

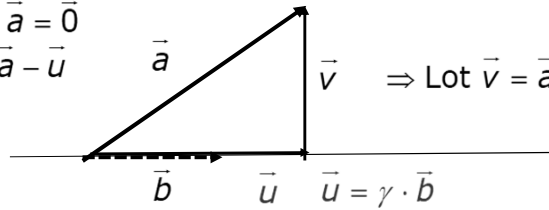
Beispiel 7 (Vektorprojektion)

Orthogonale Projektion \vec{u} eines Vektors \vec{a} auf die Richtung eines Vektors \vec{b}

$$\vec{u} + \vec{v} - \vec{a} = \vec{0}$$

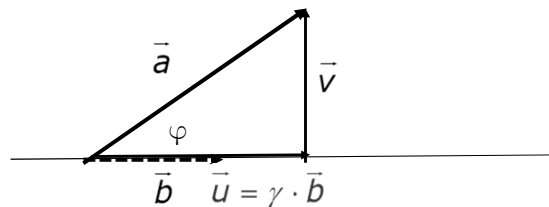
$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{a} - \vec{u}$$

$$\Rightarrow \text{Lot } \vec{v} = \vec{a} - \vec{u} \perp \vec{b}$$



$$\vec{v} = \vec{a} - \vec{u} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \langle \vec{a} - \vec{u}, \vec{b} \rangle = 0$$

Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig



$$\vec{v} = \vec{a} - \vec{u} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \langle \vec{a} - \gamma \vec{b}, \vec{b} \rangle = 0 \quad \xRightarrow{(S1), (S2)} \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle - \gamma \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle = 0$$

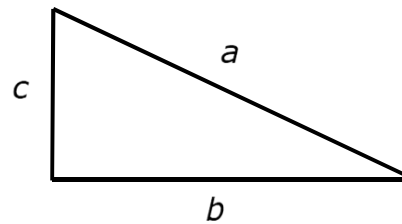
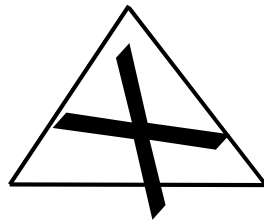
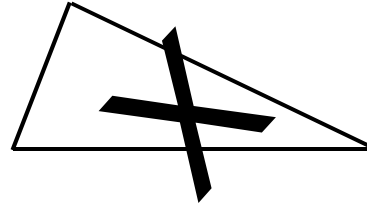
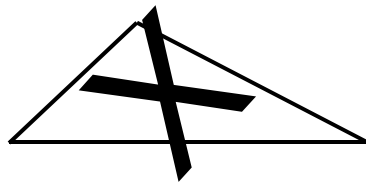
$$\Rightarrow \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \gamma \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle \quad \xRightarrow{\vec{b} \neq \vec{0}} \gamma = \frac{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle}{\|\vec{b}\|^2}$$

$$\boxed{\vec{u} = \frac{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle}{\|\vec{b}\|^2} \cdot \vec{b} = \left\langle \vec{a}, \frac{\vec{b}}{\|\vec{b}\|} \right\rangle \cdot \frac{\vec{b}}{\|\vec{b}\|}}$$

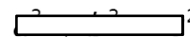
Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig



Der Satz des Pythagoras



..gilt nur in rechtwinkligen Dreiecken



Die Summe der Kathetenquadrate ist gleich dem Hypotenusenquadrat

Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig



Satz 3 Der Satz des Pythagoras

$(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ Vektorraum mit Skalarprodukt, dann gilt

$$\vec{x} \perp \vec{y} \Leftrightarrow \|\vec{x} + \vec{y}\|^2 = \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2$$

$$\vec{x} \perp \vec{y} \Leftrightarrow \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = 0$$

Beweis:

$$\|\vec{x} + \vec{y}\|^2 = \langle \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \vec{y} \rangle$$

$$\stackrel{(S1)}{=} \langle \vec{x}, \vec{x} + \vec{y} \rangle + \langle \vec{y}, \vec{x} + \vec{y} \rangle$$

$$\stackrel{(S+)}{=} \langle \vec{x}, \vec{x} \rangle + \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \langle \vec{y}, \vec{x} \rangle + \langle \vec{y}, \vec{y} \rangle$$

$$= \|\vec{x}\|^2 + \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \langle \vec{y}, \vec{x} \rangle + \|\vec{y}\|^2 = \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2$$

$$\stackrel{(S3)}{\Rightarrow} \langle \vec{y}, \vec{x} \rangle = 0$$

Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig

