Ergebnis → **Satz 1**

I beschränktes, halboffenes bzw. offenes Intervall, d.h.

$$I = [a,b), I = (a,b], I = (a,b), -\infty < a < b < \infty$$

f stetig und beschränkt in I und g ist die stetige Fortsetzung von f, d. h.

$$g(x) := f(x), x \in [a,b), g(b) := \lim_{\beta \to b, \beta < b} f(\beta)$$

$$g(x) := f(x), x \in (a,b], g(a) := \lim_{\alpha \to a, \alpha > a} f(\alpha)$$

Ist G eine Stammfunktion von g dann existiert das uneigentliche Integral

$$\int_a^b f(x)\,dx \text{ und es ist}$$

$$[a,b): \boxed{\int_a^b f(x)\,dx} = \lim_{\beta \to b, \beta < b} \int_a^\beta f(x)\,dx = \boxed{\int_a^b g(x)\,dx} = G(b) - G(a)$$

$$(a,b]: \boxed{\int_a^b f(x)\,dx} = \lim_{\alpha \to a, \alpha > a} \int_\alpha^b f(x)\,dx = \boxed{\int_a^b g(x)\,dx} = G(b) - G(a)$$

uneigentliches Integral

eigentliches Integral

$$(a,b): \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx, \ a < c < b$$

Beispiel 3

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0,1) \\ 20, & x = 1 \end{cases}$$

f stetig in [0,1) und beschränkt

$\Rightarrow$ Es existiert das uneigentliche Integral

g stetige Fortsetzung von *f*

$$g(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0,1) \\ \lim\limits_{x \to 1, x<1} 2x, & x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = 2x, x \in [0,1]$$

$$\int_0^1 f(x)\,dx = \lim_{\beta \to 1, \beta < 1} \int_0^\beta f(x)\,dx \underset{\text{Satz 1}}{=} \int_0^1 g(x)\,dx = \left[x^2\right]_0^1 = 1^2 - 0^2 = 1$$