(II) Partielle Integration

f, g in $[a,b]$ stetig differenzierbar

$$\int \boxed{f(x)} \cdot \boxed{g'(x)}\, dx = \boxed{f(x)} \cdot \boxed{g(x)} - \int \boxed{f'(x)} \cdot \boxed{g(x)}\, dx$$

Die Berechnung von

$$\int f'(x) \cdot g(x)\, dx$$

muss einfacher sein als die Berechnung von

$$\int f(x) \cdot g'(x)\, dx$$

$$\int f(x) \cdot g'(x)\, dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x)\, dx$$

Beispiel 3

$$\int \ln(x)\, dx$$

$$= \int 1 \cdot \ln(x)\, dx$$

$$= x \cdot \ln(x) - \int x \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$= x \cdot \ln(x) - x + C$$

1.Versuch

$g'(x) = \ln(x) \Rightarrow g(x) = ?$

$f(x) = 1 \Rightarrow f'(x) = 0$

Nicht wirklich einfacher !!

2.Versuch

$g'(x) = 1 \Rightarrow g(x) = x$

$f(x) = \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

$$\int f(x)\cdot g'(x)\,dx = f(x)\cdot g(x) - \int f'(x)\cdot g(x)\,dx$$

Beispiel 4

$$\int x\cdot e^x dx$$

$f(x)\,g'(x)$

$$g'(x) = e^x \Rightarrow g(x) = e^x$$

$$f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$$

$$= x\cdot e^x - \int 1\cdot e^x dx$$

$$= x\cdot e^x - \int e^x dx = x\cdot e^x - e^x + C$$

Was passiert, wenn die Rollen von *f* und *g* vertauscht werden?

$$\int x\cdot e^x dx$$

$g'(x)\,f(x)$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x^2, f'(x) = e^x$$

Komplizierter als das Ausgangsintegral

Probe $\left(x\cdot e^x - e^x + C\right)' = e^x + x\cdot e^x - e^x = x\cdot e^x$

Die Differenzial-Notation

Für die Ableitung werden verschiedene Notationen verwendet. Eine von ihnen ist die auf Leibniz zurückgehende **Differenzial-Notation**.

$$\boxed{\frac{df(x_0)}{dx} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}}$$