

Uneigentliche Integrale 1. Art

$$\int_a^{\infty} f(x) dx, \int_{-\infty}^b f(x) dx, \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

- ① Stammfunktion F von f bestimmen
- ② Untersuche die Grenzwerte $\lim_{\beta \rightarrow \infty} F(\beta), \lim_{\alpha \rightarrow -\infty} F(\alpha)$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

Uneigentliche Integrale 2. Art (unbeschränkter Integrand)

$$\int_a^b \underbrace{f(x)}_{f \text{ stetig in } [a, b)} dx, \int_a^b \underbrace{f(x)}_{f \text{ stetig in } (a, b]} dx, \int_a^b \underbrace{f(x)}_{f \text{ stetig in } (a, b)} dx,$$

- ① Unstetigkeitsstelle(n) von f suchen
- ② Integrationsbereich aufsplitten, so dass Unstetigkeitsstelle(n) an den Intervallenden
- ③ Stammfunktion F von f bestimmen
- ④ Untersuche die Grenzwerte $\lim_{\beta \rightarrow b} F(\beta), \lim_{\alpha \rightarrow a} F(\alpha)$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

2. Aufgabe

Untersuchen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

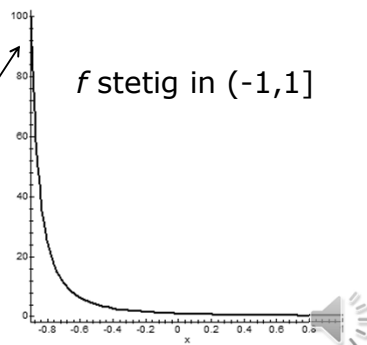
auf Konvergenz/Divergenz und bestimmen Sie ggf. seinen Wert.

Lösung uneigentliches Integral 2. Art

① Unstetigkeitsstelle von f

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

unbeschränkt für $x \rightarrow (-1)$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

② Stammfunktion von f bestimmen

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{-1}{x+1} + C$$

③ Bestimmtes Integral

$$\int_{\alpha}^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx, -1 < \alpha < 1$$

$$= \left[\frac{-1}{x+1} \right]_{\alpha}^1 = \frac{-1}{1+1} - \left(\frac{-1}{\alpha+1} \right) = \frac{-1}{2} + \frac{1}{\alpha+1}$$

④ Grenzwert $\lim_{\alpha \rightarrow -1} F(\alpha)$

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx = \lim_{\alpha \rightarrow -1} \int_{\alpha}^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{-1}{2} + \lim_{\alpha \rightarrow -1} \frac{1}{\alpha+1}$$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

④ Grenzwert $\lim_{\alpha \rightarrow -1} F(\alpha)$

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx = \lim_{\alpha \rightarrow -1} \int_{\alpha}^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{-1}{2} + \underbrace{\lim_{\alpha \rightarrow -1, -1 < \alpha} \frac{1}{\alpha + 1}}_{\rightarrow \infty}$$

Das uneigentliche Integral $\int_{-1}^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx$ ist divergent
(existiert nicht)

