

بسمه تعالی

۱- دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید (۶ نمره):

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dt^2} - 2 \frac{dx}{dt} + ze^{-2t} = \sin(x) \\ \frac{dz}{dt} + 2x - y = e^{-t} \\ \frac{d^2 x}{dt^2} + 2z = y \end{cases}$$

$$x(1) = \frac{dx(1)}{dt} = 1, \quad y(5) = -1, \quad \frac{dy(5)}{dt} = 0, \quad z(1) = 1$$

۲- معادله دیفرانسیل پاره‌ای زیر را که در مختصات استوانه‌ای است از لحظه صفر تا ۵ ثانیه حل کنید (۷ نمره):

$$r \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} - y^2 + \exp(-y)$$

$$y(1, t) = \sin(2\pi t) \quad \frac{\partial y(3, t)}{\partial r} = 0 \quad y(x, 0) = 1$$