David Plazas Escudero 201710005101

1. Sea el modelo $MA(4)$: $W_t = \epsilon_t - 0.4\epsilon_{t-4}$ con $\epsilon_t \sim (0,1)$

a) La varianza de un proceso $MA(4)$ está dada por

$$\gamma_0 = \sigma^2\left(1 + \sum_{r=1}^{4} \theta_r^2\right)$$

y en este caso $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$ y $\theta_4 = 0.4$. Luego,

$$\gamma_0 = \sigma^2(1+\theta_4^2) = 1(1+0.4^2) = 1.16$$

b) Las 4 primeras autocovarianzas:

$$\gamma_1 = (-\theta_1 + \theta_1\theta_2 + \theta_2\theta_3 + \theta_3\theta_4)\sigma^2 = 0$$

$$\gamma_2 = (-\theta_2 + \theta_1\theta_3 + \theta_2\theta_4)\sigma^2 = 0$$

$$\gamma_3 = (-\theta_3 + \theta_1\theta_4)\sigma^2 = 0$$

$$\gamma_4 = (-\theta_4)\sigma^2 = -0.4$$

c) Las 4 primeras autocorrelaciones:

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = 0, \quad \rho_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} = 0, \quad \rho_3 = \frac{\gamma_3}{\gamma_0} = 0, \quad \rho_4 = \frac{\gamma_4}{\gamma_0} = \frac{-0.4}{1.16}$$

d) $W_t = \epsilon_t - 0.4\epsilon_{t-4} \rightarrow$ Polinomio asociado: $\underbrace{\lambda^4 - 0.4 = 0}_{\text{Raíces reales e iguales}} \rightarrow \lambda = \sqrt[4]{0.4} \approx 0.7953 < 1$.

Por lo tanto el proceso es invertible.

Reescribiendo:

$$\epsilon_t = W_t + 0.4\epsilon_{t-4} \rightarrow \epsilon_{t-4} = W_{t-4} + 0.4\epsilon_{t-8}$$

$$\epsilon_t = W_t + 0.4(W_{t-4} + 0.4\epsilon_{t-8})$$

$$\epsilon_t = W_t + 0.4W_{t-4} + 0.16\epsilon_{t-8} \rightarrow W_t = -0.4W_{t-4} + \epsilon_t + 0.16\epsilon_{t-8}$$

Luego, los 4 primeros parámetros del $AR(\infty)$ asociado son

$\Phi_1 = 0$

$\Phi_2 = 0$ $\quad \Phi_4 = -0.4$.

$\Phi_3 = 0$

2. ADF.

Como el ADF prueba bajo la hipótesis nula de no estacionareidad, y como el p-value asociado a las tablas de MacKinnon (n en los resultados) de R es menor al nivel de la prueba $\alpha = 0.05$ entonces se rechaza la hipótesis nula y el proceso es estacionario.

PP

PP también trabaja la hipótesis nula de no estacionareidad y se obtuvo un valor p de $0.01 < 0.05 = \alpha$, luego se rechaza H_0 y se podría concluir que la serie es estacionaria.

KPSS

Por otra parte, el KPSS trabaja con la H_0 de que la serie es estacionaria y con el p-value de $0.1 > 0.05 = \alpha$ no se podría rechazar H_0: Hay evidencia de que el proceso es estacionario.

Para todas las pruebas, se ve que el p-value está cerca al valor crítico de α, con lo que realmente las afirmaciones de estacionareidad no son tan fuertes; esto es debido a que el proceso tiene raíz cercana a 1. (0.95),

Para la estimación, es probable que tome muchas iteraciones en converger pues debe hallar una raíz con valor muy alto.

3. a) En la FACPE se observa que la única autocorrelación significativa está en el resago 1 y no se observa un decaimiento exponencial, con lo que hay una gran evidencia que el proceso es un AR(1); esto también es confirmado por la FACE, pues allí se observa un corto decaimiento exponencial.

b) La estimación por mínimos cuadrados se estudió que es equivalente a la Máxima Verosimilitud estándar. La máxima verosimilitud exacta tiene en cuenta las verosimilitudes exactas de los primeros valores, mientras que la verosimilitud normal los ignora (en su defecto el MCO). Además, la exacta approxima estas contribuciones por filtro de Kalman, que es útil para aproximar contribuciones en alto orden, pero induce errores numéricos en el proceso.

Personalmente, recomendaría el MCO, pues la muestra es relativamente grande y se obtienen coeficientes con menor error estándar.

c) No existe correlación entre los residuales, en la FACPE y en la FACE los valores son todos no significativos, con lo que hay buena evidencia sobre que $\{\epsilon_t\}_{t\geq 0}$ es ruido blanco, pero deberían comprobarse su media y varianza.

Realmente, creo que la validación del modelo va por buen camino, pues, se tiene que $\{\epsilon_t\}$ es no autocorrelacionado; no obstante, la validación del modelo tiene muchos más puntos que tocar, como la bondad de ajuste o la significancia de los parámetros, o la parsimonia.

Por lo que todavía no se puede saber si el modelo es completamente correcto.