

*1º Médio*

# *INTRODUÇÃO COMBINAÇÃO*

Professor Sérgio R. P. Saragiotto

2



# REVISÃO

## Fatorial

## Exemplos típicos de simplificação de fatorial



$$\frac{5!}{2!} =$$

$$\frac{5!}{2!} =$$

$$\frac{6!}{3!} =$$

$$\frac{6!}{3!} =$$

$$\frac{1000!}{999!} =$$

$$\frac{4! \cdot 5!}{6!} =$$

Prof. Sérgio Saragiotto

## Exemplos típicos de simplificação de fatorial



$$a) \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} =$$

$$d) \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} =$$

$$b) \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} =$$

$$e) \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} =$$

$$c) \frac{1000!}{999! \cdot (1000-999)!} =$$

$$f) \frac{6!}{4! \cdot (6-4)!} =$$

Prof. Sérgio Saragiotto



# COMBINAÇÕES



## COMBINAÇÕES

Considere  $n$  objetos diferentes.

Se tratarmos da contagem do número de maneiras de escolher  $k$  dentre esses  $n$  objetos **sem considerarmos a ordem**, então criamos uma combinação destes elementos sem repetição.

A fórmula para obter esta combinação é dada por

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$C_{n,k}$  = combinações por repetição

$n$  = Número de elementos do conjunto.

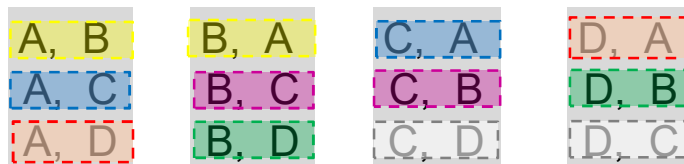
$k$  = Quantidade de elementos por agrupamento.

- REPETIÇÕES  
Única combinação
1. (A,B,C)
  2. (A,C,B)
  3. (B,C,A)
  4. (B,A,C)
  5. (C,A,B)
  6. (C,B,A)

## ARRANJO vs. COMBINAÇÃO



Dado o conjunto  $N = \{A, B, C, D\}$ , sendo os elementos agrupamentos de **dois em dois**.



### ARRANJO

Veja que temos **agrupamento diferente** um do outro segundo o **conceito de arranjo**.

Pela natureza dos elementos:  $(A, B) \neq (B, A)$

$(a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (a, d), (d, a), (b, c), (c, b), (b, d), (d, b), (c, d), (d, c)$

$$A_{4,2} = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 12$$

### COMBINAÇÃO

Veja que temos **agrupamento iguais** ao outro segundo o **conceito de combinação**.

Pela natureza dos elementos:  $(A, B) = (B, A)$

$(a, b) = (b, a); (a, c) = (c, a); (a, d) = (d, a); (b, c) = (c, b); (b, d) = (d, b); (c, d) = (d, c)$

$$C_{4,2} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2 \cdot 2!} = 6$$

Prof. Sérgio Saragiotto

## Número de combinações de n elementos tomados p a p.



Em uma sala há 40 pessoas: 18 mulheres e 22 homens.  
Quantas comissões de 3 mulheres e 5 homens podem ser montadas

**Combinação**  $\{ \frac{n}{k} \} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$

Mulheres

Homens

O total de combinações possíveis é igual a:  
 $C_{\text{total}} = 816 \times 26.334 = 21.488.544$  possibilidades

Prof. Sérgio

## COMBINAÇÕES - EXEMPLO

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



Estamos organizando um campeonato de xadrez com 12 participantes. De quantas maneiras possíveis podemos criar as duplas para disputar a primeira partida? Este problema pode ser solucionado calculando a combinação de 12 jogadores organizados de 2 em 2. Que nos traz:

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$C_{n,k}$  = combinações por repetição  
 $n$  = Número de elementos do conjunto.  
 $p$  = Quantidade de elementos por agrupamento.

$$C_{12,2} =$$

Prof. Sérgio Saragiotto



## EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



1) De quantas maneiras podemos formar grupos de 3 pessoas (trio) entre as 4 alunas: Ana, Beatriz, Cecília e Daniela

2) Com 5 homens e 4 mulheres quantas comissões de 5 pessoas sendo obrigatório 3 homens por comissão,

3) Com 5 homens e 4 mulheres quantas comissões de 5 pessoas sendo 4 homens por comissão

4) Com 5 homens e 4 mulheres quantas comissões de 5 pessoas sendo pelo menos 5 homens por comissão.

5) Quantos triângulos podemos fazer combinando os pontos das duas retas apresentadas com 5 e 8 pontos respectivamente

6) Quantos quadriláteros podemos fazer combinar os pontos das duas retas apresentadas com 5 e 8 pontos respectivamente

7) Uma sorveteria oferece as opções seguintes de combo

- Cobertura : 7 variações de cobertura com duas escolhas
- Sabores : 12 variações sabores com duas escolhas
- Recipientes/ talheres: 8 variações de recipientes (copos, canudos, pratos, canudos etc.) com duas escolhas

8) Um restaurante oferece as opções seguintes no cardápio

- Prato base : 5 variações prato base com duas escolhas
- Guarnições : 6 variações guarnições com três escolhas
- Saladas: 4 variações saladas com três escolhas

Prof. Sérgio Saragiotto

Combinações com repetição - **Exercício**

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



1) De quantas maneiras podemos formar grupos de 3 pessoas (trio) entre 4 com as alunas: **A**na, **B**eatriz, **C**ecilia e **D**aniela

$C_{n,p}$  = Combinações (A,B,C) = (A,C,B) = (C,B,A)= ...

n = (Ana, Beatriz, Cecilia e Daniela): 4 alunas

k = Maneiras de escolhas: 3 (trio)

1. (A,B,C)
2. (A,B,D)
3. (A,C,D)
4. (B,C,D)

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{4 \cdot 3!}{3!} = 4$$

Prof. Sérgio Saragiotto



## Combinação

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



2) Com 5 homens e 4 mulheres quantas comissões de 5 pessoas sendo obrigatório 3 homens por comissão

**Homens**  
n = 5  
k = 3

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!(5-3)!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!2!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2}$$

$$C_{5,3} = 10$$

**Mulheres**  
n = 4  
k = 2

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2!(4-2)!}$$

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!}$$

$$C_{4,2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2}$$

$$C_{4,2} = 6$$

## COMISSÃO

3 Homens

2 Mulheres

1

2

3

1

2

*Homens . Mulheres*

$$C_T = C_{5,3} \cdot C_{4,2}$$

$$C_T = 10 \cdot 6$$


60 combinações

Prof. Sérgio Saragiotto



ETEC ZL - Ensino Médio- Matemática - 2021

## Combinação

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$


3) Com 5 homens e 4 mulheres quantas comissões de 5 pessoas sendo 4 homens por comissão

**Homens**  
 $n = 5$   
 $k = 4$

**Mulheres**  
 $n = 4$   
 $k = 1$

**COMISSÃO**

4 H
1 M

1

2

3

4

1

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{5,4} = \frac{5!}{4!(5-4)!}$$

$$C_{5,4} = \frac{5 \cdot 4!}{4!}$$

$$C_{5,4} = 5$$

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{4,1} = \frac{4!}{1!(4-1)!}$$

$$C_{4,1} = \frac{4 \cdot 3!}{3!}$$


$$C_{4,1} = 4$$

*Homens . Mulheres*

$$C_T = C_{5,4} \cdot C_{4,1}$$

$$C_T = 5 \cdot 4$$


20 combinações



Prof. Sérgio Saragiotto

ETEC ZL - Ensino Médio- Matemática - 2021

## Combinação

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$


4) Com 5 homens e 4 mulheres quantas comissões de 5 pessoas sendo pelo menos 5 homens por comissão

**Homens**  
 $n = 5$   
 $k = 5$

**Mulheres**  
 $n = 4$   
 $k = 0$

**COMISSÃO**

1

2

3

4

5

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{5,5} = \frac{5!}{5!(5-5)!}$$

$$C_{5,5} = \frac{5!}{5! \cdot 1}$$

$$C_{5,5} = 1$$

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{4,0} = \frac{4!}{0!(4-0)!}$$

$$C_{4,0} = \frac{4!}{0! \cdot 4!}$$

$$C_{4,0} = 1$$

*Homens . Mulheres*

$$C_T = C_{5,5} \cdot C_{4,0}$$

$$C_T = 1 \cdot 1$$

1 combinação

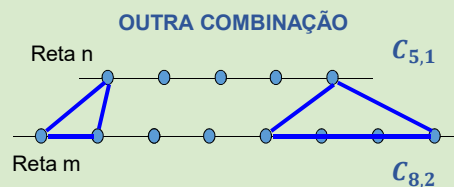
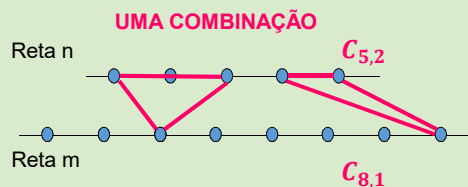
Prof. Sérgio Saragiotto

## Combinação

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



5) Quantos triângulos podemos fazer combinando os pontos das duas retas apresentadas



$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{8!}{1!(8-1)!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{8!}{1! \cdot 7!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{8 \cdot 7!}{1! \cdot 7!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = 10 \cdot 8 = 80$$

$$C_{total} = 80 + 140$$

$$C_{total} = 220$$

220 triângulos são possíveis combinar

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{8,2} \cdot C_{5,1} = \frac{8!}{2!(8-2)!} \cdot \frac{5!}{1!(5-1)!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{5!}{1! \cdot 4!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2! \cdot 6!} \cdot 5$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = 28 \cdot 5 = 140$$

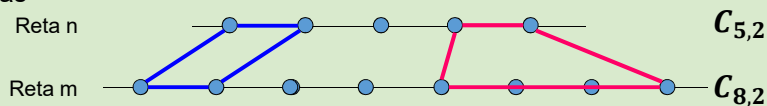
Prof. Sérgio Saragiotto

## Combinações com repetição

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



6) Quantos quadriláteros podemos fazer combinando os pontos das duas retas apresentadas



$$C_{n,p} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{8!}{2!(8-2)!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2! \cdot 6!}$$

$$C_{5,2} \cdot C_{8,1} = 10 \cdot 28 = 280$$

280 quadriláteros são possíveis combinar

Prof. Sérgio Saragiotto



## Combinação

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



7) Uma sorveteria oferece as opções seguintes de combo

- Cobertura : 7 variações de cobertura com duas escolhas
- Sabores : 12 variações sabores com duas escolhas
- Recipientes/ talheres: 8 variações de recipientes (copos, canudos, pratos, canudos etc.) com duas escolhas

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{7,2} = \frac{7!}{2!(7-2)!}$$

$$C_{7,2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2! \cdot 5!}$$

$$C_{7,2} = 21$$

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{12,2} = \frac{12!}{2!(12-2)!}$$

$$C_{12,2} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10!}{2! \cdot 10!}$$

$$C_{12,2} = \frac{12 \cdot 11}{2}$$

$$C_{12,2} = 66$$

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{8,2} = \frac{8!}{2!(8-2)!}$$

$$C_{8,2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!}$$

$$C_{8,2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2! \cdot 6!}$$

$$C_{8,2} = \frac{56}{2}$$

$$C_{8,2} = 28$$

$$C_{total} = C_{cobertura} \cdot C_{sabores} \cdot C_{recipientes}$$

$$C_{total} = C_{7,2} \cdot C_{12,2} \cdot C_{8,2}$$

$$C_{total} = 21 \cdot 66 \cdot 28$$

$$C_{total} = 38\,808$$

Prof. Sérgio Saragiotto

## Combinação

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



8) Um restaurante oferece as opções seguintes no cardápio

- Prato base : 5 variações prato base com duas escolhas
- Guarnições : 6 variações guarnições com tres escolhas
- Saladas: 4 variações saladas com tres escolhas

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

$$C_{5,2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2! \cdot 3!}$$

$$C_{5,2} = 10$$

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!(6-3)!}$$

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3! \cdot 3}$$

$$C_{6,3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3 \cdot 2 \cdot 3!}$$

$$C_{6,3} = 20$$

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3!(4-3)!}$$

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3! \cdot 1!}$$

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3!}$$

$$C_{4,3} = \frac{4 \cdot 3!}{3!}$$

$$C_{4,3} = 4$$

$$C_{total} = C_{prato\ base} \cdot C_{guarnição} \cdot C_{salada}$$

$$C_{total} = C_{5,2} \cdot C_{6,3} \cdot C_{4,3}$$

$$C_{total} = 10 \cdot 20 \cdot 4$$

$$C_{total} = 800$$

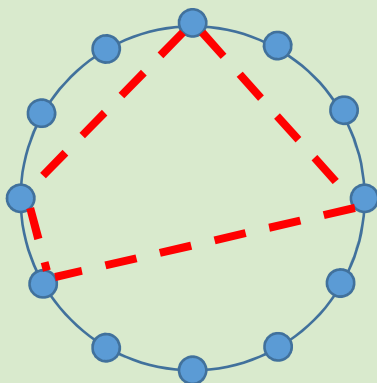
Prof. Sérgio Saragiotto

## Combinações com repetição

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



9) Quantos quadriláteros podemos fazer combinando os pontos da circunferência



$$C_{n,p} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{12,4} = \frac{12!}{4!(12-4)!}$$

$$C_{12,4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{4! \cdot 8!}$$

$$C_{12,4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$C_{12,4} = 11 \cdot 5 \cdot 9$$

$$C_{12,4} = 495$$

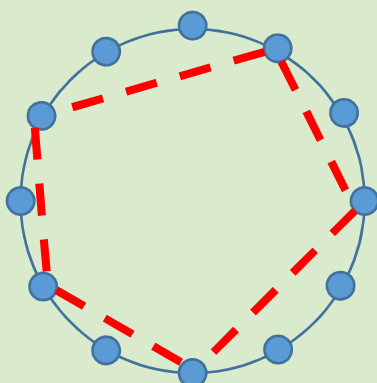
Prof. Sérgio Saragiotto

## Combinações com repetição

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



10) Quantos pentágonos podemos fazer combinando os pontos da circunferência



$$C_{n,p} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{12,5} = \frac{12!}{5!(12-5)!}$$

$$C_{12,5} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{5! \cdot 7!}$$

$$C_{12,5} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$C_{12,5} = 11 \cdot 9 \cdot 8$$

$$C_{12,5} = 792$$

Prof. Sérgio Saragiotto



# Combinações

## Exercícios Complementares

Prof. Sérgio Saragiotto

### EXEMPLOS

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



- 1) Uma pizzeria oferece 15 diferentes sabores de pizza a seus clientes

- a) De quantas maneiras uma família pode escolher três desses sabores?

$$C_{15,3} = \frac{15!}{3! \cdot 12!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 12!} = 455$$

- b) Suponhamos, agora que uma família sempre opta por muçarela. Como poderão ser escolhidos os outros dois sabores?

$$C_{14,2} = \frac{14!}{2! \cdot 12!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12!}{2 \cdot 1 \cdot 12!} = 91$$

Prof. Sérgio Saragiotto

**EXEMPLOS**

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



2) Uma classe tem 15 alunos, sendo 9 meninos e 6 meninas,

**a) Quantas comissões de dois meninos e duas meninas podem ser formadas?**

O número de maneiras de escolher os meninos é  $C_{9,2}$ .

O número de maneiras de escolher as meninas é  $C_{6,2}$ .

$$C_{9,2} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7!}{2 \cdot 1 \cdot 7!} = \frac{72}{2} = 36$$

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 1 \cdot 4!} = \frac{30}{2} = 15$$

$$36 \times 15 = 540$$

**b) Quantas comissões de quatro alunos têm pelo menos um menino?**

O número total de comissões de quatro alunos, é  $C_{15,4}$ .

O número de comissões que não aparecem meninos é  $C_{6,4}$ , pois as vagas na comissão serão preenchidas pelas meninas.

Dessa forma, a diferença:

$$C_{15,4} - C_{6,4} = 1365 - 15 = 1350$$

fornece o número de comissões em que há pelo menos um menino.

Prof. Sérgio Saragiotto

**EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES**

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



- 1) Um torneio de futebol será disputado em duas sedes a serem escolhidas entre seis cidades. De quantas maneiras poderá ser feita a escolha das duas cidades?
- 2) Quinze alunos participam de um sorteio promovido pelo professor de Matemática. Se ele dispõe de três prêmios idênticos, de quantas formas poderão ser escolhidos os alunos?
- 3) (UF-BA) Dispondo-se de abacaxi, acerola, goiaba, laranja, maçã, mamão e melão, calcule de quantos sabores diferentes pode-se preparar um suco, usando-se três frutas distintas?
- 4) Uma junta médica deverá ser formada por quatro médicos e dois enfermeiros. De quantas maneiras ela poderá ser formada se estão disponíveis dez médicos e seis enfermeiros?
- 5) Uma classe tem 10 meninos e 12 meninas. De quantas maneiras poderá ser escolhida uma comissão de três meninos e quatro meninas, incluindo, obrigatoriamente, o melhor aluno e a melhor aluna?
- 6) Uma locadora de automóveis tem à disposição de seus clientes uma frota de dezesseis carros nacionais e quatro carros importados. De quantas formas uma empresa poderá alugar três carros de modo que:
  - a) todos sejam nacionais?
  - b) pelo menos um carro nacional seja escolhido?

Respostas: 1) 15    2) 455    3) 35    4) 3150    5) 59400    6) a) 560    6b) 1136

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



# Correção dos Exercícios Complementares

Prof. Sérgio Saragiotto

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



- 1) Um torneio de futebol será disputado em duas sedes a serem escolhidas entre seis cidades. De quantas maneiras poderá ser feita a escolha das duas cidades?

### COMBINAÇÃO

$$p = 6$$

$$k = 2$$

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(6,2) = 6! / [(6-2)! \cdot 2!]$$

$$C(6,2) = 6! / [4! \cdot 2!]$$

$$C(6,2) = 720 / [24 \cdot 2]$$

$$C(6,2) = 720 / 48$$

$$C(6,2) = 15$$

- 2) Quinze alunos participam de um sorteio promovido pelo professor de Matemática. Se ele dispõe de três prêmios idênticos, de quantas formas poderão ser escolhidos os alunos?

### COMBINAÇÃO

$$p = 15$$

$$k = 3$$

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(15,3) = 15! / [(15-3)! \cdot 3!]$$

$$C(15,3) = 15! / [12! \cdot 3!]$$

$$C(15,3) = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12! / [12! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1]$$

$$C(15,3) = 455$$

Prof. Sérgio Saragiotto

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



3) (UF-BA) Dispondo-se de abacaxi, acerola, goiaba, laranja, maçã, mamão e melão, calcule de quantos sabores diferentes pode-se preparar um suco, usando-se três frutas distintas?

## COMBINAÇÃO

$$p = 7$$

$$k = 3$$

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(7,3) = 7! / [(7-3)! \cdot 3!]$$

$$C(7,3) = 7! / [4! \cdot 3!]$$

$$C(7,3) = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4! / [4! \cdot 6]$$

$$C(7,3) = 35$$

4) Uma junta médica deverá ser formada por **quatro médicos** e **dois enfermeiros**. De quantas maneiras ela poderá ser formada se estão disponíveis **dez médicos** e **seis enfermeiros**?

COMBINAÇÃO MÉDICOS :  $p = 10$   $k = 4$ 

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(10,4) = 10! / [(10-4)! \cdot 4!]$$

$$C(10,4) = 10! / [6! \cdot 4!]$$

$$C(10,4) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6! / [6! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1] = 210$$

COMBINAÇÃO ENFERMEIROS :  $p = 6$   $k = 2$ 

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(6,2) = 6! / [(6-2)! \cdot 2!]$$

$$C(6,2) = 6! / [4! \cdot 2!]$$

$$C(6,2) = 6 \cdot 5 \cdot 4! / [4! \cdot 2] = 15$$

$$C(10,4) \cdot C(6,2) = 210 \cdot 15 = 3150 \text{ juntas médicas}$$

Prof. Sérgio Saragiato

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



5) Uma classe tem **10 meninos** e **12 meninas**. De quantas maneiras poderá ser escolhida uma comissão de **três meninos** e **quatro meninas**, incluindo, obrigatoriamente, o melhor aluno e a melhor aluna?

COMBINAÇÃO MENINOS:  $p = 10$   $k = 3$ 

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(10,3) = 10! / [(10-3)! \cdot 3!]$$

$$C(10,3) = 10! / [7! \cdot 3!]$$

$$C(10,3) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7! / [7! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1] = 120$$

COMBINAÇÃO MENINAS:  $p = 12$   $k = 4$ 

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(12,4) = 12! / [8! \cdot 4!]$$

$$C(12,4) = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8! / [8! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1]$$

$$C(12,4) = 495$$

## COMBINAÇÃO COMISSÃO

$$C(12,4) \cdot C(10,3) = 495 \cdot 120 = 59400$$

6) Uma locadora de automóveis tem à disposição de seus clientes uma frota de **dezesseis carros nacionais** e **quatro carros importados**. De quantas formas uma empresa **poderá alugar três carros** de modo que:

a) todos sejam nacionais?

COMBINAÇÃO  $p = 16$   $k = 3$ 

$$C(p,k) = p! / (p-k)! \cdot k!$$

$$C(16,3) = 16! / [(16-3)! \cdot 3!]$$

$$C(16,3) = 16! / [13! \cdot 3!]$$

$$C(16,3) = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13! / [13! \cdot 3!]$$

$$C(16,3) = 16 \cdot 15 \cdot 14 / (3 \cdot 2 \cdot 1)$$

$$C(16,3) = 8 \cdot 5 \cdot 14$$

$$C(16,3) = 560$$

Prof. Sérgio Saragiato

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



6) Uma locadora de automóveis tem à disposição de seus clientes uma frota de **dezesesseis carros nacionais** e **quatro carros importados**. De quantas formas uma empresa poderá alugar **três carros** de modo que:

b) pelo menos um carro nacional seja escolhido?

## 1ª COMBINAÇÃO

Nacional:  $p = 16$  e  $k = 1$

$$C(p,k) = \frac{p!}{(p-k)! \cdot k!}$$

$$C(16,1) = \frac{16!}{(16-1)! \cdot 1!}$$

$$C(16,1) = \frac{16!}{15! \cdot 1!}$$

$$C(16,1) = 16$$

Importado  $p = 4$  e  $k = 2$

$$C(p,k) = \frac{p!}{(p-k)! \cdot k!}$$

$$C(4,2) = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!}$$

$$C(4,2) = \frac{4!}{2! \cdot 2!}$$

$$C(4,2) = 6$$

$$C(16,1) \cdot C(4,2) = 6 \cdot 16 = 96$$

## 2ª COMBINAÇÃO

Nacional:  $p = 16$  e  $k = 2$

$$C(p,k) = \frac{p!}{(p-k)! \cdot k!}$$

$$C(16,2) = \frac{16!}{(16-2)! \cdot 2!}$$

$$C(16,2) = \frac{16!}{14! \cdot 2!}$$

$$C(16,2) = 120$$

Importado  $p = 4$  e  $k = 1$

$$C(p,k) = \frac{p!}{(p-k)! \cdot k!}$$

$$C(4,1) = \frac{4!}{(4-1)! \cdot 1!}$$

$$C(4,1) = \frac{4!}{3! \cdot 1!}$$

$$C(4,1) = 4$$

$$C(16,2) \cdot C(4,1) = 120 \cdot 4 = 480$$

## PELO MENOS UM CARRO NACIONAL

1ª

Nacional

 $C_{16,1}$ 

Importado

 $C_{4,2}$ 

Importado

2ª

Nacional

 $C_{16,2}$ 

Nacional

 $C_{4,1}$ 

Importado

3ª

Nacional

 $C_{16,3}$ 

Nacional

 $C_{4,1}$ 

Nacional

## 3ª COMBINAÇÃO

Nacional:  $p = 16$  e  $k = 3$

$$C(p,k) = \frac{p!}{(p-k)! \cdot k!}$$

$$C(16,3) = \frac{16!}{(16-3)! \cdot 3!}$$

$$C(16,3) = \frac{16!}{13! \cdot 3!}$$

$$C(16,3) = 560$$

## COMBINAÇÃO TOTAL

$$CT = 96 + 480 + 560$$

$$CT = 1136$$

Prof. Sérgio Saragiotto