### 31.2 Die Berechnung von Determinanten

### Satz 1

Die Determinante einer Matrix **A** <u>ändert sich nicht</u>, wenn man ein  $\alpha$ -faches,  $\alpha \in \mathbb{K}$ , einer Zeile/Spalte zu einer anderen Zeile/Spalte addiert.  $\det(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+i} \cdot \mathbf{a}_{ii} \cdot \det(\mathbf{A})$ 

# **Beispiel 1**

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 25 \end{vmatrix} = 2 \cdot 7 \cdot 25 = 350 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 25 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 8 \\ -12 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 8 \\ -12 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 8 \\ -12 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (7 - (-12) \cdot 8) + (-6) \cdot (32 - 56)$$

# Folgerung aus Satz 1 und §31.1 Satz 1(c)

Hat eine Matrix  $\mathbf{A}$  zwei linear abhängige Zeilen (oder Spalten), so gilt  $\det(\mathbf{A})=0$ .

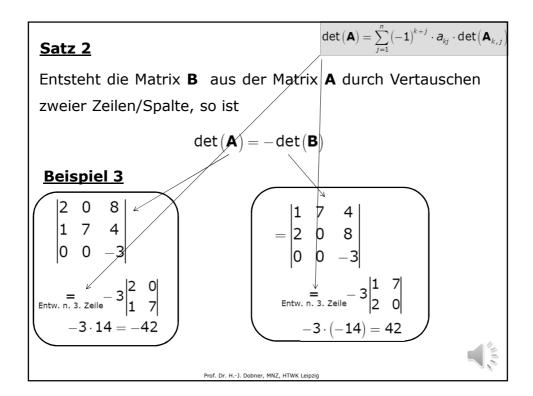
Besteht eine Zeile (oder Spalte) einer Matrix **A** nur aus Nullen, so gilt  $\det(\mathbf{A}) = 0$ .  $\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+j} \rightarrow a_{kj} \cdot \det(\mathbf{A}_{k,j})$ 

#### **Beispiel 2**

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 9 \\ 6 & -4 & -18 \\ 12 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 0$$



Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipz



# Satz 3

Entsteht die Matrix  ${\bf B}$  aus der Matrix  ${\bf A}$  durch Multiplikation einer Zeile/Spalte mit einer Zahl  $\lambda$ , so ist

$$\text{det}\big(\textbf{B}\big) = \lambda \, \text{det}\big(\textbf{A}\big)$$

## **Beispiel 4**

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 3 \cdot 1 & 3 \cdot 7 & 3 \cdot 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 1 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -126$$

$$3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 1 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= -42$$
Beispiel 3

Prof. Dr. H.-J. Dobner, MNZ, HTWK Leipzig

### **Beispiel 5**

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \det(\mathbf{A}) = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = (-2) \cdot 1 \cdot 4 = -8$$

$$3 \cdot \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 \cdot (-2) & 0 & 0 \\ 0 & 3 \cdot 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \cdot 4 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 \cdot (-2) & 0 & 0 \\ 0 & 3 \cdot 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \cdot 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(3\mathbf{A}) = \begin{vmatrix} 3 \cdot (-2) & 0 & 0 \\ 0 & 3 \cdot 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \cdot 4 \end{vmatrix} = (3 \cdot (-2)) \cdot (3 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 4) = -216$$

$$= 3^{3} \det(\mathbf{A})$$