<u>Satz 2</u> (Eigenschaften bestimmter Integrale)

f, *g* stetig

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx \qquad \int_a^a f(x)\,dx = 0$$

$$\int_a^b \big(f(x) \pm g(x)\big)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$$

$$\int_a^b \alpha f(x)\,dx = \alpha \int_a^b f(x)\,dx\,,\ \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx \quad a \le c \le b$$

$$\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \le \int_a^b |f(x)|\,dx$$ **Dreiecksungleichung für bestimmte Integrale**

$$\forall a \le x \le b : f(x) \le g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx$$

$$\sqrt{x} \le x^2, x \in [1,2] \Rightarrow \int_1^2 \sqrt{x}\,dx \le \int_1^2 x^2\,dx$$

<u>Satz 3</u> Der Mittelwertsatz der Integralrechnung

f , *g* im Intervall [*a*,*b*] stetige Funktionen

g(*x*) hat keinen Vorzeichenwechsel im Intervall [*a*,*b*]

$$\underset{x\in[a,b]}{\forall} g(x) \le 0 \text{ oder } \underset{x\in[a,b]}{\forall} g(x) \ge 0$$

Dann gibt es eine (i.a. nicht nähere bekannte) ZWS $\xi \in (a\ ,\ b)$ mit

$$\int_a^b f(x)\cdot g(x)\,dx = f(\xi)\int_a^b g(x)\,dx$$

Sonderfall

$$\int_a^b f(x)\cdot g(x)\,dx = f(\xi)\int_a^b g(x)\,dx$$

$$\int_a^b f(x)\cdot 1\,dx = f(\xi)\int_a^b 1\,dx \quad = f(\xi)(b-a)$$

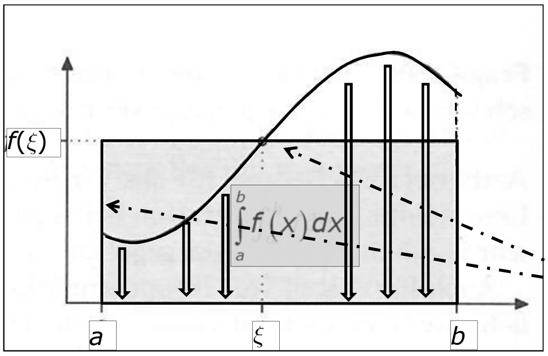
MWS der Integralrechnung

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = f(\xi)(b-a)}$$

$$\boxed{\int_a^b f(x)\cdot g(x)\,dx = f(\xi)\int_a^b g(x)\,dx\ ,\ g(x)\geq 0 \ \text{ oder } g(x)\leq 0}$$

Geometrische Interpretation des MWS der Integralrechnung

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = \underline{f(\xi)(b-a)}}$$



Es existiert eine Stelle $\xi\in[a,b]$ so dass der Flächeninhalt unter ⇓ dem **Graphen** der Funktion f mit dem Flächeninhalt eines **Rechteck**s mit den Seiten (b-a) und $f(\xi)$ übereinstimmt