7. Aufgabe

Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix D_f der Funktion

$$f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^4,\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}\mapsto f\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1-x_2+2x_3\\x_2-x_3\\2x_1+x_2+x_3\\x_1+x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}f_1(x_1,x_2,x_3)\\f_2(x_1,x_2,x_3)\\f_3(x_1,x_2,x_3)\\f_4(x_1,x_2,x_3)\end{pmatrix}$$

und berechnen Sie

$$D_f\begin{pmatrix}4\\-7\\1\end{pmatrix},D_f\begin{pmatrix}3\\11\\-8\end{pmatrix}$$

Lösung

$$f(\vec{x})=\begin{pmatrix}f_1(x_1,x_2,x_3)\\f_2(x_1,x_2,x_3)\\f_3(x_1,x_2,x_3)\\f_4(x_1,x_2,x_3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1-x_2+2x_3\\x_2-x_3\\2x_1+x_2+x_3\\x_1+x_2\end{pmatrix}$$

$$D_f(\vec{x})=\begin{pmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\vec{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\vec{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_3}(\vec{x})\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\vec{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\vec{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_3}(\vec{x})\\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1}(\vec{x}) & \frac{\partial f_3}{\partial x_2}(\vec{x}) & \frac{\partial f_3}{\partial x_3}(\vec{x})\\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1}(\vec{x}) & \frac{\partial f_4}{\partial x_2}(\vec{x}) & \frac{\partial f_4}{\partial x_3}(\vec{x})\end{pmatrix}$$

lineare Abbildung

$$(2x+3)'=2$$

$$D_f(\vec{x})=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\0 & 1 & -1\\2 & 1 & 1\\1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

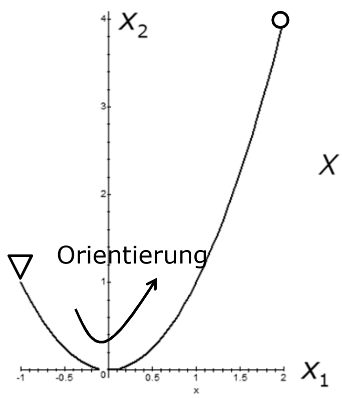
$$D_f\begin{pmatrix}4\\-7\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\0 & 1 & -1\\2 & 1 & 1\\1 & 1 & 0\end{pmatrix}=D_f\begin{pmatrix}3\\11\\-8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\0 & 1 & -1\\2 & 1 & 1\\1 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

<u>8. Aufgabe</u>

Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung des Graphen der Funktion $f(x) = x^2, x \in [-1,2]$

<u>Lösung</u>

$$X : [\alpha, \beta] \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, t \mapsto X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$



$$x_1 = t \Rightarrow x_2 = t^2$$

$$X : [-1,2] \to \mathbb{R}^2, t \mapsto X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}$$

∇ Anfangspunkt $X(-1) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\circ$ Endpunkt $X(2) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$