MATEMÁTICA 2022

Programa do Ano Letivo

Objetivo:

Apresentação do plano cartesiano

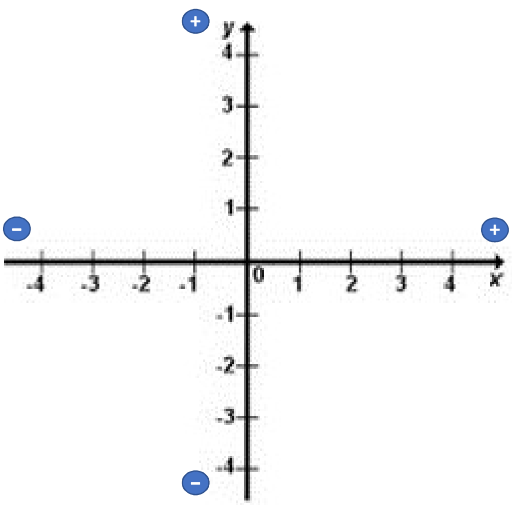
Agenda da aula:

Ao final desta aula você obterá....

Prof. Sergio Saragioto

ETEC ZL - MATEMÁTICA: 2020 -S1

Plano cartesiano



O sistema cartesiano chama-se assim em honra ao filósofo, científico e matemático René Descartes (1596-1650), quem procurou fundamentar o seu pensamento filosófico a partir de um ponto de partida sobre o qual edificar todo o conhecimento. Descartes é aliás considerado o criador da geometria analítica.

Num sistema de coordenadas linear, um ponto qualquer pode associar-se e ser representado com um número real (positivo se estiver à direita de O e negativo se estiver à esquerda).

O centro de coordenadas O corresponde ao valor 0.

22

Plano cartesiano

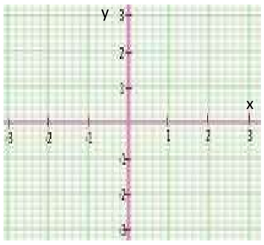
René Descartes deve ser considerado um gênio da Matemática, pois relacionou a Álgebra com a Geometria, o resultado desse estudo foi a criação do Plano Cartesiano.

Essa fusão resultou na Geometria Analítica. Descartes obteve grande destaque nos ramos da Filosofia e da Física, sendo considerado peça fundamental na Revolução Científica, por várias vezes foi chamado de pai da Matemática moderna.

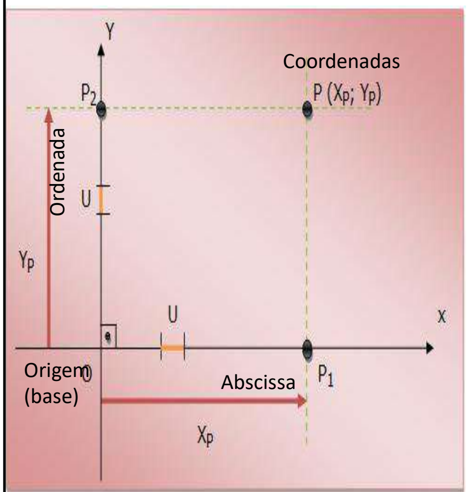
Ele defendia que a Matemática dispunha de conhecimentos técnicos para a evolução de qualquer área de conhecimento.

O Sistema de Coordenadas Cartesianas, mais comumente conhecido como Plano Cartesiano, consiste em dois eixos perpendiculares numerados, denominados abscissa (horizontal) e ordenada (vertical), que tem a característica de representar pontos no espaço.

Descartes utilizou o Plano Cartesiano no intuito de representar planos, retas, curvas e círculos através de equações matemáticas. Os estudos iniciais da Geometria Analítica surgiram com as teorias de René Descartes, que representavam de forma numérica as propriedades geométricas.



Plano cartesiano



Ao selecionar uma unidade (geralmente a mesma entre os dois eixos), seguiremos a nomenclatura:

I- Abscissa representada pelo número real X_P = OP1.

II- Ordenada representada pelo número real Y_P = OP2.

III- P representada por números reais X_P e Y_P mencionados no modelo (X_P; Y_P) de um par ordenado.

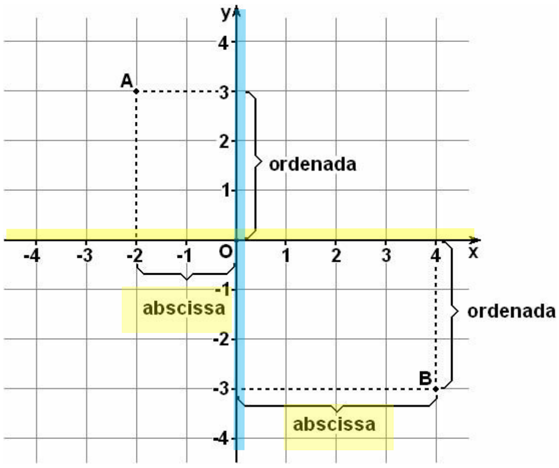
IV- Denominaremos Eixo das Abscissas o eixo dos x

V- Denominaremos Eixo das Ordenadas o eixo dos y

VI- Denominaremos Plano cartesiano o plano estabelecido pelo par de eixos .

VII- Origem do sistema de coordenadas é o ponto O.

Plano cartesiano

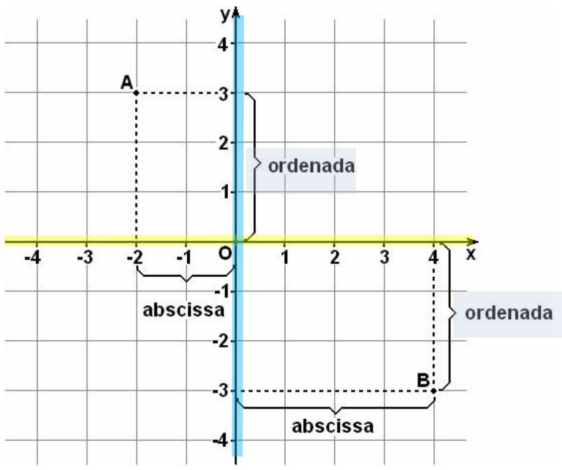


Abscissa: **É a coordenada horizontal de um referencial plano de coordenadas cartesianas.**

Uma abscissa (do latim abscissa, "cortada") é uma coordenada horizontal num plano cartesiano retangular, que se expressa como a distância entre um ponto e o eixo vertical.

O eixo de abscissas é o eixo de coordenadas horizontal.

Plano cartesiano

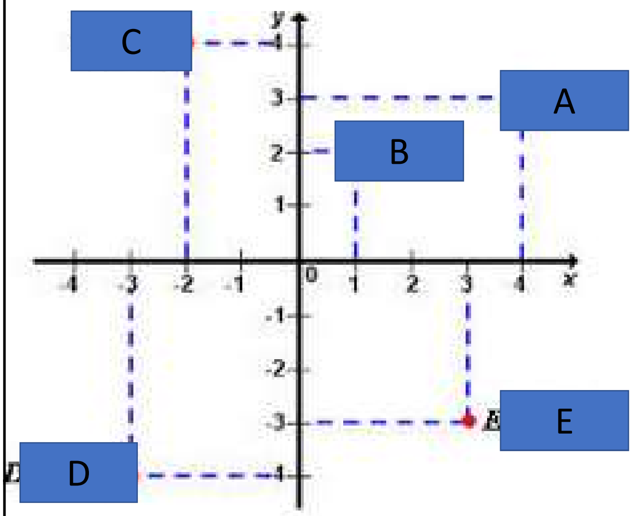


ORDENDA: É a coordenada vertical de um ponto num referencial plano de coordenadas cartesianas.

Representando este referencial sob a forma de um gráfico, obtemos a 'ordenada' (y) medindo a distância do ponto observado ao eixo das abscissas (x), paralelamente ao eixo das ordenadas.

ETEC ZL - MATEMÁTICA: 2020 -S1

Plano cartesiano – Exercitando no plano



Representação no plano cartesiano

(Abscissa, ordenada)

Exemplo:

A) (4,3)

B) _____

C) ______

D) ______

E) ______

27

ETEC ZL - MATEMÁTICA: 2020 -S1

Funções

Conteúdo :

- Definição
- Conceito
- Linguagem/ Simbologia
- Denominações (Domínio, Contra Domínio, Imagem)
- Exemplo de aplicações
- Exercícios

28

ETEC ZL - MATEMÁTICA: 2020 -S1

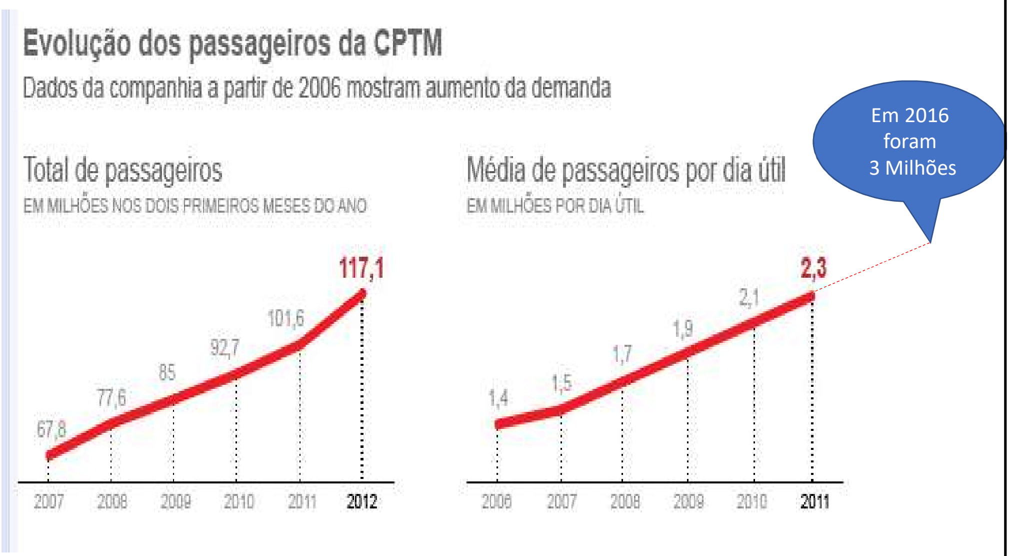
Ideia de função

Função: Relação de correspondência, de correlação, entre dois conjuntos que possuem uma variável comum.

- Quantidade de transporte publico em **função** por habitante
- O vendedor comissionado tem o salário em **função** das vendas
- Aumento do salário mínimo em **função** da produtividade
- A correção do salário mínimo em **função** da inflação

ETEC ZL - MATEMÁTICA: 2020 -S1

Ideia de função

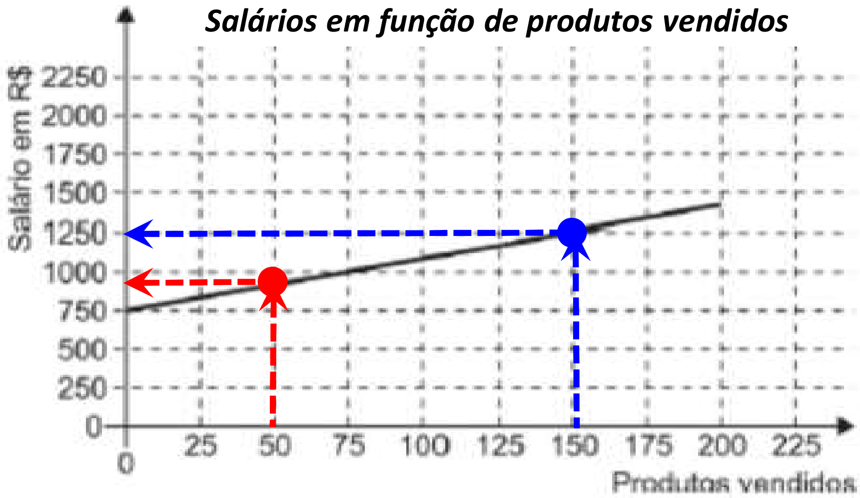


30

ETEC ZL - MATEMÁTICA: 2020 -S1

Ideia de função

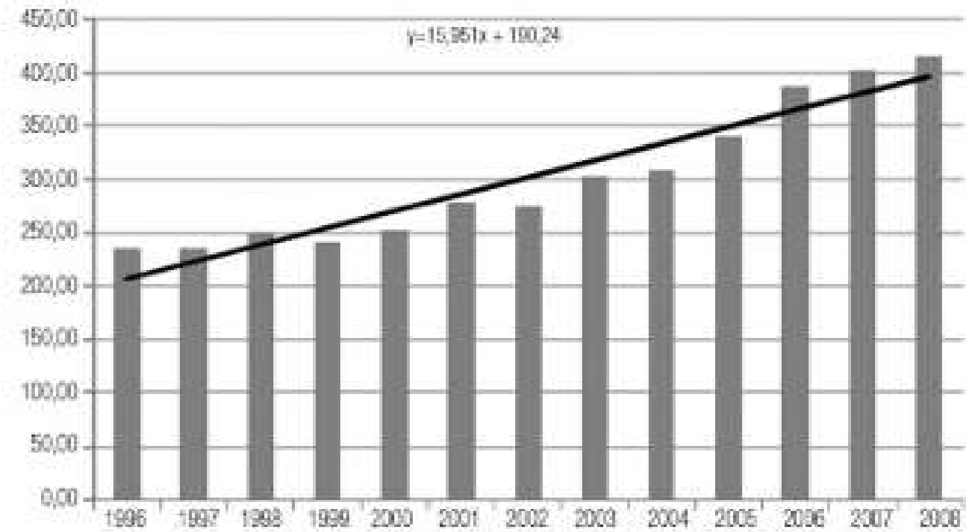
Salario vs. produtos vendidos (comissionarios)
Salários em função de produtos vendidos



31

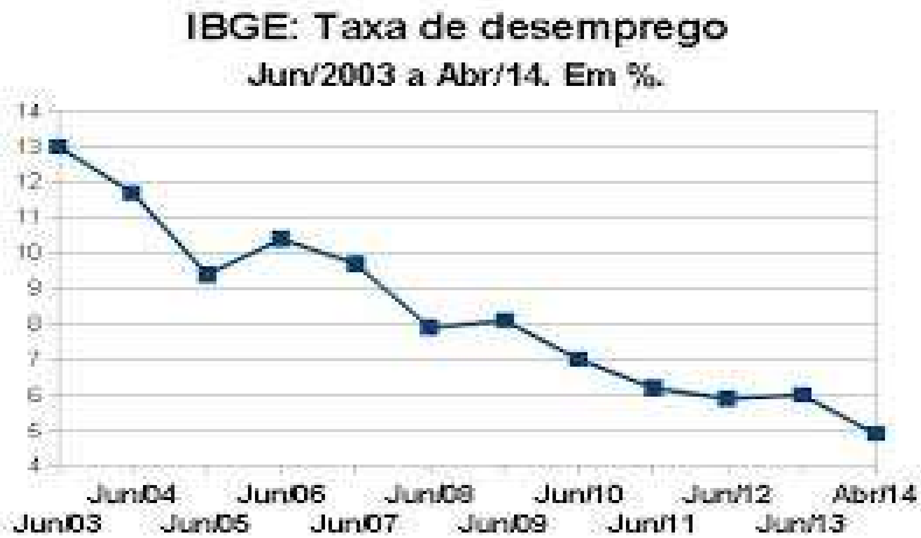
ETEC ZL - MATEMÁTICA: 2020 -S1

Ideia de função – Evolução do salario minimo



32

Ideia de função



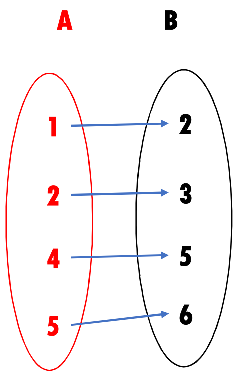
33

‘

Definição de função

Formalmente pode-se definir função da seguinte forma:

> *Sejam A e B subconjuntos do conjunto dos números reais. Uma função $f: A \to B$ é uma lei ou regra que a* **cada** *elemento de A faz corresponder um* **único** *elemento de B.*



Funções - Conceito matemática

Após você ter revisado os conjuntos numéricos e noções gerais sobre intervalos, inequações e valor absoluto, chegou o momento de trabalhar com as funções.

As funções aparecem em muitas situações reais, em que o valor de uma variável pode depender do valor de uma outra variável. Por exemplo:

- a procura por um tipo de carne (frango, gado etc.) pode depender do preço atual no mercado;
- a poluição do ar depende do número de carros na rua;
- a área de um quadrado depende da medida de seus lados.

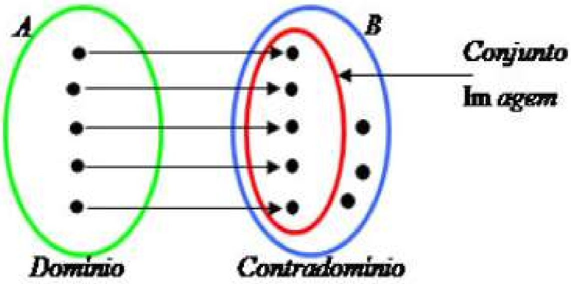
Para modelar essas situações, são utilizadas funções do tipo

$$y = f(x)$$

sendo x a variável independente e y a variável dependente.

Denominação nas funções: Dominio e Contra-dominio

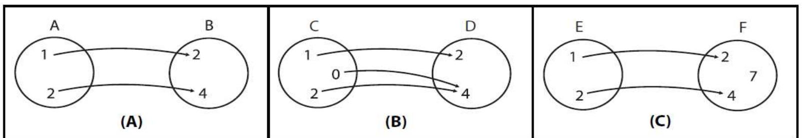
- A é o **domínio** da função f → Notação: D (f)
- B é o **contradomínio** da função f → Notação: CD (f)
- Para cada $x \in$ A, o elemento $y \in$ B chama-se imagem de x pela função f
- O conjunto de todos os y obtidos por f é chamado de conjunto **imagem** de f (Notação: Im (f).



Funções - Conceito matemática

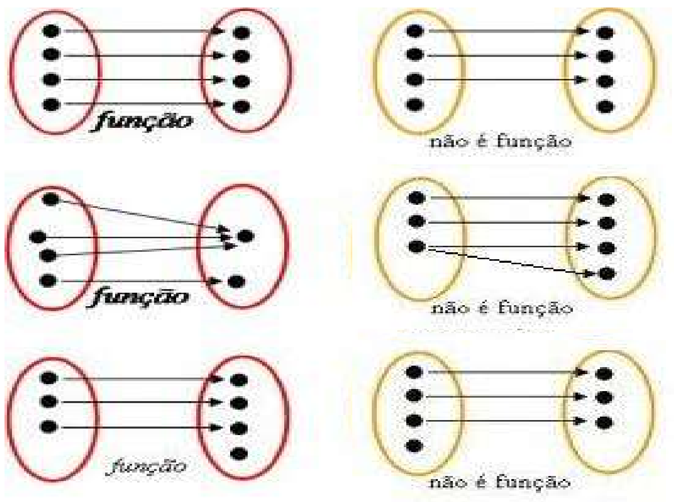
Para definir uma função é necessário dois conjuntos e uma relação específica entre eles. A Figura 1.1 mostra diagramas que representam os dois conjuntos e a relação em três diferentes situações. Observe que:

- todos os elementos do conjunto A têm um único correspondente no conjunto B;
- no conjunto D você pode ter elementos que são correspondentes de mais de um elemento no conjunto C;
- no conjunto F você pode ter elementos que não são utilizados na relação entre os dois conjuntos.



Apresenta uma função de A em B: a cada elemento do conjunto A corresponde um único elemento do conjunto B.	Apresenta uma função de C em D. Pode-se dizer que 2 é imagem de 1 e 4 é imagem de 0 e 2, ou, f(1) = 2 f(0) = f(2) = 4	Apresenta uma função de E em F. O conjunto F tem um elemento que não é imagem da função.

Funções – Exemplos gráficos



Denominação nas funções: Função Sobrejetora, Injetora e Bijetora

Função Sobrejetora

Vamos analisar o diagrama de flechas ao lado:

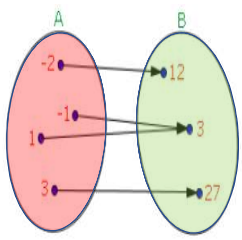
Como sabemos o conjunto **A é o domínio** da função e o conjunto **B é o seu contradomínio.**

Classificamos como sobrejetora as funções que possuem o contradomínio igual ao conjunto imagem.

CD (f) = Im (f) ➔ Função sobrejetora

Note que em uma função sobrejetora todos elementos no contradomínio que não estão flechados por algum elemento do domínio.

D(f) CD(f) = Im(f)



Domínio: = { -2, -1, 1, 3 }

Contradomínio: = { 12, 3, 27 }

Conjunto Imagem: Im(f) = { 12, 3, 27 }

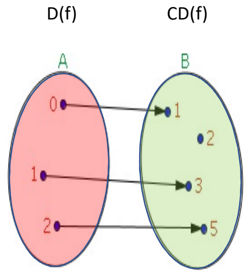
Denominação nas funções: Função Sobrejetora, Injetora e Bijetora

Função Injetora

Podemos notar que nem todos os elementos de B estão associados aos elementos de A, isto é, nesta função o conjunto imagem difere do contradomínio, portanto esta não é uma função sobrejetora

CD $(f) \neq$ Im (f)

Veja que não há nenhum elemento em B que está associado a mais de um elemento de A, ou seja, não há em **B** qualquer elemento com mais de uma flechada. Em outras palavras não há mais de um elemento distinto de **A** com a mesma **imagem** em **B**



Domínio: = { 0, 1, 2 }

Contradomínio: = { 1, 2, 3, 5 }

Conjunto Imagem: Im(f) = { 1, 3, 5}

Função Bijetora

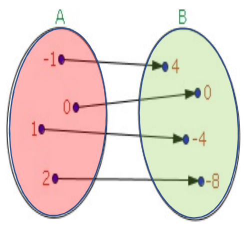
Vamos analisar este outro **diagrama de flechas**:

Do explicado até aqui concluímos que este é o diagrama de uma **função sobrejetora**, pois não há que não foram flechados.

Concluímos também que esta é uma **função injetora**, já que todos os elementos de **B** recebem uma única flechada.

Função Sobrejetora + Função Injetora = Função Bijetora

Ao substituirmos **x** em **-4x**, por cada um dos elementos de **A**, iremos encontrar os respectivos elementos de **B**, sem que sobrem elementos em **CD(f)** e sem que haja mais de um elemento do **D(f)** com a mesma **Im(f)**.
Funções que como esta são tanto **sobrejetora**, quanto **injetora**, são classificadas como **funções bijetoras**



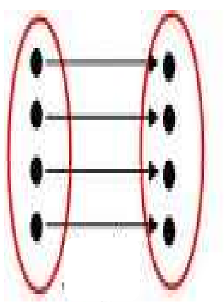
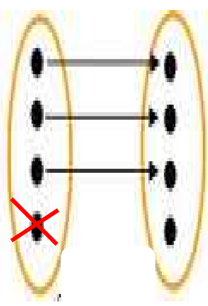
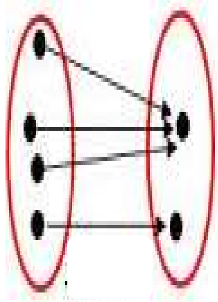
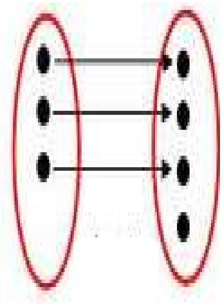
Domínio: D(f) = { -1, 0, 1, 2 }

Contradomínio: CD(f) = { 4, 0, -4, -8 }

Conjunto Imagem: Im(f) = { 4, 0, -4, -8 }

Exercício 2: Reconheça a função nos diagramas de flechas

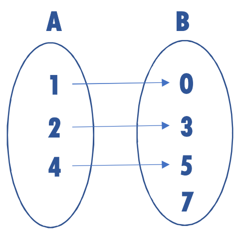
Quais do diagramas abaixo identificam uma função, descrevendo se o diagrama "é função" ou "não é função"

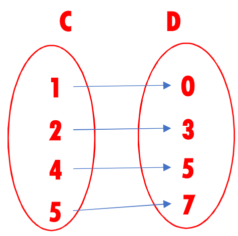





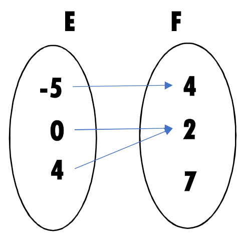
FUNÇÃO BIJETORA	NÃO É FUNÇÃO	FUNÇÃO SOBREJETORA	FUNÇÃO INJETORA

Denominação nas funções: Dominio e Contra-dominio

. Considere a função f dada pelo diagrama e determine







I. D(f) = (1, 2, 4)
II. CD(f) = (0, 3, 5 ,7)
III. Im(f) = (0, 3, 5)

IV. D(f) = (1, 2, 4, 5)
V. CD(f) = (0, 3, 5, 7)
VI. Im(f) = (0, 3, 5, 7)

VII. D(f) = (-5, 0, 4)
VIII. CD(f) = (4, 2, 7)
IX. Im(f) = (4, 2)

Função – Linguagem Simbólica

Linguagem Simbólica:

$$\begin{aligned} f: A &\to B \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned} \quad ou \quad \begin{aligned} A &\xrightarrow{f} B \\ x &\mapsto y = f(x) \end{aligned}$$

Pode-se dizer que uma função definida no conjunto dos reais uma relação específica, pois estamos diante de um subconjunt do produto cartesiano $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Assim, a representação gráfica de uma função $y = f(x)$ é o conj to dos pares ordenados $(x,f(x))$, e para cada valor de x existe um único correspondente y.

É usual identificar:

- Domínio de uma função: conjunto em que a função é definida (conjunto A).
- Contra-domínio de uma função: conjunto em que a função toma valores (conjunto B).
- Conjunto Imagem de uma função ou simplesmente Imagem da função: conjunto dos valores $f(x)$.