

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Частотні методи обробки зображень

Тема роботи: частотні методи обробки зображень в системі MATLAB.

Мета роботи: реалізувати основні частотні методи обробки зображень в середовищі MATLAB.

Теоретичні відомості

Для отримання образу зображення в частотній області використовується двомірне дискретне перетворення Фур'є:

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-i2\pi(ux/M + vy/N)}$$

де f – вихідне зображення розміром $M \times N$; F – його образ в частотній області; x та y – просторові змінні; u та v – частотні змінні.

Зворотне перетворення Фур'є виконується за формулою:

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{i2\pi(ux/M + vy/N)}.$$

Спектр $|F(u, v)|$, фаза $\phi(u, v)$ і енергетичний спектр $P(u, v)$ визначаються відповідно:

$$|F(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)},$$

$$\phi(u, v) = \arctg \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right],$$

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v).$$

Фільтрація зображень в частотній області

Фільтрація в частотній області виконується на основі теореми про згортку:

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) H(u, v),$$

де f та F – зображення та його образ у частотній області, отриманий за допомогою перетворення Фур'є; h та H – фільтр та його образ у частотній області відповідно. Подвійна стрілка вказує на те, що вираз зліва (просторова згортка) може бути отриманий застосуванням *зворотного* перетворення Фур'є до виразу справа (добуток $F(u, v) \cdot H(u, v)$ в частотній області) і, навпаки, вираз справа може бути отриманий застосуванням *прямого* перетворення Фур'є до виразу зліва.

Узагальнений алгоритм фільтрації зображень в частотній області

1. Отримати параметри розширення за допомогою `paddedsized`:

```
PQ = paddedsized(size(f));
```

2. Побудувати перетворення Фур'є з розширенням:

```
F = fft2(f, PQ(1), PQ(2));
```

3. Згенерувати функцію фільтра n розміром $PQ(1) * PQ(2)$:

```
H = lp_filter(...);    % НЧ фільтр
H = hp_filter(...);    % ВЧ фільтр
```

4. Помножити перетворення Фур'є на передатну функцію фільтра:

```
G = H .* F;
```

5. Знайти дійсну частину зворотного перетворення Фур'є від G :

```
g = real(ifft2(G));
```

6. Вирізати верхній лівий прямокутник вихідних розмірів:

```
g = g(1:size(f, 1), 1:size(f, 2));
```

Для зручності, процедура фільтрації за заданим відгуком фільтра (кроки 2, 4, 5 та 6) реалізована у функції `dftfilt` (див. [2]). Відгуки фільтрів у частотній області можна згенерувати автоматично функціями `lp_filter` та `hp_filter`. При роботі з Python всі відповідні функції реалізовано у пакеті `dftfilt.py`.

Відгуки основних фільтрів в частотній області

Табл. 2.1. Відгуки фільтрів в частотній області.

| Тип | НЧ | ВЧ |
|-------------|---|---|
| Ідеальний | $H(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{при } D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & \text{при } D(u, v) > D_0 \end{cases}$ | $H(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{при } D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & \text{при } D(u, v) > D_0 \end{cases}$ |
| Баттерворта | $H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}}$ | $H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0}{D(u, v)} \right]^{2n}}$ |
| Гауса | $H(u, v) = \exp \left[\frac{-D^2(u, v)}{2D_0^2} \right]$ | $H(u, v) = 1 - \exp \left[\frac{-D^2(u, v)}{2D_0^2} \right]$ |
| Лапаласа | — | $H(u, v) = -(u^2 + v^2)$ |

де $D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}$;

D_0 – частота (радіус) зрізу фільтрів;

n – порядок фільтру Баттерворта.

Порядок виконання роботи

1. У відповідності до наведених нижче завдань виконати обробку зображень (зображення та необхідні для їх обробки додаткові m-файли з функціями надаються окремо).
2. Провести експериментальні дослідження впливу параметрів фільтрації на якість результуючих зображень.
3. Представити процедури обробки зображень у вигляді m-файла.

Завдання

Виконати над заданими зображеннями:

1. НЧ фільтрацію ідеальним фільтром (файл – pic1.jpg);
2. НЧ фільтрацію фільтром Баттерворта (файл – pic1.jpg);
3. НЧ фільтрацію фільтром Гауса (файл – pic1.jpg);
4. ВЧ фільтрацію ідеальним фільтром (файл – pic1.jpg);

5. ВЧ фільтрацію фільтром Баттерворта (файл – `pic1.jpg`);
6. ВЧ фільтрацію фільтром Гауса (файл – `pic1.jpg`);
7. ВЧ фільтрацію лапласіаном (файл – `pic1.jpg`);
8. Виконати порівняння фільтрації в просторовій та частотній областях (файл – `pic2.jpg`);

Запитання для самоконтролю

1. На чому основана фільтрація зображень в частотній області.
2. Як на перетвореному зображенні-образі розташовані частоти.
3. В чому полягає суть функції `fftshift2`, навіщо потрібна ця функція, і коли вона має застосовуватись.
4. Наведіть повну процедуру фільтрації в частотній області.
5. Навіщо потрібне розширення зображень `paddedsize`.
6. Наведіть основні види НЧ-фільтрів.
7. Наведіть основні види ВЧ-фільтрів.
8. Що таке ефект «дзвону». Коли він виникає.
9. Як перейти від НЧ-фільтру до відповідного ВЧ-фільтру і навпаки.
10. Який вид фільтрації – частотна чи просторова є більш ефективною і коли.