Funções

Conteúdo :

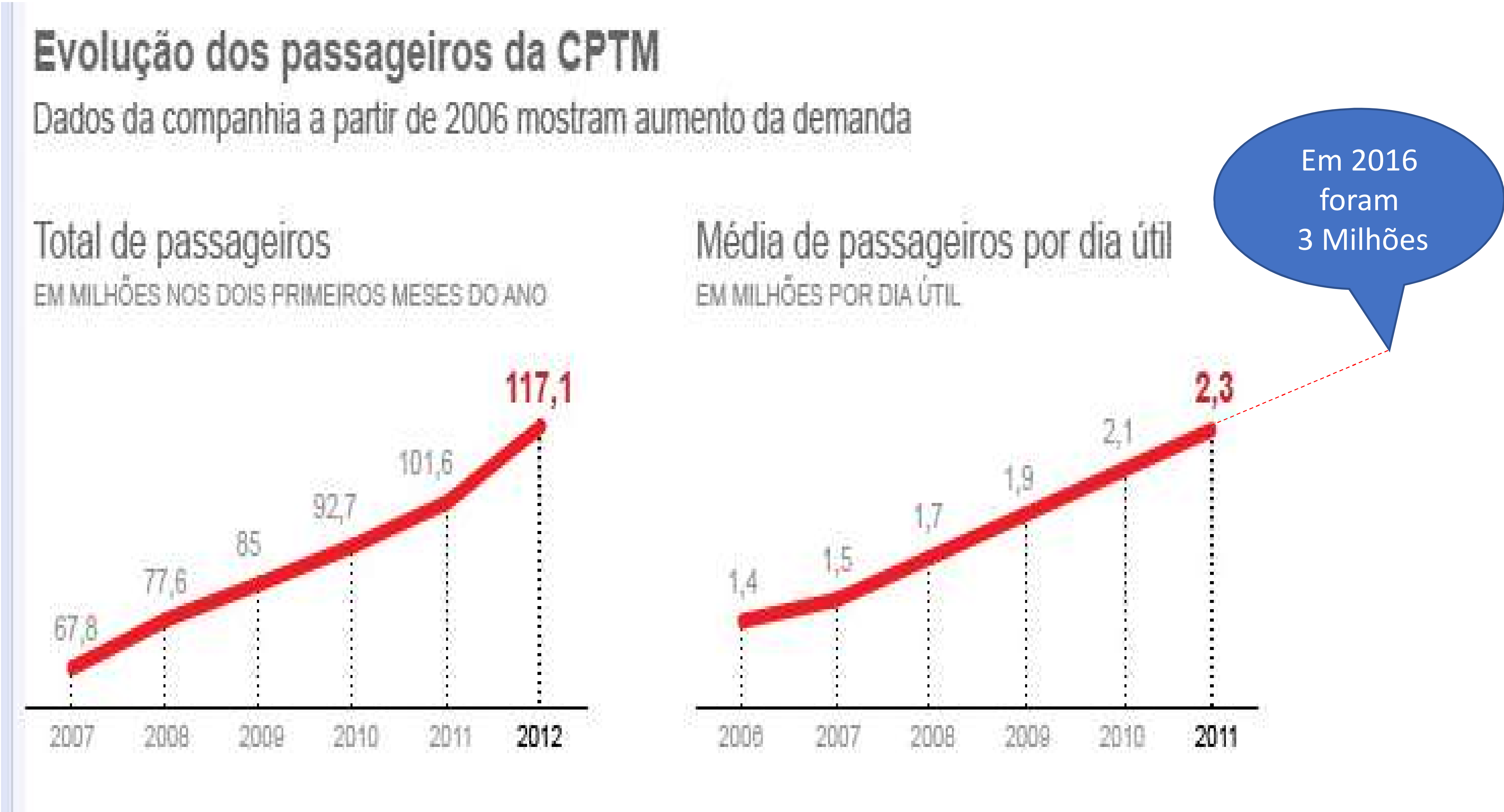
- Definição
- Conceito
- Linguagem/ Simbologia
- Denominações (Domínio, Contra Domínio, Imagem)
- Exemplo de aplicações
- Exercícios

Ideia de função

Função: Relação de correspondência, de correlação, entre dois conjuntos que possuem uma variável comum.

- Quantidade de transporte publico em **função** por habitante
- O vendedor comissionado tem o salário em **função** das vendas
- Aumento do salário mínimo em **função** da produtividade
- A correção do salário mínimo em **função** da inflação

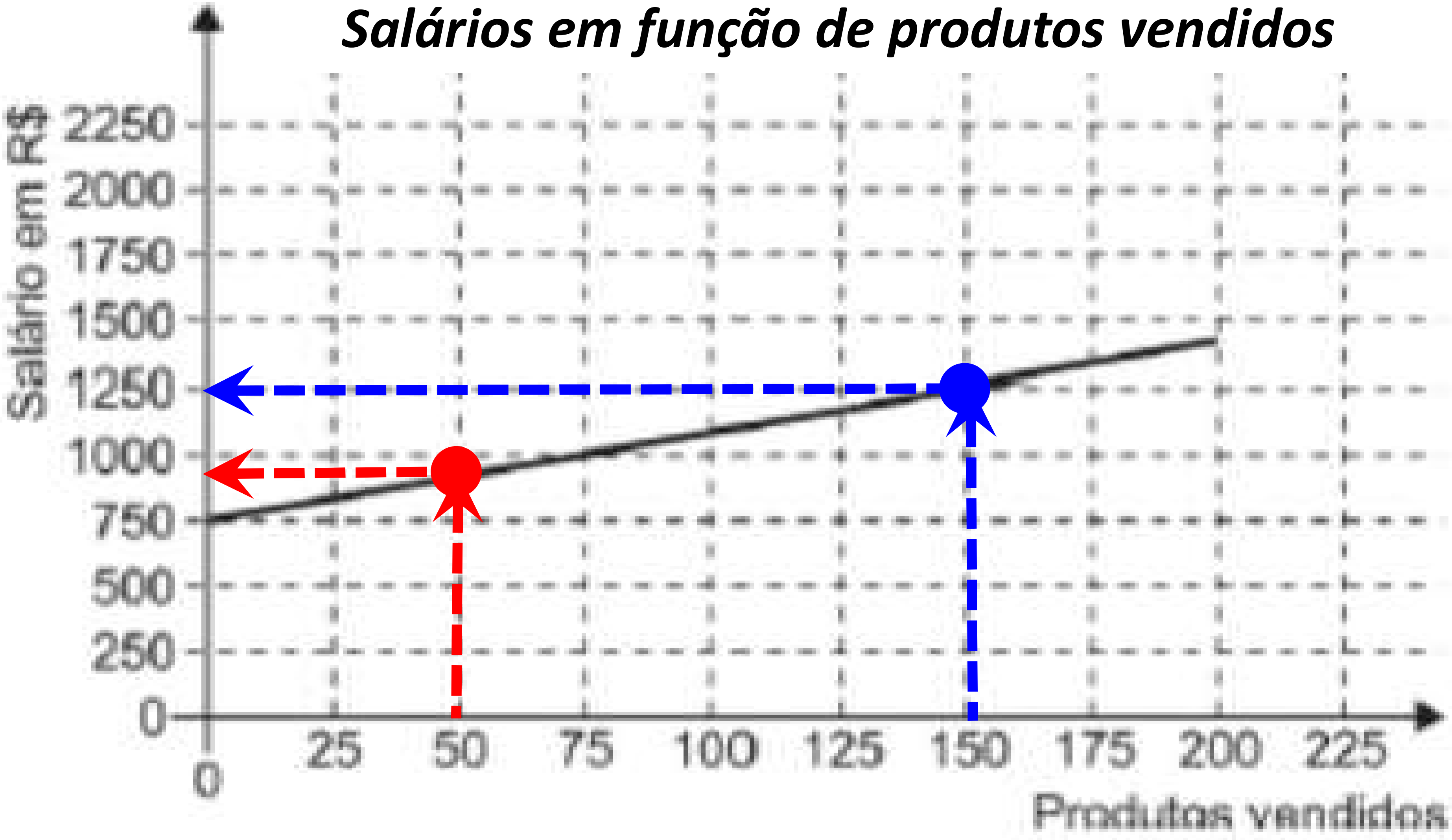
Ideia de função



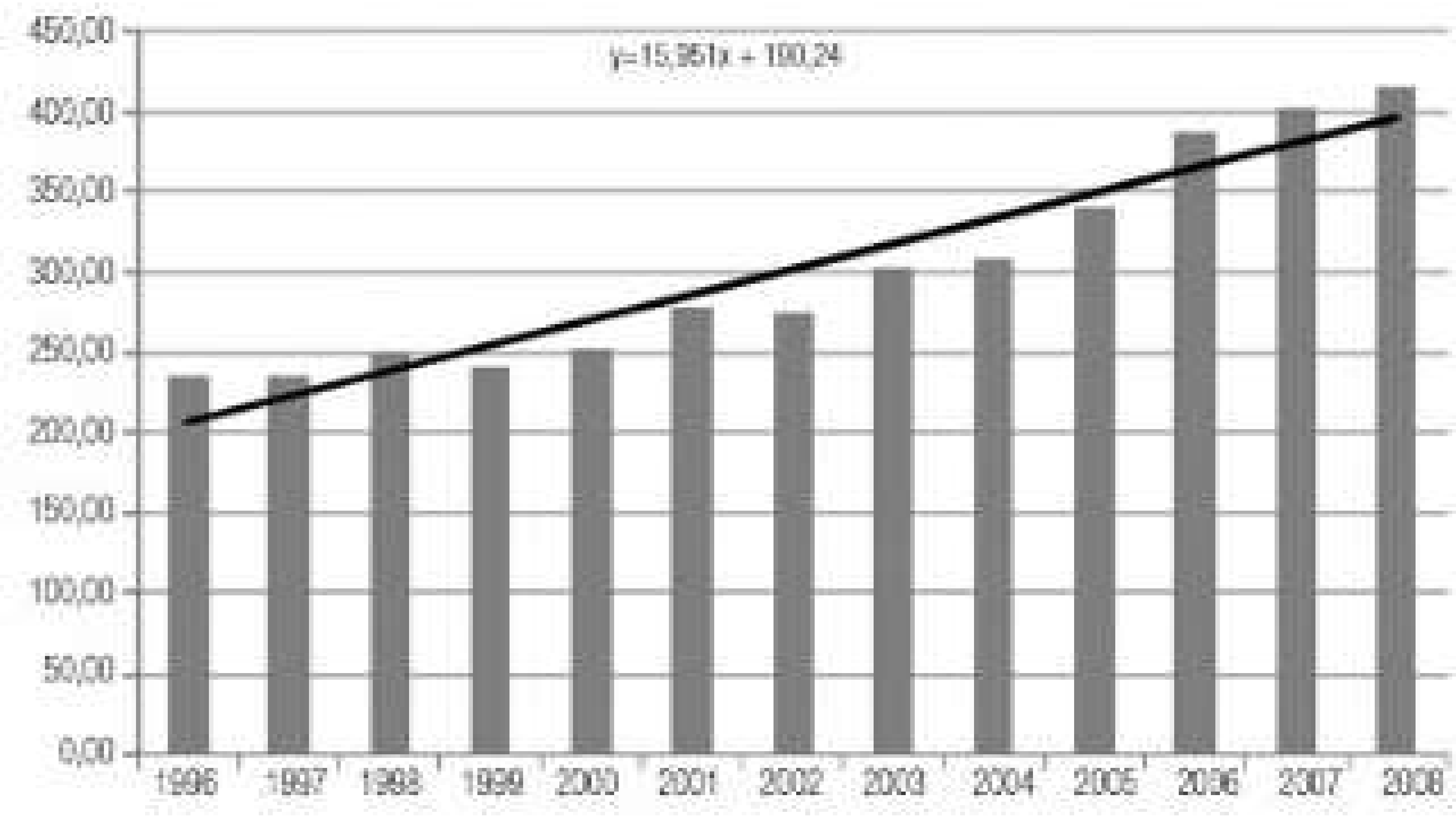
Ideia de função

Salario vs. produtos vendidos (comissionarios)

Salários em função de produtos vendidos



Ideia de função – Evolução do salario minimo

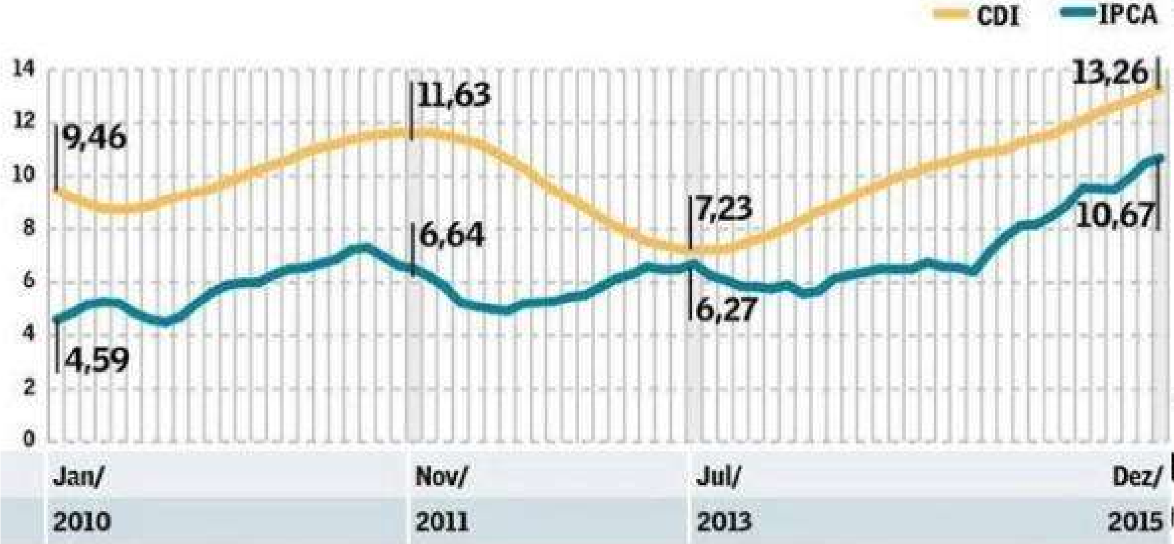


Ideia de função

‘

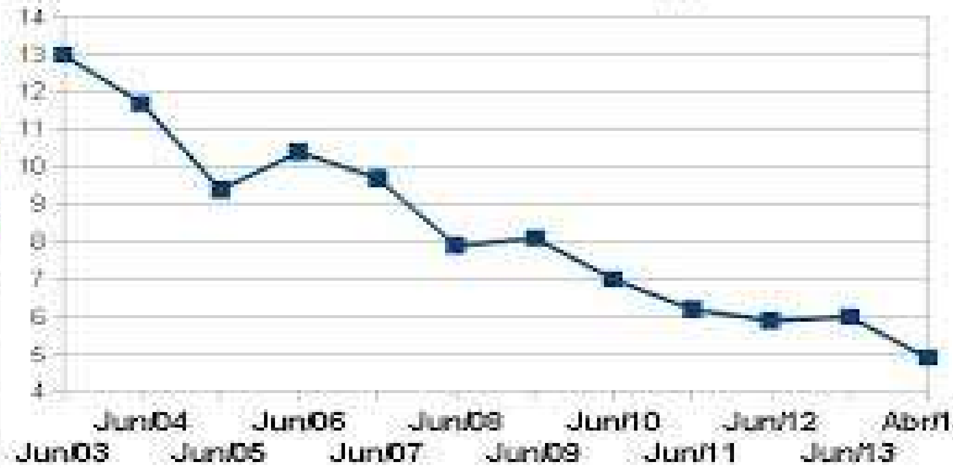
Juros ou inflação: o que recua primeiro?

Variação do CDI e do IPCA em períodos de 12 meses



IBGE: Taxa de desemprego

Jun/2003 a Abr/14. Em %.



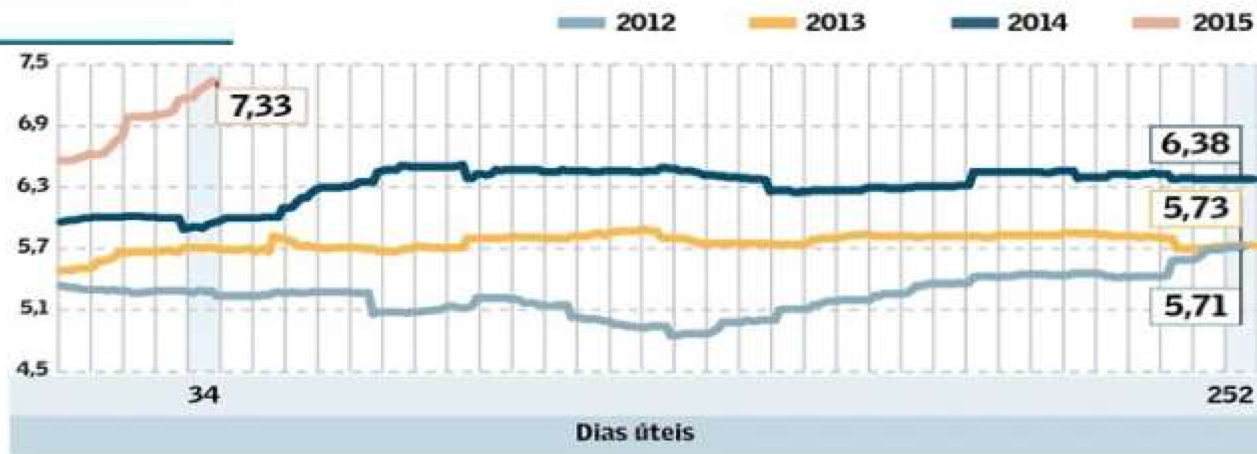
Passado influencia as estimativas

Inflação esperada e acumulada em 12 meses - %

Fonte: FGV/IBRE e Banco Central/IBGE

as expectativas

ria das projeções para a inflação anual - 2012 a 2015 (%)

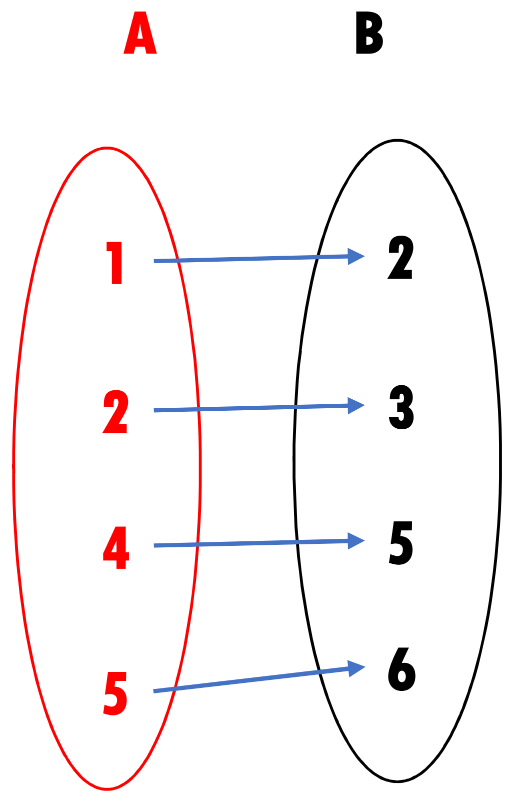


Fonte: Banco Central

Definição de função

Formalmente pode-se definir função da seguinte forma:

> *Sejam A e B subconjuntos do conjunto dos números reais. Uma função $f: A \to B$ é uma lei ou regra que a cada elemento de A faz corresponder um único elemento de B.*



Funções - Conceito matemática

Após você ter revisado os conjuntos numéricos e noções gerais sobre intervalos, inequações e valor absoluto, chegou o momento de trabalhar com as funções.

As funções aparecem em muitas situações reais, em que o valor de uma variável pode depender do valor de uma outra variável. Por exemplo:

- a procura por um tipo de carne (frango, gado etc.) pode depender do preço atual no mercado;
- a poluição do ar depende do número de carros na rua;
- a área de um quadrado depende da medida de seus lados.

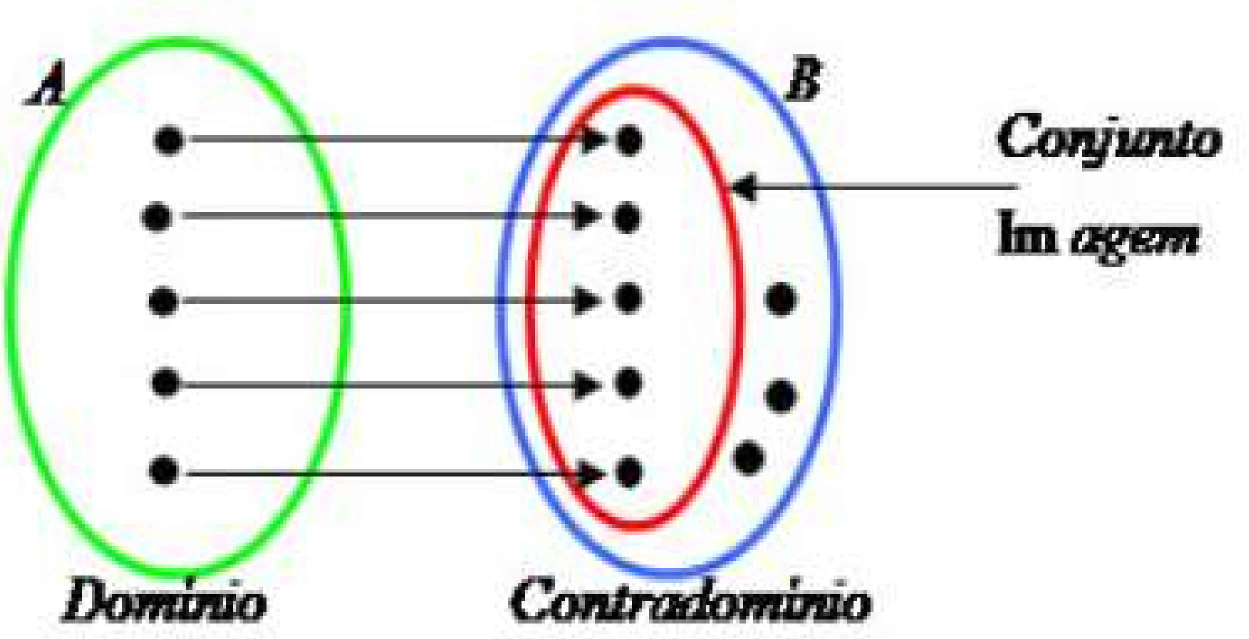
Para modelar essas situações, são utilizadas funções do tipo

$$y = f(x)$$

sendo x a variável independente e y a variável dependente.

Denominação nas funções: Dominio e Contra-dominio

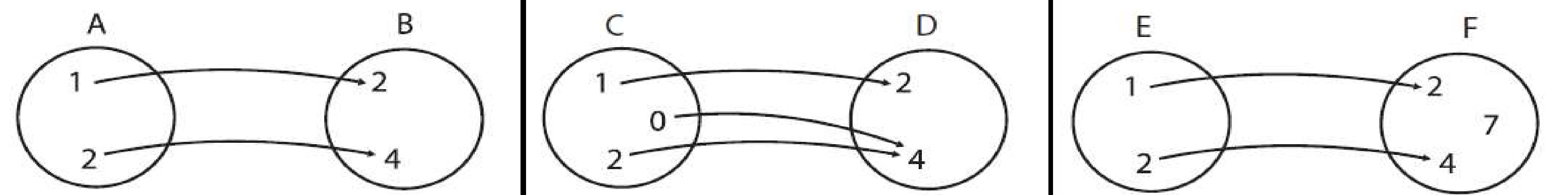
- A é o **domínio** da função f → Notação: D (f)
- B é o **contradomínio** da função f → Notação: CD (f)
- Para cada $x \in$ A, o elemento $y \in$ B chama-se imagem de x pela função f
- O conjunto de todos os y obtidos por f é chamado de conjunto **imagem** de f (Notação: Im (f).



Funções - Conceito matemática

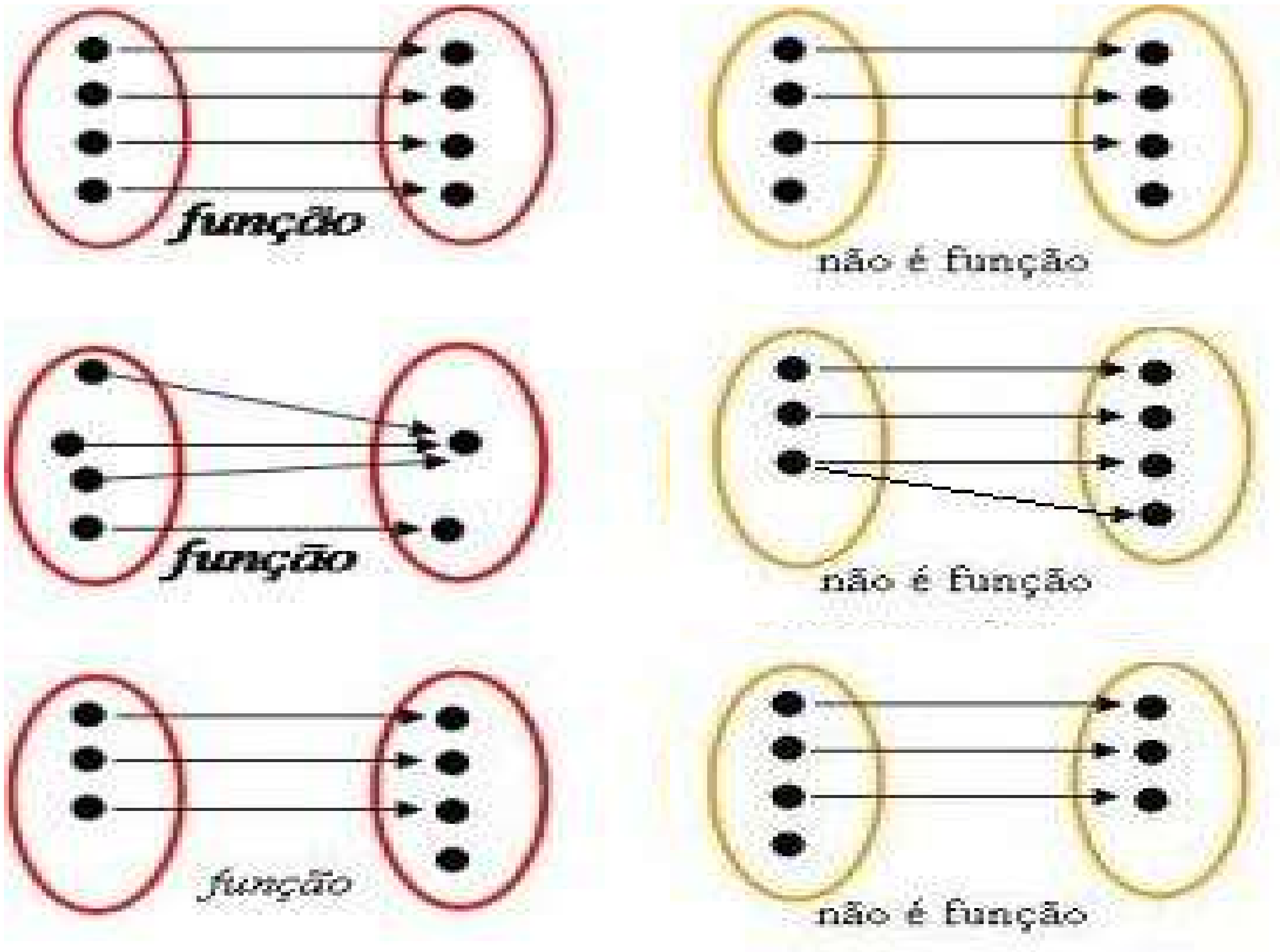
Para definir uma função é necessário dois conjuntos e uma relação específica entre eles. A Figura 1.1 mostra diagramas que representam os dois conjuntos e a relação em três diferentes situações. Observe que:

- todos os elementos do conjunto A têm um único correspondente no conjunto B;
- no conjunto D você pode ter elementos que são correspondentes de mais de um elemento no conjunto C;
- no conjunto F você pode ter elementos que não são utilizados na relação entre os dois conjuntos.



(A)	(B)	(C)
Apresenta uma função de A em B: a cada elemento do conjunto A corresponde um único elemento do conjunto B.	Apresenta uma função de C em D. Pode-se dizer que 2 é imagem de 1 e 4 é imagem de 0 e 2, ou, $f(1) = 2$ $f(0) = f(2) = 4$	Apresenta uma função de E em F. O conjunto F tem um elemento que não é imagem da função.

Funções – Exemplos gráficos



Denominação nas funções: Função Sobrejetora, Injetora e Bijetora

Função Sobrejetora

Vamos analisar o diagrama de flechas ao lado:

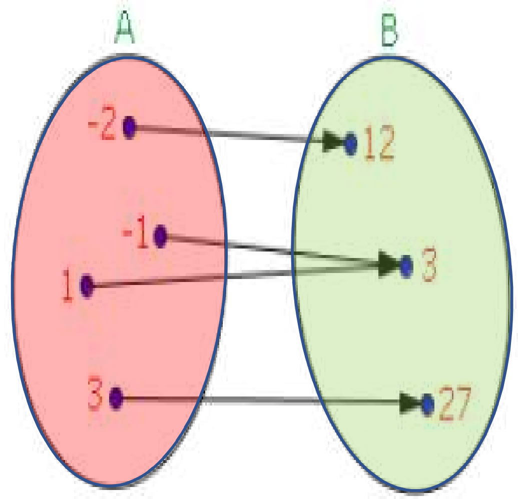
Como sabemos o conjunto **A é o domínio** da função e o conjunto **B é o seu contradomínio.**

Classificamos como sobrejetora as funções que possuem o contradomínio igual ao conjunto imagem.

CD (f) = Im (f) ➔ Função sobrejetora

Note que em uma função sobrejetora todos elementos no contradomínio que não estão flechados por algum elemento do domínio.

D(f) CD(f) = Im(f)



Domínio: = { -2, -1, 1, 3 }

Contradomínio: = { 12, 3, 27 }

Conjunto Imagem: Im(f) = { 12, 3, 27 }

Denominação nas funções: Função Sobrejetora, Injetora e Bijetora

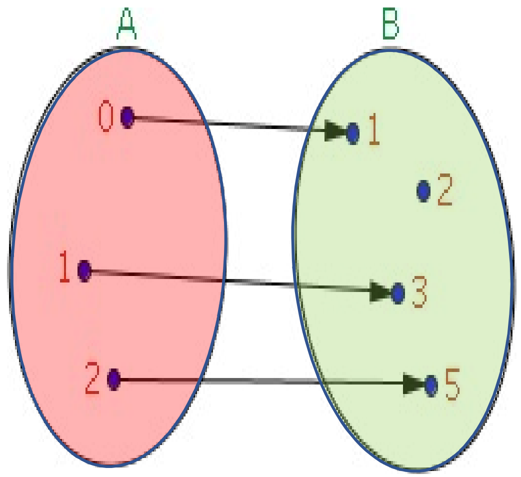
Função Injetora

Podemos notar que nem todos os elementos de B estão associados aos elementos de A, isto é, nesta função o conjunto imagem difere do contradomínio, portanto esta não é uma função sobrejetora

$$\text{CD } (f) \neq \text{Im } (f)$$

Veja que não há nenhum elemento em B que está associado a mais de um elemento de A, ou seja, não há em **B** qualquer elemento com mais de uma flechada. Em outras palavras não há mais de um elemento distinto de **A** com a mesma **imagem** em **B**

D(f) CD(f)



Domínio: = { 0, 1, 2 }

Contradomínio: = { 1, 2, 3, 5 }

Conjunto Imagem: Im(f) = { 1, 3, 5}

Função Bijetora

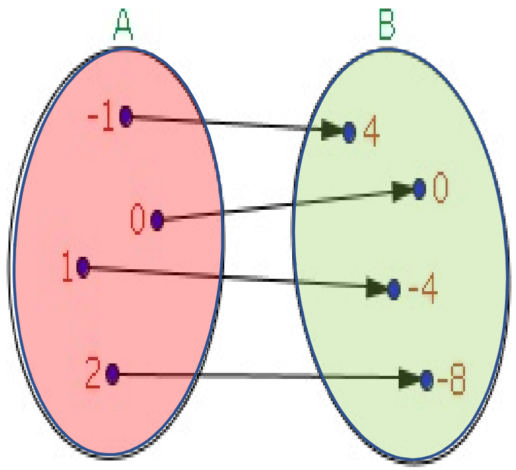
Vamos analisar este outro **diagrama de flechas**:

Do explicado até aqui concluímos que este é o diagrama de uma **função sobrejetora**, pois não há que não foram flechados.

Concluímos também que esta é uma **função injetora**, já que todos os elementos de **B** recebem uma única flechada.

Função Sobrejetora + Função Injetora = Função Bijetora

Ao substituirmos **x** em **-4x**, por cada um dos elementos de **A**, iremos encontrar os respectivos elementos de **B**, sem que sobrem elementos em **CD(f)** e sem que haja mais de um elemento do **D(f)** com a mesma **Im(f)**.
Funções que como esta são tanto **sobrejetora**, quanto **injetora**, são classificadas como **funções bijetoras**



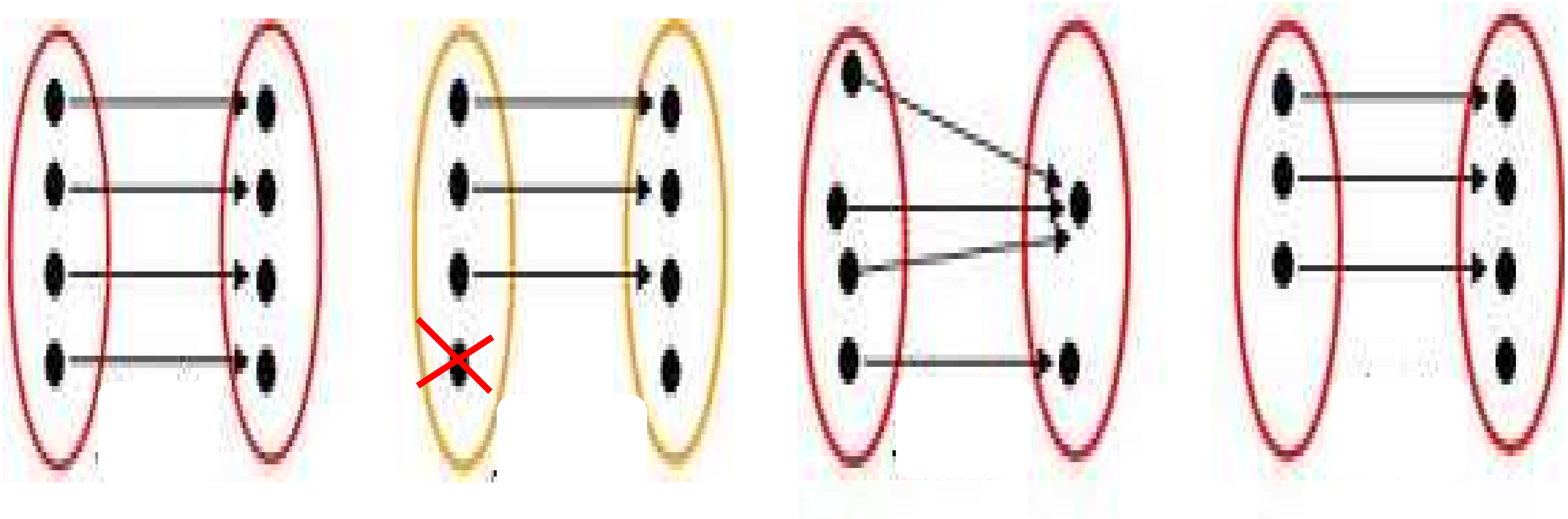
Domínio: D(f) = { -1, 0, 1, 2 }

Contradomínio: CD(f) = { 4, 0, -4, -8 }

Conjunto Imagem: Im(f) = { 4, 0, -4, -8 }

Exercício 2: Reconheça a função nos diagramas de flechas

Quais do diagramas abaixo identificam uma função, descrevendo se o diagrama “é função” ou “não é função”



FUNÇÃO BIJETORA

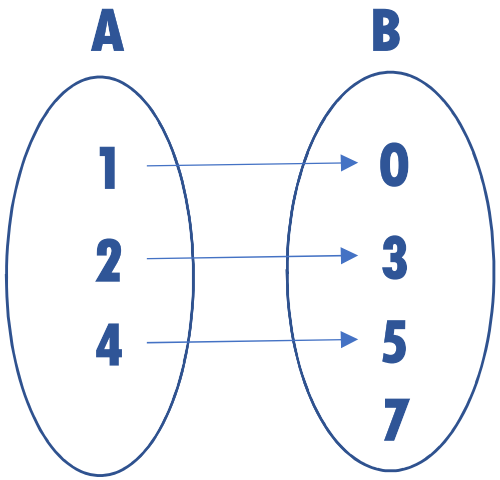
NÃO É FUNÇÃO

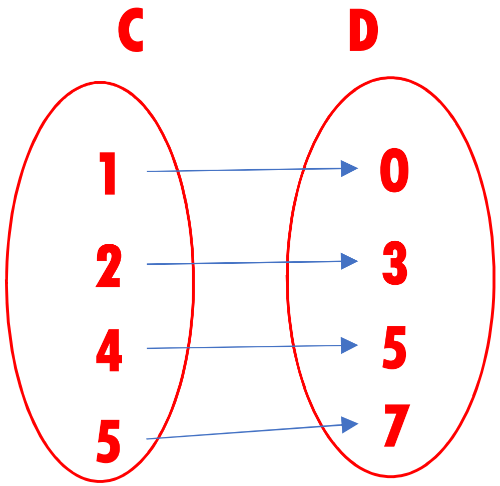
FUNÇÃO SOBREJETORA

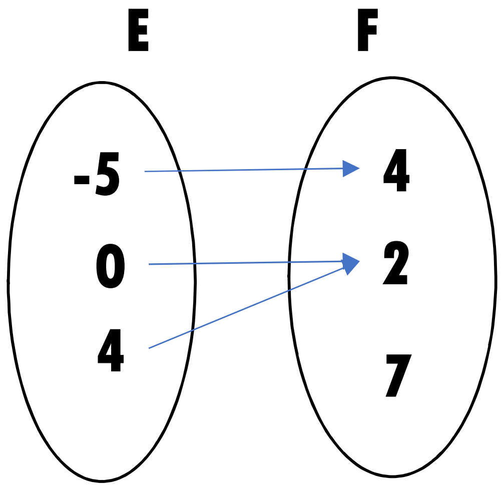
FUNÇÃO INJETORA

Denominação nas funções: Dominio e Contra-dominio

. Considere a função f dada pelo diagrama e determine







I. D(f) = . (1, 2, 4)

II. CD(f) = . (0, 3, 5 ,7)

III. Im(f) = . (0, 3, 5)

IV. D(f) = . (1, 2, 4, 5)

V. CD(f) = . (0, 3, 5, 7)

VI. Im(f) = . (0, 3, 5, 7)

VII. D(f) = . (-5, 0, 4)

VIII. CD(f) = . (4, 2, 7)

IX. Im(f) = . (4, 2)

Função – Linguagem Simbólica

Linguagem Simbólica:

$$\begin{array}{l} f : A \to B \\ x \mapsto f(x) \end{array} \quad ou \quad \begin{array}{l} A \xrightarrow{f} B \\ x \mapsto y = f(x) \end{array}$$

Pode-se dizer que uma função definida no conjunto dos reais uma relação específica, pois estamos diante de um subconjunt do produto cartesiano $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Assim, a representação gráfica de uma função $y = f(x)$ é o conj to dos pares ordenados $(x, f(x))$, e para cada valor de x existe um único correspondente y.

É usual identificar:

- Domínio de uma função: conjunto em que a função é definida (conjunto A).
- Contra-domínio de uma função: conjunto em que a função toma valores (conjunto B).
- Conjunto Imagem de uma função ou simplesmente Imagem da função: conjunto dos valores $f(x)$.

Funções do 1 grau

Conteúdo :

- Conceito / Definição
- Função Afim
- Denominações da funções do primeiro grau
- Aplicações
- Coeficientes da equação do primeiro grau
- Exercícios

Conceito matemática de funções: exemplo

Função Afim

$$y = f(x) = ax + b$$

Onde:

a = Coeficiente angular

b = coeficiente linear

Exemplo:

$$y = f(x) = 3x + 7$$

polinomial do primeiro grau

e função do primeiro grau a função que associa cada eal x, o número real $ax + b$.

m Simbólica:

$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$= ax + b$ *sendo* $a, b \in \mathbb{R}$ *com* $a \neq 0$

ros reais a e b são chamados de **coeficiente angular** e **te linear**, respectivamente.

ente angular determina a inclinação da reta e o coefi- ear indica o ponto que a reta corta o eixo y.

Função – Linguagem Simbólica

Você sabia que o matemático Euler é o autor da notação f(x)?

Euler foi um escritor prolífico da história da matemática. Sua produtividade surpreendente não foi prejudicada quando ficou cego. Publicou 530 trabalhos durante sua vida e muitos manuscritos publicados após a sua morte. É muito grande a sua contribuição para a matemática. Destaca-se aqui, a sua autoria por notações matemáticas que permanecem imutáveis através dos séculos.

Por exemplo, a notação de funções $y = f(x)$.

Leonhard Paul Euler :
(Basileia, 15/04/1707 - São Petersburgo, 18/09/1783) foi um grande matemático e físico suíço de língua alemã que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na Alemanha.

Conceito matemática de funções: exemplo

De acordo com os valores assumidos por a e b, temos as situações apresentadas na tabela a seguir:

Condições para os coeficientes	Representação algébrica	Nome da função	Exemplo
$b \neq 0$	$f(x) = ax + b$	Função Afim	$f(x) = 2x + 5$
$b = 0$	$f(x) = ax$	Função Linear	$f(x) = 2x$
$b = 0$ e $a = 1$	$f(x) = x$	Função Identidade	$f(x) = x$

A representação gráfica da função do primeiro grau é dada por uma reta. O domínio e o conjunto imagem são os reais.

Função – Linguagem Simbólica

Podemos utilizar varias representações funções. veja as diferentes representações de uma função

$$y = f(x) = 2x$$

a) Linguagem Natural

b) Linguagem de Tabela

c) Linguagem de Diagrama

d) Linguagem algébrica

e) Linguagem gráfica

Definição de função: exemplo 1

2) Construir o gráfico da função $y = x + 1$.

Inicialmente, vamos construir uma tabela, atribuindo valores para x e determinando os valores correspondentes de y:

A cada par ordenado (x, y) corresponde um ponto no plano cartesiano. Veja abaixo que a união dos diversos pontos representa a reta.

x	$y = \boxed{X} + 1$	y
-2		
-1		
0		
1		
2		

Definição de função

Um exemplo prático é a relação existente entre o volume de **litros de combustível** e o **preço a pagar**, que pode ser definida pela função

- x : volume de combustível em litros
- y : valor a ser pago em reais

Considere que o preço do litro de combustível custe R$ 2, então a função é representada por $y = 2.x$

Linguagem de Tabela

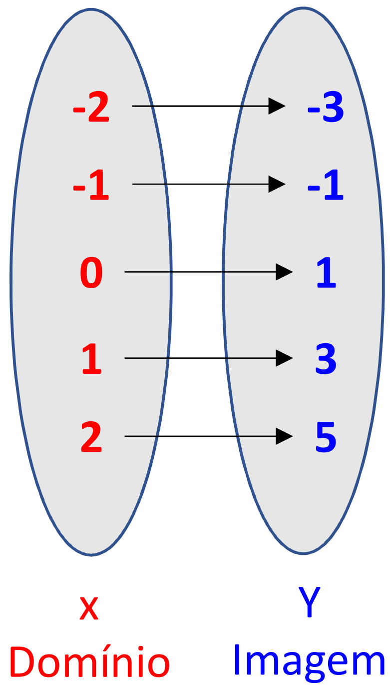
Linguagem de Diagrama

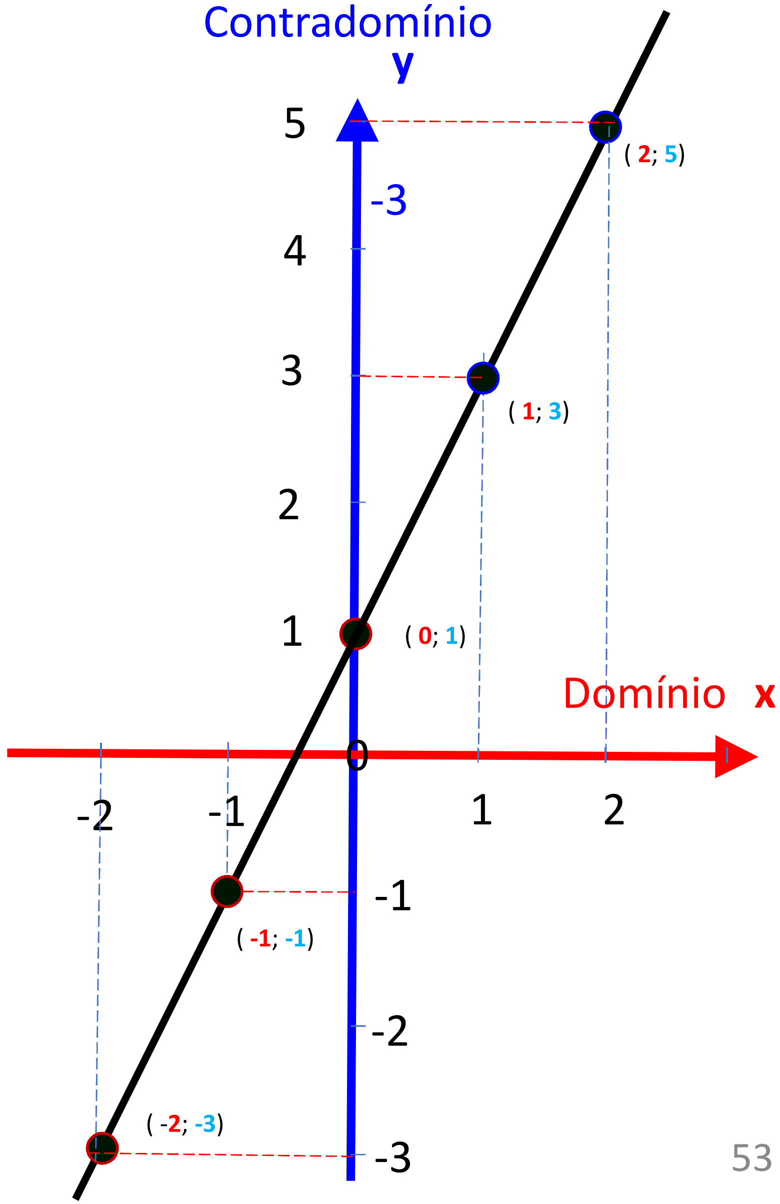
Linguagem Gráfico

Desenhando a função - Exemplo 1

x	y = 2 x + 1	(x, y)
-2	y = 2 (-2) + 1	
	y = -4 + 1	
	y = -3	(-2 , -3)
-1	y = 2 (-1) + 1	
	y = -2 + 1	
	y = -1	(-1 , -1)
0	y = 2 (0) + 1	
	y = 0 + 1	
	y = 1	(0 , 1)
1	y = 2 (1) + 1	
	y = 2 + 1	
	y = 3	(1 , 3)
2	y = 2 (2) + 1	
	y = 4 + 1	
	y = 5	(2 , 5)

D= {-2,-1, 0,1,2}

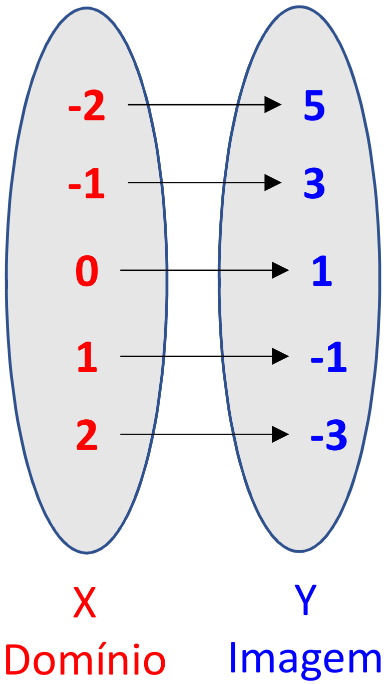


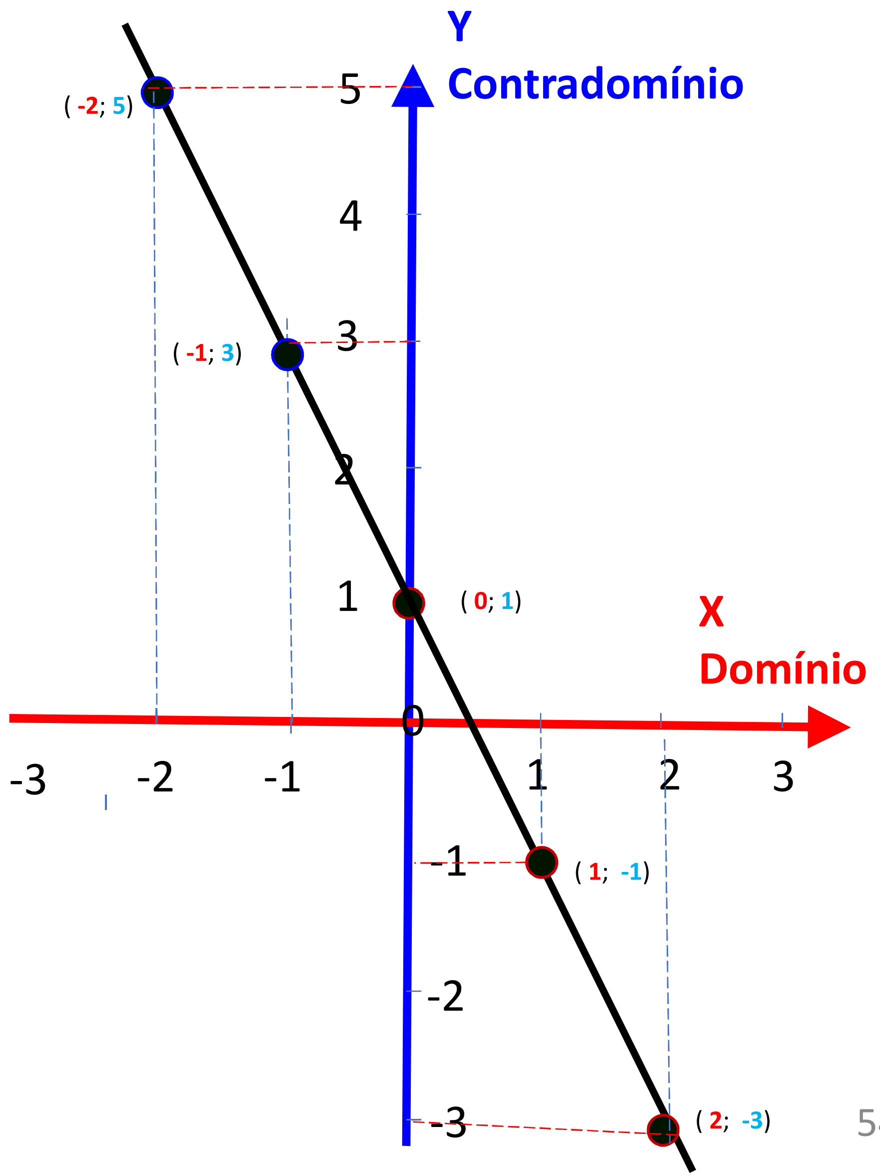


Desenhando a função - Exemplo 2

x	y = -2 x + 1	(x, y)
-2	y = -2 (-2) + 1 y = 4 + 1 y = 5	(-2 , 5)
-1	y = -2 (-1) + 1 y = 2 + 1 y = 3	(-1 , 3)
0	y = -2 (0) + 1 y = 0 + 1 y = 1	(0 , 1)
1	y = -2 (1) + 1 y = -2 + 1 y = - 1	(1 , -1)
2	y = -2 (2) + 1 y = -4 + 1 y = - 3	(2 , -3)

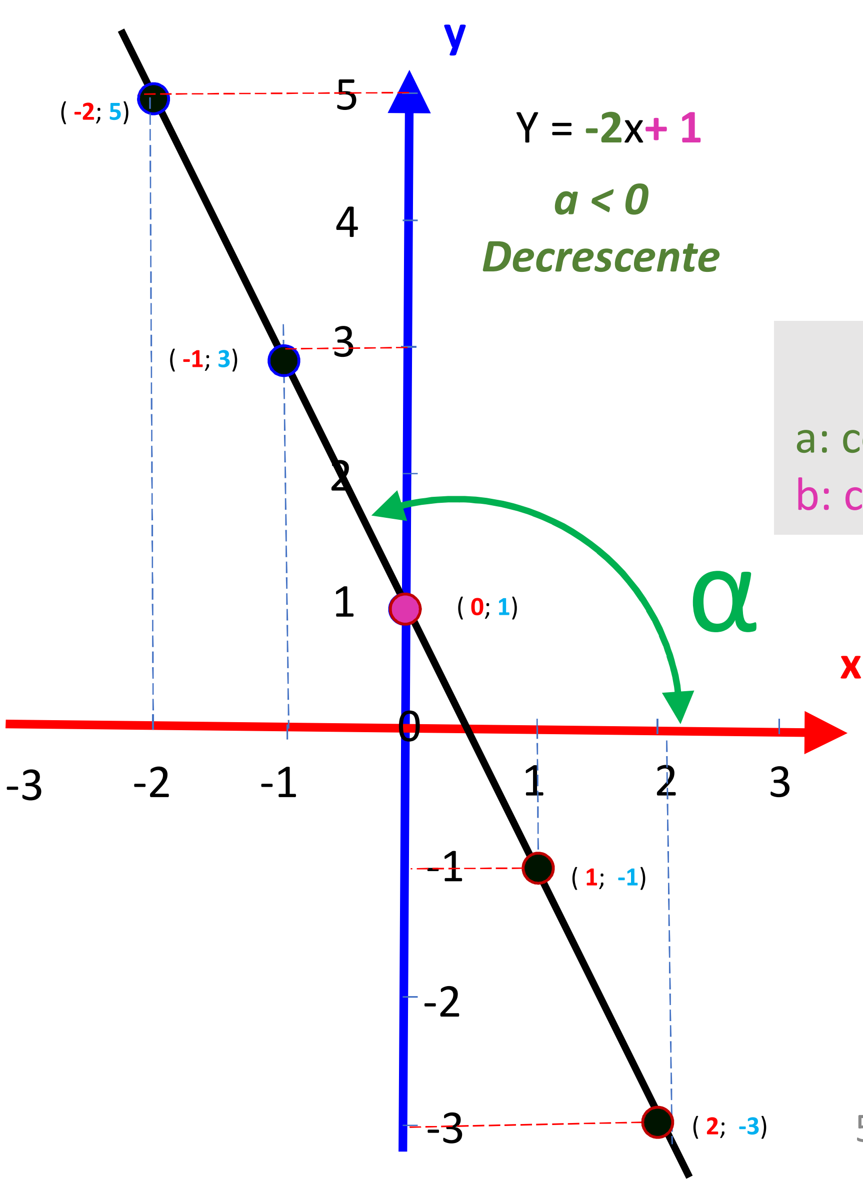
D= {-2,-1, 0,1,2}





Desenhando a função - Exemplo 1

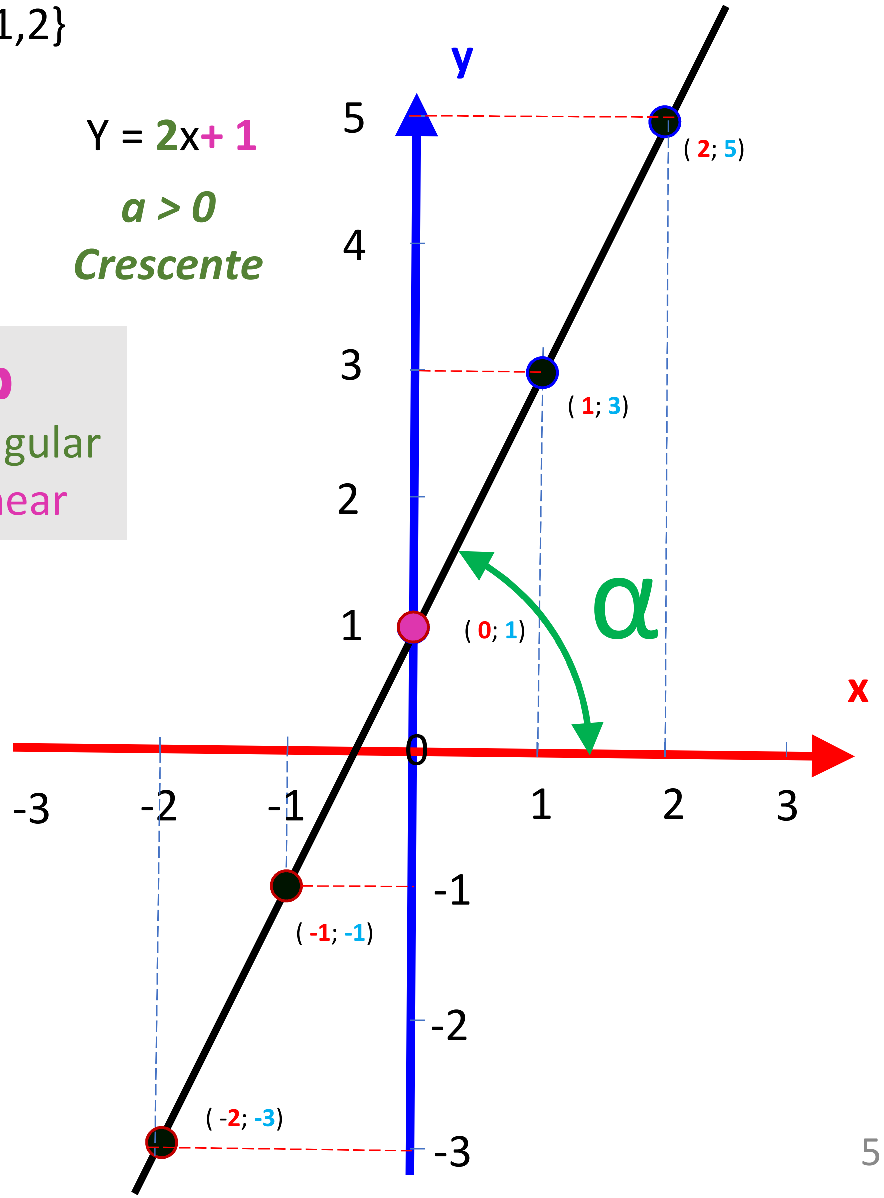
D= {-2,-1, 0,1,2}



y = ax+ b

a: coeficiente angular

b: coeficiente linear



55

Propriedades

Raiz da função: a **raiz de uma função** do 1º grau, ou o zero de uma **função** do 1º grau, determina-se em qual ponto a reta estará cortando o eixo x. Neste ponto o valor de y é igual a zero (y=0).

Exemplo: Encontre o zero da f(x) = 2x + 1.

$$y = 2x + 1$$

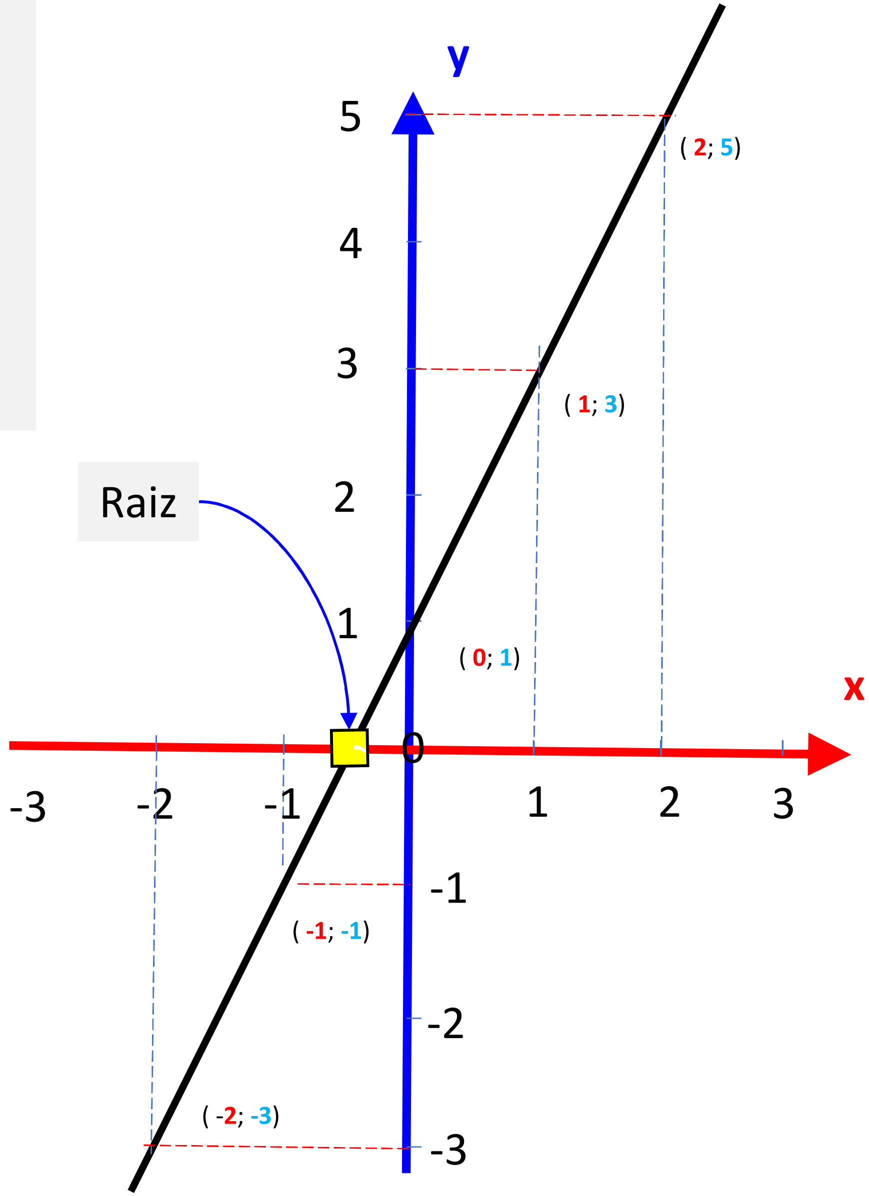
$$para \;\; y = 0 \qquad 0 = 2x + 1$$

$$-1 = 2x$$

$$\frac{-1}{2} = x$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

Logo a coordenada da raiz é $(\frac{-1}{2}; 0)$



Prof. Sergio Saragioto

56

Propriedades

Termo independente do 1º grau é determinado no ponto da reta em que a reta corta o eixo y, neste ponto o valor de x é igual a zero (x=0).

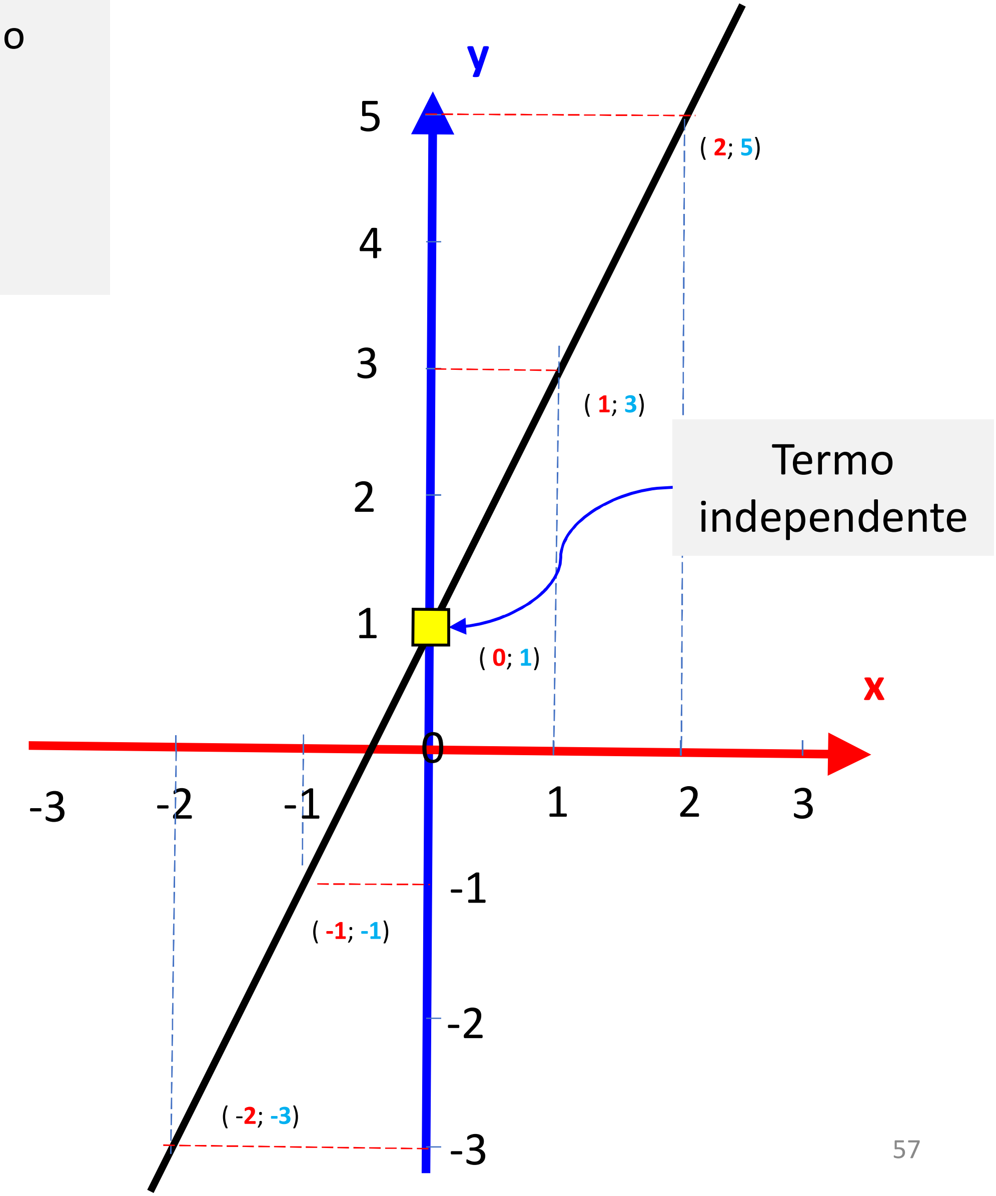
Encontre o zero da seguinte **função**: f(x) = 2x + 1.

$$y = 2x + 1$$

$$para \;\; x = 0 \qquad y = 2.0 + 1$$

$$y = 0 + 1$$

$$y = 1$$



Propriedades

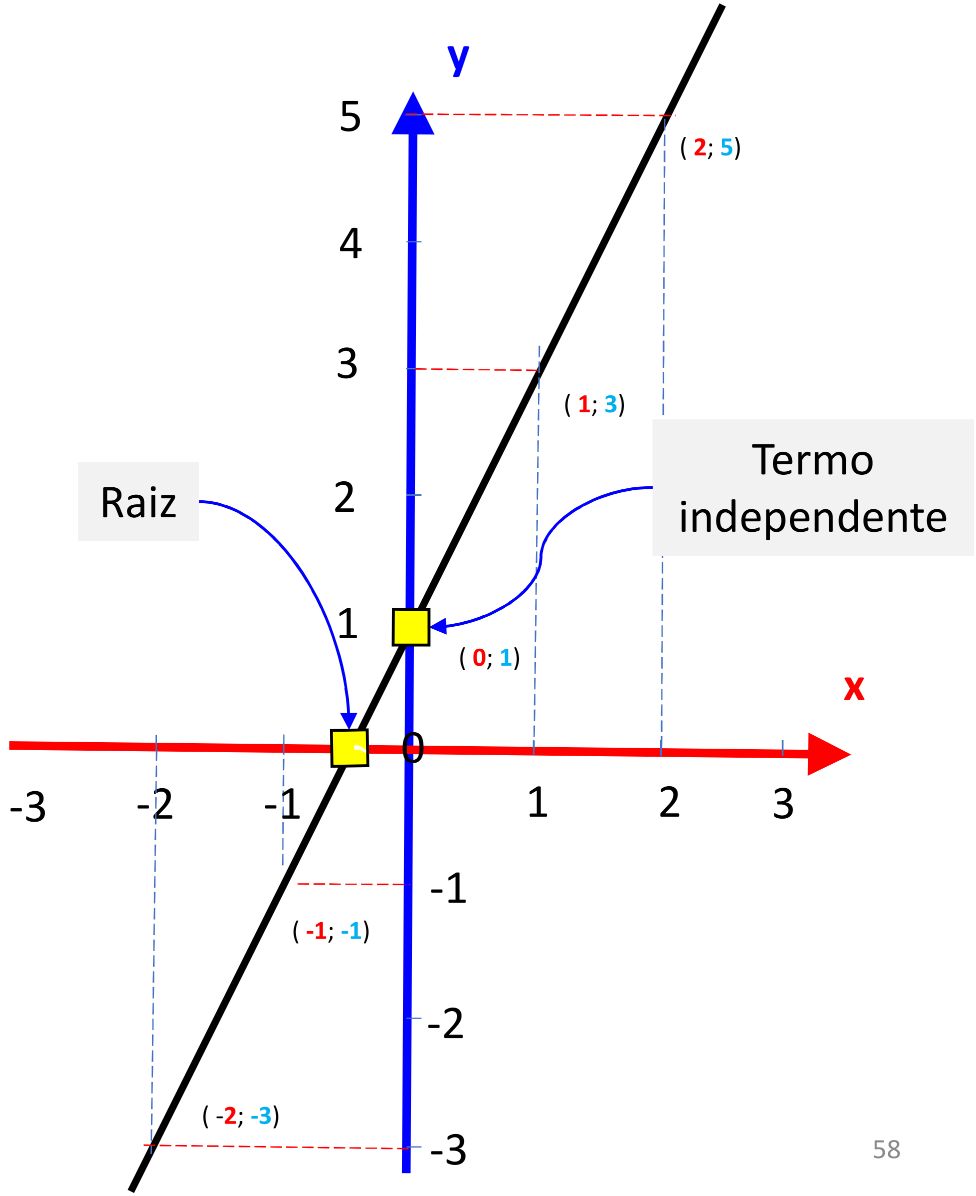
Termo independente **de uma função** do 1º grau, ou coeficiente linear da **função** do 1º grau, determina-se em qual ponto a reta estará cortando o eixo y, neste ponto o valor de x é igual a zero. Encontre o zero da seguinte **função**: f(x) = 2x + 1.

Note que o valor do coeficiente (a) é positivo, portanto esta é uma **função** crescente.

Termo independente

Coeficiente Angular

Coeficiente Linear



Prof. Sergio Saragioto

Desenhe a função: y = -2x – 4 usando a Dominio ={ -2,-1,0,1,2}

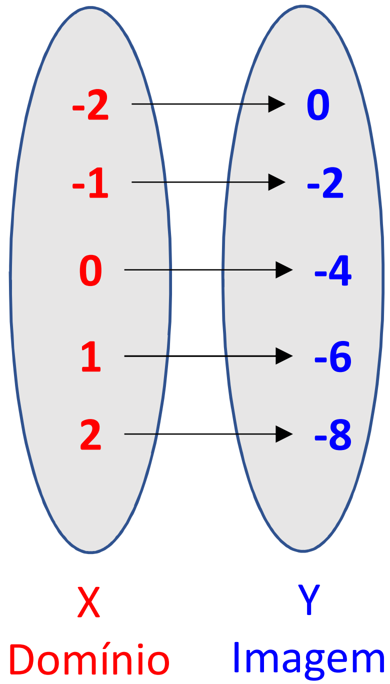
-2 **y = - 2.x - 4** **(-2 , 0)**
y = - 2.(-2) - 4
y = 4 -4
y = 0

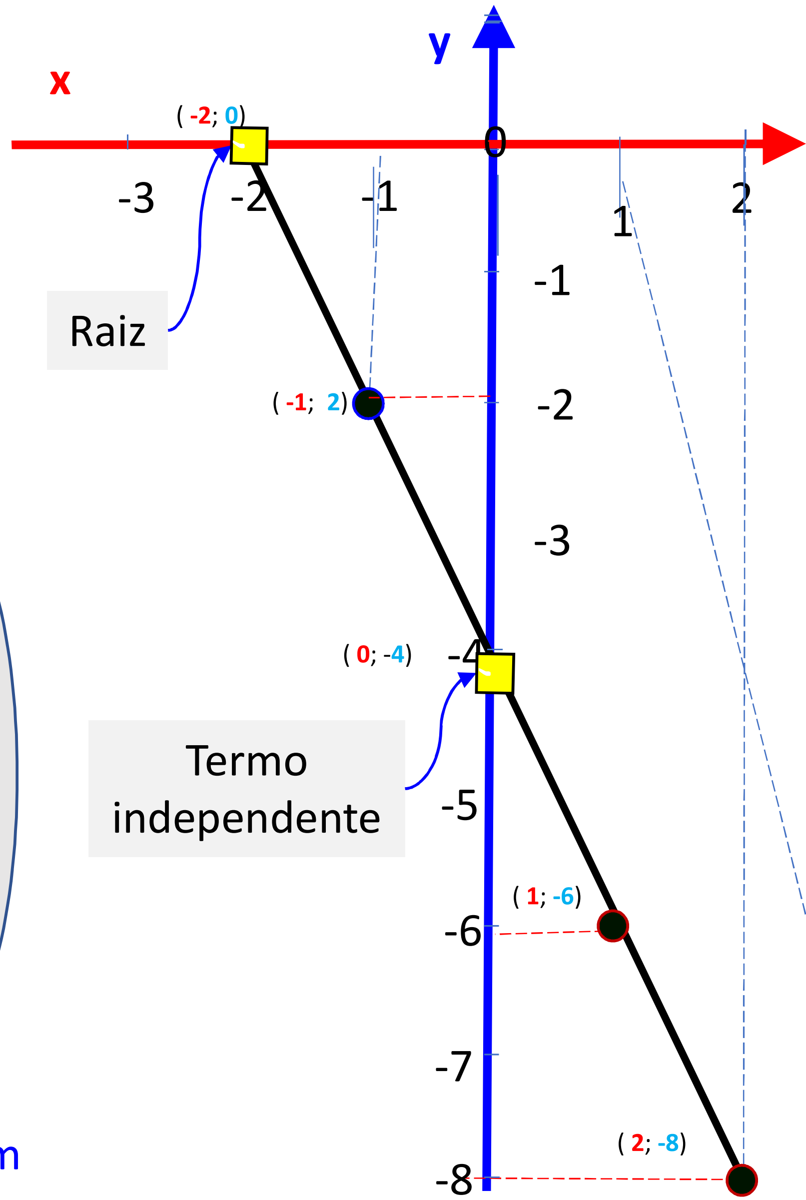
-1 **y = - 2.x - 4** (-1 , -2)
y = -2.(-1) - 4
y = 2 -4
y = -2

0 **y = - 2.x - 4** (0 , -4)
y = -2.(0) - 4
y = 0 -4
y = -4

1 **y = -2.x - 4** (1 , -6)
y = -2.(1) - 4
y = -2 -4
y = -6

2 **y = - 2.x - 4** (2 , -8)
y = -2.(2) - 4
y = -4 -4
y = -8





Desenhe a função: y = 2x – 4 usando a Dominio ={ -2,-1,0,1,2}

-2 y = 2.x - 4 **(-2 , -8)**
y = 2.(-2) - 4
y = -4 -4
y = -8

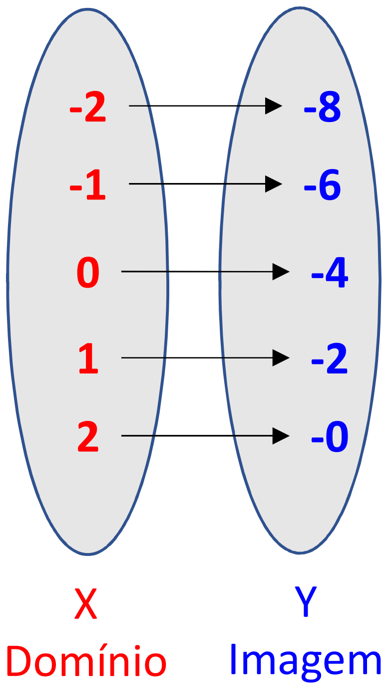
-1 y = 2.x - 4 (-1 , -6)
y = 2.(-1) - 4
y = -2 -4
y = -6

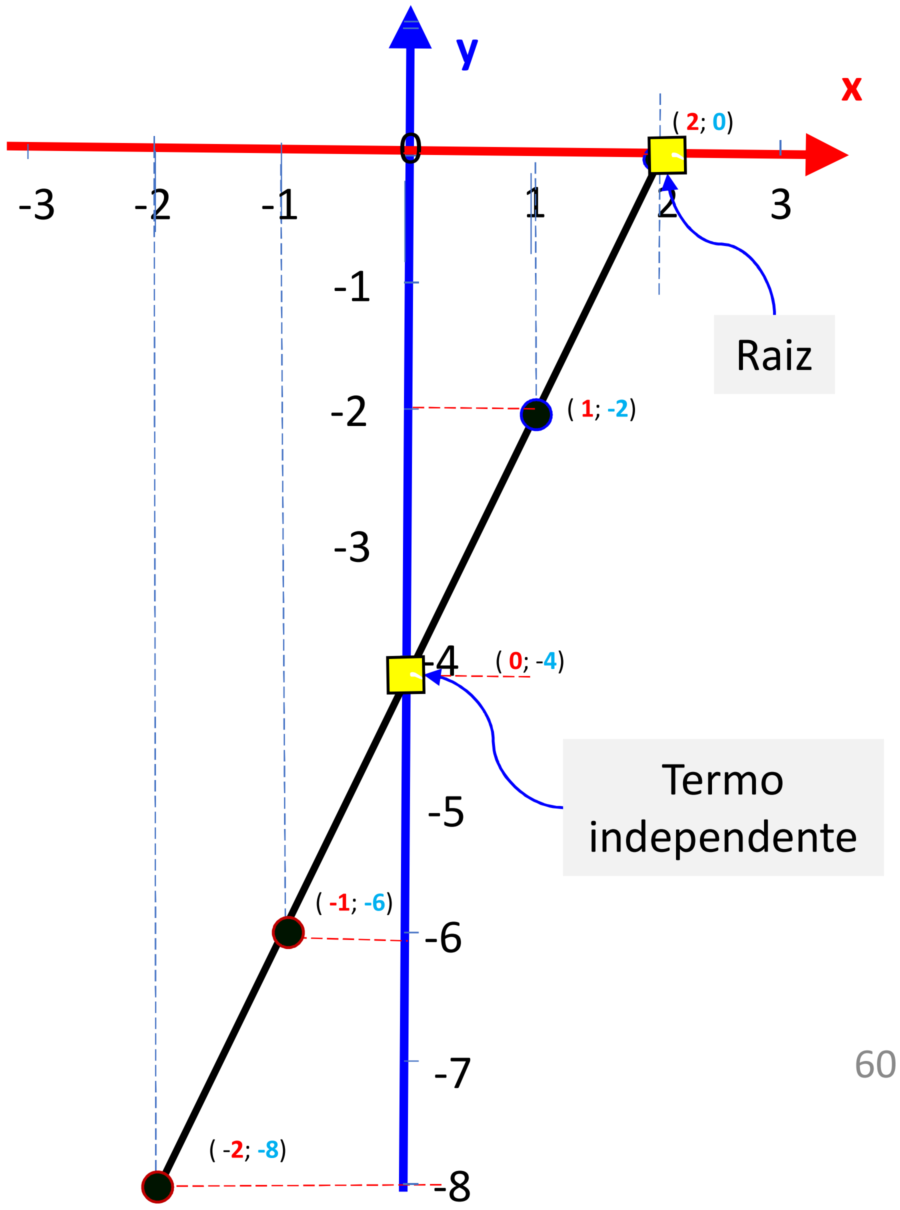
0 y = 2.x - 4 (0 , -4)
y = 2.(0) - 4
y = 0 -4
y = -4

1 y = 2.x - 4 (1 , -2)
y = 2.(1) - 4
y = 2 -4
y = -2

2 y = 2.x - 4 (2 , 0)
y = 2.(2) - 4
y = 4 -4
y = 0

D= {-2,-1, 0,1,2}





Exercícios de função do 1º grau

Dada as funções "m" e "j" efetue as questões:

$$\mathbf{m} = \frac{2x}{5} + 1 \qquad\qquad \mathbf{j} = -3x$$

a) Esboçar os gráficos das funções "m" e "j" no plano cartesiano utilizando o domínio D= (-3,-2, -1, 0, 1, 2,3)

b) Informe se a função é crescente ou decrescente

c) Informe os coeficientes angular e o linear

d) Informe o valor da coordenada de intersecção entre as funções "m" e "j"

e) Esboçar a função w = 3 no plano cartesiano e indique os pontos de intersecção com as funções "m" e "j".

Exercícios de função do 1º grau

Esboçar o gráfico das funções seguintes, considerando:

a) O domínio D= (-3,-2, -1, 0, 1, 2,3)

b) Informe se a função é crescente ou decrescente

c) Informe os coeficientes angular e o linear

d) Utilize um plano cartesiano para esboçar duas funções

1) f(x) = y = x + 3

f(x) = y = -x + 2

2) f(x) = y = 2x – 4

f(x) = y = -3x – 3

3) f(x) = y = -4x

f(x) = y = 2x

4) f(x) = y = $\frac{x}{2}$

f(x) = y = - $\frac{x}{2}$

5) f(x) = y = 2

f(x) = y = - 2

6) f(x) = y = 2x - 1

f(x) = y = - $2x$ + 1

Desafios:

7) f(x) = y = + $\frac{1}{4}$ x

f(x) = y = - $\frac{1}{4}$ x

8) f(x) = y = $\frac{5x}{2}$ -3

f(x) = y = -$\frac{5x}{2}$