2. Observemos si es métrica.

- Miremos si $d(x,y)=0 \longleftrightarrow x=y$. Supóngase $x=y$, luego:

$$d(x,y) = \alpha d_1(x,y) + (1-\alpha)d_2(x,y)$$
$$= \alpha \cdot 0 + (1-\alpha)\cdot 0 \longrightarrow \text{dado que } d_1, d_2 \text{ es métrica}$$
$$= 0 \checkmark \quad (*)$$

Supóngase $d(x,y)=0$. Luego:

$$d(x,y)=0$$
$$\alpha d_1(x,y) + (1-\alpha)d_2(x,y) = 0 \quad (1)$$

Como $\alpha \in [0,1]$ luego $(1-\alpha) \in [0,1]$. Así:

$$\alpha d_1(x,y) \geq 0 \quad y \quad (1-\alpha)d_2(x,y) \geq 0$$

Luego para que ocurra (1) debe pasar que:

$$\alpha d_1(x,y) = 0 \quad \wedge \quad (1-\alpha)d_2(x,y) = 0$$

Luego, si $\alpha > 0$: $d_1(x,y)=0 \longrightarrow x=y \checkmark$

si $\alpha = 0$: luego $1-\alpha = 1 \longrightarrow 1\cdot d_2(x,y)=0 \rightarrow x=y \checkmark \quad (**)$

Luego, por $(*)$ y $(**)$ se cumple la primicidad.

- Miremos que es conmutativa:

$$d(x,y) = \alpha d_1(x,y) + (1-\alpha)d_2(x,y)$$
$$= \alpha d_1(y,x) + (1-\alpha)d_2(y,x)$$
$$= d(y,x) \checkmark$$