

Espaços Vetoriais

Danilo Vieira Costa

17/05/2024

Abstract

Vamos definir o que é um espaço vetorial, deduzir alguns fatos básicos e explorar alguns exemplos.

1 Espaço Vetorial (ou Linear)

Dizemos que um conjunto E é um espaço vetorial e chamamos os seus elementos de vetores se esse conjunto está munido de duas operações, \cdot e $+$ de modo que essas operações possuam algumas propriedades específicas que vamos ver a seguir, porém, vamos antes definir o domínio e contra-domínio dessas operações.

$$\cdot : \mathbb{R} \times E \longrightarrow E$$

$$(\alpha, u) \longmapsto v$$

$$+ : E \times E \longrightarrow E$$

$$(u, v) \longmapsto w$$

A forma como definimos essas operações já garantem o fechamento de E com relação a essas operações. As propriedades que essas operações devem possuir para que E seja um espaço vetorial são:

Para todo $u, v, w \in E$ e α e $\beta \in \mathbb{R}$

- Comutatividade da soma: $u + v = v + u$;
- Associatividade da soma e produto: $u + (v + w) = (u + v) + w$ e $(\alpha\beta)u = \alpha(\beta u)$;