малая формула	Большая формула
Обозначения:		$x_0 = a; x_i = a + ih; x_n = b, \text{ где } h = \frac{b-a}{n}; y_i = f(x_i), \text{ где } i = \overline{0, n}.$	

1	Левых прямоугольников	$I = y_0(b - a)$	$I = h \sum_{k=0}^{n-1} y_k, \quad h = \frac{b - a}{n}$
2	Средних прямоугольников	$I = y_{0.5}(b - a)$	$I = h \sum_{k=0}^{n-1} y_{k+0.5}, \quad h = \frac{b - a}{n}, \quad \text{где } y_{k+0.5} = f\left(\frac{x_k + x_{k+1}}{2}\right).$
3	Правых прямоугольников	$I = y_1(b - a)$	$I = h \sum_{k=0}^{n-1} y_{k+1}, \quad h = \frac{b - a}{n}$
4	Трапеций	$I = \frac{y_0 + y_1}{2}(b - a)$	$I = h \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} y_k \right), \quad h = \frac{b - a}{n}$
5	Симпсона	$I = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2),$ $h = \frac{b - a}{2}, \quad \text{т.е. } n = 2$	$I = \frac{h}{3} [y_0 + y_{2m} + 2 \sum_{k=1}^{m-1} y_{2k} + 4 \sum_{k=1}^m y_{2k-1},$ $h = \frac{b - a}{n} = \frac{b - a}{2m}$

6	Ньютона	$I = \frac{3h}{8} [y_0 + 3(y_1 + y_2) + y_3],$ $h = \frac{b-a}{3}, \text{ т.е. } n = 3$	$I = \frac{3h}{8} \left[ y_0 + y_{3m} + 2 \sum_{k=2}^m y_{3k-3} + 3 \sum_{k=1}^m (y_{3k-2} + y_{3k-1}) \right],$ $h = \frac{b-a}{n} = \frac{b-a}{3m}$
---	---------	---	---

*R-схема 1: Обобщенный алгоритм программы*

● **Обобщенный алгоритм численного интегрирования**



*C# - псевдокод алгоритма программы*

Обобщенный алгоритм численного интегрирования

```
{  
    ввод a, b, точность  
    инициализация параметра n  
    просчет величины шага h  
    I = малаяФормулаМетода(a, h)  
    просчет значения первообразной F  
    while(| I - F | > точность){  
        h = h/2  
        I = большаяФормулаМетода(a, h)  
    }  
    вывод h  
    вывод n  
    вывод I  
}
```