

Corso Zero Numeri Complessi

Docente **Marino Lucia**

Università di Catania

email: lucia.marino@unict.it

Sito web: <https://www.dmi.unict.it/lmarino/>

Numeri Complessi

- I numeri complessi nascono dall'esigenza, puramente teorica, di trovare un ambiente in cui l'equazione

$$x^2 = -1$$

che non ha soluzioni in \mathbb{R} , abbia adesso soluzioni.
Ciò porta ad ampliare l'insieme dei numeri reali \mathbb{R} .

- $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, Coppie Ordinate (a, b) ,

$$a + ib$$

con $a, b \in \mathbb{R}$

- Un **numero complesso** é una espressione della forma

$$a + ib$$

, con $a, b \in \mathbb{R}$,

$$i^2 = -1$$

dove $i \notin \mathbb{R}$, poiché i^2 é negativo

Due numeri complessi $a + ib$, $c + id$ sono uguali se e solo se $a = c$, e $b = d$

I numeri complessi si sommano e si moltiplicano con le regole solite del calcolo algebrico ricordando che $i^2 = -1$.

Somma: $(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d)$

Prodotto

$$(a + ib) \cdot (c + id) = ac + iad + ibc + i^2 bd = (ac - bd) + i(ad + bc)$$

$$\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

- $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$
- I numeri reali sono particolari numeri complessi aventi parte immaginaria nulla ($b = 0$).
- In particolare un numero complesso é zero, $a + ib = 0$, se e solo se

$$a = 0, b = 0$$

- Dicesi **coniugato** \bar{z} di un numero complesso $z = (a + ib)$ il numero

$$\bar{z} = (a - ib)$$

ottenuto cambiando segno al coefficiente di i .

- La somma e il prodotto di un numero con il suo coniugato sono sempre numeri reali:

$$z + \bar{z} = a + ib + a - ib = 2a$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 - i^2 b^2 = a^2 + b^2$$

- Un numero complesso é reale se e solo se coincide con il suo coniugato $z = \bar{z}$.

- Il numero

$$a = \operatorname{Re}(z)$$

si chiama **parte reale** di z , mentre il numero

$$ib = \operatorname{Im}(z)$$

si chiama **parte immaginaria** di z .

Inoltre b si dice coefficiente della parte immaginaria.

- Se la parte reale é nulla, i.e. $a = 0$, il numero $z = ib$ si chiama *immaginario puro*

Se la parte immaginaria é nulla, i.e. $b = 0$, il numero $z = a$ si chiama *numero reale*

Rappresentazione mediante vettori

- Vettore

$$\overrightarrow{OP}$$

di componenti (a, b)

- Il modulo del vettore \overrightarrow{OP} si chiama modulo di z e si indica con $|z|$.

-

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

ed é la somma dei quadrati delle sue componenti

- Se z é un numero reale ($b = 0$) allora il suo modulo coincide con il suo valore assoluto.

- Proprietá sui moduli:

1) $|z| \geq 0$;

2) $|z| = 0$ se e solo se $z = 0$

3) $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

4) $|z * z'| = |z| * |z'|$