1 L'Hospital

1. Regel Bei $\frac{0}{0}$: $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

2. Regel Bei $\frac{a}{\infty}$: $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Umformen bei: $0 \cdot \infty, 0^0, \infty, 1^\infty, \infty - \infty$

Typ des Ausdrucks	Form des Ausdrucks	Umformung
$0-\infty, \infty-\infty$	$f(x)-g(x)$	$(f(x)-g(x)) \frac{f(x)+g(x)}{f(x)+g(x)}$
$0 \cdot (\pm\infty)$	$f(x) \cdot g(x)$	$\frac{f(x)}{1/g(x)}$
$0^0, 1^\infty, 0^\infty, \infty^0$	$f(x)^{g(x)}$	$f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \ln(f(x))}$ ↳ e-Fkt. stetig: $\lim\limits_{x \to x_0} F(x) = F(\lim\limits_{x \to x_0} x)$

2 Taylor

Formel:

$$f(x) = \underbrace{f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n}_{\text{Taylorpolynom n-ter Ordnung (Hauptteil)}}$$

$$+ \underbrace{\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}}_{R_n \text{Restglied von Lagrange}}$$

Entwicklungspunkt x_0 = beliebig, aber fest aus Intervall
Zwischenstelle ξ liegt zwischen x und x_0, kann also kleiner als x oder auch größer sein.

2.0.1 Fehlerabschätzung

worst case: ξ zwischen x_0 und x so wählen, dass $|R_n(x)|$ größtmöglich wird.

$$\begin{aligned} \Rightarrow |f(x) - P_n(x)| = |R_n(x)| &= \left| \tfrac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi)\, (x - x_0)^{n+1} \right| \\ &= \tfrac{1}{(n+1)!} \left| (x - x_0 9)^{n+1} \right| \left| f^{(n+1)}(\xi) \right| \\ &\leq \tfrac{1}{(n+1)!} \left| (x - x_0 9)^{n+1} \right| M \end{aligned}$$

Man sieht:
1. Je größer das n, dest kleiner wird der Faktor $1\frac{1}{(1-n)!}$
auf Deutsch: mit Großerem n wird die approximation besser
2. Je weiter das x von x_0 weg liegt, desto größer wird der Bertrag $x - x_0$,
desto mehr Einfluss hat der Term auf die Genauigkeit