Prof. Dr. habil.
H.-J. Dobner

Mathematatik für Informatiker (MfI) II

Prof. Dr. H.-J. Dobner

HTWK Leipzig

SS 2020

INB&MIB:

Methoden der Analysis und Linearen Algebra (Dobner)

Informationen, Literatur, Aktuelles

$\Rightarrow$ OPAL

Belegaufgaben, Folien zur Vorlesung auf OPAL abgelegt

INB:

Wahrscheinlichkeitsrechnung (Lasarow)

Prüfungszulassung

Methoden der Analysis und Linearen Algebra

20 Aufgaben verteilt auf 4 Aufgabenblätter

Pro Aufgabe 4 Punkte

Prüfungszulassung

50 Punkte aus den Aufgaben

Abgabe bis auf weiteres in OPAL (Hinweise auf Aufgabenblatt)

Prüfungsklausur (INB&MIB) **Methoden der Analysis und Linearen Algebra (Prüfungsstoff ab §18 Umkehrfunktionen)**

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel:

Spickzettel im Format DIN A4, kein Taschenrechner

Prüfung MfI I am 18.02.2020

Prüfungsergebnisse

	INB	MIB
Teilnehmer:	**77**	**46**
Bestanden	**46**	**13**
DQ	**40,2%**	**69,9%**
DQ gesamt (INB+MIB)	**52%**	

§ 21. Die Taylorsche Formel

=>> INFORMATIK

Häufig ist es erforderlich, eine Funktion *f* durch einfache Funktionen möglichst gut anzunähern. Mit Hilfe der Taylorschen Formel können Funktionen als Summe eines Polynoms und eines Fehlerterms (Restglied) dargestellt werden. Somit können auch kompliziertere Funktionen wie Logarithmus oder die Arkusfunktionen durch Polynome approximiert werden.

Polynome können einfach addiert, multipliziert, differenziert und integriert werden.

Problem: Funktionen $f(x)$ z. B. Sinus, Kosinus, Exponentialfunktion,…. auf Rechner darstellen.

Idee:

$f(x)$ durch Polynom $P_n(x)$ approximieren

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots\ldots + a_n x^n \text{ , } a_k \in \mathbb{R}, x \in I \subseteq \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$$

Ansatz: $$\underbrace{f(x)}_{\text{exakt}} = \underbrace{P_n(x)}_{\text{Näherung}} + \underbrace{R_n(x)}_{\text{Rest (Fehler)}} \quad , x \in I \;\; 0 \in I$$

Forderung: $$\underbrace{f^{(k)}(0)}_{\text{gegeben}} = P_n^{(k)}(0) \text{ , } k = 0,1,2,\ldots n$$

k-te Ableitung eines Polynoms (Beweis durch Induktion!)

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \ldots\ldots + a_n x^n$$

$$k = 1 \Rightarrow \left(P_n(x)\right)' = 1 \cdot a_1 + 2 \cdot a_2 x + 3 \cdot a_3 x^2 \ldots\ldots + n \cdot a_n x^{n-1}$$

$$k = 2 \Rightarrow \left(P_n(x)\right)'' = 2 \cdot a_2 + 2 \cdot 3 \cdot a_3 x \ldots\ldots + n \cdot (n-1) a_n x^{n-2}$$

k-te Ableitung eines Polynoms

$$P_n^{(k)}(x) = k\cdot(k-1)\cdot(k-2)\cdot\ldots\ldots\cdot 2\cdot 1\cdot a_k$$
$$+(k+1)\cdot k\cdot(k-1)\cdot(k-2)\cdot\ldots\ldots\cdot 2\cdot a_{k+1}\cdot x$$
$$+(k+2)\cdot(k+1)\cdot k\cdot(k-1)\cdot(k-2)\cdot\ldots\ldots\cdot 3\cdot a_{k+2}\cdot x^2$$
$$\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots$$
$$+n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\ldots\cdot(n-k+1)\cdot a_n\cdot x^{n-k}$$

$$\underbrace{f^{(k)}(0)}_{\text{gegeben}} = P_n^{(k)}(0) = k!\,a_k \qquad \boxed{\Rightarrow a_k = \frac{1}{k!} f^{(k)}(0)}$$

Näherungspolynom

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} f^{(k)}(0)\, x^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} f^{(k)}(0)(x-0)^k$$

Problem $0 \notin I$???

Lösung $x_0 \in I$, beliebig aber fest gewählt

Forderung: $\underbrace{f^{(k)}(x_0)}_{\text{gegeben}} = P_n^{(k)}(x_0)$, $k = 0,1,2,\ldots n$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} f^{(k)}(x_0)(x-x_0)^k$$