

Aufgabe 16

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -19 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

$$\vec{v} = \frac{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle}{\|\vec{b}\|^2} \cdot \vec{b} \rightarrow \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = (-19) \cdot (-4) + 3 \cdot 3 + 7 \cdot 12 = 169$$

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{\langle \vec{b}, \vec{b} \rangle} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + 12^2} = \sqrt{137}$$

$$\rightarrow \vec{u} = \frac{169}{\sqrt{137^2}} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} = \frac{169}{137} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \vec{a} - \vec{u} = \frac{137}{137} \cdot \vec{a} - \frac{169}{137} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} = \frac{1}{137} \cdot 137\vec{a} - \frac{169}{137} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{137} (137\vec{a} - 169 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}) = \frac{1}{137} (137 \cdot \begin{pmatrix} -19 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} - 169 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix})$$

$$= \frac{1}{137} \left(\begin{pmatrix} 137 \cdot -4 \\ 137 \cdot 3 \\ 137 \cdot 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -169 \cdot -19 \\ -169 \cdot 3 \\ -169 \cdot 7 \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{137} \left(\begin{pmatrix} -548 \\ 411 \\ 137 \cdot 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -169 \cdot -19 \\ -507 \\ -1183 \end{pmatrix} \right)$$