

Билет 1.

1. Непрерывная случайная величина Y имеет плотность распределения

$$f_Y(y) = \frac{5y^4}{\theta(1+y^5)^{1/\theta+1}}, \quad y \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Y_i^5),$$

где $\vec{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Y . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Y})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim N(m, \sigma^2)$, где значения m и σ^2 неизвестны. Построить для σ^2 доверительный интервал уровня $\gamma = 0.95$, если после $n = 31$ испытаний получены значения $\bar{x} = 143$, $S(\vec{x}) = 10.75$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 2.

1. Непрерывная случайная величина Y имеет плотность распределения

$$f_Y(y) = \frac{4y^3}{\theta(1+y^4)^{1/\theta+1}}, \quad y \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Y_i^4),$$

где $\vec{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Y . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Y})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, где значение λ неизвестно. Построить для λ доверительный интервал уровня $\gamma = 0.95$, если после $n = 31$ испытаний получены значения $\bar{x} = 143$, $S(\vec{x}) = 10.75$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 3.

1. Непрерывная случайная величина Y имеет плотность распределения

$$f_Y(y) = \frac{3y^2}{\theta(1+y^3)^{1/\theta+1}}, \quad y \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Y_i^3),$$

где $\vec{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Y . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Y})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Для определения стойкости резца из сплава Т15К6 были испытаны $n = 31$ образцов при скорости резания 0.33 м/с и подаче 0.12 мм/об, в результате чего получены следующие характеристики времени работы резца до затупливания: $\bar{x} = 143$ мин, $S(\vec{x}) = 10.75$ мин. Построить доверительный интервал уровня $\gamma = 0.95$ для среднего времени работы резца до затупливания.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 4.

1. Непрерывная случайная величина Y имеет плотность распределения

$$f_Y(y) = \frac{7y^6}{\theta(1+y^7)^{1/\theta+1}}, \quad y \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Y_i^7),$$

где $\vec{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Y . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Y})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim N(m, \sigma^2)$, где значения m и σ^2 неизвестны. Построить для m доверительный интервал уровня $\gamma = 0.95$, если после $n = 31$ испытаний получены значения $\bar{x} = 143$, $S(\vec{x}) = 10.75$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 5.

1. Непрерывная случайная величина Z имеет плотность распределения

$$f_Z(z) = \frac{5z^4}{\theta(1+z^5)^{1/\theta+1}}, \quad z \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Z}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Z_i^5),$$

где $\vec{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Z . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Z})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim N(m, \sigma^2)$, где значения m и σ^2 неизвестны. Построить для σ^2 доверительный интервал уровня $\gamma = 0.8$, если после $n = 26$ испытаний получены значения $\bar{x} = 45.1$, $S(\vec{x}) = 5.55$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 6.

1. Непрерывная случайная величина Z имеет плотность распределения

$$f_Z(z) = \frac{4z^3}{\theta(1+z^4)^{1/\theta+1}}, \quad z \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Z}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Z_i^4),$$

где $\vec{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Z . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Z})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, где значение λ неизвестно. Построить для λ доверительный интервал уровня $\gamma = 0.8$, если после $n = 26$ испытаний получены значения $\bar{x} = 45.1$, $S(\vec{x}) = 5.55$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 7.

1. Непрерывная случайная величина Z имеет плотность распределения

$$f_Z(z) = \frac{3z^2}{\theta(1+z^3)^{1/\theta+1}}, \quad z \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Z}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Z_i^3),$$

где $\vec{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Z . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Z})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Для определения стойкости резца из сплава Т15К6 были испытаны $n = 26$ образцов при скорости резания 0.33 м/с и подаче 0.12 мм/об, в результате чего получены следующие характеристики времени работы резца до затупливания: $\bar{x} = 45.1$ мин, $S(\vec{x}) = 5.55$ мин. Построить доверительный интервал уровня $\gamma = 0.8$ для среднего времени работы резца до затупливания.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 8.

1. Непрерывная случайная величина Z имеет плотность распределения

$$f_Z(z) = \frac{7z^6}{\theta(1+z^7)^{1/\theta+1}}, \quad z \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{Z}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + Z_i^7),$$

где $\vec{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности Z . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{Z})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim N(m, \sigma^2)$, где значения m и σ^2 неизвестны. Построить для m доверительный интервал уровня $\gamma = 0.8$, если после $n = 26$ испытаний получены значения $\bar{x} = 45.1$, $S(\vec{x}) = 5.55$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 9.

1. Непрерывная случайная величина X имеет плотность распределения

$$f_X(x) = \frac{5x^4}{\theta(1+x^5)^{1/\theta+1}}, \quad x \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + X_i^5),$$

где $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности X . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{X})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim N(m, \sigma^2)$, где значения m и σ^2 неизвестны. Построить для σ^2 доверительный интервал уровня $\gamma = 0.9$, если после $n = 11$ испытаний получены значения $\bar{x} = 37$, $S(\vec{x}) = 3.45$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 10.

1. Непрерывная случайная величина X имеет плотность распределения

$$f_X(x) = \frac{4x^3}{\theta(1+x^4)^{1/\theta+1}}, \quad x \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + X_i^4),$$

где $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности X . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{X})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, где значение λ неизвестно. Построить для λ доверительный интервал уровня $\gamma = 0.9$, если после $n = 11$ испытаний получены значения $\bar{x} = 37$, $S(\vec{x}) = 3.45$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 11.

1. Непрерывная случайная величина X имеет плотность распределения

$$f_X(x) = \frac{3x^2}{\theta(1+x^3)^{1/\theta+1}}, \quad x \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + X_i^3),$$

где $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности X . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{X})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Для определения стойкости резца из сплава Т15К6 были испытаны $n = 11$ образцов при скорости резания 0.33 м/с и подаче 0.12 мм/об, в результате чего получены следующие характеристики времени работы резца до затупливания: $\bar{x} = 37$ мин, $S(\vec{x}) = 3.45$ мин. Построить доверительный интервал уровня $\gamma = 0.9$ для среднего времени работы резца до затупливания.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20

Билет 12.

1. Непрерывная случайная величина X имеет плотность распределения

$$f_X(x) = \frac{7x^6}{\theta(1+x^7)^{1/\theta+1}}, \quad x \geq 0,$$

где значение $\theta > 0$ неизвестно. Для оценки параметра θ используется статистика

$$\hat{\theta}(\vec{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(1 + X_i^7),$$

где $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$ — случайная выборка из генеральной совокупности X . Является ли оценка $\hat{\theta}(\vec{X})$ а) несмещенной; б) эффективной по Рао-Крамеру?

2. Пусть $X \sim N(m, \sigma^2)$, где значения m и σ^2 неизвестны. Построить для m доверительный интервал уровня $\gamma = 0.9$, если после $n = 11$ испытаний получены значения $\bar{x} = 37$, $S(\vec{x}) = 3.45$.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	17	17	34	20