1. c) Miremos que A_n es convergente. Para esto debe ocurrir que:

$$\liminf_{n\to\infty} A_n = \limsup_{n\to\infty} A_n \quad \text{con} \quad \liminf_{n\to\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty} A_m$$

$$\limsup_{n\to\infty} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty}\bigcup_{m=n}^{\infty} A_m$$

En primer lugar es claro como $n>0$ ocurre que:

$$2n < 4n \to 2n < 4n+1 \to \underline{\frac{2n}{4n+1} < 1}$$

De esta manera, para la métrica discreta ocurre que si

$$d_{dis}(x,a) < 1 \to \underline{x = a}$$

Así la sucesión de conjuntos nos da:

$$A_n = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid d_{dis}(x,a) < \frac{2n}{4n+1}\} = \underline{\{a\}}$$

Luego:

$$\left.\begin{array}{l} \liminf\limits_{n\to\infty} A_n = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty}\bigcap\limits_{m=n}^{\infty}\{a\} = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty}\{a\} = \{a\} \\ \limsup\limits_{n\to\infty} A_n = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty}\bigcup\limits_{m=n}^{\infty}\{a\} = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty}\{a\} = \{a\} \end{array}\right\} \text{¡Convergente!}$$

//