

Mathematik für Informatiker (MfI) II Seminar KW 25

Thema:

Determinanten; $n \times n$ Matrizen

$$\textbf{Inversenformel} \ \ \textbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det{(\textbf{A})}} \cdot \textit{adj} \left(\textbf{A}\right)^{\mathsf{T}}$$

Cramersche Regel: Darstellungsformel für die Lösung LGSe

Determinanten-Multiplikationssatz

$$\det(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})=\det(\mathbf{A})\cdot\det(\mathbf{B})=\det(\mathbf{B})\cdot\det(\mathbf{A})=\det(\mathbf{B}\cdot\mathbf{A})$$

$$\underset{\textbf{A regulär}}{\Rightarrow} \det \left(\textbf{A}^{-1} \right) = \frac{1}{\det \left(\textbf{A} \right)}$$



Deef De Here Morre Debese HTMV Leiseis MAC

A $n \times n$ Matrix:

- A regulär
- \Leftrightarrow det(\mathbf{A}) \neq 0
- l⇔ **A**⁻¹ existiert
- $\Leftrightarrow rang(\mathbf{A}) = n$
- $\Leftrightarrow \mathbf{A} \overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$ eindeutig lösbar
- A singulär
- \Leftrightarrow det(\mathbf{A}) = 0
- \Leftrightarrow \mathbf{A}^{-1} existiert nicht
- $\Leftrightarrow rang(\mathbf{A}) < n$
- $\Leftrightarrow \mathbf{A} \vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{b}}$ unlösbar

oder mehrdeutig lösbar



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MN

1. Aufgabe

Untersuchen Sie in Abhängigkeit des reellen Parameters t mit Hilfe von Determinanten die Lösbarkeit des LGS (sorgfältige Begründung!). Bestimmen Sie im Fall t=1 die Lösung mit der Cramerschen Regel.

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 8$$

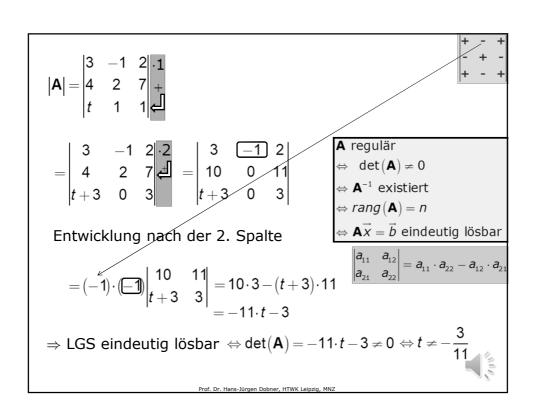
 $4x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 8$
 $tx_1 + x_2 + x_3 = 4$

Lösung

Lösung

Koeffizientenmatrix des LGS $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 7 \\ t & 1 & 1 \end{bmatrix}$





$$t = -\frac{3}{11} \Rightarrow \det(\mathbf{A}) = 0 \Rightarrow \operatorname{rang}(\mathbf{A}) \leq 2$$

$$\det(\mathbf{A}) = 0 \Rightarrow \mathbf{A}^{-1} \text{ existiert nicht}$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{rang}(\mathbf{A}) < n$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{A}\vec{x} = \vec{b} \text{ unlösbar}$$

$$\text{oder mehrdeutig lösbar}$$

$$\mathbf{A}^{(1)} \text{ Matrix , welche aus der Koeffizientenmatrix } \mathbf{A}$$

$$\operatorname{hervorgeht, indem wir die erste Spalte durch die rechte Seite}$$

$$\operatorname{ersetzen}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 8 \\ tx_1 + x_2 + x_3 = 4.$$

$$\mathbf{A}^{(1)} \text{ Matrix , welche aus der Koeffizientenmatrix } \mathbf{A}$$

$$\operatorname{hervorgeht, indem wir die erste Spalte durch die rechte Seite}$$

$$\operatorname{ersetzen}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 7 \\ -3/11 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^{(1)} = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 2 \\ 8 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |\mathbf{A}^{(1)}| = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 2 \\ 8 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |\mathbf{A}^{(1)}| = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 2 \\ 8 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |\mathbf{A}^{(1)}| = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 2 \\ 8 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |\mathbf{A}^{(1)}| = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 2 \\ 8 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

