HTWK Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig

Prof. Dr. habil. H.-J. Dobner

§25 Das unbestimmte Integral

=>> INFORMATIK

Simulation

Warteschlangen

Computergrafik

Integral

Fläche unter beliebig geformten Kurven

Volumenbestimmung beliebiger Körper

Integration ist als Umkehrung der Differentiation.

Zum Einstieg

Nehmen Sie an, dass wir die Funktion f nicht kennen, dass wir aber wissen, dass ihre Ableitung gleich x^2 ist, so dass $f'(x)=x^2$. Was ist f? Da die Ableitung x^3 gleich $3x^2$ ist, sehen wir, dass $1/3x^3$ die Ableitung x^2 hat. Aber auch $1/3x^3+C$, wobei C eine beliebige Konstante ist, hat diese Ableitung, da additive Konstanten beim Differenzieren verschwinden.

Konsequenz:

Ist $g(x)$ eine beliebige Funktion, welche x^2 als Ableitung hat, dann ist die Ableitung von $g(x)-1/3x^3$ gleich Null für alle x. Eine Funktion, deren Ableitung für alle x gleich 0 ist, muss konstant sein.

Problem:

Geg: Funktion $y = f(x), x \in (a,b) \subseteq \mathbb{R}$

Ges: Funktion $F(x)$ mit $F'(x) = f(x)$

$f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$

$F(x) = \frac{x^3}{3}$

Definition 1

Eine in (a,b) definierte Funktion $F(x)$ heißt Stammfunktion von $f(x)$, wenn für alle $x \in (a,b)$ gilt:

$$F'(x) = f(x)$$

Beispiel 1

$F(x) = \frac{x^3}{3}$ ist Stammfunktion von $f(x) = x^2$

Aber auch $\frac{x^3}{3} + 7$ ist Stammfunktion von $f(x) = x^2$

Definition 2

Ist $F(x)$ Stammfunktion von $f(x)$ so hat jede andere Stammfunktion von $f(x)$ die Form $F(x)+C$, wobei C eine (beliebige) reelle Konstante ist

$F(x)+C$ heißt **unbestimmtes Integral** der Funktion $f(x)$

Schreibweise $\int f(x)dx$

$\int f(x)dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$