

LEYES Y REGLAS DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

Realizado por José Maldonado



INDUSTRIAS
ARIOVA

LEYES DE LAS PROPOSICIONES

LEY DE IDEMPOTENCIA

- Repetir una proposición no cambia su valor.
- $p \wedge p \equiv p$
- $p \vee p \equiv p$
- Ejemplo: 'Está lloviendo y está lloviendo' \equiv 'Está lloviendo'.

LEYES DE NEGACIÓN

- 1. Ley del Tercero Excluido: $p \vee \neg p \equiv \text{Verdadero}$
Una proposición es verdadera o falsa, no existe una tercera opción.
- 2. Ley de la Contradicción: $p \wedge \neg p \equiv \text{Falso}$
Una proposición no puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo.

LEYES DE IDENTIDAD LÓGICA

- $p \vee \text{Falso} \equiv p$

Si una proposición se une con algo que nunca ocurre (Falso) mediante "o", la respuesta de la proposición es p

- $p \wedge \text{Falso} \equiv \text{Falso}$

Si se combina una proposición con algo que nunca ocurre mediante "y", el resultado siempre será falso.

- $p \vee \text{Verdadero} \equiv \text{Verdadero}$

Si se combina una proposición con algo que siempre ocurre mediante "o", el resultado siempre será verdadero.

- $p \wedge \text{Verdadero} \equiv p$

Si una proposición se une con algo que siempre ocurre (Verdadero) mediante "y", su respuesta es p.

DOBLE NEGACIÓN

- Negar una negación devuelve la proposición original.
- $\neg(\neg p) \equiv p$
- Ejemplo: 'No es falso que está lloviendo' \rightarrow 'Está lloviendo'.

LEYES DE ABSORCIÓN

Simplifica expresiones eliminando redundancias

- $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

si p ya es verdadero, no importa si q es verdadero o falso. El resultado de la disyunción seguirá siendo p .

Ejemplo: "Está lloviendo y (está lloviendo o hace frío)."

- $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Pero si p ya es verdadero, entonces $(p \vee q)$ también será verdadero (porque incluye p). Por lo tanto, toda la expresión depende solo de p .

Ejemplo: 'Llueve o (llueve y hace frío)' \equiv 'Llueve'.

REGLAS DE LA INFERENCIA

- Permiten deducir conclusiones válidas a partir de premisas verdaderas.
- A continuación, las principales reglas.

MODUS PONENDO PONENS

Si se tiene una implicación ($p \rightarrow q$) y el antecedente es verdadero (p), se puede concluir el consecuente (q)

•Ejemplo:

Si estudio, apruebo.

Estudio.

→ Apruebo.

$$\begin{array}{l} (1) \ p \rightarrow q \\ (2) \ p \\ \hline q \quad (MP) \end{array}$$

MODUS TOLLENS

Significa negando niego, y se refiere a una propiedad inversa de los condicionales.

Si se tiene una implicación ($P \rightarrow Q$) y el consecuente es falso ($\neg Q$), se puede concluir que el antecedente también es falso ($\neg P$).

| | |
|---------------------|-----------|
| (1) $\neg A \vee B$ | ... P |
| (2) $\neg B$ | ... P |
| <hr/> | |
| (3) $\neg A$ | ... TP1,2 |

SILOGISMO HIPOTÉTICO

Si se tienen dos implicaciones encadenadas $P \rightarrow Q$ y $Q \rightarrow R$, se puede concluir que el antecedente de la primera implica el consecuente de la segunda ($P \rightarrow R$).

•Ejemplo:

Si estudio, apruebo.

Si apruebo, me gradúo.

→ Si estudio, me gradúo.

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \therefore P \rightarrow R \end{array}$$

SILOGISMO DISYUNTIVO

Si se tiene una disyunción ($P \vee Q$) y se sabe que una de las proposiciones es falsa ($\neg P$), se puede concluir que la otra proposición debe ser verdadera (Q).

- Ejemplo:

O estudio o salgo.

No estudio.

→ Salgo.

$$\begin{array}{l} (1) \ p \vee q \\ (2) \ \sim p \\ \hline q \quad (MT) \end{array}$$

ADICIÓN

La ley de la adición en lógica proposicional es una regla de inferencia que establece que si una proposición (P) es verdadera, entonces la disyunción de esa proposición con cualquier otra proposición (Q) también debe ser verdadera ($P \vee Q$).

$$\frac{(1) \ p}{p \vee q} \quad (A)$$

SIMPLIFICACIÓN

Si una conjunción es verdadera ($P \wedge Q$), se puede concluir que cada una de las partes es verdadera por separado P y Q .

- Ejemplo:
Estudio y apruebo.
→ Estudio.

$$(1) \ p \wedge q$$

p (*Simplificación*)

CONJUNCIÓN

Si dos proposiciones son verdaderas por separado P y Q , entonces su conjunción también es verdadera ($P \wedge Q$).

- Ejemplo:
Estudio.
Apruebo.
• \rightarrow Estudio y apruebo.

$$\begin{array}{l} (1) \ p \\ (2) \ q \\ \hline p \wedge q \end{array}$$