

# **LEYES Y REGLAS DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL**

Realizado por José Maldonado



INDUSTRIAS  
ARIOVA

# LEYES DE LAS PROPOSICIONES

# LEY DE IDEMPOTENCIA

- Repetir una proposición no cambia su valor.
- $p \wedge p \equiv p$
- $p \vee p \equiv p$
- Ejemplo: 'Está lloviendo y está lloviendo'  $\equiv$  'Está lloviendo'.

# LEYES DE NEGACIÓN

- 1. Ley del Tercero Excluido:  $p \vee \neg p \equiv \text{Verdadero}$   
Una proposición es verdadera o falsa, no existe una tercera opción.
- 2. Ley de la Contradicción:  $p \wedge \neg p \equiv \text{Falso}$   
Una proposición no puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo.

# LEYES DE IDENTIDAD LÓGICA

- $p \vee \text{Falso} \equiv p$

Si una proposición se une con algo que nunca ocurre (Falso) mediante "o", la respuesta de la proposición es p

- $p \wedge \text{Falso} \equiv \text{Falso}$

Si se combina una proposición con algo que nunca ocurre mediante "y", el resultado siempre será falso.

- $p \vee \text{Verdadero} \equiv \text{Verdadero}$

Si se combina una proposición con algo que siempre ocurre mediante "o", el resultado siempre será verdadero.

- $p \wedge \text{Verdadero} \equiv p$

Si una proposición se une con algo que siempre ocurre (Verdadero) mediante "y", su respuesta es p.

# DOBLE NEGACIÓN

- Negar una negación devuelve la proposición original.
  - $\neg(\neg p) \equiv p$
- 
- Ejemplo: 'No es falso que está lloviendo'  $\rightarrow$  'Está lloviendo'.

# LEYES DE ABSORCIÓN

Simplifica expresiones eliminando redundancias

- $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

si  $p$  ya es verdadero, no importa si  $q$  es verdadero o falso. El resultado de la disyunción seguirá siendo  $p$ .

Ejemplo: "Está lloviendo y (está lloviendo o hace frío)."

- $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Pero si  $p$  ya es verdadero, entonces  $(p \vee q)$  también será verdadero (porque incluye  $p$ ). Por lo tanto, toda la expresión depende solo de  $p$ .

Ejemplo: 'Llueve o (llueve y hace frío)'  $\equiv$  'Llueve'.

# REGLAS DE LA INFERENCIA

- Permiten deducir conclusiones válidas a partir de premisas verdaderas.
- A continuación, las principales reglas.

# MODUS PONENDO PONENS

Si se tiene una implicación ( $p \rightarrow q$ ) y el antecedente es verdadero (p), se puede concluir el consecuente (q)

- Ejemplo:

Si estudio, apruebo.

Estudio.

→ Apruebo.

$$\begin{array}{c} (1) p \rightarrow q \\ (2) p \\ \hline q \quad (MP) \end{array}$$

# MODUS TOLLENS

Significa negando niego, y se refiere a una propiedad inversa de los condicionales.

Si se tiene una implicación ( $P \rightarrow Q$ ) y el consecuente es falso ( $\neg Q$ ), se puede concluir que el antecedente también es falso ( $\neg P$ ).

$$\frac{\begin{array}{c} (1) \neg A \vee B \quad \dots P \\ (2) \neg B \quad \dots P \end{array}}{(3) \neg A \quad \dots TP1,2}$$

# SILOGISMO HIPOTÉTICO

Si se tienen dos implicaciones encadenadas  $P \rightarrow Q$  y  $Q \rightarrow R$ , se puede concluir que el antecedente de la primera implica el consecuente de la segunda ( $P \rightarrow R$ ).

- Ejemplo:

Si estudio, apruebo.

Si apruebo, me gradúo.

→ Si estudio, me gradúo.

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \therefore P \rightarrow R \end{array}$$

# SILOGISMO DISYUNTIVO

Si se tiene una disyunción ( $P \vee Q$ ) y se sabe que una de las proposiciones es falsa ( $\neg P$ ), se puede concluir que la otra proposición debe ser verdadera (Q).

- Ejemplo:  
O estudio o salgo.  
No estudio.  
 $\rightarrow$  Salgo.

$$\begin{array}{c} (1) p \vee q \\ (2) \neg p \\ \hline q \quad (MT) \end{array}$$

# ADICIÓN

La ley de la adición en lógica proposicional es una regla de inferencia que establece que si una proposición ( $P$ ) es verdadera, entonces la disyunción de esa proposición con cualquier otra proposición ( $Q$ ) también debe ser verdadera ( $P \vee Q$ ).

$$\frac{(1) \ p}{p \vee q} \text{ (Adición)}$$

# SIMPLIFICACIÓN

Si una conjunción es verdadera ( $P \wedge Q$ ), se puede concluir que cada una de las partes es verdadera por separado  $P$  y  $Q$ .

- Ejemplo:  
Estudio y apruebo.  
→ Estudio.

$$\frac{(1) p \wedge q}{p \quad (\text{Simplificación})}$$

# CONJUNCIÓN

Si dos proposiciones son verdaderas por separado  $P$  y  $Q$ , entonces su conjunción también es verdadera ( $P \wedge Q$ ).

- Ejemplo:  
Estudio.  
Apruebo.  
• → Estudio y apruebo.

$$\begin{array}{c} (1) p \\ (2) q \\ \hline p \wedge q \end{array}$$