Distribuciones discretas (e.j. binomial)

Recordando que la distribución binomial está dada por:

$$ P(k, n; p) = {n \choose k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}p^k (1-p)^{n-k} $$

donde $P(k, n; p)$ representa la probabilidad de obtener k éxitos de n intentos con posibilidad **binaria** (por ejemplo, lanzamientos de moneda).

`Ejemplo`: la probabilidad de obtener 4 caras a partir de 10 lanzamientos consecutivos de moneda, está dada por (tomando $p=0.5$, por lo tanto $1-p=0.5$):

$$ P(k=4, n=10; p=0.5) = {10 \choose 4} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{10!}{4!6!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} $$

Ahora, la probabilidad de obtener k o menos éxitos a partir de n intentos está dada por la distribución acumulada:

$$ C(k, n; p) = \sum_{i=0}^k P(i, n;p) = \sum_{i=0}^k {n \choose i} p^i (1-p)^{n-i} $$

Por convención entendemos que:

$$C(k=3,n=6;p=0.5) = P(k \leq 3, n=6, p=0.5)$$

`Ejemplo`: la probabilidad de obtener 3 o menos caras a partir de 6 lanzamientos consecutivos está dada por (tomando $p=0.5$, por lo tanto $1-p=0.5$):

$$P(k \leq 3, n=6;p=0.5) = \sum_{i=0}^3 {6 \choose i} \left(\frac{1}{2} \right)^6 $$

$$P(k \leq 3, n=6;p=0.5) = \left(\frac{1}{2} \right)^6 \sum_{i=0}^3 {6 \choose i} $$

$$P(k \leq 3, n=6;p=0.5) = \left(\frac{1}{2} \right)^6 \left\{ {6 \choose 0} + {6 \choose 1} + {6 \choose 2} + {6 \choose 3} \right\}$$

Ejercicios (bloque 1)

Calcula a mano las siguientes probabilidades (tomando $p=0.5$$p=0.5$, por lo tanto $1-p=0.5$$1-p=0.5$):

1. Probabilidad de obtener 3 caras a partir de 12 lanzamientos de moneda.
2. Probabilidad de obtener 5 o menos caras a partir de 10 lanzamientos de moneda.
3. Probabilidad de obtener menos de 6 caras a partir de 10 lanzamientos de moneda.

Calcula a mano las mismas probabilidades anteriores pero considerando ahora $p=0.3$$p=0.3$.

Bonus en Python

```
# definición de la distribución binomial
def my_binomial(k, n, p):
  return factorial(n)/(factorial(k)*(factorial(n-k)))*pow(p,k)*pow(1-p, n-k)
```

Usando la función `my_binomial()`, definida previamente, verifica el cálculo de todas las probabilidades del punto anterior.

Ejemplo:

$$P(k \leq 3, n=6, p=0.5)$$$$P(k \leq 3, n=6, p=0.5)$$

Se traduce en :

```
total = 0
for n in range(4):
  total += my_binomial(i,6,0.5)

print(total)
```

```
# escribe tu codigo aquí:
```