

Chapitre IV : La diffraction.

I- Principe de Huygens-Fresnel

Le principe de Huygens admet que la lumière se propage de proche en proche et chaque point atteint par une vibration devient à son tour une source de vibration lumineuse, source dite secondaire.

Ce principe est complété par le postulat de Fresnel avec une hypothèse sur l'amplitude et la phase des sources secondaires. L'ensemble du principe et du postulat forme ainsi le principe de **Huygens-Fresnel** dont l'énoncé est le suivant :

Les vibrations lumineuses qui se propagent à l'extérieur d'une surface fermée Σ à l'intérieur de laquelle se trouve une source ponctuelle S sont identiques à celles que l'on obtiendrait en remplaçant la source S par des sources secondaires (S_1, S_2, S_3, \dots) réparties sur la surface Σ . Selon le principe de Huygens-Fresnel, l'amplitude (dA) des ondes secondaires émises par l'élément de surface dS est proportionnelle à l'amplitude de l'onde incidente A_0 et à l'aire de la surface :

$$dA = k \times A_0 \times dS.$$

II- Diffraction de Fresnel

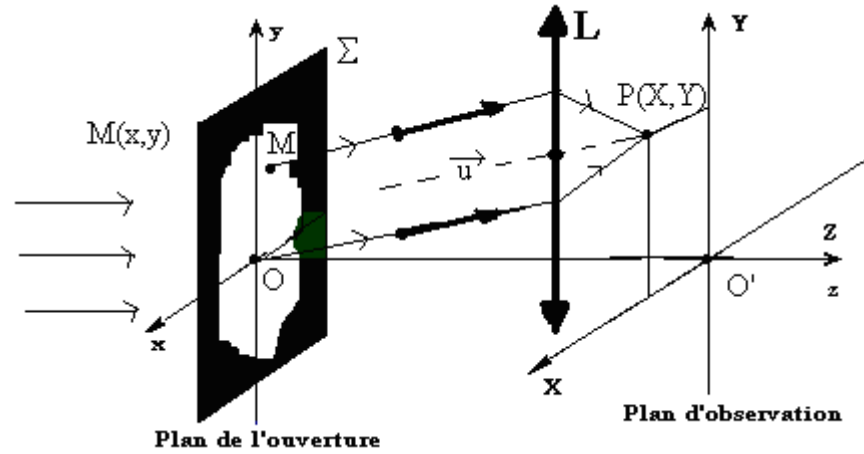
On parle de diffraction de **Fresnel** quand la source et le plan d'observation sont placés à distances finies de l'ouverture diffractante. L'onde incidente est sphérique.

III- Diffraction à l'infini par une ouverture

On l'appelle aussi diffraction de **Fraunhofer**. La source et le plan d'observation sont placés à distances infinies de l'ouverture diffractante. L'onde incidente est plane.

IV-1. Diffraction à l'infini par une ouverture à surface quelconque

Considérons la diffraction d'une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ , produite par une ouverture de surface quelconque Σ , située dans le plan xoy.



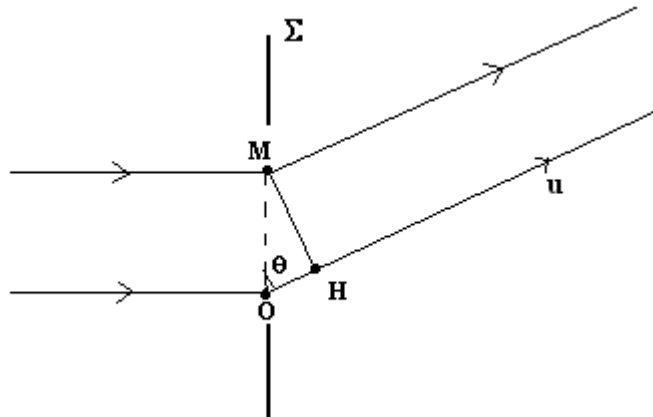
Soit $M(x, y)$ un point de la surface Σ . A l'infini, dans la direction $\vec{u}(\alpha, \beta, \gamma)$, considérons que tous les rayons venant de M ont même direction que celle du vecteur \vec{u} .

- L'onde émise par le point O dans la direction \vec{u} en un point $P(X,Y)$ de l'écran d'observation est:

$$\vec{E}_O(P,t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{OP})}$$

- L'onde émise par le point M dans la direction \vec{u} en un point $P(X,Y)$ est: $\vec{E}_M(P,t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{MP})}$

Dans la direction \vec{u} à l'infini, la différence de marche δ entre les vibrations émises par O et M est :



$$\delta = MP - OM = -OH = -OM \cdot \cos \theta = -\vec{OM} \cdot \vec{u} = (\vec{MP} - \vec{OP}) \cdot \vec{u} = -(\alpha x + \beta y)$$

Le déphasage d'un rayon diffracté par $M(x,y)$ par rapport à O et arrivant au point P situé à l'infini est :

$$\delta\varphi = \varphi_M(P) - \varphi_O(P) = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{MP} - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{OP} = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{MP} - \vec{OP}) \cdot \vec{u} = \frac{2\pi}{\lambda} \delta L = -\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y)$$

En prenant le point O comme origine des phases, l'amplitude complexe de la vibration émise par le point M dans la direction \vec{u} en un point P est maintenant:

$$A = A_0 e^{-j\delta\phi} = A_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)}$$

Soit un élément de surface $dS = dx \cdot dy$ autour de M. L'amplitude, de la vibration diffractée par l'élément dS , est proportionnelle à l'amplitude A_0 de la vibration qui arrive sur l'ouverture et à dS .

On peut écrire que l'amplitude diffractée par dS est égale à :

$$kA_0 \frac{dS}{S} \quad k \text{ étant un facteur de proportionnalité.}$$

L'onde diffractée dans la direction \vec{u} par dS , en prenant pour origine des phases celle de la vibration émise par O dans la direction \vec{u} , est :

$$kA_0 \frac{dS}{S} e^{j(\alpha x + \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y))}$$

L'amplitude complexe de l'onde diffractée dans la direction \vec{u} par dS est donc :

$$kA_0 \frac{dS}{S} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)}$$

L'amplitude complexe de l'onde diffractée dans la direction \vec{u} par la surface entière S est donc :

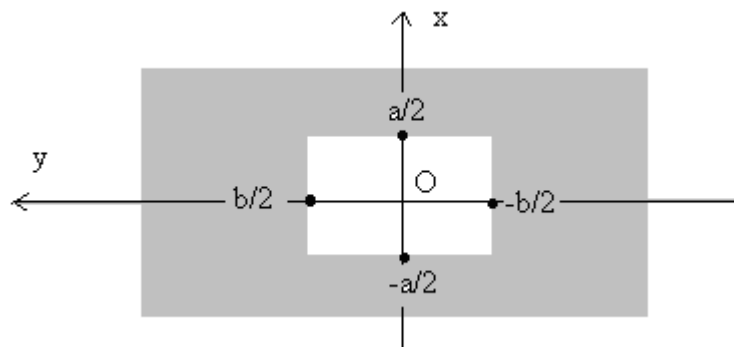
$$\boxed{\iint kA_0 \frac{1}{S} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)} dS}$$

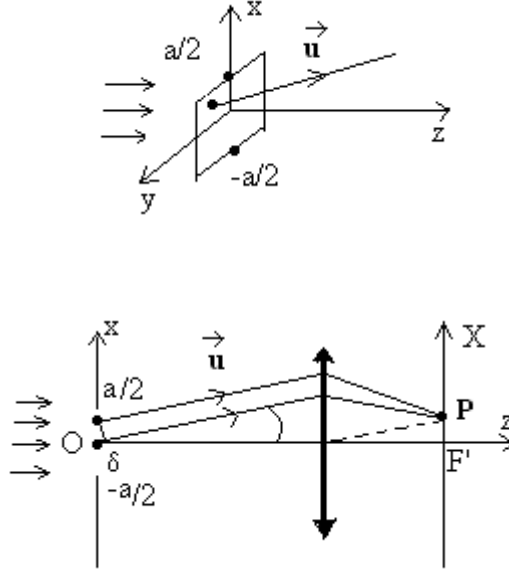
Le calcul de cette intégrale est simple dans quelques cas particuliers.

IV-2. Cas d'une ouverture rectangulaire :

Soit une ouverture constituée par un rectangle de côtés a et b dans le plan xOy.

Les variables x et y sont indépendants, on peut donc écrire l'amplitude complexe sous la forme :





L'amplitude complexe de l'onde diffractée dans la direction \vec{u} par la surface rectangulaire S est:

$$\iint_S kA_0 \frac{1}{S} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)} dx dy$$

$$A(P) = \frac{kA_0}{S} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\alpha x} dx \cdot \int_{-b/2}^{b/2} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\beta y} dy$$

$$A(P) = \frac{kA_0}{S} \left[\frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\alpha x}}{j\frac{2\pi}{\lambda}\alpha} \right]_{-a/2}^{a/2} \left[\frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\beta y}}{j\frac{2\pi}{\lambda}\beta} \right]_{-b/2}^{b/2}$$

$$A(P) = kA_0 \frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\alpha.a))}{\frac{\pi}{\lambda}\alpha.a} \cdot \frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\beta.b))}{\frac{\pi}{\lambda}\beta.b}$$

L'intensité de l'onde diffractée par la surface rectangulaire dans la direction \vec{u} est:

$$I(P) = A(P) \cdot A^*(P) = (kA_0)^2 \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\alpha.a))}{\frac{\pi}{\lambda}\alpha.a} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\beta.b))}{\frac{\pi}{\lambda}\beta.b} \right)^2$$

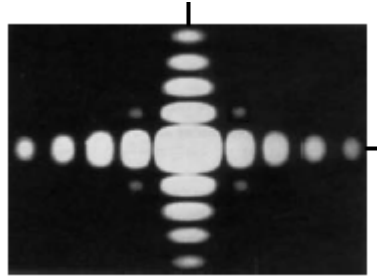
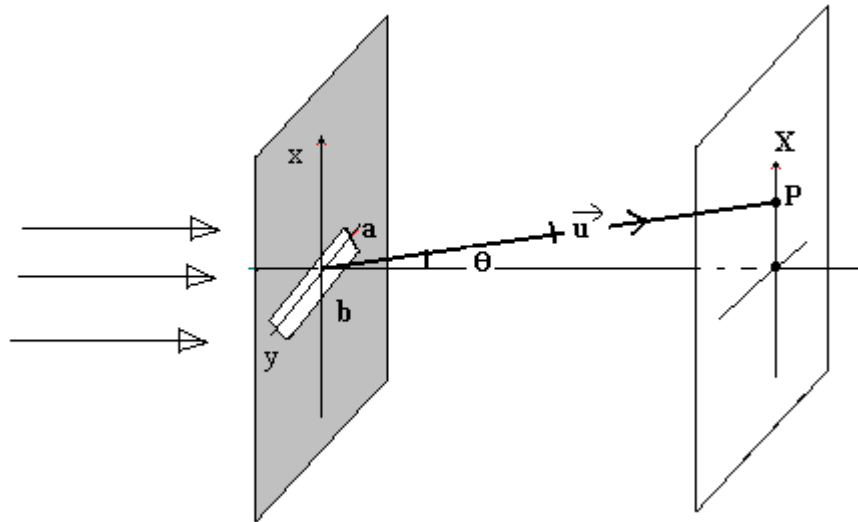


Figure de diffraction d'une ouverture rectangulaire

IV-3. Cas d'une fente :

Dans ce cas, on a par exemple $b \gg a$.



Il s'agit alors d'une fente fine éclairée par une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ , située à l'infini.

L'intensité de l'onde diffractée par la surface rectangulaire dans la direction \vec{u} est:

$$I(P) = A(P).A^*(P) = (kA_0)^2 \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\alpha.a))}{\frac{\pi}{\lambda}\alpha.a} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\beta.b))}{\frac{\pi}{\lambda}\beta.b} \right)^2$$

Lorsque $b \gg a$ (b est très grand) le terme $\frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\beta.b))}{\frac{\pi}{\lambda}\beta.b}$ tend vers zéro. Mais lorsque $\beta=0$,

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\beta.b))}{\frac{\pi}{\lambda}\beta.b} \text{ tend vers la valeur 1. C'est-à-dire pour } \vec{u} = \begin{cases} \alpha = \sin \theta \\ 0 \\ \gamma = \cos \theta \end{cases}$$

Donc pour une fente fine parallèle à l'axe oy, l'intensité est :

$$I(P) = k^2 A_0^2 \frac{\sin^2(u)}{u^2}, \text{ avec } u = \frac{\pi a}{\lambda} \sin(\theta)$$

Quand θ tend vers 0, u tend vers 0 et $\frac{\sin(u)}{u}$ tend vers 1 donc la frange centrale est une frange d'intensité maximale notée I_0 et égale à :

$$I_0 = k^2 A_0^2$$

Franges sombres :

Les franges sont sombres quand l'intensité lumineuse s'annule c'est-à-dire pour les valeurs de $u = n\pi$ avec n : nombre entier non nul ($n \in \mathbb{Z}^*$).

$$\Rightarrow \frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda} = n\pi \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{n\lambda}{a} \approx \theta$$

L'intervalle angulaire de deux franges est :

$$i = \frac{\lambda}{a}$$

Franges brillantes :

Nous avons vu que l'intensité lumineuse est maximale pour $\theta = 0$. L'intensité lumineuse va encore passer par des maxima quand l'amplitude est maximum en valeur absolue donc quand $p = \frac{\sin(u)}{u}$ est maximum ou minimum, c'est-à-dire pour les valeurs de m qui annulent la dérivée de p .

$$p' = \frac{u \cdot \cos(u) - \sin(u)}{u^2} ; p' = 0 \text{ pour } \tan(u) = u.$$

Pour trouver les valeurs de u qui satisfont à cette relation, le plus simple est la méthode graphique.

Si on trace la courbe, on constate que les solutions pour u sont très voisines de $\pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots, \pm \frac{(2k+1)\pi}{2}$. k : nombre entier non nul.

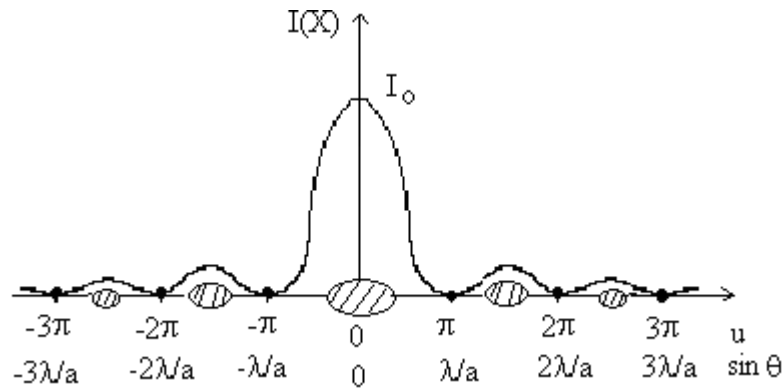
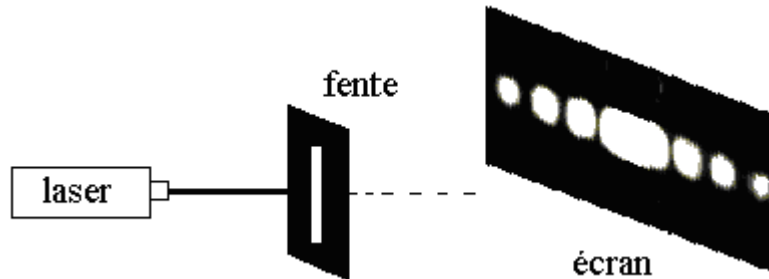
Intensité des franges brillantes :

La position des franges brillantes est donnée par : $u = \pm \frac{(2k+1)\pi}{2}$

L'intensité lumineuse est égale à : $I = I_0 \frac{\sin^2(u)}{u^2}$

$$\Rightarrow I = I_0 \frac{4}{(2k+1)^2 \pi^2} \text{ c'est l'intensité des franges brillantes.}$$

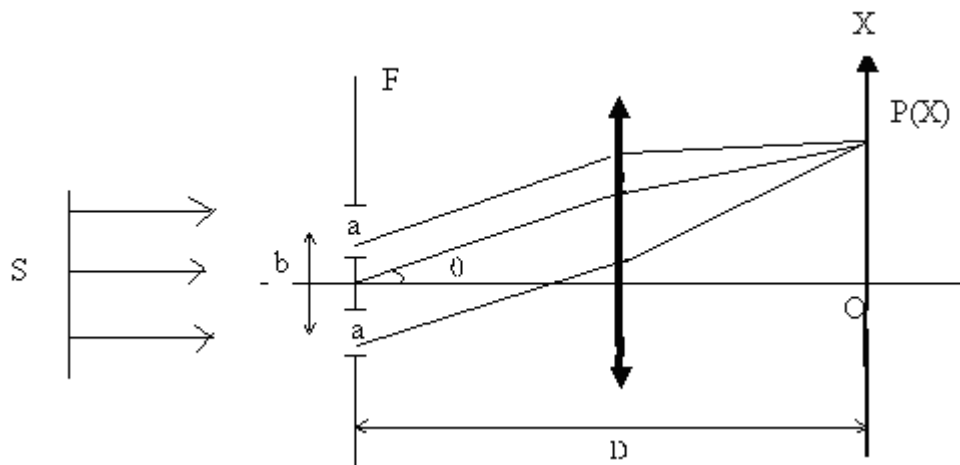
\Rightarrow Quand k augmente, L'intensité I diminue.



si θ est petit, $\sin \theta \approx \theta$

IV-4. Diffraction à l'infini par deux fentes fines identiques décalées :

Considérons deux fentes identiques et parallèles F_1 et F_2 de largeur a et de longueur $l \gg a$ et disposées dans un même plan perpendiculairement à l'axe $Z'OZ$. Les centres O_1 et O_2 des fentes F_1 et F_2 sont distants de b ($b > a$) ; O est le milieu de O_1O_2 . Les deux sont éclairées par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ , qui se propage perpendiculairement à leur plan.



Au point P très éloigné des fentes, vont se superposer les deux ondes diffractées par les fentes F_1 et F_2 . Comme les fentes sont identiques, leurs amplitudes A sont égales :

Le déphasage $\Delta\varphi$ en P entre les deux ondes diffractées par F_1 et F_2 .

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}, \text{ avec } \delta = b \sin(\theta) ; \delta \text{ étant la différence de marche.}$$

L'intensité lumineuse en P de l'onde résultante est:

$$I(P) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin(\theta)\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin(\theta)\right)^2} \cos^2\left(\frac{\pi b \sin(\theta)}{\lambda}\right)$$

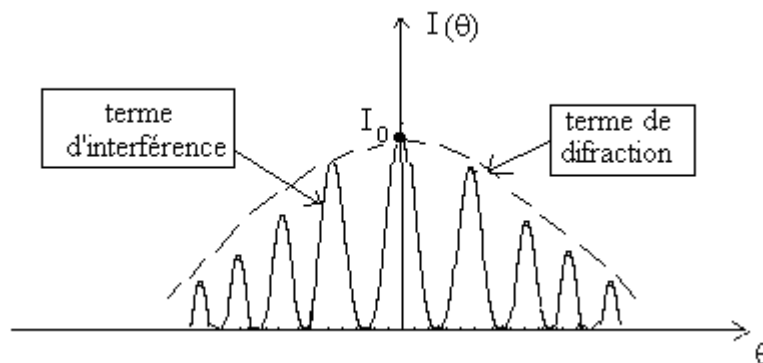
L'intensité I est un produit de deux facteurs, le premier se rapporte à la diffraction et le second se rapporte aux interférences.

On observe donc des franges d'interférences modulées par le phénomène de diffraction d'une fente unique.

Pour la figure d'interférences, on a des maximums pour : $\sin(\theta) = n \frac{\lambda}{b}$

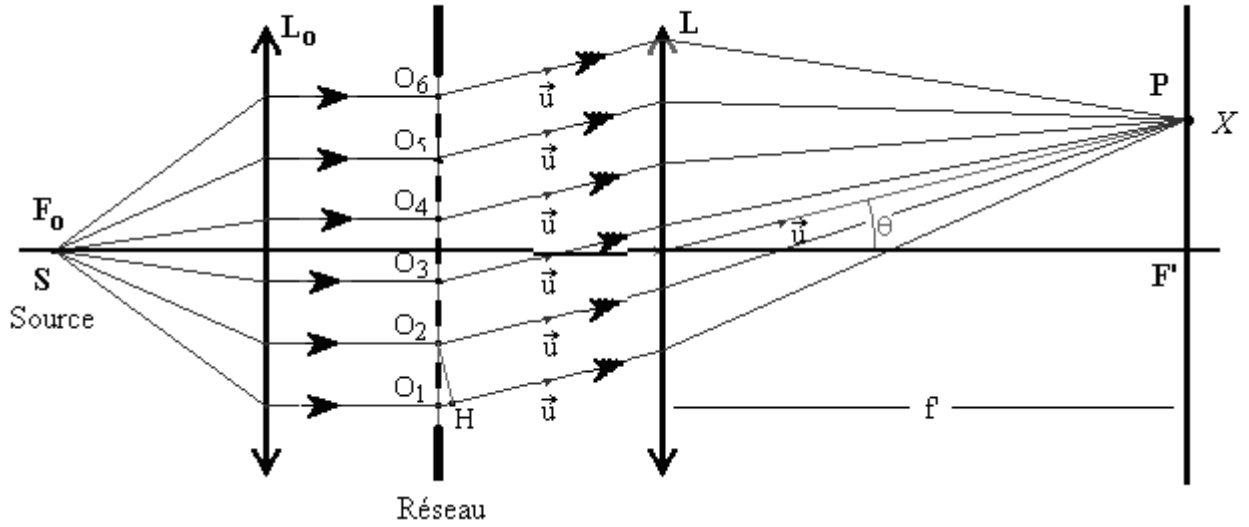
Pour la figure de diffraction, l'intensité est nulle pour: $\sin(\theta) = m \frac{\lambda}{a}$

Comme $b > a$, les minimum de la figure de diffraction sont plus séparés que les maximums d'interférences.



IV-5. Diffraction à l'infini par un réseau de N fentes fines identiques décalées :

Considérons N fentes (O_1, O_2, O_3, \dots) identiques parallèles de largeur a équidistantes de distance e (appelé le pas), éclairées par un faisceau monochromatique parallèle



Si on prend l'origine des phases la fente O_1 :

- L'amplitude complexe de l'onde diffractée par la fente O_1 en un point P dans la direction θ est :

$$A_1 = A(P) = kA_0 \frac{\sin(u)}{u} \text{ avec } A_0 \text{ est l'amplitude de l'onde incidente.}$$

- L'amplitude complexe de l'onde diffractée par la fente O_2 en un point P dans la direction θ est: $A_2 = A_1 e^{-j\varphi}$ avec $\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ et δ est la différence de marche entre l'onde diffractée par la fente O_1 et l'onde diffractée par la fente O_2 . Cette différence de marche est $\delta(\theta) = e \cdot \sin\theta$.
- L'amplitude complexe de l'onde diffractée par la fente O_3 en un point P dans la direction θ est: $A_3 = A_2 e^{-j\varphi} = A_1 e^{-j2\varphi}$.
- L'amplitude complexe de l'onde diffractée par la fente O_4 en un point P dans la direction θ est: $A_4 = A_3 e^{-j\varphi} = A_1 e^{-j3\varphi}$.
- L'amplitude complexe de l'onde diffractée par la fente O_5 en un point P dans la direction θ est: $A_5 = A_4 e^{-j\varphi} = A_1 e^{-j4\varphi}$.
- L'amplitude complexe de l'onde diffractée par la fente O_N en un point P dans la direction θ est: $A_N = A_{N-1} e^{-j\varphi} = A_1 e^{-j(N-1)\varphi}$.

L'amplitude complexe \mathcal{A} de l'onde totale diffractée par les N fentes en un point P dans la direction θ est:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A} &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \dots + A_N \\
 &= A_1 + A_1 e^{-j\varphi} + A_1 e^{-j2\varphi} + A_1 e^{-j3\varphi} + \dots + A_1 e^{-j(N-1)\varphi} \\
 &= A_1 [1 + A e^{-j\varphi} + e^{-j2\varphi} + e^{-j3\varphi} + \dots + e^{-j(N-1)\varphi}] \\
 &= A_1 \frac{1 - e^{-jN\varphi}}{1 - e^{-j\varphi}}
 \end{aligned}$$

L'intensité $I(P)$ de l'onde totale diffractée par les N fentes en un point P dans la direction θ est:

$$\begin{aligned}
 I(P) &= \mathcal{A} \cdot \mathcal{A}^* \\
 &= A_1 \frac{1 - e^{-jN\varphi}}{1 - e^{-j\varphi}} \cdot A_1 \frac{1 - e^{+jN\varphi}}{1 - e^{+j\varphi}} \Rightarrow \boxed{I(P) = k^2 A_0^2 \frac{\sin^2(u)}{u^2} \cdot \frac{\sin^2(Nv)}{\sin^2(v)}}
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec } u = \frac{\pi a \theta}{\lambda}; v = \frac{\pi e \theta}{\lambda}$$

Pour le cas de deux fentes $N=2$, on trouve :

$$I(P) = I_0 \frac{\sin^2(u)}{u^2} \cdot \left(\frac{\sin(2v)}{\sin(v)}\right)^2 = I_0 \frac{\sin^2(u)}{u^2} \cdot \left(\frac{2 \cos(v) \sin(v)}{\sin(v)}\right)^2 = 4 I_0 \frac{\sin^2(u)}{u^2} \cos^2(v)$$

On retrouve le résultat calculé directement.

Pour N fentes :

- les maxima principaux apparaissent en utilisant la formule de l'Hôpital qui dit :

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin(Nv)}{\sin(v)} &= N \quad \text{Quand } v = k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \\
 v = k\pi \quad ; \quad v &= \frac{\pi e \theta}{\lambda} \Rightarrow \sin \theta \approx \theta = k \frac{\lambda}{e} \quad \text{Avec } k \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

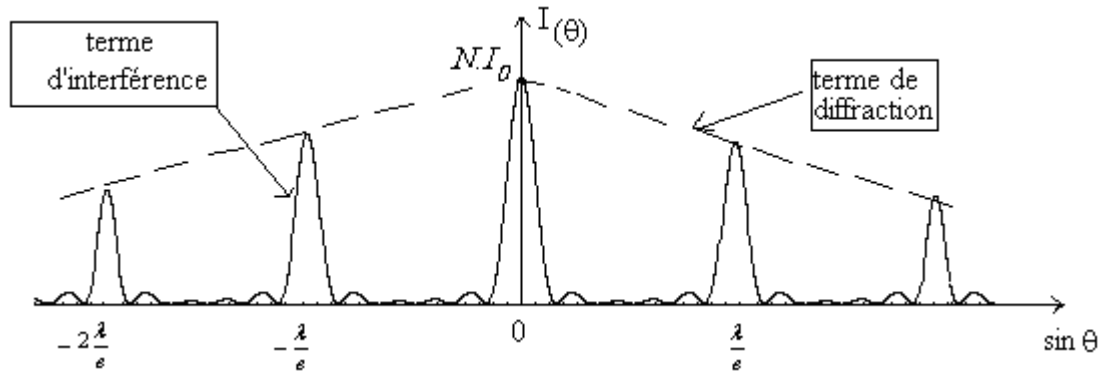
- Les minima sont donnés quand $\sin(Nv) = 0$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow v &= \pm \frac{\pi}{N}; \pm \frac{2\pi}{N}; \pm \frac{3\pi}{N}; \dots; \pm \frac{(N-1)\pi}{N}; \pm \frac{(N+1)\pi}{N}; \dots \\
 \Rightarrow \Rightarrow v &= m \frac{\pi}{N} \Rightarrow \sin \theta \approx \theta = m \frac{\lambda}{Ne} \quad \text{Avec } m \in \mathbb{Z} - \{0, N, 2N, \dots\}
 \end{aligned}$$

- Entre deux maxima principaux, il y a $(N-1)$ minima donc il existe $(N-2)$ maxima secondaires, ces derniers sont localisés approximativement à mi-chemin entre deux minima c'est à dire pour :

$$\Rightarrow v = \pm \frac{3\pi}{2N}; \pm \frac{5\pi}{2N}; \dots \Rightarrow \sin \theta \approx \theta = \pm \frac{3\lambda}{2Ne}; \pm \frac{5\lambda}{2Ne}; \dots$$

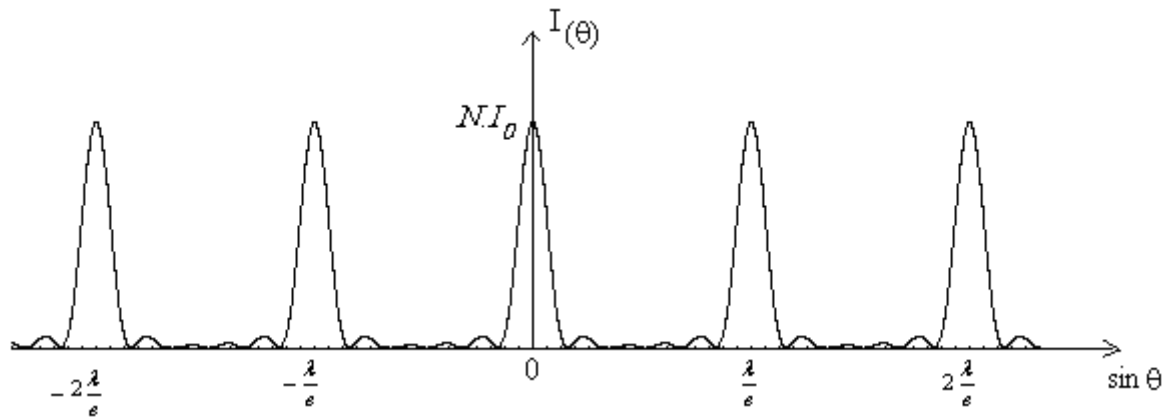
la figure de diffraction dans le cas d'un réseau réel (la largeur a de la fente est non négligeable) est représentée par le graphe ci-dessus



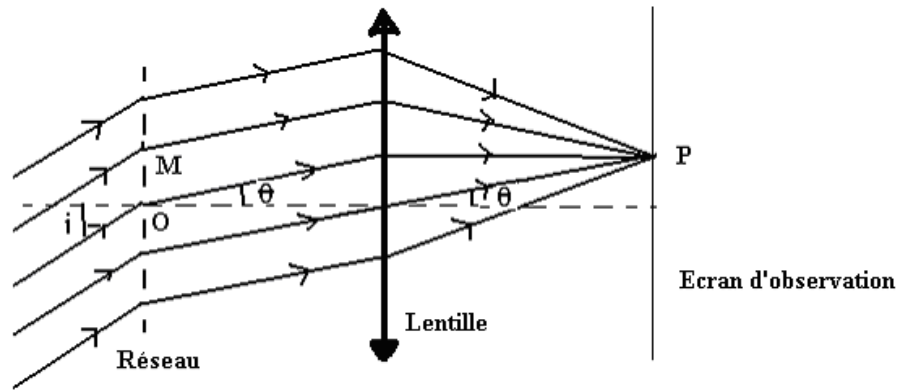
IV-6. Figure de diffraction d'un réseau parfait:

Un réseau est parfait si le nombre de fente N , appelé aussi le nombre de traits, est très grand et que les fentes sont infiniment fines

Dans ce cas



IV-6-1 : Diffraction d'un réseau en incidence oblique :



Les directions θ_k des maximums principaux à incidence normale sont données par :

$$e.\sin(\theta_k) = k.\lambda \quad \text{où } k \text{ désigne l'ordre du maximum principal considéré.}$$

Ce même réseau peut être utilisé en incidence oblique. La différence de marche entre deux rayons sera égale à :

$$\delta = e.\sin(\theta) - e.\sin(\theta') \quad \text{où } \theta' \text{ désigne l'angle d'incidence.}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} e(\sin(\theta) - \sin(\theta'))$$

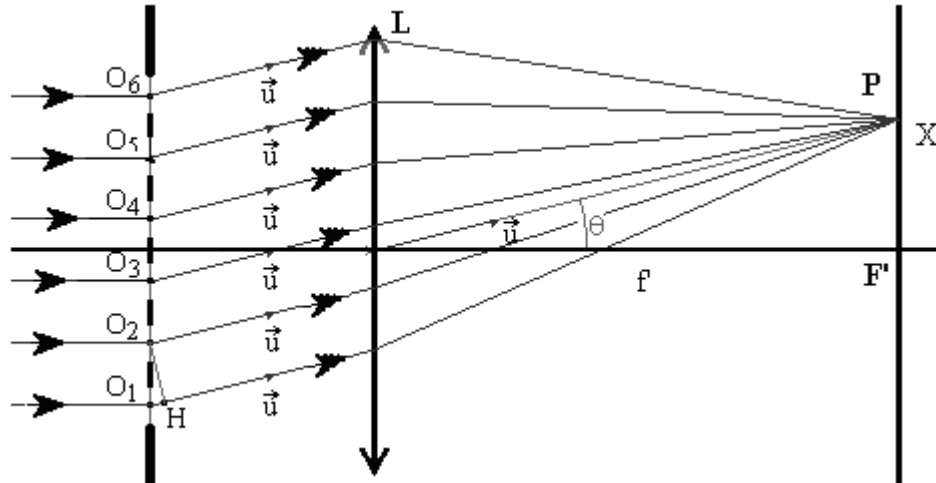
Les directions θ_k des maximums principaux à incidence oblique sont données par :

$$e(\sin(\theta_k) - \sin(\theta')) = k.\lambda$$

Le maximum principal d'ordre zéro est dans la direction de la lumière incidente.

IV-6-2 : Formation d'un spectre à l'aide d'un réseau :

Le réseau reçoit un faisceau parallèle à incidence normale et la diffraction est étudiée dans des directions peu écartées de l'axe.



Pour visualiser ce spectre, on place une lentille convergente après le réseau et un écran au plan focal image de cette lentille. On sait que les rayons incidents parallèles entre eux se rencontrent, après émergence de la lentille, au plan focal de cette dernière.

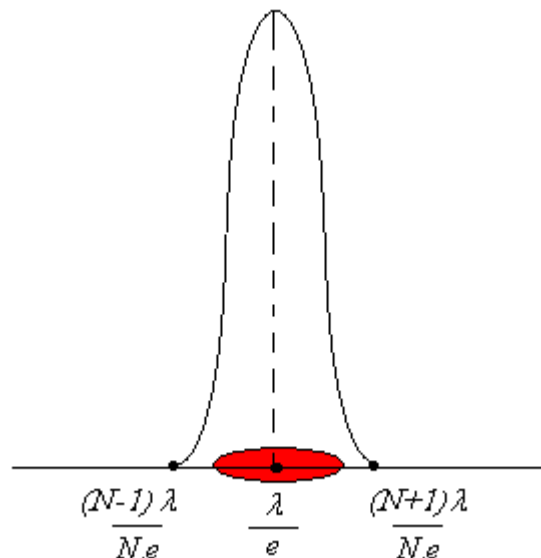
$tg(\theta) = \frac{x}{f'}$, est la distance focale image de la lentille.

Les maximums principaux dans l'écran (plan focal image de la lentille) se trouvent dans la direction θ_k données par $\theta_k = k \frac{\lambda}{e}$ et leurs abscisses sont :

$x_k = k \frac{\lambda f'}{e}$, car θ_k étant petit donc $tg(\theta_k) \approx \sin(\theta_k) \approx \theta_k$

a) la source est monochromatique :

Pour chaque valeur de k , on obtient une « image de diffraction ». Cette image a la forme d'une raie dont la demi largeur est égale à :



$$\Delta v = \frac{\pi}{N} \Rightarrow \frac{\pi e}{\lambda} \Delta \theta = \frac{\pi}{N} \Rightarrow \Delta \theta = \frac{\lambda}{N.e} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda f'}{N.e}$$

On constate que cette image de diffraction est d'autant plus fine que N est grand d'où les efforts pour obtenir des réseaux avec un nombre élevé de fentes.

b) la source est polychromatique :

Pour $k = 0$ (l'ordre 0), on a $x_k = 0$ quelque soit la longueur d'onde. Toutes les raies d'ordre 0 sont confondues en F' (point focal image de la lentille).

Considérons, à titre d'exemple, une source émettant les trois radiations suivantes :

Violet ($\lambda = 0,42\mu$) ; jaune ($\lambda = 0,56\mu$) ; rouge ($\lambda = 0,63\mu$).

Pour l'ordre $k = 1$ on a : $x_{1v} = 42 \frac{f'}{100.e}$; $x_{1j} = 56 \frac{f'}{100.e}$; $x_{1r} = 63 \frac{f'}{100.e}$

Pour l'ordre $k = 2$ on a : $x_{2v} = 84 \frac{f'}{100.e}$; $x_{2j} = 112 \frac{f'}{100.e}$; $x_{2r} = 126 \frac{f'}{100.e}$

Pour l'ordre $k = 3$ on a : $x_{3v} = 126 \frac{f'}{100.e}$; $x_{3j} = 168 \frac{f'}{100.e}$; $x_{3r} = 189 \frac{f'}{100.e}$

Pour l'ordre $k = 4$ on a : $x_{4v} = 168 \frac{f'}{100.e}$

On constate qu'il y a chevauchement entre les raies.

En supposant toujours θ petit, on déduit à partir de $x_k = k \frac{\lambda f'}{e}$ que la dispersion est égale à :

$$\boxed{\frac{dx_k}{d\lambda} = k \frac{f'}{e}}$$

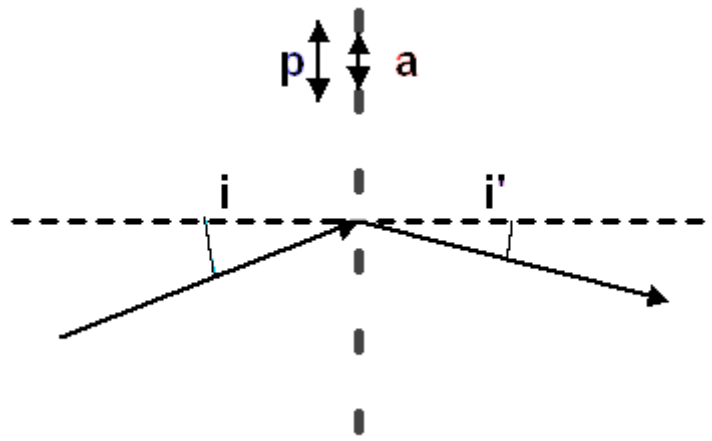
On augmente cette dispersion en choisissant des ordres élevés et en réduisant le pas du réseau.

IV-6-3 : Limite et pouvoir de résolution d'un réseau :

Pour une fente source extrêmement fine, la frange principale de diffraction a une demi largeur à la base égale à :

$$\Delta x = \frac{\lambda f'}{Ne}$$

les centres des franges principales pour deux radiations de longueurs d'onde λ et $\lambda + \Delta\lambda$ sont distants de :



$$\Delta\chi = x_p(\lambda + \Delta\lambda) - x$$

Le critère de
séparation de deux
raies admises est celui

du Mord Rayleigh qui dit que les deux raies sont séparées si :

$$\Delta\chi > \Delta x \Leftrightarrow p \frac{f'}{e} \Delta\lambda > \frac{\lambda \cdot f'}{N \cdot e} \Leftrightarrow \Delta\lambda > \frac{\lambda}{N \cdot p} = (\Delta\lambda)_l$$

$(\Delta\lambda)_l$ est la limite de résolution imposée par le phénomène de diffraction.

Le pouvoir de résolution d'un tel réseau est égal à :

$$R = \frac{\lambda}{(\Delta\lambda)_l} = N \cdot p$$

IV-6-4 : Mesure d'une longueur d'onde :

La direction de la normale \vec{n} au réseau ne peut être déterminée avec précision, donc la mesure directe de l'angle d'incidence i et de l'angle θ_p du maximum principal est difficile.

On utilisera les propriétés du minimum de déviation.

Pour une longueur d'onde donnée et un ordre p fixé on a :

$$D = \theta_p - i$$

Cet angle est fonction de i donc :

$$\frac{\partial D}{\partial i} = \frac{\partial \theta_p}{\partial i} - 1$$

θ_p et i étant liés par :

$$\sin(\theta_p) - \sin(i) = p \cdot \frac{\lambda}{e} \Rightarrow \cos(\theta_p) \partial \theta_p - \cos(i) \partial i = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \theta_p}{\partial i} = \frac{\cos(i)}{\cos(\theta_p)}$$

On a donc :

$$\frac{\partial D}{\partial i} = \frac{\cos(i)}{\cos(\theta_p)} - 1$$

qui s'annule pour $\cos(i) = \cos(\theta_p)$ soit encore pour :

$$i = \theta_p \text{ et } i = -\theta_p$$

$i = \theta_p$ ne peut se produire que pour $p = 0$, nous excluons cette solution pour ne retenir que $i = -\theta_p$.

L'expérience et le calcul montrent que l'extremum de D est un minimum.

Soit D_m la valeur de la déviation, on peut la mesurer.

Et comme $D_m = \theta_p - i_m \Rightarrow D_m = 2\theta_p = -2i_m$

On en déduit :

$$\sin(\theta_p) - \sin(i) = p \cdot \frac{\lambda}{e} = 2 \sin\left(\frac{D_m}{2}\right)$$

Connaissant l'ordre p , on calcul λ après la mesure de D_m :

$$\lambda = \frac{2e}{p} \sin\left(\frac{D_m}{2}\right)$$