

**Wichtige Matrix-Normen**

(b) Matrixnormen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Spaltensummen-Norm  $\|\mathbf{A}\|_1 = \max_{k=1,2,\dots,m} \sum_{i=1}^n |a_{ik}|$   
 $\oplus \downarrow$

Zeilensummen-Norm  $\|\mathbf{A}\|_\infty = \max_{i=1,2,\dots,n} \sum_{k=1}^m |a_{ik}|$   
 $\oplus \leftarrow$



Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig

**Beispiel 2**

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ 1 & -7 & 1 \\ 8 & -10 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_{4 \times 3}(\mathbb{R})$$

$$\oplus \downarrow \|\mathbf{A}\|_1 = \max\{17, 19, 9\} = 19$$

$$\oplus \leftarrow \|\mathbf{A}\|_\infty = \max\{7, 9, 21, 8\} = 21$$



Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig

**Bemerkung**

Ein Vektor  $\vec{x}$  mit der Eigenschaft  $\|\vec{x}\| = 1$  heißt Einheitsvektor.

**Beispiel 3**

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \|\vec{x}\|_{\infty} = \max \{|2|, |-1|, |3|, |-6|\} = 6$$

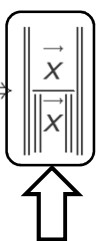
$$\Rightarrow \frac{\|\vec{x}\|}{\|\vec{x}\|_{\infty}} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \right\|}{6} = 1$$

Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig

**Bemerkung**

Es gilt allgemein

$$\vec{x} \neq \vec{0} \Rightarrow \frac{\|\vec{x}\|}{\|\vec{x}\|} \stackrel{(N2)}{=} \frac{1}{\|\vec{x}\|} \|\vec{x}\| = 1$$

  
 Einheitsvektor

Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig

