

$$(I) f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \ln(f(x))}$$

2. Aufgabe

Bestimmen Sie mittels der Regel(n) von de L'Hospital den Funktionenlimes

$$\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} \left(\frac{1}{x^2} \right)^x \quad \text{Typ "}\infty^0\text{"}$$

Lösung

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \right)^x \stackrel{(I)}{=} \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \cdot \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \cdot \left[\ln(1) - \ln(x^2) \right]} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \cdot [-\ln(x^2)]}$$

$$\stackrel{\text{e Fktn stetig}}{=} e^{\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot [-\ln(x^2)]} = e^{-\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln(x^2)}$$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln(x^2) = \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^2) \cdot x \stackrel{(II)}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2)}{\frac{1}{x}}$$

Typ "– ∞ · 0"

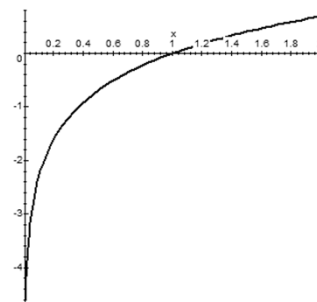
$$\stackrel{\text{"}\frac{-\infty}{\infty}\text{"}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^2} \cdot 2x}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 2x = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} e^{-x \cdot \ln(x^2)} = e^0 = 1$$

$$(II) u(x) v(x) \xrightarrow{\text{Umformung}} \frac{u(x)}{1/v(x)}$$

$\ln(x)$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ