Lezione n° 1 (7-10-25)

Libri **esercizi**:
P. Bonacini, M.G. Cinquegrani, L. Marino, *Algebra Lineare: Esercizi svolti*, Ed. Cavallotto, Catania 2012
P. Bonacini, M.G. Cinquegrani, L. Marino, *Geometria Analitica: Esercizi svolti*, Ed. Cavallotto, Catania 2012

Insieme : concetto primitivo

$A, B, C, \dots$ $\qquad \underset{\text{"appartiene"}}{a \in A}$ $\qquad \underset{\text{"non appartiene"}}{a \notin A}$

I 3 modi per rappresentare un insieme

1° modo: elencazione

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ va bene per insieme finiti

2° modo: caratteristica

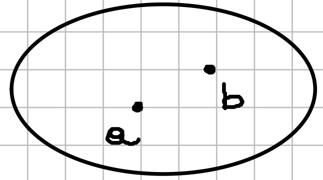
$A = \{ n \in \mathbb{N} : \boxed{0 \le n \le 5} \}$

Equazione caratteristica (o cartesiana)

$\text{Asse } \vec{x} = \{ (x, y) \in O\vec{x}\vec{y} : \boxed{y = 0} \}$

la caratteristica dei punti che stanno sull'asse x

3° modo: rappresentazione grafica

A  diagramma di Eulero-Venn

$\emptyset$ = insieme vuoto
non ha elementi

$\neq$

$\{0\}$ = insieme che ha un elemento

Cardinalità di un insieme $|A| = \#$ elem. che contiene A

$|\emptyset| = 0$ $\qquad |\{0\}| = 1$

$\mathbb{N}$ = naturali e sono i numeri interi <u>privati del segno</u>

$0, 1, 2, 3, \dots$

$\mathbb{Z}$ = interi relativi $\pm 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

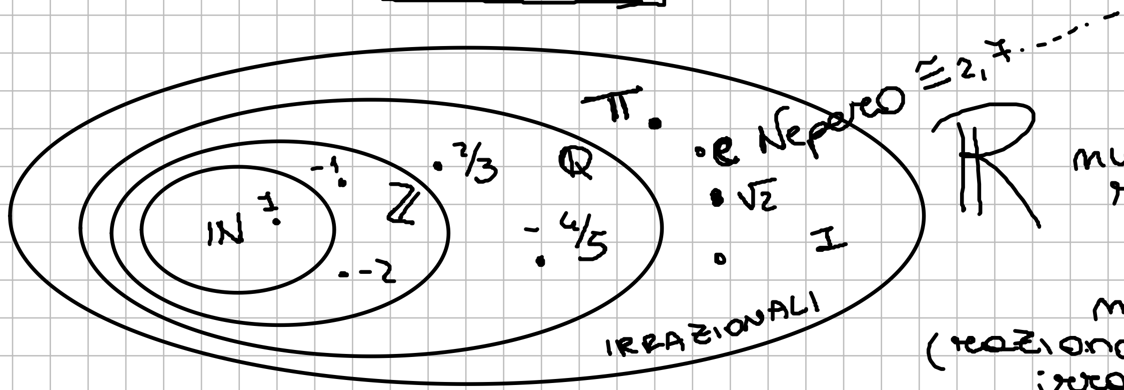
$\mathbb{Q}$ = RAZIONALI $= \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{1}, \pm 2{,}3 = \pm\frac{23}{10},$

$1{,}3333 = 1{,}\bar{3} = \frac{13-1}{9} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{4}{3} \in \mathbb{Q}$

Se il n° è non periodico allora:

1,2359764 21 .... infinite cifre e tutte diverse $\notin \mathbb{Q}$

questo è quindi $\boxed{\text{irrazionale}} \rightarrow \mathbb{I}$



numeri reali tutti i numeri (razionali e irrazionali)

$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R}$

$A \subseteq B$ "contenuto o uguale"

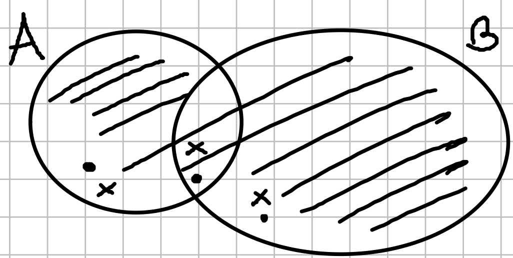
$A \subsetneq B$ "contenuto strettamente"

$A \subset B$

Operazioni tra gli insiemi:

1) Unione

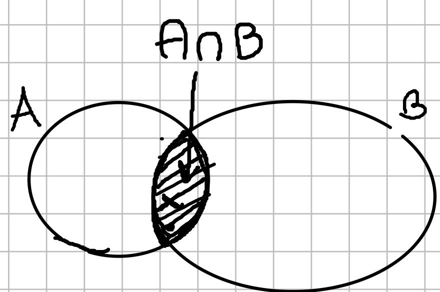
$\cup$



$A \cup B = \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}$ attenzione a questa vocale "o"

2) Intersezione

$\cap$

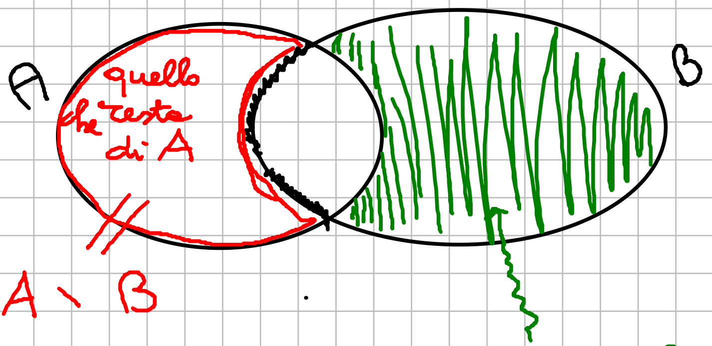


$A \cap B = \{x : x \in A \text{ e } x \in B\}$ attenzione a questa vocale "e" contemporaneamente

3) Differenza tra 2 insiemi

$A \setminus B$

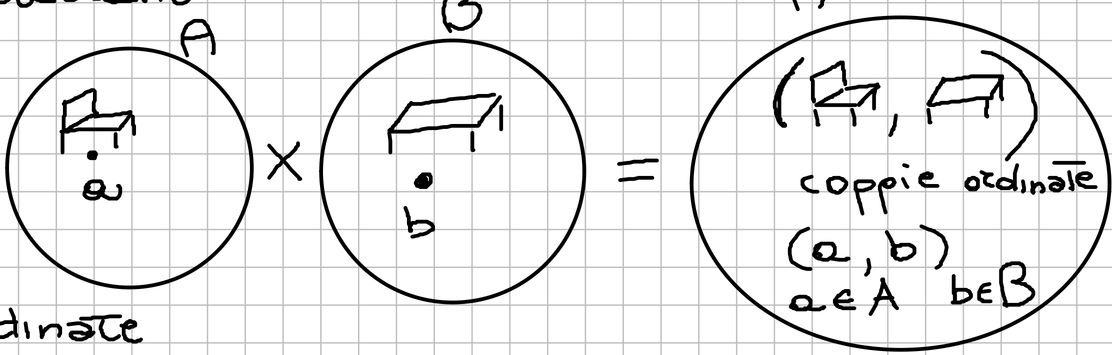
da A devo togliere B



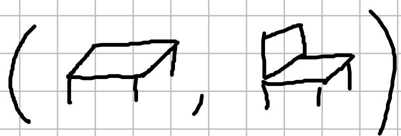
$B \setminus A \neq A \setminus B$

4) Prodotto cartesiano

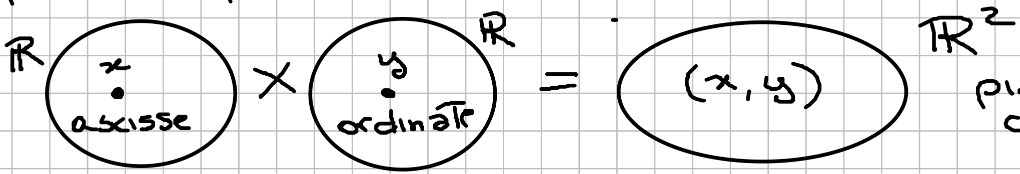
$A \times B$



Sono coppie ordinate

$B \times A \Rightarrow$  $\neq A \times B$

Esempio di prodotto cartesiano è : $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$



(x, y) coppie ordinate $\neq (y, x)$

Proprietà degli insiemi :

$\cap \cong \cdot$

$\cup \cong +$

Commutativa :

- $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup B = B \cup A$

Associativa : $(2+3)+8 = 2+(3+8)$

IN GENERALE

$(a+b)+c = a+(b+c)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

- Riflessiva dell'unione e dell'intersezione :

$A \cap A = A$; $A \cup A = A$

- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$

$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$

- Distributive:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Numeri complessi

$\underbrace{x^2 + 9}_{} = 0$

$\boxed{+} = \boxed{0}$

$\emptyset$

IN $\mathbb{R}$ QUESTO NON HA SENSO LOGICO

$\boxed{0} = \boxed{0}$

$\boxed{+} = \boxed{+}$

$\boxed{-} = \boxed{-}$

$\boxed{+} = \boxed{0}$

$\emptyset$

stesso segno stesso valore

$\underset{\boxed{+}}{\underbrace{x^2}} = \underset{\boxed{-}}{-9}$

$x = \cancel{\pm\sqrt{-9}}$

$\nexists$ la radice quadrata $\sqrt{}$ di un numero negativo

Si introducono i numeri complessi

$\mathbb{C}$ (complessi) sono tali che per convenzione $\boxed{i^2 = -1}$

$x^2 = -9 = (-1) \cdot 9 = i^2 \cdot 9 = 9i^2$

$x^2 = 9i^2$ nei n° complessi

$x = \pm\sqrt{9i^2} = \pm 3i$ $\begin{cases} +3i = x_1 \\ -3i = x_2 \end{cases}$ 2 soluz. complesse $\in \mathbb{C}$

Tutte le equaz. di II grado saranno possibili in $\mathbb{C}$

$x^2 + x + 1 = 0$ $\qquad x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3i^2}}{2} = \dfrac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$

$x_1, x_2 \in \mathbb{C}$

Prodotti notevoli

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

$$x^2 + y^2 = x^2 - (-y^2) = x^2 - (i^2 y^2) = \underline{(x-iy)(x+iy)}$$

Un numero complesso è un numero che ha questa forma:

$\mathbb{C}$ $\qquad \boxed{\underbrace{a}_{\text{Parte reale}} + i\underbrace{b}_{\text{Parte immaginaria}}} = (a, b)$

$\mathbb{C}$ $\quad a + i\cancel{0} = a$ e ritrovo $\mathbb{R}$, è come se $\mathbb{R} \subsetneq \mathbb{C}$

"I numeri reali sono numeri complessi aventi parte immaginaria <u>zero</u>"

$5 \in \mathbb{R}$ $\qquad 5 + i \cdot 0 = (5, 0) \in \mathbb{C}$

Parte reale $\uparrow$ $\quad \uparrow$ Parte immaginaria

NOTA BENE: $\boxed{i}$ lettera $\notin \mathbb{R}$

esempio:

$$x^2 + 9 = (x + 3i)(x - 3i)$$