c) No es lineal. Esto ocurre porque, sea $a,b \in \mathbb{C}$ y $u,v \in V$.

Luego:

$$
\begin{aligned}
T(au+bv) &= \langle v_0, au+bv \rangle \\
&= \overline{\langle au+bv, v_0 \rangle} \\
&= \overline{\langle au, v_0 \rangle + \langle bv, v_0 \rangle} \\
&= \overline{\langle au, v_0 \rangle} + \overline{\langle bv, v_0 \rangle} \\
&= \langle v_0, au \rangle + \langle v_0, bv \rangle \\
&= \bar{a}\langle v_0, u \rangle + \bar{b}\langle v_0, v \rangle \\
&= \bar{a}\, Tu + \bar{b}\, Tv
\end{aligned}
$$

Luego no es lineal.

Por el contrario, L sí es continua dado que la prueba hecha en el a) es válida para $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$.