

## Compiladores

**Análise sintática (4)**  
Análise ascendente  
Autômatos Empilhar/Reduzir

## Lembrando: construir a tabela de análise LL(1)

- Como fazer ?
  - Re-escrever gramática para satisfazer condições de LL(1)
  - Calcular conjuntos First e Follow
  - Para cada produção  $A \rightarrow \alpha$ 
    1. Para cada  $a \in \text{First}(\alpha)$ 
      - incluir  $A \rightarrow \alpha$  em  $M[A, a]$
    2. Se  $\epsilon \in \text{First}(\alpha)$ 
      - incluir  $A \rightarrow \alpha$  em  $M[A, b]$  para cada  $b$  em  $\text{Follow}(A)$
    3. Se  $\epsilon \in \text{First}(\alpha)$  e  $\$ \in \text{Follow}(A)$ 
      - incluir  $A \rightarrow \alpha$  to  $M[A, \$]$
  - Todas entradas não definidas são erros

## Plano da aula

- Transformação de Gramática
- Análise bottom-up (ascendente): princípios gerais
  - Vocabulário
  - Exemplos
- Analisador com pilha (reduz/empilha)
- Gramática LR
  - Tabelas LR.

## Top-Down x Bottom Up

Gramática:  $S \rightarrow A B$       Entrada:  $ccbca$   
 $A \rightarrow c \mid \epsilon$   
 $B \rightarrow cbB \mid ca$

Top-Down/Esquerda		Bottom-Up/Direita	
$S \Rightarrow AB$	$S \rightarrow AB$	$ccbca \Leftarrow Acbca$	$A \rightarrow c$
$\Rightarrow cB$	$A \rightarrow c$	$\Leftarrow AcbB$	$B \rightarrow ca$
$\Rightarrow ccbB$	$B \rightarrow cbB$	$\Leftarrow AB$	$B \rightarrow cbB$
$\Rightarrow ccbca$	$B \rightarrow ca$	$\Leftarrow S$	$S \rightarrow AB$

## Redução – exemplo 1

$S \rightarrow aABe$        $abbcde$   
 $A \rightarrow Abc \mid b$   
 $B \rightarrow d$

**Redução** = substituição do lado direito de uma produção pelo não terminal correspondente (lado esquerdo)

## Redução – exemplo 1

$S \rightarrow aABe$        $a**b**bcde$   
 $**A** \rightarrow Abc \mid **b**$        $a**A**bcde$   
 $B \rightarrow d$

### Redução – exemplo 1

$S \rightarrow aABe$        $abbcde$   
 $A \rightarrow Abc \mid b$        $aAbcde$   
 $B \rightarrow d$

**handle** = sequência de símbolos do lado direito da produção, tais que suas reduções levam, no final, ao símbolo inicial da gramática

### Redução – exemplo 1

$S \rightarrow aABe$        $abbcde$   
 $A \rightarrow Abc \mid b$        $aAbcde$   
 $B \rightarrow d$        $aAde$

### Redução – exemplo 1

$S \rightarrow aABe$        $abbcde$   
 $A \rightarrow Abc \mid b$        $aAbcde$   
 $B \rightarrow d$        $aAde$

### Redução – exemplo 1

$S \rightarrow aABe$        $abbcde$   
 $A \rightarrow Abc \mid b$        $aAbcde$   
 $B \rightarrow d$        $aAde$   
                           $aABe$

### Redução – exemplo 1

$S \rightarrow aABe$        $abbcde$   
 $A \rightarrow Abc \mid b$        $aAbcde$   
 $B \rightarrow d$        $aAde$   
                           $aABe$   
                           $S$

### Redução – exemplo 2

$E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E * E$        $id + id * id$   
 $E \rightarrow (E) \mid id$

### Redução – exemplo 2

$E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E * E$        $\text{id} + \text{id} * \text{id}$   
 $E \rightarrow (E) \mid \text{id}$        $\text{E} + \text{id} * \text{id}$

### Redução – exemplo 2

$E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E * E$        $\text{id} + \text{id} * \text{id}$   
 $E \rightarrow (E) \mid \text{id}$        $E + \text{id} * \text{id}$   
                           $E + \text{E} * \text{id}$

### Redução – exemplo 2

$E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E * E$        $\text{id} + \text{id} * \text{id}$   
 $E \rightarrow (E) \mid \text{id}$        $E + \text{id} * \text{id}$   
                           $\text{E} + \text{E} * \text{id}$   
                           $\text{E} * \text{id}$

### Redução – exemplo 2

$E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E * E$        $\text{id} + \text{id} * \text{id}$   
 $E \rightarrow (E) \mid \text{id}$        $E + \text{id} * \text{id}$   
                           $E + \text{E} * \text{id}$   
                           $E * \text{id}$   
                           $E * \text{E}$

### Redução – exemplo 2

$E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E * E$        $\text{id} + \text{id} * \text{id}$   
 $E \rightarrow (E) \mid \text{id}$        $E + \text{id} * \text{id}$   
                           $E + \text{E} * \text{id}$   
                           $E * \text{id}$   
                           $\text{E} * \text{E}$   
                           $\text{E}$

### Ações bottom-up (empilha-reduz)

- A análise Bottom-Up vai necessitar:
  - De uma pilha para guardar os símbolos
  - De um buffer de entrada para a sentença  $w$  a ser reconhecida.
- Operações lícitas:
  - **empilha (shift):**
    - coloca no topo da pilha o símbolo que está sendo lido e avança o cabeçote de leitura na string
  - **reduz (reduce):**
    - substitui o handle no topo da pilha pelo não terminal correspondente
  - **aceita:**
    - reconhece que a sentença foi gerada pela gramática
  - **erro:**
    - ocorrendo erro de sintaxe, chama uma subrotina de atendimento a erros

### Ações bottom-up: 3 problemas

- **Problema 1:** Como decidir qual lado direito de produção trocar pelo lado esquerdo (redução) ?

### Ações bottom-up: 3 problemas

- **Problema 1:** Como decidir qual lado direito de produção trocar pelo lado esquerdo (redução) ?
  - Ler entrada da esquerda para direita
  - Em algumas situações uma escolha aparece:

1. ler mais um caractere da entrada

ou

2. aplicar redução

$S \rightarrow abc \mid a$

Análise	Entrada	Ação
\$	abc\$	Ler
a\$	bc\$	Ler
ab\$	c\$	Ler
abc\$		Redução
S\$	\$	Aceitar

### Ações bottom-up: 3 problemas

- **Problema 1:** Como decidir qual lado direito de produção trocar pelo lado esquerdo (redução)?
  - conflito reduce/reduce
- **Problema 2:** Como escolher entre ler ou aplicar a redução?
  - Conflito Shift / Reduce
- **Problema 3:** Como guardar o substring que está sendo analisando?
  - Pode ser uma combinação de 1 ou mais símbolos (terminais ou não-terminais)
  - Pilha

$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid id$

Pilha	Entrada	Ação
\$	id + id * id	shift
\$id	+ id * id	Reduce $E \rightarrow id$
\$E	+ id * id	shift
\$E+	id * id	shift
\$E+id	* id	Reduce $E \rightarrow id$
\$E+E	* id	Reduce $E \rightarrow E + E$
\$E	* id	shift
\$E*	id	shift
\$E*id	\$	Reduce $E \rightarrow id$
\$E*E	\$	Reduce $E \rightarrow E * E$
\$E	\$	aceita!

### Ações em Parsing Empilha-Reduz

- Reduz
  - Se:
    - $\gamma\alpha$  está na pilha
    - $A \rightarrow \alpha$
    - existe um  $\beta \in T^*$  tal que  $S \Rightarrow^* \gamma A \beta \Rightarrow \gamma \alpha \beta$
  - Então:
    - Pode-se remover o "handle"  $\alpha$ ;
    - Reduz-se  $\gamma \beta$  para  $\gamma A$  na pilha
  - $\gamma\alpha$  é um **prefixo viável**
    - Ele pode derivar numa sequência de terminais
- Shift (empilha)
  - Empilhar o terminal, avançar entrada
- Erro
- Aceitar

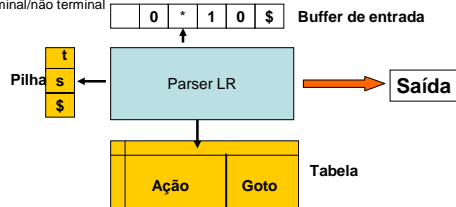
### Várias soluções para o parsing Bottom-Up

- O parsing bottom-up é mais poderoso do que o parsing Top-Down
  - Regras aplicadas em reverso
  - Pode "adiar decisões" de reduções
    - Pode usar mais de um símbolo na entrada para tomar a decisão.
- Vários algoritmos para o parsing **Shift-Reduce** (empilha-reduz):
  - LR(0)
  - SLR(1)
  - LR(1)
  - LALR(1)

## Parsing LR

- **Parser baseado em tabelas**
  - Lê a entrada de esquerda para direita (L)
  - Cria derivações mais a direita (R)
- **Usa um autômato finito com pilha**
  - Cada estado representa produções da gramática
  - Transições são feitas a cada terminal/não terminal

Estruturas de dados:  
 Pilha de estados (s) e símbolos  
 Tabela de ações: Action[s,t]; t ∈ T  
 Tabela de transições: Goto[s,X]; X ∈ N



## Tabela Ação/Transição (LR)

- **Ação:** A partir de um estado s e de um terminal t, Ação[s, t] indica:
  - Se se faz um shift S (empilha) ou um Reduce R (reduz) ao ler o símbolo 'a' na entrada.
  - Caso S: indica também o estado a empilhar;
    - Fazer:
      - empilhar o estado e avançar na leitura.
  - Caso R: indica também a regra a reduzir e, **a seguir**, aplica uma Transição.
    - Fazer:
      - depilhar tantos estados como símboloS reduzidoS;
      - empilhar o estado alvo do Goto(topo Pilha, Símbolo reduzido).
- **Transição (goto):** a partir de um estado s e de um não-terminal X, Goto[s, X] indica o próximo estado a empilhar.

## Exemplo de uso de tabela Ação/Transição

- Gramática usada:

$$S \rightarrow T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F$$

$$F \rightarrow id \mid ( T )$$

## Tabela Ações/Transições

Ações                      Goto

	*	(	)	id	\$	E	T	F
0		S5		S8			2	1
1	R1	R1	R1	R1	R1			
2	S3				Ok!			
3		S5		S8				4
4	R2	R2	R2	R2	R2			
5		S5		S8			6	1
6	S3			S7				
7	R4	R4	R4	R4	R4			
8	R3	R3	R3	R3	R3			

## Tabela Ações/Transições

Ações      Terminais      Goto      Não-Terminais

	*	(	)	id	\$	E	T	F
0		S5		S8			2	1
1	R1	R1	R1	R1	R1			
2	S3				Ok!			
3		S5		S8				4
4	R2	R2	R2	R2	R2			
5		S5		S8			6	1
6	S3			S7				
7	R4	R4	R4	R4	R4			
8	R3	R3	R3	R3	R3			

## Tabela Ações/Transições

Terminais                      Não-Terminais

	*	(	)	id	\$	E	T	F
0		S5		S8			2	1
1	R1	R1	R1	R1	R1			
2	S3				Ok!			
3		S5		S8				4
4	R2	R2	R2	R2	R2			
5		S5		S8			6	1
6	S3			S7				
7	R4	R4	R4	R4	R4			
8	R3	R3	R3	R3	R3			

## Tabela Ações/Transições

		*	(	)	id	\$	E	T	F
0		S5		S8				2	1
1	R1	R1	R1	R1	R1				
2	S3				Ok!				
3		S5		S8					4
4	R2	R2	R2	R2	R2				
5		S5		S8				6	1
6	S3		S7						
7	R4	R4	R4	R4	R4				
8	R3	R3	R3	R3	R3				

## Análise de "(id)\*id" (1/2)

Stack	Input	Action
0	( id ) * id \$	Shift S5
0 5	id ) * id \$	Shift S8
0 5 8	) * id \$	Reduz 3 F→id, pop 8, goto [5,F]=1
0 5 1	) * id \$	Reduz 1 T→F, pop 1, goto [5,T]=6
0 5 6	) * id \$	Shift S7
0 5 6 7	* id \$	Reduz 4 F→(T), pop 7 6 5, goto [0,F]=1
0 1	* id \$	Reduz 1 T→F pop 1, goto [0,T]=2

Productions
1 T → F
2 T → T * F
3 F → id
4 F → (T)

## Análise de "(id)\*id" (2/2)

Stack	Input	Action
0 1	* id \$	Reduz 1 T→F, pop 1, goto [0,T]=2
0 2	* id \$	Shift S3
0 2 3	id \$	Shift S8
0 2 3 8	\$	Reduz 3 F→id, pop 8, goto [3,F]=4
0 2 3 4	\$	Reduz 2 T→T * F pop 4 3 2, goto [0,T]=2
0 2	\$	Aceitar

## Construindo tabelas LR

- Para montar as tabelas, precisa-se:
  - Definir os estados,
  - Definir os Gotos/Ações
- Os estados devem capturar o andamento na análise de quais símbolos podem ser reduzidos.
  - Vai-se dever calcular quais conjuntos de símbolos podem ser considerados como handles.
  - Noção de ponto / fechamento.
- Os gotos e as ações vão ser definidos graças ao cálculo das transições entre os estados.
  - Tendo analisado que tenho um handle, quais símbolos podem aparecer depois?
  - Sucessor(.)

## Cálculo dos conjuntos de itens canônicos LR

- A tabela pre-calcula todas as derivações possíveis a partir de um dado ponto de análise Left → Right da entrada.
- Parte de noção de configuração ou **item** LR(0) associado a uma regra (ou conjunto de regras)
  - = uma regra da gramática com um 'ponto' em algum lugar à direita.
- Exemplo: a regra  $T \rightarrow T * F$  possui quatro **itens**:
  - $T \rightarrow \bullet T * F$
  - $T \rightarrow T \bullet * F$
  - $T \rightarrow T * \bullet F$
  - $T \rightarrow T * F \bullet$
  - O ponto  $\bullet$  representa até onde foi feita a análise
- Quer-se calcular os conjuntos canônicos de itens
  - = todos os itens alcançáveis a partir de um conjunto de regras da gramática.
- Cada conjunto será um **estado** do parser LR
- Similar à conversão de AFND para AFD

## Cálculo dos conjuntos

- Propriedade de Fechamento:**
  - Se  $T \rightarrow X_1 \dots X_i \bullet X_{i+1} \dots X_n$  está em um conjunto, e  $X_{i+1}$  é um não-terminal que deriva em  $\alpha$  (i.e.: **existe a regra**  $X_{i+1} \rightarrow \alpha$ ), então também entra no conjunto:
 
$$X_{i+1} \rightarrow \bullet \alpha$$
  - Itera-se essa operação
    - Calcula-se o conjunto como um ponto fixo
- Ponto inicial:**
  - Acrecenta-se um não-terminal  $S'$  à gramática
  - Adiciona-se uma produção  $S' \rightarrow S$
  - Conjunto de itens Inicial é:
 
$$\text{fechamento}(S' \rightarrow \bullet S)$$

## Exemplo: fechamento( $S' \rightarrow \bullet T$ )

$S' \rightarrow T$   
 $T \rightarrow F \mid T * F$   
 $F \rightarrow id \mid ( T )$

$S' \rightarrow \bullet T$   
 $T \rightarrow \bullet F$   
 $T \rightarrow \bullet T * F$   
  
 $F \rightarrow \bullet id$   
 $F \rightarrow \bullet ( T )$

Estado 0

## Sucessor( $C, X$ )

- É o segundo procedimento útil para montar a tabela LR
  - Pega em argumento um conjunto de itens  $C$  e um símbolo  $X$
  - Retorna um conjunto de itens
  - Informalmente: "mover o ponto pelo símbolo  $X$ "
- Cálculo do sucessor a partir do estado  $e0$  ao ler  $X$ :
  - mover ponto para direita em todos os itens de  $e0$  onde o ponto precede  $X$ 
    - Para todas as regras  $A \rightarrow \alpha \bullet X \beta$  em  $C$ , retorna  $A \rightarrow \alpha X \bullet \beta$
  - Calcular o fechamento deste conjunto de itens.
  - Esse novo estado será  $\text{sucessor}(e0, X)$

## Exemplo de Sucessor

$e0 = \text{Estado } 0 =$

$\{S' \rightarrow \bullet T, T \rightarrow \bullet F, T \rightarrow \bullet T * F, F \rightarrow \bullet id, F \rightarrow \bullet ( T )\}$

$\text{Sucessor}(e0, "(") = ?$

$\text{Fechamento}(F \rightarrow \bullet ( T ))$

$= \{$   
 $\quad F \rightarrow ( \bullet T )$   
 $\quad T \rightarrow \bullet F,$   
 $\quad T \rightarrow \bullet T * F,$   
 $\quad F \rightarrow \bullet id,$   
 $\quad F \rightarrow \bullet ( T )$   
 $\quad \}$

$S' \rightarrow T$   
 $T \rightarrow F \mid T * F$   
 $F \rightarrow id \mid ( T )$

## Construção dos Conjuntos de Itens

- Família de conjuntos de itens
  - Cada conjunto será um **estado** do parser

**proc** items( $G'$ )

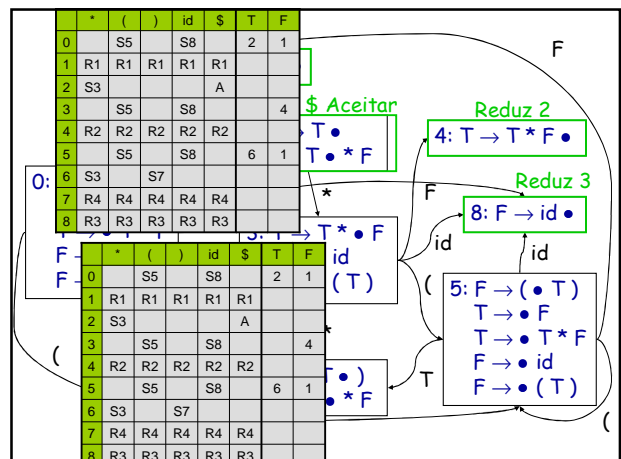
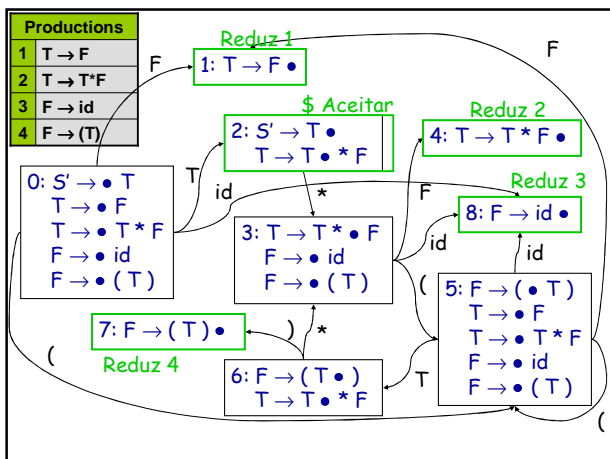
$C = \text{fechamento}(\{S' \rightarrow \bullet S\});$

**do** **foreach**  $l \in C$  **do**

**foreach**  $X \in (N \cup T)$  **do**

$C = C \cup \text{Sucessor}(l, X);$

**while**  $C$  é modificado;



## Construção Tabela LR(0)

1. Construir  $F = \{I_0, I_1, \dots, I_n\}$ 
  - $I_0$  é o estado inicial
2. a) Se  $\{S' \rightarrow S\bullet\} \in I_i$   
então ação[i,\$] = aceitar
- b) Se  $\{A \rightarrow \alpha\bullet\} \in I_i$  e  $A \neq S'$   
então ação[i,\$] = reduzir  $A \rightarrow \alpha$
- c) Se  $\{A \rightarrow \alpha\bullet a\beta\} \in I_i$  e  $\text{Sucessor}(I_i, a) = I_j$   
então ação[i,a] = shift j
3. Se  $\text{Sucessor}(I_i, A) = I_j$  então goto[i,A] = j
4. Todas as entradas não definidas são erros

## Observações

- LR(0) sempre reduz se  $\{A \rightarrow \alpha\bullet\} \in I_i$ , sem lookahead
- Ítems Shift e Reduce podem estar no mesmo conjunto de configurações
- Pode haver mais de um ítem reduce por conjunto
- Problema com  $A \rightarrow \epsilon$

## LR(0) é fraco, considere:

$S' \rightarrow T$   
 $T \rightarrow F \mid T * F$   
 $F \rightarrow id \mid ( T )$   
 $F \rightarrow id = T$   
 $T \rightarrow id$

5:  $F \rightarrow id \bullet$   
 $F \rightarrow id \bullet = T$   
 ...  
 Conflito Shift/reduce!

2:  $F \rightarrow id \bullet$   
 $T \rightarrow id \bullet \dots$   
 Conflito Reduce/Reduce!

## Sumário

- A análise bottom-up usa:
  - Handles, para determinar qual cadeia reduzir;
  - Tabelas LR (Goto/Transições) para determinar quais reduções e shifts efetuar.
- Usa-se um autômato de estados finitos, com uma pilha, para reconhecer uma sentença.
  - Construído a partir dos ítems canônicos
    - Fechamento + propagação
- Vimos o LR(0) que é limitado.
  - Como melhorar o algoritmo?