Prof. Dr. habil.
H.-J. Dobner

Mathematik für Informatiker (MfI) II

Seminar KW 18

Thema:

Stammfunktion, unbestimmte Integrale, Integration

$F(x)$ Stammfunktion von $f(x)$: $F'(x) = f(x)$

Unbestimmtes Integral von $f(x)$: $\int f(x)\,dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$

Integrand

Variable nach welcher integriert wird

Integrationsmethoden

$$\int \left(f(x) \pm g(x)\right) dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$

$$\int \alpha f(x)\,dx = \alpha \int f(x)\,dx \text{ , } \alpha \in \mathbb{R}$$

Partielle Integration (evtl. mehrfache partielle Integration)

$$\int f(x) \cdot g'(x)\,dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x)\,dx$$

Substitution

$$\int f\left(g(x)\right) \cdot g'(x)\,dx = \int f(u)\,du \qquad u = g(x), du = g'(x)\,dx$$

Logarithmische Integration

Typ des Integrals $\int \frac{g'(x)}{g(x)}dx, g(x) > 0$ oder $g(x) \neq 0$

Im Zähler steht die Ableitung des Nenners

$$\boxed{\int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left(g(x)\right) + C}$$

$$\int \frac{x}{4-x^2}dx, x \in (-2,2)$$

$\left(4-x^2\right)' = -2x$ Ableitung des Nenners bis auf den Faktor -2

$$\int \frac{x}{4-x^2}dx = \int \frac{\left(\frac{-1}{2}\right)(-2)x}{4-x^2}dx = -\frac{1}{2}\int \frac{-2x}{4-x^2}dx = -\frac{1}{2}\ln\left(\left(4-x^2\right)\right) + C$$

1. Aufgabe

Bestimmen Sie $G(x)$, wenn

$$G'(x) = f(x) = \frac{1}{2}e^x - 2x, G(0) = 0$$

Lösung

Unbestimmtes Integral von $f(x)$: $\int f(x)dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \int \left(\frac{1}{2}e^x - 2x\right)dx = \underbrace{\frac{1}{2}e^x - x^2 + C}$$

$\boxed{\text{Alle Funktionen } G(x) \text{ mit der Ableitung } f(x) = \frac{1}{2}e^x - 2x}$

Unter diesen diejenige mit der Eigenschaft $G(0)=0$ heraussuchen.

$$G(0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}e^0 - 0^2 + C = 0 \quad \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow G(x) = \frac{1}{2}e^x - x^2 - \frac{1}{2}$$