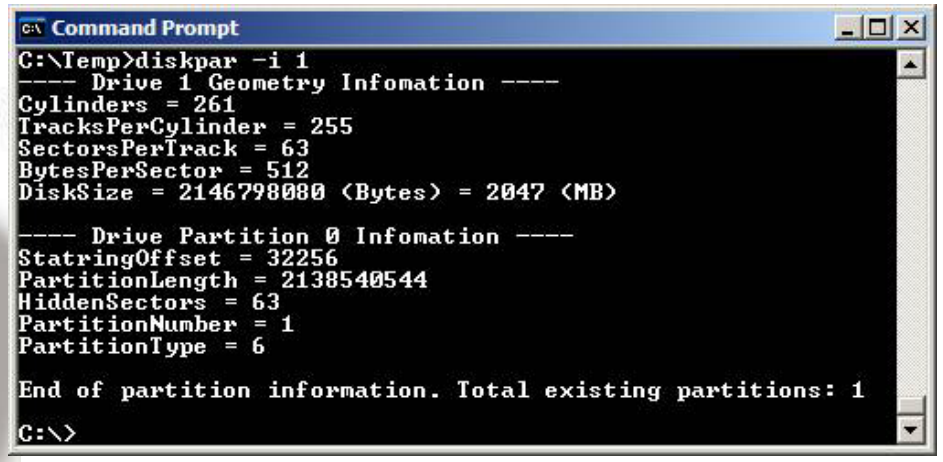
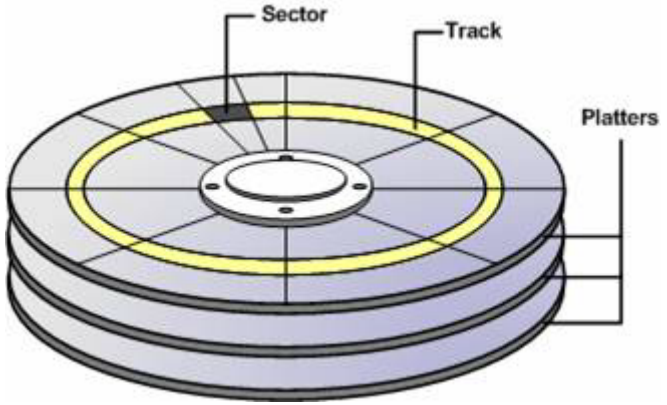
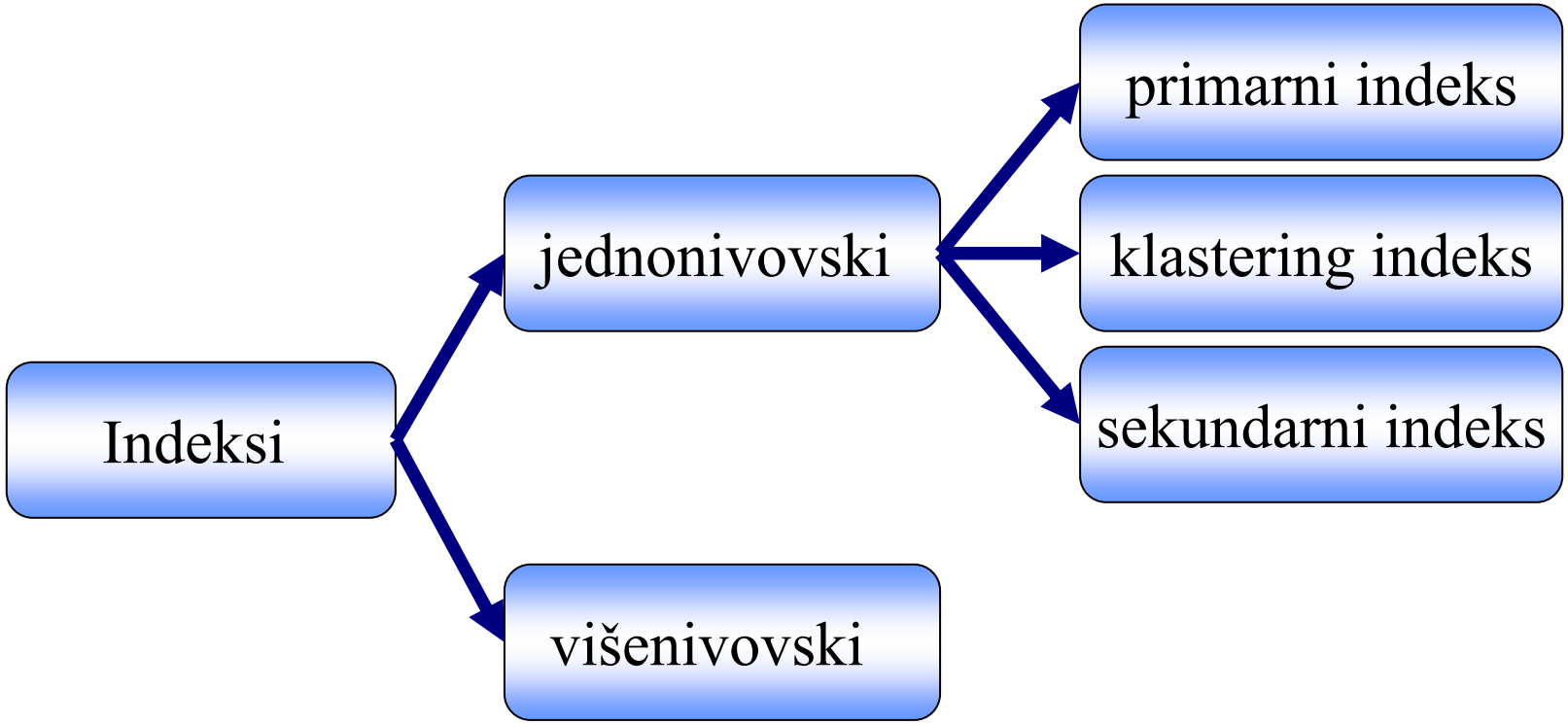
Indeksne strukture

Organizacija podataka na hard disku





Indeksne strukture datoteka



Primarni indeks

Može se primeniti samo ako je datoteka uređena po ključnom polju

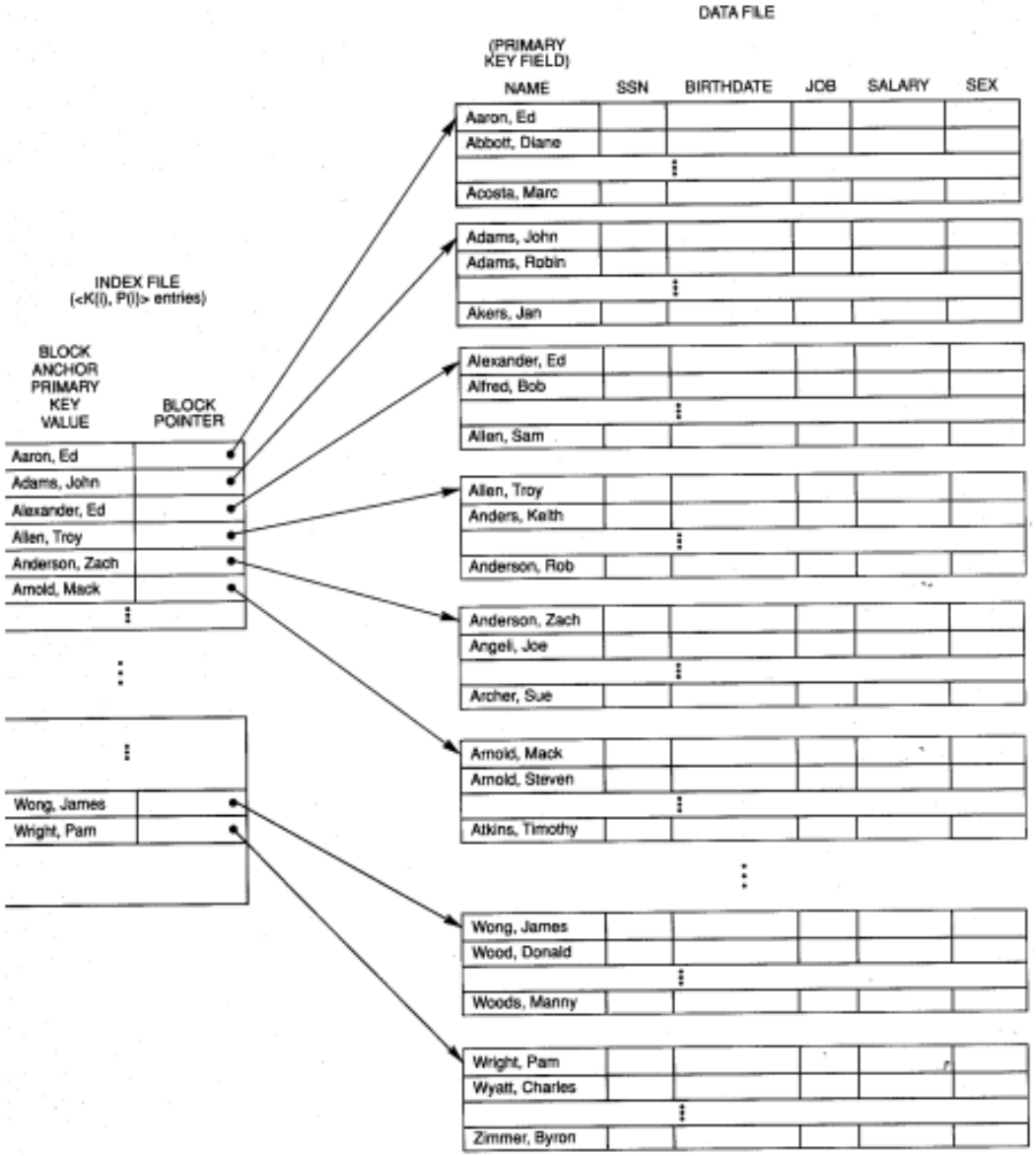


Figure 5.1 Primary index on the ordering key field of the file shown in Figure 4.8

Br. pristupa kod dat. sa uređenim poljem ključa

a) BEZ INDEKSA

Neka je veličina datoteke r = 30.000 slogova, svaki slog po $R_1 = 100$ [B], a svaki blok po Bl = 1024 [B].

Faktor blokiranja:

$$fb_1 = \left\lfloor \frac{Bl}{R_1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{1024}{100} \right\rfloor = 10 \quad \text{sloga/bloku}$$

Br. blokova:

$$bb_1 = \left\lceil \frac{30.000}{10} \right\rceil = 3.000 \quad \text{blokova (za celu datoteku)}$$

Za traženje sloga korišćenjem binarnog traženja:

$$\lceil \log_2 bb_1 \rceil = \lceil \log_2 3.000 \rceil = 12 \quad \text{pristupa disku}$$

b) SA KORIŠĆENJEM PRIMARNOG INDEKSA

Neka je ključ dužine 9[B] a pokazivač 6[B]

Veličina sloga indeksa: R_2=9+6=15 B

$$fb_2 = \left\lfloor \frac{1024}{15} \right\rfloor = 68$$ sloga/bloku

Po jedan slog za svaki blok u datoteci

$$bb_2 = \left\lceil \frac{bb_1}{fb_2} \right\rceil = \left\lceil \frac{3.000}{68} \right\rceil = 45$$ blokova (za primarni indeks)

Pristup bloku sa zadatim ključem (binarno traženje)

$$\lceil \log_2 bb_2 \rceil + 1 = \lceil \log_2 45 \rceil + 1 = 6 + 1 = 7$$ pristupa disku

Pristup indeksnom (slogu) bloku

Pristup bloku u glavnoj datoteci na osnovu indeksa

Klastering indeks

Koristi se za indeksiranje datoteke koja je uređena po neključnom polu

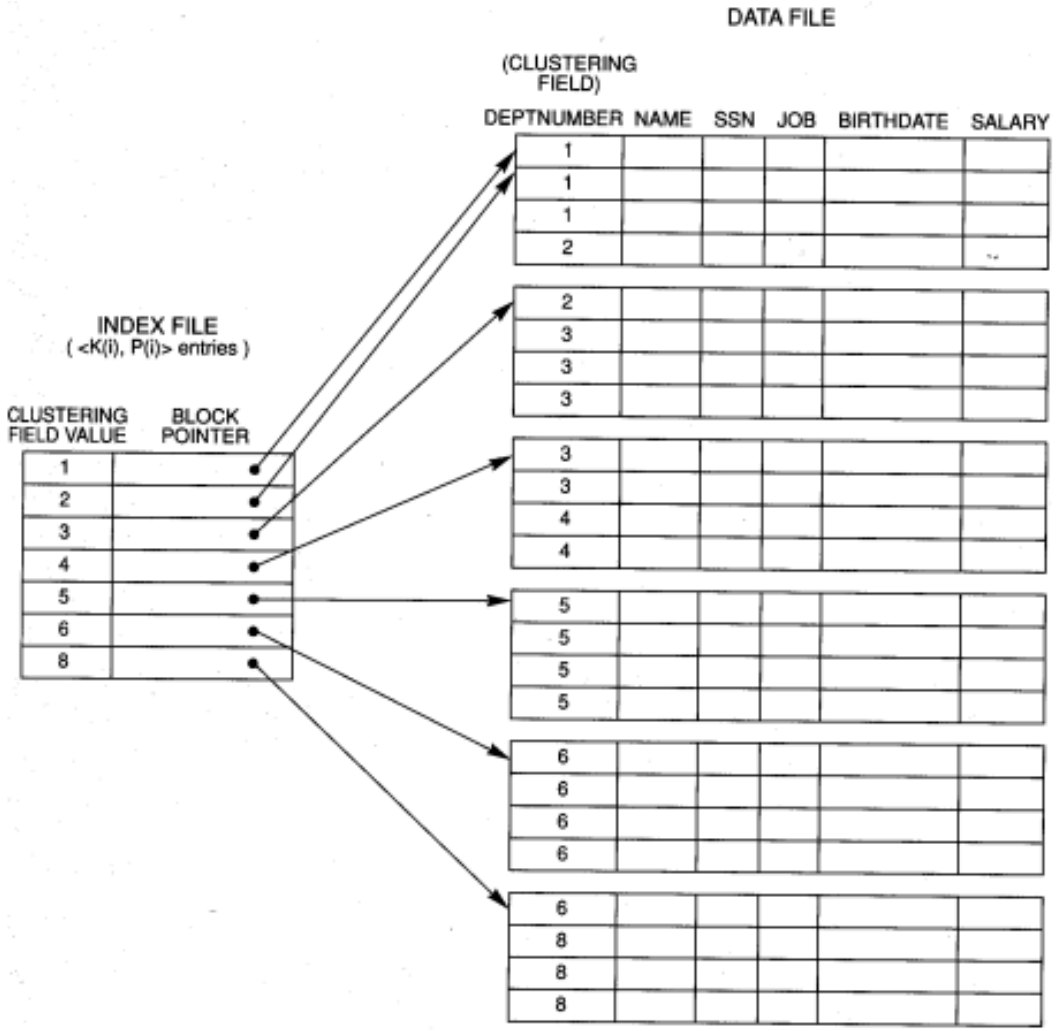
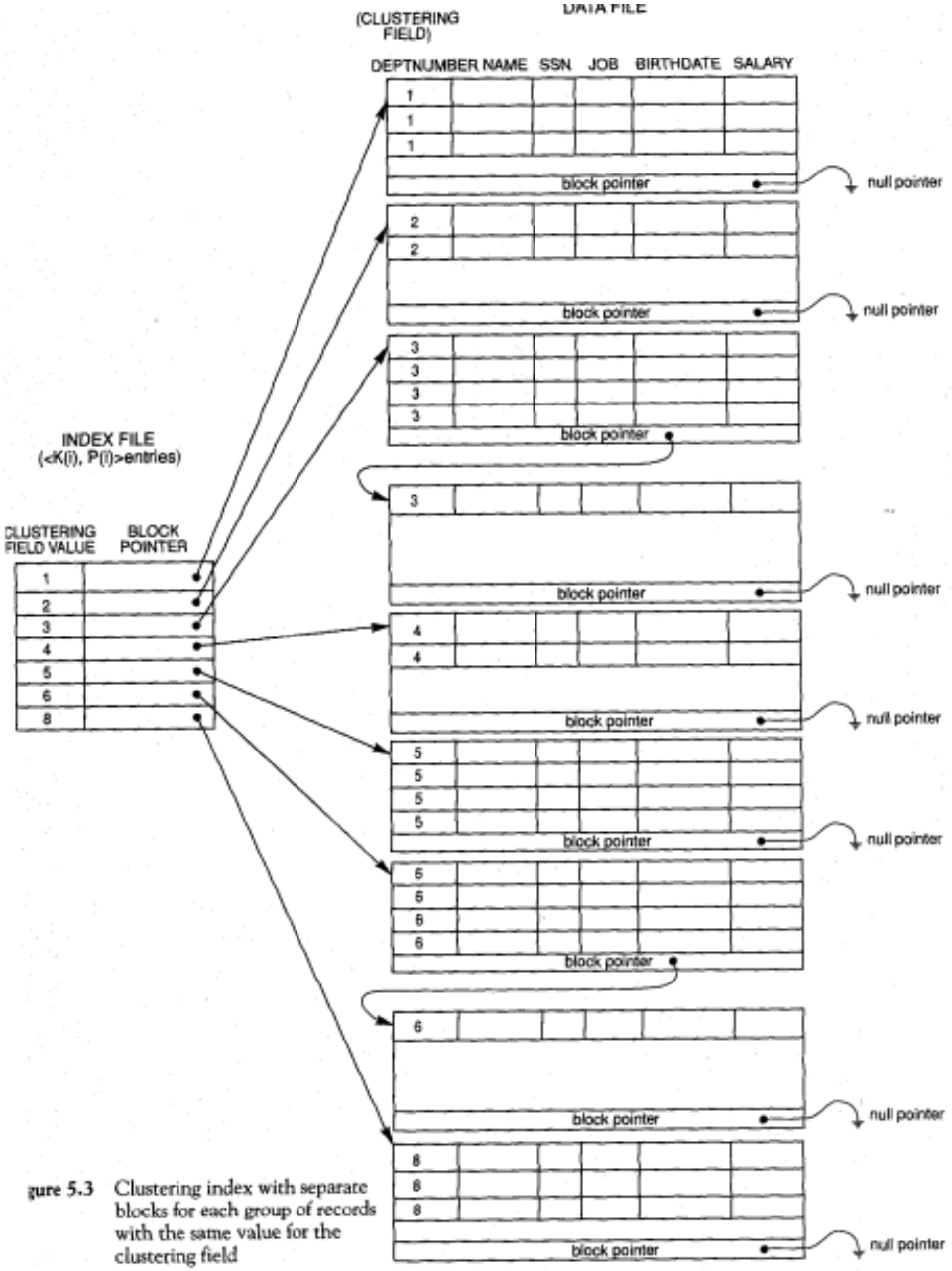


Figure 5.2 A clustering index on the DEPTNUMBER ordering field of an EMPLOYEE file

Klastering indeks sa odvojenim blokovima



gure 5.3 Clustering index with separate blocks for each group of records with the same value for the clustering field

Gusti sekundarni indeks

Koristi se kada datoteka nije uređena po ključnom polju

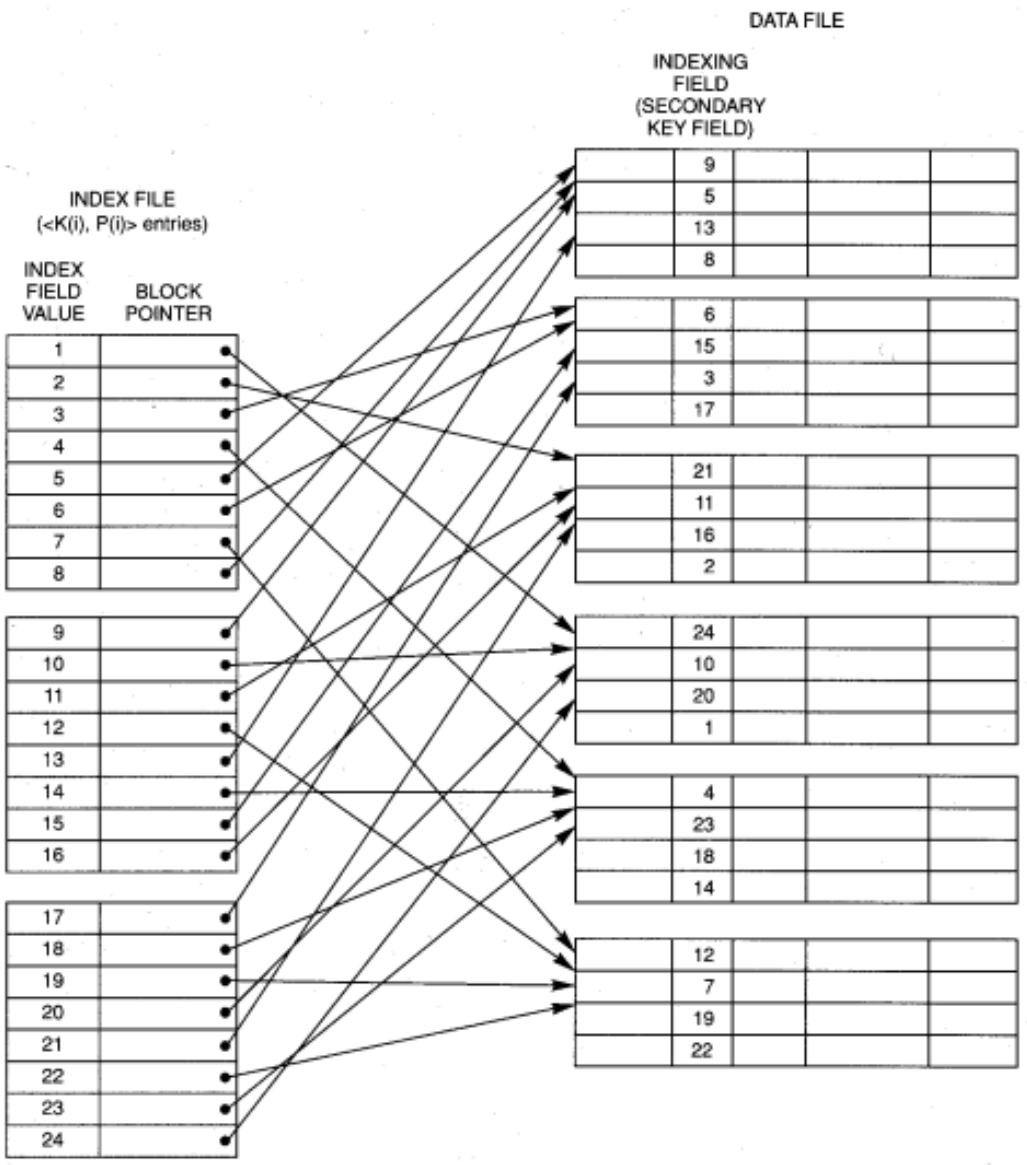


Figure 5.4 A dense secondary index on a nonordering key field of a file

Br. pristupa kod dat. sa neuređenim poljem ključa

a) BEZ SEKUNDARNOG INDEKSA

Traženje je linearno, u najgorem slučaju, za prethodni primer (3000 blok.) potrebno je 3000 pristupa, a u srednjem 1500.

b) SA SEKUNDARNIM INDEKSOM

$R_2 = 15$ B

$$fb_2 = \left\lfloor \frac{1024}{15} \right\rfloor = 68 \quad \text{sloga/bloku}$$

$$bb_2 = \left\lceil \frac{bs}{R_2} \right\rceil = \left\lceil \frac{30.000}{68} \right\rceil = 442 \quad \text{bloka}$$

Binarnim traženjem (indeks je uvek uređen) br. pristupa disku je:

$$\lceil \log_2 bb_2 \rceil + 1 = \lceil \log_2 442 \rceil + 1 = 9 + 1 = 10$$

Ubrzanje 150x !!!

Sekundarni indeks (neključnog polja)

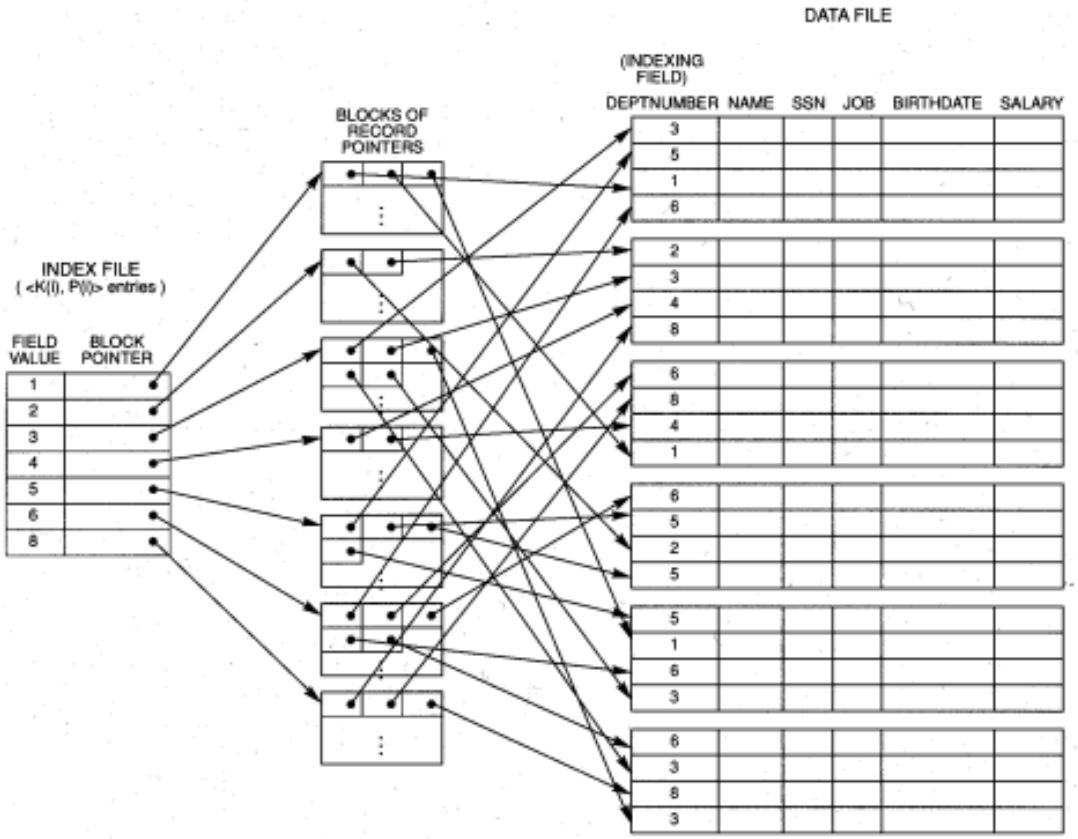


Figure 5.5 A secondary index on a nonkey field implemented using one level of indirection so that index entries are fixed length and have unique field values

Dvonivovski primarni indeks

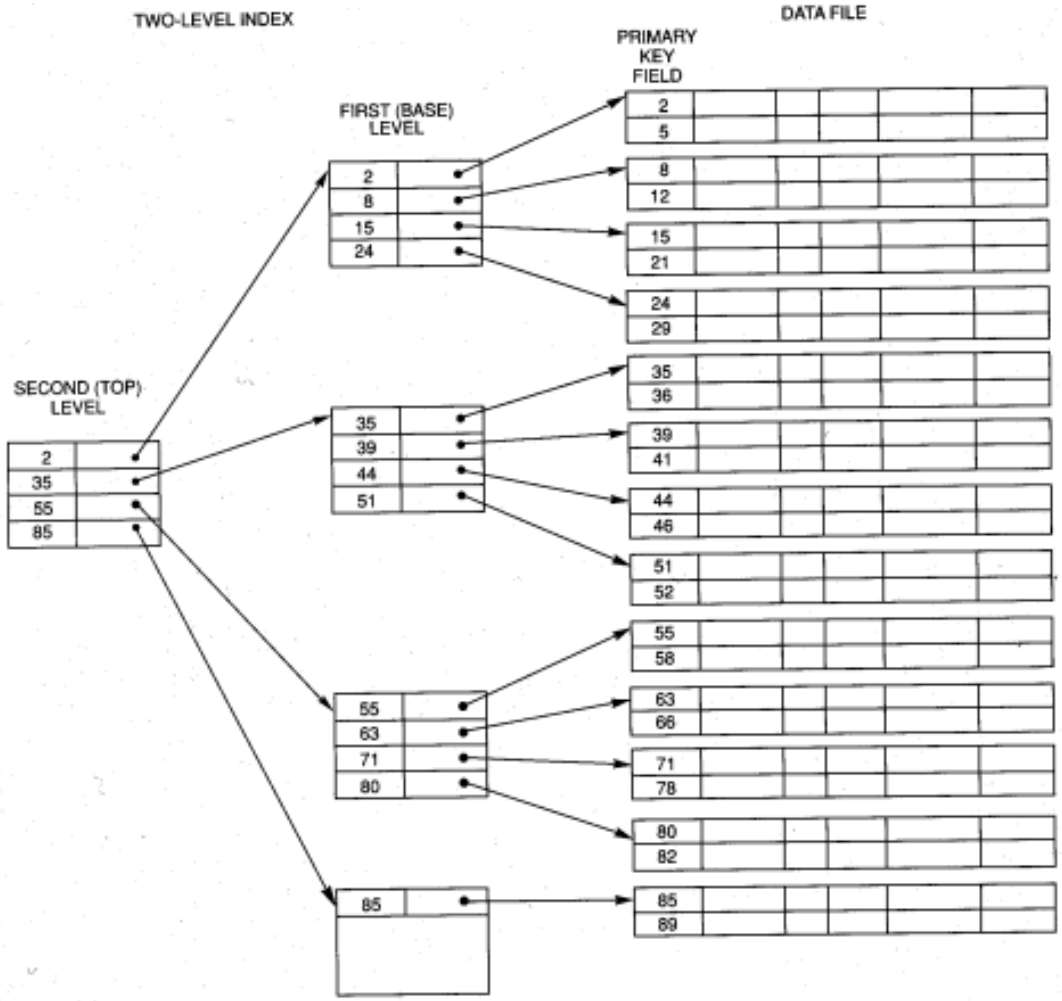


Figure 5.6 A two-level primary index

Ubrzanje pristupa korišćenjem višenivovskog indeksiranja

To je uvođenje indeksiranja za indeksnu datoteku, tj. max.ubrzanje pristupa formiranjem stabla indeksnih slogova. Ako je br. slogova indeksa na prvom nivou $\boldsymbol{r_1}$, a faktor blokiranja (br.slogova po bloku) $\boldsymbol{fb_1}$, tada je br.slogova na drugom nivou:

$$r_2 = \left\lceil \frac{r_1}{fb_1} \right\rceil \quad \text{na trećem:} \quad r_3 = \left\lceil \frac{r_2}{fb_2} \right\rceil \quad \text{itd.} \qquad r_{i+1} = \left\lceil \frac{r_i}{fb_i} \right\rceil$$

ukoliko je faktor blokiranja isti za sve nivoe indeksa (što je najčešće) i označimo ga sa $\boldsymbol{f_0}$

$$r_{i+1} = \left\lceil \frac{r_i}{f_0} \right\rceil = \left\lceil \frac{r_{i-1}}{f_0^{\,2}} \right\rceil = \ldots = \left\lceil \frac{r_1}{f_0^{\,i+1}} \right\rceil$$

nivoi se dodaju sve dok u poslednjem ne ostane samo 1 blok:

$$1 \geq \frac{r_1}{f_0^{\,t}} \;\Rightarrow\; t = \left\lceil \log_{f_0} r_1 \right\rceil \quad \text{- br.nivoa}$$

Primer izračunavanja broja nivoa i faktor ubrzanja pristupa

Za podatke iz prethodnog primera:

$fb_1 = f_0 = 68$ sloga/bloku

$bb_1 = 442$ bloka na prvom nivou

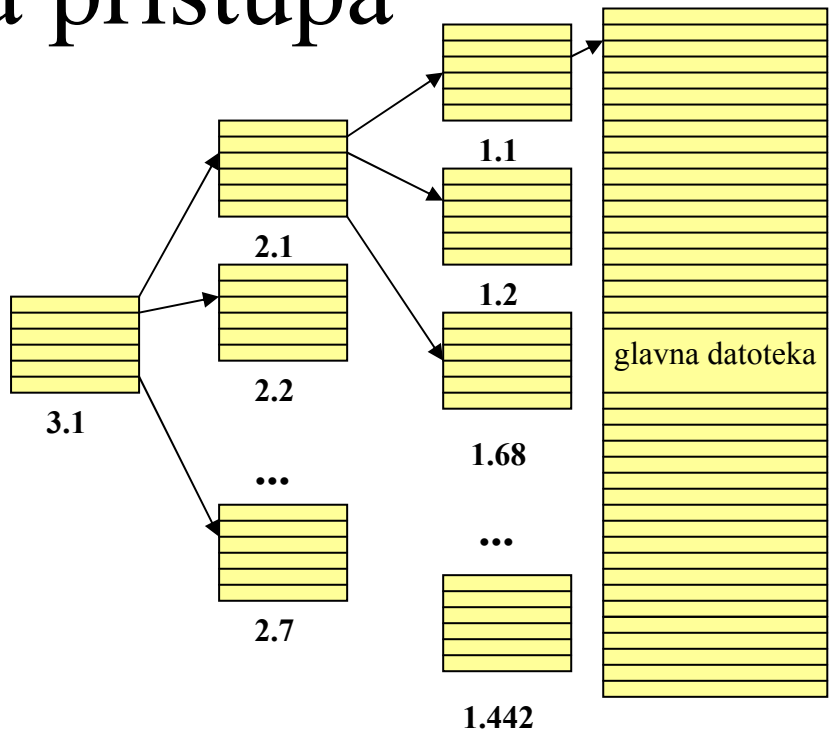
Korišćenjem indeksiranja u više nivoa:

- za drugi nivo:

$$b_2 = \left\lceil \frac{b_1}{f_0} \right\rceil = \left\lceil \frac{442}{68} \right\rceil = 7 \text{ blokova}$$

- za treći nivo:

$$b_3 = \left\lceil \frac{b_2}{f_0} \right\rceil = \left\lceil \frac{7}{68} \right\rceil = 1 \text{ blok}$$



Br.pristupa:

t + 1 = 3 + 1 = 4 2.5x brže

br.nivoa indeksa

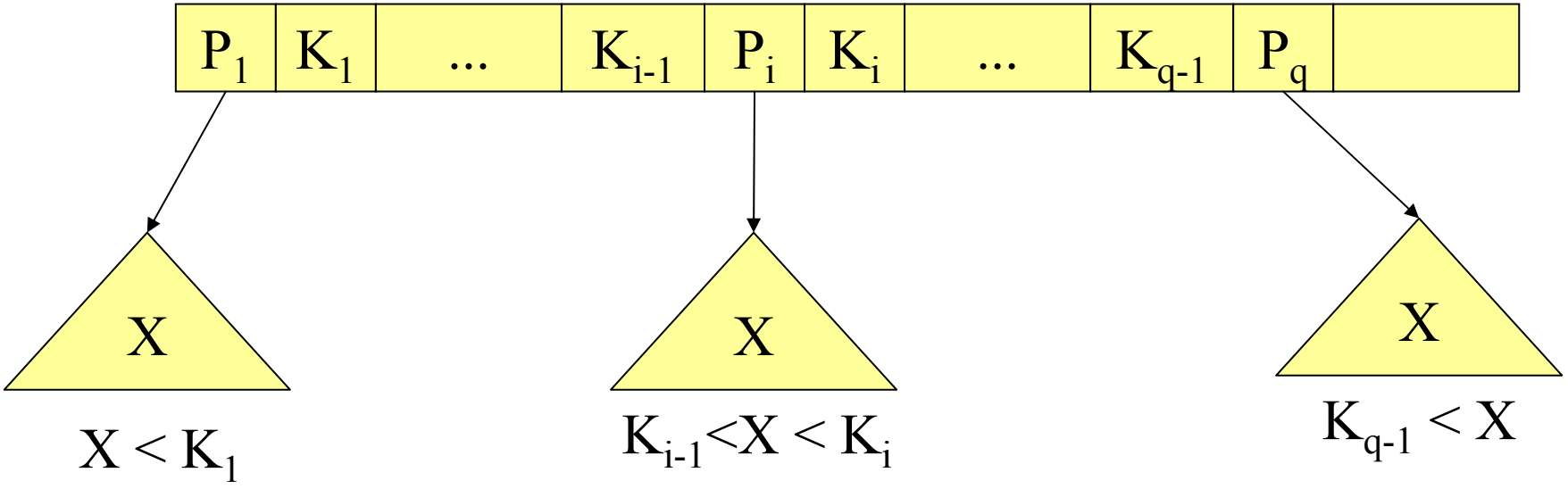
Zadaci

- Podaci o studentima Elektronskog fakulteta smešteni su u jednu datoteku. Neka fakultet ima 800 studenata, pri čemu se za svakog studenta pamte: br.indexa (4B), prezime (15B), ime oca (15B), ime (15B), smer (1B), godina studija (1B), godina rođenja (4B), godina koje je upisan fakultet (4B). Ako je veličina bloka na diski 512B, a veličina pokazivača na blok na disku 6B:
  - predložiti i skicirati strukturu za ubrzavanje pristupa (indeksiranje) na osnovu smera,
  - predložiti i skicirati strukturu za indeksiranje na osnovu broja indeksa, ukoliko je datoteka uređena po ovom polju,
  - predložiti i skicirati strukturu za indeksiranje na osnovu broja indeksa, ukoliko je datoteka NIJE uređena po ovom polju,
  - predložiti i skicirati strukturu za indeksiranje na osnovu prezimena,
  - predložiti i skicirati strukturu za indeksiranje na osnovu godine studija.
- Za svaku od indeksnih struktura odrediti veličinu (za koliko procenata je veća datoteka ako se uvede indeksiranje) i koliko puta se ubrzava pristup.

Strabla traženja po M putanja

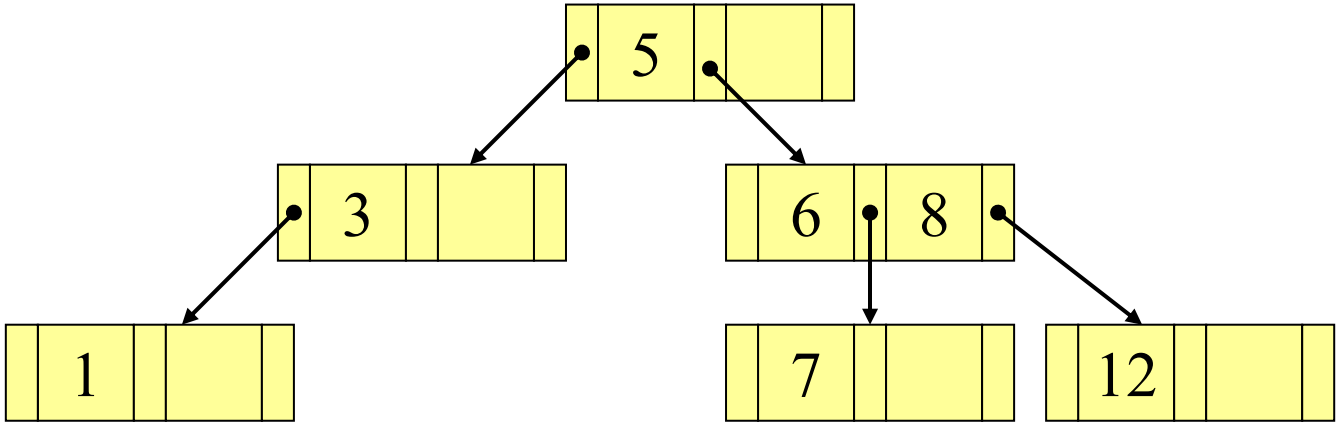
Stablo traženja

reda **Q**



Primer

Stablo reda 3



Definicija

- *Stablo traženja po M putanja je stablo traženja čiji svaki unutrašnji čvor sadrži Q podstabla i Q-1 ključ, pri čemu je* $2 \leq Q \leq M$ *(*$M \geq 2$*).*

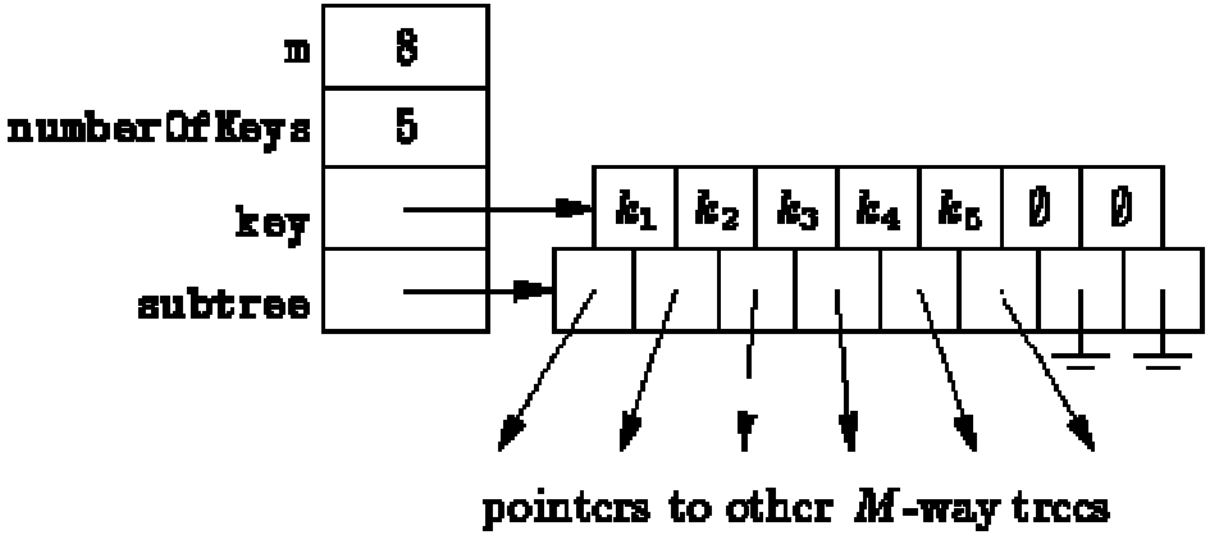
Kako izabrati M?

Pristup disku iznosi 1-10ms, a memoriji 10-100ns, dakle 10^5-10^6 puta brže. Da bi se maksimizirale performanse treba minimizirati br.pristupa disku.

Veličina bloka na disku je 512 - 4096 B.

M treba izabrati tako da čvor zauzima celi blok.

Memorijska reprezentacija



B-Stabla

Definicija

B-stablo reda M je stablo traženja po M putanja za koje važi:

- *koren ima najmanje 2 a najviše M podstabala*
- *svi unutrašnji čvorovi imaju ima između $\lceil M/2 \rceil$ i M podstabala*
- *svi spoljnji čvorovi (listovi) su na istom nivou.*

B-stabla su balansirana stabla traženja po M putanja, čiji su svi unutrašnji čvorovi bar 50% popunjeni.

Primer B-stabla

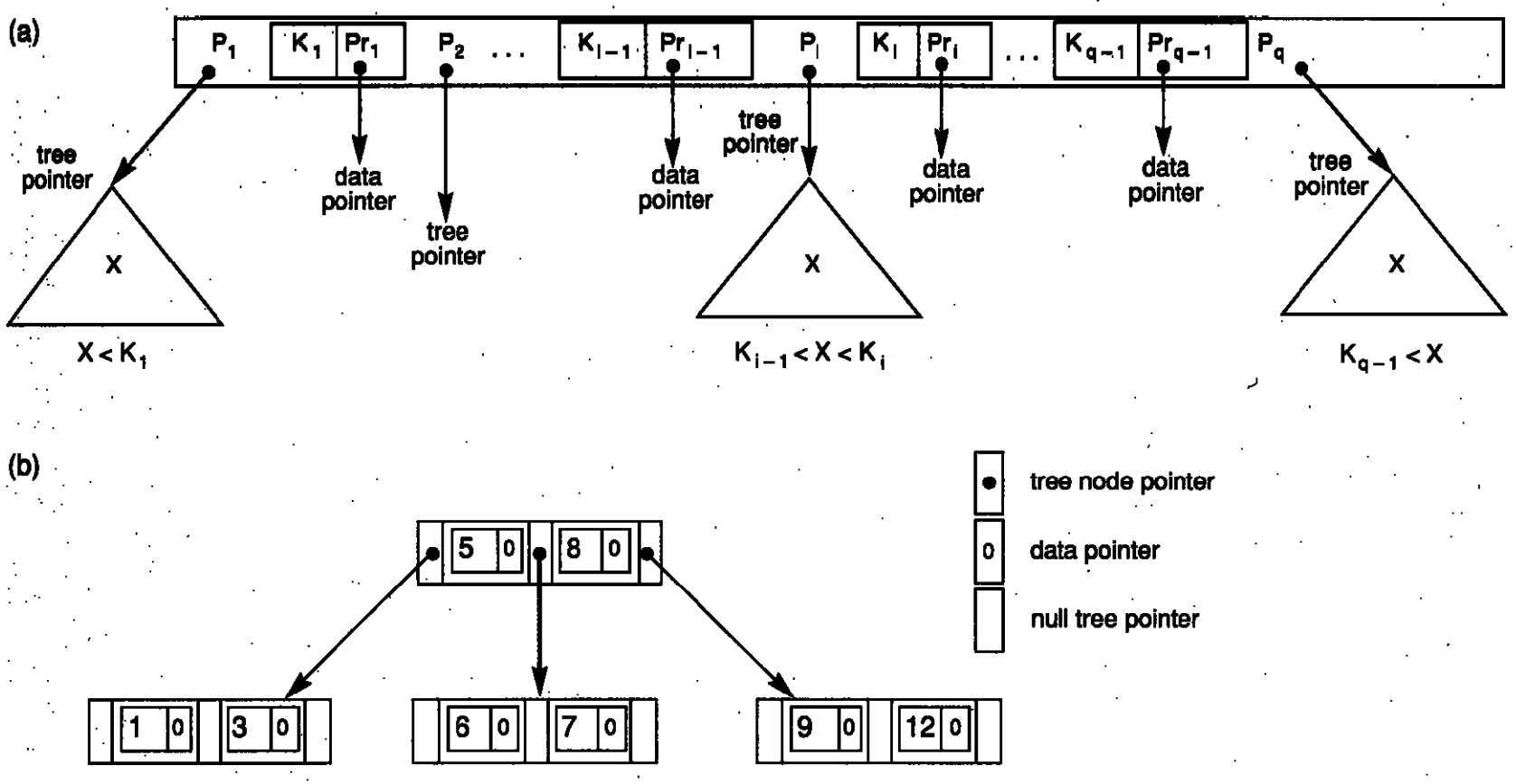


Figure 5.10 Illustrating B-tree structures. (a) Illustrating a node in a B-tree with q – 1 search values. (b) A B-tree of order p = 3. The values were inserted in the order 8,5,1,7,3,12,9,6.

Umetanje

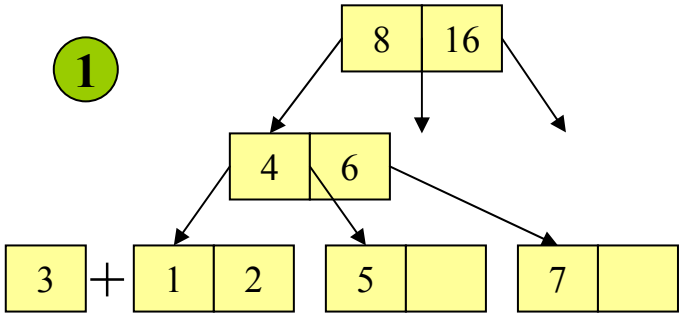
Da bi se održala struktura B-stabla, novi ključ umećemo uvek u odgovarajući list, i nikada ne umećemo samo ključ X, već i pokazivač na podstablo, tj. par (x,0), jer je podstabo inicijalno prazno.

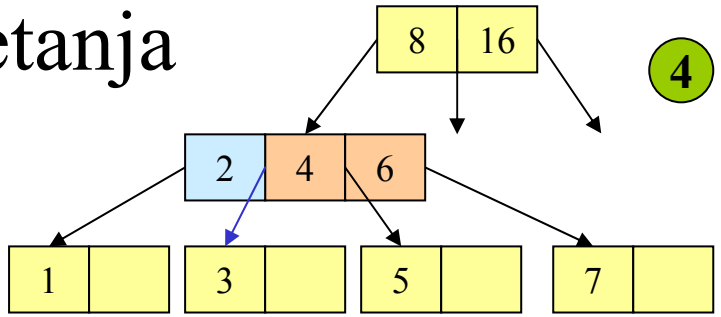
$$T = \{T_0, k_1, T_1, k_2, T_2, \ldots, k_{n-1}, T_{n-1}\}. \qquad k_i < x < k_{i+1}$$

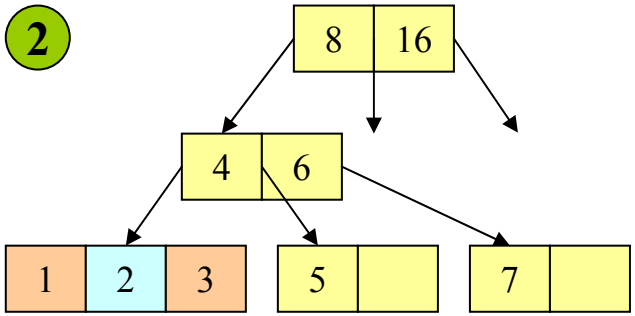
$$T' = \{T_0, k_1, T_1, k_2, T_2, \ldots, k_i, T_i, x, 0, k_{i+1}, T_{i+1}, \ldots, k_{n-1}, T_{n-1}\}.$$

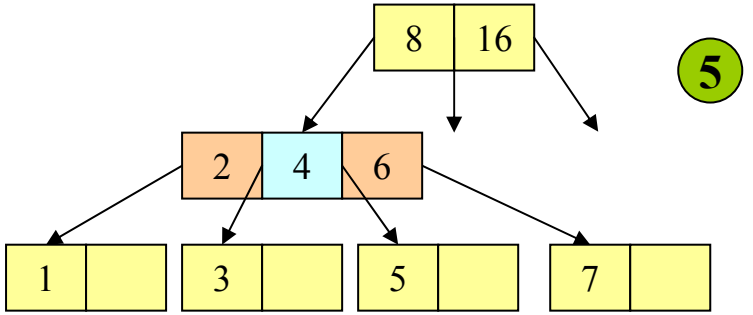
Ako čvor (list) u koji se dodaje nije popunjen (br. ključeva manji od M-1), pravi se mesto za novi ključ i podstablo pomeranjem udesno, a u protivnom čvoru se dodaje novi ključ, a zatim se čvor deli na dva čvora. Maksimalni ključ iz levog čvora (zajedno sa pokazivačem na desni čvor) seli se u roditeljski. Ako je roditeljski čvor popunjen i on se deli na dva čvora. Propagacija “cepanja” čvorova može se nastaviti do korena i ukoliko je i on popunjen stablo povećava svoju visinu.

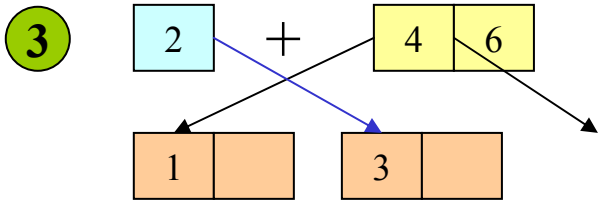
Primeri umetanja

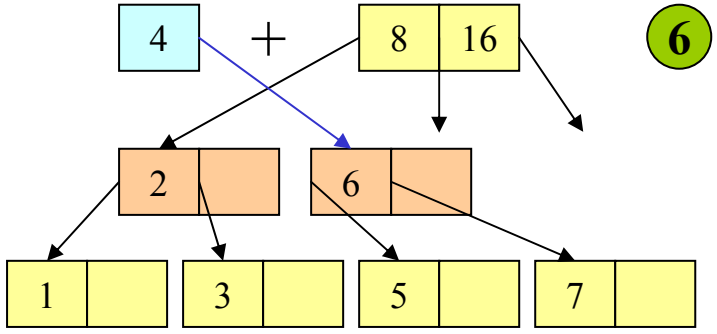






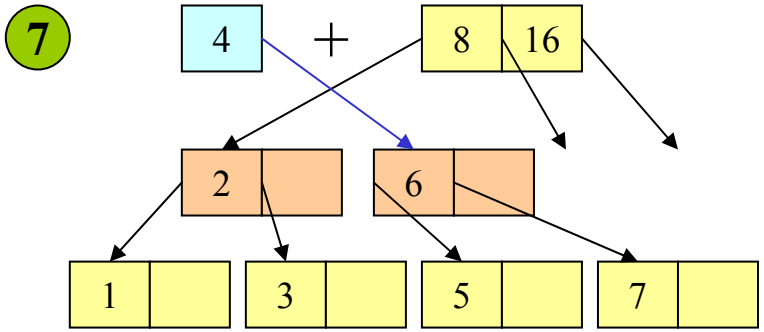


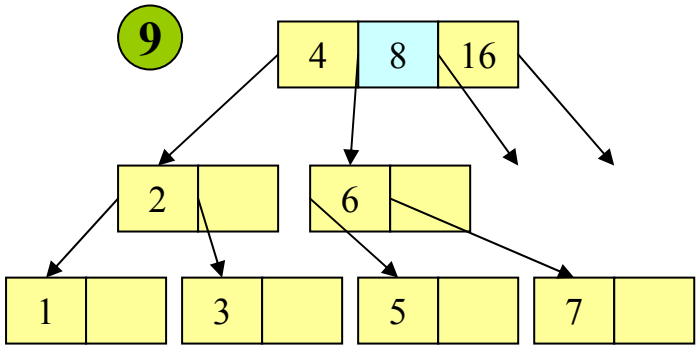


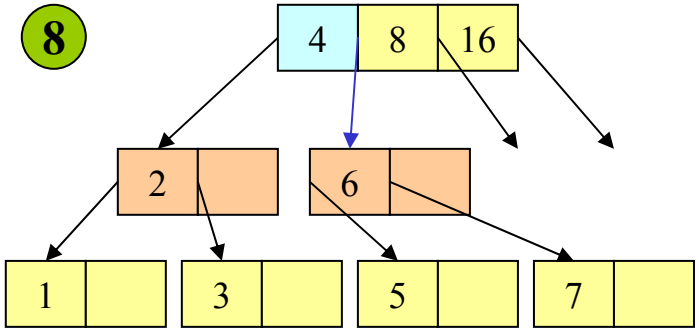


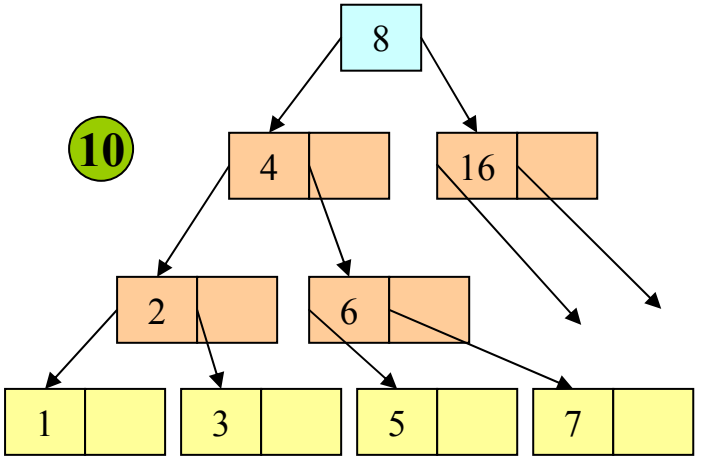
Srednji ključ i pokazivač na desni čvor nastao cepanjem tekućeg umeću se u roditeljski čvor

Primeri umetanja









Umetanje

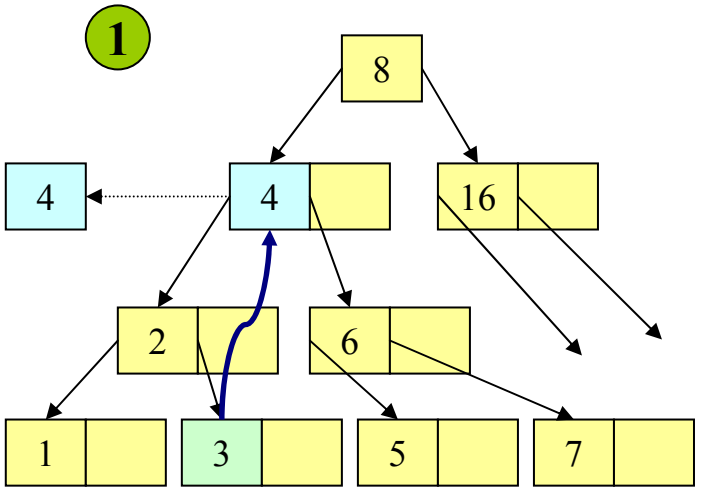
Algoritam umetanja je dvoprolazni:

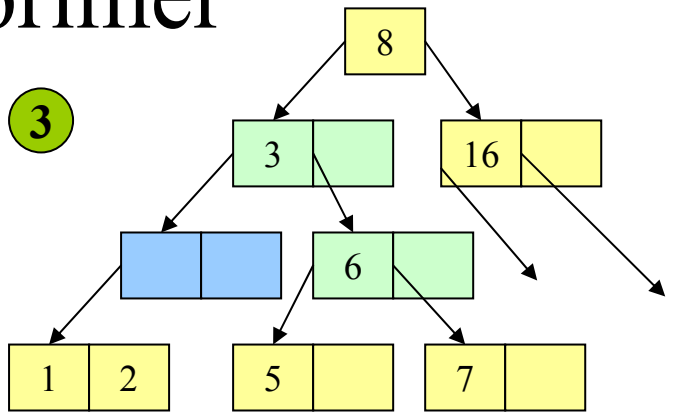
1. od korena ka listovima da bi se našao list u koji se umeće novi ključ (*insert* metod) i
2. od listova ka korenu uz "cepanje" čvorova i umetanje novih ključeva u roditeljske čvorove (*insertPair* metod).

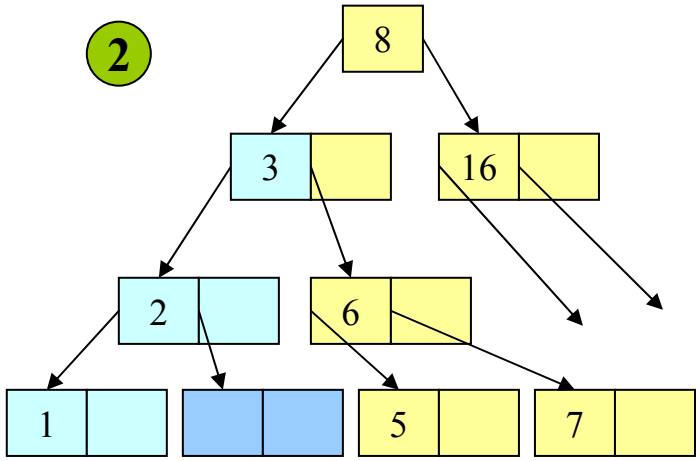
Brisanje

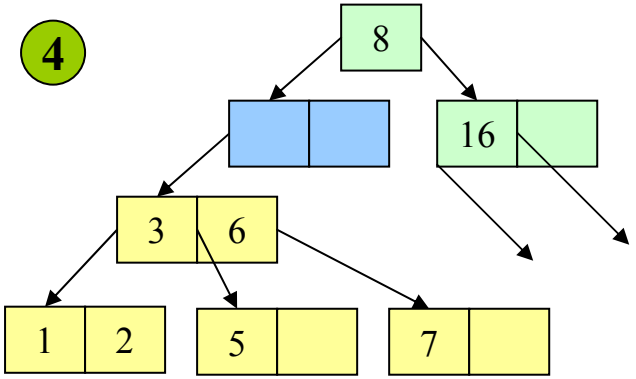
1. Brisanje iz lista
   - 1.1. Ako je nakon brisanja čvor bar pola popunjen, svi ključevi i pokazivači desno od obrisanog pomeraju se ulevo za jedno mesto.
   - 1.2. Ako je čvor popunjen manje od pola (tj. $\lceil m/2 \rceil - 1$) nastaje potkoračenje
     - 1.2.1. Ako postoji levo ili desno čvor na istom nivou sa više od $\lceil m/2 \rceil - 1$ čvorova, tada se mešaju ta dva čvora uz dodatak ključa iz roditeljskog čvora koji deli ta dva čvora, a zatim se rezultujući čvor deli na dva dela i ključ na osnovu koga je ostvarena podela ide u roditeljski čvor.
     - 1.2.2. Ako u susedstvu nema čvora sa više od $\lceil m/2 \rceil - 1$ ključeva, mešaju se tekući čvor, jedan od suseda i odgovarajući ključ iz roditeljskog čvora u okviru jednog čvora, tekući čvor se briše. Ključevi i pokazivači u roditeljskom čvoru se pomeraju. Ako broj ključeva u roditeljskom čvoru padne ispod polovine nastaje potkoračenje i nastavlja se izvršenje koraka 1.2. sve dok se ne dodje do koraka 1.2.1. ili se ne dostigne koren.
       - 1.2.2.1. Ako je roditeljski čvor koren samo sa jednim ključem, a mešaju se dva susedna čvora, tada čvor koji se dobija mešanjem suseda i jedinog ključa iz korena postaje novi koren, a drugi sused i stari koren se brišu.
2. Brisanje iz unutrašnjeg čvora. Obavlja se isto kao brisanje kopiranjem u uredjenom binarnom stablu. Nalazi se najdesniji ključ u levom podstablu (u B-stablu to je obavazno list) i on se kopira u odgovarajući čvor, a zatim briše iz lista.

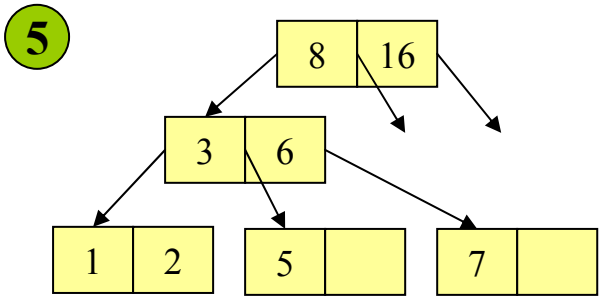
Brisanje - primer











B^* stabla

- B-stabla – svi čvorovi, sem korena, moraju biti bar **½** puni.
- B^*-stabla – svi čvorovi, sem korena, moraju biti bar **2/3** puni, tj. mora imati k ključeva, $\lfloor (2m-1)/3 \rfloor \leq k \leq m-1$.
- B^{**}-stabla – svi čvorovi, sem korena, moraju biti bar **3/4** puni (75%),
- B^n-stabla – svi čvorovi, sem korena, moraju biti bar **n+1/n+2** puni.

B^+ - stablo

B-stabla kod kojih je omogućeno i linearni prolazak kroz čvorove (brže nego obilazak stabla), ulančavanjem listova naziva se B^+-stablo. Da bi se omogućio prolazak kroz sve podatke samo obilaskom listova, unutrašnji čvorovi sadrže kopije ključeva iz listova, ali ne i pokazivače na same podatke.

Prilikom dodavanja novog ključa, on se dodaje u list, zajedno sa pokazivačem na same podatke, a zatim, ako se javi cepanje čvora, vrednost srednjeg ključa se KOPIRA u roditeljski čvor. (Ne premešta se kao kod B-stabla!)

B^+ - stablo

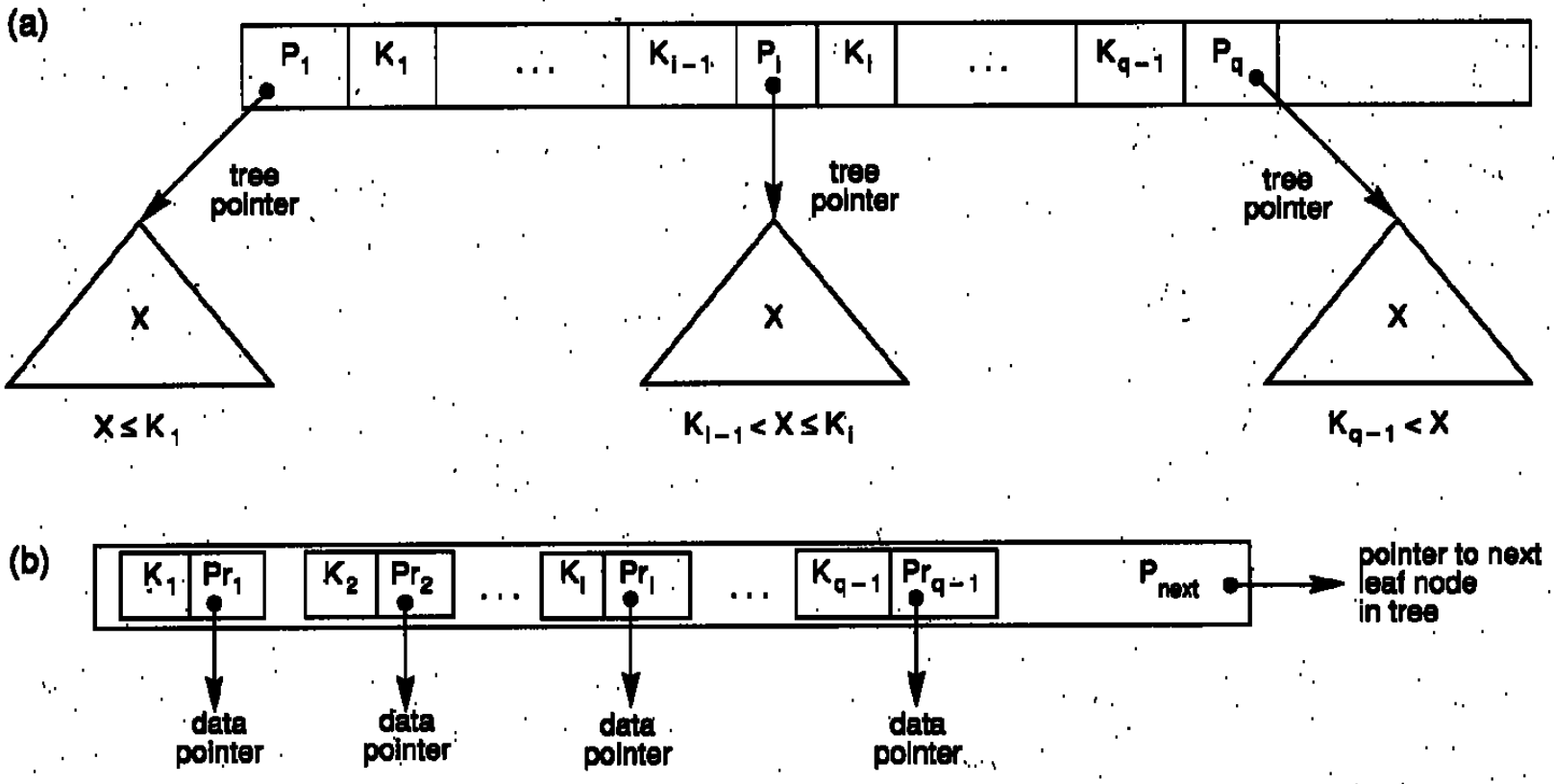


Figure 5.11 Illustrating the nodes of a B^+-tree. (a) Internal node of a B^+-tree with $q - 1$ search values. (b) Leaf node of a B^+-tree with $q - 1$ search values.

Umetanje i brisanje

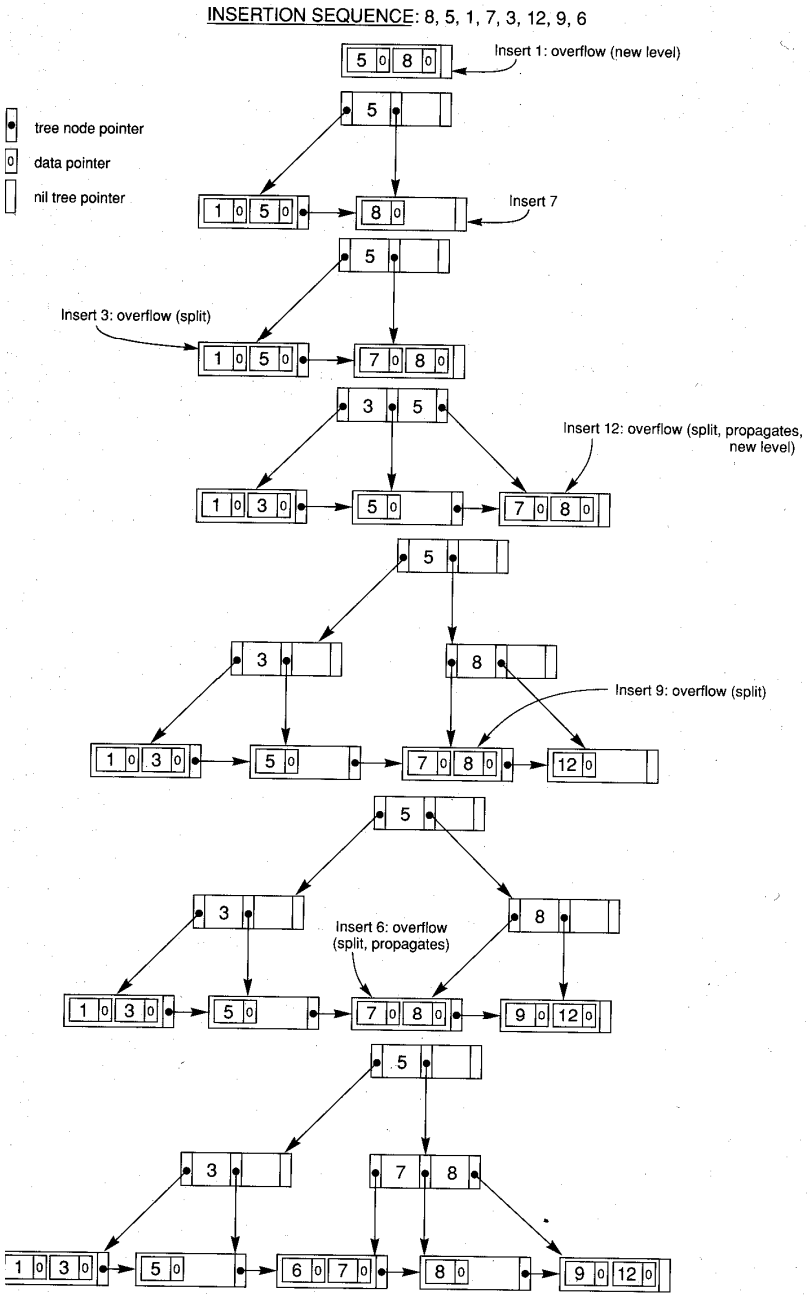


Figure 5.12 Example to illustrate insertion in a B^+-tree

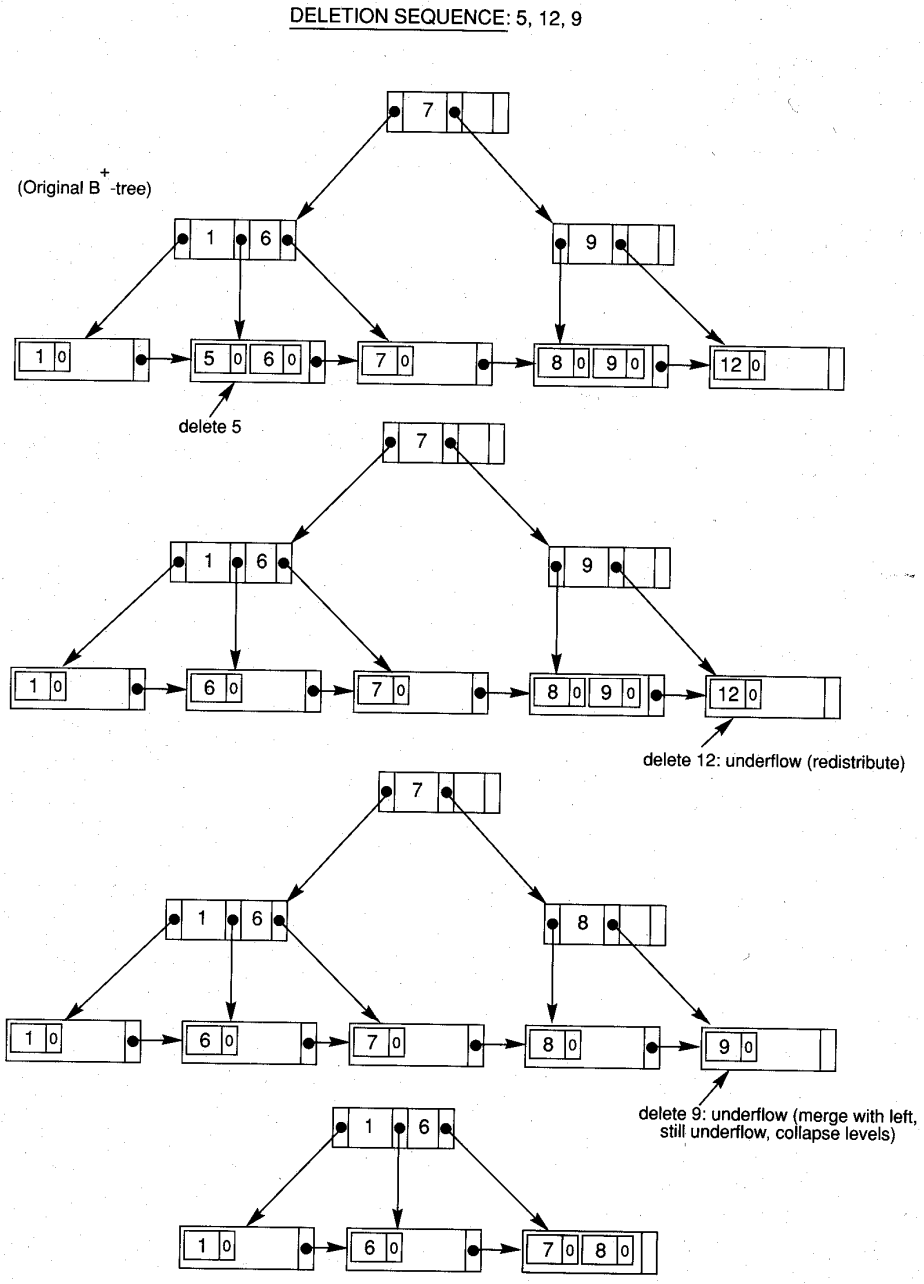


Figure 5.13 Example to illustrate deletion from a B^+-tree

Zadaci

- Prikazati postupak formiranja B stabla reda 4 (tj.3 ključa po čvoru), ukoliko se ključevi dodaju sledećim redom: 12, 9, 7, 8, 3, 5, 6, 14, 13, 16, 15.
- Prikazati postupak brisanja ključeva sledećim redom: 5, 6.