

#### 4. Aufgabe

Welche Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren können direkt aus den folgenden Matrizen abgelesen werden?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

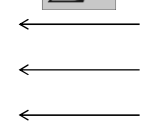
Lösung



Alle Zeilensummen sind gleich 4.

$\Rightarrow \lambda=4$  ist Eigenwert von  $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ist EV zum Eigenwert  $\lambda=4$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(\mathbf{B}) = 0$$

$\lambda=0$  EW

$$\det(\mathbf{B}) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda=-2$  EW zugehöriger EV



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\lambda = -2$  EW zugehöriger EV

$$\underbrace{\text{spur}(\mathbf{B})}_{1 + (-2) + (-2)} = \underbrace{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4}_{0 + (-2) + (-2)} \Rightarrow \lambda_4 = 1$$

