

b) Veamos que $|x| \in L^1_{loc}(\mathbb{R})$. Sea K un compacto $K \subseteq \mathbb{R}$.

Como K compacto, exista a tal que $K \subseteq [-a, a]$. Luego:

$$\int_K |x| dx \leq \int_{-a}^a |x| dx$$

Como $[-a, a]$ es compacto y $|x|$ continua para todo $x \in \mathbb{R}$ existe un máximo M . Luego:

$$\int_K |x| dx \leq \int_{-a}^a |x| dx$$

$$\leq \int_{-a}^a M dx = 2aM < \infty.$$

Luego, $|x| \in L^1_{loc}(\mathbb{R})$.