

4. Aufgabe

Untersuchen Sie das uneigentlichen Integral

$$\int_0^{\infty} \sin(x) dx$$

auf Konvergenz/Divergenz.

Lösung uneigentliches Integral 1. Art

① Stammfunktion von $f(x) = \sin(x)$

$$\int \sin(x) dx = -\cos(x) + C$$

② Bestimmtes Integral $[0, \beta]$

$$\int_0^{\beta} \sin(x) dx = [-\cos(x)]_0^{\beta} = -\cos(\beta) - (-\cos(0)) = -\cos(\beta) + 1$$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ

③ Grenzwert

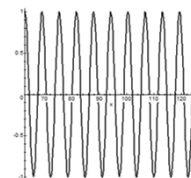
$[0, \beta]$

$$\int_0^{\infty} \sin(x) dx = \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_0^{\beta} \sin(x) dx = \lim_{\beta \rightarrow \infty} [-\cos(x)]_0^{\beta} = -\lim_{\beta \rightarrow \infty} (\cos(\beta)) + 1$$

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} (\cos(\beta)) \quad ??$$

$$-1 \leq \cos(\pi \cdot \beta) \leq 1$$

$$\left. \begin{array}{l} k \text{ geradzahlig: } \cos(k\pi) = 1 \\ k \text{ ungeradzahlig: } \cos(k\pi) = -1 \end{array} \right\} \lim_{\beta \rightarrow \infty} (\cos(\pi \cdot \beta))$$



$\Rightarrow \lim_{\beta \rightarrow \infty} (\cos(\beta))$ divergent, existiert nicht

Das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} \sin(x) dx$ existiert nicht



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ