Uma proposta de Range min-Max tree k-ária para consultas sobre árvores sucintas

Defesa de TCC

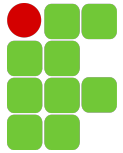
Danyelle da Silva Oliveira Angelo

Orientador: Prof. Me. Daniel Saad Nogueira Nunes

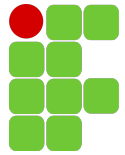
Banca examinadora: Prof. Me. João Victor de Araujo Oliveira e
Prof. Dr. Felipe Alves da Louza

Instituto Federal de Brasília, Câmpus Taguatinga

14 de setembro de 2021



Sumário



Sumário

Dados nunca dormem

Figura: Infográfico: Data Never Sleeps 8.0

Aumento na produção de dados

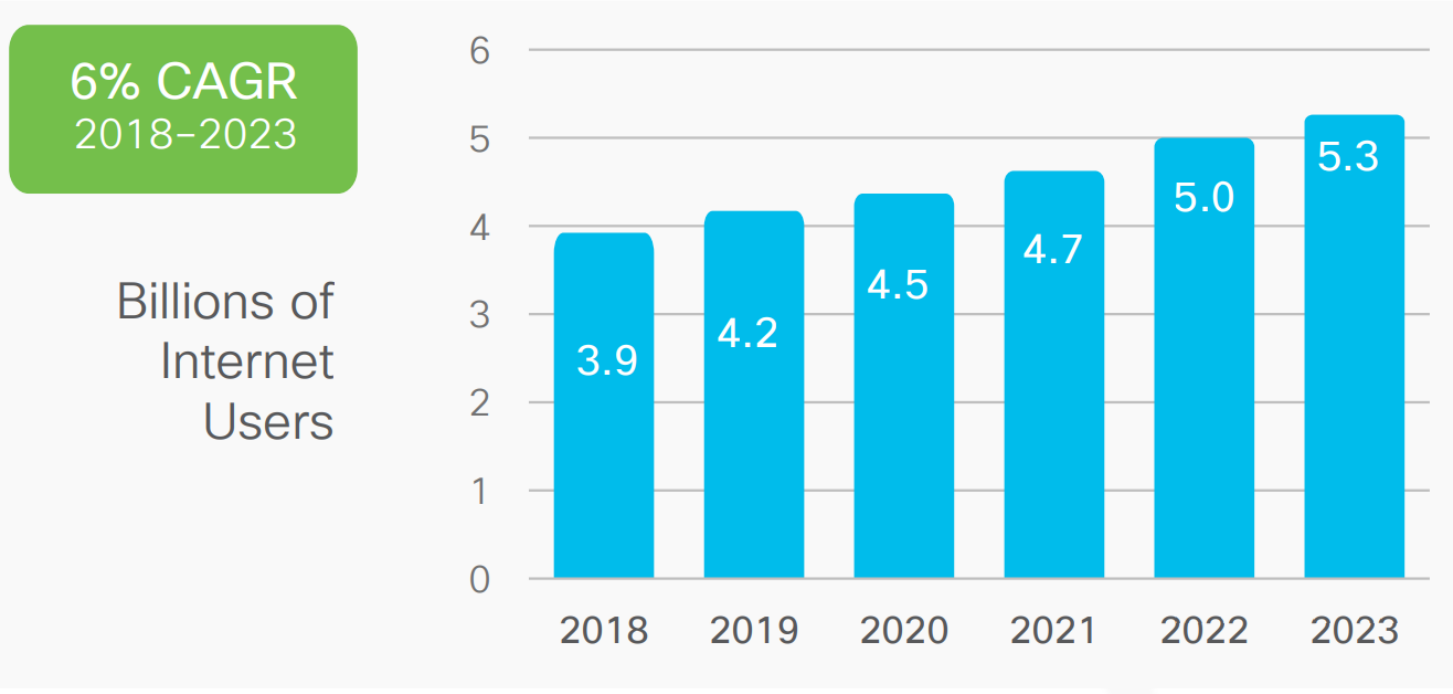


Figura: Número de usuários conectados à internet

Fonte: Cisco [2020]

Aumento na produção de dados

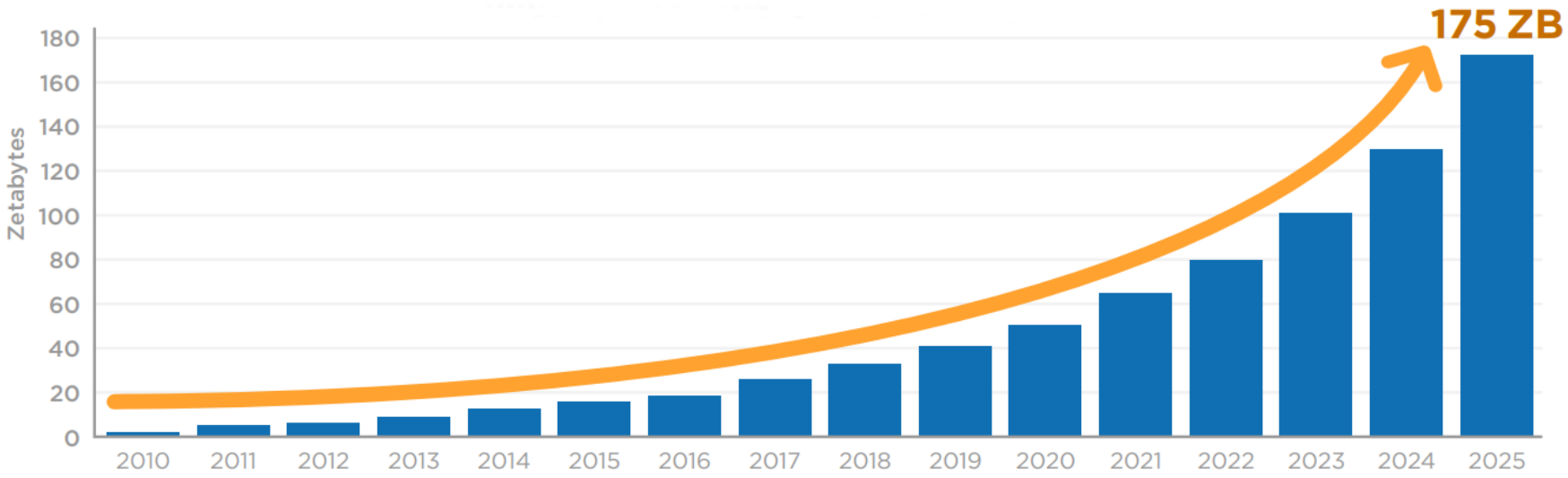


Figura: Esfera global de dados por ano

Fonte: Reinsel et al. [2018]

Segmentação da indústria e Gargalo de Von-Neumann

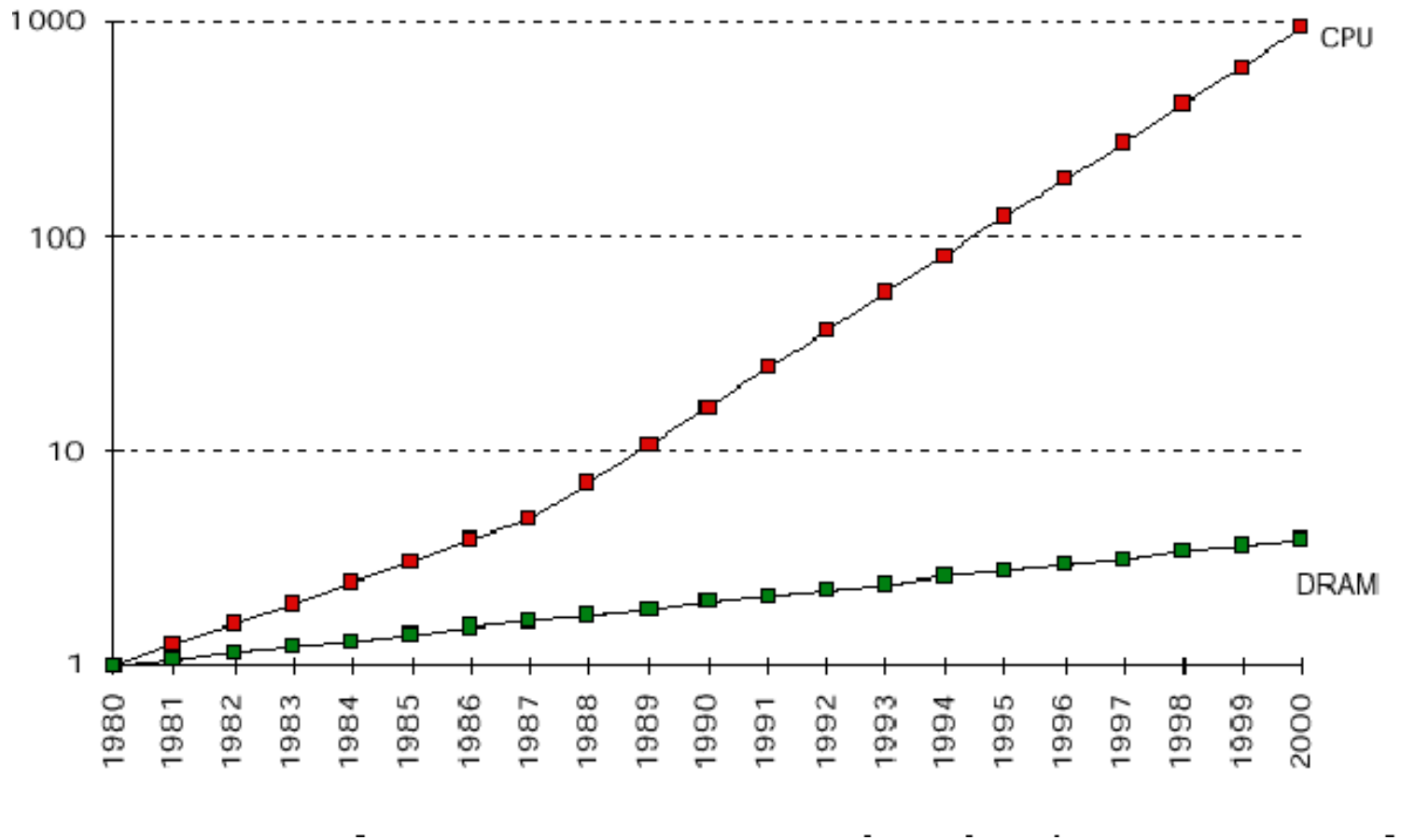


Figura: Lacuna de desempenho entre processador e memória

Fonte: Patterson et al. [1997]

Hierarquia de memória

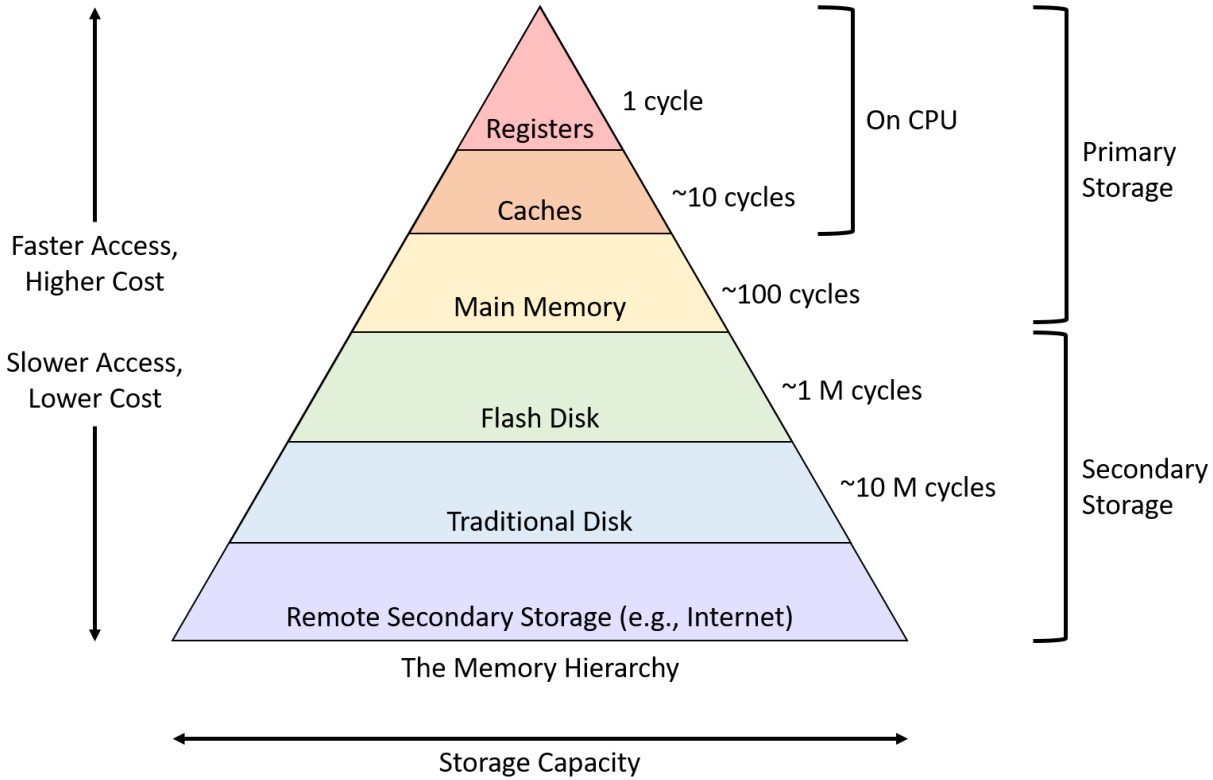
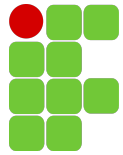


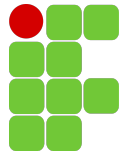
Figura: Hierarquia de memória

Fonte: Dive into Systems [2021]

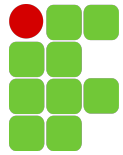


Solução

- Atuar nos níveis com menor latência;
- Estrutura de dados e compactação de dados:
  - Armazenamento de dados e operações;
  - Compressão de dados clássica vs Estrutura de dados sucintas.
- Árvores: uma das estrutura de dados de maior sucesso.



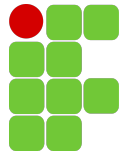
Sumário



Estrutura de dados sucintas

Estrutura de dados sucintas são uma forma de compressão de dados, e de acordo com Navarro [2016], estas propiciam:

- Representação dos objetos obedecendo o limite da entropia da informação;
- Operações eficientes em questões de tempo e espaço;
- Manipulação de dados em dispositivos com memória limitada;



Vetores de bits - access

Sequência de n elementos sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, no qual podem ser realizadas as seguintes operações [Navarro, 2016]:

- $access(BV, i)$: retorna o i-ésimo bit do vetor BV, com $0 \leq i < n$;

  Exemplo: $access(BV, 10)$

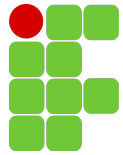
BV = 1 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

Vetores de bits - access

Exemplo: $access(BV, 10) = 1$

BV =	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	**10**	11	12	13



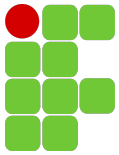
Vetores de bits - rank

Sequência de n elementos sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, no qual podem ser realizadas as seguintes operações [Navarro, 2016]:

- $rank_v(BV, i)$: seja $v \in \{0, 1\}$, e $0 \leq i < n$, retorna o número de ocorrências de v no intervalo $BV[0, i]$.

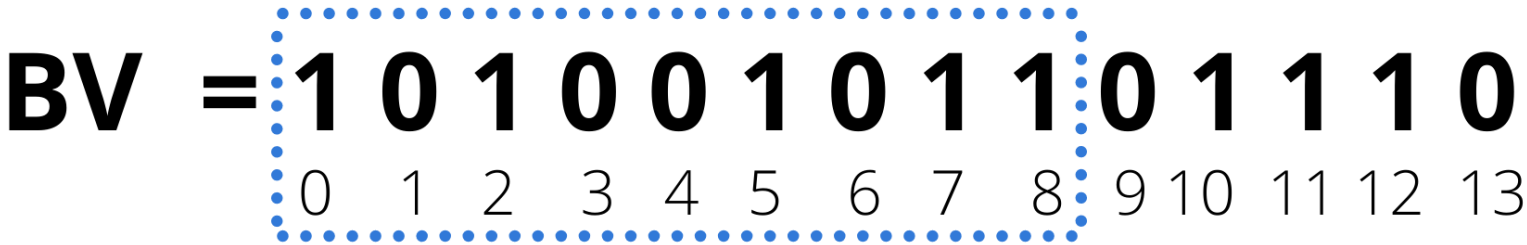
  Exemplo: $rank_0(BV, 8)$

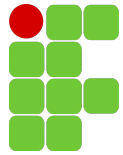
BV =	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13



Vetores de bits - rank

Exemplo: $rank_0(BV, 8) = 4$





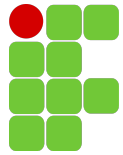
Vetores de bits - select

Sequência de n elementos sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, no qual podem ser realizadas as seguintes operações [Navarro, 2016]:

- $select_v(BV, i)$: dado $v \in \{0, 1\}$ e $i \geq 1$, retorna a posição do i-ésimo bit v em $BV[0, n-1]$.

  Exemplo: $select_1(BV, 8)$

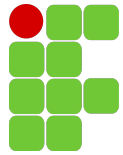
BV =	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13



Vetores de bits - select

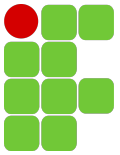
Exemplo: $select_1(BV, 8) = 12$

BV =	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0
	0	1	**2**	3	4	**5**	6	**7**	**8**	9	**10**	**11**	**12**	13



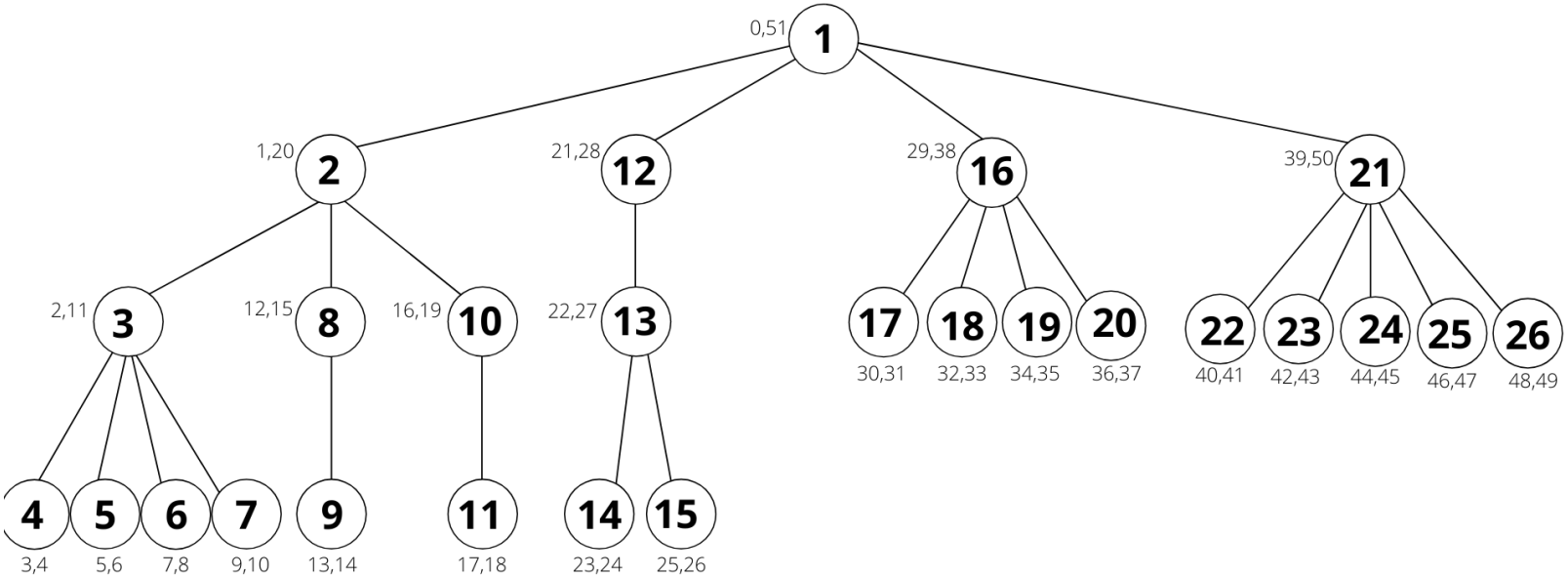
Representações sucintas de árvores

- Parênteses balanceados (BP);
- Depth-First Unary Degree Sequence (DFUDS);
- Level-order Unary Degree Sequence (LOUDS);

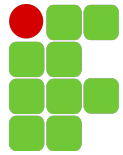


Representações sucintas de árvores

Representação de árvores sucintas via Parênteses Balanceados



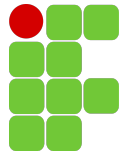
(((( ) ( ) ( ) ( )) (( )) (( ))) ((( ) ( ))) (( ) ( ) ( ) ( )) (( ) ( ) ( ) ( ) ( )))
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1



Representações sucintas de árvores

Representação de árvores sucintas via parênteses balanceados

- Sequência de $2n$ parênteses balanceados;
- Complexidade de espaço $2n$ bits;
- Através de estruturas auxiliares suporta:
  - findclose(BP,i);
  - findopen(BP,i);
  - excess(BP,i);



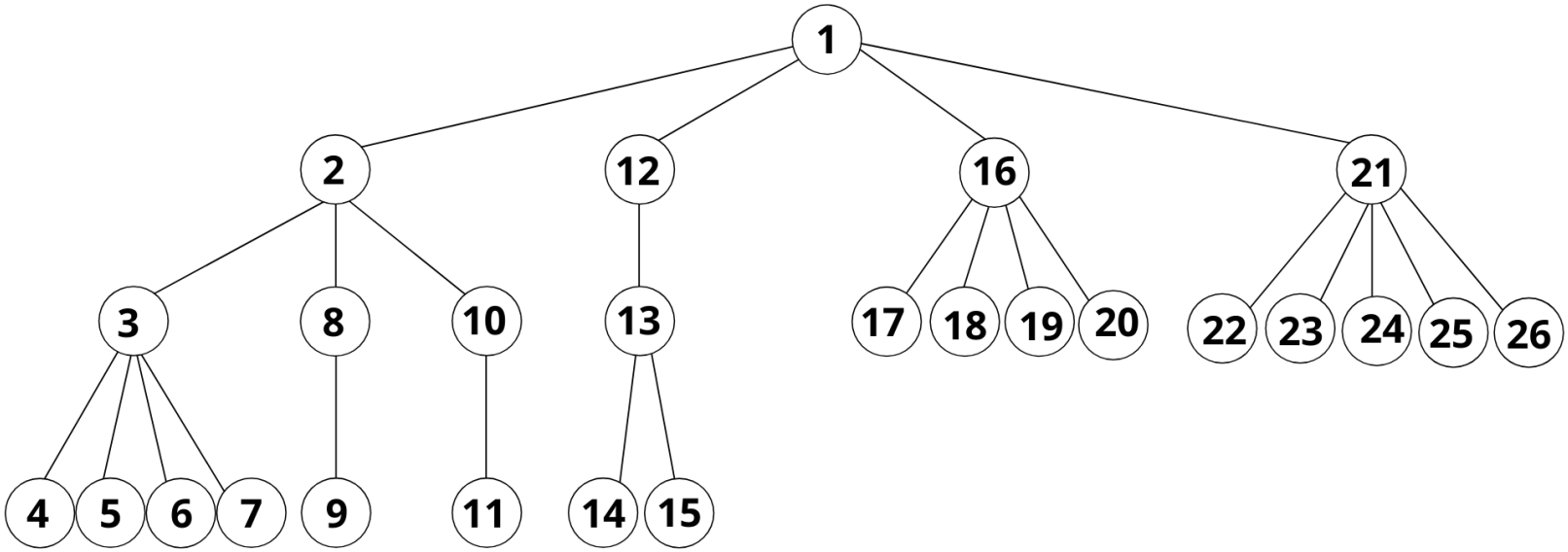
Representações sucintas de árvores

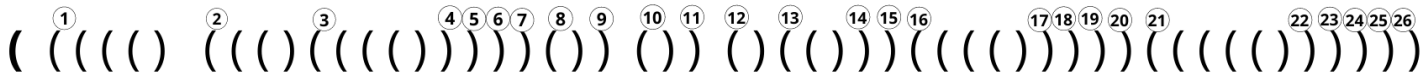
Exemplo: *excess(BP,6) = -1*

BV	**=**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Representações sucintas de árvores

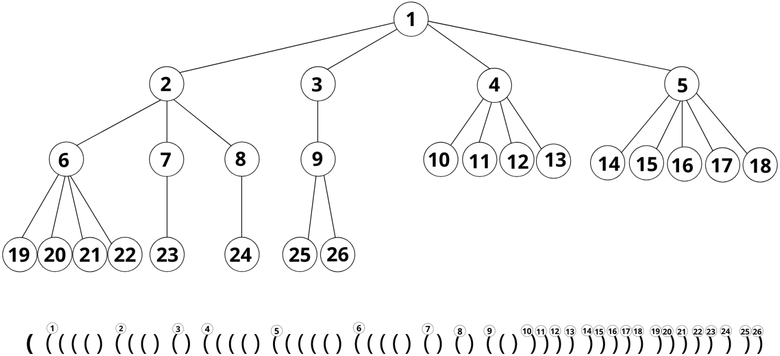
Representação de árvores sucintas via DFUDS

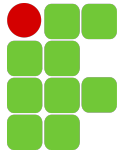




Representações sucintas de árvores

Representação de árvores sucintas via LOUDS





range min-Max tree (rmM-tree)

- Árvore binária completa, baseada em intervalos de tamanho b;
- Cada nó cobre valores de excessos dentro de um intervalo;
- Construção bottom-up;
- Complexidade de espaço igual à $n + O(\frac{n}{b} \log n)$ bits;
- Operações realizadas em tempo $O(\log n)$.

range min-Max tree binária

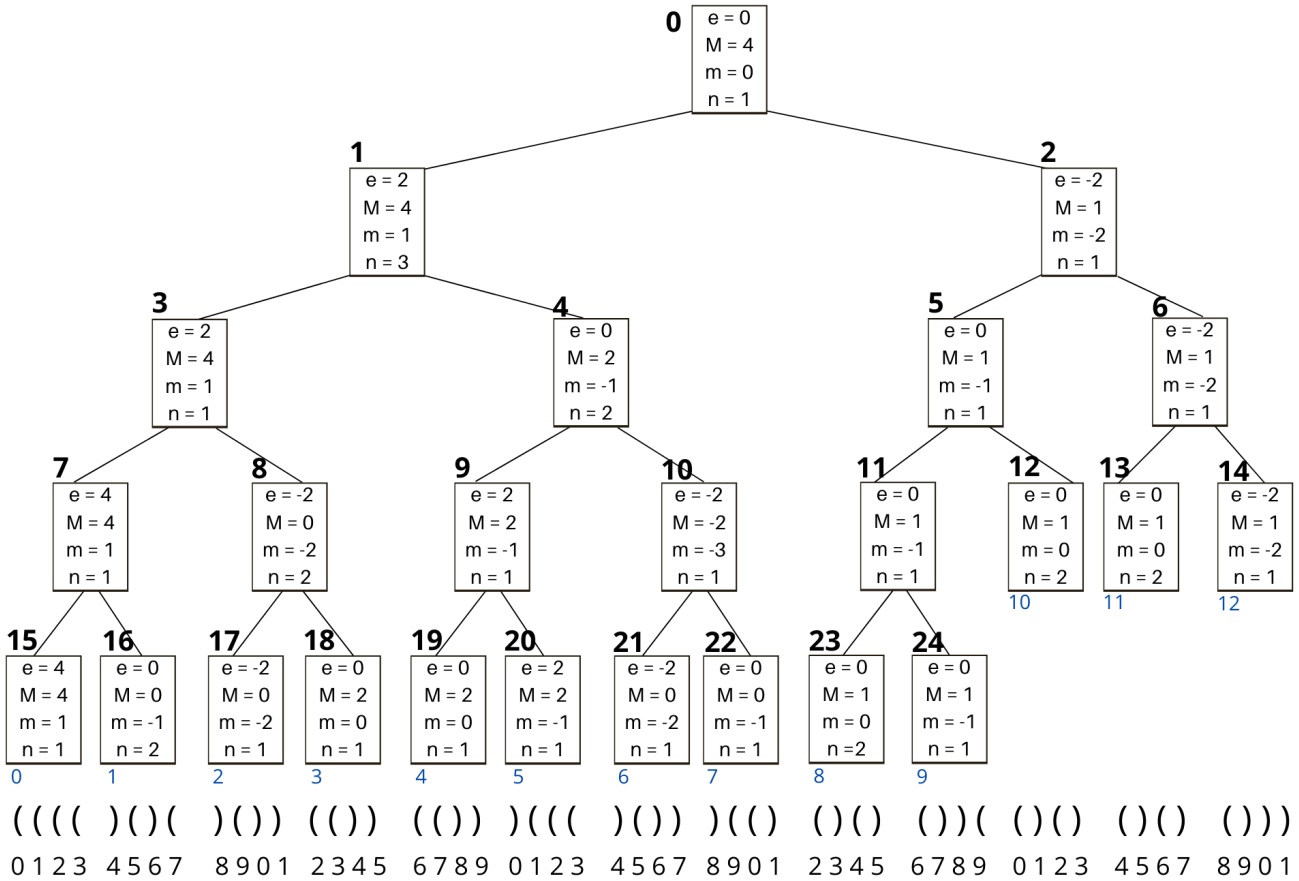
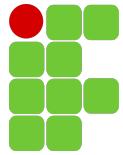


Figura: rmM-tree binária com blocos de tamanho 4



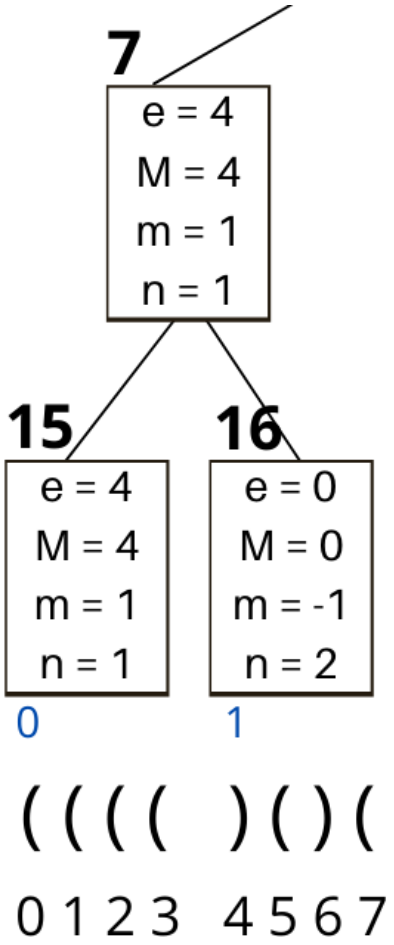
rmM-tree: Registros

Valores de excesso Dado um nó v que cobre um intervalo $BP[s, e]$, então:

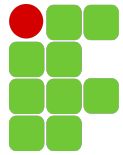
- $R[v].e$: excesso total no intervalo
  $R[v].e = excess(e) - excess(s-1)$.
- $R[v].M$: excesso máximo no intervalo
  $R[v].M = \max\{excess(i) - excess(s-1) | s \leq i \leq e\}$.
- $R[v].m$: excesso mínimo no intervalo
  $R[v].m = \min\{excess(i) - excess(s-1) | s \leq i \leq e\}$.
- $R[v].n$: número de vezes que o excesso mínimo ocorre no intervalo
  $R[v].n = |\{BP[i] = R[v].m | s \leq i \leq e\}|$.

rmM-tree: Registros

Nós internos e raíz

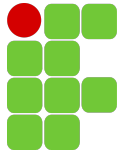


R[7].e = R[15].e + R[16].e.
R[7].M=max(R[15].M, R[15].e+ R[16].M).
R[7].m=min(R[15].m, R[15].e+ R[16].m).
R[7].n= R[15].n.



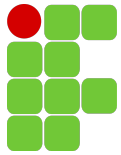
rmM-tree: Operações

Operações		
fwdsearch(i,d)	bwdsearch(i,d)	minExcess(i,j)
maxExcess(i,j)	minSelectExcess(i,j,t)	minCount(i,j)
enclose(i)	rank_v(i)	select_v(i)
findClose(i)	findOpen(i)	rmq(i,j)
inspect(i)	preRank(i)	postRank(i)
preSelect(i)	postSelect(i)	isLeaf(i)
isAncestor(i,j)	depth(i)	parent(i)



rmM-tree: Operações

Operações		
firstChild(i)	lastChild(i)	nextSibling(i)
prevSibling(i)	subtreeSize(i)	levelAncestor(i,d)
level-next(i)	levelPrev(i)	levelLmost(d)
levelRmost(d)	lca(i,j)	deepestNode(i)
degree(i)	child(i,q)	childRank(i)
leafRank(i)	leafSelect(i)	lmostLeaf(i)

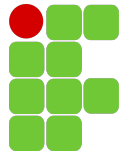


rmM-tree: operações

Problema 1: Dado um nó codificado em $i = 1$, encontrar o nó codificado em $j > i$, mais à esquerda de i.
Solução:

$$nextSibling(i) = findClose(i) + 1$$

$$findClose(i) = fwdSearch(i, -1)$$



rmM-tree: operações

$$fwdSearch(i, d) = min\{j > i | excess(j) = excess(i) + d\}$$

rmM-tree: $nextSibling$

Problema 1: Computar $nextSibling(1)$.

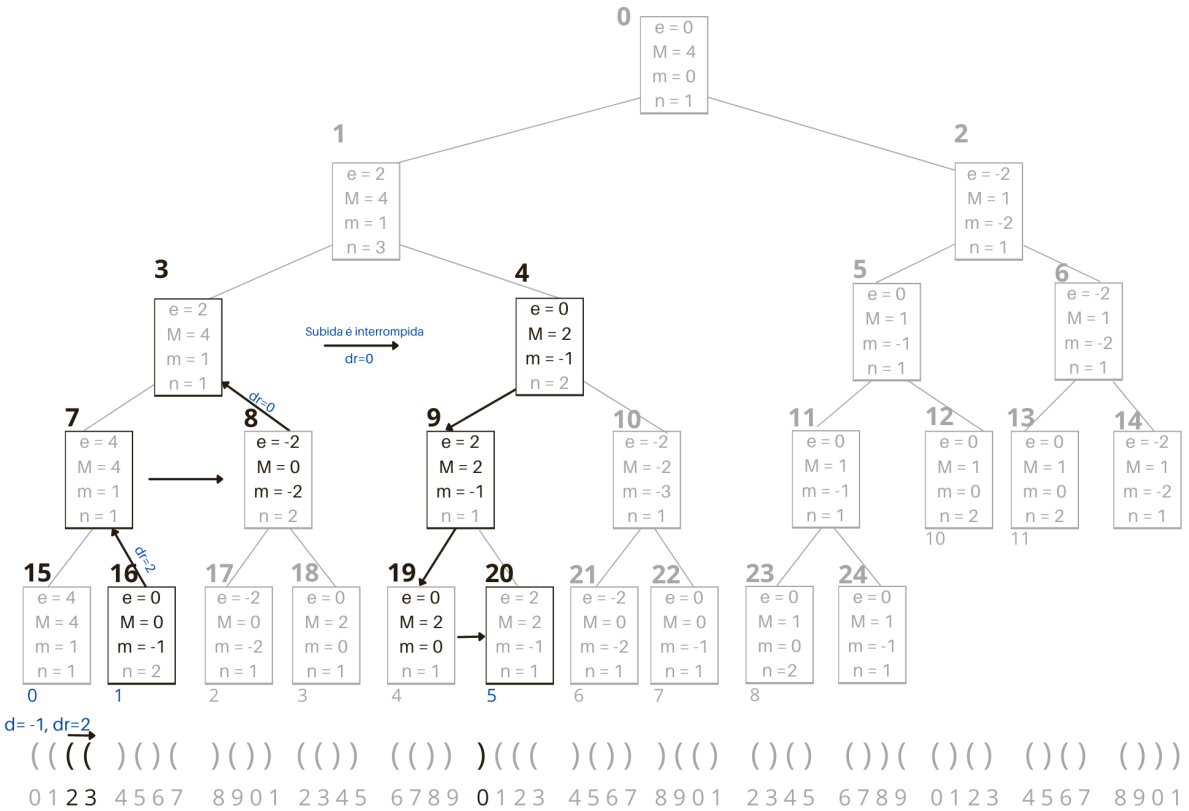
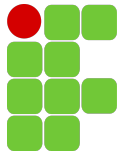


Figura: Simulação de $fwdSearch(1, -1) = 20$

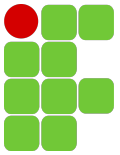


rmM-tree: $nextSibling$

Problema 1: Dado um nó codificado em $i = 1$, encontrar o nó codificado em $j > i$, mais à esquerda de i.
Solução :

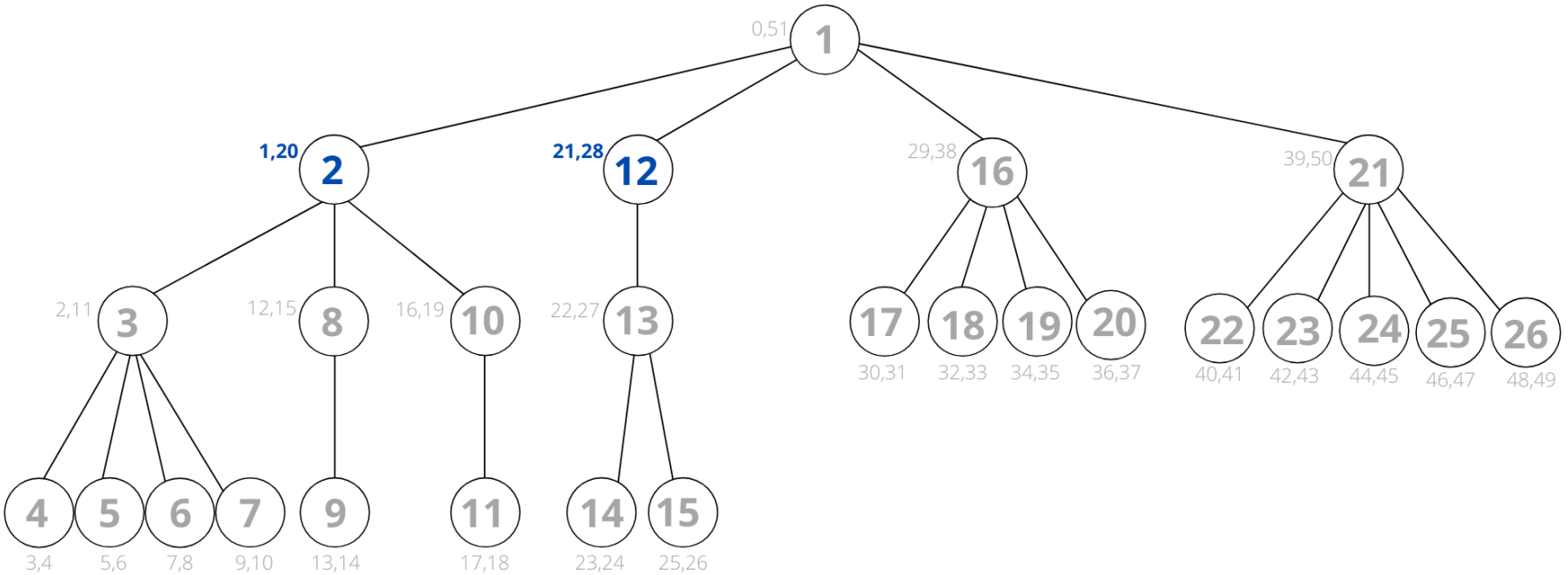
$$findClose(1) = fwdSearch(1, -1) = 20$$

$$nextSibling(1) = fwdSearch(1, -1) + 1 = 21$$



rmM-tree: $nextSibling$

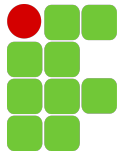
Problema 1: $nextSibling(1)$.



(((( ) ( ) ( ) ( )) (( )) (( ))) ((( ) ( ))) (( ) ( ) ( ) ( )) (( ) ( ) ( ) ( ) ( )))

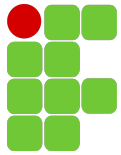
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

Figura: Árvore de entrada



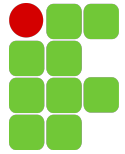
Aproveitamento de cache

- Expansão da memória principal [Hankins, 2003];
- Dados residindo em memória principal: um novo gargalo;
- Falhas de cache.

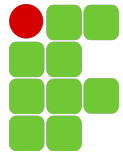


Aproveitamento de cache

- Maximização da quantidade de informação em um nó [Hankins, 2003]:
  - Altura da árvore;
  - Linha de cache.
- Fator de ramificação [Rao and Ross, 2000]:
  - Cache Sensitive Tree (CSS-tree);
  - Cache Sensitive B$^+$-Tree (CSB^+-tree);
  - Árvores B$^+$.



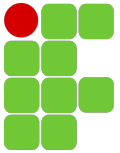
Sumário



range min-Max tree k-ária (rmM-tree k-ária)

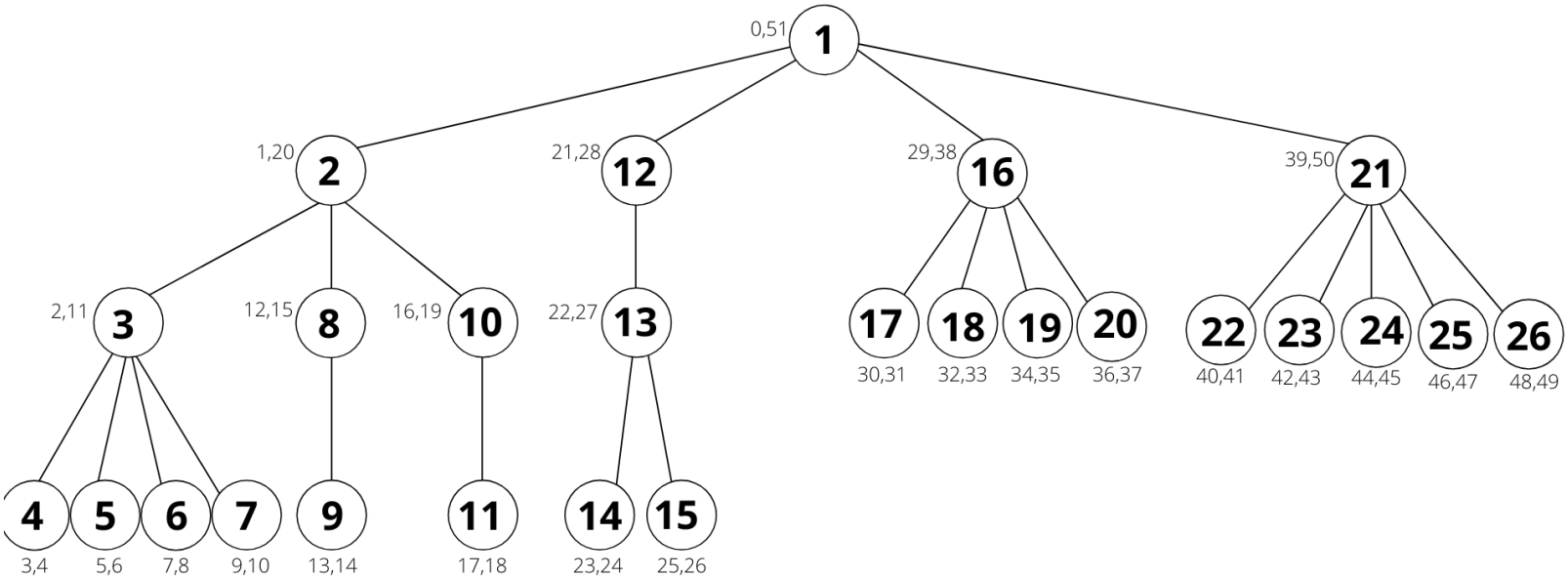
Características:

- Alto fator de ramificação;
- Maior cobertura de área por nó;
- Cada nó cobre até k intervalos;
- Mesmas definições de registros da estrutura binária;
- Complexidade de tempo e espaço eficientes, usando os mesmos campos defindos por Navarro [2016] em sua estrutura.



rmM-tree k-ária

Árvore de entrada



(((( ) ( ) ( ) ( )) (( )) (( ))) ((( ) ( ))) (( ) ( ) ( ) ( )) (( ) ( ) ( ) ( ) ( )))

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

rmM-tree k-ária: Registros

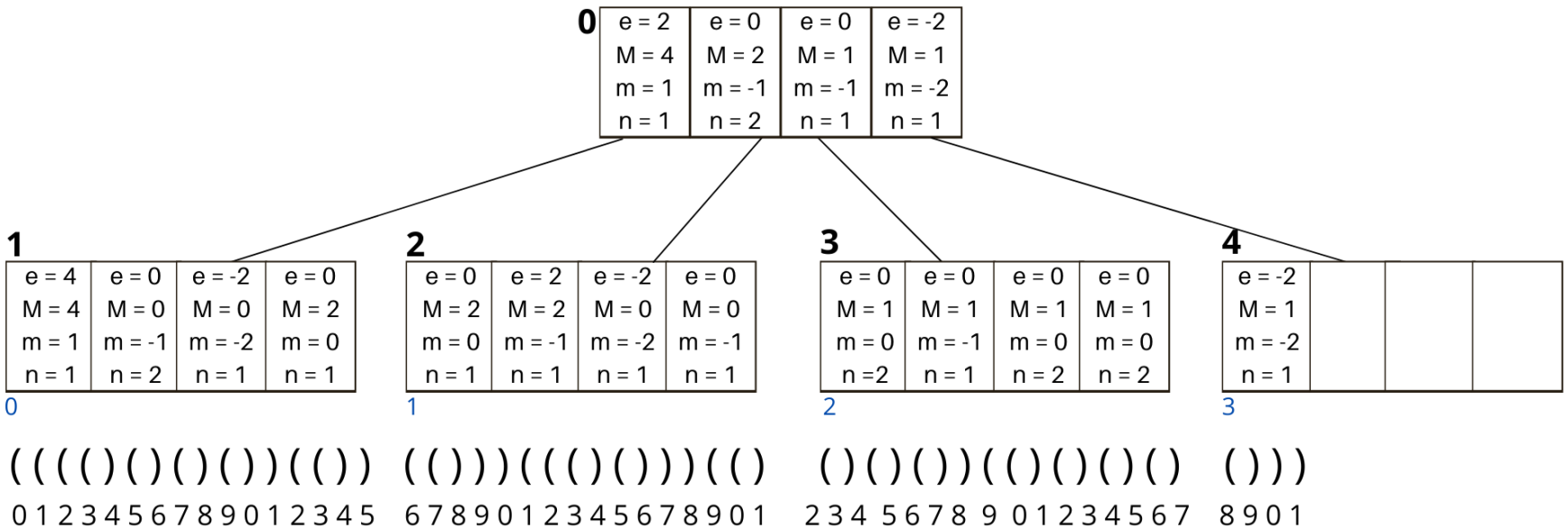
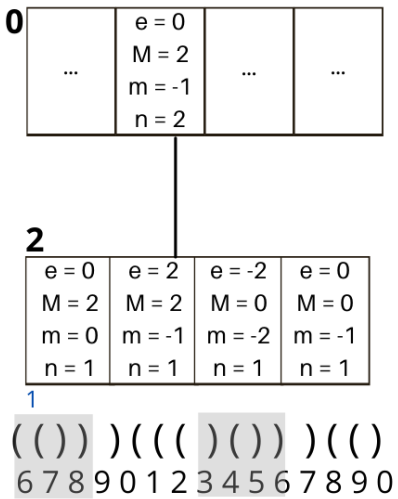


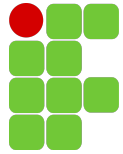
Figura: rmM-tree 4-ária com blocos de tamanho 4

rmM-tree k-ária: Registros

Nós internos e raíz



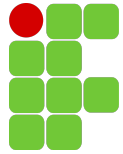
$$
\begin{aligned}
R[0][1].M = & max(R[2][0].M, \\
& R[2][0].e + R[2][1].M, \\
& R[2][0].e + R[2][1].e + R[2][2].M, \\
& R[2][0].e + R[2][1].e + R[2][2].e + \\
& R[2][3].M) \\
= & max(2, 2, 2, 0) = 2;
\end{aligned}
$$



rmM-tree k-ary: Operações

Tabela: Operações suportadas pela rmM-tree binária e rmM-tree-kária

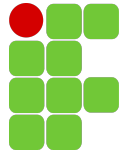
Operação	**rmM-tree binária**	**rmM-tree k-ária**
fwdSearch(i,d)	✓	✓
bwdSearch(i,d)	✓	✓
minExcess(i,j) / maxExcess(i,j)	✓	✗
minCount(i,j)	✓	✗
minSelectExcess(i,j,t)	✓	✗
enclose(i)	✓	✓
rmq(i,j) / rMq(i,j)	✓	✗
rank_1(i) / rank_0(i)	✓	✓
select_1(i) / select_0(i)	✓	✓



rmM-tree k-ary: Operações

Tabela: Operações suportadas pela rmM-tree binária e rmM-tree-kária

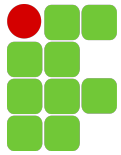
Operação	**rmM-tree binária**	**rmM-tree k-ária**
preRank(i)/postRank(i)	✓	✓
preSelect(i)/postSelect(i)	✓	✓
isLeaf(i)	✓	✓
isAncestor(i,j)	✓	✓
depth(i)	✓	✓
parent(i)	✓	✓
firstChild(i) / lastChild(i)	✓	✓
child(i,t)	✓	✗
nextSibling(i) / prevSibling(i)	✓	✓



rmM-tree k-ary: Operações

Tabela: Operações suportadas pela rmM-tree binária e rmM-tree-kária

Operação	**rmM-tree binária**	**rmM-tree k-ária**
subtreeSize(i)	✓	✓
levelAncestor(i,d)	✓	✓
levelNext(i) / levelPrev(i)	✓	✓
levelLeftMost(d) / levelRightMost(d)	✓	✓
lca(i,j)	✓	✗
deepestNode(i)	✓	✗
degree(i)	✓	✗
childRank(i)	✓	✗
leafRank(i)/leafSelect(i)	✓	✓
leftMostLeaf(i)/rightMostLeaf(i)	✓	✓



rmM-tree k-ary: operações

Problema: Dado um nó codificado em $i = 1$, encontrar o nó codificado em $j > i$, mais à esquerda de i.
Solução:

$$nextSibling(i) = findClose(i) + 1$$

$$findClose(i) = fwdSearch(i, -1)$$

rmM-tree k-ary: $nextSibling$

Problema: Computar $nextSibling(1)$.

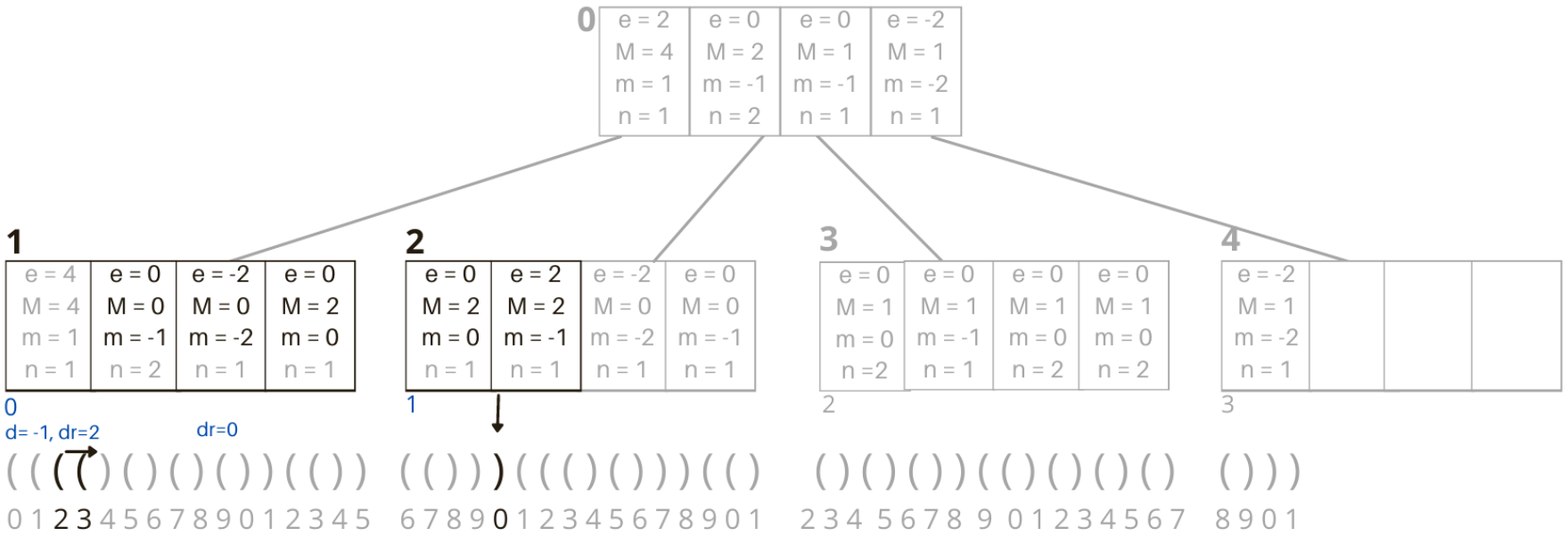
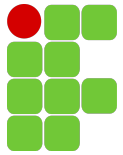


Figura: Simulação de $fwdSearch(1, -1) = 20$ em uma rmM-tree 4-ária

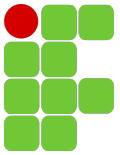


rmM-tree k-ary: $nextSibling$

Problema: Dado um nó codificado em $i = 1$, encontrar o nó codificado em $j > i$, mais à esquerda de i.
Solução:

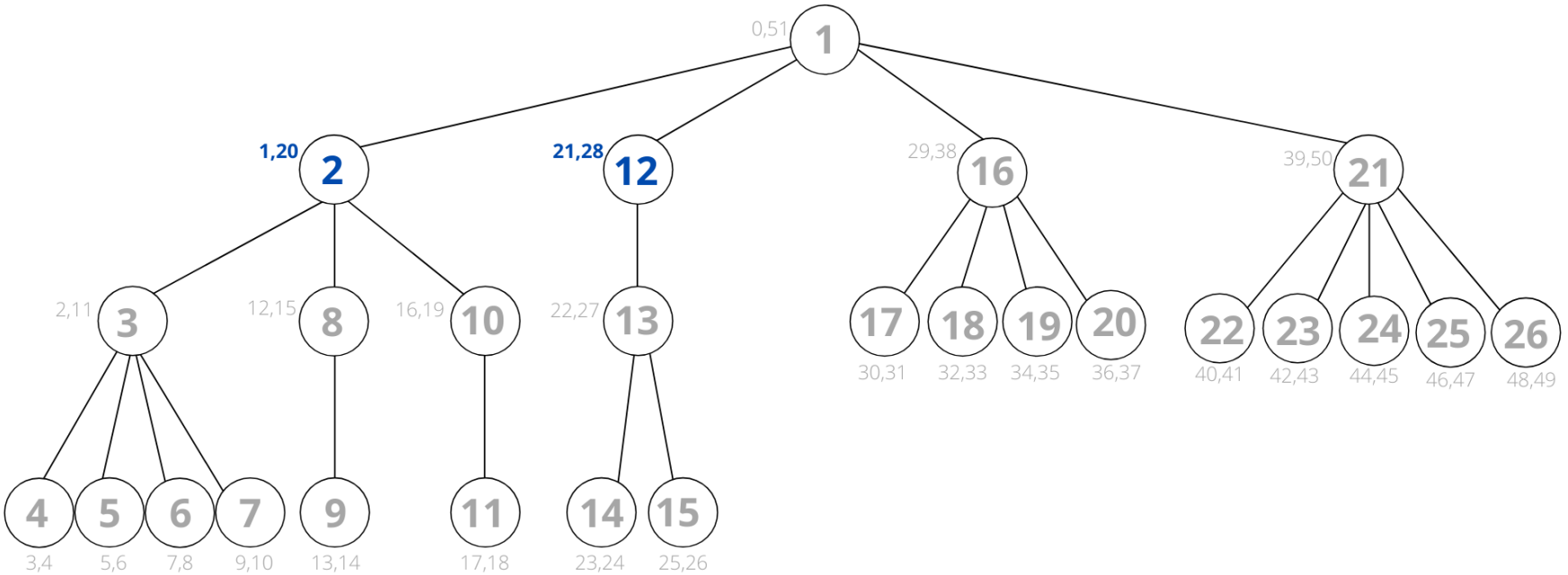
$$findClose(1) = fwdSearch(1, -1) = 20$$

$$nextSibling(1) = fwdSearch(1, -1) + 1 = 21$$



rmM-tree k-ary: $nextSibling$

Solução: $nextSibling(1)$.



(((( ) ( ) ( ) ( )) (( )) (( ))) ((( ) ( ))) (( ) ( ) ( ) ( )) (( ) ( ) ( ) ( ) ( )))

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1

Figura: Árvore de entrada

rmM-tree k-ary: $nextSibling$

Problema: Computar $nextSibling(1)$.

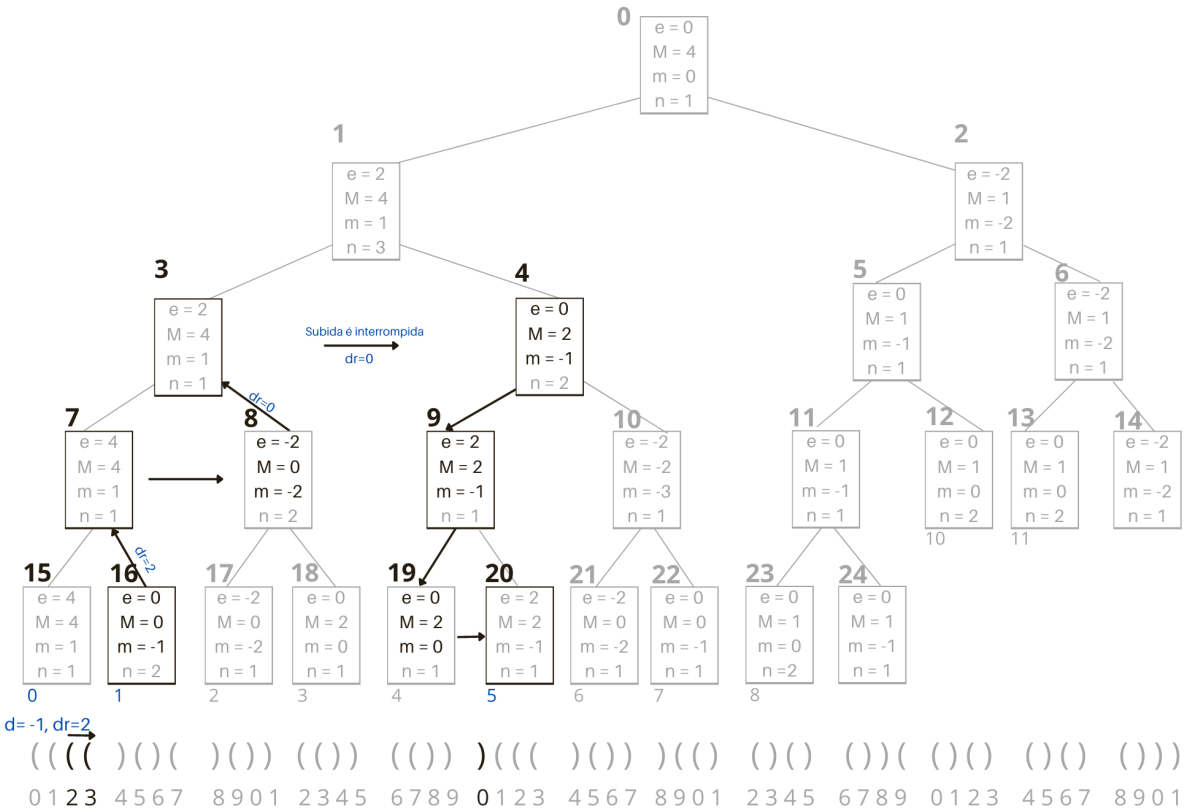
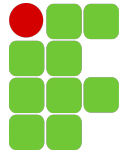
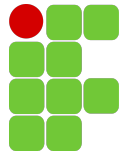


Figura: Simulação de $fwdSearch(1, -1) = 20$ usando a rmM-tree binária

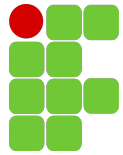


Sumário



Hardware

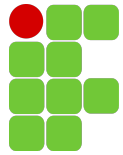
- Arquitetura: x86
- Processador: Intel Xeon Gold 5120
- Frequência máxima: 3,20 GHz
- Threads por core: 2
- Cores: 28
- Cache L1: 896 KiB
- Cache L2: 28 MiB
- Cache L3: 38.5 MiB
- Memória RAM total: 527,03 Gb



Base de dados

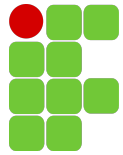
Tabela: Conjunto de dados usados nos testes experimetais, retirados de Fuentes [2016].

Conjunto de dados	**Tamanho (MB)**	**Quantidade de parênteses**	**Tamanho da árvore representada**
Complete tree (ctree)	18	2.147.483.644	1.073.741.822
DNA	135	1.154.482.174	577.241.087
Proteins (prot)	82	670.721.006	335.36203
Wikipedia (wiki)	13	498.753.914	249.376.957



Experimentos

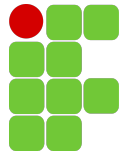
- Implementação: rmM-tree binária e rmM-tree k-ária;
- Validação das respostas;
- Testes de desempenho.



Experimentos: validação

```
147  TEST_F(RMMTreeFixtureTest, bwdSearch_findOpen){
148      for(int i=0;i<argsFindOpen.size();i++){
149          EXPECT_EQ(t->findOpen(argsFindOpen[i]),bps->find_open(argsFindOpen[i])) << "Resposta errada ao cal
150      }
151  }
152
153  TEST_F(RMMTreeFixtureTest, bwdSearch_enclose){
154      int k=0;
155      for(int i=0;i<(t->size)/2;i++){
156          k = rand()%(t->size);
157          EXPECT_EQ(t->enclose(k),bps->enclose(k)) << "Resposta errada ao calcular o enclose de i=" << k;
158      }
159  }
```

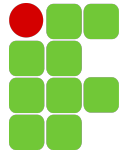
Figura: Testes unitários para as operações *findopen* e *enclose*



Experimentos: desempenho

```
116
117  static void BM_Parent_k(benchmark::State& st){
118      for(auto _ :st){
119          for(int i=0; i < args_par_openII.size();i++){
120              t->parent(args_par_openII[i]);
121          }
122      }
123  }
124  BENCHMARK(BM_Parent_k);
125
126  static void BM_SubTreeSize_k(benchmark::State& st){
127      for(auto _ :st){
128          for(int i=0; i < args_par_open.size();i++)
129              t->subtreeSize(args_par_open[i]);
130      }
131  }
132  BENCHMARK(BM_SubTreeSize_k);
```

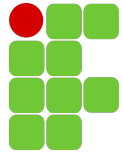
Figura: Testes de desempenho para as operações *parent* e *subtreeSize*



Resultados

Tabela: Tempo (ns) médio de operações sobre o conjunto de dados Complete tree (ctree)

Operação	**Binária**	**4-ária**	**8-ária**	**16-ária**
fwdSearch	261,58	325,06	317,77	318,34
bwdSearch	1679,19	3200,95	4032,87	6027,23
findClose	334.38	399,62	396,91	394,57
findOpen	381,89	443,55	443,54	439,59
enclose	325,01	375,02	377,77	373,34
isAncestor	237,69	264,61	267,17	266,70
parent	327,19	377,9	378,63	372,16
subTreeSize	352,38	417,97	418,75	417,01
nextSibling	264,41	288,8,78	287,45	289,87



Resultados

Tabela: Tempo (ns) médio de operações sobre o conjunto de dados Complete tree (ctree)

Operação	**Binária**	**4-ária**	**8-ária**	**16-ária**
prevSibling	240,24	266,53	268,30	265,65
lastChild	395,22	436,02	437,15	436,34
levelNext	366,81	452,55	450,61	442,64
levelAncestor	882,93	1656,51	2089,76	3113,49
postRank	177,92	176,93	174,66	184,18
postSelect	844,9	911,84	919,35	372,16

Resultados

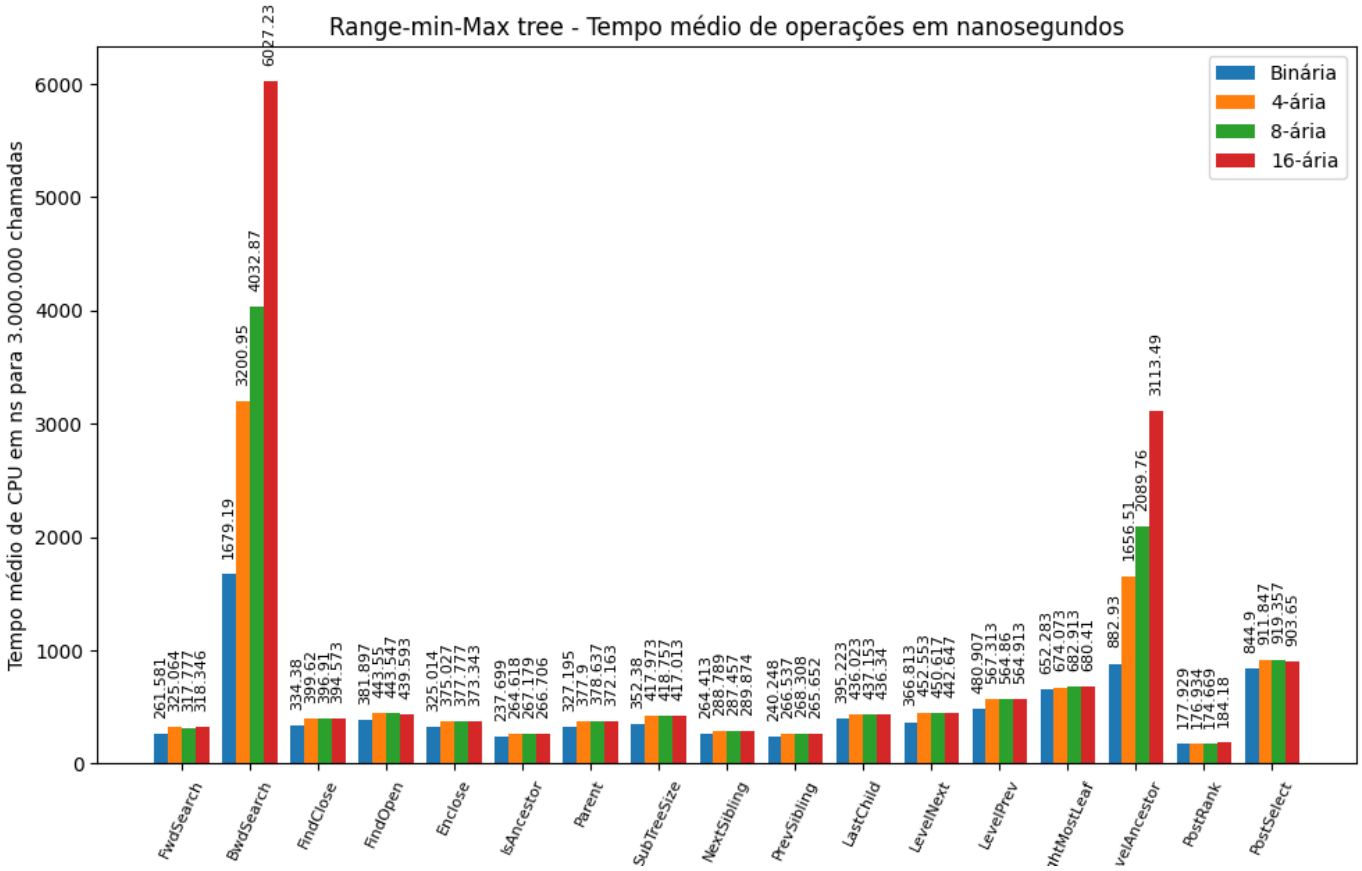
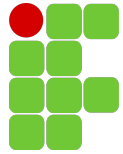
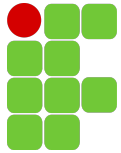


Figura: Tempo médio para $3.000.000$ requisições sobre o conjunto de dados Complete tree (ctree)

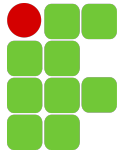


Sumário

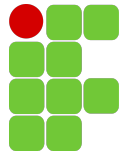


Trabalhos futuros

- Redução do tempo das operações da rmM-tree;
- Implementar demais operações para a rmM-tree k-ária;
- Monitorar uso da cache;
- Impacto da proposta em diferentes ambientes.

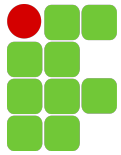


Sumário



Considerações finais

- Resultados;
- rmM-tree binária;
- rmM-tree k-ária.



Referências

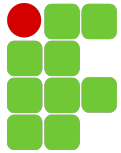
Cisco. Cisco annual internet report (2018–2023). *Cisco*, 2020.

LLC Dive into Systems. The memory hierarchy. `https://diveintosystems.org/book/C11-MemHierarchy/mem_hierarchy.html`, 2021. Online; acesso em 13 de set. de 2021.

Domo. Data never sleeps 8.0. `https://www.domo.com/learn/infographic/data-never-sleeps-8`, 2020. Online; acesso em 05 de set. de 2021.

G. Fuentes, J. e Navarro. Parênteses balanceados. `http://www.inf.udec.cl/~jfuentess/datasets/parentheses.php`, 2016. Online; acesso em 24 de ago. de 2021.

J. M. Hankins, R. A. e Patel. Effect of node size on the performance of cache-conscious b+-trees. volume 29, pages 475–476. ACM SIGMETRICS international conference, 2003.



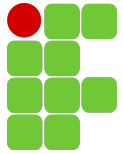
Referências

G. Navarro. *Compact data structures:a practical approach*. Sheridan Books, Inc, New York, NY, USA, 1 edition, 2016.

David Patterson, Thomas Anderson, Neal Cardwell, Richard Fromm, Kimberly Keeton, Christoforos Kozyrakis, I Thomas, and Katherine Yelick. A case for intelligent ram: Iram. 03 1997.

Jun Rao and Kenneth A. Ross. Making b+- trees cache conscious in main memory. In *Proceedings of the 2000 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, page 475–486, New York, NY, USA, 2000. Association for Computing Machinery.

D. Reinsel, J. Gantz, and J. Rydning. The digitization of the world, from edge to core. *International Data Corporation (IDC)*, 1 2018.



Obrigada pela atenção!

Perguntas