



STRUKTURE PODATAKA

LETNJI SEMESTAR 2015/2016

LANČANE LISTE (LINKED LISTS)

Prof. Dr Leonid Stoimenov
Katedra za računarstvo
Elektronski fakultet u Nišu

LANČANE LISTE - PREGLED

- Uvod
- Definicija
- Memorijska reprezentacija
- Operacije
- Tipovi listi



UVOD U LANČANE LISTE

○ Definicija liste:

- **Lista** je kolekcija elemenata podataka kojima se pristupa redom polazeći od **glave** liste i završavajući sa **repom** liste
- **Veličina liste** je broj elemenata liste
- **Linearna lista** ili **lista** je linearni skup elemenata podataka (objekata)

○ Lista može biti sortirana ili nesortirana



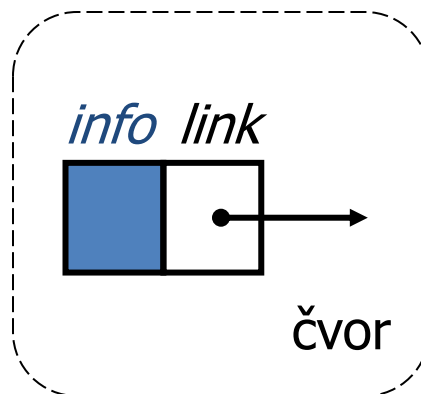
VRSTE LANČANIH LISTI

- Jednostruko spregnute ili jednosmerne
- Dvostruko spregnute ili dvosmerne
- Necirkularne
- Cirkularne
- Sa zaglavljem
- Bez zaglavlja
- Sortirane
- Nesortirane



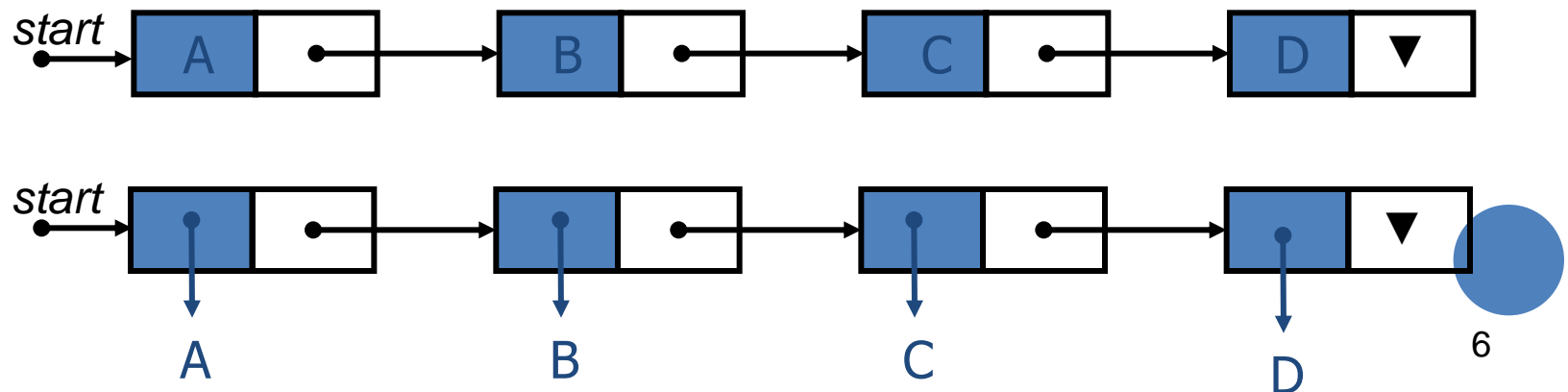
JEDNOSTRUKO SPREGNUTA LANČANA LISTA

- **Jednostruko spregnuta lančana lista** (*singly linked list*) je struktura podataka koja se sastoji od sekvence čvorova
- Svaki **čvor** sadrži dva polja:
 - **info** – pamti element liste ili adresu elementa liste
 - **link** – pamti adresu sledećeg čvora



JEDNOSTRUKO SPREGNUTA LANČANA LISTA

- **Jednostruko spregnuta lančana lista** (*singly linked list*) je struktura podataka koja se sastoji od sekvence čvorova
- Listi se pristupa preko eksternog pokazivača **start** koji ukazuje na **prvi element** liste
- **Poslednji element** liste sadrži u link polju specijalnu vrednost – **null** (▼) koja nije validna adresa



PRAZNA LISTA

- Lista koja nema elemenata se naziva *prazna lista (empty list, null list)*
- Prazna lista ima
start == null



start



PREDNOSTI I MANE LANČANE LISTE

○ Prednosti

- Veličina liste nije fiksirana, već se dinamički menja
- Efikasne operacije umetanja i brisanja, $O(n)$, gde je n veličina liste

○ Mane

- Nemoguć direktan pristup elementima polja

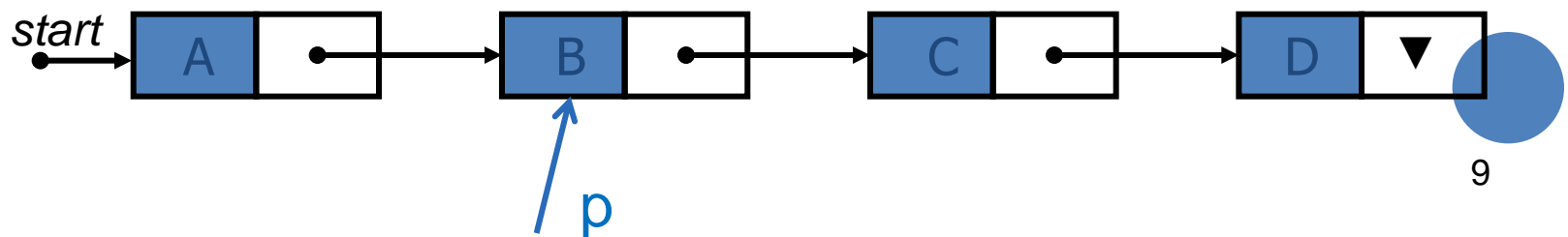
○ Upotreba

- Za memorisanje promenljive količine podataka kojima se sekvencijalno pristupa
- Za formiranje složenijih struktura – magacina, redova, dekovala, tablica, stabala, grafova



NOTACIJA KOJA ĆE SE KORISTITI

- p je pokazivač
 - $node(p)$ je čvor na koji ukazuje pokazivač p
 - $info(p)$ je *info* polje čvora $node(p)$
 - $link(p)$ je *link* polje čvora $node(p)$
-
- ako $link(p) \neq 0$, tada $info(link(p))$ označava *info* polje čvora koji sledi čvor $node(p)$ u listi



OPERACIJE

- Obilazak liste
- Traženje elementa u listi
- Umetanje čvora u listu
- Brisanje čvora iz liste
- Brisanje liste
- Kopiranje liste
- Cepanje liste
- Spajanje (konkatenacija) listi



OBILAZAK JEDNOSTRUKO SPREGNUTE LANČANE LISTE

Algoritam SLL.1. Obilazak lančane liste

Traversal(START)

// Ovaj algoritam obilazi listu i nad svakim elementom polja

// primenjuje operaciju OBRADA

// Pokazivač POK stalno ukazuje na čvor koji će se sledeći obrađivati

1 POK \leftarrow START */* POK se postavlja na prvi element liste */*

2 **while**(POK \neq NULL)

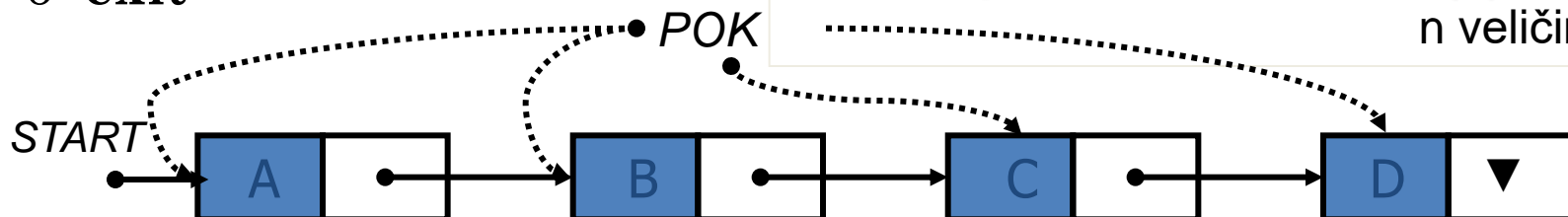
3 OBRADA(info(POK))

4 POK \leftarrow link(POK) */* POK se postavlja na sledeći čvor liste */*

5 **endwhile**

6 **exit**

Asimptotska složenost: $O(n)$, linearna
n veličina liste



TRAŽENJE U NESORTIRANOJ LISTI

Algoritam SLL.2. Linearno traženje u nesortiranoj listi

searchNonSorted(START,E,LOC)

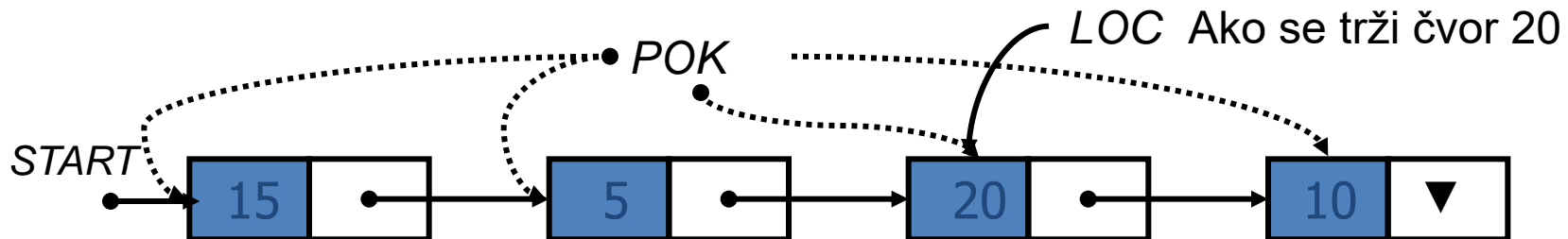
// Ovaj algoritam traži element E u nesortiranoj lančanoj listi $START$

// i vraća njegovu lokaciju LOC , ako je traženje uspešno,

// ili $LOC=NULL$, ako je traženje neuspešno

```
1  POK ← START
2  while (POK ≠ NULL AND info(POK) ≠ E)
3      POK ← link(POK)
4  endwhile
5  if info(POK) = E
6  then
7      LOC ← POK          /*traženje uspešno*/
8  else
9      LOC ← NULL         /*traženje neuspešno*/
10 exit
```

**Asimptotska
složenost:**
 $O(n)$, linearna



TRAŽENJE U SORTIRANOJ LISTI

Algoritam SLL.3. Linearno traženje u sortiranoj listi

searchSorted(START,E,LOC)

// Ovaj algoritam traži element E u sortiranoj lančanoj listi START.

// Vraća njegovu lokaciju LOC, ako je traženje uspešno, ili je

// LOC=NULL, ako je traženje neuspešno

```
1  POK ← START
2  while (POK≠NULL)
3      if(info(POK)=E) then
4          LOC ← POK
5          exit      /*traženje uspešno*/
6      else if(E<info(POK) then
7          LOC ← NULL
8          exit      /*traženje neuspešno*/
9      else
10         POK ← link(POK)
11     endif      /*kraj if strukture */
12 endwhile
13 LOC ← NULL /*traženje neuspešno*/
10 exit
```

**Asimptotska
složenost:**
O(n), linearna

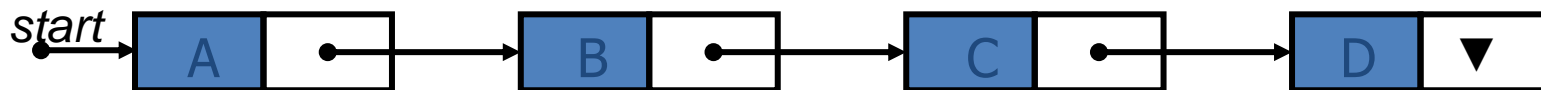


UMETANJE U LANČANU LISTU

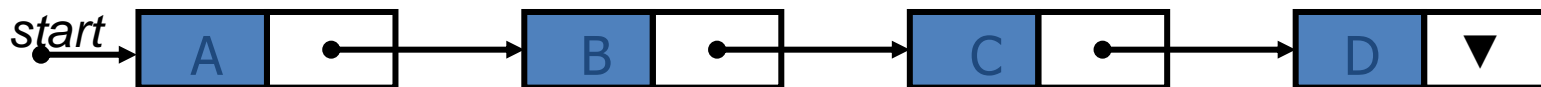
- Ovom operacijom se **umeće novi čvor** u lančanu listu
- Novi čvor se umeće:
 - Na početak liste
 - Na kraj liste
 - Ispred zadatog čvora
 - Iza zadatog čvora
- Čvor se zadaje
 - Pozicijom u listi (prvi, drugi,...)
 - Pokazivačem (adresom)
 - Vrednošću *info* polja (npr. čvor koji sadrži D)



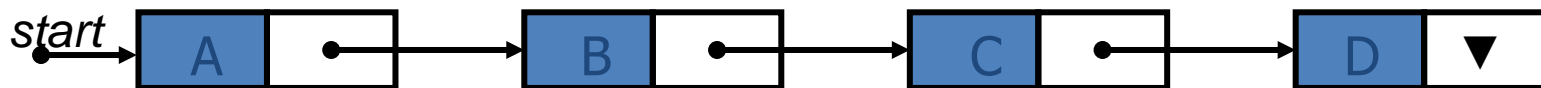
UMETANJE NA POČETAK LISTE - PRIMER



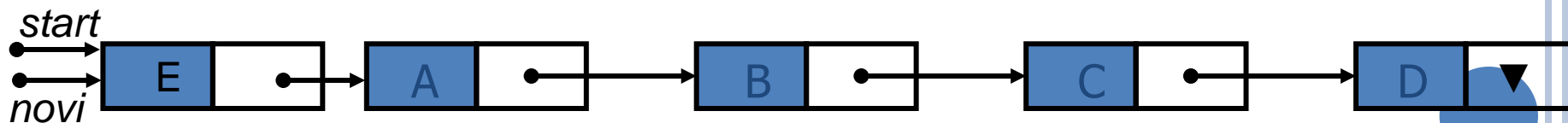
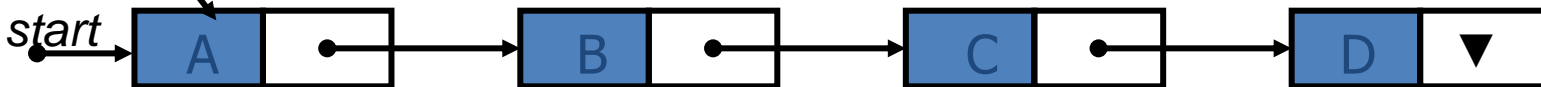
①



②



③



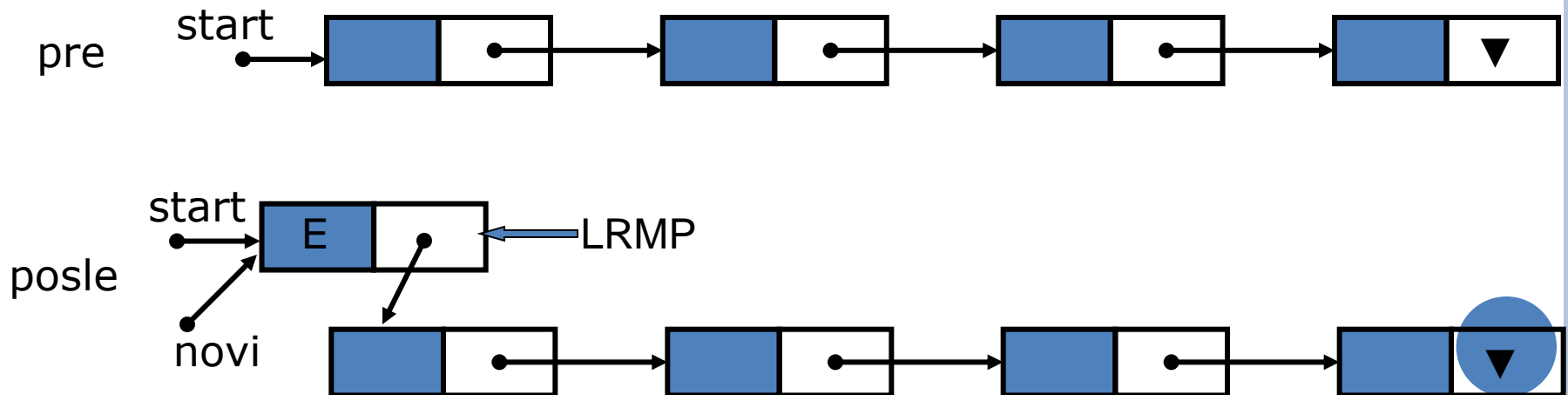
UMETANJE NA POČETAK LISTE

Algoritam SLL.4. Umetanje na početak lančane liste

insertAtStart(START,E)

// Ovaj algoritam umeće element E na početku lančane liste START

```
1  novi ← getnode()      /*uzimanje praznog čvora iz LRMP*/
2  info(novi)=E           /*upis elementa E u novi čvor*/
3  link(novi) ← START    /*povezivanje novog čvora*/
4  START ← novi          /*izmena početka liste*/
5  exit                  /*kraj algoritma*/
```

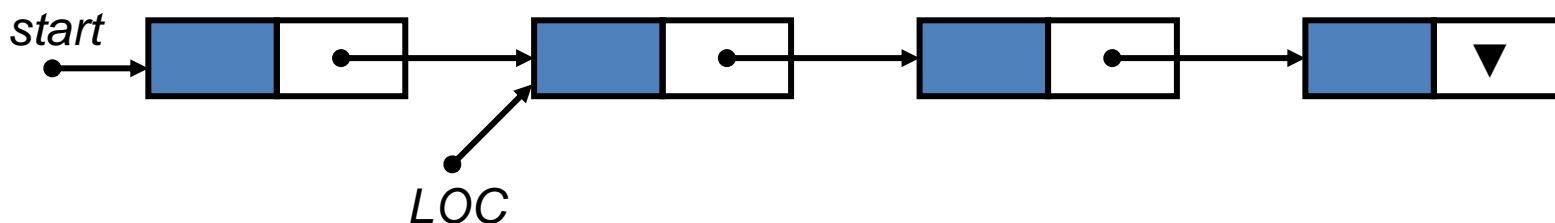


UMETANJE POSLE ZADATOG ČVORA

Dodaje se novi čvor koji ima **vrednost E** iza čvora čija je **lokacija LOC** zadata

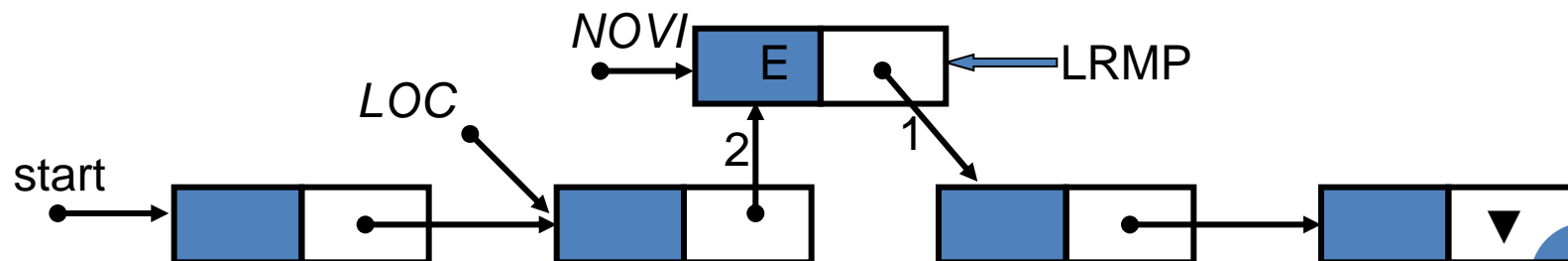
Lančana lista **pre** dodavanja

Čvor iza koga se dodaje novi čvor je zadat lokacijom LOC



Lančana lista **posle** dodavanja

NOVI se odnosi na novi čvor u koji upisujemo vrednost E



UMETANJE POSLE ZADATOG ČVORA

Algoritam SLL.5. Umetanje na zadatu lokaciju lančane liste

insertAfterLoc(START,LOC,E)

// Ovaj algoritam umeće element E iza čvora LOC

// Ako je LOC=null, E se umeće kao prvi čvor

1 novi ← getnode() */*uzimanje praznog čvora iz LRMP*/*

2 info(novi) ← E */*upis elementa E u novi čvor*/*

3 **if**(LOC=null) **then**

4 link(novi) ← START

5 START ← novi */*E se umeće kao prvi čvor*/*

6 **else**

7 link(novi) ← link(LOC)

8 link(LOC) ← novi */*E se umeće posle čvora loc*/*

9 **exit** */*kraj algoritma*/*



UMETANJE U SORTIRANU LL

Algoritam SLL.6. Umetanje u sortiranu lančanu listu

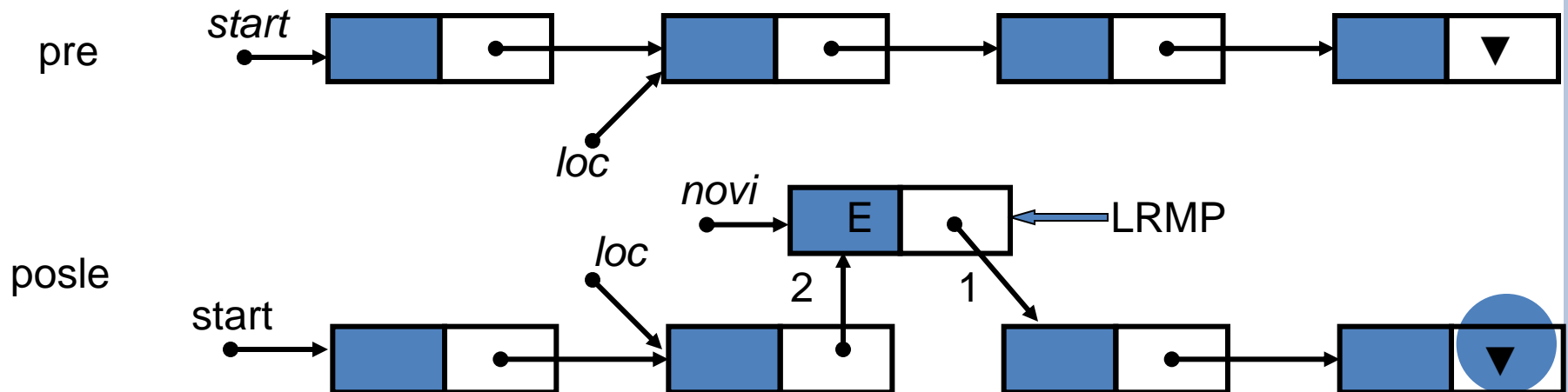
insertSorted(START,E)

// Ovaj algoritam umeće element E u sortiranu lančanu listu

1 call findA(start,E,loc) */*nalazi lokaciju čvora koji prethodi čvoru E*/*

2 call insertAfterLoc(start,E,loc) */*umeće E posle čvora loc*/*

3 exit */*kraj algoritma*/*



TRAŽENJE 2 U SORTIRANOJ LISTI

Algoritam SLL.7. Linearno traženje u sortiranoj lančanoj listi

findA(START,E,LOC)

// Nalazi lokaciju LOC poslednjeg čvora u sortiranoj listi čiji je info(LOC)<E

// ili vraća LOC=null, ako je traženje neuspešno

```
1  if (START=null) then
2      LOC ← null
3      return                /*prazna lista*/
3  if (E<info(START)) then
4      LOC ← null
5      return                /*granični slučaj*/
6  spok ← START
7  npok ← link(START)        /*inicijalizacija pokazivača*/
8  while (npok≠NULL)
9      if(E<info(npok))then
10         LOC ← spok
11         return
12     spok ← npok
13     npok ← link(npok)      /*ažuriranje indeksa*/
14 endwhile
15 LOC ← spok
16 return
```

**Asimptotska
složenost:
 $O(n)$, linearna**

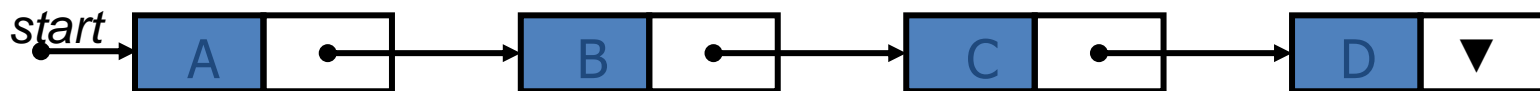


BRISANJE ČVORA IZ LANČANE LISTE

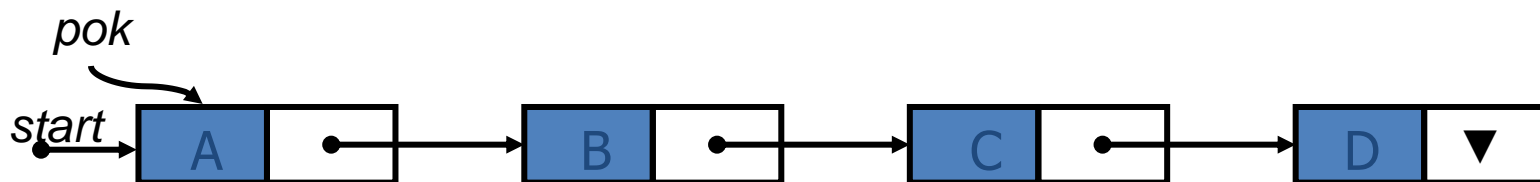
- Ovom operacijom se briše iz lančane liste zadati čvor
- Čvor se briše:
 - Sa početka liste
 - Sa kraja liste
 - Ispred zadatog čvora
 - Iza zadatog čvora
- Čvor se zadaje
 - Pozicijom u listi (prvi, drugi,...)
 - Pokazivačem (adresom)
 - Vrednošću *info* polja (čvor koji sadrži E)



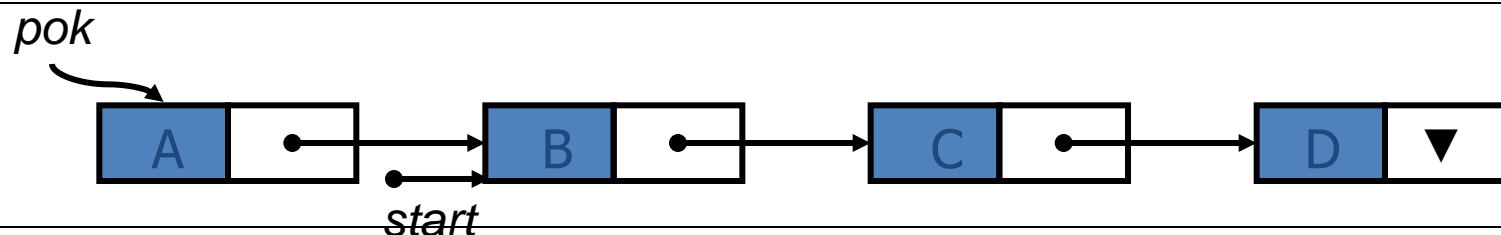
BRISANJE ČVORA SA POČETKA LISTE - PRIMER



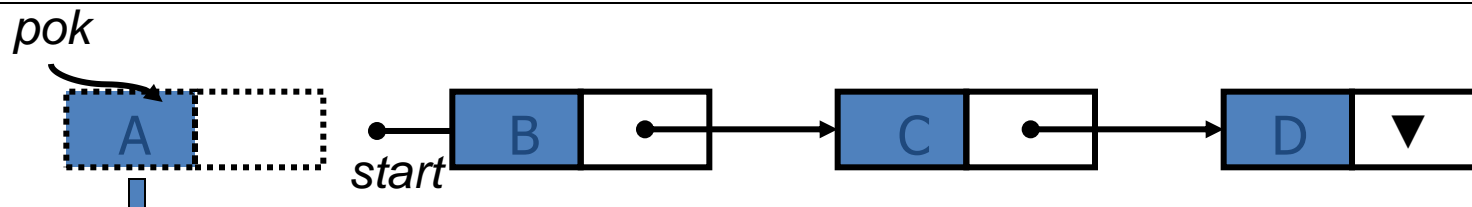
①



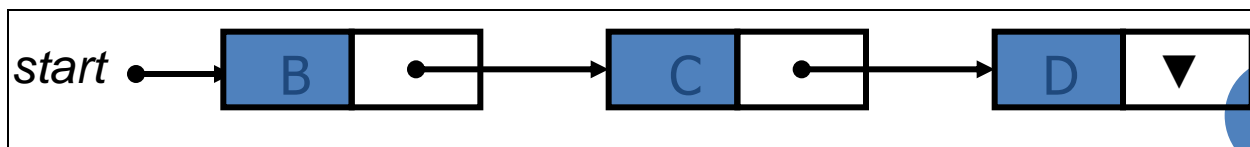
②



③



LRMP



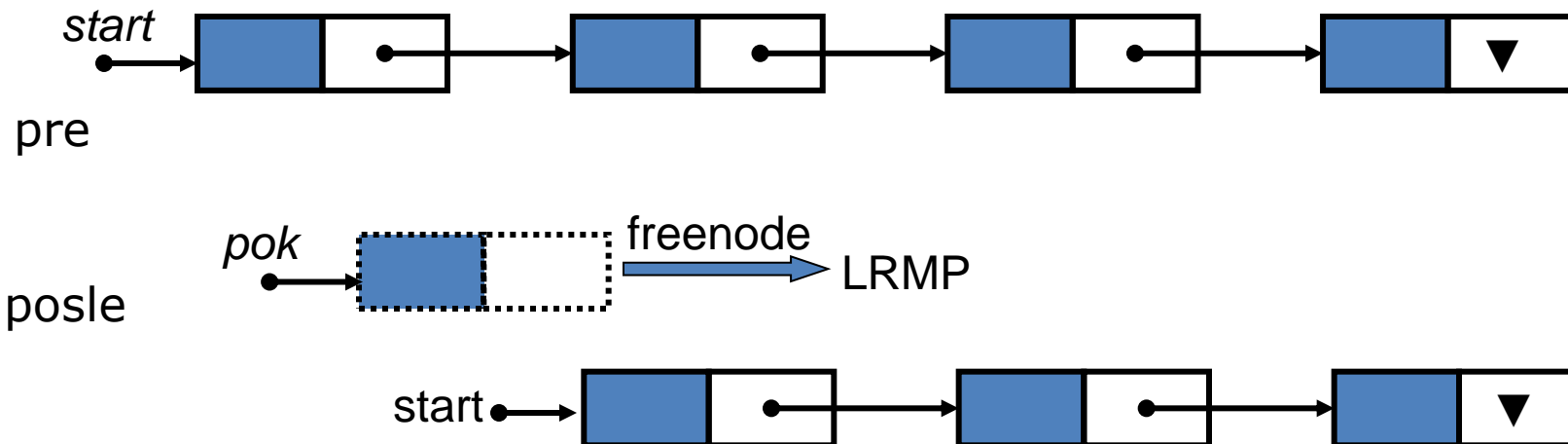
BRISANJE ČVORA SA POČETKA LISTE - ALGORITAM

Algoritam SLL.8. Brisanje čvora sa početka lančane liste

deleteFromStart(START,E)

// Ovaj algoritam briše element E sa početka lančane liste START

```
1  pok ← START      /*postavljanje pokazivača na početak liste*/
2  START ← link(pok) /*izmena početka liste*/
3  E ← info(pok)    /*čitanje elementa E*/
4  freenode(pok)    /*oslobađanje čvora, tj. vraćanje čvora u LRMP*/
5  exit            /*kraj algoritma*/
```



BRISANJE ČVORA SA ZADATE LOKACIJE - ALGORITAM

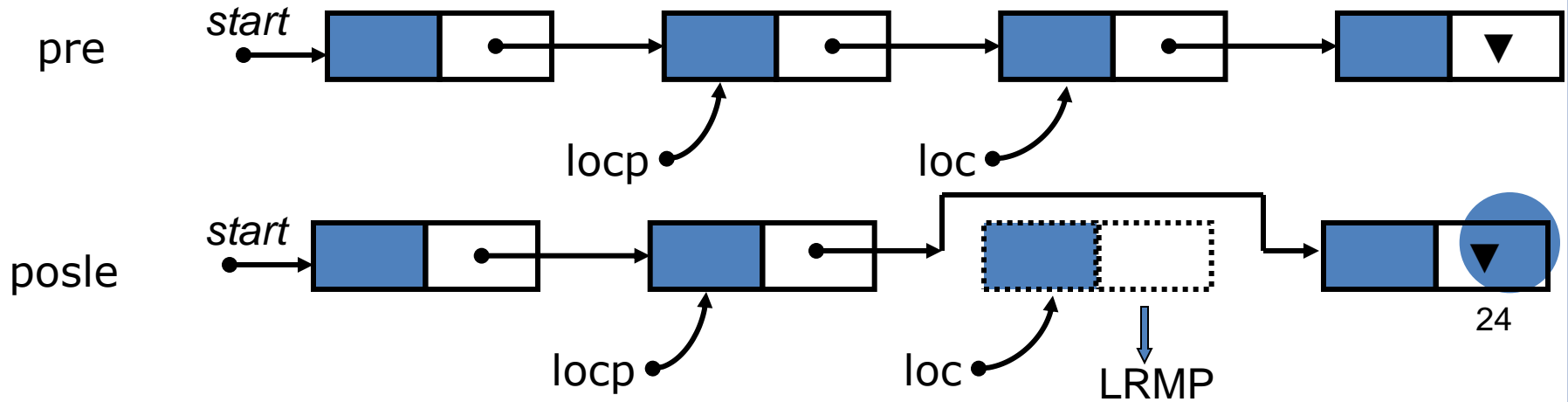
Algoritam SLL.9. Brisanje čvora sa lokacije LOC

deleteFromLOC(ISTART,LOC,LOCP)

// Ovaj algoritam briše čvor sa lokacije LOC lančane liste START

// LOCP je lokacija čvora koji prethodi čvoru LOC koji se briše

```
1  if (LOCP=null)
2  then START ← link(START)           /*brisanje prvog čvora*/
3  else link(LOCP) ← link(LOC)        /*brisanje čvora X*/
4  freenode (LOC)                     /*oslobađanje čvora, tj. vraćanje čvora u LRMP*/
5  return                             /*kraj algoritma*/
```



BRISANJE ČVORA ZADATE VREDNOSTI - ALGORITAM

Algoritam SLL.10. Brisanje čvora koji sadrži E

deleteE(START,E, STATUS)

// Ovaj algoritam briše iz lančane liste prvi čvor koji sadrži E

// STATUS vraća informaciju o tome da li je brisanje uspešno izvedeno

1 **call** findB(START,E,LOC,LOCP) */* nalaženje lokacije LOC čvora
koji sadrži E i lokacije njegovog prethodnika LOCP*/*

2 **if** (LOC=null) **then**

3 status ← 1

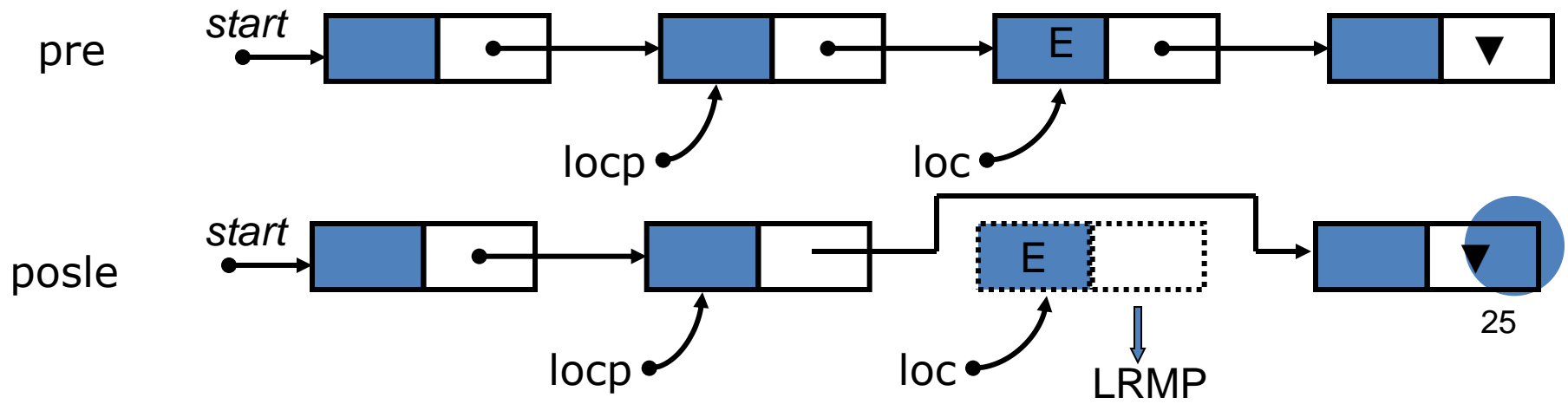
4 **exit**

*/*brisanje neuspešno, E nije u listi*/*

5 **call** deleteFromLOC(START,LOC,LOCP) */*brisanje čvora*/*

6 status ← 0 */*brisanje uspešno, E je u listi*/*

5 **exit** */*kraj algoritma*/*



TRAŽENJE U LANČANOJ LISTI

Algoritam SLL.11. Traženje elementa E

findB(START,E,LOC,LOCP)

// Nalazi lokaciju LOC prvog čvora koji sadrži E, kao i lokaciju LOCP čvora koji mu prethodi

// Ako E nije u listi, tada je LOC=null, a ako je E u prvom čvoru liste, tada je LOCP=null.

1 **if** (START=null) **then**

2 LOC ← null

3 LOCP ← null

4 **return**

5 **if**(info(START)=E) **then**

6 LOC ← START

7 LOCP ← null

8 **return**

9 spok ← START

10 npok ← link(START) /*inicijalizacija pokazivača*/

11 **repeat while** (npok≠NULL)

12 **if** (info(npok)=E) **then**

13 LOC ← npok

14 LOCP ← spok

15 **return**} /*traž.uspešno*/

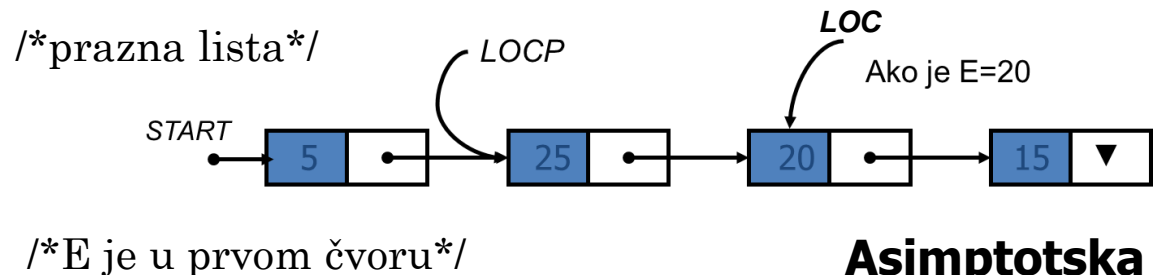
16 spok ← npok

17 npok ← link(npok) /*ažuriranje indeksa*/

18 **endrepeat**

19 LOC ← null /*traženje neuspešno*/

20 **return**

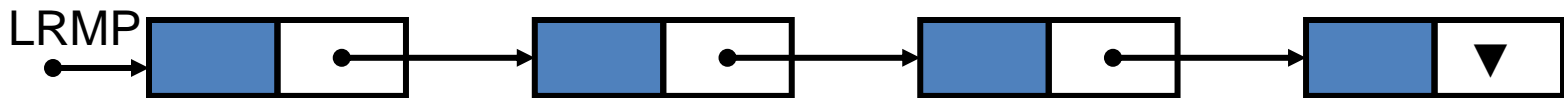


**Asimptotska
složenost:**
O(n), linearna



OPERACIJE GETNODE I FREENODE (1)

- Za memorisanje lančane liste se rezerviše u memoriji određeni broj čvorova koji čine tzv. *listu raspoloživog memorijskog prostora* čiji je eksterni pokazivač **LRMP**
- Operacija **getnode** uzima jedan čvor sa početka ove liste
- Operacija **freenode** vraća jedan čvor u ovu listu
- Pošto je ova lista konačna može se desiti da je prazna i tada operacija **getnode** treba da registruje da je došlo do *prekoračenja* memorijskog prostora



Prazna lista LRMP=null



LANČANA LISTA KAO POLJE

- LL se može implementirati kao **polje čvorova**
- Čvorovi liste nisu uređeni kao **Lista2** → elementi polja, tako da svakom elementu polja, gde je memorisan čvor liste, treba **dodati pokazivač** na sledeći čvor
- Inicijalno se svi rezervisani elementi polja stavljaju u LRMP
- Može se koristiti jedno 2D polje LISTA, gde je LISTA[i,1] *info* polje, a LISTA[i,2] *link* polje ili se mogu koristiti dva 1D polja INFO i LINK

	info	link
1	25	0
2		7
3	20	1
4	10	5
5	15	13
6		2
7		8
8		9
9		10
10		12
11	5	4
12		16
13	20	14
14	20	15
15	20	19
16		17
17		18
18		20
19	25	0
20		0
	20	-1

link=0
kraj
liste,
ako su
indeksi
1,2,...

link=-1
kraj
liste,
ako su
indeksi
polja
0,1,...



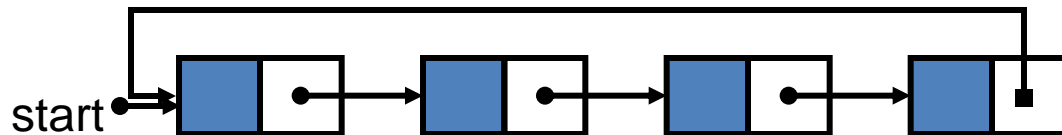
OGRANIČENJA IMPLEMENTACIJE LISTE KAO POLJA

- Na početku se uspostavlja fiksni skup čvorova
- Pokazivač na čvor je predstavljen relativnom pozicijom čvora unutar polja
- Otuda proističu sledeća dva nedostatka:
 - Broj elemenata polja se obično teško može predvideti kada se program piše. Obično je broj čvorova određen podacima koje program obrađuje dok se izvršava.
 - Ma koliko čvorova mi deklarirali, određeni broj će ostati prazan u toku izvršenja programa
 - Na primer, ako smo rezervisali 100 čvorova, a trenutno obrađujemo samo 10, 90 će biti rezervisano za taj program i ta se memorija ne može dodeliti drugom programu
- Rešenje ovog problema je umesto ovih *statičkih* čvorova koristiti *dinamičke* čvorove, što znači da se memorija rezerviše kada je potreban novi čvor, a kada čvor više nije potreban, memorija se oslobađa. Takođe, nema predefinisanog ograničenja u broju čvorova.



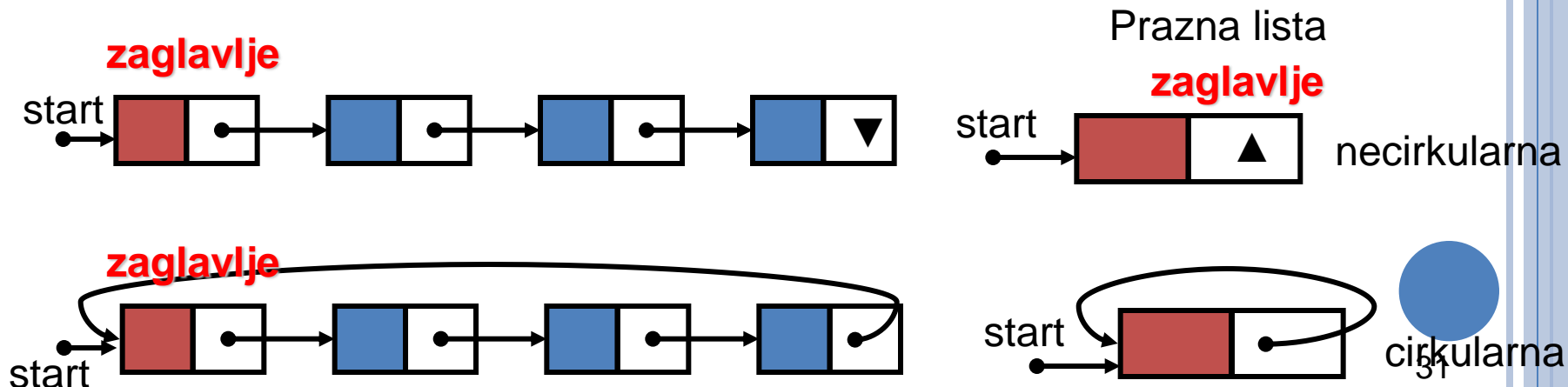
CIRKULARNE LANČANE LISTE

- Poslednji čvor liste ukazuje na početak liste
- Iz bilo kog čvora se može doći do bilo kog čvora
- Nema potrebe da cirkularna lista ima prvi i poslednji čvor
- Magacin i red se često implementiraju kao cirkularna lista
- Operacije:
 - Obilazak
 - Traženje lokaciono ili asocijativno
 - Umetanje čvora pre ili posle zadatog čvora
 - Brisanje čvora pre ili posle zadatog čvora
 - ...



LANČANE LISTE SA ZAGLAVLJEM

- LL sadrži specijalan čvor nazvan *zaglavlje* i to kao prvi čvor
- Mogu biti: necirkularne i cirkularne
- *Zaglavlje* je specijalni čvor koji se drži na početku liste i nije element liste
- *info* polje zaglavlja može biti prazno, ali češće sadrži globalne informacije o listi (kao što su broj čvorova liste, datum kreiranja liste, itd.) i/ili pokazivač na kraj liste i/ili pokazivač na tekući čvor pri obilasku liste, itd.



CIRKULARNE LANČANE LISTE

LANČANE LISTE SA ZAGLAVLJEM

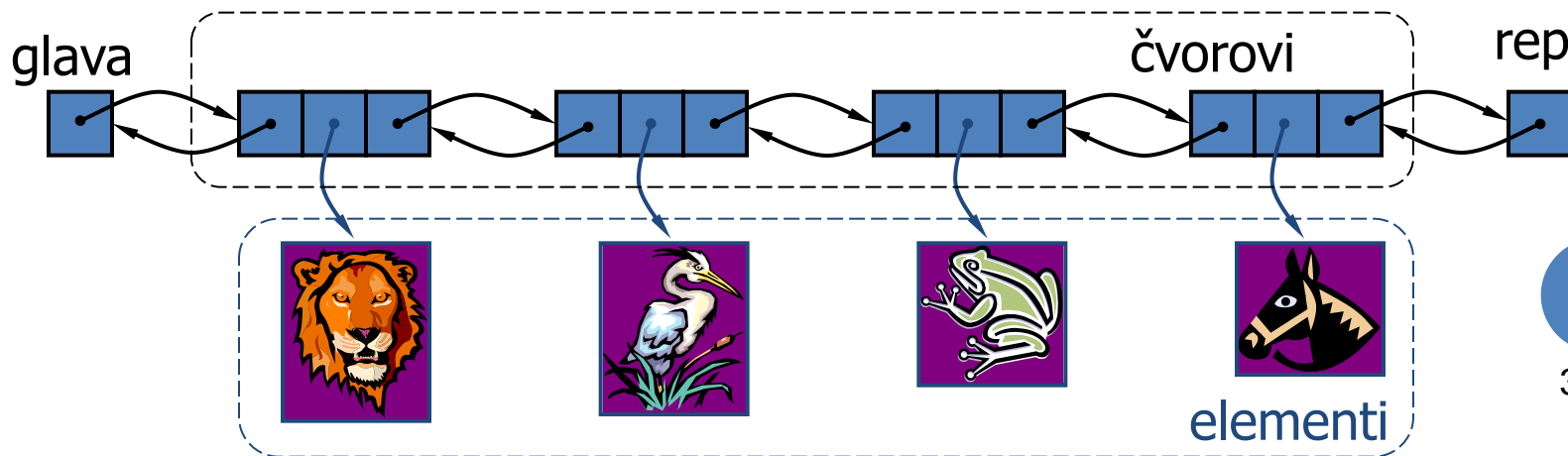
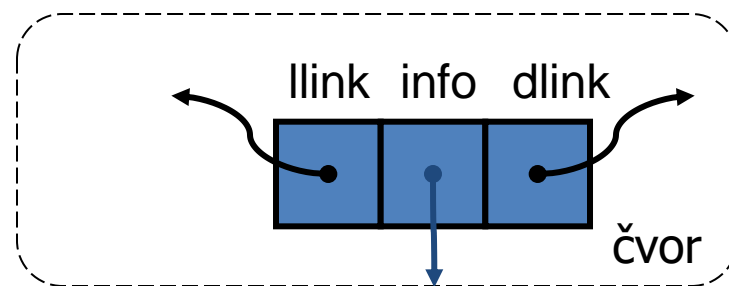
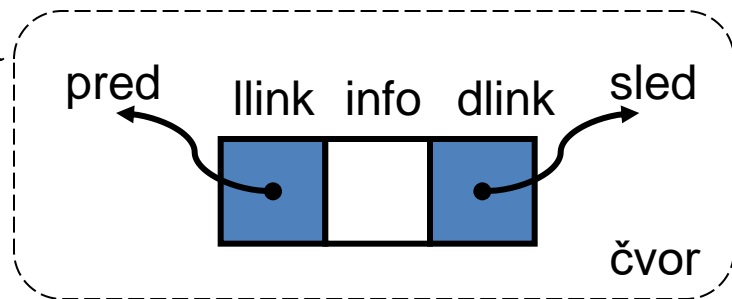
- Operacije za samostalni rad



DVOSTRUKO SPREGNUTE LANČANE LISTE

(DOUBLY LINKED LIST)

- Liste kojima se možemo kretati u dva smera – od prvog ka poslednjem čvoru ili od poslednjeg ka prvom čvoru
- Svaki čvor liste sadrži tri polja:
 - **info** – pamti element liste ili adresu elementa liste
 - **dlink** – pamti adresu sledećeg čvora
 - **llink** – pamti adresu prethodnog čvora
- Postoje dva specijalna čvora
 - **glava** i **rep** liste



DVOSTRUKO SPREGNUTE LANČANE LISTE

- Mogu biti:
 - Necirkularne
 - Bez zaglavlja
 - Sa zaglavljem
 - Cirkularne
 - Bez zaglavlja
 - Sa zaglavljem
- Mogu se implementirati:
 - Statički
 - Dinamički



OPERACIJE

○ Obilazak

- Koristi se **isti algoritam** kao kod jednosmernih listi
- Lista se može obilaziti od **glave** ili od **repa**
- **Dvostruko ulančavanje nema prednosti**

○ Traženje

- Koristi se **isti algoritam** kao kod jednosmernih listi
- Lista se može pretraživati od **glave** ili od **repa**, zavisno od toga gde se očekuje traženi podatak
- **Dvostruko ulančavanje nema prednosti**

○ Generičke:

- `size()`, `isEmpty()`

○ Upiti:

- `isFirst(p)`, `isLast(p)`

○ Pristup:

- `first()`, `last()`
- `before(p)`, `after(p)`

○ Ažuriranje:

- `replaceElement(p,e)`
- `swapElements(p,q)`
- `insertBefore(p,e)`
- `insertAfter(p,e)`
- `insertFirst(e)`
- `insertLast(e)`
- `remove(p)`



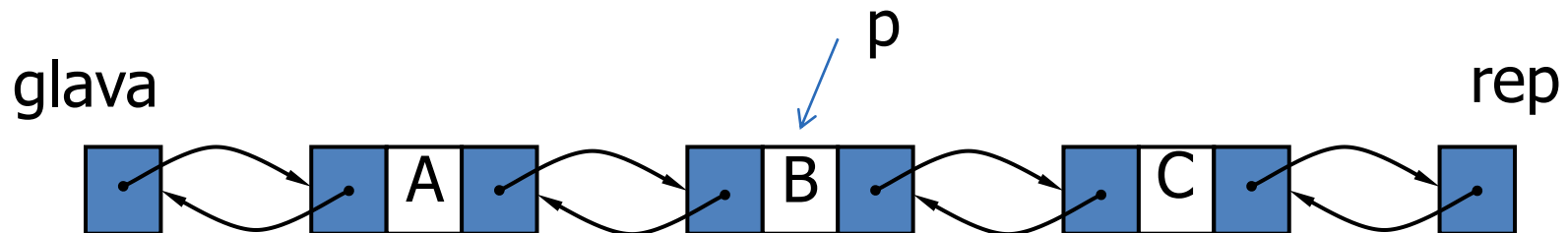
OPERACIJE

○ Umetanje

- Dvostruko ulančavanje **može da ima prednosti**,
- **nije potrebna pozicija prethodnog čvora**

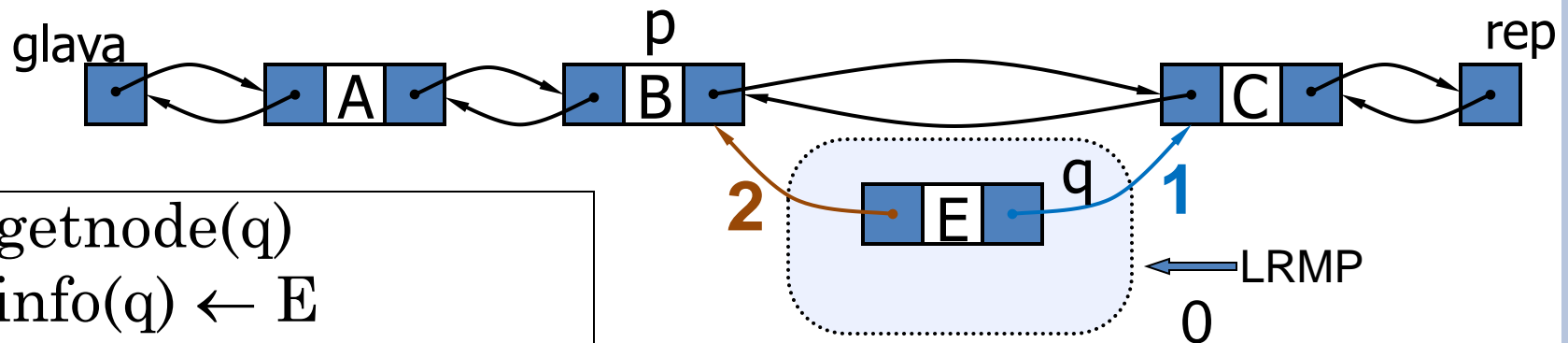
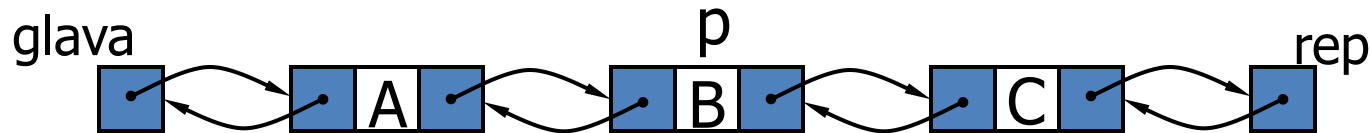
○ Brisanje

- Dvostruko ulančavanje **ima prednosti**,
- **nije potrebna pozicija prethodnog čvora**

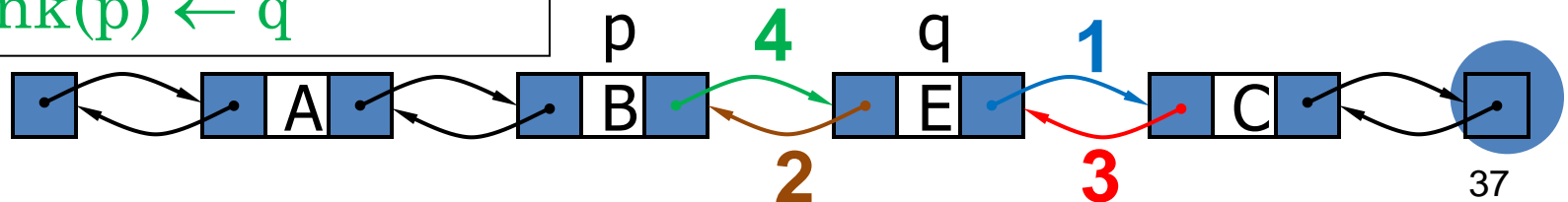


UMETANJE (INSERTION)

Operacija *insertAfter*(p, E), koja vraća poziciju q

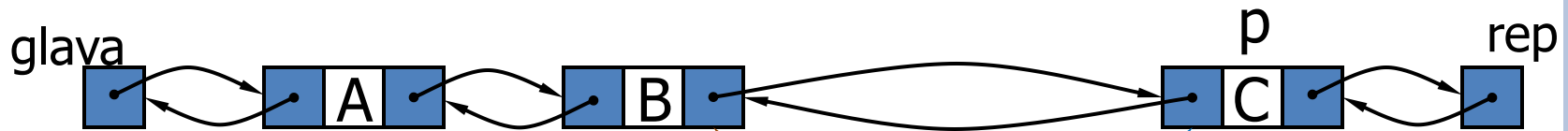
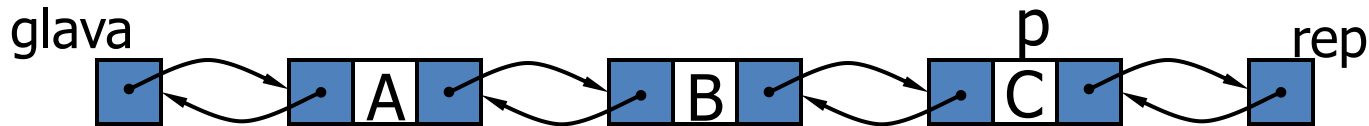


0. $\text{getnode}(q)$
 $\text{info}(q) \leftarrow E$
1. $\text{dlink}(q) \leftarrow \text{dlink}(p)$
2. $\text{llink}(q) \leftarrow p$
3. $\text{llink}(\text{dlink}(p)) \leftarrow q$
4. $\text{dlink}(p) \leftarrow q$

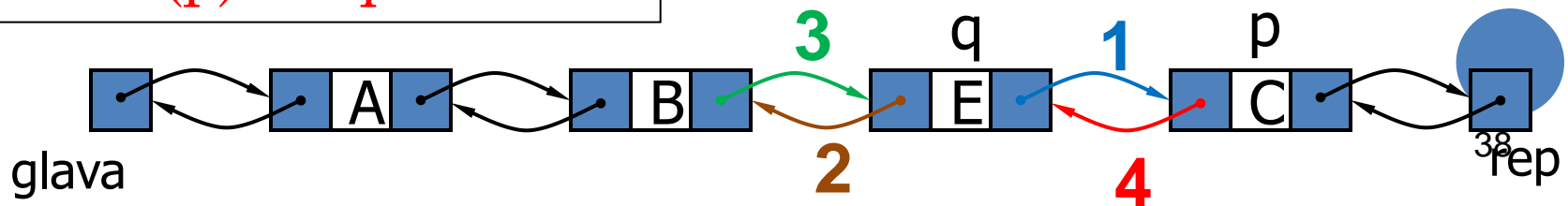


UMETANJE (INSERTION) (2)

Operacija *insertBefore*(p, E), koja vraća poziciju q

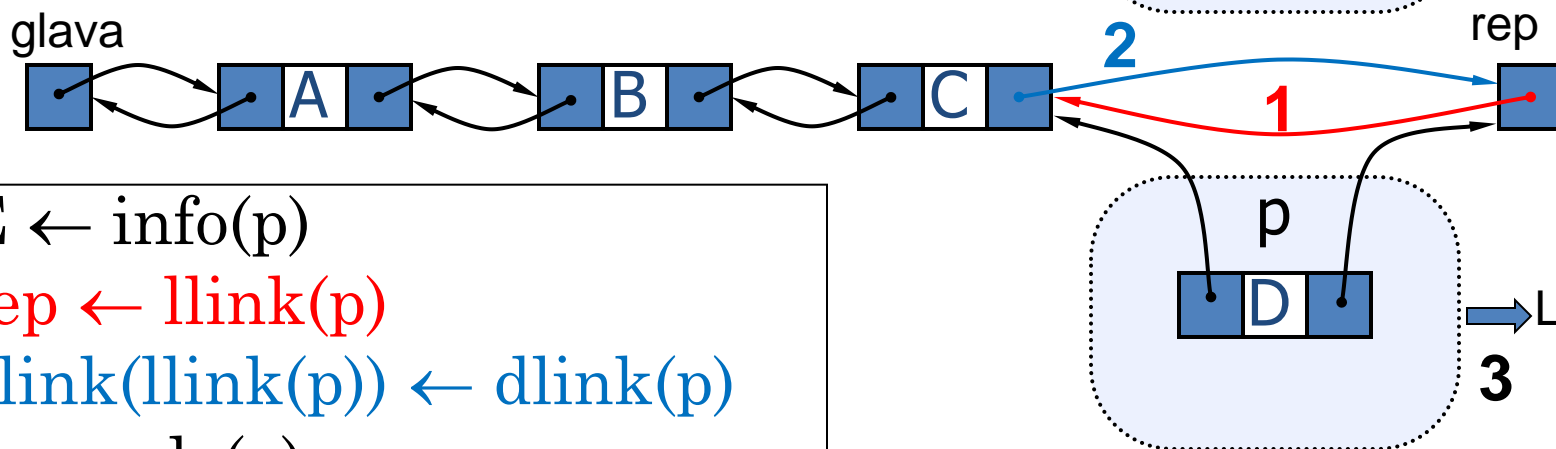
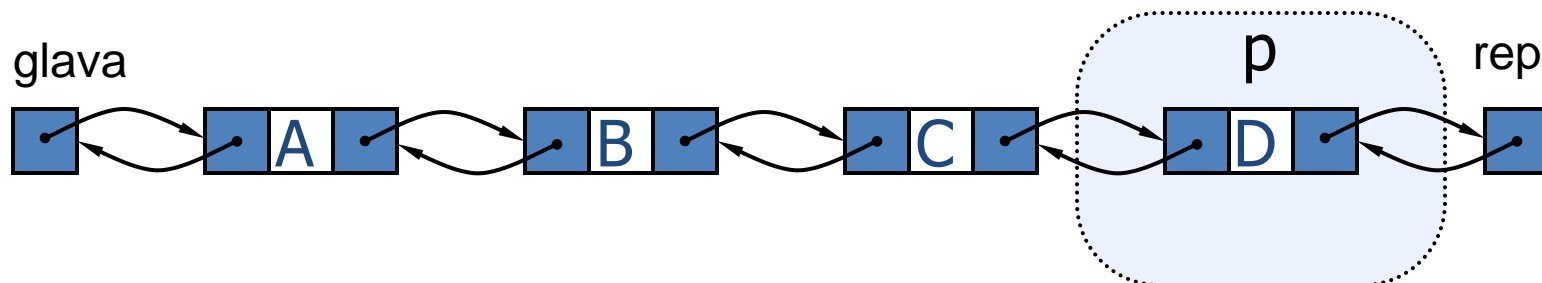


0. `getnode(q)`
`info(q) ← E`
1. `dlink(q) ← p`
2. `llink(q) ← llink(p)`
3. `dlink(llink(p)) ← q`
4. `llink(p) ← q`

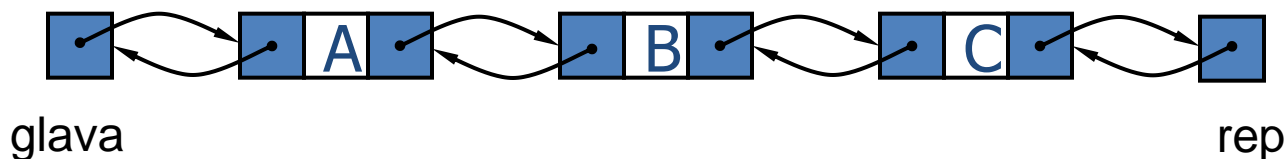


BRISANJE (DELETION)

Operacija *remove(p)*, gde je $p = \text{last}()$

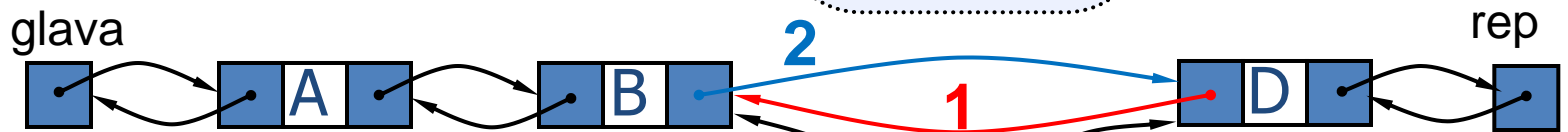
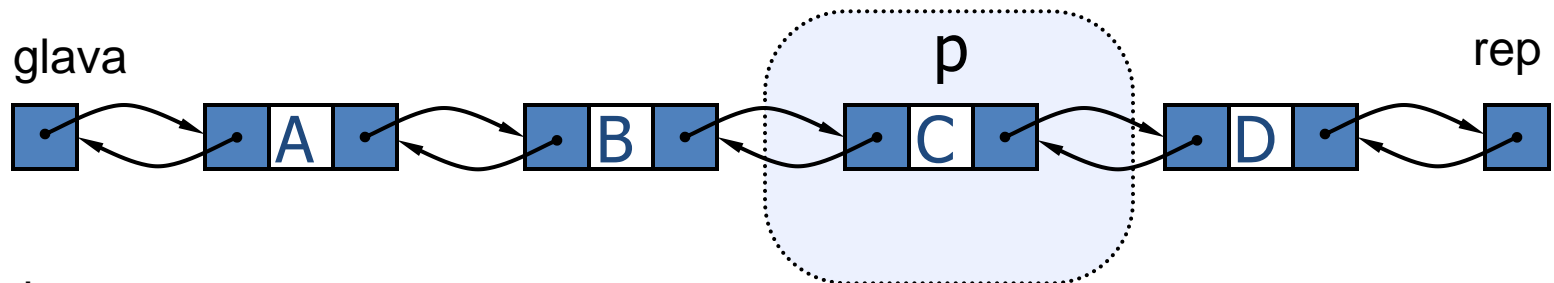


0. $E \leftarrow \text{info}(p)$
1. $\text{rep} \leftarrow \text{llink}(p)$
2. $\text{dlink}(\text{llink}(p)) \leftarrow \text{dlink}(p)$
3. $\text{freenode}(p)$



BRISANJE (DELETION) (2)

Operacija *remove(p)*

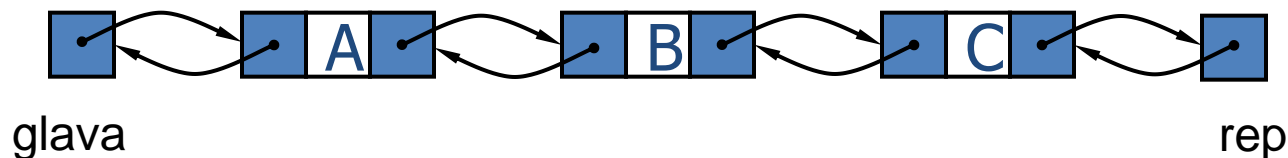
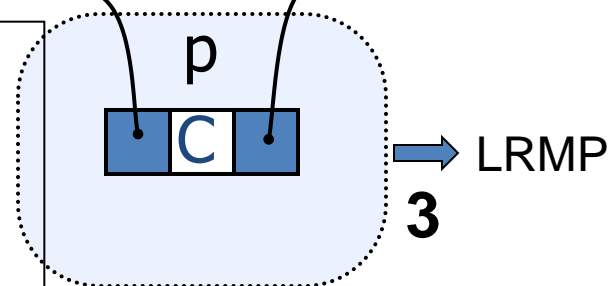


0. $E \leftarrow \text{info}(p)$

1. $\text{llink}(\text{dlink}(p)) \leftarrow \text{llink}(p)$

2. $\text{dlink}(\text{llink}(p)) \leftarrow \text{dlink}(p)$

3. $\text{freenode}(p)$



DVOSTRUKO SPREGNUTE LANČANE LISTE

- Napisati pseudokod na osnovu zadatog redosleda koraka za operacije:
 - Umetanje
 - Brisanje
- Pseudokod za ostale operacije:
 - za samostalni rad!
- Vodite računa o graničnim slučajevima!!
 - Prazna lista,
 - Početak liste
 - Poslednji element (kraj liste)



PITANJA, IDEJE, KOMENTARI

