# 融合规则的HEDA求解带工件批量运输的 三阶段装配集成调度问题

邓 超<sup>1</sup>. 钱 斌<sup>1,2†</sup>. 胡 蓉<sup>2</sup>. 王 凌<sup>3</sup>. 孙在省<sup>2</sup>

(1. 昆明理工大学 机电工程学院, 昆明 650500; 2. 昆明理工大学 信息与自动化学院, 昆明 650500; 3. 清华大学 自动化系, 北京 100084)

**摘 要:** 针对现有三阶段装配集成调度问题模型将各工件在运输阶段的运输时间简化设定为相同常量,未考虑运输车辆数量和车载重量有限会导致工件需按批量分别运输的实际情况,研究以最小化总完工时间为目标的带工件批量运输的加工、运输、装配三阶段装配集成调度问题(three-stage assembly integrated scheduling problem with job batch transportation, 3sAISP\_JBT) 和求解算法. 首先,分阶段建立 3sAISP\_JBT 的数学模型; 其次,分别提出求解运输、装配阶段对应子问题的先完工先运输(first completed first transported, FCFT) 规则和先到先装配(first come first assembly, FCFA) 规则,以降低求解 3sAISP\_JBT 的整体计算复杂度; 再次,提出一种融合多种规则的混合分布估计算法 (hybrid estimation of distribution algorithm with rules, HEDA\_R) 求解 3sAISP\_JBT; 最后,通过仿真实验和算法比较验证了所提出算法的有效性.

关键词: 三阶段; 集成调度; EDA算法; 规则; 工件批量; 运输

中图分类号: TP391 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0307

**引用格式:** 邓超,钱斌,胡蓉,等. 融合规则的HEDA求解带工件批量运输的三阶段装配集成调度问题[J]. 控制与决策, 2020, 35 (10): 2507-2513.

# Rule-based hybrid EDA for three-stage assembly integrated scheduling problem with job batches transportation

DENG Chao<sup>1</sup>, QIAN Bin<sup>1,2†</sup>, HU Rong<sup>2</sup>, WANG Ling<sup>3</sup>, SUN Zai-xing<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical and Electronic Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; 2. School of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; 3. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** In the existing research on the three-stage assembly integrated scheduling problem model, the transportation time of each job is simplified to the same constant at the transportation stage. In practical situations, however, jobs are supposed to be transported separately in batches, due to the limitation of the number and the load capacity of transport vehicles. This paper studies the three-stage assembly integrated scheduling problem with job batches transportation (3sAISP\_JBT) and the corresponding algorithm. The criterion of 3sAISP\_JBT is to minimize the maximum completion time. Firstly, a mathematical model of 3sAISP\_JBT is formulated in stages. Secondly, in order to reduce the overall computational complexity of solving 3sAISP\_JBT, the first completed first transported (FCFT) rule and the first come first assembly (FCFA) rule are proposed for the sub-problems in the transportation and assembly stages, respectively. Thirdly, a hybrid estimation of distribution algorithm with rules (hybrid estimation of distribution algorithm with rules, HEDA\_R) is proposed to solve 3sAISP\_JBT. Finally, simulation experiments and algorithm comparisons verify the effectiveness of the proposed algorithms.

Keywords: three-stage; integrated scheduling; estimation of distribution algorithm; rule; job batch; transportation

收稿日期: 2019-03-18; 修回日期: 2019-06-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51665025, 61963022, 61873328).

责任编委: 刘士新.

†通讯作者. E-mail: bin.qian@vip.163.com.

## 0 引 言

制造业是立国之本、兴国之器、强国之基."中国制造2025"发展战略要求紧密围绕重点制造领域关键环节,开展新一代信息技术与制造装备融合的集成创新和工程应用[1].集成调度通过将制造系统中的各个子系统有机结合,可有效地从系统整体层面进行资源配置,是制造业生产过程优化调度中非常重要的环节.装配制造业涵盖汽车、手机、家电、医疗器械等生产企业,是制造业的重点领域,其生产过程包含加工、装配等多个阶段,具有生产不连续、生产周期长、制造过程复杂等特点.研究面向装配制造业的集成调度具有很高的实际意义.

目前,对装配制造企业车间集成调度研究主要针对含加工、装配的两阶段装配集成调度问题(two-stage assembly integrated scheduling problem, 2sAISP)<sup>[2-5]</sup>和含加工、运输、装配的三阶段装配集成调度问题(three-stage assembly integrated scheduling problem, 3sAISP)<sup>[6-8]</sup>. 通过文献调研,现有 3sAISP 研究都是假设运输阶段各工件运输时间为常数,即运输车辆数量无限或载重无限,这与现实问题存在较大差距<sup>[9]</sup>. 显然,在 3sAISP中进一步考虑批量运输(即运输车辆数量有限且具有载重约束),具有重要的现实意义.

近年来,带批量运输的集成调度问题已得到一定 的研究. 例如, Joo等[10] 考虑含加工、运输阶段且工件 运输时间由批量确定的集成调度问题,以makespan 为优化目标,采用遗传算法(genetic algorithm, GA)求 解. Chang 等[11] 考虑含加工、运输阶段的集成调度问 题,以配送时间及配送成本的加权和为优化目标,采 用蚁群优化(ant colony optimization, ACO)算法求 解. Fathi 等[12] 考虑含运输、装配阶段的混流装配线 物料配送问题,分别以运输趟次和总库存为主要 和次要优化目标,采用粒子群优化(particle swarm optimization, PSO) 算法求解. 根据文献调研,对于带 工件批量运输的加工、运输、装配三阶段装配集成 调度问题 (3sAISP with job batch transportation, 3sAISP JBT),尚无人进行研究.此外,在计算复杂度 上,2sAISP已被证明为NP-hard<sup>[2]</sup>,该问题又归结为 3sAISP, 而 3sAISP 又可归结为 3sAISP\_JBT, 故 3sAISP\_JBT亦为NP-hard. 因此,研究3sAISP\_JBT具 有重要的理论和实际意义.

分布估计算法 (estimation of distribution algorithm, EDA)是一种基于统计学的新兴进化算法,以统计的方式对种群中的优质个体进行学习并构

造概率模型,然后对概率模型进行采样以产生新种群,从而引导算法的搜索方向,具有较好的全局搜索能力. 虽然 EDA 在生产调度领域已开展较多研究<sup>[13-17]</sup>,但在 3sAISP\_JBT 上的研究仍处于空白状态. 对此,本文提出一种融合规则的混合分布估计算法 (hybrid estimation of distribution algorithm with rules, HEDA\_R)用于求解以最大完工时间 makespan 为优化目标的 3sAISP\_JBT.

#### 1 问题描述及数学模型

设产品集为 $P,z \in P,P = \{1,2,\ldots,H_P\}$ ;车辆集为 $T,t \in T,T = \{1,2,\ldots,H_{TR}\}$ ;零件集为Q,零件总数为 $q,j \in Q,Q = \{1,2,\ldots,q\}$ ;工序集为Q,工序总数为 $H_Q,i \in Q,Q = \{1,2,\ldots,H_Q\}$ ;加工阶段设备集为 $M,k \in M,M = \{1,2,\ldots,m_1\}$ ;装配阶段组装设备数为1.每种产品由多个工件组成,每个工件的不同工序需要按先后顺序在加工阶段 $m_1$ 台满足加工约束的设备上加工,完成加工后由运输阶段 $H_{TR}$ 辆车在车载载重限制条件下运输到装配阶段等待组装.各产品对应的工件按加工顺序依次经过3个阶段进行处理;加工阶段任一加工设备在同一时刻只能加工一种工件;不同零件带释放时间;装配阶段组装设备在同一时刻只能组装同一种产品,不同产品间设置时间为零.

下面分阶段构建3sAISP\_JBT数学模型.

1) 加工阶段: 带释放时间的多工序异构并行机 调度问题(HPMP\_RT).  $\pi^{K} = [\pi_{[1]}^{K}, \pi_{[2]}^{K}, \dots, \pi_{[H_o]}^{K}]$ 为 所有工件的工序在加工阶段的排列. 加工设备 k 上加工工序的数量为  $H_k$ .  $\pi^k = [\pi_{[1]}^k, \dots, \pi_{[i]}^k, \dots, \pi_{[H_k]}^k]$ 为工件的工序在加工阶段加工设备 k 上的排列,  $\pi_{[i]}^k$ 为  $\pi^k$  中第 i 个位置的工件的工序.  $P(\pi_{[i]}^k)$  为  $\pi_{[i]}^k$  的加工时间,  $R(\pi_{[i]}^k)$  为  $\pi^k$  中第 i 个位置的工件首次到达第 k 台加工设备的时间, 即释放时间.  $pre_{-m}(\pi_{[i]}^k)$  为  $\pi_{[i]}^k$  前一次加工工序的设备号,  $\pi_{[i]}^k$  前一个工序在设备号为  $pre_{-m}(\pi_{[i]}^k)$  的机器上的排列表示为  $\pi_{[i]}^{pre_{-m}(\pi_{[i]}^k)}$ , 若工件  $\pi_{[i]}^k$  首次加工,则  $pre_{-m}(\pi_{[i]}^k)$  = 0.  $pre_{-k}(\pi_{[i]}^k)$ 为  $\pi_{[i]}^k$  在第 k 台机器上加工时该台机器上前一次加工的工件工序,工件工序在排列中的位置记为  $\pi_{pre_{-k}(\pi_{[i]}^k)}^k$  若加工  $\pi_{[i]}^k$  的机器为首次加工工件,则  $pre_{-k}(\pi_{[i]}^k)$  = 0.  $\pi_{[i]}^k$  的完成时间  $C(\pi_{[i]}^k)$  计算如下:

$$C(\pi_{[i]}^{k}) = \min\{P(\pi_{[i]}^{k}) + R(\pi_{[i]}^{k})\},$$

$$\operatorname{pre}_{m}(\pi_{[i]}^{k}) = 0, \ \operatorname{pre}_{k}(\pi_{[i]}^{k}) = 0;$$

$$C(\pi_{[i]}^{k}) =$$

$$\min\{\max\{C(\pi_{[\operatorname{pre}_{k}(\pi_{[i]}^{k})]}^{k}), R(\pi_{[i]}^{k})\} + P(\pi_{[i]}^{k})\},$$
(1)

$$\operatorname{pre}_{-m}(\pi_{[i]}^{k}) = 0, \ \operatorname{pre}_{-k}(\pi_{[i]}^{k}) \neq 0;$$
 (2)

$$C(\pi_{[i]}^k) = \min\{C(\pi_{[i]}^{\mathrm{pre\_}m(\pi_{[i]}^k)}) + P(\pi_{[i]}^k)\},$$

$$\operatorname{pre\_}m(\pi_{[i]}^k) \neq 0, \ \operatorname{pre\_}k(\pi_{[i]}^k) = 0;$$
 (3)

$$C(\pi_{[i]}^k) =$$

$$\min\{\max\{C(\pi_{[i]}^{\mathrm{pre\_}m(\pi_{[i]}^k)}),C(\pi_{\mathrm{pre\_}k(\pi_{[i]}^k)}^k)\} + P(\pi_{[i]}^k)\},$$

$$\text{pre}_{-}m(\pi_{[i]}^k) \neq 0, \text{ pre}_{-}k(\pi_{[i]}^k) \neq 0;$$
 (4)

$$C_{\text{st1}}(\pi_{[i]}^t) = C(\pi_{[i]}^k). \tag{5}$$

其中:  $k = 1, 2, ..., m_1$ ; j = 1, 2, ..., q;  $i = 1, 2, ..., H_k$ ;  $C_{\text{st1}}(\pi_{[i]}^t)$ 为工件j在加工阶段的完工时间.

2) 运输阶段: 带车辆载重约束的多车辆单点配送问题.  $w_t$  为车辆 t 往返运输的趟数,  $w_t \geq 1$ .  $V_t$  为车辆 t 的额定载荷 (定值).  $t_{-}$ tran 为车辆的运输时间 (定值).  $\pi^{TR} = [\pi_{[1]}^{TR}, \pi_{[2]}^{TR}, \dots, \pi_{[j]}^{TR}, \dots, \pi_{[q]}^{TR}]$  为所有工件在运输阶段的排列,  $\pi_{[j]}^{TR}$  为 $\pi^{TR}$  中第 j 个位置的工件。 $C_{\text{st1}}(\pi_{[j]}^{TR})$  为 $\pi^{TR}$  中第 j 个位置的工件在加工阶段的完工时间.  $v(\pi_{[j]}^{TR})$  为 $\pi^{TR}$  中第 j 个位置的工件在第 t 台车辆的开始运输时间.  $C(\pi_{[j]}^{TR})_{w_t}$  为运输阶段第  $w_t$  趟装载在车辆 t 里  $\pi^{TR}$  中第 j 个位置的工件的完工时间.  $\pi^{TR}$  中第 j 个位置的工件的完工时间.  $\pi^{TR}$  中第 j 个位置的工件的完工时间.  $\pi^{TR}$  中第 j 个位置的工件。

$$v(\pi_{[j]}^{\mathrm{TR}}) \leqslant V_t; \tag{6}$$

$$S(\pi_{[j]}^{\text{TR}})_{w_t} = \max\{C_{\text{st1}}(\pi_{[j]}^{\text{TR}})_{w_t}\}, \ w_t = 1;$$
 (7)

$$S(\pi_{[j]}^{\mathrm{TR}})_{w_t} =$$

$$\max\{C_{\mathrm{st1}}(\boldsymbol{\pi}_{[j]}^{\mathrm{TR}})_{w_t}^t, S(\boldsymbol{\pi}_{[j]}^{\mathrm{TR}})_{w_t-1}^{} + t\_\mathrm{tran} \times 2(w_t-1)\},$$

$$w_t \neq 1;$$
 (8)

$$C_{\text{st2}}(\pi_{[j]}^{\text{TR}})_{w_t} = S(\pi_{[j]}^{\text{TR}})_{w_t} + t_{\text{tran.}}$$
 (9)

其中: $j = 1, 2, \dots, q$ ;  $w_t = 1, 2, \dots, l$ ;  $t = 1, 2, \dots, H_t$ .

3) 装配阶段: 带到达时间或释放时间的单机调度问题.  $\pi^{P} = [\pi_{[1]}^{P}, \pi_{[2]}^{P}, \dots, \pi_{[z]}^{P}, \dots, \pi_{[H_{P}]}^{P}]$  为待加工的  $H_{P}$  个产品在装配阶段装配机器上的排列,  $\pi_{[z]}^{P}$  为 $\pi^{P}$  中第 z 个位置的产品.  $P(\pi_{[z]}^{P})$  为产品  $\pi_{z}^{P}$  的装配时间,  $S(\pi_{[z]}^{P})$  为产品  $\pi_{z}^{P}$  的开始装配时间. 产品  $\pi_{z}^{P}$  的装配时间. 产品  $\pi_{z}^{P}$  的装配时间. 产品  $\pi_{z}^{P}$  的装配完成时间  $C_{\text{st3}}(\pi_{[z]}^{P})$  计算公式如下:

$$S(\pi_{[z]}^{P}) = \max\{C_{\text{st2}}(\pi_{[j]}^{TR})\},$$
 (10)

$$S(\pi^{P}) = \min\{S(\pi_{[z]}^{P})\},$$
 (11)

$$C_{\text{st3}}(\pi_{[z]}^{P}) = \max\{C_{\text{st3}}(\pi_{[z-1]}^{P}), S(\pi_{[z]}^{P})\} + P(\pi_{[z]}^{P}).$$
(12)

其中: 
$$z = 1, 2, \ldots, H_P, j = 1, 2, \ldots, q$$
.

4) 优化目标:  $C_{\text{max}}$  为三阶段整体 makespan. 优化目标为在所有产品所组成的工件从加工、运输到装配三阶段顺序的集合中找到一个最优排序  $\pi^* = (\pi^{\text{K}}, \pi^{\text{TR}}, \pi^{\text{P}})$ , 使得最大完工时间  $C_{\text{max}}$  最小. 即

$$C_{\max}(\pi^*) = \min_{(\pi^{K}, \pi^{TR}, \pi^{P}) \in \Pi} \{ C_{\max}(\pi^{K}, \pi^{TR}, \pi^{P}) \};$$
(13)

$$\pi^* = \arg\{C_{\max}(\pi^{\mathrm{K}}, \pi^{\mathrm{TR}}, \pi^{\mathrm{P}})\} \to \min,$$

$$\forall \pi^{\mathrm{K}}, \pi^{\mathrm{TR}}, \pi^{\mathrm{P}} \in \Pi.$$
(14)

# 2 求解3sAISP\_JBT运输阶段及装配阶段 规则设计

3sAISP\_JBT问题具有整体性、系统性、问题解空间复杂等特点,本节根据问题性质提出运输阶段和装配阶段的相应规则,用于合理缩小搜索空间.

#### 2.1 3sAISP\_JBT运输阶段规则设计

在运输阶段,本文设计先完工先运输 (first completed first transported, FCFT) 的规则,即将工件按照加工阶段完工时间从小到大进行排序,可获得工件的排序 $\pi_{\text{FCFT}}^{\text{TR}}$ (见图 1),其中, $\pi_{\text{FCFT}}^{\text{TR}}$  =  $[\pi_1^{\text{TR}}, \pi_2^{\text{TR}}, \dots, \pi_{x_1}^{\text{TR}}, \dots, \pi_j^{\text{TR}}, \pi_{j+1}^{\text{TR}}, \dots, \pi_{x_2}^{\text{TR}}, \dots, \pi_{q_1}^{\text{TR}}]$ ; 然后将 $\pi_{\text{FCFT}}^{\text{TR}}$ 中工件从左至右依次装入各车辆进行运输. 假设第t车辆满足 $v(\pi_{x_1}^{\text{TR}}) + \dots + v(\pi_j^{\text{TR}}) \leqslant V_t$ ,则工件集 $\{\pi_{x_1}^{\text{TR}}, \dots, \pi_j^{\text{TR}}\}$ 属于车辆 $t, S_t = C_{\text{st1}}(\pi_j^{\text{TR}})$ ;同时假设 $v(\pi_{j+1}^{\text{TR}}) + \dots + v(\pi_{x_2}^{\text{TR}}) \leqslant V_{t+1}$ ,则工件集 $\{\pi_{i+1}^{\text{TR}}, \dots, \pi_{x_2}^{\text{TR}}\}$ 属于车辆 $t + 1, S_{t+1} = C_{\text{st1}}(\pi_{x_2}^{k})$ .

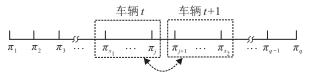


图 1  $\pi_{FCFT}^{TR}$ 排序

由于装入同一辆车的工件之间互相交换位置并不影响车辆的开始运输时间,工件在车辆间互相交换位置才会改变车辆的开始运输时间,进而影响工件运输到装配车间的时间,只需考虑装入相邻车辆的两个邻近工件(即前一个工件j装入当前车辆t,后一个工件j+1装入下一车辆t+1)交换位置对整个车辆运输时间产生影响. 交换后可形成( $\pi^{TR}$ )' =  $[\pi_1^{TR}, \ldots, \pi_{j-1}^{TR}, \pi_{j+1}^{TR}, \pi_j^{TR}, \ldots, \pi_{q_1}^{TR}]$ (见图 1). 如果将( $\pi^{TR}$ )'中工件从左至右依次装入各车辆,则车辆的开始运输时间为( $S_t$ )'. 由于工件的运输时间除了受上一阶段完工时间影响,还与车辆本身的重量和车辆载重相关,可分以下几种情形进行讨论.

定理1 当 $v(\pi_j^{\text{TR}}) \ge v(\pi_{j+1}^{\text{TR}})$ 时,工件j放入车辆t、工件j+1放入车辆t+1不变,即工件按FCFT规

则进行运输(工件按 $\pi_{\text{FCFT}}^{\text{TR}}$ 中顺序依次逐一装车运输),可使所有工件完成运输的时间最小.

证明 反证法. 假设存在可行排序  $(\pi^{TR})'$  使得  $(S_t)' \leq S_t, t = 1, 2, \dots, H_t$ , 车辆 t 满足  $v(\pi_{x_1}^{TR}) + \dots + v(\pi_{j+1}^{TR}) \leq V_t$ , 工件集  $\{\pi_{x_1}^{TR}, \dots, \pi_{j+1}^{TR}\}$  装入车辆 t, 则  $(S_t)' = C_{\text{st1}}(\pi_{j+1}^k)$ ; 工件集  $\{\pi_j^{TR}, \dots, \pi_{x_2}^{TR}\}$  装入车辆 t + 1, 则  $(S_{t+1})' = C_{\text{st1}}(\pi_{j+2}^k)$ ; 其余车辆装载情况不变, 只有车辆 t 开始时间从  $C_{\text{st1}}(\pi_j^k)$  变化到  $C_{\text{st1}}(\pi_{j+1}^k)$ . 又因  $C_{\text{st1}}(\pi_{j+1}^k) \geq C_{\text{st1}}(\pi_j^k)$ , 故  $(S_t)' \geq S_t, t = 1, 2, \dots, H_t$ , 与假设矛盾.  $\square$ 

定理2 当 $v(\pi_j^{\text{TR}}) < v(\pi_{j+1}^{\text{TR}})$ 时,如果工件j+1 装入车辆t不违反载重约束,则将工件j和j+1在 $\pi_{\text{FCFT}}^{\text{TR}}$ 中交换位置得到 $(\pi^{\text{TR}})'$ ,工件按交换后的 $(\pi^{\text{TR}})'$ 中顺序依次逐一装车运输,可使所有工件完成运输的时间最小.

证明 1) 当 $v(\pi_j^{\text{TR}}) + \ldots + v(\pi_{x_2}^{\text{TR}}) < V_t$ ,且 $v(\pi_j^{\text{TR}}) + \ldots + v(\pi_{x_2}^{\text{TR}}) + v(\pi_{x_2+1}^{\text{TR}}) > V_{t+1}$ 时,证明过程与定理1类似,得到证明结果与假设矛盾.

2) 当  $v(\pi_j^{\text{TR}}) + \dots + v(\pi_{x_2}^{\text{TR}}) + v(\pi_{x_2+1}^{\text{TR}}) \leq V_{t+1}$  时, 车辆 t+1 能放入工件  $\pi_j^{\text{TR}}, \dots, \pi_{x_2}^{\text{TR}}, \pi_{x_2+1}^{\text{TR}}$ , 不仅车辆 t 的开始时间增大,而且车辆 t+1 的开始时间从 $C_{\text{st1}}(\pi_{x_2}^k)$ 变化到 $C_{\text{st1}}(\pi_{x_2+1}^k)$ . 又 $C_{\text{st1}}(\pi_{x_2+1}^k) \geq C_{\text{st1}}(\pi_{x_2}^k)$ ,故 $S_t)' \geq S_t$ ,与假设矛盾.  $\square$ 

需要强调的是,若不是相邻两辆车之间的工件互换,而是互不相邻车辆里的工件互换,则在定理1和 定理2的条件下依然可得这两个定理.

由上可知,对于加工阶段完成加工的工件,采用FCFT规则和定理1、定理2,可使所有工件完成运输的时间最小. 虽然运输阶段所有工件完成运输的时间最小,并不能确保装配阶段的Makespan最小,但可以缩短运输阶段的整体时间,有助于装配阶段获取问题更优的解.

#### 2.2 3sAISP JBT 装配阶段规则设计

装配阶段问题为带到达时间或释放时间的单机调度问题,优化目标为makespan. 由文献[18]证明可知,针对该问题采用先到先装配(first come first assembly, FCFA)规则得到排序 $\pi_{FCFA}^P$ 为装配阶段的最优调度方案. 这表明如果加工阶段和运输阶段的解(即排列[ $\pi^K$ , $\pi^{TR}$ ])已确定,则装配阶段的解(即排列[ $\pi^P$ ])采用FCFA规则确定,可使整个问题的优化目标 $C_{max}(\pi^K,\pi^{TR},\pi^P)$ 取值最小.

### 3 求解3sAISP\_JBT的HEDA\_R

根据第2节对3sAISP\_JBT的分析,HEDA\_R求解3sAISP\_JBT包含以下环节:1)根据加工阶段的编

码生成相应的种群,然后利用所设计的算法操作来执行进化并实现搜索. 2) 在计算个体或解对应的优化目标值时,首先根据解中工件的具体排列,利用加工阶段的解码计算各工件完工时间;然后基于运输阶段的编码和解码,采用FCFT规则和定理1、定理2确定各工件的运输完成时间;最后利用FCFA规则获得整个问题的优化目标值.

#### 3.1 编码及解码

#### 3.1.1 加工阶段

- 1)编码:第1部分为加工阶段基于工序的排列, 其长度是由产品层-工件层-工序层确定,即产品对应 工件集合 $P_z$ 及工件对应工序集合 $Q_{zi}$ ;
- 2) 解码: 根据文献 [14], 按照最早完工时间 (earliest completion time, ECT) 规则进行解码, 确定各个工序的开始加工时间并完成机器分配.

#### 3.1.2 运输阶段编码及解码

- 1) 编码: 第2段编码为运输阶段基于工件的排序, 按照FCFT规则可直接得到对应编码(图2);
- 2)解码:由编码可知,3sAISP\_JBT的解分为前后两段,先采用HEDA\_R对加工阶段所对应子问题进行求解,以得到3sAISP\_JBT的前段解,再运用2.1节的证明结论对运输阶段进行解码,步骤如下.

step 1: 按照 FCFT 规则形成排序  $\pi_{\text{FCFT}}^{\text{TR}}$ , 并求解得到适配值  $f(\pi^{\text{K}}, \pi_{\text{FCFT}}^{\text{TR}}, \pi_{\text{FCFA}}^{\text{P}})$ .

step 2: 对相邻两车辆节点处的两个工件 j 和 j+1 的载重进行判断,若载重满足定理 1 和定理 2 ,则保留工件装入当前车辆及以前的序列;否则,交换工件 j 和 j+1 的位置形成新的排序  $\pi_{\text{temp}}^{\text{TR}}$ ,由此得到装配阶段的排序为  $(\pi_{\text{FCFA}}^{\text{P}})'$ ,求解得  $f(\pi^{\text{K}},\pi_{\text{temp}}^{\text{TR}},(\pi_{\text{FCFA}}^{\text{P}})')$ .

step 3: 若  $f(\boldsymbol{\pi}^{\mathrm{K}}, \boldsymbol{\pi}^{\mathrm{TR}}_{\mathrm{temp}}, (\boldsymbol{\pi}^{\mathrm{p}}_{\mathrm{FCFA}})')$   $\leqslant$   $f(\boldsymbol{\pi}^{\mathrm{K}}, \boldsymbol{\pi}^{\mathrm{TR}}_{\mathrm{FCFT}}, \boldsymbol{\pi}^{\mathrm{p}}_{\mathrm{FCFA}})$ ,则  $\boldsymbol{\pi}^{\mathrm{TR}}_{\mathrm{FCFT}} = \boldsymbol{\pi}^{\mathrm{TR}}_{\mathrm{temp}}$ .

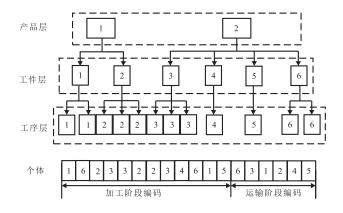


图 2 编码方式

#### 3.2 HEDA\_R全局搜索

#### 3.2.1 初始化种群及概率模型

通过对3sAISP JBT性质分析,本文按产品聚合 (product aggregation, PA)的规则产生 $\eta \times$  popsize个个 体,剩余个体随机产生来初始化种群. PA 规则为先随 机生成产品序列,以产品为基础随机生成组成该产品 的工件序列,再对应工件的工序,随机生成工件基于 工序的排列. 根据编码方式将加工阶段基于工序排 列矩阵 $\rho$ 作为概率模型. 概率模型采用均匀分布,如 下式所示:

$$\rho_{i,j}(0) = \frac{1}{A}, \ \forall i = 1, 2, \dots, n, \ \forall j = 1, 2, \dots, q.$$
(15)

#### 3.2.2 概率矩阵更新

在每次迭代中选取种群中 $\varphi \times popsize$ 的优质 个体更新概率模型.  $I_{i,j}$  表示统计工件 j 出现在工序 排列向量第i位上或是之前的次数. 第 q 次迭代中通 过优质解统计得到的概率 $E_{i,i}(g)$ 来更新 $\rho_{i,i}(g)$ ,其中  $\gamma \in (0,1)$ 为学习速率.

$$I_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ 工件} j$$
出现在位置 $i$ 上或之前; 0, otherwise. (16)

$$E_{i,j}(g) = \frac{I_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n} I_{i,j}}, \ \forall i, j.$$
 (17)

$$\rho_{i,j}(g+1) = (1-\gamma)\rho_{i,j}(g) + \gamma E_{i,j}.$$
 (18)

#### 3.2.3 采样方式

算法在后续的每次迭代中,新种群通过采样概率 矩阵生成. 采样方式是针对问题模型而设计的,目的 是使属于同一个产品的工件有更大的概率聚合在一 起,产生较为优质的个体.每次采样均选用轮盘赌操 作,在一定程度上保证了种群的多样性.一旦产生新 个体便构成下一次迭代的新种群,具体步骤如下.

step 1: 当i = 1时,以轮盘赌的方式通过采样矩 阵选出工件j,并判断是否满足 $j \in P_z$ ,若矩阵 $\rho$ 中j出现的次数等于j工序总数,则将矩阵 $\rho$ 第j列置零, 并将每一行归一化.

step 2: 当 $i \neq 1$ 时,将当前第i行属于 $P_z$ 的工件j概率相加得  $\sum_{j=m}^k \rho_{i,j}$ . 若  $\sum_{j=m}^k \rho_{i,j} = 0$ ,则直接用轮盘赌进行采样;否则,产生一个随机数  $\varepsilon, \varepsilon \in (0.5, 0.8)$ . 若  $\sum_{i=m}^{k} \rho_{i,j} \geqslant \varepsilon$ ,则直接用轮盘赌进行采样;否则,重新调 整当前第i行每个工件j的概率以得到新概率 $\rho_{i,j}^*$ ,即

$$\rho_{i,j}^* = \frac{\rho_{i,j}^z}{\sum_{i=m}^k \rho_{i,j}^z} \times \varepsilon, \ j \in P_z;$$
(19)

$$\rho_{i,j}^* = \frac{\rho_{i,j}^z}{\sum_{j=m}^k \rho_{i,j}^z} \times \varepsilon, \ j \in P_z;$$

$$\rho_{i,j}^* = \frac{\rho_{i,j}^z}{1 - \sum_{j=m}^k \rho_{i,j}^z} \times (1 - \varepsilon), \ j \notin P_z.$$

$$(20)$$

调整之后再用轮盘赌进行采样. 若矩阵 $\rho$ 中i出 现的次数等于j工序总数,则将矩阵 $\rho$ 第j列置零,并 将每一行归一化.

step 3: 判断通过 step 2 采样第i行的工件i是否属 于 $P_z$ ,若工件 $j \in P_z$ ,则直接j = j + 1;若 $j \in P_z^*$ ,则 全部选完.

#### 3.3 局部搜索策略

为更好地引导全局搜索方向及有效地提高解的 质量,本文设计如下局部搜索策略.

step 1: 从种群中选取 $\varphi \times popsize$ 个个体组成集  $\boldsymbol{\mathbf{\hat{r}}}\boldsymbol{\varPsi} = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m\}.$ 

step 2: 对  $\Psi$ 中个体 $\pi_r(r=1,2,\ldots,m)$ 随机选 取两个位置 $u, v, \diamondsuit x = \max(u, v) - \min(u, v), k =$  $H_O/H_P - 1(H_O$ 表示个体 $\pi_r$ 的加工阶段的长度),若 x > k,则重新生成u, v,直到满足 $x \leq k$ ,将两个位置 u,v上的工件互换,生成新个体 $\pi_r^*$ . 若  $f(\pi_r) > f(\pi_r^*)$ , 则令 $\pi_r = \pi_r^*$ ,重复操作 $\tau$ 次.

step 3: 更新 $\Psi$ ,选出最优个体 $\pi_0$ ,设计一种基于 Insert和Swap变邻域局部搜索混合操作对其进行深 入的局部探索.

#### 3.4 种群多样性判定及控制机制

随着算法的不断迭代,种群多样性会降低,种群 中的个体变得非常相似,这样会导致算法陷入局部最 优[19-20]. 本文采用如下方法计算当代种群的多样性 值 $\theta_{div}$ 以控制种群多样性.

step 1: 对  $\varphi \times \text{popsize}$  优质个体中第 i 个工 件在第1个位置上出现的次数进行统计,形成矩阵  $[\phi_{i,j}]_{n\times q}$ . 其中: n 表示工序总数, q 表示工件总数. 统 计工件j紧跟工件j'的次数形成矩阵 $[\lambda_{i',i}]_{q\times q}$ .

step 2: 统计矩阵  $[\phi_{i,j}]_{n\times q}$  中不为零的元素的个 数之和为 $\alpha$ ,统计矩阵 $[\lambda_{i',i}]_{q\times q}$ 中不为零的元素的个 数之和为 $\beta$ .

$$\theta_{\text{div}} = \left(\frac{\alpha - n}{n \times \min(n, \varphi \times \text{popsize} - 1)} + \frac{\beta - (q - 1)}{(q - 1) \times \min(q - 1, \varphi \times \text{popsize} - 1)}\right) / 2.$$
(21)

给定一个多样性阈值 $\delta$ ,当满足 $\theta_{\rm div} \leq \delta$ 时,对当前种群进行调整(具体操作详见图3).

#### 3.5 HEDA R算法

HEDA\_R算法框架如图3所示.

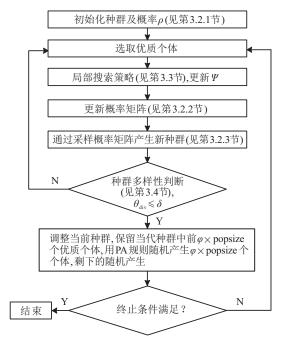


图 3 HEDA\_R 的算法框架

# 4 仿真实验结果与分析

由于目前暂未有学者对 3sAISP\_JBT 进行研究,测试数据随机生成,数据具体参见网址 https://pan. baidu.com/s/1Vsd4xBpBE50TbyF6w78fHg. 因 3sAISP\_JBT每个产品所组成的工件数及工件所对应工序数随机生成,且运输车辆数对每个测试问题有不同的影响,故本文列举的测试问题表达为 $p \times m \times t$ . 所有算法和测试程序均用 Delphi2010编程实现,操作系统为WinXP. 所有算法在相同的测试时间下独立运行 20次.

为了验证 HEDA\_R 的性能,本节将 HEDA\_R 与国际期刊中的有效算法 GA<sup>[11]</sup> 进行对比. 其中,HEDA\_R运行200代,GA运行时间与HEDA\_R相同,两种算法的对比结果如表1所示. 表1中: p\_m\_t 对应问题中的产品数、加工阶段机器数和车辆数,best为最优值、worst为最差值、AVG为统计平均值.从表1中可以看出,对于36个问题,HEDA\_R在大多数问题上优于 GA<sup>[11]</sup>,这表明 HEDA\_R 可有效求解3sAISP\_JBT问题.

#### 5 结 论

本文提出了一种融合规则的混合分布估计算法 (HEDA\_R) 用于求解 3sAISP\_JBT. 首先,给出 3sAISP\_JBT 三阶段的数学模型,优化目标为最小化

表**1** HEDA\_R与GA<sup>[11]</sup>比较实验数据

p_m_t	HEDA_R			GA <sup>[11]</sup>		
	best	worst	AVG	best	worst	AVG
2_2_1	796	823	813.6	796	825	810.6
2_3_1	960	990	985.1	960	992	986.3
3_3_1	950	987	978.4	951	991	979.4
3_4_1	1012	1 028	1 020.4	1018	1 028	1 022.7
4_5_1	917	935	930.7	921	939	934.1
4_6_1	980	998	989.4	988	1001	992.4
3_3_2	907	930	918.3	909	938	921.3
3_4_2	858	874	860.6	860	874	868.4
3_5_2	695	702	699.5	699	704	700.5
4_4_2	989	1013	1 000.1	991	1 021	1 002.3
4_5_2	751	772	761.6	753	771	762.4
4_6_2	864	879	869.6	867	881	871.0
5_3_2	1 296	1 328	1 315.5	1 303	1 334	1 325.9
5_4_2	957	976	966.2	965	987	965.0
5_5_2	998	1010	1 002.1	1 002	1012	1 006.3
5_6_2	1 001	1 017	1 005.4	1 003	1 031	1 019.6
4_4_3	987	1013	991.8	995	1 021	1 005.1
4_5_3	749	776	750.1	759	779	769.0
4_6_3	968	984	977.4	979	1 001	989.0
5_3_3	1 252	1 288	1 273.1	1 270	1297	1 283.1
5_4_3	918	931	924.5	928	942	932.8
5_5_3	968	984	977.4	979	1 001	989.0
5_6_3	1 252	1 288	1 273.1	1 270	1 297	1 283.1
6_4_3	918	931	924.5	928	942	932.8
6_5_3	968	984	977.4	979	1 001	989.0
6_6_3	1 037	1 064	1 050.5	1 049	1 085	1 071.5
6_4_4	1 235	1 252	1 243.9	1 248	1 272	1 261.6
6_5_4	920	940	927.3	929	953	942.3
6_6_4	1 041	1 064	1 050.8	1 051	1 095	1 079.7
7_5_4	1 251	1 275	1 268.4	1 261	1 285	1 273.5
7_6_4	1 260	1 273	1 263.8	1 271	1 276	1 270.9
7_7_4	1 078	1 099	1 084.7	1 093	1 132	1 114.6
8_8_4	1 252	1 279	1 258.4	1 273	1 304	1 291.8
9_9_4	1 401	1 422	1 410.9	1 430	1 452	1 439.0
10_10_4	1 484	1 509	1 497.2	1519	1 548	1 528.9
15_15_4	1 902	1 973	1 928.6	1 939	2 001	1 970.4

三阶段总的最大完工时间;然后,通过分析问题特点,分别给出求解运输、装配阶段所对应问题的先完工先运输(first completed First transported, FCFT)规则和先到先装配(first come first assembly, FCFA)规则,并讨论规则在一定条件下的最优性;最后,提出了HEDA\_R,用于求解3sAISP\_JBT.在HEDA\_R中,为提高搜索效率,将3sAISP\_JBT的解分为前后两段,采用HEDA\_R仅对加工阶段子问题解空间进行搜索,以得到3sAISP\_JBT的前段解,从而利用FCFT规则和FCFA规则在前段解基础上确定后段解,可缩小搜索空间并一定程度上避免无效搜索;为提高初始解的质量,设计工件按产品聚合(product aggregation, PA)

的规则来初始化种群及采样概率矩阵;为增强算法的局部搜索能力,设计了局部搜索策略,对HEDA全局搜索发现的优质区域进行细致搜索. 仿真实验和算法比较均验证了所提出算法可有效求解3sAISP\_JBT.

#### 参考文献(References)

- [1] 周济. 智能制造——"中国制造2025"的主攻方向[J]. 中国机械工程, 2015, 26(17): 2273-2284. (Zhou J. Intelligent manufacturing—Main direction of "made in China 2025"[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(17): 2273-2284.)
- [2] Gupta J N D. Two-stage hybrid flowshop scheduling problem[J]. Journal of the Operational Research Society, 1988, 39(4): 359-364.
- [3] Gupta J N D, Hariri A, Potts C N. Scheduling a two-stage hybrid flow shop with parallel machines at the first stage[J]. Annals of Operations Research, 1997, 69(1): 171-191.
- [4] Sung C S, Kim H A. A tow-stage assembly scheduling problem for minimizing sum of completion times[J]. Korea Industrial Technology Association, 2006, 113(2): 1038-1048.
- [5] Fattahi P, Hosseini S M H, Jolai F. A mathematical model and extension algorithm for assembly flexible flow shop scheduling problem[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 65(5): 787-802.
- [6] Koulamas C, Kyparisis G J. The three-stage assembly flowshop scheduling problem[J]. Computers & Operations Research, 2001, 28(7): 689-704.
- [7] Hatami S, Ebrahimnejad S, Tavakkoli-Moghaddam R, et al. Two meta-heuristics for three-stage assembly flowshop scheduling with sequence-dependent setup times[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 50(9/10/11/12): 1153-1164.
- [8] Malekidarounkolaei A, Modiri M, Tavakkolimoghaddam R, et al. A three-stage assembly flow shop scheduling problem with blocking and sequence-dependent set up times[J]. Journal of Industrial Engineering International, 2012, 8(1): 1-7.
- [9] Farahani P, Grunow M, Günther H O. Integrated production and distribution planning for perishable food products[J]. Flexible Services and Manufacturing Journal, 2012, 24(1): 28-51.
- [10] Joo C M, Kim B S. Rule-based meta-heuristics for integrated scheduling of unrelated parallel machines, batches, and heterogeneous delivery trucks[J]. Applied Soft Computing, 2017, 53: 457-476.
- [11] Chang Y C, Li V C, Chiang C J. An ant colony optimization heuristic for an integrated production and distribution scheduling problem[J]. Engineering Optimization, 2014, 46(4): 503-520.

- [12] Fathi M, Rodríguez V, Fontes D B M, et al. A modified particle swarm optimization algorithm to solve the part feeding problem at assembly lines[J]. International Journal of Production Research, 2016, 54(3): 878-893.
- [13] Wang L, Wang S Y, Xu Y, et al. A bi-population based estimation of distribution algorithm for the flexible job-shop scheduling problem[J]. Computers & Industrial Engineering, 2012, 62(4): 917-926.
- [14] 李子辉, 钱斌, 胡蓉, 等. 自适应混合 EDA 求解一类三阶段装配流水线调度问题 [J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(7): 1829-1845.
  (Li Z H, Qian B, Hu R, et al. Adaptive hybrid estimation of distribution algorithm for solving a certain kind of three-stage assembly flowshop scheduling problem [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(7): 1829-1845.)
- [15] Qian B, Li Z C, Hu R. A copula-based hybrid estimation of distribution algorithm for *m*-machine reentrant permutation flow-shop scheduling problem[J]. Applied Soft Computing, 2017, 61: 921-934.
- [16] Wang X N, Xing K Y, Li X L, et al. An estimation of distribution algorithm for scheduling problem of flexible manufacturing systems using Petri nets[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 55: 776-788.
- [17] Li Z H, Qian B, Hu R, et al. An elitist nondominated sorting hybrid algorithm for multi-objective flexible job-shop scheduling problem with sequence-dependent setups[J]. Knowledge-Based Systems, 2019, 173: 83-112.
- [18] 徐国华, 唐国春. 最短准备时间排序[J]. 上海第二工业大学学报, 1990, 7(2): 12-16.
  (Xu G H, Tang G C. The shortest ready time sequencing[J]. Journal of Shanghai Second Polytechnic University, 1990, 7(2): 12-16.)
- [19] Vallada E, Ruiz R. Genetic algorithms with path relinking for the minimum tardiness permutation flowshop problem[J]. Omega, 2010, 38(1/2): 57-67.
- [20] Pan Q K, Ruiz R. An estimation of distribution algorithm for lot-streaming flow shop problems with setup times[J]. Omega, 2012, 40(2): 166-180.

#### 作者简介

邓超(1985-), 女, 实验师, 博士生, 从事智能优化调度的研究, E-mail: 4494015@qq.com;

钱斌(1976-), 男, 教授, 博士生导师, 从事调度与优化等研究, E-mail: bin.qian@vip.163.com;

胡蓉(1974-), 女, 副教授, 硕士, 从事优化方法及决策 支持系统等研究, E-mail: ronghu@vip.163.com;

王凌(1972-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能优化调度等研究, E-mail: wangling@tsinghua.edu.cn;

孙在省(1993-), 男, 硕士生, 从事智能生产调度的研究, E-mail: szx\_1010@qq.com.

(责任编辑:李君玲)