

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Институт Радиотехники и электротехники им В.А. Котельникова

## Отчет

О выполнении лабораторной работы №4

«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-16

Лебедев Д.Д.

Вариант 5

Преподаватель:

Корогодин И.В.

Москва

2020

### **Цель работы:**

- Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- Получить опыт моделирования следящей системы;
- Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

### **1. Задача**

В рамках лабораторной работы моделируется СС за частотой.

### **Требуется:**

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

### **Допущения:**

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

## 2. Математические модели

Вариант 5, значит значения дисперсии формирующего шума  $D_\xi = 8$ , дисперсия шумов наблюдений  $D_\eta = 11$ .

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \nu_{k-1}T,$$

$$\nu_k = \nu_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

Начальные значения:

$$\omega_0 = 0; \nu_0 = 0$$

Выражение в векторном виде:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{\nu}_k = \tilde{\nu}_k + K_2(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1}T, \tilde{\nu}_k = \tilde{\nu}_{k-1},$$

Инициализационные значения:

$$\hat{\omega}_0 = 0; \hat{v}_0 = 0$$

Коэффициенты определяются шумовой полосой системы  $\Delta f$  :

$$K_1 = \frac{8}{3} \Delta f \cdot T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \Delta f^2 \cdot T,$$

$\omega_{meas,k}$  - поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K} (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

### 3. Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

#### 4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели – приложении А.

- В качестве тестовых условий сократим время моделирования до 5 секунд.
- Дисперсии формирующего шума и шума наблюдений приравняем к нулю.
- Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

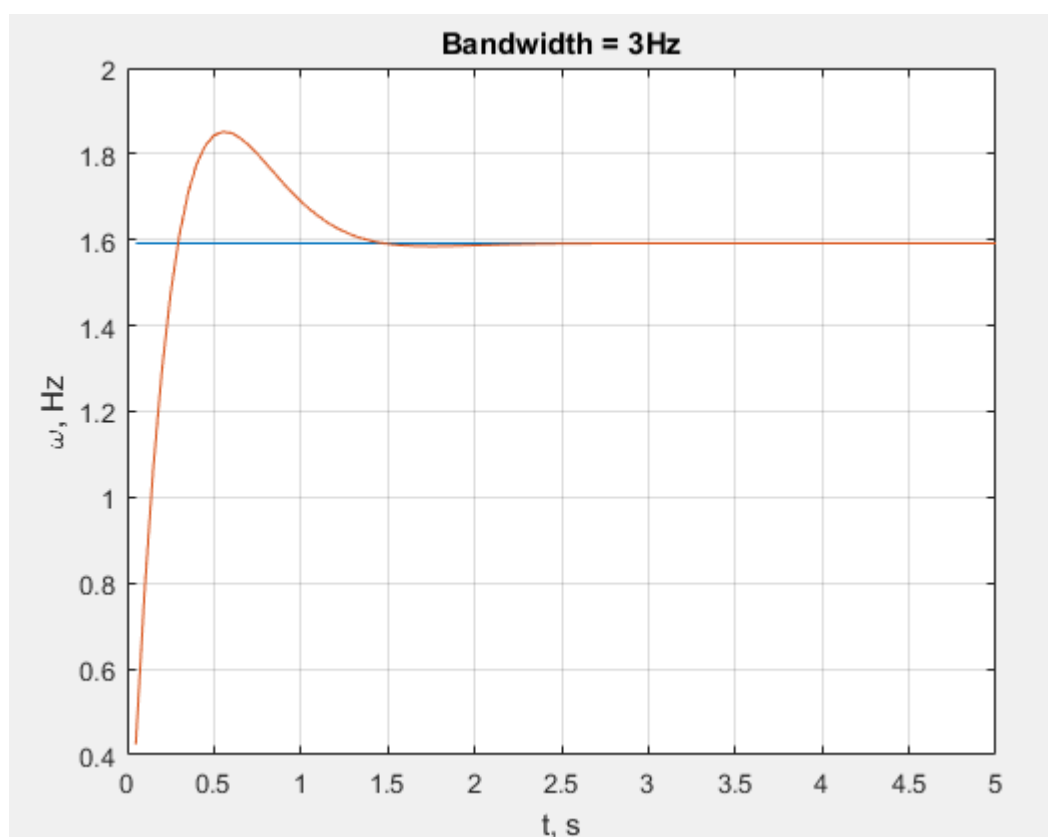


Рисунок 1 — Процесс частоты (синий) и его оценка (красный)

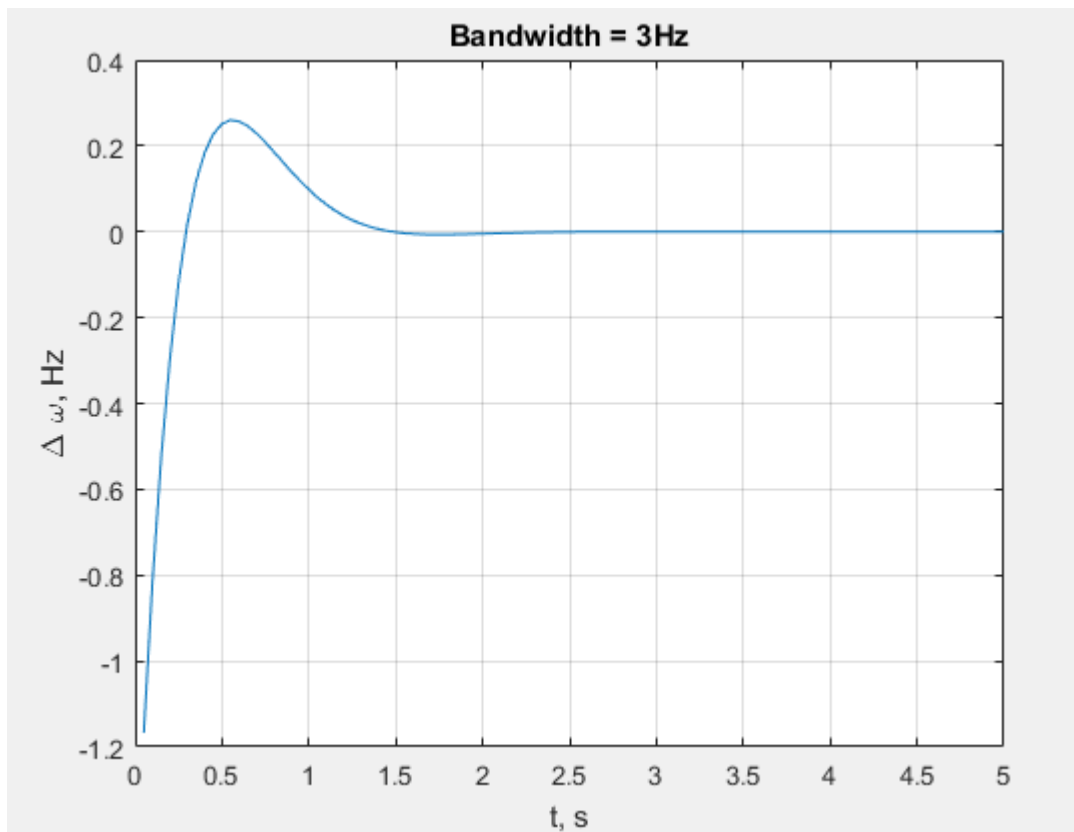


Рисунок 2 — Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2.

Можно сделать вывод, что СС успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

## 5. Результаты моделирования

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 3600 секунд.

Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (рисунок 3, зеленый график). Для этого дисперсия флотационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной ( $D_{\xi} = 6$ ).

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания ( $D_{\eta} = 11$ ) (рисунок 3, красный график).

На третьем этапе построен график (рисунок 3, синий график) зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов ( $D_{\xi} = 6, D_{\eta} = 11$ ).

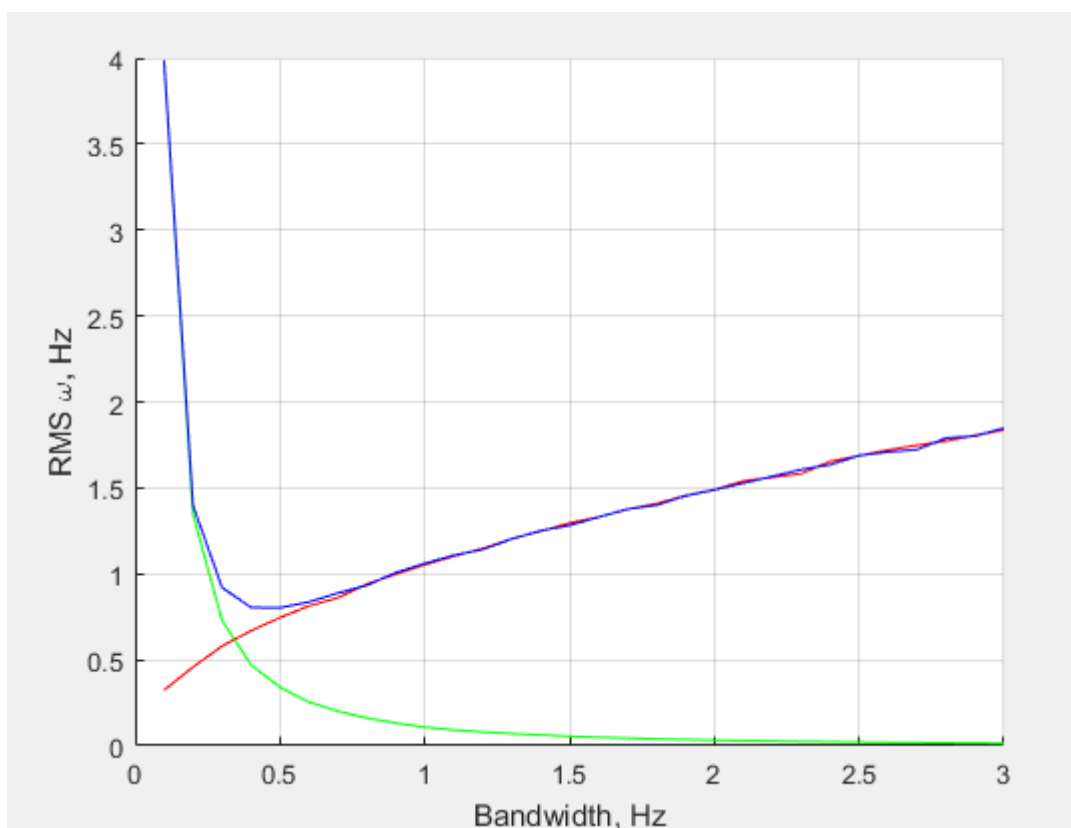


Рисунок 3 — Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

## **6. Анализ результатов моделирования**

Поставленные цели моделирования выполнены:

- 1) найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- 2) определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результат моделирования соответствует ожидаемому результату. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.



## Приложение А

```
clear all; clc; close all;

global S;
S = struct('dw',0,'wk',0, 'RMS_Omega',0, 'i',0);

Tmax =3600;

tk = 0.05:0.05:Tmax;
T = tk(length(tk))-tk(length(tk)-1);

F = [1 T;
     0 1]
G= [0 0;
    0 T];
Band = 0.1:0.1:3; %Полоса СС
df= Band;
df_stop=2;
K1 = (8/3)*df*T;
K2 = (32/9)*(df.^2)*T;

Dksi_ist = 6*1;
Dn_ist= 11*1;

Dksi =Dksi_ist*1;
Dn = Dn_ist*0;

S = math( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
wk = S.wk;
dw= S.dw;
RMS_Omega = S.RMS_Omega;

figure (1);
plot (tk , dw/(2*pi));
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(S.i)) 'Hz']);
grid on;
figure(2);
plot(tk, [wk; wk + dw]/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(S.i)) 'Hz']);
grid on;

figure(3)
hold on
plot(df, S.RMS_Omega, 'g');

Dksi = Dksi_ist*0;
Dn = Dn_ist*1;
S = math( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
plot(df, S.RMS_Omega, 'r ');

Dksi = Dksi_ist*1;
Dn = Dn_ist*1;
S = math( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
plot(df, S.RMS_Omega, 'b ');
```

```

grid on;
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');

```

math.m

```

function S = math( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk)
for i = 1:length(df)
xk = [0 0]';
xest = [0 0]';
xextr = F*xest;
for k=1:length(tk)
    ksi = sqrt(Dksi)*randn(1,1);
    xk = F*xk + G*[0;ksi];
    wk(k) = xk(1); % Истинное значения
    nk = sqrt(Dn)*randn(1,1);
    wmeas = wk(k) + nk;
    xest = xextr + [K1(i);K2(i)] * (wmeas - xextr(1));%wkextr = xetre(1)
    xextr = F*xest;
    dw (k) = xest(1)-wk(k);% Ошибка оценивания
end
if df(i) == df_stop
S.dw = dw;
S.wk = wk;
end
RMS_Omega(i) = sqrt ( mean (dw.^2) );
end
S.RMS_Omega = RMS_Omega;
S.i = i;
end

```