Grundlagen der Versuchsplanung-Experiment 1

Längenschätzen

Kaya Maria Bayer Ketevan Gurtskaia Alicia Hemmersbach Danuscha Große-Hering

07.Juni 2021

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

- Thema: Längenschätzung
- bekannt aus TV-Shows zb. Schlag den Star
- bei uns: Probanden bekommen zwei verschiedenen Längen gesagt und müssen diese so gut wie möglich nachzeichnen

Ablauf (1/2)

Ablauf:

- jeder Proband wird einzeln in einen leeren Raum gesetzt
- in dem Raum steht ein Stuhl und ein leerer, schlichter Tisch
- auf diesem liegen ein leerer Zettel und Stift
- Probanden bekommen jeweils ein Zettel und ein Stift
- insgesamt gibt es zwei verschiedene Zettelgrößen und zwei verschieden dicke Stiftmienen
- dann werden dem Probanden eine Länge mitgeteilt (5cm oder 20cm)
- die Probanden sollen die Länge auf das Papier zeichnen
- danach bekommen sie die zweite Länge gesagt
- einige Probanden bekommen zuerst 5cm gesagt und andere Probanden bekommen zuerst 20cm gesagt

Ablauf (2/2)

- beide Längen werden auf das selbe Papier gezeichnet
- drei Personen (Versuchsleiter) aus unserer Gruppe sind für die Mitteilung der Längen zuständig
- die vierte Person misst die jeweils gezeichneten Längen der Probanden aus

Problemstellung:

Können die vorgegebenen Längen genau gezeichnet werden?
Kann eine Länge genauer als die andere Länge gezeichnet werden?

Analyse des Problems

1. **interessierende abhängige Variable**
   - genannte Längen $\rightarrow$ zwei Faktorstufen
2. **interessierende Einflussvariablen**
   - die Papiergröße (DIN A4, DIN A3)
   - die Größe der Stiftmine (2mm, 0.5mm)

   $\Rightarrow$ **Blockvariablen**

Analyse des Problems

3. mögliche Störvariablen

- Sehschwächen → nicht vollständig kontrollierbar
- äußere Einflüsse:
  - Lichtverhältnisse → Konstanthaltung
  - Ablenkung durch Lärm/andere Personen im Raum → Eliminierung
  - Oberfläche des Tisches → Konstanthaltung
- Objekte im Raum, die einem Vergleich dienen könnten → Eliminierung
- Alter, Geschlecht und Rechtshändigkeit der Teilnehmenden
- Versuchsleitereffekt
- Unterschiede in der Konzentrationsfähigkeit zu verschiedenen Tageszeiten

Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

- $x_1^{\{i\}}, ..., x_n^{\{i\}}$ mit $i = 5, 20$ Messungen der gezeichneten Längen

Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

- $x_1^{\{i\}}, ..., x_n^{\{i\}}$ mit $i = 5, 20$ Messungen der gezeichneten Längen
- Hypothesen:
  1. $H_0 : \mu^{\{5\}} = 5$ vs. $H_1 : \mu^{\{5\}} \neq 5$
  2. $H_0 : \mu^{\{20\}} = 20$ vs. $H_1 : \mu^{\{20\}} \neq 20$

Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

- $x_1^{\{i\}}, \ldots, x_n^{\{i\}}$ mit $i = 5, 20$ Messungen der gezeichneten Längen
- Hypothesen:
  1. $H_0 : \mu^{\{5\}} = 5$ vs. $H_1 : \mu^{\{5\}} \neq 5$
  2. $H_0 : \mu^{\{20\}} = 20$ vs. $H_1 : \mu^{\{20\}} \neq 20$
- Statistische Tests zum Niveau $\alpha = 0.05$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(...)
```

Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

- $x_1^{\{i\}}, ..., x_n^{\{i\}}$ mit $i = 5, 20$ Messungen der gezeichneten Längen
- Hypothesen:
  1. $H_0 : \mu^{\{5\}} = 5$ vs. $H_1 : \mu^{\{5\}} \neq 5$
  2. $H_0 : \mu^{\{20\}} = 20$ vs. $H_1 : \mu^{\{20\}} \neq 20$
- Statistische Tests zum Niveau $\alpha = 0.05$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(...)
```

2a Zweiseitiger Einstichproben-t-Test (Normalverteilungsannahme kann nicht abgelehnt werden):

```
t.test(..., mu = i)$p.value
```

Modell, Hypothesen und statistische Auswertungsmethoden

- $x_1^{\{i\}}, ..., x_n^{\{i\}}$ mit $i = 5, 20$ Messungen der gezeichneten Längen
- Hypothesen:
  1. $H_0 : \mu^{\{5\}} = 5$ vs. $H_1 : \mu^{\{5\}} \neq 5$
  2. $H_0 : \mu^{\{20\}} = 20$ vs. $H_1 : \mu^{\{20\}} \neq 20$
- Statistische Tests zum Niveau $\alpha = 0.05$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(...)
```

2a Zweiseitiger Einstichproben-t-Test (Normalverteilungsannahme kann nicht abgelehnt werden):

```
t.test(..., mu = i)$p.value
```

2b Zweiseitiger Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (Normalverteilungsannahme wird abgelehnt):

```
wilcox.test(..., mu = i)$p.value
```

Definition (Transformation der Messwerte)

Transformation der Messwerte bedeutet, dass statt der Messwerte selbst eine Größe verwendet wird, die sich durch eine einfache Umrechnung aus den Messwerten ergibt. Für alle weiteren Analysen werden dann diese umgerechneten Werte verwendet. (Kleppmann 2020, S.95)

- Transformierte Werte:$y_1^{\{i\}}, ..., y_n^{\{i\}}$, $i = 5, 20$
- $y_j^{\{i\}} := \frac{x_j^{\{i\}} - i}{i}$ mit $j = 1, ..., n.$ $\quad i = 5, 20$
- $\tilde{\mu}^{\{5\}} := \frac{\mu^{\{5\}} - 5}{5}, \quad \tilde{\mu}^{\{20\}} := \frac{\mu^{\{20\}} - 20}{20}$
- Testfrage: Kann eine der vorgegebenen Längen besser hergestellt werden?

- Hypothesen: $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} = 0$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} \neq 0$ bzw. $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} = \tilde{\mu}^{\{20\}}$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} \neq \tilde{\mu}^{\{20\}}$

- Hypothesen: $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} = 0$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} \neq 0$ bzw. $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} = \tilde{\mu}^{\{20\}}$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} \neq \tilde{\mu}^{\{20\}}$

1. Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(y5 - y20)
```

- Hypothesen: $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} = 0$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} \neq 0$ bzw. $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} = \tilde{\mu}^{\{20\}}$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} \neq \tilde{\mu}^{\{20\}}$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(y5 - y20)
```

2a Normalverteilung nicht abgelehnt → auf Varianzhomogenität testen: $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ vs. $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$ mit:

```
var.test(y5, y20, alternative="two.sided")
```

Zweiseitige Zweistichproben-t-Tests:

- Hypothesen: $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} = 0$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} \neq 0$ bzw. $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} = \tilde{\mu}^{\{20\}}$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} \neq \tilde{\mu}^{\{20\}}$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(y5 - y20)
```

2a Normalverteilung nicht abgelehnt $\rightarrow$ auf Varianzhomogenität testen: $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ vs. $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$ mit:

```
var.test(y5, y20, alternative="two.sided")
```

Zweiseitige Zweistichproben-t-Tests:

2a.1 Annahme der Varianzhomogenität bleibt beibehalten:

```
t.test(y5, y20, paired = TRUE, var.equal = TRUE )
```

2a.2 Signifikante Abweichung von der Annahme:

```
t.test(y5, y20, paired = TRUE, var.equal = FALSE)
```

- Hypothesen: $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} = 0$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} - \tilde{\mu}^{\{20\}} \neq 0$ bzw. $H_0 : \tilde{\mu}^{\{5\}} = \tilde{\mu}^{\{20\}}$ vs. $H_1 : \tilde{\mu}^{\{5\}} \neq \tilde{\mu}^{\{20\}}$

1 Test auf Normalverteilungsannahme in R mit:

```
shapiro.test(y5 - y20)
```

2a Normalverteilung nicht abgelehnt → auf Varianzhomogenität testen: $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ vs. $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$ mit:

```
var.test(y5, y20, alternative="two.sided")
```

Zweiseitige Zweistichproben-t-Tests:

2a.1 Annahme der Varianzhomogenität bleibt beibehalten:

```
t.test(y5, y20, paired = TRUE, var.equal = TRUE )
```

2a.2 Signifikante Abweichung von der Annahme:

```
t.test(y5, y20, paired = TRUE, var.equal = FALSE)
```

2b Keine Normalverteilung: Zweistichproben-Wilcoxon-Test

```
wilcox.test(y5 - y20)$p.value
```

Beschreibung der Versuchsplanung

- Maximierung der Variation der Einflussvariable : Jede Stufe kommt gleich häufig vor.
- Minimierung der Störvariablen: Möglichst gleiche sonstigen Versuchsbedingungen: alle Teilnehmenden im gleichen Raum (aber alleine), gleiche Anweisungen (Konstanthaltung der Störvariablen)
- Identifizierbarkeit: alle Stufenkombinationen werden durchgeführt

Beschreibung der Versuchsplanung

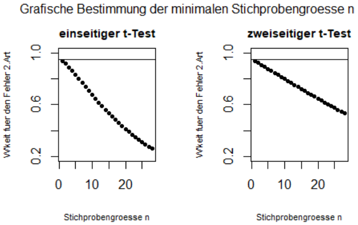
- Blockbildung (zur Eliminierung der Effekte von Störfaktoren): Papiergröße und Stiftgröße also 2^2 Blöcke
- Randomisierung der Zuteilung der Probanden zu den jeweiligen Kombinationen von Faktorstufe, Papiergröße, Stiftgröße und Versuchsleiterin
- Eliminierung: Entfernung aller Ablenkungen im Raum: visuell und auditiv
- Messung aller gezeichneten Längen von einer Versuchsleiterin : Messfehler zu reduzieren/konstanthalten

Versuchsplan

1. Grafische Bestimmung der minimalen Stichprobengröße

$\alpha = 0.05$, $\beta = 0.95$ und $\delta = 0.5$

Betrachte die Stichprobengröße n $\in [1, 28]$




```r
# f1 ist für die Stichprobengröße des einseitigen t-Test
  f1 <- function(x)
  {
    p1<-pt(q= qt(df=x-1,p=0.975), df=x-1, ncp=0.5*sqrt(x))
    p2<-pt(q=-qt(df=x-1,p=0.975), df=x-1, ncp=0.5*sqrt(x))
    p1-p2
  }

# f2 ist für die Stichprobengröße des zweiseitigen t-Test
  f2 <- function(x)
  {
    p1 <-pt(q= qt(df=2*(x-1),p=0.975), df=2*(x-1), ncp=0.5*sqrt(x/2))
    p2 <-pt(q=-qt(df=2*(x-1),p=0.975), df=2*(x-1), ncp=0.5*sqrt(x/2))
    p1-p2
  }
```

$\Rightarrow n > 0$

Versuchsplan (2/4)

- Faktor: Reihenfolge der Länge (2 Stufen)
- Block: Papiergröße (2 Stufen), Stiftgröße(2 Stufen)
- balanzierten Versuchsplan
  $\Rightarrow n = S_{Faktor} \cdot S_{Block\ A} \cdot S_{Block\ B} \cdot k = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot k = 8 \cdot k$
  mit k $\in \mathbb{N}_+$
- mögliche Probanden =28 $\Rightarrow$ k = 3 $\Rightarrow$ n=24 (Zufällig)
- Fehler 2.Art mit n=24 : ca.0.35 (einseitiger t-Test), ca.0.6 (zweiseitiger t-Test)

Versuchsplan (3/4)

```
library(agricolae)
library(knitr)

Plan <-design.ab(c(2,2,2,3), r=1, design = "crd", seed = 2021, serie = 0)$book
Plan_2 <- data.frame(Versuchseinheit=0,Papiergroesse= Plan$A,
                     Stiftgroesse=Plan$B, Reihenfolge=Plan$C, Versuchsleiterin=Plan$D)

Plan_2 <-Plan_2[with(Plan_2,order(Papiergroesse,Stiftgroesse)),]
Plan_2$Versuchseinheit <- 1:24
```

Tabelle: Versuchsplan 1.Hälfte

Einheit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Block A	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Block B	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
Faktor	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	1	2
Versuchsleiterin	1	3	2	3	1	2	2	3	2	1	3	1

Versuchsplan (4/4)

Tabelle: Versuchsplan 2.Hälfte

Einheit	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Block A	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Block B	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
Faktor	2	1	1	2	2	1	2	1	1	1	2	2
Versuchsleiterin	3	2	3	1	2	1	2	2	3	1	1	3

- Block A $\widehat{=}$ Papiergröße mit zwei Stufen: 1:= A4 und 2:= A3
- Block B $\widehat{=}$ Stiftgröße auch mit zwei Stufen: 1:= 0.5mm und 2:=2mm
- Faktor $\widehat{=}$ Reihenfolge der Längen: 1:= zuerst 5cm und 2:= zuerst 20cm

Literaturverzeichnis

- Kleppmann, Wilhelm, (2020),
  Versuchsplanung, 10. Aufl.,
  Carl Hanser Verlag, München.
- Die statistischen Berechnungen wurden mit R 3.6.3 durchgeführt
  (R Development Core Team 2020)