

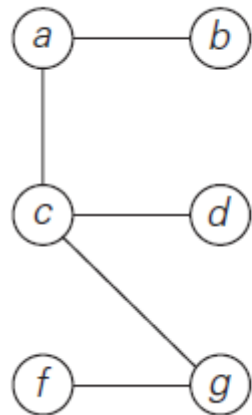


# Fundamentos de teoría de árboles

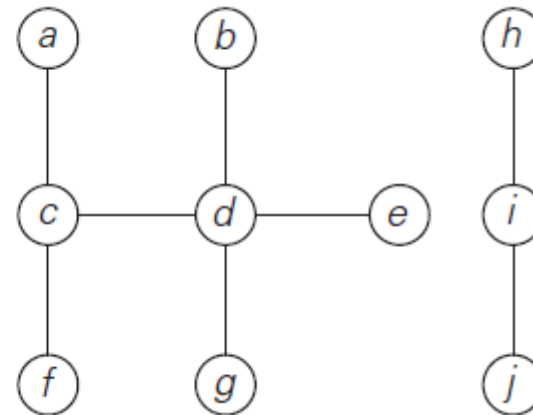
# Concepto general de árboles

- Una árbol (free tree) es un grafo
  - Acíclico
  - No dirigido
  - Conectado
- 2 árboles separados forman un “bosque” (forest)

Árbol



Bosque



# Propiedades de un árbol (free tree)

- Si el grafo  $G = (V, E)$  es un árbol, se cumple que:
  - Cualesquiera 2 vértices en  $G$ , están unidos por un único camino
  - $G$  es completamente conectado, pero si eliminamos UNA sola arista, tenemos un bosque.
  - Cantidad de Aristas (Edges/ $E$ ) = Cantidad de vértices – 1
  - Si agregamos una arista más al árbol, deja de serlo pues tendrá un ciclo.

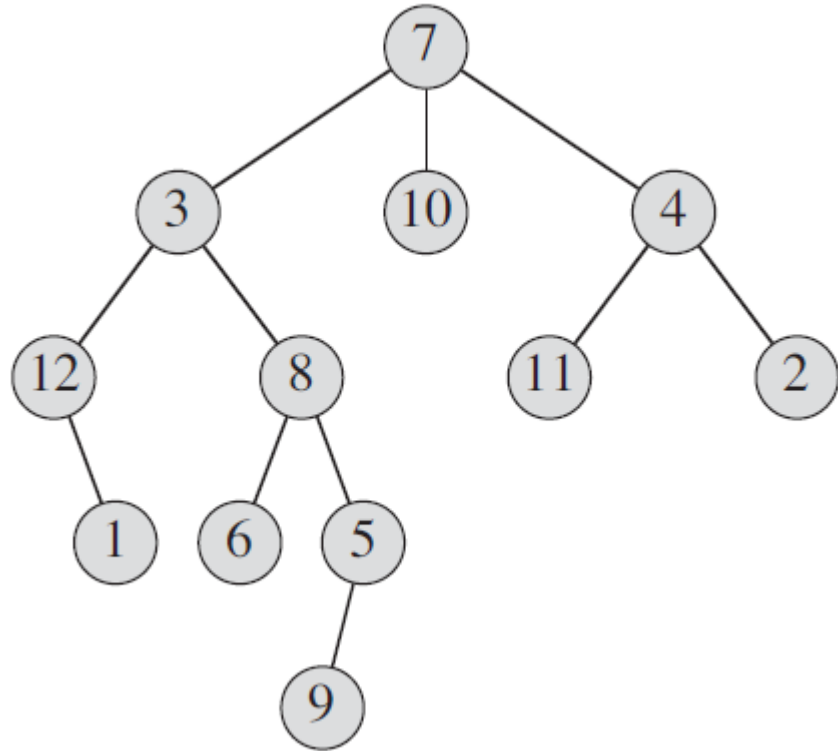
# Conceptos fundamentales

- Un árbol con raíz (rooted tree) es un árbol donde uno de sus vértices es distinguido sobre los demás y se le llama LA RAÍZ (root) del árbol.
  - También se le conoce como el *NODO del árbol*.
  - Un Nodo solo, es un árbol por si mismo, solo con su raíz.
- Sea R el nodo raíz de un árbol T, y X cualquier otro nodo, se dice entonces que:
  - Cualquier nodo Y en el camino entre X y R, es *ancestro* de X
  - Si Y es ancestro de X, entonces X es *descendiente* de Y
  - Un subárbol es cualquier parte del árbol que mantiene las relaciones de descendencia/ascendencia entre nodos de ambos y  $X \neq R$
  - Si Y es el ancestro inmediato de X (es decir es el último nodo del camino entre R y X), entonces se dice que Y es padre de X, y X es hijo de Y
  - Un nodo que no tiene hijos se conoce como HOJA (leaf)

# Conceptos fundamentales

- El numero de hijos de un nodo  $X$  se llama el GRADO de  $X$
- La cantidad de nodos entre  $X$  y  $R$  se conoce como LA PROFUNDIDAD de  $X$  en  $T$
- La profundidad más grande de cualquier nodo es LA ALTURA DE  $T$

# Preguntas



¿Quiénes son ancestros de 5?

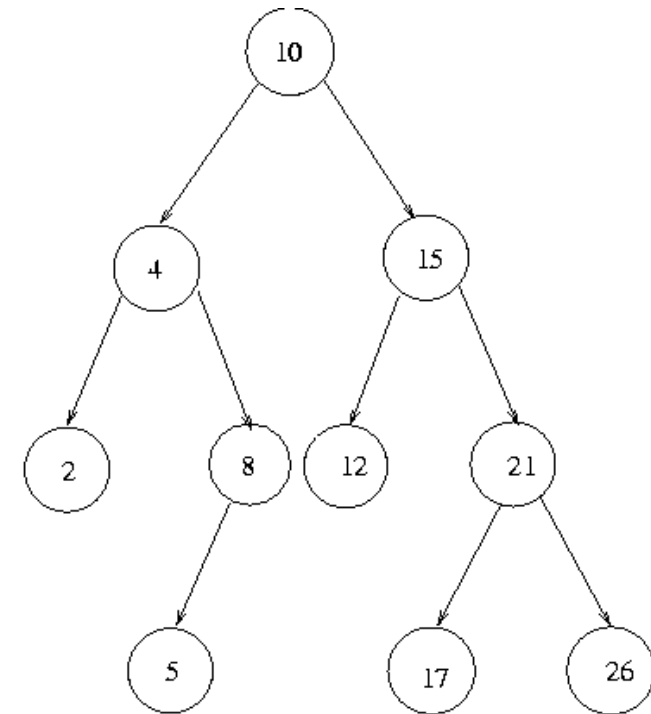
¿Quién es padre de 5?

¿Cuál es el grado de 9?

¿Cuál es la altura del árbol?

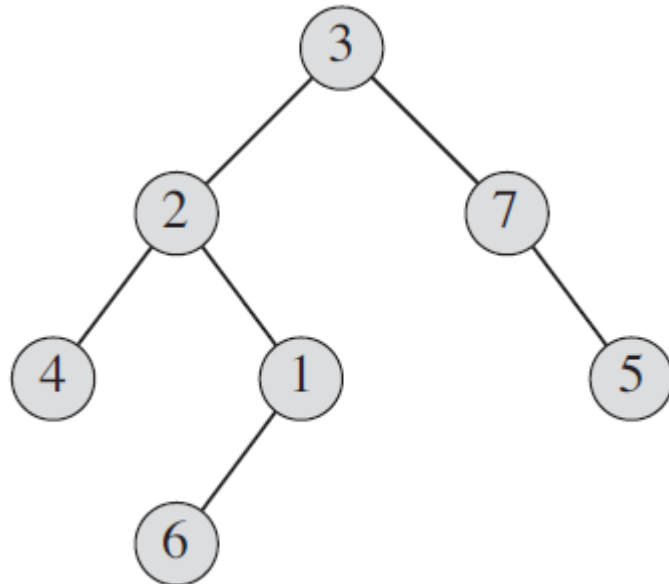
# Arbol Ordenado

- Un árbol se dice ORDENADO (ordered tree) si cualquier nodo X que tiene K hijos, los hijos cumplen la misma relación de orden: es decir, están de “mayor” a “menor” o viceversa.



# Arbol Binario

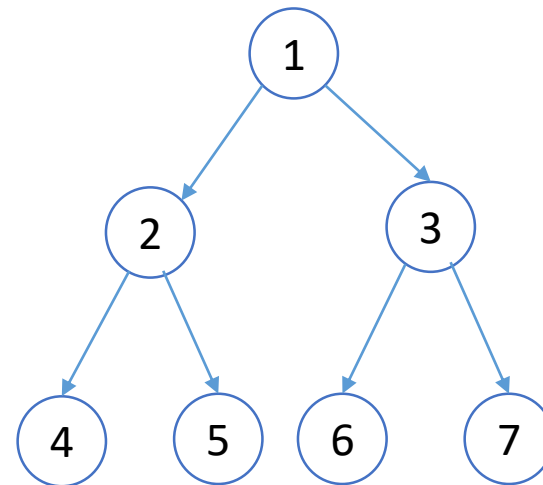
- Un Árbol Binario es un árbol que:
  - Está vacío, ó
  - Tiene 3 elementos: un nodo raíz, un subárbol izquierdo y un subárbol derecho, y cada uno de esos subárboles es binario.





# Representación estática de un árbol binario

- Si se sabe que un árbol es de altura  $N$ , se puede representar con un arreglo de  $2^N$  posiciones



# Representación estática de un árbol binario

- También se puede hacer con una tabla, de forma que se puede reacomodar el árbol y su estructura.

<i>index</i>	<i>key</i>	<i>left</i>	<i>right</i>
1	12	7	3
2	15	8	NIL
3	4	10	NIL
4	10	5	9
5	2	NIL	NIL
6	18	1	4
7	7	NIL	NIL
8	14	6	2
9	21	NIL	NIL
10	5	NIL	NIL

¿Cuál es el árbol representado por esta tabla?