

# Introducción al Modelado de la Simulación

## 1.1. Naturaleza de la Simulación

Este libro sobre técnicas de simulación con computadores nos permite **imitar o simular** las operaciones o instalaciones de **sistemas** del mundo real. Estos sistemas que son un conjunto de entidades, componentes e interrelacionados que tienen el objetivo de *Optimizar o Innovar* las características principales de su operación. Para cumplir con este propósito se necesita aplicar relaciones matemáticas o lógicas que constituyen el **modelo** el mismo que nos permitirá obtener cierta comprensión de como el **sistema** se comporta.

Si las relaciones que componen el modelo son lo suficientemente simples, puede ser posible utilizar métodos numéricos y matemáticos (como álgebra, cálculo o teoría de probabilidad) para obtener información exacta sobre cuestiones de interés; Esto se llama una **solución analítica**. Sin embargo, la mayoría de los sistemas del mundo real son demasiado complejos para permitir modelos realistas, se deben evaluar analíticamente y estos modelos deben estudiarse mediante simulación. En una **simulación** usamos una computadora para evaluar un modelo numéricamente, y los datos son reunidos para estimar las verdaderas características deseadas del modelo.

Las áreas de aplicación para la simulación son numerosas y diversas. Algunos tipos particulares de problemas para los cuales la simulación es una herramienta útil y poderosa:

- Diseño y análisis de sistemas de fabricación.
- Evaluar los sistemas de armas militares o sus requisitos logísticos.
- Determinar requisitos de hardware o protocolos para redes de comunicaciones.
- Determinar los requisitos de hardware y software para un sistema informático.
- Diseño y operación de sistemas de transporte como aeropuertos, autopistas, puertos
- Evaluar diseños para organizaciones de servicios (líneas de espera) como:
  - centros de llamadas, restaurantes de comida rápida, hospitales, atención en ventanillas bancarias, oficinas de correos, atención del mantenimiento de vehículos, etc.
- Reingeniería de procesos de negocio.
- Análisis de las cadenas de suministro.
- Determinar políticas de pedido para un sistema de inventario.
- Análisis de operaciones mineras.
- Simulaciones aereoportuarias
- Etc.

La **Simulación** es una técnica de la Investigación Operativa junto con el Análisis son procesos matemáticos científicos probados que permiten a las organizaciones convertir desafíos complejos en oportunidades sustanciales al transformar los datos en información y la información en ideas que salvan vidas, ahorran dinero y resuelven problemas.

## 1.2 Sistemas, Modelos y Simulación\*\*

Un sistema determinado del mundo real se puede visualizar de diferentes formas, dependiendo de nuestro interés particular. Los modelos, la simulación y la forma de escribir programas de computadora los veremos con más detalles en los próximos capítulos, creando y diseñando proyectos sencillos y complejos de problemas del mundo real.

Un *sistema* está definido como una colección de componentes, entidades, que están interrelacionadas y que interactúan juntos para lograr un objetivo común. [Definición puesta por Schmidt y Taylor (1970)]. Aquí el *sistema* "depende de los objetivos del estudio en particular". Los componentes y las entidades que interactúan en el entorno del sistema podrían ser solo un subconjunto del sistema general [Macro sistema].

Por ejemplo, si uno quiere estudiar un banco para determinar la cantidad de los cajeros que brindar un servicio adecuado a los clientes que solo quiere cobrar un cheque o hacer un depósito de ahorro, el sistema puede definirse como esa parte del banco compuesto por los cajeros y los clientes que esperan en la fila o que reciben servicio (sistemas de líneas de espera o colas). Si, por otro lado, se incluirán el oficial de crédito y las cajas de seguridad, La definición del sistema debe ampliarse de manera obvia a otro sistema del macro sistema banco. Definimos que el **estado** de un sistema es esa colección de variables necesarias para describir un sistema en un momento particular, en relación con los objetivos del estudio. En el estudio de las líneas de espera de un banco, el ejemplo de posibles variables de estado son el número de cajeros ocupados, el número de clientes en el banco y la hora de llegada de cada cliente al banco.

Clasificamos los sistemas para que sean de dos tipos, **discretos** y **continuos**. Un sistema discreto es uno para el cual *las variables de estado cambian instantáneamente en separaciones de tiempo*. Un banco es un ejemplo de un sistema discreto, ya que las variables de estado: por ejemplo, la cantidad de clientes en el banco; cambie solo cuando llegue un cliente o cuando un cliente termina de ser atendido y se va. Un *sistema continuo es uno para el cual las variables de estado cambian continuamente con respecto al tiempo*. Un avión moverse por el aire es un ejemplo de un sistema continuo, ya que las variables de estado tales como la posición y la velocidad pueden cambiar continuamente con respecto al tiempo. Pocos sistemas en la práctica son completamente discretos o completamente continuos.

La mayoría de los sistemas, han tenido su evolución desde tiempo remoto; partiendo de sistemas manuales, semiautomáticos, automáticos, en cada transición ha sido necesario estudiarlos para intentar obtener una idea de las relaciones entre varios componentes, o para predecir rendimiento bajo algunas condiciones nuevas como por ejemplo en los sistemas de transporte han ido evolucionando y en cada evolución se han realizado mejoras por los diferentes estudios realizados incorporando nuevos componentes tecnológicos que optimizan e innovan desde diferente formas de estudio.

## Formas de estudiar los sistemas



### Experimentar con el sistema actual vs. Experimentar con un modelo del sistema.

Si es posible (y rentable) alterar el sistema físicamente y luego dejarlo operar bajo las nuevas condiciones, probablemente sea conveniente hacerlo, ya que en este caso No hay duda sobre si lo que estudiamos es válido. Sin embargo, rara vez factible hacer esto, porque tal experimento a menudo sería demasiado costoso o demasiado perjudicial para el sistema. Por ejemplo, un banco puede estar contemplando reducir el número de cajeros para reducir costos, pero en realidad intentar esto podría llevar a largo retrasos y pérdida de clientes. *Por estas razones, generalmente es necesario construir un modelo como una representación del sistema y estudiarlo como un sustituto del sistema real.* Cuando se usa un modelo, siempre existe la cuestión de si refleja con precisión el sistema para los propósitos de la toma de decisiones.

## Modelo Físico vs Modelo Matemático.

Para la mayoría de las personas, la palabra “modelo” invocan una representación de imágenes de aparatos como cabinas de avión que son utilizadas para entrenamiento de pilotos, programas de computadora como autocad, visio y otros que nos permiten observar las características del sistema, algunos de los cuales son modelos físicos, como un modelo físico de un restaurant de comida rápida dentro de un almacén a gran escala. Los **modelos matemáticos** son los mayormente contruidos ya que se representan en términos de relaciones lógicas y cuantitativas que luego se manipulan, se estudia sus causas y se los describe en forma matemática. Con mucha frecuencia la expresión matemática se lo expresa en forma de ecuación diferencial.

Chapra 2006, define a un modelo matemático, de manera general, como una formulación o una ecuación que expresa las características esenciales de un sistema físico o de un proceso en términos matemáticos. En general, el modelo se representa mediante una relación funcional de la forma:

Variable dependiente = f(variables independientes, parámetros, funciones)

Donde la variable dependiente es una característica que generalmente refleja el comportamiento o estado de un sistema; las variables independientes son, por lo común, dimensiones tales como tiempo y espacio, a través de las cuales se determina el comportamiento del sistema; los parámetros son el reflejo de las propiedades o la composición del sistema; y las funciones son influencias externas (exógenas) que actúan sobre el sistema.

Veamos el ejemplo de la Limpieza de un derrame de petróleo, El costo  $f(x)$  de limpiar  $x$  por ciento de un derrame de petróleo que ha llegado a la costa aumenta grandemente cuando  $x$  se aproxima a 100. Suponga que:

$$f(x) = 0.3x/(101-x) \quad (\text{millones de dólares})$$

Para analizar el modelo debemos comparar los diferentes resultados de la variable dependiente  $f(x)$  con los valores la variable independiente  $x$  de la siguiente forma:

$$f(100) = (0.3*100)/(101-100) = 30 \text{ millones}$$

$$f(90) = (0.3*90)/(101-90) = 2.45 \text{ millones}$$

Los resultados del modelo nos dan una idea del funcionamiento del sistema, se hace mucho más efectiva para el análisis de sistema la utilización de lenguaje de programación Python que con muy pocas sentencias de código nos permite visualizar el comportamiento del sistema.

Para la solución del modelo utilizamos dos paquetes de Python que son Numpy y Matplotlib:

[Numpy \(http://www.numpy.org/\)](http://www.numpy.org/) es un paquete que contiene una biblioteca de recursos especializados en realizar operaciones optimizadas en arreglos de datos.

El proyecto *Numpy* cuenta con una extensa documentación, la cual está disponible en <https://docs.scipy.org/doc/numpy/> (<https://docs.scipy.org/doc/numpy/>).

El paquete Matplotlib comprende una biblioteca muy extensa de herramientas de visualización de datos de diversas índoles.

Está inspirado en ggplot de R y Matlab con el que guarda una sintaxis muy similar.

## Ejemplo de modelo matemático

```
In [2]: # Modelo de cálculo del sistema de limpieza de petróleo
```

```
# importamos los paquetes numpy y matplotlib
```

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
import pandas as pd
```

```
# Calculamos x - y de la función
```

```
x = np.arange(1, 101)
```

```
y = np.divide(0.3*x, 101 - x)
```

```
# Plot los puntos usando matplotlib
```

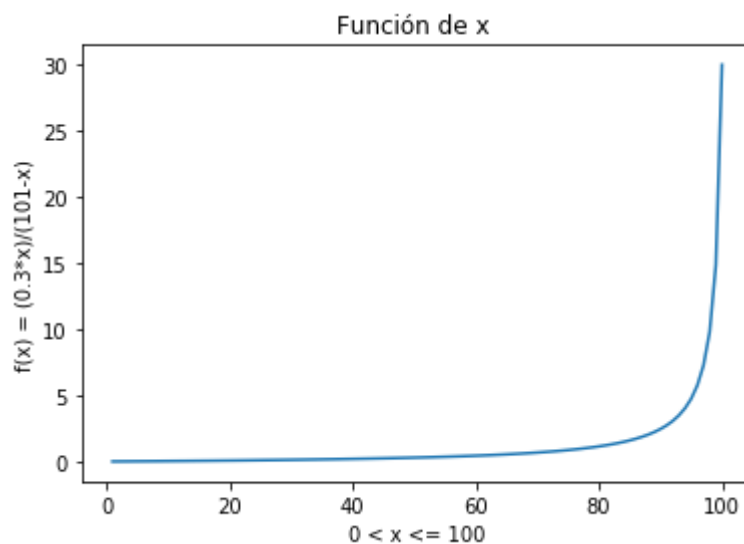
```
plt.plot(x, y)
```

```
plt.title('Función de x')
```

```
plt.xlabel('0 < x <= 100')
```

```
plt.ylabel('f(x) = (0.3*x)/(101-x)')
```

```
plt.show()
```



```
In [7]: df = pd.DataFrame({'X':x, 'Y':y})  
df
```

Out[7]:

	X	Y
0	1	0.003000
1	2	0.006061
2	3	0.009184
3	4	0.012371
4	5	0.015625
5	6	0.018947
6	7	0.022340
7	8	0.025806
8	9	0.029348
9	10	0.032967
10	11	0.036667
11	12	0.040449
12	13	0.044318
13	14	0.048276
14	15	0.052326
15	16	0.056471
16	17	0.060714
17	18	0.065060
18	19	0.069512
19	20	0.074074
20	21	0.078750
21	22	0.083544
22	23	0.088462
23	24	0.093506
24	25	0.098684
25	26	0.104000
26	27	0.109459
27	28	0.115068
28	29	0.120833
29	30	0.126761
...	...	...
70	71	0.710000
71	72	0.744828
72	73	0.782143
73	74	0.822222
74	75	0.865385
75	76	0.912000
76	77	0.962500
77	78	1.017391

	X	Y
78	79	1.077273
79	80	1.142857
80	81	1.215000
81	82	1.294737
82	83	1.383333
83	84	1.482353
84	85	1.593750
85	86	1.720000
86	87	1.864286
87	88	2.030769
88	89	2.225000
89	90	2.454545
90	91	2.730000
91	92	3.066667
92	93	3.487500
93	94	4.028571
94	95	4.750000
95	96	5.760000
96	97	7.275000
97	98	9.800000
98	99	14.850000
99	100	30.000000

100 rows × 2 columns

El modelo matemático junto con la visualización de sus resultados nos ayuda a observar y analizar los componentes y su optimización

In [8]: `df.describe()`

Out[8]:

	X	Y
count	100.000000	100.000000
mean	50.500000	1.271775
std	29.011492	3.559047
min	1.000000	0.003000
25%	25.750000	0.102671
50%	50.500000	0.300059
75%	75.250000	0.877038
max	100.000000	30.000000



## 1.3 Diferentes formas de modelación y simulación de sistemas

### Solución Analítica versus Simulación.

Una vez que hemos construido un modelo matemático, luego se debe examinar para ver cómo se puede usar para responder las preguntas de interés sobre el sistema que se supone que representa. Si el modelo es lo suficientemente simple, puede ser posible trabajar con sus relaciones y cantidades para obtener una exacta solución analítica. Como vemos en el ejemplo analizamos que cuando llega al 100% el costo de limpieza de petróleo llega a 30 millones, además de mostrarnos el comportamiento del modelo una función exponencial.

Si Una solución analítica a un modelo matemático está disponible y es computacionalmente eficiente, generalmente es deseable estudiar el modelo de esta manera en lugar de hacerlo a través de simulación. Sin embargo, muchos sistemas son altamente complejos, por lo que la validación matemática de los modelos es compleja, lo que excluye cualquier posibilidad de solución analítica. En este caso, el modelo debe estudiarse mediante simulación, es decir, ejercitar

### Modelos de Simulación Estática vs Dinámica.

Un modelo de simulación estática es una representación de un sistema en un momento particular, o en el cual el tiempo no tiene o juega ningún papel, como por ejemplo la simulación Montecarlo. En cambio la simulación dinámica donde el tiempo es una variable independiente hace que el sistema evolucione en relación del tiempo, por ejemplo en un sistema de transporte en una cadena de suministros, donde el objetivo es optimizar el transporte de un punto a otro de una determinada carga donde ponemos atención en las variables del sistema en el tiempo.

### Modelos de Simulación Determinísticos vs Estocástica

Los modelos de simulación determinista siempre a una misma entrada vamos a obtener una misma salida, es decir los resultados pueden obtenerse con certeza por ejemplo la simulación de contratos colectivos, la asignación de detectives a casos específicos de investigación. Los modelos de simulación estocástica utilizamos números y variables aleatorias y la relación entre variables son con funciones de probabilística, algunos ejemplos más frecuentes son la simulación de líneas de espera, simulación de inventarios, simulación de fallas de maquinarias. La simulación estocástica produce en sí mismo resultados aleatorios y deben por lo tanto ser como una estimación de las características verdaderas del modelo.

**Modelos Continuos respecto a modelos Discretos.** Los modelos continuos se caracterizan por representar la evolución de las variables de interés de forma continua. En general suelen utilizarse ecuaciones diferenciales ordinarias si se considera simplemente la evolución de una propiedad respecto al tiempo, o bien ecuaciones en derivadas parciales si se considera también la evolución respecto al espacio. De modo análogo a la definición de modelos continuos, los modelos discretos se caracterizan por representar la evolución de las variables de interés de forma discreta. Es importante notar a partir de la clasificación de modelos realizada, que es posible describir un sistema continuo mediante un modelo discreto y, al revés, también es posible describir un sistema discreto mediante un modelo continuo. La decisión de utilizar un modelo continuo o un modelo discreto depende de los objetivos particulares de cada estudio y no tanto de las características del sistema. Así pues, por ejemplo, es posible encontrar modelos continuos de flujos de coches en una autopista donde se ha escogido una formulación continua cuando los objetivos del estudio se centran pongamos por caso en evaluar la evolución de los flujos ante un accidente o bien cuando se recorta un carril, en que el movimiento de un coche carece de importancia.

## **Conclusión**

Como conclusión podemos decir que los diferentes modelos de simulación esta orientados a experimentar con un modelo computacional del sistema aplicando a las características del sistema (Entradas, Salidas, Variables Endógenas, Variables Exógenas, Estado del Sistema, sus límites y fronteras ) que nos ayudaran a predecir el comportamiento del sistema y mejorarlo con las diferentes opciones tecnológicas.