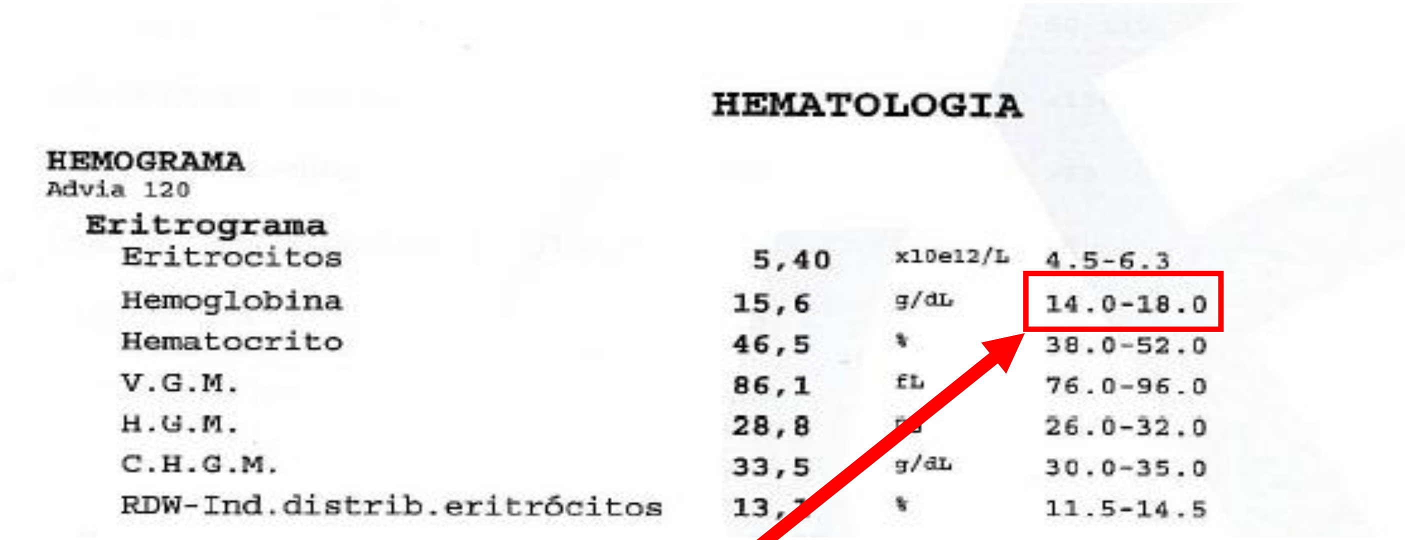
Introdução à Inferência Estatística

Quem ainda não fez análises clínicas?!!

Com certeza, já todos tentaram ler os resultados…



HEMATOLOGIA

HEMOGRAMA
Advia 120

Eritrograma

Eritrocitos	5,40	x10e12/L	4.5-6.3
Hemoglobina	15,6	g/dL	14.0-18.0
Hematocrito	46,5	%	38.0-52.0
V.G.M.	86,1	fL	76.0-96.0
H.G.M.	28,8	[illegible]	26.0-32.0
C.H.G.M.	33,5	g/dL	30.0-35.0
RDW-Ind.distrib.eritrócitos	13,[illegible]	%	11.5-14.5

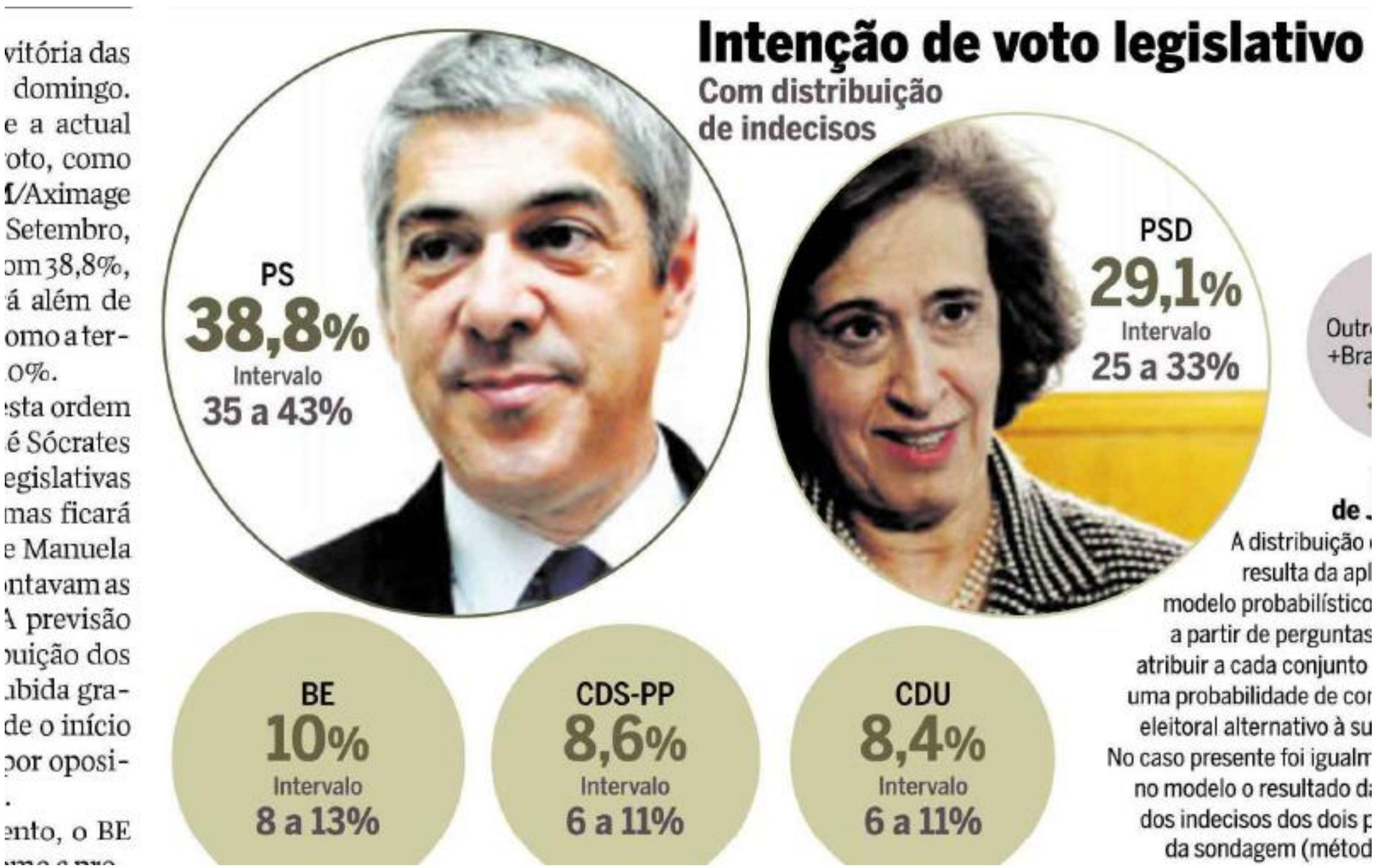
O que é este intervalo?

São os valores de referência para indivíduos adultos saudáveis do sexo masculino.

Correio da Manhã (25/09/2009, Legislativas 2009)

SONDAGEM CM ■ PSD COM RESULTADO ENTRE 25 E 33 POR CENTO

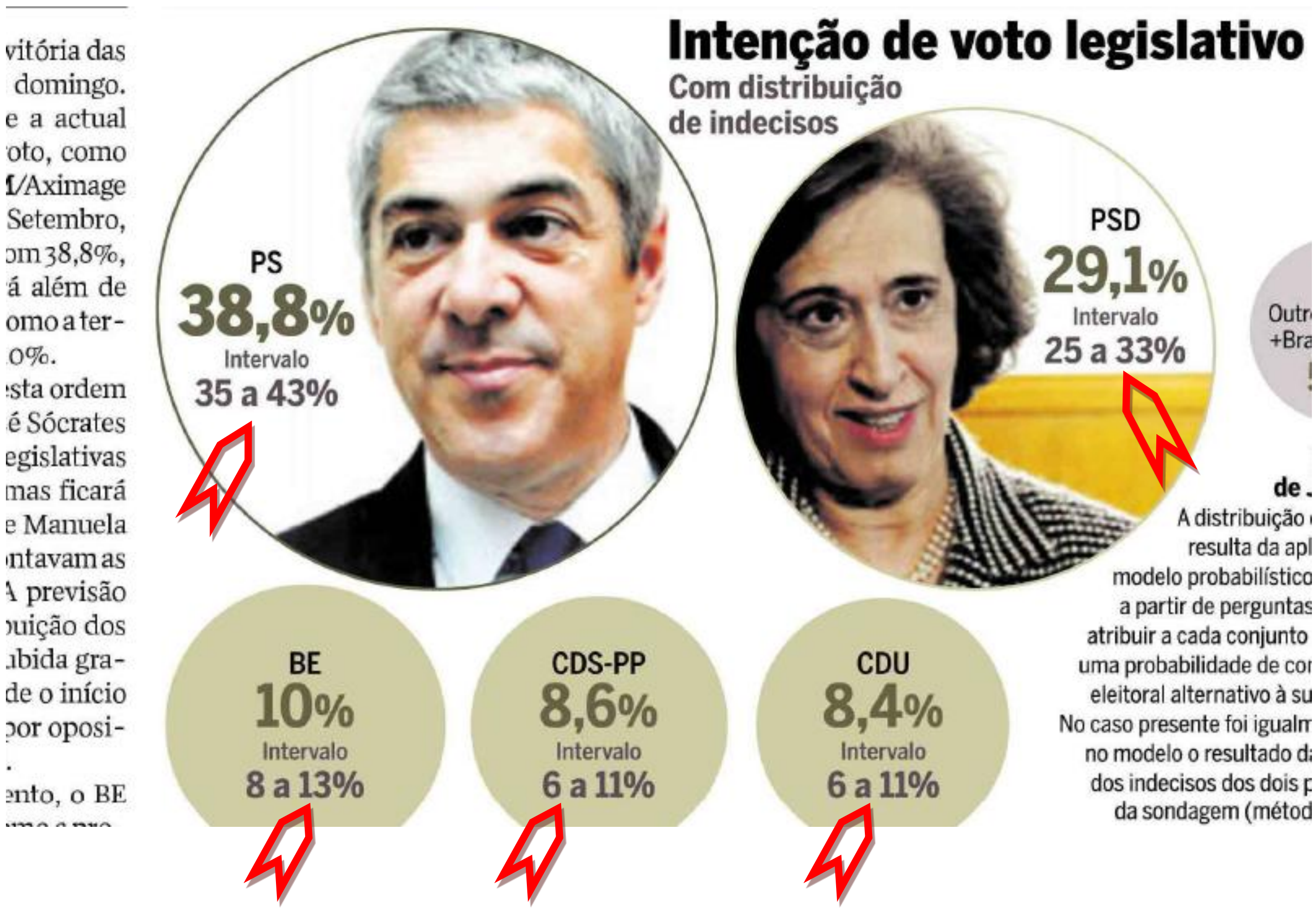
Com 38,8%, socialistas distanciam-se dos sociais-democratas



Correio da Manhã (25/09/2009, Legislativas 2009)

SONDAGEM CM ■ PSD COM RESULTADO ENTRE 25 E 33 POR CENTO

Com 38,8%, socialistas distanciam-se dos sociais-democratas



Correio da Manhã (18/02/2005, Legislativas 2005)

Se tomarmos 95% de probabilidade (ou melhor se admitirmos que é de 5% a probabilidade de rejeitarmos uma hipótese que, no entanto, seja verdadeira) obtemos os seguintes intervalos de confiança para as principais forças políticas

PSD	[27,3 - 32]
PS	[44,2 - 49,5]
CDS-PP	[5,4 - 9,3]
CDU	[5,1 - 9]
BE	[3,6 - 7,4]
O/B/N	[2,0 - 5,7]

Nota: Valores em percentagem

Expresso (18/02/2005, Legislativas 2005)

Maioria absoluta por um fio

(http://legislativas-2011.blogs.sapo.pt/70106.html)

Sondagem Eleições Legislativas 2011 Universidade Católica 1/6

Junho 01 2011

...

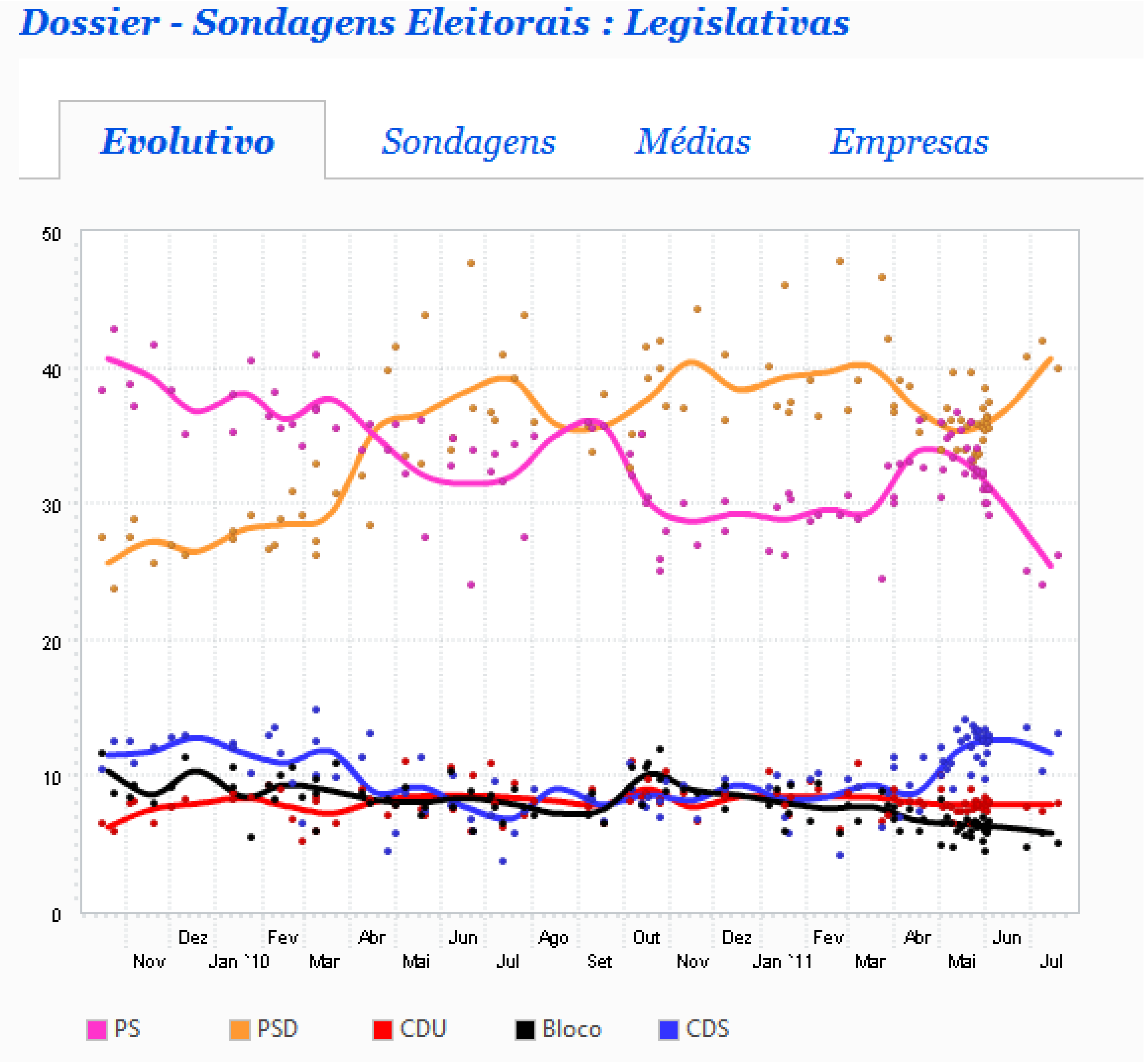
(http://legislativas-2011.blogs.sapo.pt/70106.html)

Sondagem Eleições Legislativas 2011 Universidade Católica 1/6
Junho 01 2011

...

"A sondagem, a primeira através de boletim depositado em urna, foi realizada entre os dias 28 e 29 de maio de 2011. Foram realizados 3963 inquéritos válidos a recenseados, residentes em Portugal continental. A **margem de erro** é de 1,6 por cento, com um **nível de confiança** de 95 por cento."

Eleições Legislativas 2011
(http://www.marktest.com/wap/a/p/id~112.aspx#g) → vamos visitar o site!!!



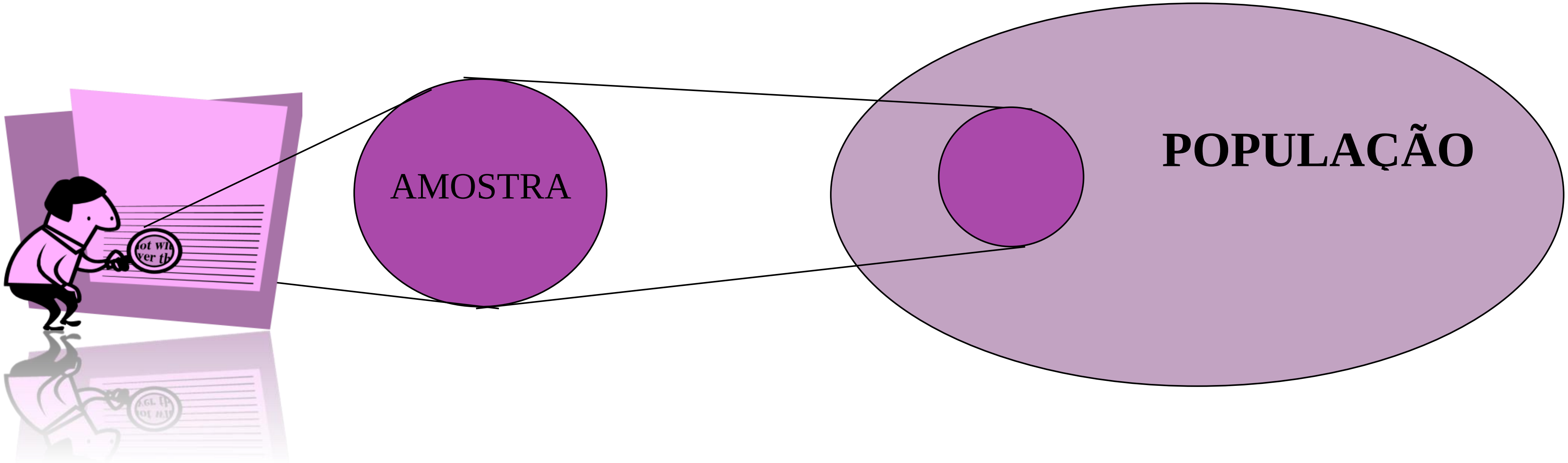
"As linhas do gráfico são obtidas pelas médias mensais para cada partido e posicionadas no meio do mês. Os pontos mostram os resultados das várias sondagens conduzidas, posicionadas segundo o último dia da recolha de informação."

Como se obtêm estes valores?

Através de um procedimento de **Inferência Estatística**.

O que é?

Através do estudo de uma amostra, tiramos conclusões que depois inferimos para toda a população.



Se tivermos a possibilidade de observar todos os elementos da população, não precisamos de fazer inferência estatística.

Mas isto em geral não é possível.

Já imaginaram o que seria tirar sangue a **todos** os seres humanos saudáveis?!!!

ou,

fazer sondagens eleitorais recolhendo o sentido de voto de **todos** os eleitores?!!!

Existem vários procedimentos de Inferência Estatística.

Nos exemplos apresentados foram usados procedimentos de **ESTIMAÇÃO**.

Serve para estimar o valor de um parâmetro desconhecido numa dada população.

A estimação de um parâmetro desconhecido de uma população pode ser feita por dois processos: ***Estimação Pontual*** e ***Estimação intervalar***.

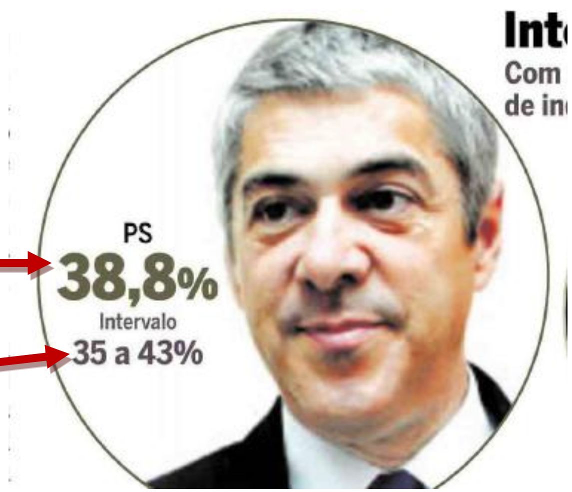
Exemplo

Na semana anterior às eleições, fazem-se sondagens para saber qual será a percentagem de votos no partido XPTO

→ **Estimação da proporção p**;

Estimação pontual

Estimação intervalar



Outro exemplo

Num processo de embalamento de pacotes de arroz, é preciso verificar regularmente a afinação da máquina.

Nomeadamente, é preciso verificar se,

em média, o peso dos pacotes é 1 Kg (μ=1 Kg)

e se

a variabilidade de pacote para pacote (medida através do desvio padrão σ) é pequena.

→ **Estimação da média, μ, e do desvio padrão, σ**

Mais exemplos...

(http://naturlink.sapo.pt/article.aspx?menuid=20&cid=4946&bl=1)

Pagamento de Sacos de Plástico Eleva a Reutilização para 50%

Quercus (03-06-09)

"O estudo da Quercus, com a colaboração da Universidade da Madeira, revela que o pagamento pelos sacos de plástico aumenta 50% a sua taxa de reutilização e optimisa o seu uso em 20%. A Quercus defende uma taxa obrigatória sobre cada saco."

...

"A análise dos dados revela que nos supermercados onde os sacos são oferecidos a utilização de sacos novos ocorre em 95% dos clientes (Intervalo de Confiança: 93%-97%), uma taxa muito maior do que aquela que ocorre nos supermercados onde os sacos são pagos (51%, Intervalo de Confiança: 47%-55%), revelando-se o pagamento dos sacos um forte contributo para a redução na produção de sacos de plásticos que inevitavelmente iriam contribuir para uma maior produção de resíduos."

...

Tabela de Dados		
Supermercados com sacos de plástico pagos (579 clientes observados)		
Saco comprado	51% (CI*: 47%-55%)	
Saco reutilizado	49% (CI: 45%-53%)	
Supermercados com sacos de plástico gratuitos (449 clientes observados)		
Saco oferecido	95% (CI: 93%-97%)	
Saco reutilizado	5% (CI: 3%-7%)	
Optimização de sacos		
	Sacos pagos	Sacos gratuitos
Cheio (2 a 3 terços da capacidade)	52% (CI: 46%-58%)	17% (CI: 14%-21%)
Meio (1 a 2 terços da capacidade)	40% (CI: 34%-45%)	60% (CI: 55%-65%)
Quase vazio (até 1 terço da capacidade	8,5% (CI: 5%-12%)	23% (CI: 19%-27%)

(http://www.beefpoint.com.br/cadeia-produtiva/carne-saude/canceres-nos-sistemas-linfatico-e-hematopoietico-e-consumo-de-carne-73795n.aspx)

Cânceres nos sistemas linfático e hematopoiético e consumo de carne

...

"Em uma análise **de mais de 1.500 casos** de NHL, pesquisadores (4) não observaram efeitos da ingestão de carnes vermelhas ou processadas nos riscos de NHL. Similarmente, outros pesquisadores em 1994 (5) **não encontraram diferença significante** no risco entre as categorias de maior e menor consumo de ingestão de carne processada."

Mais um exemplo:

Numa exploração de camarões de aquacultura, pretendia-se criar camarões com comprimento aproximadamente de 5 cm. Como saber qual o comprimento médio dos camarões daquela aquacultura?

Vamos medir todos os camarões desta exploração?

Não!

Solução?

Recolher uma **amostra** e fazer **inferência estatística**!

A amostra deve ser recolhida obedecendo a certos critérios, caso contrário, as conclusões decorrentes do estudo da amostra poderão **não ser válidas para toda a população**!

A amostra deve ser representativa da população !!

Amostras aleatórias

Elementos da amostra **escolhidas ao acaso,** isto é, **aleatoriamente**!

Dados obtidos numa amostra de tamanho 20 (em cm):

4	5	5	4.2	4.8	5.8	5.4	5.7	7.2	4
5	5.4	4	5.2	4.1	5.3	5.1	5.5	5.1	5.6

Estimativa pontual da **média μ** do comprimento dos camarões daquela exploração:

$$\bar{x} = \frac{4+5+5+4.2+4.8+\ldots+5.6}{20} = 5.07 \text{ cm}$$

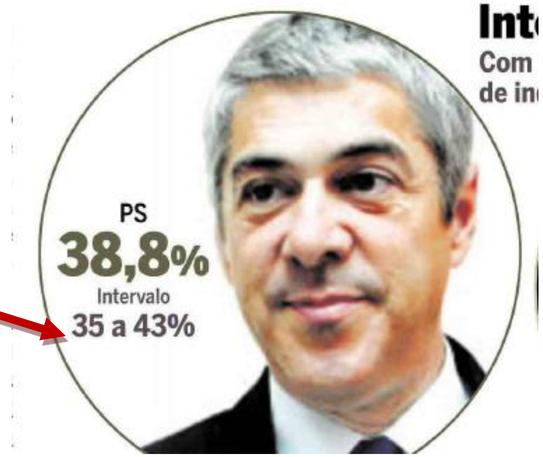
Estima-se que comprimento médio dos camarões daquela exploração seja 5.07 cm.

Mas..., qual o erro possível para esta estimação?

1 cm? 2 cm? ... 5 cm?

Também podemos estimar o comprimento médio dos camarões por meio de um **intervalo de confiança** (como nas sondagens eleitorais)

Intervalo de confiança



Um **INTERVALO DE CONFIANÇA** tem a vantagem de responder à última questão, pois dá-nos informação sobre a precisão da estimação. Além disso, ainda nos dá informação sobre a incerteza da estimação.

Estimação intervalar

A estimação intervalar consiste na determinação de um intervalo onde, com uma certa confiança, λ (probabilidade), esteja o parâmetro desconhecido a estimar θ.

$\lambda \rightarrow$ nível de confiança: probabilidade de o intervalo]L1, L2[conter o parâmetro θ

$$P(\theta \in]L1, L2[\,) = \lambda$$

O intervalo]L1, L2[é designado por intervalo de confiança para o parâmetro θ com um nível de confiança λ.

Correio da Manhã (18/02/2005, Legislativas 2005)

Se tomarmos 95% de probabilidade (ou melhor se admitirmos que é de 5% a probabilidade de rejeitarmos uma hipótese que, no entanto, seja verdadeira) obtemos os seguintes intervalos de confiança para as principais forças políticas

PSD	**[27,3 - 32]**
PS	**[44,2 - 49,5]**
CDS-PP	**[5,4 - 9,3]**
CDU	**[5,1 - 9]**
BE	**[3,6 - 7,4]**
O/B/N	**[2,0 - 5,7]**

Nota: Valores em percentagem

Exemplo (cont.):

Vamos admitir que o comprimento, em cm, de um camarão daquela exploração, X, segue uma distribuição normal:

$$X \sim N(\mu,\sigma^2)$$

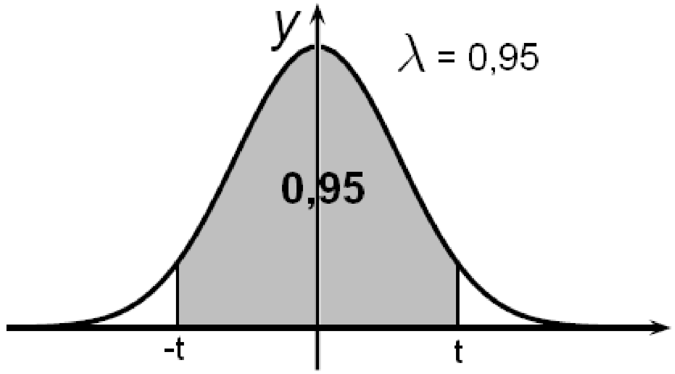
Como $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, o intervalo de confiança para **μ** é dada por (ver quadro):

$$\left(\overline{X} - t\frac{S}{\sqrt{n}};\overline{X} + t\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

onde ***t*** depende da confiança e é tal que $P(-t<T<t) = \lambda$, $T \sim t_{n-1}$.

Calculemos então o intervalo de confiança para o comprimento médio dos camarões μ, com um nível de confiança de 95%.

✓ Cálculo de **t** para uma confiança de 95% (λ=0.95)



P(-t<T<t) =0,95, com T ~ t_{19}

Então,

P(T<t)=0,975 $\Rightarrow$ **t =2,093** [EXCEL: `INVT(0,05;19)` ou `INVT(0,975;19)` na versão 2010]

✓ Cálculo de **s** → **desvio padrão da amostra**

→ **estimativa pontual** do desvio padrão populacional **σ**, i.e. do desvio padrão do comprimento dos camarões daquela exploração

$$s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20}(x_i-5.07)^2}=0.776$$

✓ Para a amostra recolhida obtém-se então o seguinte intervalo de confiança concreto

$$\bar{x} = 5.07\,\text{cm} \quad \text{e} \quad s = 0{,}776\ \text{cm}$$

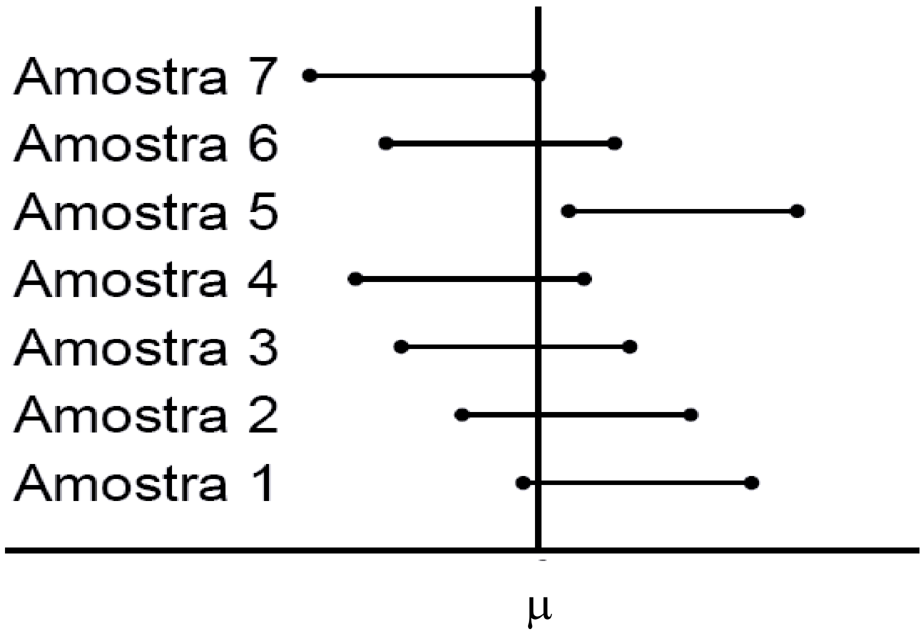
$$t = 2.093$$

$$[IC_{0.95}]_{\mu} = \left(\bar{x} - t\frac{s}{\sqrt{20}}, \bar{x} + t\frac{s}{\sqrt{20}} \right)$$

$$[IC_{0.95}]_{\mu} = \left(5.07 - 2.093\frac{0.776}{\sqrt{20}}, 5.07 + 2.093\frac{0.776}{\sqrt{20}} \right) = (4.707\ ;\ 5.433).$$

Conclusão: Podemos afirmar, com 95% de confiança, que o comprimento médio dos camarões daquela exploração é um valor entre 4.707 cm e 5.433 cm.

Interpretação



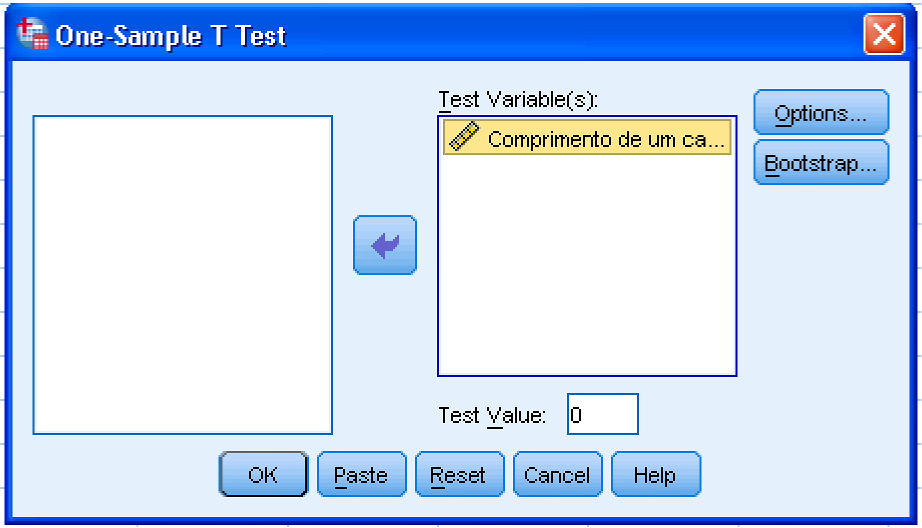
Recolhendo diversas amostras, e calculando para cada uma o intervalo de confiança correspondente, pode acontecer que alguns dos intervalos calculados não contenham de facto o valor real do comprimento médio dos

Contudo, a probabilidade de isto ocorrer é 1-0.95=0.05, i.e., apenas cerca de 5% destes intervalos falhará a estimação.

Se o nível de confiança é de 0,95, espera-se que 95% dos intervalos calculados com diferentes amostras incluam o valor μ.

SPSS:

Analyze/Compare Means/ One-Sample T Test …



One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Comprimento de um camarão	20	5,0700	,77602	,17352

One-Sample Test

	Test Value = 0					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Comprimento de um camarão	29,218	19	,000	5,07000	4,7068	5,4332

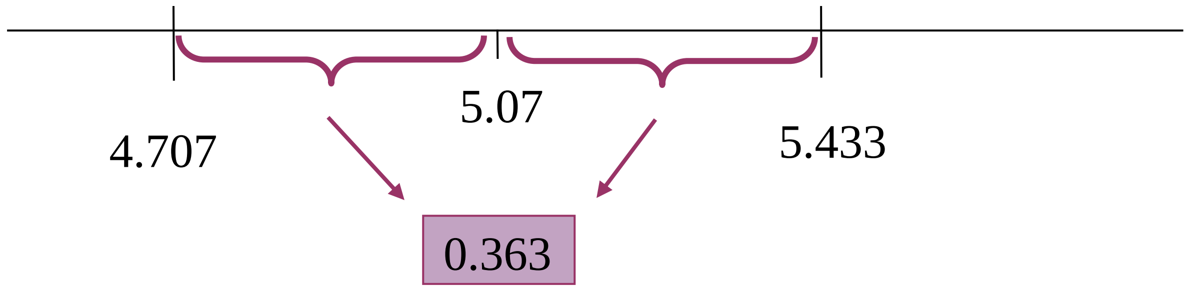
Resumo:

Estimativa pontual da **média μ** do comprimento dos camarões daquela exploração:

$$\bar{x} = 5.07 \text{ cm}$$

Estimativa intervalar da **média μ** (com informação da incerteza e precisão)

$$[IC_{0.95}]_{\mu} = \left(5.07 - 2.093\frac{0.776}{\sqrt{20}}, 5.07 + 2.093\frac{0.776}{\sqrt{20}}\right) = (4.707 ; 5.433).$$



Então, ao estimar o comprimento médio dos camarões daquela exploração em 5.07cm, o **erro cometido** não será superior a $2.093\frac{0.776}{\sqrt{20}} = 0.363$ cm, com uma confiança de 95%.

Uma vez que, com probabilidade λ, o parâmetro populacional μ está dentro do intervalo de confiança aleatório, então, o erro que cometemos usando $\overline{X}$ para estimar μ é, com probabilidade λ, inferior ou igual a $t\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ (metade da amplitude do intervalo).

Erro máximo=$t\dfrac{s}{\sqrt{n}}$

$$\mu \in \left(\overline{X} - t\frac{S}{\sqrt{n}} ; \overline{X} + t\frac{S}{\sqrt{n}} \right)$$

Intervalo centrado em $\overline{X}$ e com amplitude igual a $2t\dfrac{S}{\sqrt{n}}$

$\overline{X} - t\dfrac{S}{\sqrt{n}}$ $\qquad$ $\overline{X}$ $\qquad$ $\overline{X} + t\dfrac{S}{\sqrt{n}}$

Note que se a amostra tiver dimensão suficientemente grande, o intervalo de confiança será dada por (ver quadro):

$$\left(\overline{X} - z\frac{S}{\sqrt{n}}\,;\overline{X} + z\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

onde ***z*** depende da confiança e é tal que P(-*z*<*Z*<*z*) =λ, *Z* ~ ***N(0,1)***.

Ainda, se for conhecido o desvio padrão populacional σ (situação rara em aplicações reais), obviamente, no cálculo do intervalo de confiança usaremos σ em vez do seu estimador S, vindo

$$\left(\overline{X} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,;\overline{X} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Suponhamos que o investigador pretende diminuir a margem de erro (aumentar a precisão do intervalo), mantendo o nível de confiança.

Solução: aumentar a dimensão da amostra.

Se o investigador pretende recolher uma amostra suficientemente grande de modo a que, com uma certa confiança, o erro cometido na estimação seja menor ou igual a um valor especificado, então devemos ter uma dimensão amostral ***n*** tal que metade da amplitude do intervalo seja inferior ou igual a esse valor:

$$z\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \text{erro especificado}$$

onde ***z*** depende da confiança e é tal que P($-z<Z<z$) $=\lambda$, $Z \sim$ ***N(0,1)***.

No nosso exemplo, imaginemos que o investigador pretendia um erro máximo de 0,2 cm, para o mesmo nível de confiança.

O valor de z para uma confiança de 95% é 1.96

[EXCEL: `INV.NORMP(0,975)` ou `INV.S.NORM(0,975)` na versão 2010].

Como não conhecemos o valor do desvio padrão populacional, σ, usaremos o valor da sua estimativa em seu lugar,

$$z\frac{s}{\sqrt{n}} \leq 0{,}2 \Leftrightarrow \sqrt{n} \geq z\frac{s}{0{,}2} \Rightarrow n \geq \left(z\frac{s}{0{,}2}\right)^2$$

$$n \geq \left(1.96\frac{0{,}776}{0{,}2}\right)^2 \Leftrightarrow n \geq 57.83 \Rightarrow n \geq 58.$$

Seria necessário recolher uma amostra de pelo menos 58 camarões.

Testes de hipóteses

Consideremos os seguintes exemplos de hipóteses cuja veracidade interessa avaliar:

- o tempo médio de efeito de dois analgésicos não é o mesmo;
- a popularidade de determinado partido político aumentou;
- uma nova técnica de vendas conduz a um aumento dos produtos vendidos.

Conjecturas desta natureza podem ser testadas recorrendo a um conjunto de técnicas estatísticas designadas por **testes de hipóteses paramétricos**.

Neste tipo de testes de hipóteses o objectivo é avaliar se uma determinada conjectura sobre um parâmetro populacional é verdadeira.

Dada uma hipótese estatística sobre determinada população, a sua veracidade será facilmente determinada se for possível observar todos os elementos da população.

Contudo, em geral, isso não é possível; temos, quando muito, possibilidade de observar uma amostra da população.

Através dessa amostra vamos avaliar a veracidade da hipótese em estudo.

Se a amostra for consistente com a hipótese formulada, a hipótese é aceite, caso contrário é rejeitada.

Existem duas hipótese envolvidas em qualquer estudo deste tipo:

- a hipótese proposta pelo investigador – **H_1**, que se designa por **hipótese alternativa**;
- a negação desta hipótese – **H_0**, que se designa por **hipótese nula.**

Exemplos

(1) Para decidir se as lâmpadas de tipo A são melhores que as lâmpadas de tipo B, formulamos as hipóteses:

H_0 (hipótese nula): não há diferença entre os dois tipos de lâmpadas

H_1 (hipótese alternativa): as lâmpadas do tipo A são melhores que as lâmpadas tipo B.

(2) Considere-se o julgamento de uma pessoa acusada de ter cometido um delito. Em princípio a pessoa é inocente; é a acusação que tem de apresentar provas em contrário. Se não houver evidência nesse sentido, a pessoa continua a ser considerada não culpada.

As hipóteses são as seguintes:

H_0 (hipótese nula): o réu é inocente

H_1 (hipótese alternativa): o réu não é inocente, é culpado.

Se a acusação não conseguir provar que o réu é de facto culpado, decidir-se-á **não rejeitar H_0**.

No entanto, note-se que isto não significa aceitar H_0, isto é, aceitar que o réu seja realmente inocente; significa tão só que não há provas (não há evidência) para rejeitar a hipótese de que ele o seja, isto é não há evidencia para rejeitar H_0.

Por isso é **preferível dizer "não rejeitar H_0" a dizer "aceitar H_0"**.

Em qualquer estudo deste tipo partimos sempre da hipótese de que H_0 é verdadeira – é um pressuposto para desenvolver o teste – não havendo evidência para provar o contrário teremos de decidir não rejeitar H_0.

Relativamente ao exemplo anterior há duas possibilidades de tomar uma decisão errada:

- o juiz considera o réu culpado quando ele é de facto inocente:

  Rejeitar H_0 sendo H_0 verdadeira

- o juiz absolve o réu quando ele é de facto culpado:

  Não rejeitar H_0 sendo H_0 falsa.

Os dois tipos de erro que podem ser cometidos são os seguintes:

Erro tipo I: rejeitar H_0 sendo H_0 verdadeira (<u>erro de rejeição</u>)

Erro tipo II: não rejeitar H_0 sendo H_0 falsa (<u>erro de não rejeição</u>).

Notação: α = P(erro tipo I)→ probabilidade de cometer um erro tipo I

β = P(erro tipo II)→ probabilidade de cometer um erro tipo II

α é chamado o **nível de significância do teste.**

1-β é chamada a **potência do teste.**

Obviamente, é desejável que o nível de significância seja baixo e a potência elevada.

Para determinar se aceitamos ou rejeitamos a hipótese nula, utilizamos regras de decisão.

Podemos fazê-lo através do cálculo do *p-value* ou através da região critica - RC (*também designada por região de rejeição*).

Exemplo dos camarões de aquacultura:

Para classificar a categoria do camarão, pretende-se saber se o peso médio real é superior a 4.5cm.

Na amostra particular recolhida, observou-se um comprimento médio de 5.07 cm, mas será este valor suficientemente grande para termos evidência de que o comprimento real dos camarões daquela exploração é superior a 4.5cm?

As hipóteses são então:

H_0: $\mu = 4.5$cm

H_1: $\mu > 4.5$ cm → o comprimento médio real dos camarões é superior a 4.5cm

Recorde que podemos admitir que o comprimento, em cm, de um camarão daquela exploração, X, segue uma distribuição normal:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

A estatística do teste, sob o pressuposto de a hipótese nula ser verdadeira, é então (ver quadro):

$$T=\frac{\overline{X}-4.5}{S/\sqrt{20}} \sim t_{19}$$

Para que valores da estatística do teste será de rejeitar a hipótese nula?

Sabemos que a média da amostra $\overline{X}$ estima a média populacional μ.

Então, sendo o valor da média da amostra, $\overline{X}$, muito superior ao valor 4.5 proposto em H_0 para a média populacional μ, parece razoável que a decisão se encaminhe no sentido de rejeitar H_0 e aceitar que $\mu > 4.5$.

Por outras palavras, valores de $\overline{X}$ muito superiores a 4.5, apoiam a hipótese alternativa H_1 e levam-nos a rejeitar H_0. Ou, em termos da estatística de teste

$$T=\frac{\overline{X}-4.5}{S/\sqrt{20}},$$

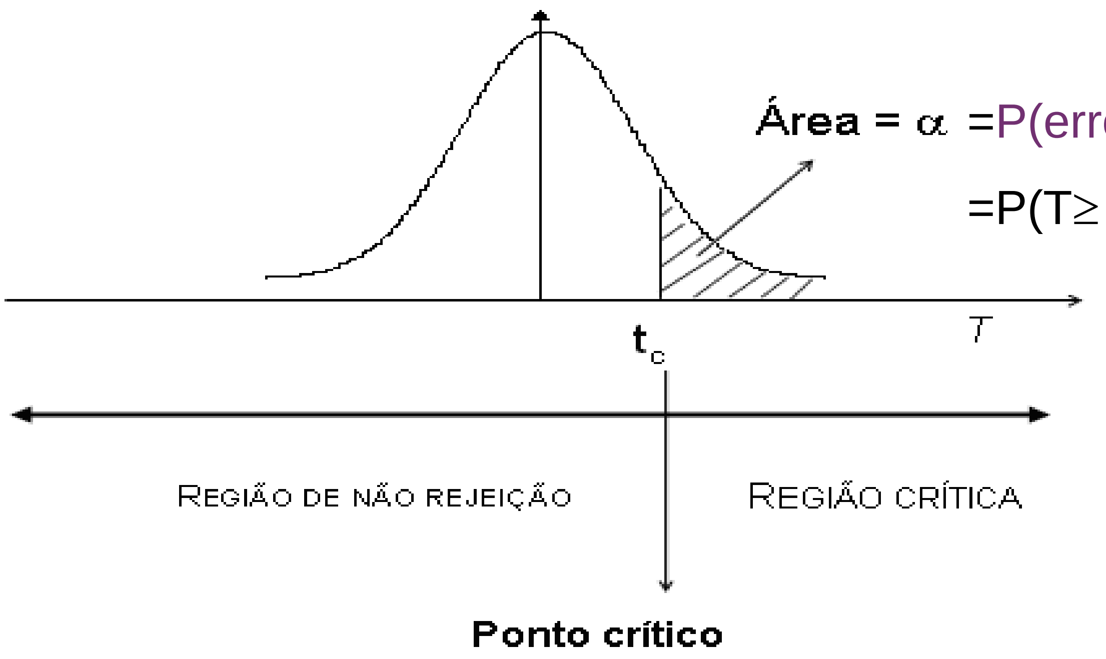
valores de **T** muito superiores a zero, apoiam a hipótese alternativa H_1 e levam-nos a rejeitar H_0.

Mas, como identificar o que é "muito superior"?

Isto é, o que é que se pode considerar como uma diferença significativa?

Por exemplo, se a média da amostra recolhida tivesse sido igual a 4.6, será de considerar que este valor difere significativamente do valor μ=4.5 proposto em H_0 e, consequentemente, aceitar a hipótese H_1: μ>4.5?

Ao ponto de separação $\mathbf{t_c}$, entre uma diferença significativa e uma diferença não significativa, dá-se o nome de **ponto crítico**.



Área = α $=P(\text{erro tipo I})=P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é verdadeira})$

$=P(T \geq t_c \mid H_0 \text{ é verdadeira})$

O ponto crítico t_c é tal que:
$P(T \geq t_c) = \alpha$, com $T \sim t_{19}$.

Denotando por **t_{obs}** o valor observado na amostra da estatística de teste T, a regra de decisão será:

rejeitar H_0 se $t_{obs} \geq t_c$; caso contrário não rejeitar H_0.

Para α = 0,05 e n = 20, tem-se

t_c = 1,729 [Excel: `INVT(0,1;19)` ou `INVT(0,95;19)` na versão 2010]

R.C.=[1.729,+∞[

Logo a regra de decisão será **rejeitar H0 se tobs ≥ 1,729, i.e., se tobs∈ R.C.**

Sabe-se que $\bar{x} = 5.07$cm e *s* = 0,776 cm, donde o valor observado na estatística do teste é

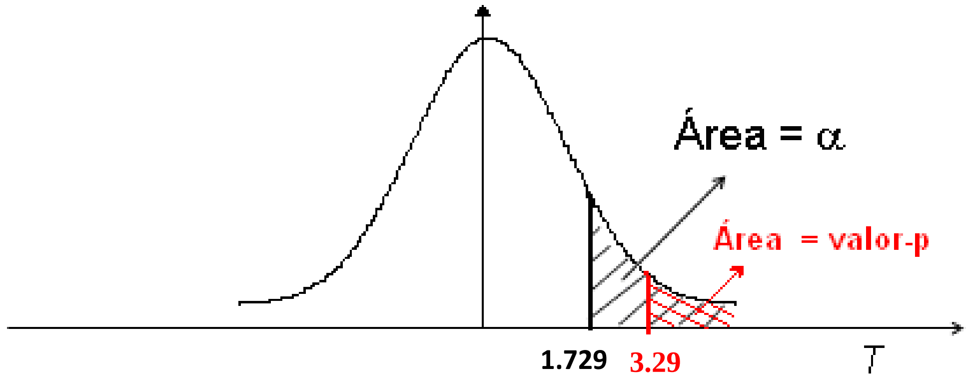
$$t_{obs} = \frac{5.07 - 4.5}{0.776 / \sqrt{20}} = 3.29$$

Como t_{obs} = 3.29 ∈ R.C., rejeita-se a hipótese nula ao nível de significância de 0,05. Isto é, há evidência estatística para concluir que o comprimento médio real dos camarões daquela exploração é superior a 4.5 cm.

Uma outra forma de determinar se aceitamos ou rejeitamos a hipótese nula é determinando o ***p-value***.

Calculemos o *p-value* associado ao nosso exemplo.
O valor observado da estatística de teste (t_{obs}) foi 3.29.

p-value = $P(T \geq t_{obs}) = P(T \geq 3.29) =$ **0,002** [Excel: `DISTT(3,29;19;1)` ou `DIST.T.DIR(3,29;19)` na versão 2010]



O ***p-value*** é o menor nível de significância para o qual se rejeita a hipótese nula.

A regra de decisão será então:

rejeitar H_0 se valor-p < α; caso contrário não rejeitar H_0.

Como valor-p = 0,002 < 0,05 rejeita-se a hipótese nula ao nível de significância de 0,05.

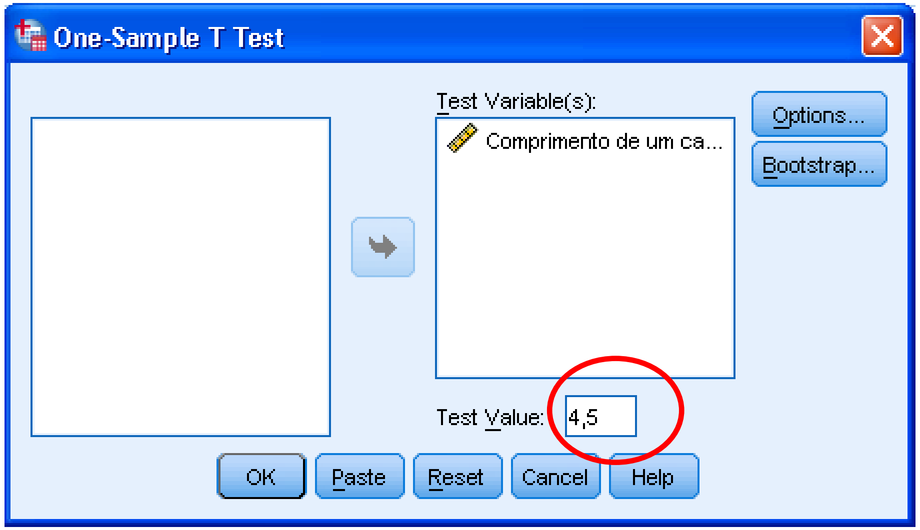
Isto é, há evidência estatística para afirmar que o comprimento médio dos camarões é de facto superior a 4.5cm.

Nota:

Na verdade, o Intervalo de confiança já nos permitia chegar a esta conclusão. De facto, dado que, com confiança a 95%, a média real do comprimento dos camarões é um valor entre 4.707 e 5.433, então é superior a 4.5.

SPSS:

Analyze/Compare Means/ One-Sample T Test …



One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Comprimento de um camarão	20	5,0700	,77602	,17352

One-Sample Test

	Test Value = 4.5					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Comprimento de um camarão	3,285	19	,004	,57000	,2068	,9332

p-value (unilateral) = 0.004/2=0.002

Testes Unilaterais e bilaterais

Sem perda de generalidade vamos considerar que o parâmetro em teste é a média de uma população μ.

1º $H_0: \mu = \mu_0$
$H_1: \mu > \mu_0$
Unilateral à direita

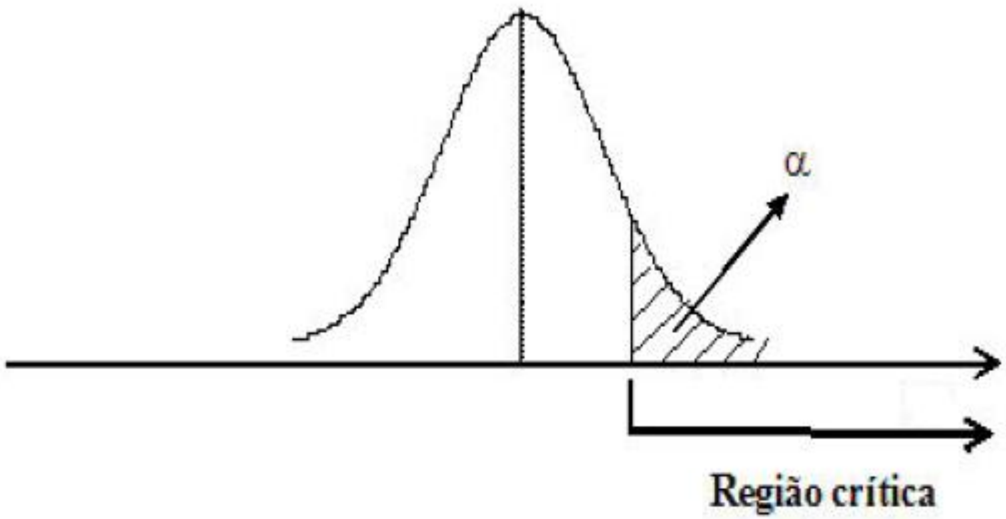
2º $H_0: \mu = \mu_0$
$H_1: \mu < \mu_0$
Unilateral à esquerda

3º $H_0: \mu = \mu_0$
$H_1: \mu \neq \mu_0$
Bilateral

1º - Teste Unilateral à direita

$H_0: \mu \leq \mu_0$ este caso reduz-se a $H_0: \mu = \mu_0$
$H_1: \mu > \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$

pois, valores da estatística de teste que nos levarão a rejeitar H_0 e concluir que $\mu > \mu_0$, também nos levarão a rejeitar qualquer valor menor do que μ_0.

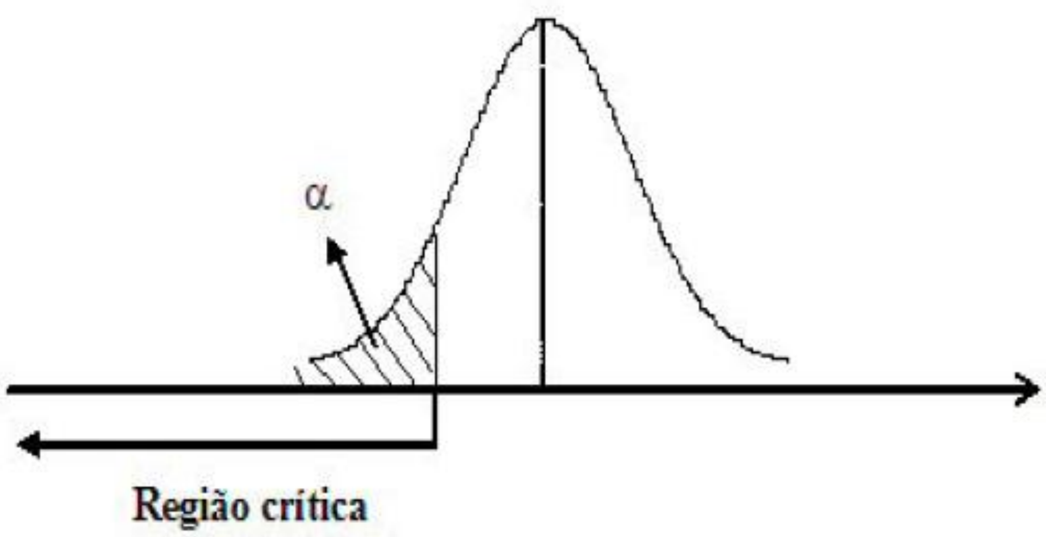


2º - Teste Unilateral à esquerda

$H_0: \mu \geq \mu_0$ este caso reduz-se a $H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu < \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$

pois, valores da estatística de teste que nos levarão a rejeitar H_0 e concluir que $\mu < \mu_0$, também nos levarão a rejeitar qualquer valor maior do que μ_0.



3º - Teste Bilateral

$$H_0: \mu = \mu_0$$
$$H_1: \mu \neq \mu_0$$