

Лабораторная работа №7

Дискретное логарифмирование в конечном виде

автор

Кюнкристов Д.С. -

принадлежность

Российский университет дружбы народов, Москва,
Россия -

Информация

Докладчик

- Кюнкристов Даниил Саналович
- студент уч. группы НПИМд-01-24
- Российский университет дружбы народов
- 1132249574@pfur.ru
- https://github.com/DanzanK/2025-2026_math-sec/tree/main

Вводная часть

Актуальность

- Реализация p - метода Полларда для дискретного логарифмирования
- Изучение вероятностных методов в криптографии

Объект и предмет исследования

- p - метода Полларда
- Задача дискретного логарифмирования в конечных полях
- Конечные поля и их алгебраические свойства
- Метод “черепахи и зайца” для поиска коллизий
- Язык программирования python

Цели и задачи

- Реализовать p - метода Полларда для дискретного логарифмирования на языке программирования python
- Проанализировать поведение и эффективность алгоритма в зависимости от заданных параметров поля

Задача дискретного логарифмирования (DLP)

Для заданных простого числа (p), основания (a) (образующего элемента мультипликативной группы (\mathbb{Z}_p^*)) и числа (b) требуется найти целое число (x), при котором

$$[a^x \equiv b \pmod{p}]$$

где ($1 < a < p$), ($1 < b < p$)

Конечные поля

Множество классов вычетов по модулю простого числа (p) образует конечное поле (\mathbb{F}_p), которое обладает следующими свойствами:

- Сложение и умножение определены по модулю (p)
- Существует мультипликативная группа (\mathbb{Z}_p^*) порядка ($p-1$)
- Каждый ненулевой элемент имеет обратный по умножению

Процесс выполнения работы

Реализация метода Полларда по разложению чисел на множители на языке python

```

import secrets
import math

def egcd(a: int, b:int):
    if b == 0:
        return (a,1,0)
    g, y1, x1 = egcd(b, a % b)
    return (g, y1, x1 - (a//b) * y1)
def rho_dlog(p:int,a:int,b:int,r:int):
    u = secrets.randrange(r)
    v = secrets.randrange(r)

    c = (pow(a, u, p) * pow(b,v,p)) % p
    d = c
    alpha1, beta1, alpha2, beta2 = u, v, u, v
    half = p//2

    def step(x:int):
        if x < half:
            return(a*x) % p
        else:
            return(b*x) % p
    while True:
        c = step(c)
        alpha1 = (alpha1 + (1 if c < half else 0)) % r
        beta1 = (beta1 + (1 if c >= half else 0)) % r
        d = step(d)
        d = step(d)
        alpha2 = (alpha2 + 2 * (1 if d < half else 0)) % r
        beta2 = (beta2 + 2 * (1 if d >= half else 0)) % r

        if c == d:
            break
    A = (beta1 - beta2) % r
    delta = (alpha2 - alpha1) % r
    g, xcoef, _ = egcd(A,r)
    if delta % g !=0:
        return None
    return (xcoef * (delta // g)) % r

```

Результаты

- Успешно реализованы все задачи, поставленные для выполнения лабораторной работы

```
if __name__ == "__main__":
    while True:
        print(" Введите p, a, b, r через пробел, выход для того чтобы выйти")
        s = input().strip().lower()
        if s == "выход":
            break
        try:
            parts = s.split()
            if len(parts) != 4:
                raise ValueError("ERROR")
            p, a, b, r = map(int, parts)
            x = rho_dlog(p, a, b, r)
            print("Invalid problem" if x is None else f"x = {x}")
        except Exception:
            print("Error. Введите p, a, b, r через пробел, выход для того чтобы выйти")
```

```
PS C:\Users\Danzan\Desktop\MOZIiIB\lr> & C:/ProgramData/anaconda3/python.exe c:/Users/Danzan/Desktop/MOZIiIB/lr/LR7/LR7.py
Введите p, a, b, r через пробел, выход для того чтобы выйти
107 10 64 53
Invalid problem
Введите p, a, b, r через пробел, выход для того чтобы выйти
107 10 64 53
x = 2
Введите p, a, b, r через пробел, выход для того чтобы выйти
107 10 64 13
x = 12
Введите p, a, b, r через пробел, выход для того чтобы выйти
```

Выход

Реализован р-метод Полларда по дискретному логарифмированию в конечном поле на языке программирования python. Также вычислен логарифм на основе заданных параметрах конечного поля