

### 6. Aufgabe

Die Atome des  $\text{CH}_4$ -Moleküls befinden sich in einem geeigneten Koordinatensystem an folgenden Stellen:

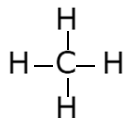
C-Atom (0,0,0)

H-Atome (1,1,1), (-1,-1,1), (1,-1,-1), (-1,1,-1).

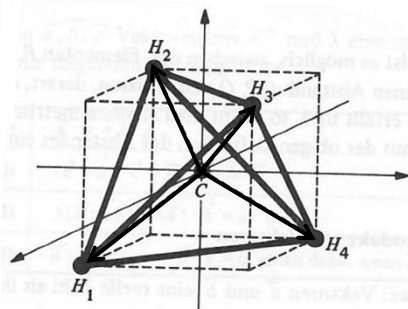
- Berechnen Sie den Abstand des C-Atoms zu den H-Atomen und den Abstand der H-Atome untereinander.
- Welchen Winkel schließen das C-Atom und die ersten beiden H-Atome miteinander ein?

### Lösung

$\text{CH}_4$  Methan



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ



C-Atom (0,0,0)

H-Atome (1,1,1), (-1,-1,1), (1,-1,-1), (-1,1,-1)

- Abstand des C-Atoms zu jedem H-Atom

$$\|\overline{CH_1}\|_2 = \|\overline{H_1C}\|_2 = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

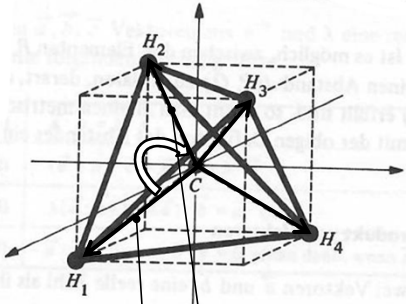
$$\|\overline{CH_2}\|_2 = \|\overline{H_2C}\|_2 = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

$$\|\overline{CH_3}\|_2 = \|\overline{H_3C}\|_2 = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

$$\|\overline{CH_4}\|_2 = \|\overline{H_4C}\|_2 = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$



Prof. Dr. Hans-Jürgen Dobner, HTWK Leipzig, MNZ



C-Atom (0,0,0)  
H-Atome (1,1,1), (-1,-1,1), (1,-1,-1), (-1,1,-1)

$$\cos(\varphi) = \frac{\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle}{\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\|}, \vec{x} \neq \vec{0}, \vec{y} \neq \vec{0}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\langle \overrightarrow{CH_1}, \overrightarrow{CH_2} \rangle}{\|\overrightarrow{CH_1}\|_2 \|\overrightarrow{CH_2}\|_2}$$

b)

$$\cos(\varphi) = \frac{\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle}{\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| \left\| \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|} = \frac{1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1}{\sqrt{3} \sqrt{3}} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \varphi = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) = 1.9106.. \approx 109^\circ$$