



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CAMPUS DE PALMAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**DANILO DA CONCEIÇÃO NASCIMENTO**

**OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE TRANSFORMADORES VIA ALGORÍTMOS  
NATURAIS USANDO PYTHON**

Palmas/TO  
2021

**DANILO DA CONCEIÇÃO NASCIMENTO**

**OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE TRANSFORMADORES VIA ALGORÍTMOS  
NATURAIS USANDO PYTHON**

Monografia foi avaliada e apresentada à  
UFT – Universidade Federal do Tocantins  
– Campus Universitário de Palmas, Curso  
de Engenharia Elétrica para aprovação na  
disciplina Projeto de Graduação I.

Orientadora: Prof. Dr. Adelício Maximiano  
Sobrinho

Palmas/TO  
**2021**

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>3</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	4
1.2	OBJETIVOS.....	4
1.2.1	<i>Objetivo Geral.....</i>	<i>4</i>
1.2.2	<i>Objetivos Específicos .....</i>	<i>4</i>
1.3	METODOLOGIA .....	5
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	5
1.5	CRONOGRAMA DE ATIVIDADES A SEREM REALIZADAS .....	5
<b>2</b>	<b>PROJETOS DE TRANSFORMADORES DE DISTRIBUIÇÃO TRIFÁSICOS.....</b>	<b>7</b>
2.1	PARÂMETROS BÁSICOS DOS TRANSFORMADORES.....	7
2.2	PRINCÍPIO CONSTRUTIVO .....	8
2.3	CONSTRUÇÃO DO NÚCLEO .....	11
2.4	SEÇÕES DO NÚCLEO .....	11
2.5	SEÇÃO CIRCULAR CIRCUNSCRITA .....	16
2.6	TRANSFORMADOR DE DISTRIBUIÇÃO TRIFÁSICO .....	20
2.6.1	<i>Relação entre tensão, corrente e número de espiras .....</i>	<i>23</i>
2.6.2	<i>Cálculo das perdas e corrente a vazio.....</i>	<i>24</i>
2.6.3	<i>Cálculo das perdas nos enrolamentos.....</i>	<i>27</i>
2.7	CÁLCULO DO FATOR DE CARGA.....	29
2.8	CORRENTE DE MAGNETIZAÇÃO TRANSITÓRIA (CORRENTE INRUSH) .....	29
<b>3</b>	<b>TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO USANDO ALGORÍTMOS NATURAIS ...</b>	<b>37</b>
3.1	FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO .....	38
3.1.1	<i>Otimização mono-objetivo .....</i>	<i>39</i>
3.1.2	<i>Otimização multi-objetivo – ótimo de Pareto .....</i>	<i>40</i>
3.2	ALGORITMOS BASEADOS EM POPULAÇÃO.....	42
3.2.1	<i>Algoritmos Evolucionários (AE) .....</i>	<i>43</i>
3.2.2	<i>Inteligência de enxame .....</i>	<i>45</i>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>47</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Transformador é um dos dispositivos mais simples e é constituído por dois ou mais circuitos elétricos acoplados por um circuito magnético em comum (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014). Para maximizar a ligação magnética entre os circuitos é necessário que estes estejam enrolados sobre um núcleo magnético de pequena relutância (MARTIGNONI, 1991).

Analisar as perdas é de suma importância em projetos de transformadores pois elas determinam o rendimento e influenciam consideravelmente o custo de operação (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014). Sendo assim essa dissertação replicará um estudo sobre o problema de otimização em projetos de transformadores trifásicos proposto na tese (SOBRINHO, 2019). Essa otimização será realizada com o auxílio de duas funções de otimização: mono e multi-objetivo.

Com o uso das funções mono-objetivo será possível otimizar a massa ou as perdas totais. Para a função multi-objetivo as metas são: minimizar a massa da parte ativa do transformador (custo) e as perdas totais (SOBRINHO, 2019). Para tanto será utilizado algoritmos naturais a saber Evolução Diferencial (ED) e Enxame de Partículas (EP). Além de otimizar essas duas variáveis, o programa desenvolvido será capaz de calcular a corrente transitória do transformador (corrente *inrush*).

A corrente *inrush* do transformador pode chegar até dez vezes a corrente de operação durante a energização do transformador, causando assim uma série de problemas ao sistema elétrico (YACAMINI e ABU-NSSAER, 1986). Essa corrente não é senoidal, os componentes de frequência mais elevadas, geralmente a terceira e quarta harmônica causam danos ao sistema elétrico, produz tensões mecânicas nos enrolamentos, provoca danos ao transformador, cria afundamentos de tensão e dificulta o funcionamento dos relés de proteção (SOBRINHO, 2019).

Nos projetos de transformadores, as principais grandezas são: correntes de magnetização a vazio, as dimensões do núcleo e das bobinas, as perdas nos enrolamentos, as perdas a vazio, o rendimento, e a corrente *inrush* do transformador. Em sua tese (SOBRINHO, 2019) usa o *software* OCTAVE para realizar os cálculos. Nessa dissertação foi usado a linguagem de programação *Python* em conjunto as bibliotecas *numpy* e *pandas* para realização dos cálculos. Para a criação da Interface Gráfica do Usuário (GUI, do inglês Graphical User Interface) foi usado o PyQT que é

um conjunto de ferramentas escritas em C++ e Python para criação de interfaces multiplataforma (Windows e Linux) (QT, 2020).

Neste capítulo consta inicialmente, os objetivos, a revisão bibliográfica, as justificativas e a estrutura da dissertação.

## 1.1 Justificativa

Como citado anteriormente há uma necessidade de desenvolvimento de ferramentas para otimização de transformadores de distribuição. Foi procurado em várias bibliografias e não foram encontradas soluções comerciais para do problema, sendo assim faz-se necessário o estudo e desenvolvimento de soluções próprias. Além disso o uso da linguagem de programação escolhida possibilita uma gama de possibilidades para uso futuro da biblioteca, pois *Python* é amplamente usado nas universidades e pela comunidade em geral (PYTHON, 2021).

Nesse contexto o presente trabalho visa contribuir na área de projetos de transformadores de distribuição. Além de construir uma interface com usuário que possa ser reutilizada caso se queira implementar outras técnicas de otimização.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma solução em *Python* com Interface Gráfica do Usuário para inserção dos parâmetros e otimização mono e multi-objetivo para minimizar perdas totais e massa ativa (custo) dos transformadores de distribuição trifásicos.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Em específico os objetivos do trabalho foram:

- a) Projetar e explorar os parâmetros dos transformadores de distribuição trifásicos;
- b) Analisar as soluções dos algoritmos ED e EP quando aplicados ao projeto de transformadores de distribuição trifásicos;

- c) Desenvolver uma Interface Gráfica do Usuário para inserção dos parâmetros referentes ao projeto de transformadores e dos algoritmos EP e ED;
- d) Comparar os resultados dos algoritmos EP e ED na solução do problema de otimização.

### 1.3 Metodologia

Inicialmente esse trabalho visa realizar um levantamento bibliográfico dividido em duas partes: estudo de projetos de transformadores de distribuição e estudo de métodos de otimização usando algoritmos naturais. A próxima etapa é a modelagem e implementação dos algoritmos EP e ED bem como o desenvolvimento da Interface Gráfica do Usuário. A última etapa será a comparação das respostas encontradas pelos algoritmos EP e ED com projetos de transformadores reais.

### 1.4 Estrutura da dissertação

O trabalho está organizado em 5 capítulos, em que o primeiro capítulo foi a Introdução. O capítulo 2 trata da fundamentação teórica acerca do projeto de transformadores de distribuição trifásicos, onde são descritas as equações matemáticas utilizadas para dimensionar, desde o projeto, as grandezas: correntes de magnetização a vazio, as dimensões do núcleo e das bobinas, as perdas nos enrolamentos, as perdas a vazio, o rendimento, e a corrente *inrush* do transformador. No Capítulo 3 são discutidos os algoritmos naturais EP e ED bem como as variáveis de projeto escolhidas. No capítulo 4 é abordado os conceitos fundamentais da linguagem *Python* e do desenvolvimento de interfaces gráficas usando PyQT. No capítulo 5 é apresentado as respostas ao problema de otimização usando os algoritmos EP e ED assim como apresenta as conclusões obtidas e as sugestões de trabalhos futuros.

### 1.5 Cronograma de atividades a serem realizadas

Toda a modelagem e simulação do transformador já foi implementada. Também já foi implementado o algoritmo genético mas há necessidade de refatorar

uma parte do código pois o tempo de execução aumenta consideravelmente quando o número de resposta cresce. Já foi criada a interface gráfica e inseriria a opção de criar uma nova execução do algoritmo genético. No futuro será implementado a opção de salvamento dos dados do usuário em um banco de dados para carregamento posterior bem como a possibilidade de carregamento dos resultados sem a necessidade de execução dos algoritmos.

Logo a baixo temos uma tabela com o cronograma de execução das atividades:

Atividade	Prazo
Escrever O Capítulo 2	30/07
Escrever O Capítulo 3	30/08
Implementar O Algoritmo EP	30/08
Finalizar A Gui	15/09
Escrever O Capítulo 4	30/09
Finalizar A Dissertação	15/10

Equation Chapter 2 Section 1

## 2 PROJETOS DE TRANSFORMADORES DE DISTRIBUIÇÃO TRIFÁSICOS

Nesse capítulo são apresentadas as equações matemáticas para modelagem e projeto de transformadores de distribuição trifásicos. Nesse contexto são discutidas equações para: dimensionar o núcleo e as bobinas, calcular as perdas a vazio e as correntes de magnetização a vazio. E depois é descrito um método para estimar a corrente de energização do transformador (*Inrush*).

Nas ultimas decadas ocorreu um aumento na demanda por energia elétrica, mas não tivemos investimentos no setor, bem como as dificuldades econômicas e financeiras das empresas tem aumentado, cada vez mais têm requerido projetos com maior rendimento e menor custo (SOBRINHO, 2019).

Os projetos de transformadores não se resumem apenas à simples aplicação de formulas bem definidas e de conhecimento comum. Para cada especificação existem centenas de projetos capazes de resolve-la, porém todos eles com as mais diferentes características possíveis. Projetar um transformador é uma tarefa que exige um conhecimento pouco divulgados além da utilização de gráficos e dados tabelados gerados de forma prática pela manufatura e testes durante anos (SALUSTIANO, 2012).

Nesse contexto é importante conhecer as principais partes construtivas de um transformador de distribuição trifásico bem como as equações que o modelam. Neste capítulo são mostrados os principais passos e as equações básicas no dimensionamento dos mesmos.

### 2.1 Parâmetros básicos dos transformadores

Para dimensionar um transformador é necessário especificar as seguintes grandezas e características do equipamento (UPADHYAY, 2008, apud (SOBRINHO, 2019)):

- Capacidade nominal em  $kVA$ ;
- Tensão Nominal, em  $kV$ , no primário e secundário;
- Número de fases: monofásico ou trifásico;
- Frequência em  $Hz$ ;
- Tipo de conexão,  $\Delta$  (delta) ou  $Y$  (estrela) para transformadores trifásicos;



- Classificação referente tipo de núcleo: núcleo envolvente ou núcleo envolvido;
- Relação entre a área da coluna e culatra;
- Características de materiais do núcleo;
- Correntes nominais no primário e secundário;
- Perdas a vazio e perdas nos enrolamentos;
- Rendimento;
- Corrente de magnetização a vazio e suas componentes;
- Corrente de magnetização transitória de magnetização (*Inrush*), etc.

Os transformadores podem ser classificados da seguinte forma (UPADHYAY, 2008):

- Quanto ao núcleo;
  - i) Núcleo envolvido.
  - ii) Núcleo envolvente.
- Quanto ao nível de tensão;
  - i) Elevador de tensão.
  - ii) Abaixador de tensão.
- Quanto a utilização
  - i) Transformador de distribuição.
  - ii) Transformador de potência.

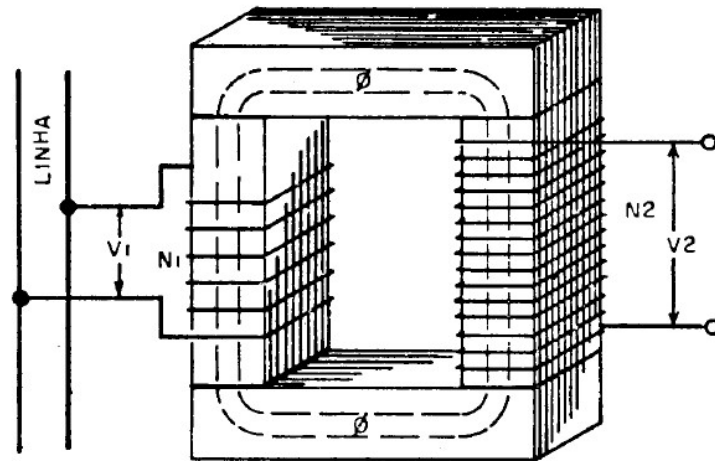
Cada transformador pode ser usado para elevar ou abaixar a tensão. Os transformadores de distribuição geralmente possuem potência abaixo de 500 kVA, enquanto que os transformadores de potência possuem potência acima de 500 kVA (UPADHYAY, 2008).

## 2.2 Princípio construtivo

Transformadores são dispositivos eletromagnéticos estáticos (não possuem partes rotativas), e possuem uma grande eficiência (UPADHYAY, 2008). Essencialmente o funcionamento de um transformador requer apenas a existência de um fluxo mútuo, variável no tempo, enlaçando dois enrolamentos. Para melhorar a

eficiência é usado um núcleo de ferro ou de outro material ferromagnético (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014). Por motivos de construção este núcleo possui a forma indicada na Figura 1, sendo destinado a canalizar o fluxo alternado (MARTIGNONI, 1991).

Figura 1 - Construção básica de um transformador



Fonte: (MARTIGNONI, 1991)

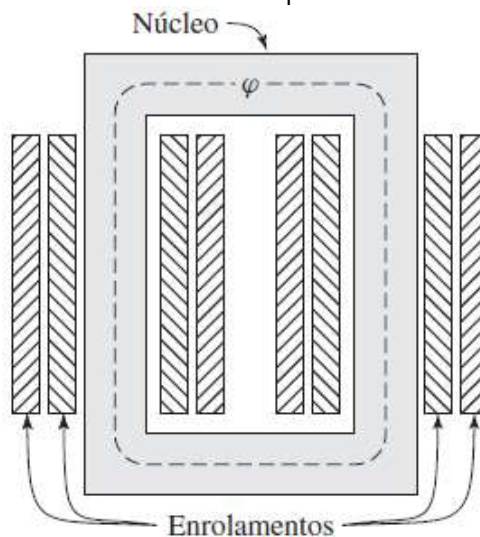
Quando um dos enrolamentos, o primário, é conectado a uma fonte de tensão alternada, é produzido um fluxo alternado que depende da tensão, da frequência e do número de espiras. No outro enrolamento, o secundário, uma parte desse fluxo, denominado de fluxo mútuo, induz uma tensão cujo valor depende do número de espiras, da intensidade do fluxo comum e da frequência (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014). Construtivamente os dois enrolamentos são denominados de enrolamento de alta tensão (A.T.) o que tem maior número de espiras e enrolamento de baixa tensão (B.T.) o que tem menor número de espiras (MARTIGNONI, 1991).

As partes essenciais de um transformador é (SOBRINHO, 2019):

- Circuitos magnéticos: núcleo magnético composto com colunas, culatras e estruturas de fixação;
- Circuitos elétricos: diferentes enrolamentos, isolamento e travamento;
- Terminais: isoladores e buchas;
- Circuito de resfriamento: tanque, óleo, conservador, radiadores e aparelhos auxiliares;
- Partes móveis: variação de TAP sob carga

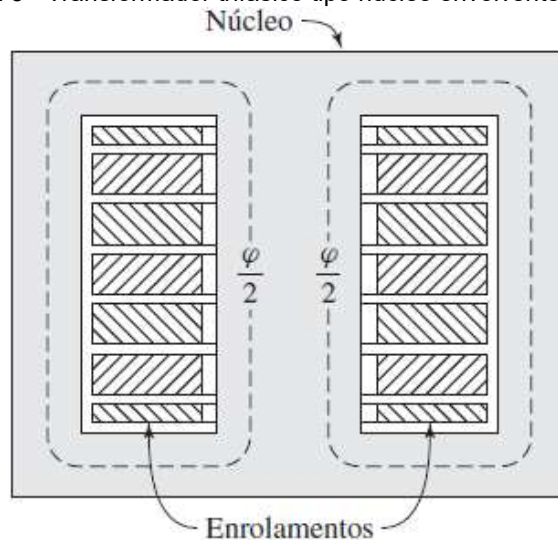
De acordo com o caminho magnético criado no núcleo, podemos classificar os transformadores de duas maneiras: núcleo envolvente e núcleo envolvido. Nos transformadores do tipo núcleo envolvido, o núcleo é envolvido pelas bobinas, como pode ser observado na Figura 2. Já os transformadores do tipo núcleo envolvente as bobinas são envolvidas pelo núcleo, como pode ser visto na Figura 3 (SALUSTIANO, 2012).

Figura 2 - Transformador trifásico tipo núcleo envolvido



Fonte: (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014)

Figura 3 - Transformador trifásico tipo núcleo envolvente



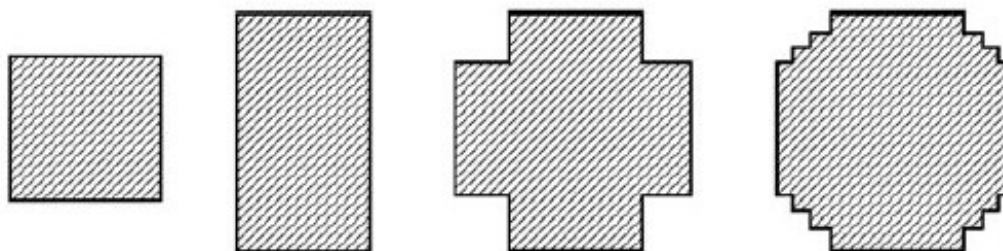
Fonte: (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014)

## 2.3 Construção do núcleo

O núcleo do transformador é formado pelas colunas, nas quais, as bobinas são montadas e pelas culatras que são responsáveis por complementar o retorno do circuito magnético do fluxo mútuo (SOBRINHO, 2019).

Segundo (SALUSTIANO, 2012) a secção do núcleo pode ser quadrada, retangular, cruciforme ou aproximadamente circular (em degraus) como podemos ver na Figura 4.

Figura 4 - Formatos possíveis para a secção do núcleo



Fonte: (SALUSTIANO, 2012)

Núcleos de secção quadrada são usados em pequenos transformadores. Para minimizar o comprimento médio das espiras do transformador e também o espaço disponível, núcleos em degraus estão sendo usados. Se o núcleo em degraus for usado, o diâmetro do círculo circunscrito sobre o núcleo será menor e portanto há economia de cobre para os enrolamentos (UPADHYAY, 2008).

É normal que o número de degraus aumente com diâmetro do núcleo. Porém, a partir de um certo número de degraus o ganho em termos de área preenchida torna-se insignificante quando comparado com o custo de produção (SALUSTIANO, 2012).

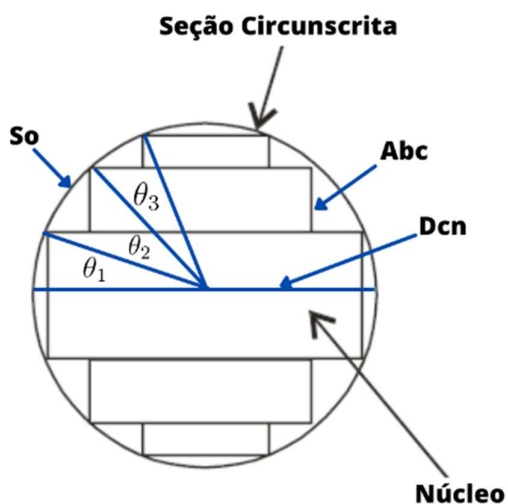
## 2.4 Seções do Núcleo

Segundo (SOBRINHO, 2019) as dimensões básicas que definem o núcleo são: a seção, o número de degraus, a altura, a largura das janelas, a distância entre os centros das colunas, largura do núcleo e altura das culatras.

A

Figura 5 apresenta a seção circunscrita do núcleo de um transformador com três degraus.

Figura 5 - Seção circular de um núcleo com três degraus



Fonte: adaptado de (UPADHYAY, 2008) e (SOBRINHO, 2019)

Onde  $D_{cn}$  é o diâmetro da seção circunscrita do núcleo [m].

O número de degraus do núcleo é determinado de acordo com a área da seção bruta ( $A_{bc}$  obtido pela equação (2.9)) (UPADHYAY, 2008) apud (SOBRINHO, 2019)). Podemos usar a Tabela 1 para encontrar o número de degraus no núcleo.

Tabela 1 - Número de degraus no núcleo

Área da Seção Bruta do núcleo ( $10^{-3} \text{ m}^2$ )	<3	[3, 5)	[5, 7)	[7, 15)	[15, 45)	[45, 80)	[80, 200)
Número de Degraus	1	2	3	4	5	6	7

Fonte: (SOBRINHO, 2019)

Uma das principais dimensões a ser calculada de um transformador é a área da seção do núcleo, pois dela dependem vários outros parâmetros e dimensões a serem calculados. Nesse contexto deve-se calcular a relação de tensão eficaz por espiras, conforme a equação (2.1) (SOBRINHO, 2019):

$$E_t = K_t \sqrt{S} \quad (2.1)$$

Onde:

$E_t$  é a tensão eficaz por espiras [V/e];

$K_t$  é uma constante que representa a relação de volts por espiras do transformador;  
 $S$  é a potência aparente do transformador [kVA].

O custo de fabricação do transformador é afetado devido a estimativa do valor de  $K_t$ , pois o número de espiras influencia na quantidade de material utilizado durante a fabricação (SILVA, 2015).

O número de espiras no primário e secundário são calculados pelas expressões (2.2) e (2.3) respectivamente.

$$N_1 = \frac{1000V_1}{E_t} \quad (2.2)$$

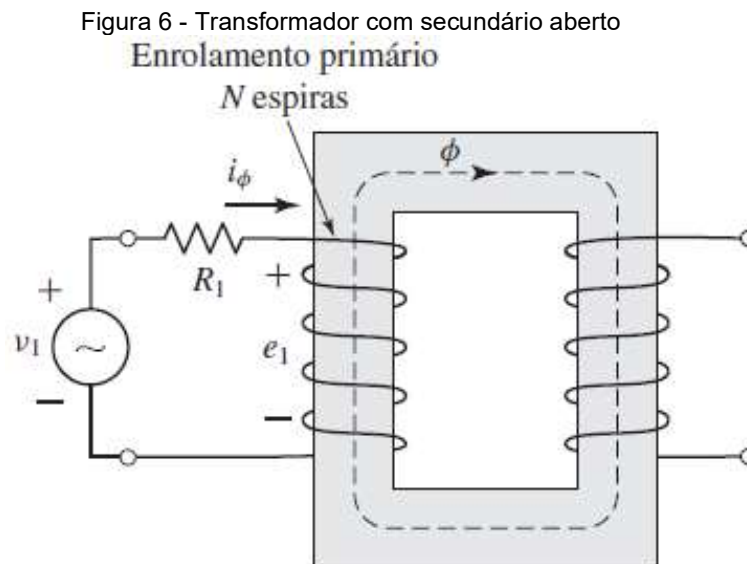
$$N_2 = \frac{1000V_2}{E_t} \quad (2.3)$$

Onde:

$V_1$  é a tensão no primário [kV];

$V_2$  é a tensão no secundário [kV];

Na Figura 6 podemos ver um transformador alimentado no secundário por uma tensão alternada  $V_1$ .



Fonte: (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014)

Quando o transformador está sem carga (a vazio), como na

Figura 5, uma pequena corrente  $i_\phi$ , que é denominada de corrente de excitação, circula no primário e estabelece um fluxo magnético alternado no circuito magnético (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014). A lei de Faraday relaciona esse fluxo com a força eletromotriz induzida (FEM), pela equação (2.4) (SOBRINHO, 2019).

$$e_1 = -N_1 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.4)$$

Onde:

$e$  é a FEM induzida;

$N_1$  é o número de espiras no primário;

$\phi(t)$  é a função que descreve o fluxo magnético na coluna do núcleo em função do tempo.

Na maioria dos transformadores a queda de tensão a vazio (sem carga) na resistência do primário é bem pequena. Além disso, as formas de onda da tensão  $V_1$  e  $e_1$  da FEM induzida  $e$  são bem parecidas e quase senoidais. O que faz com que a análise possa ser simplificada por meio da equação (2.5). (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014).

$$\phi(t) = \phi_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (2.5)$$

Onde:

$\phi_{\max}$  é o fluxo magnético máximo na coluna do núcleo [Wb];

$\omega$  é a velocidade angular;

Substituindo (2.5) em (2.4) e derivando em relação ao tempo, temos:

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot N_1 \cdot \phi_{\max} = \sqrt{2} \pi \cdot f \cdot N_1 \cdot \phi_{\max} \quad (2.6)$$

Na equação (2.6)  $f$  é a frequência de operação do transformador [Hz].

Segundo (UPADHYAY, 2008) a relação entre o valor de pico da densidade de fluxo  $B_m$  e o fluxo magnético máximo  $\phi_{\max}$  é dado pela equação (2.7) onde  $A_c$  é a área da coluna em mm<sup>2</sup>.

$$\phi_{\max} = B_m \cdot A_c \quad (2.7)$$



Substituindo a equação (2.7) em (2.6) e fazendo um simples rearranjo se obtém a equação (2.8).

$$A_c = \frac{E_1}{\sqrt{2\pi} \cdot N_1 \cdot f \cdot B_m} = \frac{E_t}{\sqrt{2\pi} \cdot f \cdot B_m} \quad (2.8)$$

No processo de fabricação o núcleo do transformador é revestido por uma camada isolante e este isolante não tem capacidade de condução de fluxo. No entanto, essa área preenchida pelo isolante deve ser inserida à área líquida. Nesse contexto podemos definir o fator de empilhamento ou empilhamento  $K_e$  (fornecido pelo fabricante) como sendo a relação entre a seção efetiva e a seção bruta (SOBRINHO, 2019).

Assim a área bruta da coluna,  $A_{bc}$ , passa a ser calcula pela equação (2.9), abaixo, e seu valor é dado em m<sup>2</sup>.

$$A_{bc} = \frac{A_c}{K_e} \quad (2.9)$$

## 2.5 Seção circular circunscrita

A seção circular circunscrita nada mais é que a área correspondente a seção circular do núcleo (SOBRINHO, 2019). A seção circular bruta é acrescida dos espaços vazios devido aos rearranjos e degraus das chapas no núcleo. Assim podemos definir a o fator de utilização sendo a relação da área bruta ( $A_{bc}$  conforme a equação (2.9)) e a seção circunscrita ( $S_o$ ), conforme a equação (2.10), abaixo.

$$K_u = \frac{A_{bc}}{S_o} \quad (2.10)$$

O fator de utilização,  $K_u$ , é uma grandeza adimensional que tem valor menor que a unidade. Seu valor pode ser consultado na Tabela 2.

A partir da área da circunferência ( $S_o$ ) obtida a partir da equação (2.10), podemos calcular o diâmetro do núcleo por meio da equação (2.11). O diâmetro do núcleo é importante para o cálculo de vários outros parâmetros (SALUSTIANO, 2012).

$$D_{cn} = 2 \cdot \sqrt{\frac{S_o}{\pi}} \quad (2.11)$$

Uma vez determinado o diâmetro das colunas, o número de degraus é obtido pelo uso da Tabela 1. Podemos usar a Tabela 2 durante os cálculos da largura dos degraus ( $L_n$ ), das espessuras dos pacotes ( $e_n$ ) e da profundidade do núcleo ( $prof$ ), usando as equações

Tabela 2 - Dimensões do núcleo em função do número de degraus

Degraus	L1/Dc	L2/Dc	L3/Dc	L4/Dc	L5/Dc	L6/Dc	L7/Dc	L8/Dc	L9/Dc	Kw
1	0,707									
2	0.850	0.526								0.786
3	0.906	0.707	0.424							0.850
4	0.934	0.796	0.605	0.358						0.886
5	0.950	0.846	0.707	0.534	0.313					0.907
6	0.959	0.875	0.768	0.640	0.483	0.281				0.923
7	0.967	0.898	0.812	0.707	0.584	0.436	0.255			0.934
8	0.974	0.914	0.841	0.755	0.654	0.554	0.404	0.234		0.942
9	0.977	0.929	0.867	0.798	0.707	0.608	0.498	0,370	0,214	0.948

Fonte: (SOBRINHO, 2019)

A partir do número de degraus do núcleo, escolhemos as relações  $\frac{L_n}{D_c}$ , usando

a Tabela 2. Com isso também encontramos o valor de  $K_u$ . Em seguida usamos a equação (2.12) para calcularmos as larguras dos degraus.

$$L_n = D_{cn} \frac{L_n}{D_c} \quad (2.12)$$

Onde:

$D_{cn}$  é o diâmetro da coluna no núcleo [m];

$L_n$  é a largura do degrau de índice n do núcleo do transformador [m]  $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ;

$\frac{L_n}{D_c}$  é o fator multiplicativo da coluna do núcleo, conforme a Tabela 2;

Para calcularmos a profundidade do núcleo usamos as equações (2.13) a (SOBRINHO, 2019).

$$\theta_n = \arccos\left(\frac{L_n}{Dc}\right) \quad (2.13)$$

$$e_n = \text{sen}(\theta_n) \cdot \left(\frac{D_{cn}}{2}\right) \quad (2.14)$$

Onde:

$\theta_n$  o ângulo conforme a

Figura 5;

$e_n$  a profundidade do degrau  $n$  do núcleo do transformador [m]  $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ;

$D_{cn}$  é o diâmetro da coluna do núcleo;

Usando o teorema fundamental da trigonometria podemos substituir (2.13) em (2.14) a fim de minimizar os cálculos, durante a implementação do algoritmo. Substituindo e rearranjando a equação, chegamos na equação (2.15), abaixo.

$$e_n = \sqrt{1 - \left(\frac{L_n}{D_c}\right)^2} \cdot \frac{D_{cn}}{2} \quad (2.15)$$

A profundidade total é a somatória das profundidades de todos os dentes (SOBRINHO, 2019), conforme a equação (2.16), onde  $prof$  é a profundidade total do núcleo do transformador [m].

$$prof = \sum_{i=1}^n e_i \quad (2.16)$$

O diâmetro interno ( $d$ ) da bobina e a largura das colunas do núcleo ( $W_c$ ) são definidos pelas equações X e Y (SOBRINHO, 2019).

$$d = \sqrt{\frac{A_c}{k}} \quad (2.17)$$

$$W_c = L_1 \quad (2.18)$$

Onde:

$k$  é a constante referente ao número de degraus;

$L_1$  é a largura do dente de índice 1 do núcleo do transformador (maior dente) [m];

Para encontrarmos o valor de  $k$ , podemos usar a tabela XXX (SOBRINHO, 2019).

Tabela 3 - Valores de  $k$  em relação ao número de degraus

Número de degraus	Núcleo Quadrado	Dois degraus	Três degraus	Quatro degraus	Cinco degraus
Fator $k$ para transformador a seco	0,37	0,46	0,49	0,525	0,505

Fator k para transformador a óleo	0,45	0,56	0,60	0,620	0,625
--------------------------------------	------	------	------	-------	-------

Fonte: (SOBRINHO, 2019)

Para número de degraus maiores, podemos realizar ajuste de curvas usando o método dos mínimos quadrados.

A relação entre a altura ( $h_w$ ) e largura das janelas ( $W_w$ ) é um parâmetro importante nos projetos de transformadores. Podemos calculá-lo usando a equação (2.19). Aplicando geometria básica, temos que a área da janela ( $A_w$ ) é o produto da sua altura ( $h_w$ ) pela largura ( $W_w$ ), de acordo com a equação (2.20).

$$R_{jan} = \frac{h_w}{W_w} \quad (2.19)$$

$$A_w = h_w \cdot W_w \quad (2.20)$$

A partir do diâmetro do núcleo e dos dados dimensionais dos enrolamentos podemos calcular outras grandezas importantes do decorrer do projeto, por exemplo: a largura da janela do núcleo, a distância entre os centros das colunas, a altura da e a área da janela do núcleo, o volume do núcleo e o comprimento médio do caminho do fluxo pelo núcleo (SALUSTIANO, 2012). Essas e outras grandezas serão calculadas nas próximas seções.

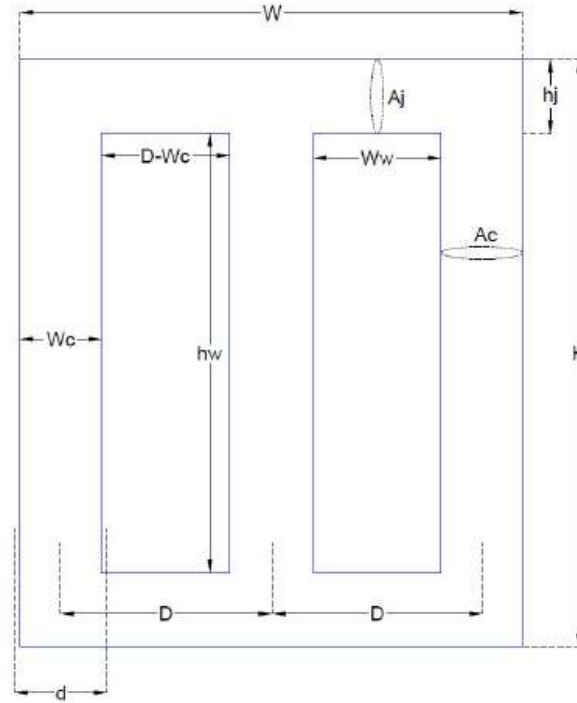
## 2.6 Transformador de distribuição trifásico

Para a transformação de sistemas trifásicos pode-se usar três transformadores monofásicos distintos e iguais entre si. No entanto o emprego de transformadores monofásicos em sistemas trifásicos é limitado a casos especiais. Usa-se transformadores trifásicos sistemas trifásicos, os quais são construídos colocando os enrolamentos sobre o mesmo núcleo trifásico (MARTIGNONI, 1991).

O núcleo de um transformador é constituído basicamente por colunas (onde são montadas as bobinas) e culatras que complementam o retorno do circuito magnético do fluxo mútuo ( (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014) apud (SOBRINHO, 2019)).

Para melhor entendimento do dimensionamento das grandezas referentes ao núcleo, a Figura 7 mostra os seus principais parâmetros ( (UPADHYAY, 2008) apud (SOBRINHO, 2019)).

Figura 7 - Transformador trifásico do tipo núcleo envolvido



Fonte: (SOBRINHO, 2019)

Onde:

$A_c$  é a área efetiva da coluna [ $m^2$ ];

$A_j$  é a área da culatra [ $m^2$ ];

$d$  é o diâmetro interno do enrolamento de baixa tensão [ $m$ ];

$D$  é a distância entre os centros de duas colunas [ $m$ ];

$H$  é a altura total do núcleo [ $m$ ];

$h_j$  é a altura da culatra [ $m$ ];

$h_w$  é a altura da janela [ $m$ ];

$W$  é a largura total do núcleo [ $m$ ];

$W_c$  é a maior largura da coluna do núcleo do transformador [ $m$ ];

$W_w$  é a largura da janela [ $m$ ].

Generalizando a equação (2.6) para transformadores trifásicos, obtém-se a equação (2.21) (UPADHYAY, 2008) apud (SOBRINHO, 2019)), abaixo.

$$S_{3\phi} = \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} \cdot f \cdot A_c \cdot B_m \cdot J \cdot A_w \cdot K_w \cdot 10^3 \quad (2.21)$$

Onde:

$S_{3\phi}$  é a potência aparente do transformador trifásico [kV A];

$J$  é a densidade de corrente nos condutores das bobinas [A/mm<sup>2</sup>];

$A_w$  é a área da janela [m<sup>2</sup>];

$K_w$  é o fator de espaço do núcleo, definido conforme a Tabela 2.

Observando a Figura 7 e aplicando conceitos básicos de geometria, podemos calcular a distância entre os centros das colunas ( $D$ ) pela equação (2.22), e então podemos calcular a largura total do núcleo ( $W$ ), usando a equação (2.23).

$$D = W_w + W_c \quad (2.22)$$

$$W = 2 \cdot D + W_c \quad (2.23)$$

Uma importante constante para o projeto é a relação entre a área da culatra pela área da coluna. Podemos calcula-la pela equação (2.24). A seção líquida da culatra pode ser considerada como tendo igual a seção do núcleo. Mas transformadores de distribuições sofrem desequilíbrio entre as fases. Esse desequilíbrio é devido a corrente de carga podendo ser referente ao módulo da corrente, seu ângulo ou ambos (SALUSTIANO, 2012). Para diminuir essas perdas, são construídos transformadores de forma que a seção culatra seja 15 a 30% maior que a da coluna (MARTIGNONI, 1991) apud (SOBRINHO, 2019)).

$$rel = \frac{A_j}{A_c} \quad (2.24)$$

Onde:

$rel$  é a relação entre a área da culatra e da coluna;

$A_j$  é a área da culatra [m<sup>2</sup>]

Ao dar prosseguimento aos cálculos, podemos calcular a altura da culatra ( $h_j$ ) que é definida pela equação (2.25), e a altura total ( $H$ ) que é calculada pela equação (2.26).

$$h_j = \frac{A_{bj}}{prof} \quad (2.25)$$

$$H = h_w + 2 \cdot h_j \quad (2.26)$$

Onde:

$A_{bj}$  é a área bruta da culatra [ $m^2$ ];

$prof$  é a profundidade total do núcleo do transformador [ $m$ ];

### 2.6.1 Relação entre tensão, corrente e número de espiras

Para melhor compreensão das relações de tensão e corrente, considera-se um transformador ideal (resistência interna desprezível e todo o fluxo está confinado no núcleo) com uma quantidade de espiras de primário ( $N_1$ ) e com uma quantidade de espiras no secundário ( $N_2$ ) (SOBRINHO, 2019). A equação (2.4) relaciona o número de espiras do primário ( $N_1$ ) com a FEM induzida no primário ( $e_1$ ). Ao aplicar o mesmo princípio no secundário é possível obter a equação (2.27), que  $e_2$  é FEM induzida no secundário.

$$e_2 = -N_2 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.27)$$

Dada a suposição de que o transformador é ideal, então quando uma tensão variável no tempo  $V_1$  é aplicada aos terminais do primário, então  $V_1$  será a FEM, e portanto é possível usar equação (2.4), assim obtendo a equação (2.28). Por outro lado, ao aplicar o mesmo procedimento aos terminais do secundário, obtém-se a equação (2.29).

$$V_1 = e_1 = -N_1 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.28)$$



$$V_2 = e_2 = -N_2 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.29)$$

Dividindo a equação (2.28) pela equação (2.29), obtém-se a equação (2.30), abaixo.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.30)$$

Segundo (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014) a tensão aplicada no primário determina o fluxo no núcleo conforme a equação (2.28). Sendo assim o fluxo no núcleo não se altera com a presença de uma carga no secundário. Além disso, a FEM líquida que atua no núcleo deve permanecer desprezível. Sendo assim, a equação (2.31) deve ser satisfeita.

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0 \quad (2.31)$$

Rearranjando a equação (2.31) e substituindo na equação (2.30), obtém-se a equação (2.32)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (2.32)$$

Portanto, um transformador ideal transforma correntes na razão inversa das espiras de seus enrolamentos (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS., 2014).

### 2.6.2 Cálculo das perdas e corrente a vazio

Como já foi dito na seção anterior, em um transformador ideal a resistência interna é nula e todo o fluxo está confinado no núcleo do transformador. Nesse caso as perdas são nulas e portanto a eficiência de transformadores ideais é de 100%. Contudo na prática, parte potência transformada é dissipada nos enrolamentos, núcleo ou em nas outras estruturas (SALUSTIANO, 2012). Segundo (SOBRINHO, 2019) essas perdas são causadas por histerese ou por correntes parasitas. Nessa seção será descrito um método prático para o cálculo dessas perdas.

Inicialmente calcula-se o volume do ferro nas colunas ( $V_{ferc}$ ) e nas culatras ( $V_{ferj}$ ) usando as equações (2.33) e (2.34) respectivamente.

$$V_{ferc} = 3 \cdot h_w \cdot A_c \quad (2.33)$$

$$V_{ferj} = 2 \cdot W \cdot A_j \quad (2.34)$$

Em seguida, calcula-se a perdas específicas nas colunas ( $W_{ic}$ ) e nas culatras ( $W_{ij}$ ), usando as equações (2.35).e (2.36), respectivamente.

$$W_{ic} = P_{ic} \cdot D_{fe} \cdot V_{ferc} \quad (2.35)$$

$$W_{ij} = P_{ij} \cdot D_{fe} \cdot V_{ferj} \quad (2.36)$$

Onde  $D_{fe}$  é a densidade do ferro silício (7650 Kg/m³) e  $P_{ic}$  e  $P_{ij}$  são as perdas magnéticas específicas das densidades de fluxo na coluna e na culatra, respectivamente. A unidade dessas grandezas é [W/KG]. Esse valor, na prática, é fornecido pelo fabricante das chapas do núcleo, através de uma curva da perda magnética [W/KG] em função da densidade de fluxo [T] (SOBRINHO, 2019). Um exemplo pode ser consultado na Tabela 4, abaixo.

Tabela 4 - Perda Magnética do Material do Núcleo - (Dados fabricante APERAN-AÇO silício grão orientado M125-27).

Indução Magnética (T)	Perda Magnética (W/K g)
0.20	0.022
0.30	0.048
0.40	0.082
0.50	0.124
0.60	0.174
0.70	0.231
0.80	0.297
0.90	0.370
1.00	0.452
1.10	0.542
1.20	0.643
1.40	0.886
1.60	1.210
1.70	1.463
1.80	1.867
1.85	2.122

Fonte: (SOBRINHO, 2019)

Pode-se usar uma função interpoladora  $P_i = f(B_m)$  para calcular os valores das perdas  $P_i$  em função da indução magnética  $B$ . Para calcular o valor da perda magnética nas colunas ( $P_{ic}$ ), usa-se o valor da indução magnética nas colunas do núcleo ( $B_c$ ), que é igual a indução magnética máxima ( $B_m$ ). Por outro lado, para calcular o valor da perda magnética nas culatras ( $P_{ij}$ ) usa-se a indução magnética nas culatras ( $B_j$ ), que pode ser calculado com o uso da equação (2.37) (UPADHYAY, 2008) apud (SOBRINHO, 2019)), abaixo.

$$B_j = \frac{B_m}{rel} \quad (2.37)$$

Onde

$B_j$  é a indução magnética nas culatras [T];

$B_m$  é a indução magnética máxima no núcleo [T];

$rel$  é a relação entre a área da coluna e a área da culatra.

Usando as perdas magnéticas nas colunas ( $W_{ic}$ ) e nas culatras ( $W_{ij}$ ) usando as equações (2.35) e (2.36), respectivamente, pode-se calcular a perda a vazio do transformador ( $P_o$ ), com o auxílio da equação (2.38), abaixo.

$$P_o = W_{ic} + W_{ij} \quad (2.38)$$

Para calcular a corrente a vazio ( $I_o$ ), usamos a equação (2.39), onde ( $I_c$ ) é a componente da corrente nas colunas e ( $I_\mu$ ) é a componente magnética da corrente (UPADHYAY, 2008).

$$I_o = \sqrt{I_o^2 + I_\mu^2} \quad (2.39)$$

As componentes  $I_c$  e  $I_\mu$  podem ser calculadas fazendo uso das equações (2.40) e (2.41) (UPADHYAY, 2008).

$$I_c = \frac{P_o}{3 \cdot V_1} \quad (2.40)$$

$$I_{\mu} = \frac{AT_T}{3 \cdot N_1} \quad (2.41)$$

Onde

$P_o$  é a perda a vazio do transformador [W];

$V_1$  é a tensão no primário [V];

$AT_T$  é a força eletromotriz total [Ae];

$N_1$  é o número de espiras no primário;

Para calcular o valor de  $AT_T$ , primeiramente calcula-se os valores das forças eletromotrizes na coluna ( $AT_c$ ) e na culatra ( $AT_j$ ) por meio das equações (2.42) e (2.43) respectivamente. O valor de  $AT_T$  é então calculado pela equação (2.44).

$$AT_c = 3 \cdot h_w \cdot at_c \quad (2.42)$$

$$AT_j = 2 \cdot W \cdot at_j \quad (2.43)$$

$$AT_T = AT_c + AT_j \quad (2.44)$$

Onde

$AT_c$  é a força eletromotriz na coluna [Ae];

$at_c$  é a intensidade de campo magnético para produção da densidade de fluxo nas colunas [Ae/m];

$AT_j$  é a força eletromotriz na culatra [Ae];

$at_j$  é a intensidade de campo magnético para produção da densidade de fluxo nas culatras [Ae/m].

Os valores de  $at_c$  e  $at_j$  são calculados usando a curva BH do material, fornecida pelo fabricante.

### 2.6.3 Cálculo das perdas nos enrolamentos

Os enrolamentos primários e secundários dos transformadores possuem inevitavelmente uma determinada resistência elétrica. Estas exercem no funcionamento do transformador dois efeitos: queda de tensão ôhmica primária e secundária e perda de energia devido o efeito Joule (MARTIGNONI, 1991).

Para a estimativa dessas perdas usa-se as equações (2.45) a (2.50) (SOBRINHO, 2019).

$$R_{bt} = \frac{\rho \cdot Lm_{bt} \cdot N_{bt}}{Fc_{bt}} \quad (2.45)$$

$$Lm_{bt} = \pi \cdot dm_{bt} \quad (2.46)$$

$$dm_{bt} = \frac{d + dext_{bt}}{2} \quad (2.47)$$

$$R_{at} = \frac{\rho \cdot Lm_{at} \cdot N_{at}}{Fc_{at}} \quad (2.48)$$

$$Lm_{at} = \pi \cdot dm_{at} \quad (2.49)$$

$$dm_{at} = \frac{d + dext_{at}}{2} \quad (2.50)$$

Onde

$d$  é o diâmetro interno do enrolamento de baixa tensão [m];

$dext_{at}$  é o diâmetro externo da bobina de alta tensão [m];

$dext_{bt}$  é o diâmetro externo da bobina de baixa tensão [m];

$dm_{at}$  é o diâmetro médio da bobina de alta tensão [m];

$dm_{bt}$  é o diâmetro médio da bobina de baixa tensão [m];

$Fc_{at}$  é a seção transversal dos condutores da bobina de alta tensão [mm<sup>2</sup>];

$Fc_{bt}$  é a seção transversal dos condutores da bobina de baixa tensão [mm<sup>2</sup>];

$Lm_{at}$  é o comprimento médio de uma espira da bobina de alta tensão [m];

$Lm_{bt}$  é o comprimento médio de uma espira da bobina de baixa tensão [m];

$N_{at}$  é o número de espiras do lado da alta tensão;

$N_{bt}$  é o número de espiras do lado da baixa tensão;

$R_{at}$  é a resistência por fase dos condutores do enrolamento de alta tensão [ $\Omega$ ];

$R_{bt}$  é a resistência por fase dos condutores do enrolamento de baixa tensão [ $\Omega$ ];

$\rho$  é a resistividade dos condutores [ $\Omega \cdot m$ ].

Em seguida, podemos calcular as perdas pelo efeito Joule usando a equação (2.51) (SOBRINHO, 2019).

$$P_j = (R_{bt} \cdot I_{bt}^2 + R_{at} \cdot I_{at}^2) \cdot 3 \quad (2.51)$$

Onde

$I_{at}$  é a corrente de fase do enrolamento de alta tensão [A];

$I_{bt}$  é a corrente de fase do enrolamento de baixa tensão [A];

$P_j$  são as perdas do transformador trifásico por efeito Joule [W];

Os valores de  $R_{at}$  e  $R_{bt}$  são calculados pelas equações (2.45) e (2.48).

## 2.7 Cálculo do fator de carga

O fator de carga deve ser calculado para se obter o ponto de operação em que o transformador possui rendimento máximo (SOBRINHO, 2019). É calculado pela equação (2.52) (UPADHYAY, 2008) apud (SOBRINHO, 2019).

$$F_c = \sqrt{\frac{P_o}{P_{jn}}} \quad (2.52)$$

Onde:

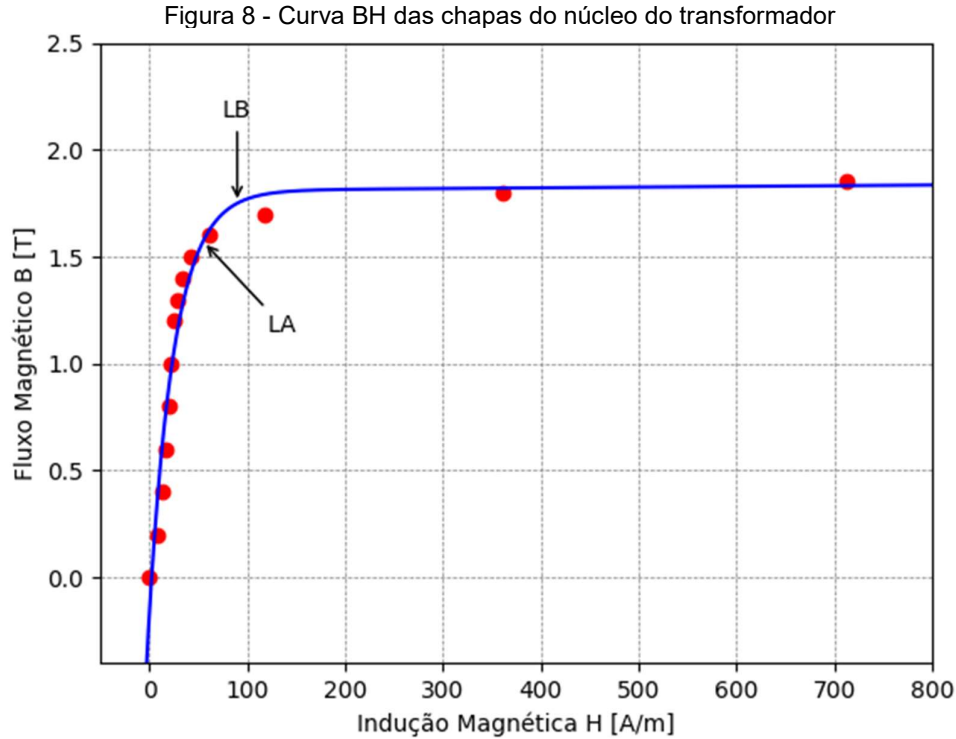
$F_c$  é o fator de carga para rendimento máximo do transformador;

$P_o$  é a perda a vazio do transformador trifásico [W];

$P_{jn}$  é a perda no transformador por efeito Joule com carga nominal [W].

## 2.8 Corrente de magnetização transitória (Corrente Inrush)

Segundo (SOBRINHO, 2019) para calcular a corrente de corrente de magnetização transitória (corrente inrush), é necessário calcular as indutâncias nas regiões saturadas e não saturadas. Essas grandezas são calculadas através da linearização da curva BH, que é disponibilizada pelo fabricante. Na Figura 8 temos um exemplo desse tipo de curva.



Fonte: Adaptado de (SOBRINHO, 2019)

Onde:

$L_a$  é a indutância do transformador na região não saturada [H];

$L_b$  é a indutância do transformador na região saturada [H];

Os pontos em vermelho na Figura 8 são os pontos da curva BH fornecidos pelo fabricante. Usando um software de linearização de curvas (no caso Python) é possível, através do método dos mínimos quadrados, encontrar uma função que minimiza o resíduo calculado pela equação (2.53) (JUSTO, SAUTER, *et al.*, 2020).

$$R = \sum_{i=1}^N (F(H_i) - B_i) \quad (2.53)$$

Onde:

$F(H)$  é a função procurada;

$H_i$  é o iésimo termo da indução magnética [A/m];

$B_i$  é o iésimo termo do fluxo magnético [T];

A função encontrada está apresentada na equação (2.54).

$$F(H) = 1,809 \cdot e^{1,802 \cdot 10^{-5} \cdot H} - 1,995 e^{-0,0386 \cdot H} \quad (2.54)$$

Em seguida pode-se calcular os valores das indutâncias nas regiões saturada e não saturada através das equações (2.56) e (2.55), respectivamente (SOBRINHO, 2019).

$$L_a = \frac{\mu_0 N_{bt}}{2 \cdot S_o} \cdot h_b - 0.45 \cdot D_{cn} \quad (2.55)$$

$$L_b = N_{bt}^2 \cdot \frac{\phi_2 - \phi_1}{F_2 - F_1} \quad (2.56)$$

Onde:

$L_a$  é a indutância do transformador na região não saturada [H];

$L_b$  é a indutância do transformador na região saturada [H];

$\mu_0$  é permeabilidade magnética do vácuo cujo valor é  $4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m];

$N_{bt}$  é o número de espiras no terminal de baixa tensão;

$h_b$  é a altura da bobina [m];

$S_o$  é a área da seção circunscrita do núcleo [m<sup>2</sup>];

$D_{cn}$  é o diâmetro da seção circunscrita da coluna do núcleo [m];

$\phi_1$  é o fluxo magnético na região não saturada [Wb];

$\phi_2$  é o fluxo magnético na região saturada [Wb];

$e_{\max 1}$  é a força eletromotriz máxima na região não saturada [Ae];

$e_{\max 2}$  é a força eletromotriz máxima na região saturada [Ae].

Calcula-se os valores dos fluxos, usando as equações (2.57) e (2.58) (SOBRINHO, 2019).



$$\phi_1 = B_m \cdot A_c \quad (2.57)$$

$$\phi_2 = B_s \cdot A_c \quad (2.58)$$

Onde:

$B_m$  é a densidade de fluxo máximo na coluna do núcleo [T];

$B_s$  é a densidade de fluxo máximo na região saturada [T];

$A_c$  é a área efetiva da coluna [m<sup>2</sup>];

Para calcular os valores das forças eletromotrizes, usa-se as equações XX e YY (SOBRINHO, 2019).

$$e_{\max 1} = H_{ns} \cdot h_w \quad (2.59)$$

$$e_{\max 2} = H_s \cdot h_w \quad (2.60)$$

Onde:

$H_{ns}$  é a intensidade de campo magnético na região não saturada [A/m];

$H_s$  é a intensidade de campo magnético na região saturada [A/m];

$h_w$  é a altura da janela [m].

A indutância de curto circuito  $L_{sc}$  pode ser calculada pela equação (2.61) (SOBRINHO, 2019).

$$L_{sc} = \frac{V_{bt}^2}{S_{3\phi}} \quad (2.61)$$

Onde:

$L_{sc}$  é a indutância de curto-circuito da rede [H];

$V_{bt}$  é a tensão de linha da rede do lado de baixa tensão [V];

$S_{3\phi}$  é a potência aparente do transformador [VA].

Por fim calcula-se a indutância de saturação ( $L_s$ ), usando a equação (2.62).

$$L_s = L_b + L_{sc} \quad (2.62)$$

Onde  $L_b$  e  $L_{sc}$  foram calculadas nas equações (2.56) e (2.61), respectivamente.

Pode-se calcular o tempo ( $t$ ) que a corrente atinge o seu valor máximo bem como o valor da corrente de saturação ( $i_{bt}$ ) usando as equações (2.63) e (2.64), respectivamente (JAZEBI, LEON e WU, 2015).

$$t = \frac{\arccos\left(\frac{(B_r - B_s) \cdot \omega_a \cdot N_{bt} \cdot A_c}{Vm_{bt}} + 1\right)}{\omega_a} \quad (2.63)$$

$$i_{bt} = \frac{Vm_{bt} \cdot K_1}{R_{bt}^2 + (\omega_a \cdot L_a)^2} \quad (2.64)$$

Sendo  $K_1$  uma variável auxiliar que pode ser calculada pela equação (2.65).

$$K_1 = R_{bt} \cdot \sin(\omega_a \cdot t) - \omega_a \cdot L_a \cdot \cos(\omega_a \cdot t) + \omega_a \cdot L_a \cdot e^{-\frac{R_{bt} \cdot t}{L_a}} \quad (2.65)$$

Onde:

$A_c$  é a área efetiva da coluna [m<sup>2</sup>];

$B_r$  é a densidade de fluxo magnético remanescente [T]

$B_s$  é a densidade de fluxo magnético máximo [T];

$i_{bt}$  é a corrente de saturação do núcleo [A];

$L_a$  é a indutância do transformador na região não saturada [H];

$R_{bt}$  é a resistência do enrolamento de baixa tensão [ $\Omega$ ].

$t$  é o intervalo de tempo para que a corrente atinja seu valor máximo [s];

$Vm_{bt}$  é a tensão de pico do lado de baixa tensão [V];

$\omega_a$  é a velocidade angular [rad/s];

O valor de pico da corrente inrush ( $I_p$ ) corresponde a ao momento a tensão é nula. Seu valor é calculado pela equação (2.66) (JAZEBI, LEON e WU, 2015).

$$I_p = i_{bt} \cdot K_2 + Vm_{bt} \cdot \frac{R_{bt} \cdot K_3 + \omega_a \cdot L_s \cdot K_4}{R_{bt}^2 + (\omega_a \cdot L_s)^2} \quad (2.66)$$

Os valores de  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  são calculados pelas equações (2.67), (2.68) e (2.69)

$$K_1 = e^{-\frac{t_{pk}-t}{L_s}} \quad (2.67)$$

$$K_2 = \text{sen}\left(\omega_a \cdot t_{pk}\right) - \text{sen}\left(\omega_a \cdot t\right) \cdot e^{\frac{R_{bt} \cdot (t_{pk}-t)}{L_s}} \quad (2.68)$$

$$K_3 = \cos\left(\omega_a \cdot t\right) \cdot e^{\frac{R_{bt} \cdot (t_{pk}-t)}{L_s}} - \cos\left(\omega_a \cdot t_{pk}\right) \quad (2.69)$$

Onde:

$A_c$  é a área efetiva da coluna [m<sup>2</sup>];

$i_{bt}$  é a corrente de saturação do núcleo [A];

$I_p$  é o pico máximo da corrente de energização (inrush) [A];

$L_s$  é a indutância do transformador na região saturada [H];

$R_{bt}$  é a resistência do enrolamento de baixa tensão [ $\Omega$ ].

$t$  é o intervalo de tempo para que a corrente atinja seu valor máximo [s];

$t_{pk}$  é o instante em que a corrente de magnetização transitória atinja seu valor máximo [s];

$Vm_{bt}$  é a tensão de pico do lado de baixa tensão [V];

$\omega_a$  é a velocidade angular [rad/s];

Calculado o valor de  $I_p$ , é possível calcular a relação entre o pico máximo da corrente inrush ( $I_p$ ) e a corrente nominal ( $I_n$ ), usando a equação

$$I_{rel} = \frac{I_p}{I_n} \quad (2.70)$$

Onde:

$I_{rel}$  é a relação entre pico máximo da corrente inrush e a corrente nominal;

$I_p$  é o pico máximo da corrente de energização (inrush) [A];

$I_n$  é a corrente nominal do transformador [A];

Um passo importante para o cálculo da corrente de magnetização transitória (corrente inrush), é calcular com precisão o tempo de pico ( $t_{pk}$ ). As equações que descrevem o modelam o problema são não lineares, mas estudos de simulações exaustivos mostraram que o pico de corrente está próximo ao pico de onda de tensão, em  $\pi/4$  que corresponde a 1/4 do período. Sendo assim a expansão das equações em série de Taylor de primeira ordem pode ser vista na equação (2.71) (JAZEBI, LEON e WU, 2015).

$$A \cdot t_{pk} + B = 0 \quad (2.71)$$

Em que as variáveis auxiliares A e B são calculadas pelas equações (2.72) e (2.73), respectivamente.

$$A = K_1 \cdot w_1 \cdot \cos(\theta) - K_3 \cdot w_a \cdot \sin(\theta) - \frac{K_2 \cdot R_{bt}}{L_s} \cdot e^{-\frac{R_{bt} \cdot T}{4 \cdot L_s}} \quad (2.72)$$

$$B = K_3 \cdot \left[ \theta \cdot \sin(\theta) + \cos(\theta) \right] + K_2 \cdot e^{-\frac{R_{bt} \cdot T}{4 \cdot L_s}} \left[ 1 + \frac{R_{bt} \cdot T}{4 \cdot L_s} \right] + K_1 \cdot \left[ \sin(\theta) - \theta \cdot \cos(\theta) \right] \quad (2.73)$$

Onde os valores de  $\theta$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  são calculados pelas equações (2.74), (2.75), (2.76) e (2.77)

$$\theta = \frac{\omega_a T}{4} \quad (2.74)$$

$$K_1 = V m_{bt} \left( \omega_a L_s \right)^2 \quad (2.75)$$

$$K_2 = e^{\frac{R_{bt}t}{L_s}} [Vm_{bt}R_{bt}^2 \text{sen}(\omega_a t) - R_{bt}i_{bt} \left( R_{bt}^2 + (\omega_a L_s)^2 \right) - (2.76)$$

$$-Vm_{bt}R_{bt}L_s \cos(\omega_a t)]$$

$$K_3 = Vm_{bt}R_{bt}\omega_a L_s (2.77)$$

Onde:

$i_{bt}$  é a corrente de saturação do núcleo [A];

$L_s$  é a indutância do transformador na região saturada [H];

$R_{bt}$  é a resistência do enrolamento de baixa tensão [ $\Omega$ ].

$t$  é o intervalo de tempo para que a corrente atinja seu valor máximo [s];

$T$  é o período de oscilação da onda [s];

$t_{pk}$  é o instante em que a corrente de magnetização transitória atinja seu valor máximo [s];

$Vm_{bt}$  é a tensão de pico do lado de baixa tensão [V];

$\omega_a$  é a velocidade angular [rad/s];

Ao expandir as equações em séries de Taylor de segunda ordem, as equações ficam mais complexas. Por outro lado o erro diminui. Como o objetivo dessa dissertação é apenas estimar o valor da corrente inrush, os resultados obtidos usando a série de Taylor de primeira ordem são suficientes.

[Equation Chapter \(Next\) Section 1](#)

[Equation Section \(Next\)](#)

### 3 TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO USANDO ALGORÍTMOS NATURAIS

Otimizar é melhorar algo existente, projetar algo novo com maior eficiência e menor custo (LOBATO, 2008), (MALAGOLI, 2016)). Além disso consiste em fazer algo melhor, realizando teste do conceito inicial usando as informações obtidas para melhorar a ideia (SOBRINHO, 2019). Assim otimizar é um processo de busca da melhor solução para um processo, ajustando as características de entrada para que o resultado seja maximizado ou minimizado (MAMEDE, 2016).

Durante o processo de otimização não há a necessidade de testar todas as possibilidades, o que garante resultados mais rápidos. A otimização tem as seguintes vantagens: diminuir o tempo dedicado ao projeto, possibilitar o tratamento de uma grande quantidade de variáveis e restrições de difícil visualização gráfica simultaneamente e possibilita a obtenção dos melhores resultados com menor custo. Como desvantagens pode-se citar: aumento do tempo computacional para um número de variáveis maior, surgimento de funções descontínuas que apresentam lenta convergência, ou de funções com vários mínimos locais em que o mínimo global raramente é obtido (LOBATO, 2008). Além disso, as técnicas de otimização possuem outras limitações, tais como: funções não convexas, multimodalidade (existência de vários pontos ótimos), necessidade de uso de variáveis discretas, entre outros (MALAGOLI, 2016).

Em geral os passos para a solução de problemas de otimização são (LOBATO, 2008).

- Passo 1: Análise do problema, identificando suas variáveis e suas principais características;
- Especificar os critérios a serem alcançados (função objetivo em termos das variáveis definidas no Passo 1);
- Modelagem matemática do processo para validação e relacionamento das de entrada e parâmetros. Inclusão das restrições de igualdade, desigualdade e laterais;
- Passo 4: Para problemas complexos, pode-se dividi-lo em problemas menores ou simplificar suas equações usando hipóteses simplificadoras;
- Passo 5: Aplicação de uma técnica de otimização adequada ao problema;

- Passo 6: Verificar as respostas, analisando a sensibilidade dos resultados a mudanças dos parâmetros do processo, do algoritmo utilizado e das hipóteses utilizadas durante a modelagem matemática.

Os passos 1, 2 e 3 tratam da modelagem matemática do problema de otimização, bem como das restrições deste. O passo 4 propõe a simplificação de problemas complexos. O passo 5 aplica de fato a técnica de otimização procurando o (s) ponto (s) ótimo (s) do problema. Por fim, no passo 6, verifica-se as respostas encontradas, bem como a análise das mudanças dos resultados em relação a mudanças das dos parâmetros do processo, do algoritmo e da formulação do problema.

### 3.1 Formulação geral do problema de otimização

As características dos problemas de otimização são (LOBATO, 2008):

- Função Objetivo: Define a característica do sistema que se deseja melhorar através da modelagem matemática do problema de otimização, usando ou não as variáveis de projeto;
- Variáveis de Projeto: conjunto de parâmetros escolhidos que podem alterar o valor da função objetivo. São também chamados de variáveis de decisão ou de busca, pois são os responsáveis por aumentar ou diminuir o valor da função objetivo;
- Restrições: são expressões matemáticas que dependem das variáveis de projeto e limitam os valores da função objetivo a certas regiões do espaço de busca de projeto. As restrições podem ser classificadas como: restrições de igualdade, desigualdade e laterais;

Matematicamente, os problemas de otimização podem ser definidos usando a equações (3.1) a (3.4) (LOBATO, 2008), (MALAGOLI, 2016), (MAMEDE, 2016) e (SOBRINHO, 2019)).

$$\min f(x) \quad (3.1)$$

$$g_i(x) \leq 0 \quad (3.2)$$

$$h_k(x) = 0 \quad (3.3)$$

$$x_i^{\inf} \leq x_i \leq x_i^{\sup} \quad (3.4)$$

Onde:

$x$  é um vetor de  $n$  variáveis de projeto  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ;

$f(x)$  é a função objetivo que se deseja minimizar  $f(x) = [f_1, f_2, f_3, \dots, f_m]$ ;

$g_j(x)$  são as restrições de desigualdade;

$h_k(x)$  são as restrições de igualdade;

$x_i$  é o  $i$ -ésimo elemento do vetor de variáveis de projeto;

$x_i^{\inf}$  limite inferior para o valor da variável  $x_i$ ;

$x_i^{\sup}$  limite superior para o valor da variável  $x_i$ .

### 3.1.1 Otimização mono-objetivo

Matematicamente o problema de otimização mono-objetivo pode ser descrito pelas equações (3.1) a (3.4), sendo que a função  $f(x)$  na equação (3.1) retorna apenas um valor. Em problemas com um único objetivo, a meta é obter uma única solução global (mínimo, máximo).

Existem vários métodos para a solução de problemas como o da Figura 9. Mas para exemplificação, pode-se usar o algoritmo de Máxima Decida, que consiste em iniciar em um ponto qualquer e calcular a direção do passo de acordo com o gradiente da função objetivo (direção de maior crescimento) (LINDEN, 2012). Matematicamente, pode-se definir esse método de acordo com as equações (3.5) e (3.6) (LOBATO, 2008).

$$x^q = x^{q-1} + \alpha S^{q-1} \quad (3.5)$$

$$S^{q-1} = -\nabla f(x^{q-1}) \quad (3.6)$$

$$\nabla = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (3.7)$$

Onde:

$f(x)$  é a função objetivo que se deseja minimizar;

$S$  é o vetor que define a direção de busca;

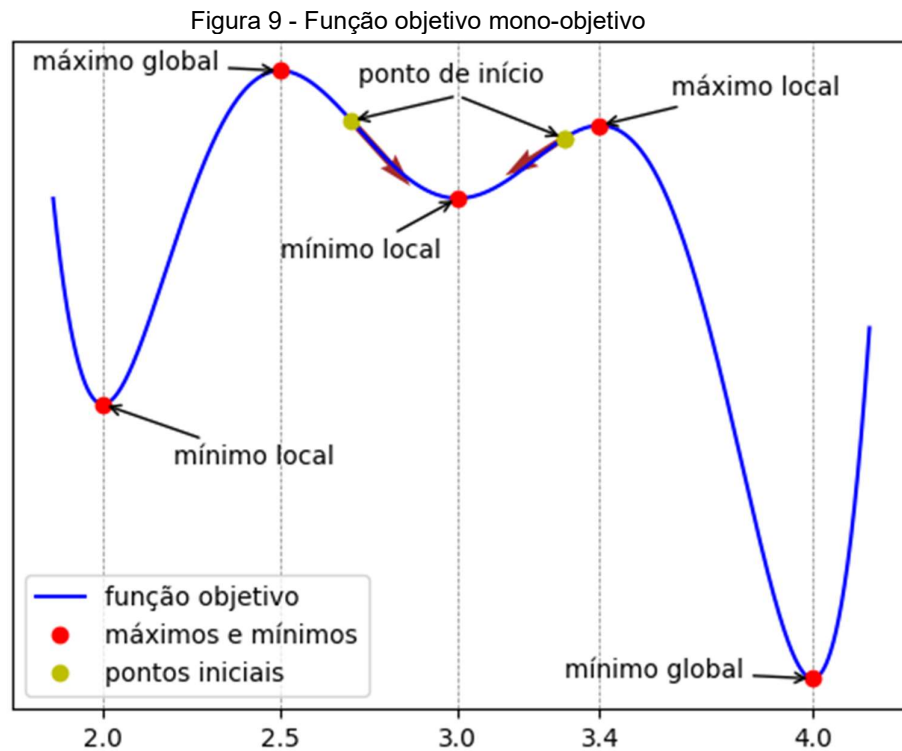


$x^q$  é o vetor de  $n$  variáveis na iteração atual;

$x^{q-1}$  é o vetor de  $n$  variáveis na iteração anterior;

$\alpha$  é o tamanho do passo na direção do gradiente;

$\nabla$  é o operador gradiente da função;



Fonte: Adaptado de (LINDEN, 2012)

Como pode-se notar olhando a Figura 9, dependendo do ponto inicial escolhido o algoritmo irá convergir para o mínimo local mais próximo. Sendo assim, muitas vezes não será possível encontrar o mínimo global. Dizemos então que esse algoritmo tem uma grande dependência do valor inicial (LINDEN, 2012). Outra desvantagem é a baixa taxa de convergência, devido a redução da distância a cada iteração (LOBATO, 2008).

### 3.1.2 Otimização multi-objetivo – ótimo de Pareto

Em projetos de máquinas e equipamentos é muito comum a existência de problemas que devem ser otimizados levando em consideração vários objetivos.

Como por exemplo em projetos de transformadores trifásicos, em que se quer otimizar as perdas totais e a massa da parte ativa (custo) (SOBRINHO, 2019).

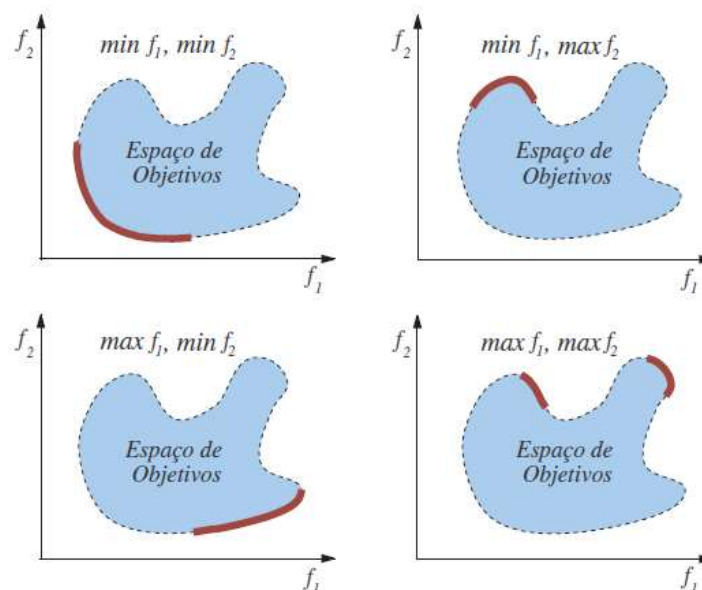
Pode definir, matematicamente, o problema de otimização multi-objetivo pelas equações (3.1) a (3.4). Pode-se notar que a função objetivo ( $f(x)$ ) retorna  $m$  valores. Sendo assim, o problema consiste em otimizar vários critérios simultaneamente. O que, segundo Edgeworth-Pareto, acontece quando não existe maneira de otimizar um critério sem piorar ao menos um outro critério (LOBATO, 2008).

Quando o conjunto de soluções é finito, é possível realizar comparações entre as soluções duas a duas e pode-se dividir o conjunto em soluções dominadas e não dominadas. Formam-se os conjuntos de soluções dominadas e não-dominadas. Em notação de conjuntos, pode dizer que (LOBATO, 2008):

- Qualquer solução do conjunto não-dominado deve ser não-dominado em relação a outra solução desse mesmo conjunto;
- Qualquer solução não contida no conjunto não-dominado deve ser dominado, no mínimo, por uma solução do conjunto não-dominado.

Quando agrupamos as soluções no espaço de objetivos, as soluções não-dominadas entre si são chamadas de soluções ótimas de Pareto. A Figura 10 mostra quatro cenários com as devidas fronteiras de Pareto (MALAGOLI, 2016).

Figura 10 - Fronteira de Pareto



Fonte: Reproduzido de (LOBATO, 2008)

Se não existem informações adicionais acerca do projeto, como por exemplo, a ordem de prioridade de atendimento dos objetivos, todas as soluções são igualmente importantes. Por isso é de suma importância que se tenha um critério que garanta a qualidade da solução encontrada. A seguir são apresentadas as metas de otimização multi-objetivo (LOBATO, 2008):

- Encontrar um conjunto de soluções mais próximo possível da fronteira de Pareto;
- Encontrar um conjunto de soluções com maior diversidade possível.

A primeira meta é comum a qualquer processo de otimização. Porém as soluções devem possuir diversidade para que haja maior cobertura possível da fronteira de Pareto (LOBATO, 2008).

Nas próximas seções será apresentado os algoritmos naturais, que são métodos heurísticos usados em problemas multi-objetivo.

### **3.2 Algoritmos baseados em população**

Os métodos de otimização naturais baseados em população são divididos em dois grupos:

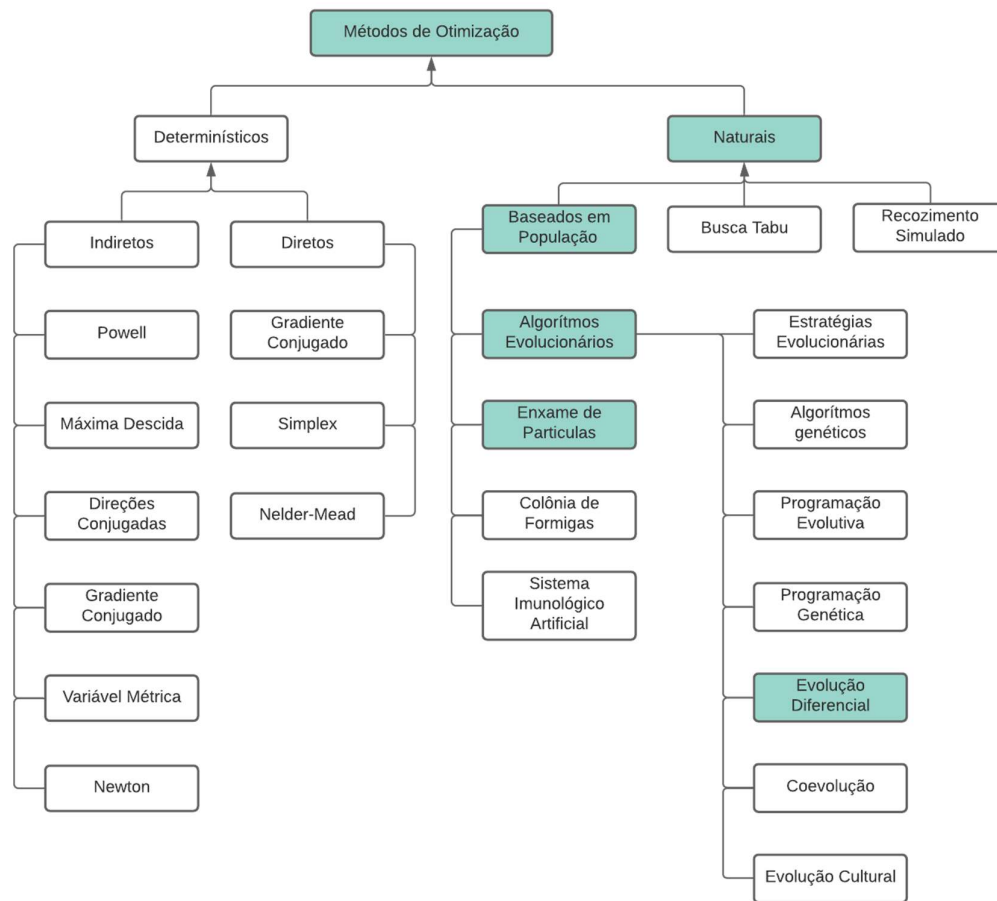
- **Algoritmos evolucionários;**
- **Inteligência de enxame.**

Os Algoritmos Evolucionários (AE) são caracterizados por uma população de indivíduos (candidatos a solução do problema de otimização) e a presença de operadores que aumentem a diversidade e melhorem as soluções (OLIVEIRA, 2008). Eles são melhores descritos na seção abaixo.

A partir de observações do comportamento de animais e insetos na natureza notou-se que estes possuem inteligência individual limitada, mas possuem atitudes coletivas inteligentes a procura dos meios de sobrevivência (SOBRINHO, 2019). Sua comprovação teórica foi desenvolvida originalmente por Eberhart e Kennedy em 1995, em populações de soluções, de forma similar a outros algoritmos evolutivos (LOBATO, 2008). Esses algoritmos são apresentados nas próximas seções.

A Figura 11 apresenta um fluxograma dos métodos de otimização onde são destacados os algoritmos usados nessa monografia.

Figura 11 - Fluxograma com os métodos de otimização



Fonte: Adaptado de (SOBRINHO, 2019)

Nesse trabalho optou-se por usar os métodos Evolução Diferencial e Enxame de Partículas, os quais são descritos nas próximas seções.

### 3.2.1 Algoritmos Evolucionários (AE)

Algoritmos evolucionários (AE) usam modelos computacionais dos processos naturais de evolução como uma ferramenta para resolver problemas (LINDEN, 2012). Eles usam uma população de indivíduos em que cada indivíduo representa uma solução possível para o problema a ser otimizado. Os AE se tornaram o principal método disponível para encontrar as soluções da fronteira de Pareto em problemas de otimização multi-objetivo que são muito complexos para serem resolvidos usando métodos clássicos como programação linear e máxima decida (MALAGOLI, 2016). As vantagens para o uso de AE em relação aos métodos clássicos são (OLIVEIRA, 2008):

- São conceitualmente simples;
- Tem uma grande aplicabilidade;
- Podem facilmente aplicar os paradigmas da computação paralela;
- São menos suscetíveis a estagnarem em um mínimo/máximo local (por serem baseados em população);
- Não dependem de funções objetivo diferenciáveis e contínuas;
- Podem ser usados em conjunto com outros métodos de otimização (otimização híbrida).

Como pode ser observado na Figura 11, diferentes classes de AE foram desenvolvidos (MAMEDE, 2016):

- **Algoritmos Genéticos (AG)** são modelos de evolução genética;
- **Coevolução** trata da evolução de indivíduos menos aptos através da cooperação ou concorrência com os outros;
- **Estratégias Evolucionárias** buscam modelar os parâmetros da estratégia que controlam a variação da evolução;
- **Evolução Cultural** que modela a evolução cultural da população e o quanto a cultura influencia a evolução genética e fenotípica dos indivíduos;
- **Evolução Diferencial (ED)** é similar aos AG, diferindo do mecanismo de reprodução utilizado;
- **Programação Evolutiva** é derivada a partir da simulação do comportamento adaptativo dos indivíduos da população na evolução;
- **Programação Genética** é baseada nos AG, porém os indivíduos são programas;

Para melhor entendimento da terminologia utilizada em AE, a Figura 12 mostra a analogia entre os termos usados nos AE e um problema computacional típico (MAMEDE, 2016).

Figura 12 - Analogia entre a terminologia do AE e de um problema computacional.

<b>Evolução Natural</b>		<b>Problema Computacional</b>
População	↔	Conjunto de Soluções
Indivíduo	↔	Candidato a Solução do Problema
Cromossomo	↔	Representação codificada de uma solução
Gene	↔	Parte da representação de uma solução
Ambiente	↔	Função objetivo ou aptidão (fitness)
Cruzamento, Mutação	↔	Operadores de busca
Geração	↔	Iteração

Fonte: Adaptado de (MAMEDE, 2016)

Os Algoritmos Evolutivos, de forma geral, possuem a seguinte estrutura (LOBATO, 2008):

Tabela 5 - Algoritmo Evolutivo conceitual

---

**Algoritmo Evolutivo Conceitual**

Inicialização da População

Avaliação da População

**Repetir** (Evolução)

Seleção dos Indivíduos da População

Alteração desses Indivíduos para criar uma nova População

Avaliação da nova População

**Até** que um critério de parada seja satisfeito

**Fim**

---

Fonte: Adaptado de (LOBATO, 2008)

Os AE são basicamente representados pelo pseudocódigo da Tabela 5, onde cada iteração do loop acima é chamada de geração (LINDEN, 2012). Mas obviamente essa é somente uma visão de alto nível do algoritmo. Nas próximas seções são descritos todos os detalhes acerca da Evolução Diferencial.

### 3.2.2 Inteligência de enxame



## REFERÊNCIAS

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C.; UMANS., S. D. **Máquinas Elétricas**. 7ª ed. ed. Porto Alegre: McGraw-Hill Higher Education, 2014.

JAZEBI, S.; LEON, F. D.; WU, N. Enhanced Analytical Method for the Calculation of the Maximum Inrush Currents of SinglePhase Power Transformers. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Dez. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TPWRD.2015.2443560>>. Acesso em: 18 Ago. 2021.

JUSTO, D. A. R. et al. **Cálculo Numérico: Um Livro Colaborativo - Versão Python**. [S.l.]: [s.n.], 2020. Disponível em: <<https://www.ufrgs.br/reamat/CalculoNumerico/livro-py/main.html>>. Acesso em: 12 Ago. 2021.

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos: Teoria e Implementação**. 3. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2012.

LOBATO, F. S. **Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia**, Uberlândia, 2008. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14677>>. Acesso em: 13 Ago. 2021.

MALAGOLI, J. A. **Otimização multiobjetivo aplicada aos motores de indução validada via elementos finitos**, Uberlândia, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.14393/ufu.te.2016.22>>. Acesso em: 14 Jul. 2021.

MAMEDE, A. C. F. **Projeto iterativo, simulação, análise e otimização de máquina a relutância variável monofásica**, Uberlândia, 2016. Disponível em: <<http://doi.org/10.14393/ufu.di.2016.401>>. Acesso em: 10 Jul. 2021.

MARTIGNONI, A. **Transformadores**. [S.l.]: Editora Globo, 1991.

MCKINNEY, W. **Python Para Análise de Dados: tratamento de dados com pandas, numpy e ipython**. São Paulo: Novatec, 2018.

PYTHON. EDU-SIG: Python in Education. **Python**, 2021. Disponível em: <<https://www.python.org/community/sigs/current/edu-sig/>>. Acesso em: 21 Jul. 2021.

QT. The future is written with Qt. **QT Documentation**, 2020. Disponível em: <<https://doc.qt.io/>>. Acesso em: 21 Jul. 2021.

RAMALHO, L. **Python Fluente: Programação clara, concisa e eficaz**. 1 ed. ed. São Paulo: Novatec, 2015.

SALUSTIANO, R. **Análise Técnica de Transformadores para redes de Média**, 2012. Disponível em:



<<https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/handle/123456789/1235>>. Acesso em: 12 Dez. 2020.

SILVA, P. R. D. **Otimização de Projeto de Transformadores de Distribuição que Empregam Núcleo Amorfo e Óleo Vegetal Isolante**, Santa Maria, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufsm.br/handle/1/8570>>. Acesso em: 28 Jul. 2021.

SOBRINHO, A. M. **Uma contribuição aos projetos de transformadores via algoritmos naturais e elementos finitos**, 2019. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2019.2179>>. Acesso em: 12 Dez. 2020.

UPADHYAY, K. **Design of Electrical Machines**. [S.l.]: New Age International Publishers, 2008.

YACAMINI, R.; ABU-NSSAER, A. The calculation of inrush current in three-phase. **IEE Proceedings B - Electric Power Applications**, 133, 1986. 31-40. Disponível em: <<https://doi.org/10.1049/ip-b.1986.0006>>. Acesso em: 21 Jul 2021.