

Veamos que T es inyectivo y sobreyectivo. Para ello, mostremos que el operador:

$$S: P_1 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$S(p(t)) = (p(0), -p(-1))$$

Es el inverso de T .

$$T(S(p(t))) = T(p(0), -p(-1))$$

$$= p(0) + (p(0) - p(-1))t = q(t)$$

Es claro que para el polinomio q ocurre que:

$$q(0) = p(0) \wedge q(-1) = p(0) + (p(0) - p(-1))(-1) = p(-1)$$

Luego, q es una línea que pasa por dos puntos (comunes) que está en la línea p . Luego, ocurre que: $p(t) = q(t) \checkmark$

$$\underline{T(S(p(t))) = q(t) = p(t)}$$

Por otro lado:

$$\begin{aligned} S(T(a, b)) &= S(a + (a+b)t) = (a + (a+b)0, -(a + (a+b)(-1))) \\ &= (a, -(a - a - b)) \\ &= (a, b) \checkmark \end{aligned}$$

Luego, S es la inversa de T . Luego, T es biyectivo.