**למידה ממוחשבת מחיזוקים – תרגיל 1**

שאלה 1

נגדיר תתי בעיות באופן הבא:

– פתרון הבעיה עבור תתי הרצפים .

נסמן את התו ה-i של המחרוזת X, באופן דומה עבור Y.

נגדיר לצורך נוחות את הפונקציה

נפתור את מקרי הבסיס:

כעת, המקרה הכללי יהיה:

והפתרון לבעיה יהיה .

נבחין שעל מנת לחשב את נצטרך לכל היותר לחשב את לכל , , כאשר בהינתן החישובים הקודמים, כל חישוב דורש זמן , לכן הסיבוכיות של פתרון זה היא .

שאלה 2

1. נגדיר את קבוצת המצבים להיות – כל החדרים האפשריים בהם מוזס יכול להיות, כאשר הוא החדר ההתחלתי, i מסמן התקדמות צפונה ו-j מזרחה.

נגדיר את קבוצת הפעולות להיות – כאשר n היא הפעולה של לעבור לחדר הצפוני ו-e לחדר המזרחי. בפרט במצב כלשהו, הפעולות יהיו:

*נגדיר את פונקציית ה****רווח*** *(במקום הפסד, לצורך נוחות) עבור מצב-פעולה להיות:*

*ובאופן כללי עבור מסלול באורך m הרווח יהיה:*

1. *מכיוון שמוזס יכול לנוע רק צפונה ומזרחה, הוא יכול לנוע לכל היותר צעדים, לכן זהו האופק של הבעיה (או אם מחשיבים את המצב ההתחלתי?)*
2. *נחשב את כמות המסלולים האפשריים:*

*סה"כ מוזס מבצע צעדים מזרחה, ו- צעדים צפונה.*

*כמות המסלולים שווה לכמות הדרכים לבחור את הצעדים המזרחיים מבין כלל הצעדים, כלומר מסלולים. הצעדים הצפוניים נקבעים באופן יחיד בהינתן בחירה כזו.*

*עבור נקבל מסלולים אפשריים (אכן, במקרה זה הוא יכול לנוע צפונה רק פעם אחת ובשאר הצעדים ינוע מזרחה, לכן כמות המסלולים היא N ככמות הדרכים שלו לבחור באיזו עמודה לנוע צפונה).*

*עבור נקבל*

1. *א. במידה ושני העכברים יתעלמו מקיום השני, המסלול האופטימלי עבורם עשוי להיות אותו מסלול, או שאם קיימים מספר מסלולים אופטימליים הם עשויים להכיל חדר משותף עם גבינה, ולכן במקרים אלה ייתכן שיאספו פחות גבינה סה"כ.*

*ב. במידה ושני העכברים משתפים פעולה, נמצא את כמות המצבים:*

*המצבים במקרה זה יהיו רביעיות כאשר מייצגים את מיקום עכבר 1, ו- את מיקום עכבר 2. אנו מניחים שהעכברים מתקדמים בקצב בלתי תלוי אחד בשני, לכן בהינתן מיקום של אחד העכברים, העכבר השני יכול להיות בכל חדר.*

*סה"כ כמות המצבים האפשרית היא – ככמות הדרכים להציב את שני העכברים בחדרים.*

*הפעולות יהיו , כאשר כל פעולה מתארת את הכיוונים שיבחר כל אחד מהעכברים.*

*ג. במקרה הכללי של K עכברים, באופן דומה נקבל שכמות המצבים היא כמות הדרכים להציב K עכברים בחדרים, שהיא וכמות הפעולות תהיה (2 אפשרויות לבחירת כיוון k עכברים).*

*שאלה 3*

1. *נחשב את ההסתברויות למילים הבאות:*
2. *א. נגדיר את הבעיה:*

*קבוצת המצבים:*

*קבוצת הפעולות*

*פונקציית הרווח תהיה:*

*כלומר, הרווח עבור בחירת אות כלשהי יהיה תואם להסתברות לבחור באות בהינתן האות הקודמת, פרט למקרה שבו האות היא "-", עבורו הרווח יהיה 0 אם זה לא סוף המילה ו-1 אם זה סוף המילה, ובמקרה שבו זה סוף המילה כל אות פרט ל-"-" תקבל רווח 0.*

*פונקציית הרווח המצטברת תהיה*

*ב. נוכל לפתור את הבעיה בזמן לינארי באמצעות dynamic programming:*

*נגדיר – ההסתברות המקסימלית עבור מילה באורך t שמופיעה* ***אחרי*** *האות s.*

*אנו מעוניינים למצוא את .*

*מקרי הבסיס:*

*עבור , מתקיים .*

*כלומר, ההסתברות המקסימלית עבור מילה באורך t שמופיעה אחרי האות s, היא המקסימום מבין ההסתברויות למילים באורך t-1 המופיעות אחרי אות כלשהי , כפול ההסתברות ש- תופיע אחרי s.*

*סיבוכיות: את מקרה הבסיס ניתן לחשב בזמן קבוע.*

*בהינתן עבור כל , חישוב דורש 4 חישובים בלבד, כלומר דורש זמן , לכן, אם נחשב את לכל (סה"כ ערכים) החל מ-t=1, זמן הריצה יהיה .*

*סה"כ זמן הריצה עבור חישוב יהיה .*

*ג. על מנת לקבל בעיה בה פונקציית ההפסד היא חיבורית, נוכל להגדיר את אותה בעיה בדיוק אך לבצע פעולת log על פונקציית ההפסד המקורית ונקבל סכום של k הפסדים במקום מכפלה שלהם. מכיוון שפונקציית הlog מונוטונית כמו הפונקציה המקורית, נקבל ערך מקסימלי עבור אותה מילה בדיוק.*

*ד. באופן כללי, שימוש ב-log יהיה יעיל יותר מבחינת זמן חישוב, שכן ביצוע ה-log על כל איבר יתבצע בזמן קבוע, וחיבור k איברים יעיל יותר ממכפלת k איברים.*

*מצד שני, ייתכן שלאחר ביצוע log נאבד מדיוק הערכים מכיוון שאנו מייצגים אותם על ידי מספר קבוע של ביטים, וביצוע log על מספר שניתן לייצג בכמות כזו של ביטים יכול להחזיר מספר שלא ניתן לייצג בכמות כזו של ביטים, לכן ייתכן שנקבל הפסדים לא מדויקים.*

*שאלה 4*

1. *נחשב את לכל ולכל :*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | *v* |
|  | *7* | *10* | *6* |  |  | *0* |  |
|  | *5* | *-1* | *2* |  | *-1* |  |  |
| *0* | *2* | *3* | *6* | *2* |  |  |  |
|  | *1* | *4* | *-2* | *1* |  |  |  |
|  | *1* | *4* |  | *1* |  |  |  |

1. *מחיר ה-min mean cost cycle:*

*המסלול שבו נמצא המעגל:*

*המעגל יהיה: .*

1. *מכיוון שסכום המעגל המינימאלי הוא 0, גם ה-optimal average cost.*