c) Miremos que $|x_i| \leq \|x\|_2$. Claramente se tiene que

$$|x_i|^2 \leq \sum_{i=1}^{n} |x_i|^2$$

Esto es dado que $|x_j|^2 \geq 0 \ \forall j \in \{1, \dots, n\}$. Luego:

$$|x_i| \leq \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2\right)^{1/2} \longrightarrow |x_i| \leq \|x\|_2 \checkmark$$

Miremos que $\|x\|_2 \leq \sqrt{n} \|x\|_\infty$ Es claro que $\forall j$

$$|x_j| \leq \|x\|_\infty \rightarrow \quad |x_j|^2 \leq \|x\|_\infty^2. \text{ Luego:}$$

$$\sum_{j=1}^{n} |x_j|^2 \leq \sum_{j=1}^{n} \|x\|_\infty^2 \rightarrow \sum_{j=1}^{n} |x_j|^2 \leq n \|x\|_\infty^2$$