Proyecto Sistema Cardiovascular

Rivera Gonzalez Juana Patricia (19212428);Maria Teresa Gomez Alemon(16212301); Daphne Gamon Aviles
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Tijuana

December 13, 2024

Palabras clave: Sistema Cardiovascular; Presion arterial; Hipertension;Dinámica cardiovascular ; Flujo sanguíneo.

Correo: juana.patricia193;maria.gomeza17;l21212156**@tectijuana.edu.mx**

Carrera: **Ingeniería Biomédica**

Asignatura: **Modelado de Sistemas Fisiológicos**

Profesor: **Dr. Paul Antonio Valle Trujillo** (paul.valle@tectijuana.edu.mx)

1 Función de transferencia

la función de transferencia para el sistema es:

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_3}{(CLR_2 + CLR_3)\, s^2 + (L + CR_1R_2 + CR_1R_3)\, s + R_1 + R_2 + R_3}$$

1.1 Ecuaciones principales

La ecuación de la malla principal:

$$V_e\,(t) = L\frac{di_1\,(t)}{dt} + R_1 i_1\,(t) + \frac{1}{C}\int \left[i_1\,(t) - i_2\,(t)\right] dt$$

Ecuación de la segunda malla:

$$\frac{1}{C}\int \left[i_2\,(t) - i_1\,(t)\right] dt + R_2 i_2\,(t) + R_3 i_2(t)$$

Luego, como en el circuito la resistencia R_3 se encuentra en paralelo con el voltaje de salida $V_s(t)$, se tiene que éste será igual a la caída de voltaje de esta resistencia:

$$V_s\left(t\right)=R_3i_2\left(t\right)$$

1.2 Transformada de Laplace

Al aplicar la transformada de Laplace de la primera malla se tiene que:

$$V_e\left(s\right)=LsI_1\left(s\right)+R_1I_1\left(s\right)+\frac{I_1\left(s\right)-I_2\left(s\right)}{Cs}$$

Mientras que, en la segunda ecuación se llega a lo que se muestra a continuación:

$$\frac{I_2\left(s\right)-I_1\left(s\right)}{Cs}+R_2I_2\left(s\right)+R_3I_2\left(s\right)=0$$

Por lo tanto, el voltaje de salida en el dominio de la s se escribe de la siguiente forma:

$$V_s\left(s\right)=R_3I_2\left(s\right)$$

1.3 Procedimiento algebraico

Estas ecuaciones representan las relaciones entre las corrientes I_1, I_2 en las dos mallas, con $V_e$como entrada.

$$V_e=LsI_1+R_1I_1+\frac{1}{Cs}\left[I_1-I_2\right]$$

$$\frac{1}{Cs}\left[I_2-I_1\right]+R_2I_2+R_3I_2=0$$

La segunda ecuación se reorganiza para aislar términos relacionados conI_1, I_2:

$$\frac{1}{Cs}I_2-\frac{1}{Cs}I_1+R_2I_2+R_3I_2=0$$

$$-\frac{1}{Cs}I_1+\left(\frac{1}{Cs}+R_2+R_3\right)I_2=0$$

$$\frac{1}{Cs}I_1=\left(\frac{1}{Cs}+R_2+R_3\right)I_2$$

Multiplicando ambos lados por Cs:

$$I_1=Cs\left(\frac{1}{Cs}+R_2+R_3\right)I_2$$

$$V_e = LsI_1 + R_1 I_1 + \frac{1}{Cs} I_1 - \frac{1}{Cs} I_2$$

$$V_e = \left(Ls + R_1 + \frac{1}{Cs} \right) I_1 - \frac{1}{Cs} I_2$$

Este resultado muestra cómo se combinan las resistencias, la inductancia y la capacitancia para influir en la relación entre V_ey I_2

$$V_e = \left(Ls + R_1 + \frac{1}{Cs} \right) Cs \left(\frac{1}{Cs} + R_2 + R_3 \right) I_2 - \frac{1}{Cs} I_2$$

$$V_e = \left(R_1 + R_2 + R_3 + Ls + CsR_1R_2 + CsR_1R_3 + CLs^2R_2 + CLs^2R_3 \right) I_2$$

$$V_s = R_3 I_2$$

1.4 Resultado

Por lo tanto, se tiene que la función de transferencia es igual a:

$$\begin{aligned} \frac{V_s}{V_e} &= \frac{R_3 I_2}{(R_1 + R_2 + R_3 + Ls + CsR_1R_2 + CsR_1R_3 + CLs^2R_2 + CLs^2R_3)\, I_2} \\ &= \frac{R_3}{(R_1 + R_2 + R_3 + Ls + CsR_1R_2 + CsR_1R_3 + CLs^2R_2 + CLs^2R_3)} \end{aligned}$$

2 Estabilidad del sistema en lazo abierto

la estabilidad del sistema depende de los polos de la función de transferencias, que son las raices del denominador

$$\left(R_1 + R_2 + R_3 + Ls + CsR_1R_2 + CsR_1R_3 + CLs^2R_2 + CLs^2R_3 \right) = 0$$

, roots: $\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \left\{ -\frac{1}{2CLR_2+2CLR_3} \left(L + \sqrt{L^2 - 4CLR_2^2 - 4CLR_3^2 + C^2R_1^2R_2^2 + C^2R_1^2R_3^2 - 2CLR_1R_2 - 2CLR_1R_3 - 8CLR_2 \right. \right. \end{array} \right.$

, roots:

assume $(C, \text{positive}) = (0, \infty)$

assume $(L, \text{positive}) = (0, \infty)$

assume $(R, \text{positive}) = (0, \infty)$

Los polos del sistema estan dados por lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= +\frac{1}{2CL}\left(\sqrt{(CR)^2-4CL}-CR\right):\ \text{Negativo}\ \ -0.454\,55\\
\lambda_2 &= -\frac{1}{2CL}\left(\sqrt{(CR)^2-4CL}+CR\right):\!\text{Negativo}\ \ -6.666\,7\times10^9
\end{aligned}$$

$R = 1.5\times10^3$

$L = 100\times10^{-6}$

$C = 250\times10^{-6}$

Por lo tanto, el sistema tendra una respuesta estable y sobreamortiguada a un escalon unitario de entrada.

3 Modelo de ecuaciones integro-diferenciales

Este conjunto de ecuaciones describe las relaciones entre las corrientes y el voltaje de salida

$$i_1(t) = \frac{1}{R_1}\left(V_e(t) - L\frac{di_1(t)}{dt} - \frac{1}{C}\int[i_1(t)-i_2(t)]\,dt\right)$$

$$i_2(t) = \frac{1}{(R_2+R_3)\,C}\int[i_1(t)-i_2(t)]\,dt$$

$$V_s(t) = R_3 i_2(t)$$

4 Error en estado estacionario

La fórmula para el error en estado estacionario es:

$$e(t) = \lim_{s\to0} sR(s)\left[1-\frac{V_s(s)}{V_e(s)}\right] = \frac{R_3}{(R_1+R_2+R_3+Ls+CsR_1R_2+CsR_1R_3+CLs^2R_2+CLs^2R_3)}$$

SiR_3 la resistencia asociada a hipertensión o flujo dificultado) aumenta, el error en estado estacionario disminuye, reflejando un sistema menos eficiente.

$$e_{ss} = \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+R_3}$$

En el caso de un sistema óptimo (paciente sano), R_3 será menor, y el sistema tendrá un mejor seguimiento a la entrada deseada.

5 Cálculo de componentes para el controlador PID

A continuación se muestra los resultados obtenidos de la práctica realizada en Simulink. Se utilizaron los sistemas en lazo cerrado y lazo abierto, por otro lado, al realizar las operaciones se obtiene las siguientes ganancias:

$$\begin{aligned} k_I &= \frac{1}{R_e C_r} = 9679.425 \\ k_P &= \frac{R_r}{R_e} = 339.126 \\ k_D &= R_r C_e = 0.3924 \end{aligned}$$

Se propone el siguiente valor para el capacitor que se usará:

$$C_r = 2.5 \times 10^{-6}$$

Se sustituyeron los valores de las ganancias k_1, k_P, k_D y del capacitor C_r para poder obtener el valor de los componentes R_e, R_r y C_e que se usarán para la elaboración del circuito físico.

$$\begin{aligned} R_e &= \frac{1}{k_I C_r} = \frac{1}{(9679.425)\left(1 \times 10^{-6}\right)} = 103.\,31 \\ R_r &= k_P R_e = (339.126)\,(103.\,31) = 35035 \\ C_e &= \frac{k_D}{R_r} = \frac{0.3924}{35035} = 1.\,12 \times 10^{-5} \end{aligned}$$