$$(\mathrm{I})\; f(x)^{g(x)} = e^{g(x)\ln(f(x))}$$

## 2. Aufgabe

Bestimmen Sie mittels der Regel(n) von de L'Hospital den Funktionenlimes

$$\lim_{x\to 0,x>0} \left(\frac{1}{x^2}\right)^x \qquad \text{Typ}\,"\infty^0"$$

Lösung

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x^2}\right)^x \underset{(\mathrm{I})}{=} \lim_{x\to 0} e^{x\cdot\left[\ln\left(\frac{1}{x^2}\right)\right]} = \lim_{x\to 0} e^{x\cdot\left[\underbrace{\ln(1)}_{=0}-\ln\left(x^2\right)\right]} = \lim_{x\to 0} e^{x\cdot\left[-\ln\left(x^2\right)\right]}$$

$$\underbrace{=}_{e\text{ Fktn stetig}} e^{\lim\limits_{x\to 0} x\cdot\left[-\ln\left(x^2\right)\right]} = e^{-\lim\limits_{x\to 0} x\cdot\ln\left(x^2\right)}$$



$$(\mathrm{II})\; u(x)\,v(x) \underset{\text{Umformung}}{\longrightarrow} \frac{u(x)}{1/v(x)}$$

$$\lim_{x\to 0} x\cdot\ln\left(x^2\right) = \lim_{x\to 0}\ln\left(x^2\right)\cdot x \underset{(\mathrm{II})}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(x^2\right)}{\frac{1}{x}}$$

$$\text{Typ}\,"-\infty\cdot 0"$$

$$\underset{"\frac{-\infty}{\infty}"}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x^2}\cdot 2x}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to 0} 2x = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}\right)^x = \lim_{x\to 0} e^{-x\cdot\ln\left(x^2\right)} = e^0 = 1$$

ln($x$)