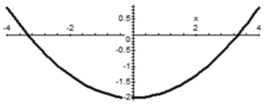
Definition 3

$f:\mathbb{R}\to W(f)\,,\ x\mapsto f(x)$

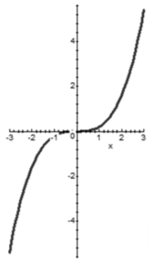


f gerade oder symmetrisch (bzgl. 0):

$$\forall x\in\mathbb{R}:\quad f(x)=f(-x)$$

f ungerade oder schiefsymmetrisch (bzgl. 0):

$$\forall x\in\mathbb{R}:\quad f(x)=-f(-x)$$



Satz 1

$$f:\mathbb{R}\to W(f)\,,\ x\mapsto f(x)$$

periodisch mit der Periode 2π. Dann gilt für die Fourier-Koeffizienten von f:

$$a_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\,dx,$$
$$a_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos(kx)\,dx\ ,\ k\ge 1$$
$$b_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(kx)\,dx\ ,\ k\ge 1$$
$$f\sim a_0+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos(k\,x)+b_k\,\sin(k\,x)\right)$$

f gerade $\Rightarrow b_k=0, k=1,2,\ldots.$

$$a_0=\frac{1}{\boxed{\pi}}\int_0^{\pi} f(x)\,dx,\ a_k=\frac{\boxed{2}}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\cos(kx)\,dx\ ,\ k=1,2,3,\ldots$$

f ungerade $\Rightarrow a_k=0, k=0,1,2,\ldots$

$$b_k=\frac{\boxed{2}}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin(kx)\,dx\ ,\ k=1,2,3,\ldots$$

<u>Beweis</u> vgl. Seminar KW 19 Aufgabe 2,4