

7. Aufgabe

Berechnen Sie mittels partieller Integration das bestimmte Integral

$$\int_0^{\pi} 6x \cos(x) dx$$

Lösung

Es gibt zwei Möglichkeiten

Methode 1: Wir behandeln das Integrals wie ein unbestimmtes Integral; bestimmen mithilfe partieller Integration eine Stammfunktion und setzen zur Berechnung des bestimmten Integrals die Integrationsgrenzen ein



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx$$

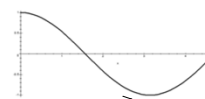
$$\int \underbrace{6x}_f \underbrace{\cos(x)}_{g'} dx$$

$$f(x) = 6x \Rightarrow f'(x) = 6$$

$$g'(x) = \cos(x) \Rightarrow g(x) = \sin(x)$$

$$= 6x \sin(x) - \int 6 \sin(x) dx = 6x \sin(x) + 6 \cos(x) + C$$

$$\Rightarrow \int_0^{\pi} 6x \cos(x) dx = \left[6x \sin(x) + 6 \cos(x) \right]_0^{\pi}$$



$$= 6 \cdot \pi \sin(\pi) + 6 \cos(\pi) - (6 \cdot 0 \sin(0) + 6 \cos(0)) = -12$$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

$$\int_a^b f(x) \cdot g'(x) dx = \left[f(x) \cdot g(x) \right]_a^b - \int_a^b f'(x) \cdot g(x) dx$$

Methode 2: Wir berechnen das bestimmte Integral mithilfe partieller Integration und setzen gleich die Integrationsgrenzen ein.

$$\int_0^{\pi} \underbrace{6x}_f \underbrace{\cos(x)}_{g'} dx$$

$$f(x) = 6x \Rightarrow f'(x) = 6$$

$$g'(x) = \cos(x) \Rightarrow g(x) = \sin(x)$$

$$= \left[6x \sin(x) \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 6 \sin(x) dx$$

$$= 6 \cdot \pi \sin(\pi) - (6 \cdot 0 \sin(0)) - \int_0^{\pi} 6 \sin(x) dx$$

$$= \left[6 \cos(x) \right]_0^{\pi} = 6 \cos(\pi) - (6 \cos(0)) = -12$$

