



Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический
университет имени Н.Э.Баумана (национальный
исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Дисциплина:
«Математическая статистика»

Домашняя работа №2.
Вариант 15

Студент: Рязанов М.С.
Группа: ИУ7-62Б
Преподаватель: Власов П. А.

Москва, 2020 г.

Задача 1 (проверка параметрических гипотез)

До наладки станка была проверена точность изготовления $n_1 = 10$ втулок, в результате чего получено значение $S_2(\overrightarrow{x_{n_1}}) = 9.6 \text{ мкм}^2$. После наладки была проверена партия из $n_2 = 15$ втулок и получено значение $S^2(\overrightarrow{y_{n_2}}) = 5.7 \text{ мкм}^2$. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что после наладки станка точность изготовления втулок увеличилась.

Решение:

По условию случайные величины X, Y характеризующие результаты измерений втулок (X - до наладки, Y - после наладки станка) имеют нормальное распределение. Т.е $X \sim N(m_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(m_2, \sigma_2^2)$.

Проверим нулевую гипотезу $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$

Воспользуемся статистикой:

$$T(\overrightarrow{X_{n_1}}, \overrightarrow{Y_{n_2}}) = \frac{\max\{S_1^2(\overrightarrow{X_{n_1}}), S_2^2(\overrightarrow{Y_{n_2}})\}}{\min\{S_1^2(\overrightarrow{X_{n_1}}), S_2^2(\overrightarrow{Y_{n_2}})\}} = \frac{S^2(\overrightarrow{x_{n_1}})}{S^2(\overrightarrow{y_{n_2}})} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

Условие определяющее критическую область W :

$$T(\overrightarrow{X_{n_1}}, \overrightarrow{Y_{n_2}}) \geq F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1) \quad (1)$$

где $F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ - квантиль уровня $1 - \alpha$ распределения Фишера с степенями свободы $n_1 - 1$ и $n_2 - 1$.

$$T(\overrightarrow{x_{n_1}}, \overrightarrow{y_{n_2}}) = \frac{9.6}{5.7} \approx 1.68$$

Из таблицы квантилей распределения Фишера с $10 - 1 = 9$ и $15 - 1 = 14$ степенями свободы:

$$F_{0.95} = 2.65$$

$$1.68 < 2.65$$

Условие 1 не выполняется, следовательно нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий.

Ответ: при уровне значимости $\alpha = 0.05$ нет оснований считать, что точность увеличилась.