

硕士学位论文

脉冲激光实现离子量子比特门

**IMPLEMENTATION OF ION-QUBIT GATE BY
PULSED LASER**

研 究 生：彭道杰

指 导 教 师：张君华副研究员

南方科技大学

二〇二四年三月

国内图书分类号: XXxxx.x

国际图书分类号: xx-x

学校代码: 14325

密级: 公开

工学硕士学位论文

脉冲激光实现离子量子比特门

学位申请人: 彭道杰

指导教师: 张君华副研究员

学科名称: 电子科学与技术

答辩日期: 2024 年 4 月

培养单位: 量子科学与工程研究院

学位授予单位: 南方科技大学

Classified Index: XXxxx.x

U.D.C: xx-x

Thesis for the degree of Master of Engineering

IMPLEMENTATION OF ION-QUBIT GATE BY PULSED LASER

Candidate:	PENG Daojie
Supervisor:	Assistant Researcher ZHANG Junhua
Discipline:	Electronic Science and Technology
Date of Defence:	April, 2024
Affiliation:	Institute of Quantum Science and Engineering
Degree-Confering- Institution:	Southern University of Science and Technology

学位论文公开评阅人和答辩委员会名单

公开评阅人名单

刘 XX	教授	南方科技大学
陈 XX	副教授	XXXX 大学
杨 XX	研究员	中国 XXXX 科学院 XXXXXXXX 研究所

答辩委员会名单

主席	赵 XX	教授	南方科技大学
委员	刘 XX	教授	南方科技大学
	杨 XX	研究员	中国 XXXX 科学院 XXXXXXX 研究所
	黄 XX	教授	XXXX 大学
秘书	周 XX	副教授	XXXX 大学
	吴 XX	助理研究员	南方科技大学

南方科技大学学位论文原创性声明和使用授权说明

南方科技大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文是本人在导师指导下独立进行研究工作所取得的成果。除了特别加以标注和致谢的内容外，论文中不包含他人已发表或撰写过的研究成果。对本人的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中作了明确的说明。本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日期：

南方科技大学学位论文使用授权书

本人完全了解南方科技大学有关收集、保留、使用学位论文的规定，即：

1. 按学校规定提交学位论文的电子版本。
2. 学校有权保留并向国家有关部门或机构送交学位论文的电子版，允许论文被查阅。
3. 在以教学与科研服务为目的前提下，学校可以将学位论文的全部或部分内容存储在有关数据库提供检索，并可采用数字化、云存储或其他存储手段保存本学位论文。
 - (1) 在本论文提交当年，同意在校园网内提供查询及前十六页浏览服务。
 - (2) 在本论文提交 ☐ 当年/ ☐ 一年以后，同意向全社会公开论文全文的在线浏览和下载。
4. 保密的学位论文在解密后适用本授权书。

作者签名：

日期：

指导教师签名：

日期：

摘 要

量子计算因其潜在的应用前景而受到广泛关注强大的计算能力。在量子算法的配合下，量子计算机可以实现许多通过经典计算机难以实现的计算，如大素数分解、量子多体系统仿真等。

关键词：量子计算；离子阱；测控系统；电子学

Abstract

Quantum computing has attracted extensive attention due to its potentially powerful computing capabilities. With the cooperation of quantum algorithm, quantum computer can realize many calculations that are difficult to be realized by classical computers like factorization of large prime numbers, simulation of quantum many body systems.

Keywords: Quantum Computation; Ion Trap; Measurement and Control System; Electronics

目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	II
符号和缩略语说明.....	VI
第 1 章 简介.....	1
第 2 章 量子计算.....	3
2.1 量子计算基本原理介绍.....	3
2.1.1 经典逻辑门.....	3
2.1.2 量子逻辑门.....	9
2.1.3 量子算法.....	11
2.2 量子计算的不同实现平台.....	11
2.2.1 离子量子计算.....	12
2.2.2 超导量子计算.....	12
2.2.3 原子量子计算.....	12
2.2.4 硅基量子计算.....	12
2.2.5 光量子计算.....	12
2.2.6 拓扑量子计算.....	12
第 3 章 离子阱量子计算系统.....	13
3.1 离子阱的发展.....	13
3.2 囚禁离子的光场耦合.....	13
3.2.1 离子阱的囚禁原理.....	13
3.2.2 二能级近似.....	13
3.2.3 耦合的理论表述.....	13
3.2.4 离子内态测量.....	13
3.2.5 离子运动态测量.....	13
3.3 离子的激光冷却.....	13
3.3.1 多普勒冷却.....	13
3.3.2 边带冷却.....	13
3.4 Mølmer-Sørensen 门.....	13

3.5 系统的组成——离子阱系统	13
3.5.1 囚禁电极	14
3.5.2 微波信号	14
3.5.3 真空系统	14
3.5.4 螺线管谐振腔	14
3.6 系统的组成——光学系统	14
3.6.1 冷却激光	14
3.6.2 操控激光	14
3.7 系统的组成——测控系统	14
3.7.1 测控系统的构架	14
第 4 章 镱离子量子计算	15
4.1 镱离子的能级结构	15
4.2 镱离子的比特编码方式	15
4.3 镱离子的激光冷却	15
4.4 镱离子的态初始化	15
4.5 镱离子的态探测	15
4.6 镱离子的态操控	15
第 5 章 脉冲激光操控离子	16
5.1 脉冲激光操控离子的原理	16
5.2 脉冲激光操控离子的优势	16
第 6 章 基于 FPGA 的 RTMQ 测控系统	17
6.1 系统架构介绍	17
6.2 测控硬件组成	17
6.3 软件 API	17
6.4 基于 FPGA 的数字超前进位加法器	17
6.5 基于 FPGA 的数字 Booth 乘法器	17
6.6 基于 FPGA 的数字 PID	17
6.7 基于 FPGA 的通用数字滤波器	17
第 7 章 螺线管谐振腔	18
7.1 离子阱系统中的螺线管谐振腔	18
7.2 螺线管谐振腔的仿真	18
7.3 螺线管谐振腔的数学建模	18
7.4 螺线管谐振腔的加工和制作	18

7.5 螺线管谐振腔的机械结构优化.....	18
第 8 章 脉冲激光拍频锁定.....	19
8.1 脉冲激光拍频锁定原理.....	19
8.2 脉冲激光拍频锁定系统搭建.....	19
8.3 脉冲激光拍频系统锁定结果.....	19
第 9 章 激光功率锁定.....	20
9.1 激光功率锁定原理.....	20
9.2 激光功率锁定系统搭建.....	20
9.3 激光功率锁定系统结果.....	20
第 10 章 离子阱频率锁定.....	21
10.1 离子阱频率锁定原理.....	21
10.2 离子阱频率锁定系统搭建.....	21
10.3 离子阱频率锁定系统结果.....	21
第 11 章 脉冲激光操控离子（量子门）实验.....	22
11.1 态初始化保真度.....	22
11.2 XXXX.....	22
11.3 XXXX.....	22
11.4 XXXX.....	22
11.5 XXXX.....	22
结 论.....	23
参考文献.....	24
附录 A 补充内容.....	28
致 谢.....	29
个人简历、在学期间完成的相关学术成果.....	30

符号和缩略语说明

RF	射频 (Radio Frequency)
PQS	量子叠加原理 (Principle of Quantum Superposition)
DCT	动态解耦技术 (Dynamic Decoupling Technology)
UQC	通用量子计算机 (Universal Quantum Computer)
BA	布尔代数 (Boolean Algebra)
RLG	可逆逻辑门 (Reversible Logic Gate)
ILG	不可逻辑逆门 (Irreversible Logic Gate)
ULG	通用逻辑门 (Universal Logic Gate)
QNG	量子非门 (Quantum Not Gate)

第 1 章 简介

量子计算因其潜在的应用前景而受到广泛关注强大的计算能力。在量子算法的配合下，量子计算机可以实现许多通过经典计算机难以实现的计算，如大素数分解^[1-2]、量子多体系统仿真^[3-4]、加速搜索过程^[5]等。

和经典计算机的实现方式类似，量子计算机也采用比特 (*Bit*) 作为计算单元来实现计算。与经典计算机使用的经典比特 (*Bit*) 不同的是量子计算的计算单元是量子比特 (*Qubit*)。在量子计算机中，这个最小的计算单元通常被表示为： $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 。经典比特可能处于的状态只有两个，一般来说 0（低电平）或 1（高电平），而量子比特不仅可能处于 $|0\rangle$ 态或 $|1\rangle$ 态，还可能处于两者的概率叠加状态。采用狄拉克符号 (*Dirac-Notation*) 的方式，一个量子比特可以被表示为概率叠加：

$$|\phi\rangle = a_0 |0\rangle + a_1 |1\rangle$$

其中 $a_0^2 + a_1^2 = 1$ 。对于多个量子比特共同存在的情况，整个系统 ($N - qubits$) 的状态可以被表示为：

$$|\phi\rangle = a_0 |0 \cdots 0\rangle + \cdots + a_{2^N-1} |1 \cdots 1\rangle$$

这就是所谓的量子叠加原理 (*Principle of Quantum Superposition, PQS*)^[6]。这也是量子计算机的量子并行性 (*Quantum Parallelism*) 这一强大特性的来源。

为了实现量子比特，量子计算机的最小计算单元，我们必须有某种定义明确的两级系统，并且对要编码的信息具有量子效应。David DiVincenzo 对量子计算机的实现要素进行了总结^[7]：

- (1) 一个定义明确的两级系统来编码量子比特；
- (2) 足够长的相干时间来执行量子操作；
- (3) 能够将量子比特近乎完美的初始化到确定性纯态；
- (4) 定义的量子比特能够组合实现通用量子门；
- (5) 接近完美的量子比特状态读出；

以上的这些原则被用于选择合适的物理平台来进行量子计算的实现，经过筛选后目前已经被证明有实现通用量子计算机潜力的物理系统平台有：离子阱系统、超导系统、线性光学系统、硅基量子点、原子系统、拓扑系统等。

迄今为止，作为 1995 年提出的量子计算的第一个候选者的激光冷却离子阱系统 (*Ion trap system*) 仍然是实现大规模量子计算机最有前途的平台之一。离子已经

很好地定义了具有极长相干时间^[8]的内部状态，它保证了出色的纠缠和初始化特性^[9]。储存在单个离子中的量子比特状态可以有长达几秒钟的寿命^[10]，在动态解耦技术 (*Dynamic Decoupling Technology, DCT*) 的帮助下这个寿命可以超过 10 分钟^[11]，这是在所有现有量子计算物理平台中保持最长的相干时间记录。关于纠缠态的制备，离子阱系统在 2011 年已经实现了 14 个纠缠态的制备^[12]，这个数字在 2018 年更新到了 20^[13]。同时，四量子比特多部纠缠态的存储时间达到 1.1 秒^[14]。此外，运动自由度可以用于实现不同量子位之间的通信，确保全量子位连接^[15]。离子的状态也可以用几乎完美的效率读出^[16]，在此基础上可以构建高保真量子逻辑门^[17]。DiVincenzo 的原始论文还为量子通信目的指定了两个额外的标准：能平稳地进行量子比特和所谓的“飞行”量子比特之间的相互转换 (这可能是光子，量子信息编码在偏振、频率或相位)，以及将这些飞行量子比特从一个位置高保真地传输到另一个位置的能力。如果目标不是构建一个平稳的大规模量子计算机，这些标准并不重要，但对于包括量子网络在内的其它一些应用来说是十分必要的。在这方面，一些方案采用捕获离子的中尺度模块之间的光子互连来实现量子处理器的互联^[18]。虽然离子本身不太可能作为长距离量子通信或量子网络的飞行量子比特，但离子和光子之间的高保真纠缠已被实现^[19]。总之，离子满足 QC 的五个主要 DiVincenzo 标准，也验证了将它们的量子信息转移到飞行量子比特的能力。事实上，早在 2004，所有这些标准在离子量子比特平台基本上都得到满足^[19-20]。

随后这里可以再补充一些量子测控方面的内容...

尽管到目前为止离子阱量子计算发展迅速，但在实现通用量子计算机之前仍有许多问题有待解决。最近，许多研究这致力于芯片离子阱^[21]、离子穿梭和规模化^[22-24]、光学集成^[25-26]、多离子的单独寻址^[27]和量子比特纠错^[28-29]等技术，以实现最终目标——通用量子计算机 (*Universal Quantum Computer, UQC*)。

简要阐述一下后续章节的主要内容...

第2章 量子计算

2.1 量子计算基本原理介绍^[30]

目前，计算机的电路模型是计算过程最有用的抽象，广泛应用于计算机工业在实际计算硬件的设计和构建中。在电路模型中，计算机科学家将任何计算视为等同于由作用于某个二进制（比特串, *Bit String*）输入的少数不同类型的布尔逻辑门 (*Boolean Logic Gates*) 构建的电路的动作。每个逻辑门根据门的定义以某种确定性的方式将其输入位转换为一个或多个输出位。通过组合计算电路图中的门，使前一级门的输出作为一级门的输入，计算机科学家可以证明这可以完成任何可行的计算。

2.1.1 经典逻辑门

逻辑是数学的一个子领域，主要关注论点的有效性，即通过从起始假设（称为公理）进行推理过程来确定命题的真实性或虚假性，并通过对它们应用有效的推理规则。逻辑不关心确定现实世界中实际为真或假的内容，因为现实世界是但我们可能选择推理的无限多个可能世界之一。相反，逻辑提供了数学框架，我们可以从给定的开始假设中得出有效的结论。

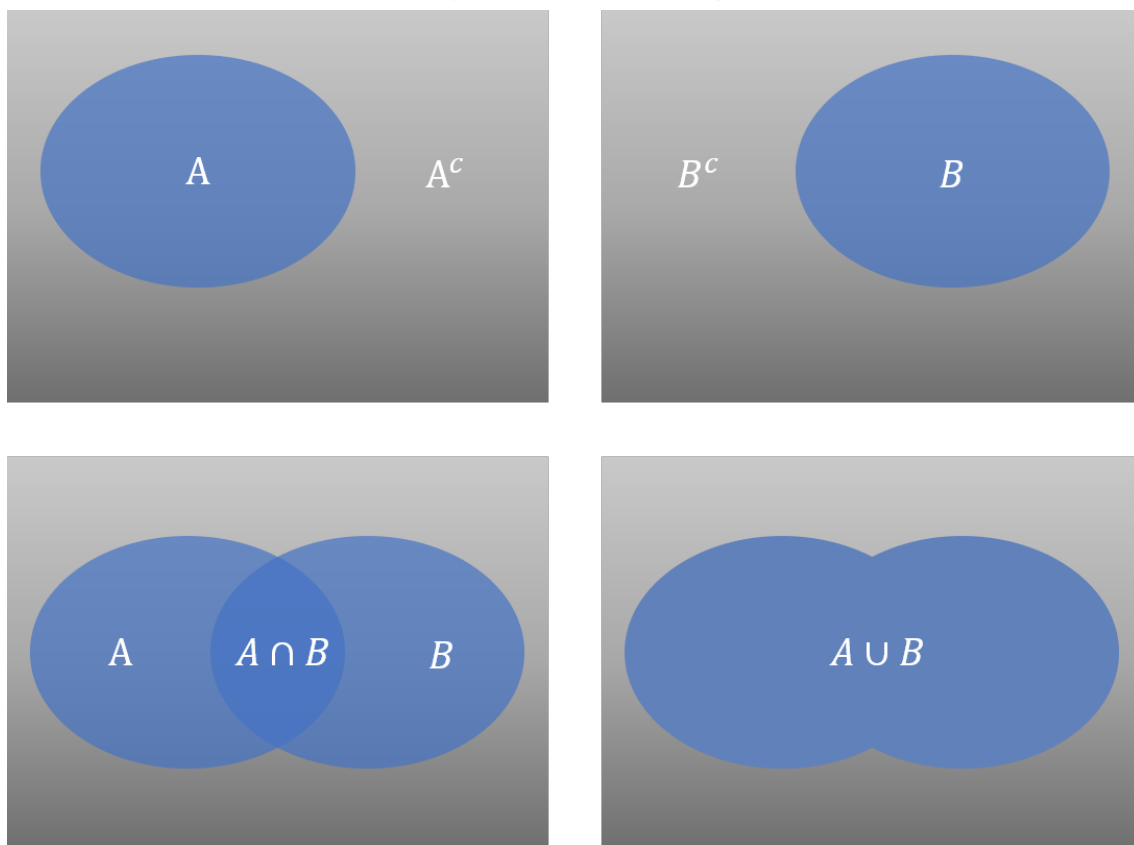
经典计算机的数学基础是布尔代数 (*Boolean Algebra, BA*)^[31]。BA 提供代数表达式的解释作为关于对象类的陈述。在 BA 中，所有对象的全体是一个集合 (*Set*)，而像 A 、 B 、 C 这样的符号 (*Symbols*) 表示集合当中的子集合 (*Subset*) 对象。然后集合上的一般操作，例如交集 $A \cap B$ 、并集 $A \cup B$ 和补集 A^c 可以表示为对这些子集对象的做出表述，如图2-1所示。

举个简单的例子，如果 A 表示会打乒乓球的人， B 表示会打篮球的人；则 $A \cap B$ 表示既会打乒乓球又 (AND) 会打篮球的人； $A \cup B$ 表示所有会打乒乓球或者 (OR) 会打篮球的人； A^c 表示所有所有不 (NOT) 会打乒乓球的人。

正如上面例中介绍到的，逻辑连接词 *AND*、*OR* 和 *NOT* 描述了由交集、并集和补集操作引起的集合的解释，表明集合操作 (*Set Operations*) 和逻辑操作 (*Logic Operations*) 之间存在密切的联系。

当我们能够将代数语句转化为逻辑语句后，我们就可以很容易地定义表示相同逻辑的不同代数。也就是用一个含有一系列用逻辑函数 (*AND, OR, NOT*) 联系起来的变量 (a, b, c, \dots) 的数学函数来表示一个或真或假的逻辑命题 (*Logical Proposi-*

图 2-1 集合的并集、交集和补集运算的图形说明



tion)。表2-1列出了部分所谓的 *De-Morgan* 定律 (*De-Morgan's Laws*)，它给出了基本逻辑命题的句法等效版本。通过使用这些定律，我们可以从 \wedge 的所有实例或 \vee 的所有实例的任何逻辑表达式中系统地消除。这意味着我们可以将非常复杂的逻辑命题简化为形成两种标准形式之一，即连词的分离（即析取范式，*Disjunctive Normal Form*）或析取连词（即连词范式，*Conjunctive Normal Form*）。

因此，如果我们可以创建一些非常简单的基本门的硬件实现，例如，*NOT*，*AND* 和 *OR*，我们原则上可以将这些操作组合成非常复杂的电路。在经典的数字电路研究中包括许多这样的模块，比如加法器^[32]、乘法器^[33]、滤波器^[34]等等，具体的相关内容将在后续章节进行介绍。

传统上，逻辑门 (*Logic Gate, LG*) 被认为是一种接受一个或多个布尔值 (即 *FALSE* 或 *TRUE*) 作为输入，并返回一个布尔值作为输出的物理设备。布尔值 (*FALSE* 和 *TRUE*) 通常分别与位值 0 和 1 同义使用。逻辑门是现代计算机的关键部件。任何经典计算都可以分解成一系列逻辑门，每次只作用于几个比特。因此，逻辑门是所有现代计算机的核心。整体上各类基本的门电路可以分为两类：可逆门 (*Reversible Gate*) 和不可逆门 (*Irreversible Gate*)。下面两小节将分别介绍他们。

表 2-1 逻辑上等价的命题。这里通过使用 *De-Morgan* 定律，任何命题都可以单独使用 *NOT* 和 *AND* 表示，或者单独使用 *NOT* 和 *OR*

逻辑等效形式	
$a \wedge 0 = 0$	0 与
$a \wedge 1 = a$	1 与
$a \vee 0 = a$	0 或
$a \vee 1 = 1$	1 或
$a \wedge a = a$	独立性
$a \vee a = a$	独立性
$a \wedge \neg a = 0$	矛盾定理
$a \vee \neg a = 1$	无谓重复
$\neg \neg a = a$	双重否定
$a \vee b = b \vee a$	与的交换律
$a \wedge b = b \wedge a$	或的交换律
$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$	与的结合律
$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$	或的结合律
$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$	分配律
$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	分配律
$a \wedge (a \vee b) = a$	吸收律
$a \vee (a \wedge b) = a$	吸收律
$a \wedge (\neg a \vee b) = a \wedge b$	吸收律
$a \vee (\neg a \wedge b) = a \vee b$	吸收律
$\neg(a \wedge b) = (\neg a) \vee (\neg b)$	De-Morgan 定律
$\neg(a \vee b) = (\neg a) \wedge (\neg b)$	De-Morgan 定律
$(a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b) = a$	
$a \Rightarrow b = \neg a \vee b$	
$a \Rightarrow b = \neg(a \vee \neg b)$	

2.1.1.1 不可逆门：AND、OR、XOR

图 2-2 不可逻辑逆门

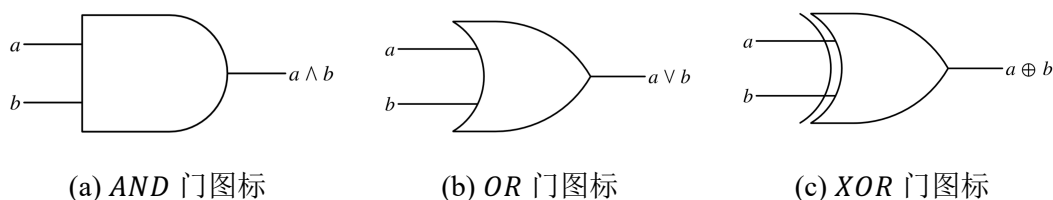


表 2-2 不可逻辑逆门

(a) AND 门真值表			(b) OR 门的真值表			(c) XOR 门的真值表		
AND			OR			XOR		
a	b	$a \wedge b$	a	b	$a \vee b$	a	b	$a \oplus b$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0

描述逻辑门动作的最好方法是用它的真值表 (*Truth Table*)。在真值表中，我们写下输入的所有可能的逻辑值及其相应的输出。例如，AND 门的真值表如表2-2(a)所示。AND 门在电路图中对应的图标如图2-2(a)所示。AND 门在逻辑上是不可逆的，属于不可逆逻辑门 (*Irreversible Logic Gate, ILG*)，这意味着我们无法为所有输出确定唯一的输入。具体来说，如果输出为 0(即 *FALSE*)，则无法判断输入值是 00、01 还是 10。换句话说，当 AND 门的输出为 0 时，它就会“擦除”一些信息。

同理，OR 门的真值表如表2-2(b)所示。OR 门对应的电路图标如图2-2(b)所示。OR 门在逻辑上也是不可逆的，因为当它的输出为 1(即 *TRUE*) 时，不可能说输入是 01、10 还是 11。也就是说，当输出为 1 时，OR 门再次擦除一些信息。

OR 门有一种很常见变体，称为异或门 (*Exclusive-OR Gate*)(通常写为 XOR 或 \oplus)，事实证明它非常有用（因为很容易用晶体管实现）。XOR 与 OR 相似，不同之处在于当两个输入都为 1(即 *TRUE*) 时，它返回 0(即 *FALSE*)。XOR 的真值表如表2-2(c)所示。相应的异或电路图标如图2-2(c)所示。

2.1.1.2 可逆逻辑门：NOT、SWAP、CNOT

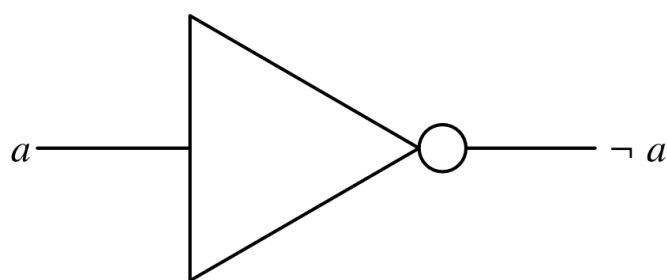
上节介绍到的如 AND 门、OR 门、XOR 门等不可逆门在实践中应用十分广泛。随着数字芯片技术的不断发展，由于集成化的散热问题，不可逆门天然存在的限

制逐渐被人们关注。基础物理理论告诉我们当信息被擦除时，一定伴随着能量的耗散^[35]。具体来说，每一比特信息的擦除会释放的能量为 $kT \ln 2$ ，其中 k 是玻尔兹曼常数 ($k = 1.3805 \times 10^{-23} JK^{-1}$) 而 T 是以凯尔文 (*Kelvin*) 为单位的绝对温度。因此，即使所有其它能量损失机制从电路中消除了，由于信息擦除时发生的不可避免的能量损失，电路在操作时仍然会耗散能量。尽管当今在逻辑电路中由于逻辑不可逆性而导致的这种能量耗散与其它机制导致的能量耗散相比还比较小。然而，随着其它机制导致的能量耗散不断被克服，这种不可避免的信息擦除能量耗散将成为重要贡献，这将会阻碍计算芯片的进一步小型化和集成化。

克服上述问题的其中一个解决方案是修改现有的逻辑门使其仅使用可逆逻辑门 (*Reversible Logic Gate, RLG*) 实现。在可逆逻辑门中，一个输入对应着一个确定的输出，反之亦然。因此，可逆门在起作用时永远不会删除任何信息，因此，可以向前运行基于可逆逻辑的计算以获得答案、复制的答案以及整个计算，然后再反向执行整个过程以恢复除用于复制中间点答案的小部分能量之外的所有能量。

可逆逻辑门的最简单例子是 *NOT* 门。*NOT* 是一个 *1-input/1-output* 门，它简单地反转它所处理的位值。*NOT* 门的真值表如表2-3所示。*NOT* 门的电路图标如图2-3所示。如果一个人知道输出位值，就可以明确地推断输入位值，反之亦然。

量子计算中非常重要的可逆门是受控非门 (*CNOT*)。*CNOT* 的真值表如表2-4所示。*CNOT* 门的电路图标如图 2.9 所示。*CNOT* 门的效果是当且仅当第一个位设置为 1 时翻转第二个位的位值。也就是说，否定或不否定第二个位的决定由第一个位的值控制。这也是叫它受控非门的原因。

图 2-3 *NOT* 门图标

注意 *CNOT* 门不仅是一种 RLG，还是一种通用逻辑门 (*Universal Logic Gate, ULG*)。也就是说以它为基础可以实现任何其它类型的门，比如 *AND*、*OR* 等等，进一步地可以只用 *CNOT* 搭建网络实现任何计算。ULG 除了 *CNOT* 门外，还有

表 2-3 *NOT* 门

NOT	
a	$\neg a$
0	1
1	0

图 2-4 *CNOT* 门图标

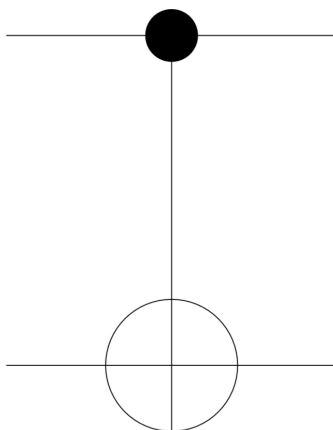


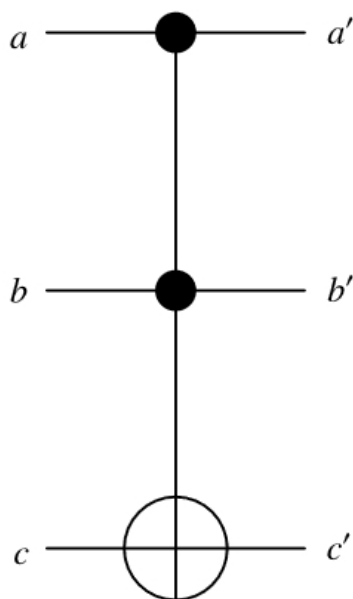
表 2-4 *CNOT* 门

CNOT			
a	b	a'	b'
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

TOFFOLI 门^[36]、*FREDKIN* 门^[37]等等。*TOFFOLI* 门和 *FREDKIN* 门都属于 RLG，比如 *TOFFOLI* 门的真值表如表2-5所示，它的图标如图2-5所示。

表 2-5 *TOFFOLI* 门真值表

a	b	c	a'	b'	c'
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0

图 2-5 *TOFFOLI* 门图标

2.1.2 量子逻辑门

前面我们已经讨论过经典的不可逆和经典的可逆门，这使我们能够更好地理解量子门的优越性。就像任何经典计算都可以分解成一系列经典逻辑门，这些门一次只作用于几个经典比特，因此任何量子计算也可以分解成一系列量子逻辑门，这些门一次只作用于几个量子比特。主要区别在于，虽然经典逻辑门操纵经典位

值 0 或 1，但量子门可以操纵任意多量子态，包括计算基态的任意叠加，这些量子态也经常纠缠在一起。因此，量子计算的逻辑门比经典计算的逻辑门更加多样化。

通常我们使用泡利矩阵 (*Pauli Matrices*), $\mathbb{1}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$, 来描述单量子比特。单量子比特既是厄米特 (*Hermitian*) 的也是么正 (*Unitary*) 的，任何 1-量子比特哈密顿量总是可以写成泡利矩阵的加权和：

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

实际上泡利矩阵 \mathbf{X} 和经典逻辑门中的 *NOT* 门对应，有：

$$\mathbf{X} \equiv \text{NOT} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

也就是说 \mathbf{X} 可以类似经典比特的 *NOT* 门用来翻转量子比特的状态，即：

$$\mathbf{X}|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle \quad (2-3)$$

$$\mathbf{X}|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle \quad (2-4)$$

(2-5)

但是注意 \mathbf{X} 并不是一个真正意义上的量子非门 (*Quantum Not Gate, QNG*)，实际上并不存在一个通用的 QNG。

有一个很重要的量子门值得在这里被介绍，它就是 *Hadamard* 门 (*Hadamard Gate*)，它的定义如下^[38]：

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

它的最广泛的应用是用来制备量子叠加态，基本的过程示意如下：

$$\mathbf{H}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \quad (2-7)$$

$$\mathbf{H}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle) \quad (2-8)$$

(2-9)

这是一个看似简单的看门，但它有一个重要的性质。进一步地，它可以制备 n

个比特的叠加态，这些态将会均匀地分布在 $[0, 1, \dots, 2^n - 1]$ 的范围上：

$$H|0\rangle \otimes H|0\rangle \otimes \dots \otimes H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{j=0}^{2^n-1} |j\rangle \quad (2-10)$$

其中 $|j\rangle$ 是由二进制数索引的计算基态，该二进制数将对应于十进制符号中的数字 j 。比如对于 3 量子比特的寄存器来说， $|0\rangle$ 表示计算基态 $|000\rangle$ ； $|1\rangle$ 表示计算基态 $|001\rangle$ ； \dots ； $|7\rangle$ 表示计算基态 $|111\rangle$ 。

这些本征态意味着可以使用 n 比特同时写入的所有可能比特串组合。它实际上是量子计算最重要的技巧之一，因为它实现了仅使用多项式多次操作而将指数多的索引加载到量子计算机中。如果自然界没有种方法，我们则必须像我们在经典计算中所做的那样一个一个单独输入不同的位串，那么量子计算在计算复杂性方面取得突破的可能性要小得多。

在量子门的阐述中有一个门是绝对不能忽略的，那就是量子 *CNOT* 门。和经典 *CNOT* 门一样，它会根据一个比特的状态来决定是否翻转另一个比特的状态，比如：

$$|00\rangle \xrightarrow{CNOT} |00\rangle \quad (2-11)$$

$$|01\rangle \xrightarrow{CNOT} |01\rangle \quad (2-12)$$

$$|10\rangle \xrightarrow{CNOT} |11\rangle \quad (2-13)$$

$$|11\rangle \xrightarrow{CNOT} |10\rangle \quad (2-14)$$

$$(2-15)$$

其中第二个比特（靠右的）的状态受到第一个比特（靠左的）的状态控制。由于 *CNOT* 门是一个通用的门，因此只要一个量子物理体系能够实现 *CNOT* 门，那么这个体系就具备了实现通用量子计算机的前景^[39-40]。

2.1.3 量子算法

2.2 量子计算的不同实现平台

这部分需要分别找各个平台的文献进行整理，每个平台找一到两篇吧

2.2.1 离子量子计算

2.2.2 超导量子计算

2.2.3 原子量子计算

2.2.4 硅基量子计算

2.2.5 光量子计算

2.2.6 拓扑量子计算

第3章 离子阱量子计算系统

这部分简单讲一下离子阱量子计算的发展历史，重点介绍离子阱量子计算系统的基本组成，不针对特别具体的系统...

3.1 离子阱的发展

这部分主要参考文献^[41]p2

3.2 囚禁离子的光场耦合

这部分主要参考文献^[42]p3-8

3.2.1 离子阱的囚禁原理

3.2.2 二能级近似

3.2.3 耦合的理论表述

3.2.4 离子内态测量

3.2.5 离子运动态测量

3.3 离子的激光冷却

主要介绍原理，不讲太多实验细节和结果，这部分主要参考文献^[42]p16-19

3.3.1 多普勒冷却

3.3.2 边带冷却

3.4 Mølmer-Sørensen 门

这部分主要参考文献^[43]

3.5 系统的组成——离子阱系统

这部分尽量结合实验室的仪器设备展开叙述

3.5.1 囚禁电极

3.5.2 微波信号

3.5.3 真空系统

3.5.4 螺线管谐振腔

3.6 系统的组成——光学系统

这部分尽量结合实验室的仪器设备展开叙述

3.6.1 冷却激光

3.6.2 操控激光

3.7 系统的组成——测控系统

这部分尽量结合实验室的仪器设备展开叙述

3.7.1 测控系统的构架

第 4 章 镱离子量子计算

这部分讲解镱离子的基本情况以及镱离子用来做量子计算的各种基本操作原理...

- 4.1 镱离子的能级结构
- 4.2 镱离子的比特编码方式
- 4.3 镱离子的激光冷却
- 4.4 镱离子的态初始化
- 4.5 镱离子的态探测
- 4.6 镱离子的态操控

第 5 章 脉冲激光操控离子

这部分介绍脉冲激光操作离子的原理和优势，看情况也许可以拓展细讲一下脉冲激光实现超快量子门相关的内容...

5.1 脉冲激光操控离子的原理

这部分的主要参考文献^[44]

5.2 脉冲激光操控离子的优势

第 6 章 基于 FPGA 的 RTMQ 测控系统

这部分参考 RTMQ 的相关专利和文档介绍整个测控系统的情况...

- 6.1 系统架构介绍
- 6.2 测控硬件组成
- 6.3 软件 API
- 6.4 基于 FPGA 的数字超前进位加法器
- 6.5 基于 FPGA 的数字 Booth 乘法器
- 6.6 基于 FPGA 的数字 PID
- 6.7 基于 FPGA 的通用数字滤波器

第 7 章 螺线管谐振腔

这部分将对之前谐振腔的研究进行整理和总结...

- 7.1 离子阱系统中的螺线管谐振腔
- 7.2 螺线管谐振腔的仿真
- 7.3 螺线管谐振腔的数学建模
- 7.4 螺线管谐振腔的加工和制作
- 7.5 螺线管谐振腔的机械结构优化

第 8 章 脉冲激光拍频锁定

这部分叙述主要参考文献^[45]

- 8.1 脉冲激光拍频锁定原理
- 8.2 脉冲激光拍频锁定系统搭建
- 8.3 脉冲激光拍频系统锁定结果

第 9 章 激光功率锁定

- 9.1 激光功率锁定原理
- 9.2 激光功率锁定系统搭建
- 9.3 激光功率锁定系统结果

第 10 章 离子阱频率锁定

这部分主要介绍参考文献^[46]

- 10.1 脉冲激光拍频锁定原理
- 10.2 脉冲激光拍频锁定系统搭建
- 10.3 脉冲激光拍频锁定系统结果

第 11 章 脉冲激光操控离子（量子门）实验

这章看情况，如果实验系统跟得上的话加上，具体实验设计留再讨论...

11.1 态初始化保真度

11.2 XXXX

11.3 XXXX

11.4 XXXX

11.5 XXXX

结 论

量子计算拥有着广阔的发展和应用前景。离子阱量子计算因其较高的相干时间和保真度是量子计算未来重要的发展方向之一。

参考文献

- [1] SHOR P W. Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer[J/OL]. SIAM Journal on Computing, 1997: 1484–1509. <http://dx.doi.org/10.1137/s0097539795293172>.
- [2] SINGLETON JR R L. Shor’ s Factoring Algorithm and Modular Exponentiation Operators [J/OL]. Quanta, 2023: 41–130. <http://dx.doi.org/10.12743/quanta.v12i1.235>.
- [3] FEYNMAN R P. Simulating physics with computers[J/OL]. International Journal of Theoretical Physics, 1982: 467–488. <http://dx.doi.org/10.1007/bf02650179>.
- [4] LLOYD S. Universal Quantum Simulators[J/OL]. Science, 1996, 273(5278): 1073 – 1078. <http://dx.doi.org/10.1126/science.273.5278.1073>.
- [5] GROVER L K. Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack[J/OL]. Physical Review Letters, 2002: 325–328. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.79.325>.
- [6] FEDOROV A, MAN’ KO V. Superposition principle for qubit states in spin-projection mean representation[A]. 2019.
- [7] DIVINCENZO D P. The Physical Implementation of Quantum Computation[J/OL]. Fortschritte der Physik, 2000: 771–783. [http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978\(200009\)48:9/11<771::aid-PROP771>3.0.CO;2-E](http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::aid-PROP771>3.0.CO;2-E).
- [8] FISK P, SELLARS M, LAWN M, et al. Accurate measurement of the 12.6 GHz “clock” transition in trapped $^{171}\text{Yb}^{+}$ ions[J/OL]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1997, 44(2): 344–354. <http://dx.doi.org/10.1109/58.585119>.
- [9] BLATT R, WINELAND D. Entangled states of trapped atomic ions[J/OL]. Nature, 2008, 453 (7198): 1008–1015. <http://dx.doi.org/10.1038/nature07125>.
- [10] LANGER C, OZERI R, JOST J, et al. Long-lived qubit memory using atomic ions[J/OL]. Physical Review Letters, 2005, 95(6). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.95.060502>.
- [11] WANG Y, UM M, ZHANG J, et al. Single-qubit quantum memory exceeding ten-minute coherence time[J/OL]. Nature Photonics, 2017, 11(10): 646–650. <http://dx.doi.org/10.1038/s41566-017-0007-1>.
- [12] MONZ T, SCHINDLER P, BARREIRO J T, et al. 14-Qubit entanglement: creation and coherence.[J/OL]. Physical Review Letters, 2011, 106(13). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.106.130506>.
- [13] FRIIS N, MARTY O, MAIER C, et al. Observation of Entangled States of a Fully Controlled 20-Qubit System[J/OL]. Physical Review X, 2018, 8(2). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevx.8.021012>.
- [14] KAUFMANN H, RUSTER T, SCHMIEGELOW C, et al. Scalable Creation of Long-Lived Multipartite Entanglement.[J/OL]. Physical Review Letters, 2017, 119(15). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.119.150503>.

-
- [15] DEBNATH S, LINKE N M, FIGGATT C, et al. Demonstration of a small programmable quantum computer with atomic qubits[J/OL]. *Nature*, 2016: 63–66. <http://dx.doi.org/10.1038/nature18648>.
- [16] MYERSON A H, SZWER D J, WEBSTER S C, et al. High-fidelity readout of trapped-ion qubits.[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(20). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.100.200502>.
- [17] BALLANCE C, HARTY T, LINKE N, et al. High-Fidelity Quantum Logic Gates Using Trapped-Ion Hyperfine Qubits.[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(6). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.117.060504>.
- [18] MONROE C, RAUSSENDORF R, RUTHVEN A, et al. Large-scale modular quantum-computer architecture with atomic memory and photonic interconnects[J/OL]. *Physical Review A*, 2014, 89(2). <http://dx.doi.org/10.1103/physreva.89.022317>.
- [19] MOEHRING M, BLINOV B, MADSEN M, et al. Observation of entanglement between a single trapped atom and a single photon[J]. *International Quantum Electronics Conference*, 2004. (IQEC)., International Quantum Electronics Conference, 2004. (IQEC)., 2004.
- [20] LEIBFRIED D, DEMARCO B, MEYER V, et al. Experimental demonstration of a robust, high-fidelity geometric two ion-qubit phase gate[J/OL]. *Nature*, 2003, 422(6930): 412–415. <http://dx.doi.org/10.1038/nature01492>.
- [21] MEHTA K K, ELTONY A M, BRUZEWICZ C D, et al. Ion traps fabricated in a CMOS foundry [J/OL]. *Applied Physics Letters*, 2014, 105(4). <http://dx.doi.org/10.1063/1.4892061>.
- [22] MONROE C, KIM J. Scaling the Ion Trap Quantum Processor[J/OL]. *Science*, 2013, 339 (6124): 1164–1169. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1231298>.
- [23] STERLING R C, RATTANASONTI H, WEIDT S, et al. Fabrication and operation of a two-dimensional ion-trap lattice on a high-voltage microchip.[J/OL]. *Nature Communications*, 2014, 5(1). <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms4637>.
- [24] LEE M, JEONG J, PARK Y, et al. Ion shuttling method for long-range shuttling of trapped ions in MEMS-fabricated ion traps[J/OL]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2021, 60(2): 027004. <http://dx.doi.org/10.35848/1347-4065/abdabb>.
- [25] NIFFENEGGER R J, STUART J, SORACE-AGASKAR C, et al. Integrated multi-wavelength control of an ion qubit[J/OL]. *Nature*, 2020: 538–542. <http://dx.doi.org/10.1038/s41586-020-2811-x>.
- [26] MEHTA K K, ZHANG C, MALINOWSKI M, et al. Integrated optical multi-ion quantum logic [J/OL]. *Nature*, 2020: 533–537. <http://dx.doi.org/10.1038/s41586-020-2823-6>.
- [27] IVORY M, SETZER W, KARL N, et al. Integrated optical addressing of a trapped ytterbium ion[A]. 2020.
- [28] CRAMER J, KALB N, ROL M A, et al. Repeated quantum error correction on a continuously encoded qubit by real-time feedback.[J/OL]. *Nature Communications*, 2016. <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms11526>.
- [29] REICHARDT B W. Fault-tolerant quantum error correction for Steane’ s seven-qubit color code with few or no extra qubits.[J/OL]. *Quantum Science and Technology*, 2021, 6(1): 015007. <http://dx.doi.org/10.1088/2058-9565/abc6f4>.

-
- [30] WILLIAMS C P. Quantum Gates[M/OL]. London: Springer London, 2011: 51-122. https://doi.org/10.1007/978-1-84628-887-6_2.
 - [31] BURRIS S. Boole's Chapter XV: Syllogism Details[Z]. 2023.
 - [32] MUKHERJEE A, DHAR A S. Double-fault tolerant architecture design for digital adder [C/OL]//Proceedings of the 2014 IEEE Students' Technology Symposium. 2014. <http://dx.doi.org/10.1109/techsym.2014.6807932>.
 - [33] SHU S, HARUO K. Study of Digital Multiplier Algorithms Using a Square Law Its FPGA implementation[J]. IEICE Technical Report; IEICE Tech. Rep., IEICE Technical Report; IEICE Tech. Rep., 2016.
 - [34] KUMAR A, AGARWAL R P. Design and Implementation of Efficient FIR Low Pass Filters Based on Vedic and Traditional Digital Multiplier Algorithm[M/OL]. 2021: 271–279. http://dx.doi.org/10.1007/978-981-16-0942-8_25.
 - [35] KASTNER R, SCHLATTER A. A Note on Landauer's Principle[Z]. 2023.
 - [36] MASLOV D, DUECK G, MILLER D. Toffoli network synthesis with templates[J/OL]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2005, 24(6): 807–817. <http://dx.doi.org/10.1109/tcad.2005.847911>.
 - [37] ADAMATZKY A. Fredkin and Toffoli gates implemented in Oregonator model of Belousov-Zhabotinsky medium[J/OL]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2017, 27(03): 1750041. <http://dx.doi.org/10.1142/s0218127417500419>.
 - [38] PRUDÊNCIO T. Quantum state transfer and Hadamard gate for coherent states[J/OL]. International Journal of Quantum Information, 2013, 11(02): 1350024. <http://dx.doi.org/10.1142/s021974991350024x>.
 - [39] ZAJAC D M, SIGILLITO A J, RUSS M, et al. Quantum CNOT Gate for Spins in Silicon[J/OL]. Science, 2018: 439–442. <http://dx.doi.org/10.1126/science.aao5965>.
 - [40] ZHU M, CHENG X, ZHU P, et al. Physical constraint-aware CNOT quantum circuit synthesis and optimization[J/OL]. Quantum Information Processing, 2022, 22(1). <http://dx.doi.org/10.1007/s11128-022-03716-1>.
 - [41] BRUZEWICZ C D, CHIAVERINI J, MCCONNELL R, et al. Trapped-Ion Quantum Computing: Progress and Challenges[J/OL]. Applied Physics Reviews, 2019. <http://dx.doi.org/10.1063/1.5088164>.
 - [42] LEIBFRIED D, BLATT R, MONROE C, et al. Quantum dynamics of single trapped ions[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2003: 281–324. <http://dx.doi.org/10.1103/revmodphys.75.281>.
 - [43] AZUMA H. A simplified Mølmer-Sørensen gate for the trapped ion quantum computer [EB/OL]. 2023. DOI: [10.48550/arXiv.2112.07855](https://arxiv.org/abs/10.48550/arXiv.2112.07855).
 - [44] HAYES D, MATSUKEVICH D N, MAUNZ P, et al. Entanglement of Atomic Qubits Using an Optical Frequency Comb[J/OL]. Physical Review Letters, 2010, 104(14). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.104.140501>.
 - [45] ISLAM R, CAMPBELL W C, CHOI T, et al. Beat note stabilization of mode-locked lasers for quantum information processing.[J/OL]. Optics Letters, 2014: 3238. <http://dx.doi.org/10.1364/ol.39.003238>.

- [46] JOHNSON K G, WONG-CAMPOS J D, RESTELLI A, et al. Active Stabilization of Ion Trap Radiofrequency Potentials[J/OL]. Review of Scientific Instruments, 2016, 87(5). <http://dx.doi.org/10.1063/1.4948734>.

附录 A 补充内容

一些数学、图片、表格、代码等的补充...

致 谢

衷心感谢导师张君华副研究员和量子院路尧、王钊副研究员对本人的精心指导。他们的言传身教将使我终生受益。

感谢 ××××× 实验室主任 ××× 教授，以及实验室全体老师和同窗们学的热情帮助和支持！

本课题承蒙国家自然科学基金资助，特此致谢。

个人简历、在学期间完成的相关学术成果

个人简历

1998 年 04 月 06 日出生于河南省南阳市邓州市。

2017 年 09 月考入山东大学机电与信息工程学院通信工程专业，2021 年 06 月本科毕业并获得通信工程学士学位。

2021 年 09 月——2024 年 06 月，在南方科技大学量子科学与工程研究院学习并攻读电子科学与技术硕士学位。

获奖情况：如获三好学生、优秀团干部、× 奖学金等（不含科研学术获奖）。

工作经历：……

在学期间完成的相关学术成果

特别注意，下面的引用文献部分需要使用半角括号，例如 [J]，(已被 xxxx 录用)。(本行在使用时请删除)。

学术论文

- [1] Pei S, Huang L L, Li G, et al. Magnetic Raman continuum in single-crystalline $\text{H}_3\text{LiIr}_2\text{O}_6$ [J]. Physical Review B, 2020, 101(20): 201101. (SCI 收录, IDS 号为 LJ4UN, IF=3. 575, 对应学位论文 2.2 节和第 5 章.)
- [2] Pei S, Tang J, Liu C, et al. Orbital-fluctuation freezing and magnetic-nonmagnetic phase transition in $\alpha - \text{TiBr}_3$ [J]. Applied Physics Letters, 2020, 117(13): 133103. (SCI 收录, IDS 号为 NY3GK, IF=3. 597, 对应学位论文 2.2 节和第 3 章.)

申请及已获得的专利（无专利时此项不必列出）

- [3] 任天令, 杨轶, 朱一平, 等. 硅基铁电微声学传感器畴极化区域控制和电极连接的方法: 中国, CN1602118A[P]. 2005-03-30.
- [4] Ren T L, Yang Y, Zhu Y P, et al. Piezoelectric micro acoustic sensor based on ferroelectric materials: USA, No.11/215, 102[P]. (美国发明专利申请号.)

参与的科研项目及获奖情况（无获奖时此项不必列出）

- [5] 姜锡洲, ××××× 研究, ×× 省自然科学基金项目。课题编号: ××××, 长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长长。
- [6] ×××, ××××× 研究, ×× 省自然科学基金项目。课题编号: ××××。
- [7] ×××, ××××× 研究, ×× 省自然科学基金项目。课题编号: ××××。