

בחינה באלגברה לינארית 1 א

סמיון אלסקר, דוד גינזבורג

יש לענות על כל השאלות. אין להשתמש בכל חומר עזר לרבות מחשבוניס. לכל השאלות ניקוד שווה. בשאלה בה יש יותר מסעיף אחד, אם לא צויין אחרת, לכל סעיף ניקוד שווה. יש לנמק היטב את דרך הפיתרון.

משך הבחינה: 3 שעות.

שאלה 1: יהי V תת המרחב של $Mat_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ המוגדר על ידי אוסף כל המטריצות הסימטריות עם עקבה אפס. חשבו את המימד של V . יש לנמק היטב את התשובה.

להזכירכם: אם $A = (a_{i,j})$ הינה מטריצה רבועית, אז העקבה של A מוגדרת להיות הסקלר $a_{1,1} + a_{2,2} + \dots + a_{n,n}$.

שאלה 2: תהי $A = (a_{i,j})$ המטריצה מסדר ארבע המוגדרת על ידי $a_{i,j} = x^{\max\{i,j\}}$ לכל $1 \leq i, j \leq 4$. חשבו את $|A|$.

שאלה 3: יהי V מרחב וקטורי. תהיינה $T, S : V \rightarrow V$ שתי העתקות לינאריות. הוכיחו כי

$$T(\ker(S \circ T)) = \text{Im}T \cap \ker S$$

שאלה 4: יהי V מרחב וקטורי מממד n . תהי $T : V \rightarrow V$ העתקה לינארית. הוכיחו כי קיימים בסיסים \mathcal{B} ו \mathcal{C} של V וקיים מספר $0 \leq r \leq n$ כך שמתקיים

$$[T]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

בהצלחה!