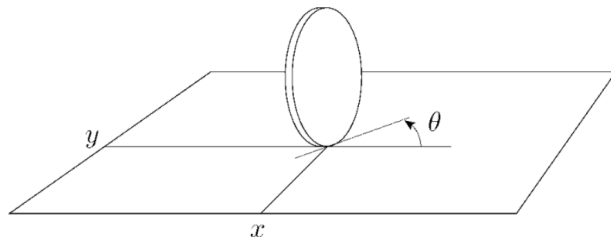


El modelo canónico de robots móviles no-holonómicos

Kjartan Halvorsen

March 27, 2023

Modelo canónico a.k.a modelo unicycle



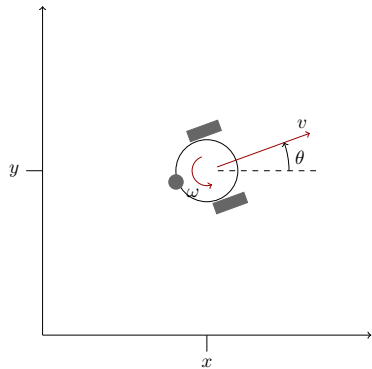
De Martina Zambelli (2013) *Posture regulation for unicycle-like robots with prescribed performance guarantees*. KTH - Royal Institute of Technology, Sweden.

Robot tipo diferencial (*differential drive*)



X80Pro Dr. Robot Inc.

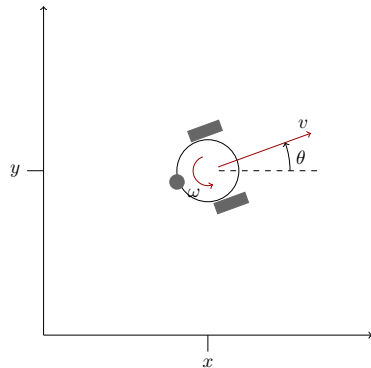
Robot móvil - modelo canónico



Robot móvil - modelo canónico



Cinemática



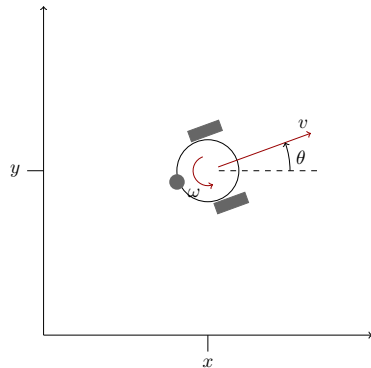
$$\xi = \begin{bmatrix} \theta \\ x \\ y \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \omega \\ v \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\xi = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ v \cos \theta \\ v \sin \theta \end{bmatrix}$$

Robot móvil - modelo canónico



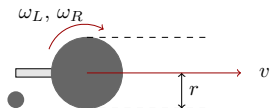
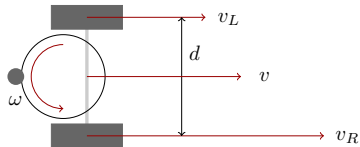
Cinemática



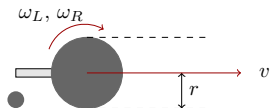
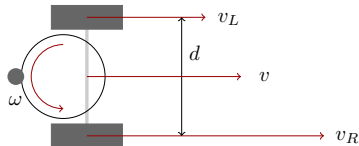
$$\xi = \begin{bmatrix} \theta \\ x \\ y \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \omega \\ v \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\xi = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ v \cos \theta \\ v \sin \theta \end{bmatrix}$$

De robot diferencial a modelo canónico



De robot diferencial a modelo canónico

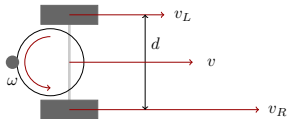


Actividad Determine

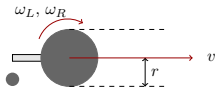
1. La velocidad lineal (v_R , v_L) del centro de cada rueda dado su velocidad angular (ω_R , ω_L)
2. La velocidad lineal v del centro robot dado las dos velocidades v_R y v_L
3. La velocidad angular ω del robot dado las dos velocidades v_R y v_L
1. Las relaciones invertidas. Es decir, las velocidades angulares ω_R y ω_L de las ruedas dado las velocidades v y ω .

Diferencial a modelo canónico

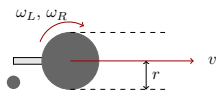
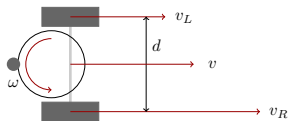
Asumiendo simetría entre las dos ruedas y en la dirección de giro.



$$\omega_L, \omega_R \in [-\omega_{max}, \omega_{max}]$$



Diferencial a modelo canónico



Asumiendo simetría entre las dos ruedas y en la dirección de giro.

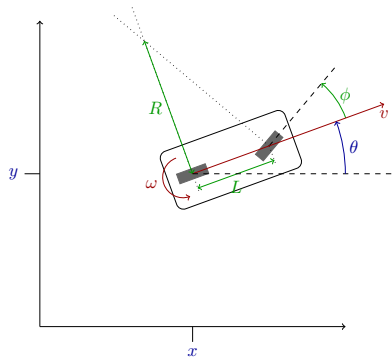
$$\omega_L, \omega_R \in [-\omega_{max}, \omega_{max}]$$

Actividad En el plano v, ω , dibuje la región de posibles valores de la señal de entrada al modelo canónico,

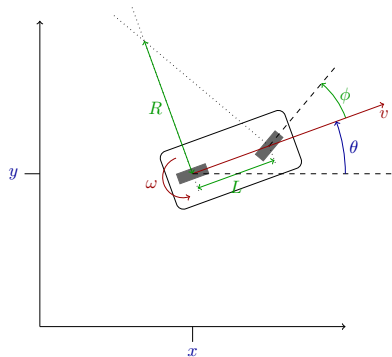
$$u(t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ v(t) \end{bmatrix},$$

dado los límites de la velocidad angular de las ruedas.

Robots tipo coche - modelo bicicleta

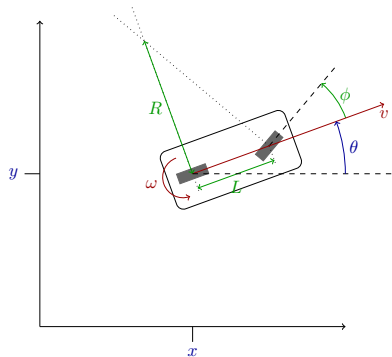


Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio R , la relación entre su velocidad lineal v y su velocidad angular ω es

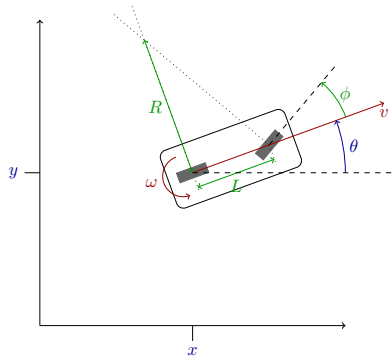
Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio R , la relación entre su velocidad lineal v y su velocidad angular ω es

$$v = R\omega \quad \omega = \frac{1}{R}v$$

Robots tipo coche - modelo bicicleta

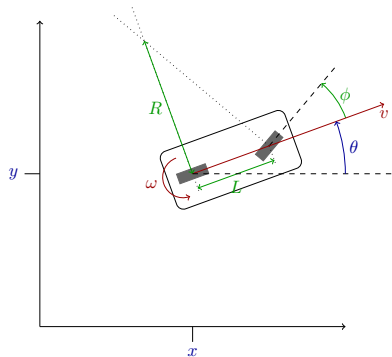


Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio R , la relación entre su velocidad lineal v y su velocidad angular ω es

$$v = R\omega \quad \omega = \frac{1}{R}v$$

Actividad Determine el radio de giro instantáneo R como función del ángulo de dirección ϕ .

Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio R , la relación entre su velocidad lineal v y su velocidad angular ω es

$$v = R\omega \quad \omega = \frac{1}{R}v$$

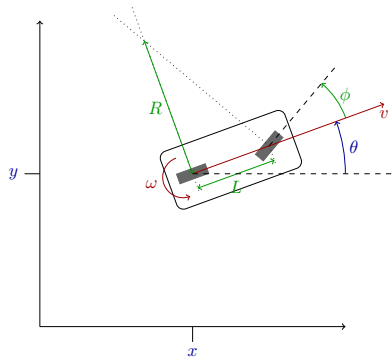
Actividad Determine el radio de giro instantáneo R como función del ángulo de dirección ϕ .

Actividad Determine la velocidad angular ω como función de la velocidad v y del ángulo de dirección ϕ . Determine también la función inversa.

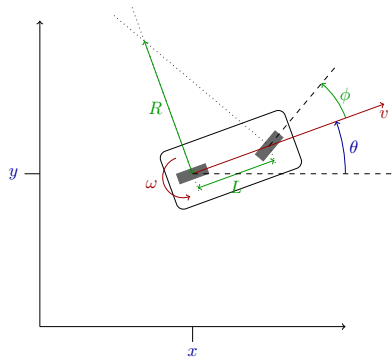
Robots tipo coche - modelo bicicleta

Para cierto robot

$$v \in [-v_{lm}, v_{um}], \quad \phi \in [-\phi_{max}, \phi_{max}]$$



Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para cierto robot

$$v \in [-v_{lm}, v_{um}], \quad \phi \in [-\phi_{max}, \phi_{max}]$$

Actividad En el plano v, ω , dibuje la región de posibles valores de la señal de entrada al modelo canónico,

$$u(t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ v(t) \end{bmatrix},$$

dados los límites de la velocidad v y del ángulo de dirección ϕ .