CAPITULO V SIMULACIÓN

5.4 Simulación de Líneas de Espera

5.4.1 Líneas de Espera

Las colas o líneas de espera son frecuentes en nuestra vida cotidiana:

```
- En un banco
- En un restaurante de comidas rápidas
- Al ser atendido en un hospital (Emergencia – Quirófano – Scanner )
- Al lavar el automóvil
- Al reparar un automóvil
- Espera cupo en un aereolinea
- En los transportes publico o privado
- Ventas distribuidores
- Tráfico de redes telefónicas e internet
```

En general, a nadie le gusta esperar Cuando la paciencia llega a su límite, la gente se va a otro lugar Sin embargo, un servicio muy rápido tendría un costo muy elevado Es necesario encontrar un balance adecuado cuando la demanda excede a la capacidad de servicio proporcionada

5.4.2 El Modelo de Líneas de Espera

OBJETIVOS

El objetivo es encontrar el estado óptimo del sistema y determinar una capacidad de servicio apropiada, Minimizar el tiempo de atención y servicio a los clientes o usuarios que llegan en un determinado tiempo.

El tipo de modelo es Predictivo, Discretos y Probabilístico, y además hay un sinúmero de variantes:

Modelo Básico Una cola y un servidor.

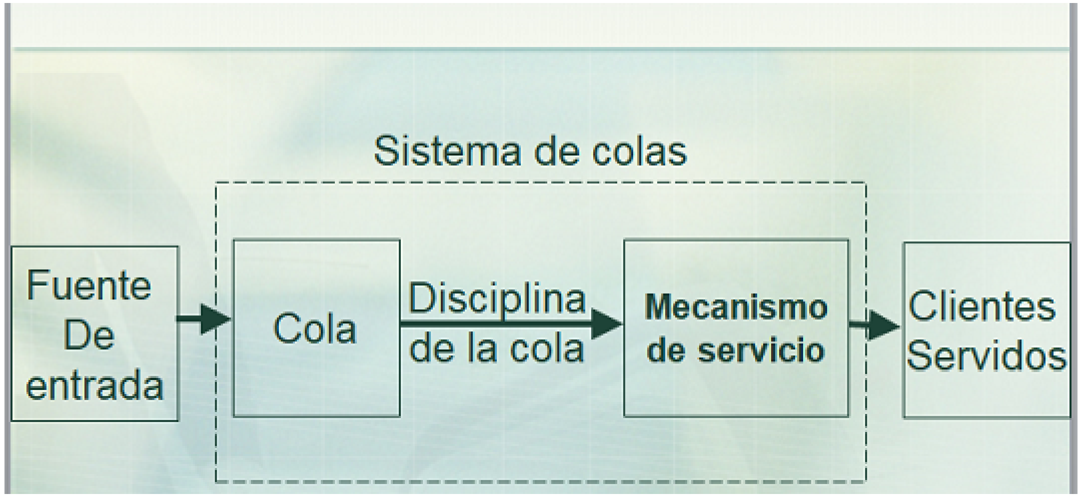
Modelo Básico con cola Finita un servidor y varios servidores.

Modelo de Varias líneas de Espera Un servidor y varios servidores.

Modelo de Una línea de Espera y Servidores secuenciales

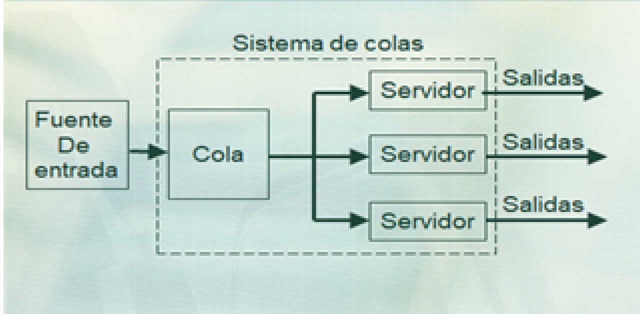
Modelo Básico

Es un modelo que requiere un servicio que se genera a través del tiempo de una **Fuente de entrada** estos clientes entran al sistema y se unen a una **Cola**, en determinado momento se selecciona un miembro de la cola, para proporcionarlo un **Servicio**, mediante alguna regla conocida como **Disciplina de Cola**, luego se lleva a cabo el **Servicio requerido** por el cliente en un **Mecanismo de servicio**, al final el **Cliente sale atendido**.

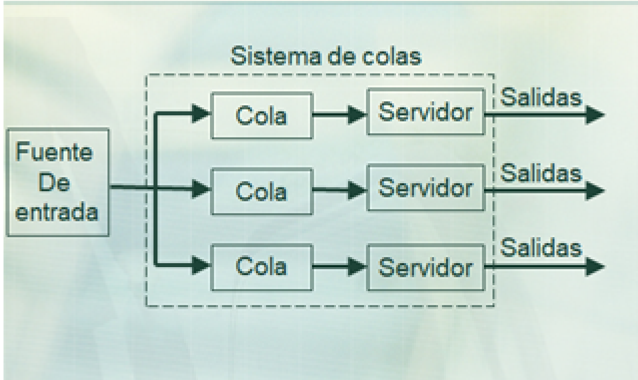


Existen varios modelos a los cuales se pueden ir tratando dependiento del proceso a problema que queramos resolver

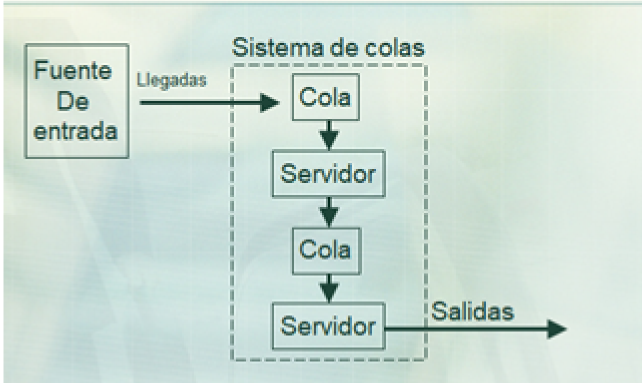
MODELO DE UNA COLA Y VARIOS SERVIDORES



MODELO VARIAS COLAS MULTIPLES SERVIDORES



MODELO DE UNA LINEA Y SERVIDORES SECUENCIALES



COMPONENTES OPERATIVOS

FUENTES DE ENTRADA (Población de Entrada)

LINEAS DE ESPERA O COLA (Número máximo permisible de clientes que puede admitir)

MECANISMOS DE SERVICIO (una o más instalaciones de servicio)

CLIENTES SERVIDOS (atendidos)

COMPONENTES FLUENTES

PERSONAS

MATERIALES

OPERACIÓN DE VENTAS

CARGA DESCARGA DE MATERIALES

REPOSICIÓN DE INVENTARIOS

DATOS INFORMACION, MENSAJES CONEXIONES, SEÑALES

VARIABLES DESCRIPTIVAS

VARIABLES EXÓGENAS

```
Lq: Longitud de la cola es el número de clientes que hay en la cola
N : numero de clientes o unidades en el sistema de colas
Pn: Probabilidad que se encuentren n clientes en cola
```

VARIABLES DEL SISTEMA

```
S: Número de servidores (servicios en paralelo) en el sistema de colas
L: Longitud o número medio de unidades en el sistema (finito o infinito)
```

VARIABLES DE SALIDA

```
W: Tiempo de espera medio en el sistema
Wq: Tiempo de espera medio en la cola
E(WC): Costo de Espera
E(SC): Costo de Servicio
E(TC): Total de costos
```

PARAMETROS

```
λ : Tasa media de llegada, unidades / período de tiempo
μ: Tasa media de servicio, unidades / período de tiempo
ρ: Factor de utilización del sistema
```

RELACIONES MATEMATICAS MODELO M/M/1

La probabilidad de hallar el sistema ocupado o utilización del sistema: $p = \lambda/\mu$

La probabilidad de que no haya unidades en el sistema este vacía u ocioso : $Po = 1 - \lambda/\mu$

Longitud esperada en cola, promedio de unidades en la línea de espera: $Lq = \lambda^2/(\mu - \lambda)\mu$

Número esperado de clientes en el sistema(cola y servicio) : $L = \lambda/\mu - \lambda$

Longitud esperada (media) en el sistema. El número promedio de unidades en el sistema: $L = Lq + \lambda/\mu$

Tiempo de espera en cola: $Wq = \lambda/\mu(\mu - \lambda)$

El tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema: $W = 1/(\mu - \lambda)$

La probabilidad de que haya n unidades en el sistema: $Pn = (\lambda/\mu)^n Po$

Modelo M/M/1

El modelo M/M/1 es una denominación a la Notación Kendall A / B / C/ m/ d donde:

```
A = distribución de tiempos de llegada
B = distribución de tiempos de servicio
C = Número de canales de servicio (s)
m = Número máximo de unidades permitidas en el sistema (finito o infinito)
d = Disciplina de cola, Puede ser:
    FIFO (o FCFS): primero en entrar primero en ser servido
    LIFO: último en entrar, primero en ser servido
    SIRO (RANDOM): servicio aleatorio
    RRI:  Orden de prioridad
```

Tiempo de llegadas aleatorias (Markoviano), independientes entre si.

Tiempo de servicio Markoviano, es decir no depende de cuando ocurre sino de la longitud del intervalo

```
                    M    Markoviano     (exponencial, poisson)

    Distribución    =    D    Determinista (tipo histograma)

                    G    General
```

Para el modelo **M/M/1** consideramos que los tiempos pueden ser exponenciales

Ejemplo 1

Una Estación de Servicio (gasolinera) cuenta con un surtidor de gasolina. Los automóviles que desean cargar llegan según un proceso Poisson a una tasa media de 45 por hora. Sin embargo, si el surtidor está en uso, los clientes potenciales pueden desistir (ir a otra gasolinera). El tiempo necesario para servir un auto tiene distribución exponencial con media de 4 minutos. optimice el problema realizando un cálculo análitico del problema y luego realice la simulación y determine las soluciones que se pueden implementar para mejorar el servicio. Solución:

```
λ = 60 / 45 = 1.333 minutos
μ = 4 minutos
```

La probabilidad de hallar el sistema ocupado o utilización del sistema: p**=λ/μ = 1.333 / 4 = 0.333**

La probabilidad de que no haya unidades en el sistema este vacía u ocioso : Po**=1−λ/μ = 1- 0.333 = 0.6666**

Longitud esperada en cola, promedio de unidades en la línea de espera: Lq**=λ2/(μ−λ)μ = 0.15**

Número esperado de clientes en el sistema(cola y servicio) : *L=λ/μ−λ = 0.50 *

Tiempo de espera en cola: Wq**=λ/μ(μ−λ) = 0.125**

El tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema: W**=1/(μ−λ) = 0.375**

La probabilidad de que haya n unidades en el sistema: Pn**=(λ/μ)**nPo **= 1 cliente = p1 = (0.333)*1*0.333 = 0.1109**

Solución Análitica

In [1]:

```
landa = 1.3333
nu = 4.0

#La probabilidad de hallar el sistema ocupado o utilización del sistema:
p=landa/nu

#La probabilidad de que no haya unidades en el sistema este vacía u ocioso :
Po = 1.0 - (landa/nu)

#Longitud esperada en cola, promedio de unidades en la línea de espera:

Lq = landa*landa / (nu * (nu - landa))


#/ (nu * (nu - landa))

# Número esperado de clientes en el sistema(cola y servicio) :
L = landa /(nu - landa)

#El tiempo promedio que una unidad pasa en el sistema:
W = 1 / (nu - landa)

#Tiempo de espera en cola:
Wq = W - (1.0 / nu)

print (Wq)

#La probabilidad de que haya n unidades en el sistema:
n= 1
Pn = (landa/nu)*n*Po

```

```
0.12499531255859303
```

In [2]:

```
print ("landa:",round(landa,3))

print ( "nu: ",nu)

print ( "Po: ",round(Po,3))

print ( "Lq: ",round(Lq,3))

print ("L: ",round(L,1))

print ("W: " ,round(W,3))

print ("Wq:",round(Wq,3))

print ("Pn:",round(Pn,3))

```

```
landa: 1.333
nu:  4.0
Po:  0.667
Lq:  0.167
L:  0.5
W:  0.375
Wq: 0.125
Pn: 0.222
```

In [7]:

```
# Simulación

import math, random
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib as plt

i = 0
# Landa y nu ya definidos
# Atributos del DataFrame
"""
ALL      # ALEATORIO DE LLEGADA DE CLIENTES
ASE      # ALEATORIO DE SERVICIO
TILL     TIEMPO ENTRE LLEGADA
TISE     TIEMPO DE SERVICIO
TIRLL    TIEMPO REAL DE LLEGADA
TIISE    TIEMPO DE INICIO DE SERVICIO
TIFSE    TIEMPO FINAL DE SERVICIO
TIESP    TIEMPO DE ESPERA
TIESA    TIEMPO DE SALIDA
numClientes  NUMERO DE CLIENTES
dfLE     DATAFRAME DE LA LINEA DE ESPERA

"""
numClientes=10
i = 0
indice = ['ALL','ASE','TILL','TISE','TIRLL','TIISE','TIFSE','TIESP','TIESA']

Clientes = np.arange(numClientes)

dfLE = pd.DataFrame(index=Clientes, columns=indice).fillna(0.000)
np.random.seed(100)
for i in Clientes:
    if i == 0:
        dfLE['ALL'][i] = random.random()
        dfLE['ASE'][i] = random.random()
        dfLE['TILL'][i] = -landa*np.log(dfLE['ALL'][i])
        dfLE['TISE'][i] = -nu*np.log(dfLE['ASE'][i])
        dfLE['TIRLL'][i] = dfLE['TILL'][i]
        dfLE['TIISE'][i] = dfLE['TIRLL'][i]
        dfLE['TIFSE'][i] = dfLE['TIISE'][i] + dfLE['TISE'][i]
```

```
        dfLE['TIESA'][i] = dfLE['TIESP'][i] + dfLE['TISE'][i]
    else:
        dfLE['ALL'][i] = random.random()
        dfLE['ASE'][i] = random.random()
        dfLE['TILL'][i] = -landa*np.log(dfLE['ALL'][i])
        dfLE['TISE'][i] = -nu*np.log(dfLE['ASE'][i])
        dfLE['TIRLL'][i] = dfLE['TILL'][i] + dfLE['TIRLL'][i-1]
        dfLE['TIISE'][i] = max(dfLE['TIRLL'][i],dfLE['TIFSE'][i-1])
        dfLE['TIFSE'][i] = dfLE['TIISE'][i] + dfLE['TISE'][i]
        dfLE['TIESP'][i] = dfLE['TIISE'][i] - dfLE['TIRLL'][i]
        dfLE['TIESA'][i] = dfLE['TIESP'][i] + dfLE['TISE'][i]


nuevas_columnas = pd.core.indexes.base.Index(["A_LLEGADA","A_SERVICIO","TIE_LLEGADA","TIE_SERVICIO",
                                              "TIE_EXACTO_LLEGADA","TIE_INI_SERVICIO","TIE_FIN_SERVICIO",
                                              "TIE_ESPERA","TIE_EN_SISTEMA"])
dfLE.columns = nuevas_columnas

dfLE


```

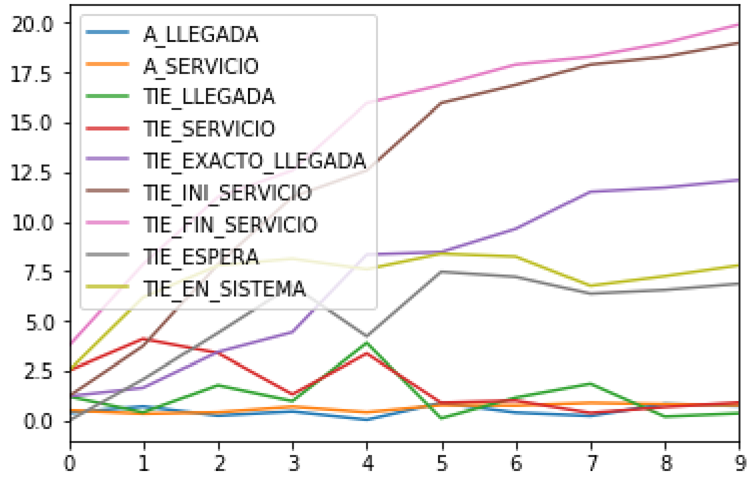
Out[7]:

	A_LLEGADA	A_SERVICIO	TIE_LLEGADA	TIE_SERVICIO	TIE_EXACTO_LLEGADA	TIE_INI_SERVICIO	TIE_FIN_SERVICIO	TIE_ESPERA	TIE_EN_SI
0	0.396377	0.533405	1.233823	2.513896	1.233823	1.233823	3.747719	0.000000	2.
1	0.725866	0.358212	0.427175	4.106516	1.660998	3.747719	7.854235	2.086721	6.
2	0.261501	0.427874	1.788378	3.395706	3.449377	7.854235	11.249941	4.404858	7.
3	0.473984	0.716177	0.995417	1.335312	4.444793	11.249941	12.585253	6.805148	8.
4	0.053449	0.430197	3.905261	3.374047	8.350055	12.585253	15.959300	4.235198	7.
5	0.908879	0.796342	0.127389	0.910905	8.477443	15.959300	16.870206	7.481857	8.
6	0.417047	0.774594	1.166044	1.021663	9.643488	16.870206	17.891868	7.226718	8.
7	0.246545	0.905358	1.866900	0.397698	11.510388	17.891868	18.289567	6.381481	6.
8	0.852732	0.840455	0.212408	0.695248	11.722796	18.289567	18.984814	6.566771	7.
9	0.751757	0.793304	0.380446	0.926195	12.103242	18.984814	19.911010	6.881573	7.

In [8]:

```
dfLE.plot()
```

Out[8]: <matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x1f1a51e8438>



In [5]:
```
dfLE.describe()

```

Out[5]:

	A_LLEGADA	A_SERVICIO	TIE_LLEGADA	TIE_SERVICIO	TIE_EXACTO_LLEGADA	TIE_INI_SERVICIO	TIE_FIN_SERVICIO	TIE_ESPERA	TIE_EI
count	10.000000	10.000000	10.000000	10.000000	10.000000	10.000000	10.000000	10.000000	
mean	0.567064	0.509264	0.866365	4.137780	3.771925	18.761423	22.899203	14.989498	
std	0.230361	0.331930	0.595575	4.345607	2.762633	13.467927	13.433423	10.900108	
min	0.208205	0.031835	0.040467	0.015961	0.040467	0.040467	6.596853	0.000000	
25%	0.430474	0.199313	0.572262	1.265079	2.011378	7.786809	9.210669	5.936398	
50%	0.559139	0.625840	0.775194	1.874964	3.344853	17.549487	25.089261	14.204634	
75%	0.651763	0.728868	1.123937	6.455412	5.075361	31.503028	34.793812	25.216779	
max	0.970105	0.996018	2.092255	13.788738	8.663653	35.265773	41.418265	28.216637	

In [6]:
```
dfLE.to_csv('Linea_espera.csv', index=False)

```

In [ ]:
```

```

In [ ]:
```

```