ii) Miremos que $\mathbb{R}^3 = W + W^{\perp}$. Sea $w \in W$ y $w' \in W^{\perp}$.

Como $w \in W$, $w = \alpha(1/3, 1/3, 1)$.

Como $w' \in W^{\perp}$ $w' = \beta(-5/3, 1, 0) + \gamma(-1, 0, 1)$

Luego, debe ocurrir que $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$:

$$(a, b, c) = \alpha(\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{3}, 1) + \beta(-5/3, 1, 0) + \gamma(-1, 0, 1)$$

$$A\left\{\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & -1 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{}\right. \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$\det(\cdot) \neq 0 \to$ para que siempre tenga solución:

$$\det(A) = 1 \begin{vmatrix} -5/3 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1/3 & -5/3 \\ 1/3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (1) + (1/3 + 5/9)$$

$$= 1 + \frac{34}{45} = \underline{\frac{79}{45} \neq 0}$$

Luego $\mathbb{R}^3 = W + W^{\perp}$ ✓ (3)

Veamos que $W \cap W^{\perp} = \{0\}$.

Es claro que $0 \in W \wedge 0 \in W^{\perp}$ por ser subespacios de $\mathbb{R}^3$, ahora probemos unicidad;

Sea $x \in W \cap W^{\perp}$, Luego $x \in W \wedge x \in W^{\perp}$.

Como $x \in W^{\perp}$, $\forall w \in W$ $\langle x, w \rangle = 0$, En particular, $w = x$:

$\langle x, x \rangle = 0 \to \underline{x = 0}$. Luego, 0 es el único elemento de $W \cap W^{\perp}$ (4)