

3. Aufgabe

Untersuchen Sie das folgende uneigentliche Integral

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{|x|} dx$$

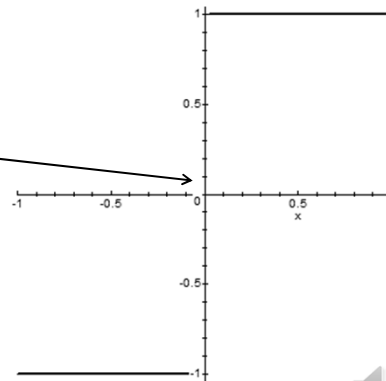
auf Konvergenz/Divergenz:

Lösung uneigentliches Integral 2. Art

① Unstetigkeitsstelle von

$$f(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

f unstetig für $x \rightarrow 0$.



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ



② Intervall aufsplitten, so dass Unstetigkeitsstelle an den Intervallenden

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{|x|} dx = \int_{-1}^0 \frac{x}{|x|} dx + \int_0^1 \frac{x}{|x|} dx = \int_{-1}^0 (-1) dx + \int_0^1 1 dx$$

③ Stammfunktion von f bestimmen

$$\int \frac{x}{|x|} dx = |x| + C$$

④ Bestimmtes Integral

$$\int_{-1}^{\beta} \frac{x}{|x|} dx = \int_{-1}^{\beta} (-1) dx = [-x]_{-1}^{\beta} = -\beta - (-(-1)) = -\beta - 1$$

$$\int_{\alpha}^1 \frac{x}{|x|} dx = \int_{\alpha}^1 1 dx = [x]_{\alpha}^1 = 1 - \alpha$$

Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ



⑤ Grenzübergang

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{|x|} dx = \int_{-1}^0 \frac{x}{|x|} dx + \int_0^1 \frac{x}{|x|} dx = \lim_{\beta \rightarrow 0, \beta < 0} \int_{-1}^{\beta} \frac{x}{|x|} dx + \lim_{\alpha \rightarrow 0, \alpha > 0} \int_{\alpha}^1 \frac{x}{|x|} dx$$
$$= \lim_{\beta \rightarrow 0} (-\beta) - 1 + 1 - \lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha = 0$$

Das uneigentliche Integral $\int_{-1}^1 \frac{x}{|x|} dx$

existiert und hat den Wert Null

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{|x|} dx = 0$$

