HTWK
Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig
Prof. Dr. habil.
H.-J. Dobner

§ 32. Eigenwerte

32.1 Eigenwerte von Matrizen

Wir beschäftigen uns in diesem Paragraphen nochmals mit Matrizen und chrakterisieren diese mittels weiterer Kenngrößen. Das führt zum Thema Eigenwerte.

=>> INFORMATIK

Computergraphik

Data Mining

Beispiel 1

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Gibt es Zahlen λ und Vektoren $\vec{x}$

mit der Eigenschaft $A\vec{x} = \lambda\vec{x}$

Antwort: Ja, ist $\vec{x} = \vec{0}$ dann gilt für alle Zahlen λ

$$A\vec{0} = \lambda\vec{0}$$

$\vec{x} = \vec{0}$ ist die triviale Lösung. Uninterressant.

Daher Forderung $\vec{x} \neq \vec{0}$

Definition 1

Ist **A** eine $n \times n$ Matrix. Eine Zahl λ, zu der ein Vektor

$\boxed{\vec{x} \neq \vec{0}}$

mit der Eigenschaft

$$\mathbf{A}\vec{x} = \lambda\vec{x}$$

$(\lambda, \vec{x})$ Eigenpaar von **A**

existiert, heißt Eigenwert der Matrix **A**. Der Vektor $\vec{x}$ heißt der zum Eigenwert λ gehörige Eigenvektor. Das Spektrum spek(**A**) ist die Menge aller Eigenwerte von **A**. Der Spektralradius ρ(**A**) ist der betragsgrößte Eigenwert von **A**.

Beispiel 2

Die $n \times n$ Einheitsmatrix **E** hat nur den Eigenwert λ=1, und jeder Vektor $\vec{x} \neq \vec{0}$ ist Eigenvektor zum Eigenwert 1.

$$\mathbf{E}\vec{x} \neq 1 \cdot \vec{x}$$

Der Spektralradius der Einheitsmatrix **E** ist demnach Eins.