Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo 2

Lista de Fixação - Semana 05 - Módulo 01

Temas abordados: Soluções Polinomiais e Equação de Recorrência

Soluções canônicas são as soluções $y_1(x)$ e $y_2(x)$ as quais:
(a) Para $y_1(x)$ temos que: $y_1(0) = 0 = c_0$ e $y_1'(0) = 1 = c_1$
(b) Para $y_2(x)$ temos que: $y_2(0) = 1 = c_0$ e $y_2'(0) = 0 = c_1$

1) Seja

$$c_{n+2} = \frac{(n-3)}{(n+1)(n+4)} c_n$$

a equação de recorrência de uma EDO. Verifique se as soluções cânonicas são polinômios.

2) Considere o polinômio $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ e determine os coeficientes d_n do polinômio:

$$\sum_{n=0}^{\infty} d_n x^n = y''(x) - 2xy'(x) + \tfrac{1}{2} y(x)$$

3) Encontre a equação de recorrência da equação de Hermite

$$y''(x) - 2xy'(x) + \tfrac{1}{2} y(x) = 0$$

e verifique se as soluções canônicas são polinômios.

4) Mostre que a equação de recorrência da equação de Airy:

$$y''(x) = xy(x)$$

é dada por:

$$c_{n+2} = \frac{1}{(n+2)(n+1)} c_{n-1}$$

E verifique se as soluções canônicas são polinômios.

RESPOSTAS

1) $y_1(x)$ é um polinômio,$y_2(x)$ não é um polinômio.

2) $d_n = (n+1)(n+2)c_{n+2} - 2nc_n + \frac{c_n}{2}$

3) $c_{n+2} = \frac{(2n-\frac{1}{2})}{(n+1)(n+2)}c_n$, $y_1(x)$ e $y_2(x)$ não são polinômios.

4) $y_1(x)$ e $y_2(x)$ não são polinômios.