

# Grundlagen der Versuchsplanung-Experiment 1

## Längenschätzen

Kaya Maria Bayer   Ketevan Gurtskaia   Alicia Hemmersbach  
Danuscha Große-Hering

07.Juni 2021

# Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Problemstellung und Versuchsbedingungen

Analyse des Problems

Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

Versuchsplanung

Literaturverzeichnis

# Einleitung

- ▶ Thema: Längenschätzung
- ▶ bekannt aus TV-Shows z.B. „Schlag den Star“
- ▶ bei uns: Probanden bekommen zwei verschiedenen Längen gesagt und müssen diese so gut wie möglich nachzeichnen

# Ablauf (1/2)

## Ablauf:

- ▶ jeder Proband wird einzeln in einen leeren Raum gesetzt
- ▶ in dem Raum steht ein Stuhl und ein leerer, schlichter Tisch
- ▶ auf diesem liegen ein leerer Zettel und Stift
- ▶ insgesamt gibt es zwei verschiedene Zettelgrößen und zwei verschieden dicke Stiftminen
- ▶ dann werden den Probanden eine Länge mitgeteilt (5cm oder 20cm)
- ▶ die Probanden sollen die Länge auf das Papier zeichnen
- ▶ danach bekommen sie die zweite Länge gesagt
- ▶ einige Probanden bekommen zuerst 5cm gesagt und andere Probanden bekommen zuerst 20cm gesagt

## Ablauf (2/2)

- ▶ beide Längen werden auf das selbe Papier gezeichnet
- ▶ drei Personen (Versuchsleiter) aus unserer Gruppe sind für die Mitteilung der Längen zuständig
- ▶ die vierte Person misst die jeweils gezeichneten Längen der Probanden aus

### Problemstellung:

Können die vorgegebenen Längen genau gezeichnet werden?

Kann eine Länge genauer als die andere Länge gezeichnet werden?

# Analyse des Problems

## 1. interessierende abhängige Variable

- ▶ gemessene Längen  $x^i$   $i=5,20$

## 2. interessierende Einflussvariablen

- ▶ genannte Längen → zwei Faktorstufen
- ▶ die Papiergröße (DIN A4, DIN A3)
- ▶ die Größe der Stiftmine (2mm, 0.5mm)

⇒ **Blockvariablen**

# Analyse des Problems

## 3. mögliche Störvariablen

- ▶ Sehschwächen → nicht vollständig kontrollierbar
- ▶ äußere Einflüsse:
  - ▶ Lichtverhältnisse → Konstanthaltung
  - ▶ Ablenkung durch Lärm/andere Personen im Raum → Eliminierung
  - ▶ Oberfläche des Tisches → Konstanthaltung
- ▶ Objekte im Raum, die einem Vergleich dienen könnten → Eliminierung
- ▶ Alter, Geschlecht und Rechtshändigkeit der Teilnehmenden
- ▶ Versuchsleitereffekt
- ▶ Unterschiede in der Konzentrationsfähigkeit zu verschiedenen Tageszeiten

# Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

- ▶  $x_1^{\{i\}}, \dots, x_n^{\{i\}}$  mit  $i = 5, 20$  Messungen der gezeichneten Längen
- ▶ Hypothesen:
  1.  $H_0 : \mu^{\{5\}} = 5$  vs.  $H_1 : \mu^{\{5\}} \neq 5$
  2.  $H_0 : \mu^{\{20\}} = 20$  vs.  $H_1 : \mu^{\{20\}} \neq 20$
- ▶ Statistische Tests zum Niveau  $\alpha = 0.05$ 
  - 1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

`shapiro.test(...)`



# Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

- ▶  $x_1^{\{i\}}, \dots, x_n^{\{i\}}$  mit  $i = 5, 20$  Messungen der gezeichneten Längen
- ▶ Hypothesen:
  1.  $H_0 : \mu^{\{5\}} = 5$  vs.  $H_1 : \mu^{\{5\}} \neq 5$
  2.  $H_0 : \mu^{\{20\}} = 20$  vs.  $H_1 : \mu^{\{20\}} \neq 20$
- ▶ Statistische Tests zum Niveau  $\alpha = 0.05$
- 1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(...)
```

- 2a Zweiseitiger Einstichproben-t-Test (Normalverteilungsannahme kann nicht abgelehnt werden):

```
t.test(..., mu = i)$p.value
```

- 2b Zweiseitiger Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (Normalverteilungsannahme wird abgelehnt):

```
wilcox.test(..., mu = i)$p.value
```

## Definition (Transformation der Messwerte)

Transformation der Messwerte bedeutet, dass statt der Messwerte selbst eine Größe verwendet wird, die sich durch eine einfache Umrechnung aus den Messwerten ergibt. Für alle weiteren Analysen werden dann diese umgerechneten Werte verwendet. (Kleppmann 2020, S.95)

- ▶ Transformierte Werte:  $y_1^{\{i\}}, \dots, y_n^{\{i\}}, i = 5, 20$
- ▶  $y_j^{\{i\}} := \frac{x_j^{\{i\}} - i}{i}$  mit  $j = 1, \dots, n, \quad i = 5, 20$
- ▶  $\tilde{\mu}^{\{5\}} := \frac{\mu^{\{5\}} - 5}{5}, \quad \tilde{\mu}^{\{20\}} := \frac{\mu^{\{20\}} - 20}{20}$
- ▶ Testfrage: Kann eine der vorgegebenen Längen besser hergestellt werden?

- ▶ Hypothesen:  $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} = 0$  vs.  $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} \neq 0$   
bzw.  $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} = \tilde{\mu}^{\{20\}}$  vs.  $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} \neq \tilde{\mu}^{\{20\}}$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(y5 - y20)
```

- Hypothesen:  $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} = 0$  vs.  $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} \neq 0$   
bzw.  $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} = \tilde{\mu}^{\{20\}}$  vs.  $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} \neq \tilde{\mu}^{\{20\}}$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(y5 - y20)
```

2a Normalverteilung nicht abgelehnt → auf Varianzhomogenität testen:  $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$  vs.  $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$  mit:

```
var.test(y5, y20, alternative="two.sided")
```

Zweiseitige Zweistichproben-t-Tests:

2a.1 Annahme der Varianzhomogenität bleibt beibehalten:

```
t.test(y5, y20, paired = TRUE, var.equal = TRUE )
```

2a.2 Signifikante Abweichung von der Annahme:

```
t.test(y5, y20, paired = TRUE, var.equal = FALSE)
```

2b Keine Normalverteilung: Zweistichproben-Wilcoxon-Test

```
wilcox.test(y5 - y20)$p.value
```

# Beschreibung der Versuchsplanung

- ▶ Maximierung der Variation der Einflussvariable : Jede Stufe kommt gleich häufig vor.
- ▶ Minimierung der Störvariablen: Möglichst gleiche sonstigen Versuchsbedingungen: alle Teilnehmenden im gleichen Raum (aber alleine), gleiche Anweisungen (Konstanthaltung der Störvariablen)
- ▶ Identifizierbarkeit: alle Stufenkombinationen werden durchgeführt

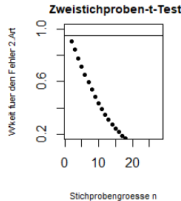
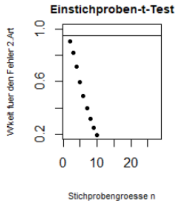
# Versuchsplan

## 1. Grafische Bestimmung der minimalen Stichprobengröße

$\alpha = 0.05$ ,  $\beta = 0.95$  und  $\delta = 1$

Betrachte die Stichprobengröße  $n \in [1, 28]$

Grafische Bestimmung der minimalen Stichprobengröße  $n$ , zweiseitiger t-Test



```
# f1 ist für die Stichprobengröße des zweiseitigen Einstichproben-t-Test
f1 <- function(x)
{
  p1<-pt(q= qt(df=x-1,p=0.975), df=x-1, ncp=1*sqrt(x))
  p2<-pt(q=-qt(df=x-1,p=0.975), df=x-1, ncp=1*sqrt(x))
  p1-p2
}

# f2 ist für die Stichprobengröße des zweiseitigen Zweistichproben-t-Test
f2 <- function(x)
{
  p1 <-pt(q= qt(df=2*(x-1),p=0.975), df=2*(x-1), ncp=1*sqrt(x/2))
  p2 <-pt(q=-qt(df=2*(x-1),p=0.975), df=2*(x-1), ncp=1*sqrt(x/2))
  p1-p2
}
```

$\Rightarrow n > 0$

## Versuchsplan (2/4)

- ▶ Faktor: Reihenfolge der Länge (2 Stufen)
- ▶ Block: Papiergröße (2 Stufen), Stiftgröße (2 Stufen)
- ▶ balanzierten Versuchsplan  
 $\Rightarrow n = S_{\text{Faktor}} \cdot S_{\text{Block A}} \cdot S_{\text{Block B}} \cdot k = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot k = 8 \cdot k$   
mit  $k \in \mathbb{N}_+$
- ▶ mögliche Probanden = 28  $\Rightarrow k = 3 \Rightarrow n = 24$  (Zufällig)
- ▶ Fehler 2. Art mit  $n = 24$  :  
ca. 0.003 (zweiseitiger Einstichproben-t-Test),  
ca. 0.076 (zweiseitiger Zweistichproben-t-Test)

## Versuchsplan (3/4)

```
library(agricolae)
library(knitr)

Plan <- design.ab(c(2,2,2,3), r=1, design = "crd", seed = 2021, serie = 0)$book
Plan_2 <- data.frame(Versuchseinheit=0,Papiergroesse= Plan$A,
                     Stiftgroesse=Plan$B, Reihenfolge=Plan$C, Versuchsleiterin=Plan$D)

Plan_2 <- Plan_2[with(Plan_2,order(Papiergroesse,Stiftgroesse)),]
Plan_2$Versuchseinheit <- 1:24
```

Tabelle: Versuchsplan 1.Hälfte

Einheit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Block A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Block B	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
Faktor	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	1	2
Versuchsleiterin	1	3	2	3	1	2	2	3	2	1	3	1



# Versuchsplan (4/4)

Tabelle: Versuchsplan 2.Hälfte

Einheit	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Block A	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Block B	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
Faktor	2	1	1	2	2	1	2	1	1	1	2	2
Versuchsleiterin	3	2	3	1	2	1	2	2	3	1	1	3

- ▶ Block A  $\hat{=}$  Papiergröße mit zwei Stufen: 1:= A4 und 2:= A3
- ▶ Block B  $\hat{=}$  Stiftgröße auch mit zwei Stufen: 1:= 0.5mm und 2:=2mm
- ▶ Faktor  $\hat{=}$  Reihenfolge der Längen: 1:= zuerst 5cm und 2:= zuerst 20cm

# Literaturverzeichnis



Kleppmann, Wilhelm, (2020),  
Versuchsplanung, 10. Aufl.,  
Carl Hanser Verlag, München.



Die statistischen Berechnungen wurden mit R 3.6.3  
durchgeführt  
(R Development Core Team 2020)