a) Observemos que es lineal: Sea $u, v \in V$ y $a, b \in \mathbb{R}$

$$T(au+bv) = \langle au+bv, v_0 \rangle = a\langle u, v_0\rangle + b\langle v, v_0\rangle$$
$$= aT(u) + bT(v) \checkmark$$

• Observemos que T es continuo. Probemos primero que T es acotado.
Sea $u \in V$:

$$\|Tu\| = |\langle u, v_0 \rangle|$$
$$= \big|\|u\| \|v_0\| \cos\theta\big|$$
$$= \|u\| \|v_0\| |\cos\theta|$$

Se sabe que $|\cos\theta| \leq 1$. Luego:

$$\|Tu\| = \|u\| \|v_0\| |\cos\theta|$$
$$\leq \|v_0\| \|u\|$$
$$= M \|u\|, \text{ con } M = \|v_0\|.$$

Luego, T es acotado(*). Como es acotado luego es continuo.