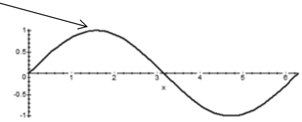
2. Aufgabe

Bestimmen Sie die Höhenlinien H_c der Funktion $\sin(x^2+y^2)$ zur Höhe $c=1$.

Lösung

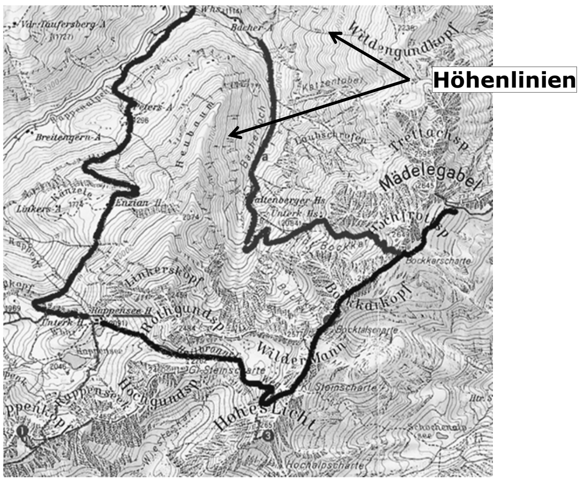
$$H_c = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \sin\Big(\underbrace{x^2+y^2}_{\frac{\pi}{2},\,\frac{5}{2}\pi,\,\frac{9}{2}\pi,\,\ldots}\Big) = 1 \right\}$$

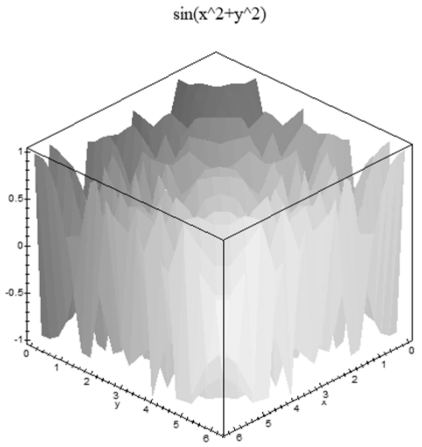


$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (4k+1)\frac{\pi}{2},\, k \in \mathbb{Z}$$

Kreise um den Ursprung mit dem Radius

$$r_k = \sqrt{(4k+1)\frac{\pi}{2}},\, k \in \mathbb{Z}$$





3. Aufgabe

Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung der Funktion

$$f(x,y) = x \cdot e^{\sqrt{x}+y^2}, (x,y) \in [0,\infty) \times \mathbb{R}$$

Die partielle Ableitung nach einer Variablen bestimmt man, indem man die Ableitung nach der betreffenden Variablen bildet und <u>die Variablen nach denen nicht differenziert wird, als Konstante auffasst</u>.

Lösung

$$f(x,y) = x \cdot e^{\sqrt{x}+y^2}$$

$$f_x(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$$

Produktregel
Kettenregel

y als Konstante auffassen

$$= e^{\sqrt{x}+y^2} + \frac{1}{2}\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}+y^2} = \left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{x}\right) e^{\sqrt{x}+y^2}$$

$$f_y(x,y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \quad = 2 \cdot x \cdot y \cdot e^{\sqrt{x}+y^2}$$

x als Konstante auffassen