

Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di **Algebra Lineare** del 15 dicembre 2023

Durata della prova: 90 minuti.

È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

È vietato l'uso di qualsiasi dispositivo mobile come smartphone o tablet.

È consentito l'utilizzo di un foglio A4, fronte e retro come formulario.

I

1. Sia $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da:

$$f(1, 1, 0) = (h + 1, h + 1, 0)$$

$$f(0, -1, 0) = (-h, -1, -1)$$

$$f(0, 1, 1) = (h + 1, 2, h + 1)$$

Studiare f al variare di $h \in \mathbb{R}$ determinando l'immagine e il nucleo e le loro equazioni cartesiane.

2. Studiare la diagonalizzabilità di $M(f)$ nei casi $h = 0$ e $h = -2$, determinando se è possibile la matrice diagonale D e la matrice diagonalizzante P .
3. Dato $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da:

$$g(x, y, z) = (x, -y, -z)$$

dire se per $h = 2$, $g \circ f$ è un endomorfismo invertibile e in caso affermativo determinare la matrice associata all'applicazione $(g \circ f)^{-1}$.

Corso di Laurea in Informatica- Canale (O-Z)

Prova scritta di **Algebra Lineare** del 11 dicembre 2024

Durata della prova: 90 minuti.

È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

È vietato l'uso di qualsiasi dispositivo mobile come smartphone o tablet.

È consentito l'utilizzo di un foglio A4, fronte e retro come formulario.

I

1. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo la cui matrice associata, rispetto alle basi canoniche, è

$$M(f) = \begin{pmatrix} -2 & 2h+4 & -2h-1 \\ -1 & h+2 & -h \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Al variare di $h \in \mathbb{R}$, trova basi ed equazioni cartesiane per l'immagine e il nucleo di f .

2. Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$, determinando, ove possibile, una base di autovettori.

3. Detta $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da:

$$\phi(e_1) = (k, k+1, k, -1),$$

$$\phi(e_2) = (0, 1, 2, 3),$$

verificare che ϕ è iniettiva per ogni valore del parametro reale k .