§33.3. Partielle Ableitungen

Bisher: Differenzieren von Funktionen einer Variablen.

$$f'(x_0) = \frac{df}{dx}(x_0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Jetzt: Differentialrechnung bei Funktionen von zwei und mehr Variablen. Zunächst Differentialrechnung bei Funktionen von zwei Variablen $f(x,y)$.

$$f'(x_0) = \frac{df}{dx}(x_0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Definition 1

Gegeben ist die Funktion zweier Variabler

$$f : D(f) \subseteq \mathbb{R}^2 \to W(f) \subseteq \mathbb{R}\ ,\ (x,y) \mapsto f(x,y)$$

Die ersten partiellen Ableitungen f_x und f_y von f bezüglich x und y sind die wie folgt erklärt

$$f_x(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h}$$

$$f_y(x,y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x,y+h)-f(x,y)}{h}$$

Allgemein

$$f : D(f) \subseteq \mathbb{R}^n \to W(f) \subseteq \mathbb{R} \,,\, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Erste partielle Ableitung nach der Variablen x_l, $1 \leq l \leq n$.

$$\frac{\partial f}{\partial x_l}(x_1, \ldots, x_l, \ldots, x_n)$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x_1, \ldots, x_l + h, \ldots, x_n) - f(x_1, \ldots, x_l, \ldots, x_n)}{h}$$