

Los Sistemas de Etiquetas y su Dinámica Espacial en Autómatas Celulares

Trabajo Terminal No. - - - - -

*Alumno: *Cerna González Alan Baruch*

Director: Dr. Genaro Juárez Martínez

e-mail: acernag1500@alumno.ipn.mx

Resumen – Dentro del campo de la teoría de la computación hay cosas aún por descubrir que pueden sustentar cada vez más el conocimiento acerca de la computación. Una de ellas es la máquina de Post canónica normal mejor conocida como sistema de etiquetas (tag system) la cual, con un simple proceso de manipulación de caracteres, tiene el mismo potencial que una máquina de Turing. Mediante un análisis de la dinámica espacial en las cadenas de símbolos generadas por los sistemas tag es posible encontrar un autómata celular que simule un sistema tag. El análisis espacial de los sistemas tag ofrece un camino para entender mejor su espacio de soluciones.

Palabras Clave – Sistema de Etiquetas, Autómata Celular, Teoría de la Computación, Sistemas Dinámicos, Matemáticas Discretas

1. Introducción

En la teoría de la computación se tienen varios modelos computacionales que son fundamentales para la tecnología y avance científico que hay hasta la actualidad, algunos ejemplos son: la máquina de Turing, la máquina de Post y los autómatas celulares. Algunas de las grandes mentes del siglo pasado dieron un paso importante desarrollando estos modelos. El contexto por el cual se obtuvieron tuvo que ver con las dos grandes ciencias formales: las matemáticas y la lógica.

A principios del siglo XX hubo un problema con la axiomatización aritmética de las matemáticas. Muchos lógicos y matemáticos como Russell o Hilbert buscaban un fundamento en la lógica o en la teoría de conjuntos que pudiera sostener a las matemáticas hasta que, de 1930 a 1945, matemáticos como Gödel con sus teoremas de incompletitud, la solución del problema de la parada por Turing con la máquina de Turing y Church con el cálculo lambda, demostraron la existencia de enunciados indecidibles en la aritmética y otros campos naciendo así la teoría de la computación clásica.

Desde 1920 Emil Post había desarrollado un modelo computacional logístico de reescritura de cadenas que es una forma simple de la máquina de Post canónica normal, este modelo consiste en que, dada una cadena, lee el primer símbolo, borra un número constante (definido por un número de borrado P) de símbolos al principio y agrega, según el símbolo encontrado al principio, una cadena de símbolos al final (llamada regla de producción), esto sucede hasta que ya no hay un número suficiente de símbolos a borrar o se llegó a un símbolo de parada. Post no lo había publicado hasta 1943 [6] para resolver una reducción del problema de la parada el cual ya había esbozado en su escrito de 1921 que no publicó. Este es el sistema conocido como sistema de etiquetas (sistema tag), es determinista y comprende un modelo universal de computación.

En la segunda mitad del siglo XX, von Neumann desarrolla los autómatas celulares cuyo funcionamiento se describe como: una rejilla llena de celdas con ciertos valores, cada celda es influenciada por las celdas cercanas y dependiendo del valor en estas, la celda en cuestión cambiará de valor [7]. Von Neumann los ideó como sistemas de dos dimensiones sin explorarlos en una dimensión, algo que posteriormente hizo S. Wolfram creando los autómatas celulares elementales que se basan en la misma dinámica, pero en un espacio unidimensional [9].

En teoría de la computación se dice que un sistema de reglas de manipulación de datos es computacionalmente universal o Turing-completo cuando este puede simular una máquina de Turing, tal como todos los lenguajes de programación actuales. Los sistemas tag también simulan máquinas de Turing, esto fue demostrado por H. Wang en 1963 y por J. Cook con M. Minsky en el mismo año, su demostración fue para sistemas tag con número de borrado $P = 2$ [1]. Además, se ha hecho lo inverso para demostrar que una máquina de Turing es universal se ha simulado con un sistema tag universal como lo hizo Yu Rogozhin en 1996 [8].

En el 2002, S. Wolfram hace un análisis de la dinámica espacial de varios modelos computacionales poniendo cada transición de la simulación debajo de otra para observar su evolución, en este análisis incluye los sistemas tag, planteando uno que simula el autómata celular elemental de la regla 30 [9]. Con esta investigación Wolfram abrió el paso al análisis espacial y sistemático de modelos computacionales como se hace usualmente para el estudio de los autómatas celulares, algo que metodológicamente será importante para este Trabajo Terminal.

M. Cook, en 2004, diseñó los sistemas tag cíclicos para su demostración de la universalidad en el autómata celular elemental de la regla 110 con el que simuló un sistema tag cíclico Turing-completo. Probando así que al menos un autómata celular elemental era computacionalmente universal. Para este modelo M. Cook convirtió el número de borrado P por un número de ciclos P y el alfabeto de símbolos a uno binario (0, 1) para que, por cada transición, el primer carácter de la cadena es 1 añade la cadena al final correspondiente al ciclo en el que esta (regla de producción) y si es 0 no lo hará, borrando solo un carácter por ciclo. Este modelo es equivalente al clásico [2].

Algunas investigaciones del siglo actual han incrementado lo que se sabe sobre los sistemas tag como las de L. De Mol que ha conseguido simplificar algunos sistemas tag usándolos para simular funciones de Collatz y algunos problemas de decidibilidad. También T. Neary encontrando máquinas de Turing universales cada vez más pequeñas aplicando sistemas tag en sus demostraciones [3, 4].

En el 2018, T. Neary y M. Cook encontraron una generalización de sistemas tag, este modelo además de simplificar su aplicación también dio la apertura para configurar de otra manera sistemas tag ya existentes y simularlos en tiempo lineal. Para su modelo utilizaron el concepto de ciclo P, pero a diferencia de un sistema tag cíclico ya no agregaría la cadena al final únicamente si el carácter es 1 sino que el alfabeto puede variar en número símbolos y cada símbolo puede agregar una cadena al final según el ciclo de la máquina. Así con un solo modelo incluyeron los dos ya existentes [5].

Los autómatas celulares han sido utilizados para modelado discreto de sistemas dinámicos y complejos, el análisis de estos ha resultado sumamente importante para observar el comportamiento de este tipo de sistemas. Su capacidad de computación paralela y la simplicidad que los caracteriza los convierte en una herramienta funcional y eficiente por lo que su aplicación para este trabajo terminal es conveniente.

En una investigación similar a la de este trabajo que se produjo en el 2017 por Sergio Eduardo Juárez Martínez y César Iván Manzano Mendoza en el trabajo terminal titulado “Máquinas de Turing y el problema de la universalidad como sistemas dinámicos discretos”, establecieron un algoritmo que convierte una máquina de Turing dada en un autómata celular equivalente [10]. En este trabajo terminal se propone el uso del modelo de sistemas tag generalizados, así como los autómatas celulares unidimensionales para encontrar un algoritmo tal que, al introducir una configuración de sistema tag, devuelva un autómata celular que lo simule y caracterizar a los sistemas tag como sistemas dinámicos discretos.

2. Objetivo

2.1 Objetivo General

Analizar sistemas tag como sistemas dinámicos con su simulación en autómatas celulares.

2.2 Objetivos Específicos

- Desarrollar una herramienta para la simulación de la dinámica espacial de los sistemas tag.
- Analizar el comportamiento de los sistemas tag en su dinámica espacial.
- Analizar autómatas celulares unidimensionales que simulen sistemas tag.
- Contribuir al estudio de los sistemas tag como sistemas dinámicos.

3. Justificación

El estudio de modelos computacionales como sistemas dinámicos discretos comenzó a ser tendencia en los últimos años ya que la principal característica de estos es que cambian con el tiempo y muchos modelos de computación tienen esta característica porque al aplicar las reglas del modelo en los datos de entrada estos van cambiando por cada transición o iteración hasta llegar a un resultado final o de salida como los aplicó Wolfram en [9]. Otra cosa que caracteriza a los sistemas dinámicos es que sus elementos interactúan unos con otros y en este sentido algunos modelos computacionales no cumplen con esta característica totalmente como los sistemas tag que tienen reglas lógicas en donde no hay una relación evidente entre los elementos de una cadena.

Hasta el momento los sistemas tag son estudiados en su aplicación como programas para calcular funciones y simulando otras máquinas, usualmente el análisis se hace con formalismos matemáticos como en [3, 4]. En este trabajo terminal se emplearán métodos sistemáticos que se utilizan para el estudio de sistemas dinámicos discretos y así incluir a los sistemas tag entre los modelos que son estudiados de esta forma.

La herramienta computacional con la que se estudiarán los sistemas tag como sistemas dinámicos son los autómatas celulares. Estos no han tenido tantas aplicaciones en la industria tecnológica, su uso común se relaciona con el ámbito científico y de investigación de otras áreas aparte de la computación como los sistemas complejos gracias a que pueden simular sistemas dinámicos con modelado discreto y su comportamiento se puede analizar desde varias perspectivas fenotípicas, genotípicas y morfológicas como se muestra en [11]. Gracias a la variedad de métodos que se tienen en la actualidad y su simplicidad, pueden cumplir con los requerimientos de esta investigación. Algunos de estos son:

- Morfología Matemática
- Diagramas de Atractores
- Entropía de Shannon
- Diagramas de De Bruijn

Hasta el momento no se han relacionado de esta manera a los sistemas tag con los autómatas celulares por lo que en este trabajo terminal se busca presentar esta relación y la caracterización en su dinámica espacial acrecentando el conocimiento de estos al esbozar algún nuevo método para su estudio que puede ayudar a la comunidad científica y estudiantil del área para futuras aplicaciones e investigaciones y proveyendo de un simulador como herramienta.

Pero, aunque se tengan varias formas de analizar un sistema dinámico discreto esta tarea no será trivial por tres razones:

- 1) Se trata de aumentar el conocimiento de los sistemas tag que hasta el momento es subestimado y no ha sido tan vasto como con otros modelos, pero ha mejorado varios aspectos de la computación [2, 4].
- 2) No hay hasta el momento un método para encontrar una configuración en autómatas celulares que pueda simularlos espacialmente.
- 3) La herramienta propuesta como simulador de sistemas tag y su dinámica espacial en autómatas celulares debe optimizar la simulación cuando la demanda en memoria o tiempo de computación sean altos además debe ser fácil de utilizar.

La motivación principal para este trabajo terminal es aportar al estudio de los sistemas tag porque su universalidad computacional ha quedado demostrada en varios trabajos como [1, 2, 4, 8]. La hipótesis principal es que existe un algoritmo que convierta la configuración de un sistema tag en un autómata celular aprovechando su potencial de computación. En la búsqueda de este algoritmo se quieren resolver las siguientes preguntas:

- ¿Qué configuraciones de sistemas tag se pueden convertir en reglas de autómatas celulares?
- ¿Cómo sería el proceso de conversión?
- ¿Qué características se pueden obtener del análisis de sistemas tag como sistemas dinámicos discretos?
- ¿Qué características tienen los autómatas celulares que simulan sistemas tag?

El tiempo estimado para esta investigación y el desarrollo de la herramienta es de aproximadamente dos semestres escolares en los cuales se prevé las pruebas y que se alcancen los objetivos propuestos. Aunque la dificultad que se presenta no es despreciable los métodos para el desarrollo de la investigación ya fueron previamente estudiados en las unidades de aprendizaje de la carrera en curso.

4. Resultados o Productos Esperados

4.1 Productos esperados

Una herramienta para simular la dinámica espacial de sistemas tag en autómatas celulares. Esta herramienta debe cumplir con los siguientes requisitos:

- Como entrada recibirá la configuración de un sistema tag y una cadena a tratar.
- Encontrará un autómata celular que pueda simular dicho sistema tag.
- Presentará visualmente la dinámica espacial del autómata celular.
- Puede presentar visualmente la dinámica en dos dimensiones de cualquier sistema tag con cualquier cadena como entrada.
- Tendrá una interfaz de usuario amigable visualmente y fácil de utilizar.
- Se podrá guardar en formato de texto o imagen la evolución del sistema dinámico.

El funcionamiento esta esquematizado en el diagrama de bloques de la Figura 1.

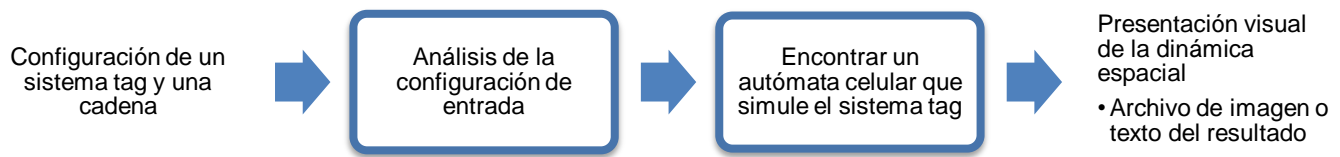


Figura 1. Diagrama de bloques

En el desarrollo de esta herramienta se obtendrán los siguientes productos:

1. Código fuente
2. Documentación
3. Manual de usuario

4.2 Resultados esperados

Según los objetivos de este trabajo terminal los resultados esperados son los siguientes:

- Modelos de autómatas celulares que simulen espacialmente algún sistema tag.
- Una caracterización de los sistemas tag que permita futuros análisis.

Además, se plantea que con este análisis pueda ser posible encontrar un algoritmo que, dada una configuración de cualquier sistema tag como entrada, este la traduzca a reglas de un autómata celular.

5. Metodología

Metodología a utilizar: Desarrollo iterativo y creciente.

En proyectos como este es importante que, conforme la investigación avance, se añadan ciertas funciones a la herramienta con las cuales probar los hallazgos y comprobar resultados prácticos, esta metodología se trata de hacer iteraciones de tres etapas: análisis y diseño, implementación y pruebas. Permite tener un primer prototipo rápido por lo que la herramienta puede utilizarse con un mínimo de requerimientos para las pruebas prácticas y tiene la flexibilidad necesaria para aumentar las características de la herramienta con un riesgo muy bajo. La complejidad del proyecto se diluye en partes menos complejas y pequeñas. Las correcciones de algunos módulos del producto pueden realizarse en la fase de diseño e implementación de cada iteración. Esta metodología se llevará a cabo en 4 iteraciones:

Iteración 1: Primer Prototipo del Simulador (FEBRERO – ABRIL 2021)

- Análisis y diseño: Se diseñará el primer simulador prototipo para comenzar a hacer pruebas con este. Debe ser capaz de simular un sistema tag dada su configuración con cualquier cadena como entrada.
- Implementación: Se codificará el diseño inicial del simulador.
- Pruebas: Se harán pruebas de eficiencia y posibles errores evaluando los resultados obtenidos.

Iteración 2: Funciones Adicionales al Primer Prototipo del Simulador (ABRIL – JUNIO 2021)

- Análisis y diseño: Se diseñarán las funciones que se añadirán al simulador basadas en los avances de la investigación que se emplearán para comprobar resultados.
- Implementación: Se codificarán las funciones adicionales.
- Pruebas: Se harán pruebas de eficiencia y posibles errores evaluando los resultados obtenidos.

Iteración 3: Segundo Prototipo del Simulador (AGOSTO – OCTUBRE 2021)

- Análisis y diseño: Con base en el primer prototipo se diseñará un segundo prototipo considerando más funciones y mejoras para el avance de la investigación.
- Implementación: Se codificarán el segundo prototipo.
- Pruebas: Se harán pruebas de eficiencia y posibles errores evaluando los resultados obtenidos.

Iteración 4: Simulador Final (OCTUBRE – DICIEMBRE 2021)

- Análisis y diseño: Se diseñará el acabado final del simulador revisando detalles que se pueden mejorar.
- Implementación: Se codificará el simulador final.

- Pruebas: Se harán pruebas de eficiencia y posibles errores evaluando los resultados obtenidos.
- El bosquejo de una iteración de la metodología de desarrollo se puede observar en la Figura 2.

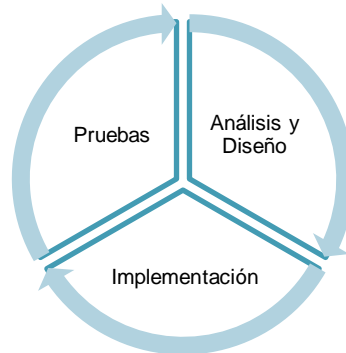


Figura 2. Bosquejo de una iteración

6. Cronograma

Nombre del alumno(a): **Cerna González Alan Baruch**

TT No.:

Título del TT: Los Sistemas de Etiquetas y su Dinámica Espacial en Autómatas Celulares

Actividad	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
Sistemas tag.										
Autómatas celulares.										
Simulación de sistemas tag y autómatas celulares.										
Atractores.										
Caracterización de sistemas tag como sistemas dinámicos.										
Evaluación de TT I.										
Encontrar autómatas celulares que simulen sistemas tag.										
Caracterización de autómatas celulares que simulan sistemas tag.										
Simulador final										
Análisis de los resultados										
Evaluación de TT II.										

7. Referencias

- [1] Cooke J., y Minsky M. (1963). *Universality of TAG Systems with P=2*. AI Memos 52, MIT, MA.
- [2] Cook M. (2004). *Universality in Elementary Cellular Automata*. Complex Systems, vol. 15. pp. 1–40.
- [3] De Mol L. (2008). *Tag Systems and Collatz-Like Functions*, Theoretical Computer Science, vol. 390, pp. 92–101.
- [4] Neary, T. (2008). *Small universal Turing machines*. Tesis de doctorado, Departamento de Ciencias de la Computación, Universidad Nacional de Ireland, Maynooth.
- [5] Neary T., y Cook M. (2018). *Generalized Tag Systems*. In *Reachability Problems*, LNCS, vol. 11123, pp. 103–116.
- [6] Post E. (1943). *Formal reductions of the general combinatorial decision problem*. Am. J. Math. 65(2), pp. 197–215.
- [7] Von Neumann J. (1966). *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press, Urbana.
- [8] Wang H. (1963). *Tag systems and lag systems*. Math. Ann. 152(4), pp. 65–74.
- [9] Wolfram S. (2002). *A New Kind of Science*. Wolfram Media, Inc.
- [10] Juárez M. S. E., y Manzano M. C. I. (2017). *Máquinas de Turing y el problema de la universalidad como sistemas dinámicos discretos*. Escuela Superior de Cómputo, Instituto Politécnico Nacional, Tesis de Ingeniería.
- [11] Reyes M. C. Z., y Peralta R. E. F. (2019). *Caracterización de las evoluciones fractales de los autómatas celulares elementales*. Escuela Superior de Cómputo, Instituto Politécnico Nacional, Tesis de Ingeniería.

8. Alumnos y Directores

Cerna González Alan Baruch. - Alumno de la carrera de Ing. en Sistemas Computacionales en ESCOM, Especialidad Sistemas, Boleta: 2016630060, Tel. 5517907658, email: acernag1500@alumno.ipn.mx

Firma: _____

Dr. Genaro Juárez Martínez. - Licenciado en Matemáticas Aplicadas y Computación egresado de la FES Acatlán, UNAM en 1998. Obtuvo el grado de Maestro en Ciencias de la Computación, así como el de Doctorado en Ciencias de la computación en el CINVESTAV-IPN en 2001 y 2006 respectivamente. Actualmente se encuentra trabajando como profesor en la ESCOM del IPN. Áreas de interés: ciencias de la computación, computación no-convencional, vida artificial, robótica, sistemas complejos. Teléfono: 57296000 - Ext. 52067-, correo electrónico: genarojm@gmail.com

Firma: _____

CARÁCTER: Confidencial
FUNDAMENTO LEGAL: Art. 3, fracc. II, Art. 18, fracc. II y
Art. 21, lineamiento 32, fracc. XVII de la L.F.T.A.I.P.G.
PARTES CONFIDENCIALES: No. de boleta y Teléfono.