

Algebra Linear Computacional COC473 - Lista 3

Bruno Dantas de Paiva
DRE: 118048097

September 24, 2020

1 Questão 1

1-

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 2 & 4 & | & 2 \\ 1 & 3 & 9 & | & 4 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 3 & | & 1 \\ 0 & 2 & 8 & | & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 / 2 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 3 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} b_3 = 3 \\ b_2 = 1 - 9 = -8 \\ b_1 = 1 - 3 + 8 = 6 \end{array}$$
$$y = 6 - 8x + 3x^2$$

Figure 1: Obtenção do polinômio de interpolação para a matriz 1

2 Questão 2

2-
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 4 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 20 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & 8 & 26 & 8 \\ 0 & 3 & 15 & 63 & 19 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 / 2 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 3L_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 42 & 16 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_4 \leftarrow L_4 / 2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 3L_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} b_4 = -1/3 \\ b_3 = 3 + 2 = 5 \\ b_2 = (1 + \frac{7}{3}) - 15 = -\frac{35}{3} \\ b_1 = 1 + \frac{5}{3} + \frac{35}{3} + 1 = 8 \end{array}$$

$$Y = 8 - \frac{35}{3}x + 5x^2 - \frac{x^3}{3}$$

Figure 2: Obtenção do polinômio de interpolação para a matriz 2

3 Questão 3

3- $y = b_1 x^{b_2} [\ln(x)]$

$\ln(y) = \ln(b_1 x^{b_2})$ [propriedade de log]

$\ln(y) = \ln(b_1) + \ln(x) \cdot b_2$

$y' = b_1' + b_2' x'$

$y' = \ln(y) \quad b_1' = \ln(b_1) \rightarrow b_1 = e^{b_1'}$

$x' = \ln(x)$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x' & 0 & 0,69 & 1,10 & 1,39 \\ \hline y' & 0 & 0,69 & 2,20 & 3 \end{array}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0,69 \\ 1 & 1,10 \\ 1 & 1,39 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,69 \\ 2,20 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{bmatrix}$$

$$P^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0,69 & 1,1 & 1,39 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & 3,18 \\ 3,18 & 3,6182 \end{bmatrix}$$

$$A = P^T P = \begin{bmatrix} 4 & 3,18 \\ 3,18 & 3,6182 \end{bmatrix}$$

$$C = P^+ Y = \begin{bmatrix} 5,89 \\ 7,0661 \end{bmatrix} \quad B = A^{-1} C = \begin{bmatrix} -0,2658 \\ 2,1865 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = e^{-0,2658} \cdot x^{2,1865}$$

$$b_2 = 2,1865$$

$$b_1 = e^{-0,2658}$$

Figure 3: Ajuste para a função da questão 3

4 Questão 4

4-

x	1	2	3	4
y	1	2	9	20

$$\varphi_1 = \frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{(1-2)(1-3)(1-4)} = \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 6}{-6} = \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 6}{-6}$$

$$\varphi_2 = \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(2-1)(2-3)(2-4)} = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x - 4}{+2}$$

$$\varphi_3 = \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{(3-1)(3-2)(3-4)} = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{-2}$$

$$\varphi_4 = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(4-1)(4-2)(4-3)} = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{6}$$

$$L(x) = \varphi_1 \cdot 1 + \varphi_2 \cdot 2 + \varphi_3 \cdot 9 + \varphi_4 \cdot 20$$

$$L(x) = \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} + \frac{1}{6} \right] + \left[\frac{9x^3}{6} - 2x^2 + \frac{3x}{2} - \frac{2}{3} \right] + \left[\frac{-x^3}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right] + \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{3} + \frac{x}{2} - \frac{1}{6} \right]$$

$$L(x) = \frac{-x^3}{3} + 6x^2 - 27x^3 + 20x^3 = \frac{-x^3}{3}$$

$$\frac{9x^3 - 48x^2 + 21.9x^2 - 120x^3 - 30x^3}{6} = 5x^2$$

$$\frac{-26x^3 + 11.4x^2 - 37.8x + 220}{6} = \frac{-20x}{5} = -35x$$

$$L(x) = \frac{-x^3}{3} + 5x^2 - \frac{35}{3}x + 8$$

Figure 4: Solução da função interpoladora utilizando o método de lagrange

5 Questão 5

5-

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 9 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 9 & 9 \\ 1 & 4 & 16 & 20 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ b_3 \leftarrow b_3 - b_1 \therefore \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 8 & 8 \\ 0 & 3 & 15 & 19 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 3L_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & 16 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3/2 \therefore \\ L_4 \leftarrow L_4/2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 8 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 - 3L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} b_3 = 3 \\ b_2 = 1 - 9 = -8 \\ b_1 = 1 - 3 + 8 = 6 \end{array}$$

$$y = 6 - 8x + 3x^2$$

Figure 5: Obtenção de um polinômio quadrático para a matriz 2

6 Questão 6

6.1 Usando a função da questão 1

$$y = 6 - 8x + 3x^2 \quad (1)$$

Substituindo os valores desejados à função, obtem-se que:

$$y = 6 - 8 * 3.5 + 3 * 3.5^2 \quad (2)$$

$$y = 6 - 28 + 3 * 12.25 \quad (3)$$

$$y = 14.75 \quad (4)$$

6.2 Usando a função da questão 2

$$y = 8 - \frac{35}{3}x + 5x^2 - \frac{1}{3}x^3 \quad (5)$$

Substituindo os valores desejados à função, obtem-se que:

$$y = 8 - \frac{35}{3} * 3.5 + 5 * 3.5^2 - \frac{1}{3} * 3.5^3 \quad (6)$$

$$y = 8 - 40.833 + 5 * 12.25 - 14.291 \quad (7)$$

$$y = 14.126 \quad (8)$$

6.3 Usando a função da questão 3

$$y = e^{-0.2658} + x^{2.1865} \quad (9)$$

Substituindo os valores desejados à função, obtem-se que:

$$y = 0.766 + 3.5^{2.1865} \quad (10)$$

$$y = 16.24 \quad (11)$$

6.4 Usando a função da questão 4

$$y = 8 - \frac{35}{3}x + 5x^2 - \frac{1}{3}x^3 \quad (12)$$

Substituindo os valores desejados à função, obtem-se que:

$$y = 8 - \frac{35}{3} * 3.5 + 5 * 3.5^2 - \frac{1}{3} * 3.5^3 \quad (13)$$

$$y = 8 - 40.833 + 5 * 12.25 - 14.291 \quad (14)$$

$$y = 14.126 \quad (15)$$

6.5 Usando a função da questão 5

$$y = 6 - 8x + 3x^2 \quad (16)$$

Substituindo os valores desejados à função, obtem-se que:

$$y = 6 - 8 * 3.5 + 3 * 3.5^2 \quad (17)$$

$$y = 6 - 28 + 3 * 12.25 \quad (18)$$

$$y = 14.75 \quad (19)$$

7 Questão 7

$$g(x) = a \ln(x) + \frac{b}{x^2 + 1}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.69 & 0.2 \\ 1.10 & 0.1 \\ 1.39 & 0.059 \end{bmatrix} \quad P^T = \begin{bmatrix} 0 & 0.69 & 1.10 & 1.39 \\ 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.059 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2.5 \\ 3.5 \\ 4.3 \end{bmatrix} \quad A = P^T P = \begin{bmatrix} 3.6182 & 0.3300 \\ 0.3300 & 0.3035 \end{bmatrix}$$

$$C = P^T Y = \begin{bmatrix} 11.552 \\ 1.6037 \end{bmatrix}$$

$$B = A^{-1} C = \begin{bmatrix} 3.009 \\ 2.012 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} a = 3.009 \\ b = 2.012 \end{cases}$$

Figure 6: Utilização de MMQ para obter os parâmetros a e b

8 Questão 8

```
def mmq(vector_x, vector_y):
    matrix_p = Matrix_Utls.build_mmq_p_matrix(vector_x);
    matrix_p_transposed = Matrix_Utls.get_transposed_matrix(matrix_p)
    matrix_a = Matrix_Utls.multiply_matrixes(matrix_p_transposed, matrix_p)
    matrix_c = Matrix_Utls.multiply_matrix_vector(matrix_p_transposed, vector_y)
    return ALC_List1.solve_matrix(matrix_a, matrix_c, False);
```

Essa função utiliza algumas funções que foram colocadas nas listas anteriores além da função que constrói a matriz P para ser utilizada no MMQ, conforme é observada abaixo:

```
def build_mmq_p_matrix(vector_x):
    number_of_rows = len(vector_x);
    result_matrix = [[1 for x in range(2)] for y in range(number_of_rows)]
    for i in range(number_of_rows):
        result_matrix[i][1] = vector_x[i];

    return result_matrix
```

Resolução:

```
bdantas@Oracle:~/Área de Trabalho/ALC_Lists/List_3$ python3 main.py  
[0.099999999999999876, 1.0900000000000005]
```

Figure 7: Obtenção do MMQ, utilizando uma função $AX=B$ para os dados da questão 7