Vectorul aleator discret (X,Y) are distributia de probabilitate:

		X		
		0	1	
Y	1	0.1	0.1	0,2
	2	0.2	0.2	0,4
	3	0.3	0.1	0,4
		0,6	0,4	

Sa se calculeze P= P(Y>1|X=1).

$$P(Y>1 \mid X=1) = 1 - P(Y \le 1 \mid X=1) =$$

$$= 1 - \frac{P(Y=1 \cap X=1)}{P(X=1)} = 1 - \frac{0,1}{0,4} = \frac{3}{4}$$

Selectați răspunsul corect:

- a. $P = 1$
- b. $P = 0.75$
- c. $P = 0.2$
- d. $P = 0.35$
- e. $P = 0.5$

Într-un experiment aleator, evenimentele A, B au probabilitățile $P(A) = 5/8$, $P(B) = 3/8$, iar A și B sunt independente. Probabilitatea evenimentului $A \cup \overline{B}$ este

Selectați răspunsul corect:

- a. 3/64
- b. 15/64
- c. 25/64
- d. 55/64

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = \frac{5}{8}$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: 55/64

$$P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) = \frac{5}{8} + \frac{5}{8} - P(A) \cdot P(\overline{B}) = \frac{10}{8} - \frac{25}{64} = \frac{55}{64}$$

Se considera variabila aleatoare discreta

$$X : \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ p & \frac{3}{15} & \frac{3}{15} & \frac{4}{15} & \frac{5}{15} \end{pmatrix}.$$

Daca $Y = X^2$, sa se determine $F_Y(7/8)$.

- a. 1/3
- b. 3/2
- c. 2/5
- d. 3/15
- e. 4/5

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este:
3/15

$$D_Y = \{0, 1, 4\}$$

$$p = 1 - \frac{15}{15} = 0$$

$$P(Y=0) = P(X^2=0) = \frac{3}{15}$$

$$P(Y=1) = P(X=-1 \cup X=1) = \frac{7}{15}$$

$$P(Y=4) = \frac{5}{15}$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ \frac{3}{15}, & y \in [0,1) \\ \frac{10}{15}, & y \in [1,4) \\ 1, & y \ge 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_Y\left(\frac{7}{8}\right) = \frac{3}{15}$$

Se considera un sir de 5 biti de forma $b_1b_2b_3b_4b_5$, unde probabilitatea ca pe pozitia i sa fie bitul 1 este 0.9.

Variabila aleatoare ce ia valoarea 1 daca in pozitia 3 a sirului incepe un run de 1 (succesiune de 1) si 0, in caz contrar, are media

- a. 0.1
- b. 0.18
- c. 0.09
- d. 0.01
- e. 0.9

$b_2 = 0 \longrightarrow 0{,}1$

$b_3 = 1 \longrightarrow 0{,}9$

$0{,}09$

$P(b_2 \cap b_3) = 0{,}09$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
0.09

Un proiect consta din 2 module.

Numarul erorilor in primul modul este o variabila aleatoare X, cu $D_X = \{1,2,3,4\}$, iar in cel de-al doilea modul, o variabila Y cu $D_Y = \{1,2,3,4\}$.

Distributia comuna de probabilitate a celor doua variabile, adica a vectorului aleator (X,Y), este $P(X = i, Y = j) = \frac{i+j}{80}$.

Sa se determine media variabilei Z ce da numarul de erori din al doilea modul, in conditia in care in primul modul sunt 4 erori, adica $Z = (Y|X = 4)$.

Selectați răspunsul corect:

- a. M(Z)=11/28
- b. M(Z)=70/26
- c. M(Z)=20/26
- d. M(Z)=35/26
- e. M(Z)=10/28

x \ y	1	2	3	4	
1	$\frac{2}{80}$	$\frac{3}{80}$	$\frac{4}{80}$	$\frac{5}{80}$	$\frac{14}{80}$
2	$\frac{3}{80}$	$\frac{4}{80}$	$\frac{5}{80}$	$\frac{6}{80}$	$\frac{18}{80}$
3	$\frac{4}{80}$	$\frac{5}{80}$	$\frac{6}{80}$	$\frac{7}{80}$	$\frac{22}{80}$
4	$\frac{5}{80}$	$\frac{6}{80}$	$\frac{7}{80}$	$\frac{8}{80}$	$\frac{26}{80}$
	$\frac{14}{80}$	$\frac{18}{80}$	$\frac{22}{80}$	$\frac{26}{80}$	

$$Z = (Y|X=4) = \frac{5}{80}\cdot\frac{80}{26} + \frac{6}{80}\cdot\frac{80}{26} + \frac{7}{80}\cdot\frac{80}{26} + \frac{8}{80}\cdot\frac{80}{26} = \frac{26}{26} = 1$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{5}{26} & \frac{6}{26} & \frac{7}{26} & \frac{8}{26} \end{pmatrix}$$

$$M(Z) = \frac{5}{26} + \frac{12}{26} + \frac{21}{26} + \frac{32}{26} = \frac{70}{26}$$

O universitate admite 20% dintre candidatii inscrisi. Testul de admitere are un punctaj ce urmeaza o distributie normala cu media 500 si abaterea standard 100. Sa se determine punctajul minim necesar unui candidat pentru a putea fi declara admis. Se va folosi $\Phi^{-1}(0.8) = 0.85$.

- a. 500
- b. 700
- c. 585
- d. 600
- e. 550

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
585

$$X \sim N(m = 500, \sigma^2 = 100^2)$$

$$P(X \geq x_{min}) = 1 - P(X \leq x_{min}) = 1 - P\left(\underbrace{\frac{X - 500}{100}}_{Z} \leq \frac{x_{min} - 500}{100}\right) =$$

$$= 1 - \phi\left(\frac{x_{min} - 500}{100}\right) = 0,2$$

$$\phi\left(\frac{x_{min} - 500}{100}\right) = 0,8 \quad \Big| \ \phi^{-1}$$

$$\frac{x_{min} - 500}{100} = 0,85 \Rightarrow x_{min} = 585$$

Intre cvantilele $z_{0.05}$ si $z_{0.95}$ are loc relatia

Selectați răspunsul corect:

- a. $z_{0.05} = z_{0.95}$
- b. $z_{0.05} + z_{0.95} = 0$
- c. $z_{0.05} + z_{0.95} = -1$
- d. $z_{0.05} + z_{0.95} = 1$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: $z_{0.05} + z_{0.95} = 0$

Sa se determine numarul stringurilor de 5 biti, in care suma bitilor este egala cu 3.

- a. 25
- b. 10
- c. 5
- d. 125
- e. 20

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
10

$\underline{x}\ \underline{x}\ \underline{x}\ \underline{x}\ \underline{x}$

3 biți de 1

$$C_5^3 = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Fie $X \sim N(2, 2^2)$ si $Y = 3 - 2X$.

Sa se determine $P = P(X > 2/Y < 1)$.

- a. $P \approx 0.72$
- b. $P \approx 0.49$
- c. $P \approx 0.9$
- d. $P \approx 0.22$
- e. $P \approx 0.35$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este:
$P \approx 0.72$

$m = 2, \sigma = 2 \quad Y = 3 - 2X$

$$P(X > 2 \mid 3 - 2X < 1) = P(X > 2 \mid X > 1) = \frac{P(X>2)}{P(X>1)} = \frac{1 - P\left(\frac{X-2}{2} \leq \frac{2-2}{2}\right)}{1 - P\left(\frac{X-2}{2} \leq \frac{1-2}{2}\right)} =$$

$$= \frac{1 - \phi(0)}{1 - (1 - \phi(0{,}5))} = \frac{\frac{1}{2}}{0{,}69} = 0{,}72$$

Valoarea cvantilei $z_{0.5}$ este:

Selectați răspunsul corect:

- a. $z_{0.5} = 0$
- b. $z_{0.5} = 1$
- c. $z_{0.5} = 1/2$
- d. $z_{0.5} = -1$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: $z_{0.5} = 0$

Se stie ca in medie intr-o parcare intra 2 masini pe minut.

Sa se determine care este probabilitatea ca sa intre una sau mai mult de o masina pe minut.

Selectați răspunsul corect:

- a. $1-e^{-2}$ ✓
- b. e^{2}
- c. $1-e^{2}/2$
- d. e^{-2}

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: $1-e^{-2}$

$X \sim Pois(\lambda = 2)$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X<1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^{0}}{0!} = 1 - e^{-2}$$

Fie $X \sim N(2,2^2)$ si $Y = 3-2X$.

Sa se determine $P = P(-2<Y<1)$.

- a. $P \approx 0.29$
- b. $P \approx 0.9$
- c. $P \approx 0.84$
- d. $P \approx 0.35$
- e. $P \approx 0.49$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
$P \approx 0.29$

$m=2, \quad \sigma=2, \quad Y=3-2X$

$$P(-2<3-2X<1) = P(-5<-2X<-2) = P(2<2X<5) =$$
$$= P\left(1<X<\frac{5}{2}\right) = P\left(\frac{1-2}{2} < \frac{X-2}{2} < \frac{\frac{5}{2}-2}{2}\right) = P(-0{,}5<Z<0{,}25) =$$
$$= \phi(0{,}25) - \phi(-0{,}5) = \phi(0{,}25) - 1 + \phi(0{,}5) = 0{,}6 - 1 + 0{,}69 = 0{,}29$$

Daca $U \sim Unif[0,1)$, atunci variabila aleatoare $X = \left[\frac{ln(1-U)}{ln(0.7)}\right] + 1$ are distributia

Selectați răspunsul corect:

- a. $X \sim Pois(0.3)$
- b. $X \sim Unif[0,1)$
- c. $X \sim Geom(0.3)$ ✓
- d. $X \sim Geom(0.7)$

$Y \sim Geom$

$P(Y=k) = pq^{k-1}$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: $X \sim Geom(0.3)$

$$\left[\frac{\ln(1-u)}{\ln(0{,}7)}\right] + 1 = y \Rightarrow \left[\frac{\ln(1-u)}{\ln(0{,}7)}\right] = y-1$$

$$y-1 \leq \frac{\ln(1-u)}{\ln(0{,}7)} < y-1+1 = y$$

$\ln(0,7)(y-1) \le \ln(1-u) < y\ln(0,7)$

$0,7^{y} < 1-u \le 0,7^{y-1}$

$-0,7^{y-1}+1 \le u < 1-0,7^{y}$

$P(X=k) = P(Y=k) = P(-0,7^{y-1}+1 \le u < 1-0,7^{y}) =$

$= F_U(1-0,7^{y}) - F_U(1-0,7^{y-1}) = 1-0,7^{y} - 1 + 0,7^{y-1} =$

$= -0,7^{y-1}(0,7-1) = +0,3 \cdot 0,7^{y-1} = 0,3\,(1-0,3)^{y-1}$

$\Rightarrow X \sim Geom(0,3)$

Se extrag succesiv fără retrunare două bile dintr-o urnă cu 4 bile albe şi 5 bile roşii. Ştiind că prima bilă este roşie, care este probabilitatea ca a doua bilă să fie rosie?

a. 1

b. $\frac{3}{4}$

c. $\frac{1}{2}$

d. $\frac{5}{18}$

e. $\frac{1}{4}$

$\frac{5}{9}$ $P(R_1)$

$\frac{4}{8}$ 1 2

$P(R_2 | R_1) = \frac{5}{18}$

Răspunsul dumneavoastră este incorect.

Răspunsul corect este:

$\frac{5}{18}$

Fie X o variabila aleataore a carei densitate de probabilitate este $f_X(x) = x^2(2x+\frac{3}{2})$, pentru $x \in (0,1]$ si 0, in rest. Sa se determine $M(Y)$, $Y = \frac{1}{X^2}$.

a. $\frac{15}{8}$

b. $\frac{22}{3}$

c. $\frac{5}{2}$

d. $\frac{8}{5}$

e. $\frac{3}{4}$

$f_X(x) = \begin{cases} x^2(2x+\frac{3}{2}), & x \in (0,1] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$

$M\left(\frac{1}{x^2}\right) = ?$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:

$\frac{5}{2}$

$M\left(\frac{1}{x^2}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \cancel{\frac{1}{x^2}} \cdot \cancel{x^2}(2x+\frac{3}{2})\,dx = \int_0^1 (2x+\frac{3}{2})\,dx = 2\frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + \frac{3}{2}x\Big|_0^1 =$

$= 1 - 0 + \frac{3}{2} - 0 = \frac{5}{2}$

Daca $U \sim Unif[0,1)$ este o variabila aleatoare uniform distribuita pe [0,1), atunci variabila aleatoare $X = [10 \cdot U]$ este

Selectați răspunsul corect:

- a. distribuita uniform pe $\{0, \ldots, 10\}$, cu $P(X = k) = 1/11$
- b. distribuita uniform pe $\{1, \ldots, 9\}$, cu $P(X = k) = 1/9$
- c. distribuita uniform pe $\{1, \ldots, 9\}$, cu $P(X = k) = 1/10$
- d. distribuita uniform pe $\{0, 1, \ldots, 9\}$, cu $P(X = k) = 1/10$

$\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$

$P(X = k) = \frac{1}{10}$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: distribuita uniform pe $\{0, 1, \ldots, 9\}$, cu $P(X = k) = 1/10$

Se considera 5 variabile Bernoulli identic distribuite si notate cu $X_i, i = \overline{1, 5}$, avand probabilitatea de succes $p = 0.9$. Variabila aleatoare $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$ are distributie

- a. $Geom(0.9)$
- b. $Bin(5, 0.9)$
- c. N(0,09^2)
- d. Poiss(0.9)
- e. Bernoulli (0.9)

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:

$Bin(5, 0.9)$

Un sistem electronic conține 5 componente. Probabilitatea ca o componentă să cadă (să nu funcționeze) este 0.1, iar componentele cad independent una de alta. Să se determine probabilitatea ca exact 2 componente să funcționeze.

p - să nu cadă = 0,9

Selectați răspunsul corect:

- a. 0.009
- b. 0.0729
- c. 0.0081
- d. 0.09

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: 0.0081

$X \sim Bin(5, 0{,}9)$

$P(X=2) = C_5^2 \; 0{,}9^2 \; 0{,}1^3 = \frac{5!}{2!\,3!} \cdot 0{,}81 \cdot 0{,}001 = 10 \cdot 0{,}81 \cdot 0{,}001 = 0{,}0081$

Generatorul unei variabile aleatoare $X \sim Geom(p = 0.5)$ simulează numărul 3. Ce reprezintă acest număr?

Selectați răspunsul corect:

- a. Este nevoie de trei încercări asociate unui experiment Bernoulli pentru a obține succesul de trei ori.
- b. Îm medie se obțin trei succese dintr-un număr oarecare de încercări asociate unui experiment Bernoulli.
- c. Într-o perioadă fixată de timp succesul s-a obținut de 3 ori.
- d. S-au obținut trei succese dintr-un număr oarecare de încercări asociate unui experiment Bernoulli.
- e. La a treia încercare asociată unui experiment Bernoulli s-a obținut pentru prima dată succesul. ✓

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: La a treia încercare asociată unui experiment Bernoulli s-a obținut pentru prima dată succesul.

Fie $X \sim$ Unif[-1,3] . Sa se determine $M(Y)$, unde $Y = X^4$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x \in [-1,3] \\ 0, & \text{in rest} \end{cases}$$

- a. 61/5
- b. 7/3
- c. 12
- d. 34/45
- e. 239/40

$$M(x^4) = \int_{-\infty}^{\infty} x^4 \cdot f(x)\,dx = \frac{1}{4} \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^{3} =$$

$$= \frac{1}{20} \cdot (3^5 + 1) = \frac{244}{20} = \frac{61}{5}$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
61/5

O universitate admite 2.5 % dintre candidatii inscrisi. Testul de admitere are un punctaj ce urmeaza o distributie normala cu media 500 si abaterea standard 200. Sa se determine punctajul minim necesar unui candidat pentru a putea fi declara admis. Se va folosi $\Phi^{-1}(0.975) = 1.96$.

- a. 945
- b. 859
- c. 923
- d. 892
- e. 833

$m = 500$

$\sigma = 200$

$X \sim N(500, 200^2)$

$$P(X \geq x_{min}) = P\left(\frac{X-500}{200} \geq \frac{x_{min}-500}{200}\right) =$$

$$= 1 - \phi\left(\frac{x_{min}-500}{200}\right) = 0,025$$

$$0,975 = \phi\left(\frac{x_{min}-500}{200}\right) \Big| \phi^{-1}$$

$$1,96 = \frac{x_{min}-500}{200}$$

$$x_{min} = 892$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
892

Daca U este o variabila aleatoare uniform distribuita pe intervalul [0,1), atunci variabila $Y = -ln(U)$ este distribuita

Selectați răspunsul corect:

- a. $Y \sim N(0,1)$
- b. $Y \sim \text{Pois}(1)$
- c. $Y \sim \text{Exp}(1)$
- d. $Y \sim \text{Unif}(-1,1)$
- e. $Y \sim \text{Exp}(-1)$

$-\ln(U) = X$

$\ln(U) = -X$

$U = e^{-X}$

Exp

$$\boxed{\frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{x}{\theta}}}$$

$\Rightarrow$ Exp (1)

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: $Y \sim \text{Exp}(1)$

Sa se calculeze probabilitatea ca aruncand un zar de 4 ori sa se obtina fata cu sase puncte de cel putin 2 ori.

Selectați răspunsul corect:

- a. $1-\frac{2}{6^3}$
- b. $(\frac{5}{6})^3$
- c. $1-\frac{3}{2}(\frac{5}{6})^3$
- d. $1-(\frac{1}{6})^3$

Șterge alegerea mea

6 pos.

$X \sim Bin(4, \frac{1}{6})$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X<2) = 1 - C_4^0 \, \frac{1}{6}^0 \left(\frac{5}{6}\right)^4 - C_4^1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 =$

$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 - 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6} + \frac{4}{6}\right) =$

$= 1 - \frac{3}{2}\left(\frac{5}{6}\right)^3$

Probabilitatea ca o variabila aleatoare uniform distribuite pe intervalul $[0,1)$ sa ia valori intr-un interval $[c,d) \subset [0,1)$ este egala cu

Selectați răspunsul corect:

- a. $\frac{1}{c-d}$
- b. $d-c$
- c. $c-d$
- d. $\frac{1}{d-c}$

Șterge alegerea mea

$\frac{L}{b-a} = \frac{d-c}{1-0} = d-c$

$P(x \leq X < x+L) =$

$= \int_x^{x+L} \frac{1}{b-a} \, dt =$

$= \frac{1}{b-a} \cdot t \Big|_x^{x+L} =$

$= \frac{L}{b-a}$

Probabilitatea ca v.a X sa aiba valori intr-un interval de lungime L.

Se considera un sir de 5 biti de forma $b_1 b_2 b_3 b_4 b_5$, unde probabilitatea ca pe pozitia i sa fie bitul 1 este 0.9.

Variabila aleatoare ce ia valoarea 1 daca in pozitia 2 a sirului incepe un run de 1 (succesiune de 1) si 0, in caz contrar, are distributia

- a. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.09 & 0.91 \end{pmatrix}$.
- b. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$.
- c. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.19 & 0.81 \end{pmatrix}$.
- d. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.9 & 0.1 \end{pmatrix}$.
- e. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.91 & 0.09 \end{pmatrix}$.

$b_1 = 0 \to 0,1$

$b_2 = 1 \to 0,9$

$0,09 \to 1$

Densitatea de probabilitate a unei variabile aleatoare continue X este $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [-1,1), \\ 0, & x \notin [-1,1). \end{cases}$$

Distribuția de probabilitate a variabilei X este

Selectați răspunsul corect:

- a. Exp(1/2)
- b. Unif[-1,1)
- c. Unif[0,2)
- d. Exp(2)

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$ Unif.

$\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}, \quad x \in [-1,1)$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: Unif[-1,1)

Un proiect consta din 2 module.

Numarul erorilor in primul modul este o variabila aleatoare X, cu $D_X = \{1, 2, 3, 4\}$, iar in cel de-al doilea modul, o variabila Y cu $D_Y = \{1, 2, 3, 4\}$.

Distributia comuna de probabilitate a celor doua variabile, adica a vectorului aleator (X,Y), este $P(X = i, Y = j) = \frac{i+j}{80}$.

Sa se calculeze $P = P(1 \leq X \leq 2, 2 < Y \leq 4)$.

Selectați răspunsul corect:

a. P=1/2

b. P=1/6 ✖

c. P=1/3

d. P=1/4 ←

e. P=5/6

x \ y	1	2	3	4	
1	$\frac{2}{80}$	$\frac{3}{80}$	$\frac{4}{80}$	$\frac{5}{80}$	$\frac{14}{80}$
2	$\frac{3}{80}$	$\frac{4}{80}$	$\frac{5}{80}$	$\frac{6}{80}$	$\frac{18}{80}$
3	$\frac{4}{80}$	$\frac{5}{80}$	$\frac{6}{80}$	$\frac{7}{80}$	$\frac{22}{80}$
4	$\frac{5}{80}$	$\frac{6}{80}$	$\frac{7}{80}$	$\frac{8}{80}$	$\frac{26}{80}$
	$\frac{14}{80}$	$\frac{18}{80}$	$\frac{22}{80}$	$\frac{26}{80}$	

$$P(1 \leq X \leq 2, 2 < Y \leq 4) = \frac{4}{80} + \frac{5}{80} + \frac{5}{80} + \frac{6}{80} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$

Fie $X \sim$ Unif[-1,3] . Sa se determine $M(Y)$, unde $Y = X^2$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & [-1,3] \\ 0 \end{cases}$$

a. 61/5

b. 7/3 ✔

c. 239/40

d. 12

e. 34/45

$$M(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{3} =$$

$$= \frac{1}{12} \cdot 27 + \frac{1}{12} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
7/3

Dacă $X \sim Geom(p = 0.3)$, care este mulțimea valorilor variabilei aleatoare X?

Selectați răspunsul corect:

a. $\mathbb{N}^*$ $1, 2, \ldots$

b. $\{0, 1, \ldots, n\}$, $n \in \mathbb{N}^*$

c. $\mathbb{N}$

d. $\{0, 1\}$

e. $\{1, 2, \ldots, n\}$, $n \in \mathbb{N}^*$ ✖

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este: $\mathbb{N}^*$

Daca U este o variabila aleatoare uniform distribuita pe intervalul [0,1), atunci variabila $Y = -\ln(1-U)$ este o variabila distribuita

Selectați răspunsul corect:

a. $Y \sim \mathrm{Exp}(-1)$ ✖

b. $Y \sim \mathrm{Exp}(0)$

c. $Y \sim \mathrm{Exp}(1)$

d. $Y \sim \mathrm{Unif}(-1, 1)$

e. $Y \sim \mathrm{N}(0, 1)$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este: $Y \sim \mathrm{Exp}(1)$

$-\ln(1-U) = x$

$\ln(1-u) = -x$

$1 - u = e^{-x}$

$u = 1 - e^{-x}$

$Exp \to \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{x}{\theta}}$

$F_x \to 1 - e^{-\frac{x}{\theta}} \Rightarrow \theta = 1$

Generatorul unei variabile aleatoare $X \sim Bin(n = 10, p = 0.4)$ simulează numărul 10. Ce reprezintă acest număr?

Selectați răspunsul corect:

a. S-au obținut zece succese din 10 încercări asociate unui experiment Bernoulli. ✔

b. S-au obținut zece eșecuri din 10 încercări asociate unui experiment Bernoulli.

c. Este nevoie de zece încercări asociate unui experiment Bernoulli pentru a obține succesul pentru prima dată.

d. Îm medie se obțin 10 succese din 10 încercări asociate unui experiment Bernoulli.

e. În 10 săptămâni succesul s-a obținut de 10 ori.

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: S-au obținut zece succese din 10 încercări asociate unui experiment Bernoulli.

Fie X o variabila aleataore a carei densitate de probabilitate este $f_X(x) = 4x^3$, **pentru** $x \in (0,1]$ si 0, in rest. Sa se determine $P(\frac{1}{3} < X \leq \frac{2}{3})$.

$$F_X = \int_{-\infty}^{x} 4x^3 dx = \cancel{4} \cdot \frac{x^4}{\cancel{4}} \Big|_0^x = x^4$$

- a. $\frac{8}{25}$
- b. $\frac{1}{4}$
- c. $\frac{2}{31}$
- d. $\frac{5}{27}$ ✓
- e. $\frac{5}{8}$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
$\frac{5}{27}$

$$P\left(\frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3}\right) = F_X\left(\frac{2}{3}\right) - F_X\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2^4 - 1}{3^4} = \frac{15}{81} = \frac{5}{27}$$

Densitatea de probabilitate a unei variabile aleatoare continue X este $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [-1, 1), \\ 0, & x \notin [-1, 1). \end{cases}$$

Distribuția de probabilitate a variabilei X este

$$\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{b-a}$$

Selectați răspunsul corect:

- a. Unif[0,2)
- b. Exp(1/2)
- c. Unif[-1,1) ✓
- d. Exp(2)

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: Unif[-1,1)

Fie $X \sim N(2, 2^2)$ si $Y = 3 - 2X$.

Sa se determine $P = P(X > 2 / Y < 1)$.

- a. $P \approx 0.9$ ✗
- b. $P \approx 0.22$
- c. $P \approx 0.49$
- d. $P \approx 0.72$
- e. $P \approx 0.35$

$$P(x>2 \mid 3-2x<1) = P(x>2 \mid x>1) = \frac{P(x>2)}{P(x>1)} =$$

$$= \frac{1 - P\left(\frac{x-2}{2} \leq \frac{2-2}{2}\right)}{1 - P\left(\frac{x-2}{2} \leq \frac{1-2}{2}\right)} = \frac{1-\phi(0)}{1-\phi(-0,5)} = \frac{\frac{1}{2}}{0,69} = 0,72$$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este:
$P \approx 0.72$

Fie $X \sim N(4, 9^2)$.

Sa se determine $P = P(|X - 4| < 5)$.

- a. $P \approx 0.19$
- b. $P \approx 0.9$
- c. $P \approx 0.35$
- d. $P \approx 0.84$
- e. $P \approx 0.4$

$$m = 4, \quad \sigma = 9$$

$$P(|x-4| < 5) = P(-5 < x-4 < 5) = P(-1 < x < 9) =$$

$$P\left(\frac{-1-4}{9} < \underbrace{\frac{x-4}{9}}_{Z} < \frac{9-4}{9}\right) = \phi\left(\frac{5}{9}\right) - \phi\left(-\frac{5}{9}\right) =$$

$$= 2\phi\left(\frac{5}{9}\right) - 1 = 2 \cdot 0,71 - 1 = 1,42 - 1 \cong 0,4$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
$P \approx 0.4$

Fie $X \sim \mathrm{Unif}(0,1)$. Sa se determine $M(Y)$, unde $Y = e^X$.

a. 1/e

b. 1/e-1

c. e-1

d. 1

e. e

$$\frac{1}{1-0} = 1, \ x \in (0,1)$$
$$0, \text{ în rest}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\,dx$$

$$g(x) = e^x$$

$$M(g(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f(x)\,dx = \int_0^1 e^x\,dx =$$

$$= e - 1$$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este:
e-1

Fie X o variabila aleataore a carei densitate de probabilitate este

$f_X(x) = 4x^3$, pentru $x \in (0,1]$ si 0, in rest.

Sa se determine $P(X \leq \frac{2}{3} / X > \frac{1}{3})$.

a. $\frac{1}{4}$

b. $\frac{3}{16}$

c. $\frac{5}{8}$

d. $\frac{2}{3}$

e. $\frac{8}{25}$

$$P\left(X \leq \frac{2}{3} \middle| X > \frac{1}{3}\right) = \frac{P\left(\frac{1}{3} < X \leq \frac{2}{3}\right)}{P\left(X > \frac{1}{3}\right)} =$$

$$= \frac{F_X\left(\frac{2}{3}\right) - F_X\left(\frac{1}{3}\right)}{1 - P\left(X \leq \frac{1}{3}\right)} =$$

$$= \frac{F_X\left(\frac{2}{3}\right) - F_X\left(\frac{1}{3}\right)}{1 - F_X\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{15}{81}}{1 - \frac{1}{81}} = \frac{15}{80} = \frac{3}{16}$$

$$F_X = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx =$$

$$= x^4 \Big|_0^x = x^4$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
$\frac{3}{16}$

Fie X o variabila aleataore a carei densitate de probabilitate este $f_X(x) = x^2(2x + \frac{3}{2})$, pentru $x \in (0,1]$ si 0, in rest. Sa se determine $M(Y)$, $Y = \frac{1}{X}$.

a. $\frac{18}{5}$

b. $\frac{22}{13}$

c. $\frac{15}{8}$

d. $\frac{17}{12}$

e. $\frac{31}{4}$

$$M(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot f_X(x)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cancel{x}} \cdot x^{\cancel{2}}\left(2x + \frac{3}{2}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} 2x^2 + \frac{3}{2}x =$$

$$= \left(2\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1 = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
$\frac{17}{12}$

Daca U este o variabila aleatoare uniform distribuita pe intervalul [0,1), atunci variabila $Y = -2ln(U)$ este distribuita

Selectați răspunsul corect:

a. $Y \sim \text{Exp}(2)$ $\longrightarrow$ $f(x) = \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}}$

b. $Y \sim \text{N}(0,2)$

c. $Y \sim \text{Unif}(-2,2)$

d. $Y \sim \text{Pois}(2)$

e. $Y \sim \text{Exp}(-2)$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este: $Y \sim \text{Exp}(2)$

$$-2\ln(u) = x$$

$$\ln(u) = -\frac{x}{2} \Rightarrow u = e^{-\frac{x}{2}}$$

$$F_Y(y) = P(Y \le y) = P(-2\ln(u) \le y) = P\left(\ln(u) \ge -\frac{y}{2}\right) = P\left(u \ge e^{-\frac{y}{2}}\right) =$$

$$= 1 - P\left(u \le e^{-\frac{y}{2}}\right) = 1 - F_u\left(e^{-\frac{y}{2}}\right) = 1 - e^{-\frac{y}{2}} \Rightarrow \theta = 2 \Rightarrow Exp(2)$$

Fie $X \sim \text{Unif}[1,9]$. Sa se determine $M(Y)$, unde $Y = \frac{1}{\sqrt{X}}$.

a. 12

b. 61/5

c. 1/2

d. $\ln(9)/8 - 1/4$

e. $\ln(26)/4 - 1/3$

$$\frac{1}{9-1} = \frac{1}{8}$$

$$M(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} f_x(x)\,dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{8} dx = \frac{1}{8} \left. \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right|_1^9 = \frac{1}{4} \left. \sqrt{x} \right|_1^9 =$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
1/2

Problema 13

Stiind ca $P(A|B) = 2/5$, $P(A|\bar{B}) = 1/10$ si $P(B|A) = 3/5$, sa se afle $P(A \cap B)$. Aici, $P(A|B)$ este probabilitatea evenimentului A conditionata de evenimentul B.

$$P(A|B) = \frac{2}{5} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5} P(B) = \frac{3}{5} P(A) \Rightarrow P(B) = \frac{3}{2} P(A)$$

$$P(A|\bar{B}) = \frac{1}{10} = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} \qquad P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{10}(1 - P(B)) = \frac{1}{10} \cdot \left(1 - \frac{3}{2} P(A)\right)$$

$$P(B|A) = \frac{3}{5} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad P(A \cap B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{11} = \frac{6}{55}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$$

$$P(A) \cdot \frac{2}{5} = \left(1 - \frac{3}{2} P(A)\right) \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow 2P(A) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} P(A) =$$

$$\Rightarrow 11 P(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{11} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{11}$$

Functia de repartitie a unei variabile aleatoare X este

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x/4)^\beta}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0, \end{cases} \longrightarrow 1 - e^{-\frac{x}{\theta}}$$

cu $\beta > 0$.

a)Sa se calculeze $P(X = 0)$ si $P(X > 2)$, in cazul particular $\beta = 1$.

b) Folosind teorema de inversare, să se simuleze o valoare a variabilei X.

c) Sa se imbunatateasca codul de simulare al variabilei X demonstrand echivalenta $X = 4(-ln(U))^{1/\beta}$.

a) $\beta = 1 \Rightarrow F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x}{4}}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$

$P(X=0) = 0$

$P(X>2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - F_X(2) = 1 - (1 - e^{-\frac{1}{2}}) = e^{-\frac{1}{2}}$

b) $\left.\begin{array}{l} U \sim [0,1) \\ F_X - \text{f.c., continuă} \end{array}\right\} \Rightarrow Y = F_X^{-1}(U)$

$1 - e^{\left(-\frac{x}{4}\right)^\beta} = u \Rightarrow e^{\left(-\frac{x}{4}\right)^\beta} = 1 - u \Rightarrow \left(-\frac{x}{4}\right)^\beta = \ln(1-u)$

$\Rightarrow x^\beta = (-4)^\beta \ln(1-u)$

$x = -4 \left(\ln(1-u)\right)^{\frac{1}{\beta}}$

$P(X > 0) = 1 - P(X \le 0) = 1 - F_X(0) = 1 - 0 = 1$

```
Function Sim(beta)

u = urand();

x = -4 * (log(1 - u)) ^ (1 / beta);

return x;

end
```

c) $1-u$ distribuit uniform $\Rightarrow u$ distribuit uniform

$\Rightarrow$ putem înlocui $(1-u)$ cu u

$0 \le u < 1$

$0 \ge -u > -1$

$1 \ge 1-u > 0$

Fie $X \sim$ Unif[-1,3] . Sa se determine $M(Y)$, unde $Y = X^4$.

a. 61/5

b. 7/3

c. 12

d. 34/45

e. 239/40

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{3-(-1)}, & x \in [-1,3] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$$

$$M(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} x^4 \cdot f_x(x)\,dx = \int_{-1}^{3} \frac{1}{4} x^4\,dx = \frac{1}{4} \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^{3} =$$

$$= \frac{1}{20}\left(3^5 + 1\right) = \frac{244}{20} = \frac{61}{5}$$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
61/5

Functia de repartitie a unei variabile aleatoare X este

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x/\alpha)^\beta}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0, \end{cases}$$

cu $\alpha, \beta > 0$.

a)Sa se calculeze $P(X = 0)$ si $P(X > 2)$, in cazul particular $\alpha = \beta = 1$.

b) Folosind teorema de inversare, să se simuleze o valoare a variabilei X (pentru α, β generali).

c) Sa se imbunatateasca codul de simulare al variabilei X demonstrand echivalenta $X = \alpha(-ln(U))^{1/\beta}$.

a) $P(X = 0) = 0$

$P(X > 2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - F_X(2) = e^{-2}$

b) $\left.\begin{array}{l} F_X \text{ - s.c pe } (0,\infty) \text{ + continua} \\ U \sim [0,1) \end{array}\right\} \Rightarrow Y = F_X^{-1}(U)$

$$1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} = u$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x^\beta}{\alpha^\beta} = \ln(1-u)$$

$$x^\beta = -\alpha^\beta \ln(1-u)$$

$$X = -\alpha[\ln(1-u)]^{\frac{1}{\beta}} \Rightarrow \forall u \in [0,1), F^{-1}(u) \in [0,\infty)$$

$$P(X > 0) = 1 - F_X(0) = 1 - 0 = 1$$

```
Function sim(alfa, beta)

u = urand();

x = -alfa * ( log( 1 - u)) ^ (1 / beta);

return x;

end
```

Funcția de repartiție a unei variabile aleatoare X este

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 1 - e^{-\alpha x^2}, & x > 0, \end{cases}$$

unde $\alpha > 0$.

a) Să se calculeze $P(X = 0)$ și $P(X \le 2)$.

b) Folosind teorema de inversare, să se simuleze o valoare a variabilei X.

c) Sa se imbunatateasca codul de simulare al variabilei X demonstrand echivalenta $X = (\frac{-1}{\alpha} ln(U))^{1/2}$.

a) $P(X=0) = 0$

$P(X \le 2) = F_X(2) = 1 - e^{-4\alpha}$

b) F_X - s.c. pe $(0, \infty)$ + cont. ; $U \sim Unif[0,1]$ $\Rightarrow Y = F_X^{-1}(U)$

$$1 - e^{-\alpha x^2} = u$$

$$e^{-\alpha x^2} = 1 - u \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{\alpha} \ln(1-u) \Rightarrow x = \sqrt{\frac{-1}{\alpha} \ln(1-u)}$$

```
Function sim(alfa)
u = urand();
x = sqrt( (-1 / alfa) * log(1 - u) );
return x;
end
```

Functia de repartitie a unei variabile aleatoare X este

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x/2)^\beta}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0, \end{cases}$$

cu $\beta > 0$.

a) Sa se calculeze $P(X = 0)$ $= 0$ si $P(X > 2)$, in cazul particular $\beta = 1$.

b) Folosind teorema de inversare, să se simuleze o valoare a variabilei X.

c) Sa se imbunatateasca codul de simulare al variabilei X demonstrand echivalenta $X = 2(-ln(U))^{1/\beta}$.

a) $P(X>2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - 1 + e^{-1} = \frac{1}{e}$

b) F_X - s.c. pe $(0, \infty)$ +cont ; $U \sim Unif[0,1]$ $\Rightarrow Y = F_X^{-1}(U)$

$$1 - e^{-\left(\frac{x}{2}\right)^\beta} = u$$

$$-\left(\frac{x}{2}\right)^\beta = \ln(1-u)$$

$$x^\beta = -2^\beta \ln(1-u)$$

$$x = -2[\ln(1-u)]^{\frac{1}{\beta}}$$

```
Function sim(beta)
u = urand();
x = - 2 * ( (log(1 - u) ) ^(1 / beta));
return x;
end
```