

1. 某厂生产甲乙两种口味的饮料，每百箱甲饮料需用原料 6 千克，工人 10 名，可获利 10 万元;每百箱乙饮料需用原料 5 千克，工人 20 名，可获利 9 万元.今工厂共有原料 60 千克，工人 150 名，又由于其他条件所限甲饮料产量不超过 8 百箱.问如何安排生产计划，即两种饮料各生产多少使获利最大.进一步讨论:
 - 1) 若投资 0.8 万元可增加原料 1 千克，问应否作这项投资?投资多少合理?
 - 2) 若每百箱甲饮料获利可增加 1 万元，问应否改变生产计划?并在此基础上讨论 1) 结果。
 - 3) 进一步讨论-若规定不许生产散箱(以整百箱计数)，在此基础上讨论获利润最大的生产规划问题，以及问题 1) 和 2)

不妨设生产甲饮料的工人数量为 x_1 ,生产乙饮料的工人数量为 x_2 ,投资 x_3 万元,最大收益为 z 万元

a) 可以列出以下不等式

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 150 \\ 6 \times \frac{x_1}{10} + 5 \times \frac{x_2}{20} \leq 60 + 1.25x_3 \\ \frac{x_1}{10} \leq 8 \\ \max z = 10 \times \frac{x_1}{10} + 9 \times \frac{x_2}{20} - x_3 \end{cases} \quad x_1, x_2 \in N$$

解得

$$\begin{cases} x_1 = 80 \\ x_2 = 70 \\ x_3 = 4.4 \\ z_{\max} = 107.1 \end{cases}$$

故可以考虑投资 4.4 万元

- b) 若每百箱甲饮料获利可增加 1 万元
在没有条件 1) 的情况下

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 150 \\ 6 \times \frac{x_1}{10} + 5 \times \frac{x_2}{20} \leq 60 \\ \frac{x_1}{10} \leq 8 \\ \max z = 11 \times \frac{x_1}{10} + 9 \times \frac{x_2}{20} \end{cases} \quad x_1, x_2 \in N$$

解得

$$\begin{cases} x_1 = 80 \\ x_2 = 48 \\ z_{\max} = 109.6 \end{cases}$$

故理应改变生产计划
而在有条件 1) 的情况下

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 150 \\ 6 \times \frac{x_1}{10} + 5 \times \frac{x_2}{20} \leq 60 + 1.25x_3 \\ \frac{x_1}{10} \leq 8 \\ \max z = 11 \times \frac{x_1}{10} + 9 \times \frac{x_2}{20} - x_3 \end{cases} \quad x_1, x_2 \in N$$

同样可以解得

$$\begin{cases} x_1 = 80 \\ x_2 = 70 \\ x_3 = 4.4 \\ z_{\max} = 115.1 \end{cases}$$

故生产计划不变

- c) 如果不允许生产散箱，则可以设生产甲饮料 x_4 百箱，生产乙饮料 x_5 百箱
根据问题 1)可以列出以下不等式组

$$\begin{cases} 6x_4 + 5x_5 \leq 60 + 1.25x_3 \\ 10x_4 + 20x_5 \leq 150 \\ x_4 \leq 8 \\ \max z = 10x_4 + 9x_5 - x_3 \end{cases} \quad x_4, x_5 \in N$$

解得

$$\begin{cases} x_3 = 2.4 \\ x_4 = 8 \\ x_5 = 3 \\ z_{\max} = 104.6 \end{cases}$$

根据问题 2)

$$\begin{cases} 6x_4 + 5x_5 \leq 60 + 1.25x_3 \\ 10x_4 + 20x_5 \leq 150 \\ x_4 \leq 8 \\ \max z = 11x_4 + 9x_5 - x_3 \end{cases} \quad x_4, x_5 \in N$$

解得

$$\begin{cases} x_3 = 2.4 \\ x_4 = 8 \\ x_5 = 3 \\ z_{\max} = 112.6 \end{cases}$$

如果没有 1)2)条件

$$\begin{cases} 6x_4 + 5x_5 \leq 60 \\ 10x_4 + 20x_5 \leq 150 \\ x_4 \leq 8 \\ \max z = 10x_4 + 9x_5 \end{cases} \quad x_4, x_5 \in N$$

解得

$$\begin{cases} x_4 = 8 \\ x_5 = 2 \\ z_{\max} = 98 \end{cases}$$

