

UNDE ELASTICE

APLICAȚII

1. Lungimea de undă reprezintă:

- a) distanța parcursă de undă în unitatea de timp;
- b) distanța dintre două puncte pe direcția de propagare a undei pentru care funcția ψ are aceeași valoare;
- c) distanța parcursă de undă într-o perioadă;
- d) distanța minimă dintre suprafețele de egală fază;
- e) distanța minimă dintre două puncte pe direcția de propagare pentru care faza se modifică cu 2π ;
- f) $\lambda = u/\nu$, ν – frecvență

2. În cazul teoriei acusticii sunt adevărate următoarele afirmații:

- a) sunetele sunt unde care produc senzații auditive urechii umane și au frecvențe cuprinse între 16 și 20.000 Hz;
- b) undele cu frecvența sub 16 Hz se numesc ultrasunete;
- c) undele cu frecvența peste 20 kHz se numesc ultrasunete;
- d) undele cu frecvența sub 16 Hz se numesc infrasunete;
- e) nivelul intensității sonore se măsoară în decibeli;
- f) nivelul auditiv se măsoară în beli;

3. Unde longitudinale cu frecvența $\nu = 500 \text{ Hz}$ se transmit într-un mediu elastic al cărui modul de elasticitate este $E = 4,32 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ și care are densitatea $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$. Să se determine:

- i) viteza de propagare a undelor în mediul respectiv;
- ii) lungimea de undă;
- iii) distanța între două puncte ale mediului elastic între care diferența de fază este $\Delta\varphi = \pi$.

Rezolvare

i) $\nu = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s};$

$$ii) \lambda = \frac{v}{\nu} = 8\text{m};$$

$$iii) \Delta\varphi = k\Delta x; \Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\varphi = 4\text{m}.$$

4. O undă transversală se propagă printr-un cablu elastic cu viteza $v=15\text{m/s}$. Perioada vibrațiilor punctelor cablului este $T=1,2\text{s}$, iar amplitudinea $A=2\text{cm}$. Să se calculeze:

i) lungimea de undă;

ii) faza φ , elongația y , viteza și accelerația pentru un punct al cablului aflat la distanța $x=45\text{m}$ de sursa de oscilație la momentul $t=4\text{s}$;

iii) diferența de fază $\Delta\varphi$ a două puncte de pe cablu aflate la distanțele $x_1=20\text{m}$, respectiv $x_2=24,5\text{m}$ de sursa de unde.

Rezolvare

$$i) \lambda = vT = 18\text{m}$$

$$ii) \varphi = \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) = 1,67\pi$$

$$y = A \sin \varphi = -1,73\text{cm}; v = \omega A \cos \varphi = 5,2\text{cm/s}; a = -\omega^2 A \sin \varphi$$

$$iii) \Delta\varphi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{\pi}{2}$$

5. Dintr-o gară, la momentul $t_0 = 0$, pornește un tren în mișcare uniform accelerată. La momentele $t_1 = 2,4\text{ s}$ și $t_2 = 28,1\text{ s}$, sirena locomotivei emite câte un semnal de scurtă durată și de aceeași frecvență. În gară, sunetele sunt recepționate cu frecvențele $\nu_{1,R}$ (primul sunet) și $\nu_{2,R}$ (al doilea sunet). Raportul frecvențelor este $n = \nu_{1,R}/\nu_{2,R} = 28,2/27,1$. Temperatura aerului este $t = 27^\circ\text{C}$ iar presiunea atmosferică este $p = 1,013 \cdot 10^6\text{ N/m}^2$. Masa molară a aerului este $M = 29\text{ g/mol}$.

Determinați accelerația trenului.

Rezolvare:

$$\text{Viteza sunetului în aer este: } u = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}, \text{ densitatea aerului este: } \rho = \frac{p \cdot M}{RT}, \text{ deci } u = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}};$$

$$u = 347\text{ m/s}.$$

Se produce efectul Doppler. Receptorul se află în stație, în repaus, deci $v_R = 0$. La momentele $t_{1,2}$ viteza sursei (a trenului) este $v_{S,1} = at_1$, respectiv $v_{S,2} = at_2$ (a -accelerație). Pulsația sunetului recepționat este:

$$\omega_R = \omega_S \frac{u - v_R \cos \alpha}{u - v_S \cos \alpha} = \omega_S \frac{u}{u - v_S \cos \alpha}; \quad \omega_S = 2\pi\nu_S; \quad \omega_R = 2\pi\nu_R.$$

Ținând seama de orientarea vitezelor $\alpha = \pi$ (conform figurii 1), formula frecvenței sunetului recepționat:

$$v_R = v_S \frac{u}{u + v_S}; \quad v_{1,R} = v_S \frac{u}{u + v_{S,1}}, \quad v_{2,R} = v_S \frac{u}{u + v_{S,2}}.$$

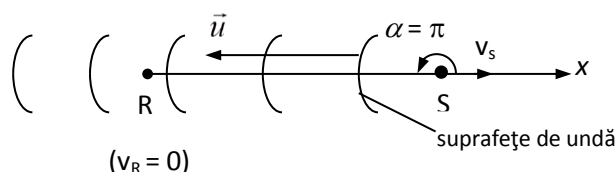


Figura 1. Orientarea vitezelor.

Raportul frecvențelor sunetelor recepționate, după înlocuiri conduce la formula:

$$n = \frac{u + at_2}{u + at_1}, \quad a = \frac{u(n-1)}{t_2 - nt_1}, \quad a = 0,66 \text{ m/s}^2.$$

6. Sunetul produs de o sursă punctiformă are nivelul auditiv $N_{a,2} = 30$ foni la distanța $d_2 = 30$ m față de sursă. Să se calculeze:

- 1) intensitatea acustică a sunetului la distanța d_2 ;
- 2) nivelul auditiv la distanța $d_1 = 16$ m față de sursă;
- 3) distanța maximă la care sunetul se mai aude.

Se cunoaște $I_{a,0} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ iar sunetul emis este cel normal, $\nu = 10^3 \text{ Hz}$.

Rezolvare:

1) Nivelul auditiv este: $N_{a,2} = 10 \lg I_{a,2}/I_{a,0}$, deci $N_{a,2}/10 = \lg I_{a,2}/I_{a,0}$, se obține

$$3 = \lg I_{a,2} + 12$$

$$I_{a,2} = 10^{-9} \text{ W/m}^2.$$

2) Sunetul fiind cel normal intensitățile sonoră și auditivă au aceeași valoare, $I_a = I_s$.

Pe de altă parte, intensitatea sonoră este egală cu raportul dintre puterea sursei și suprafața sferei de rază d pe care o străbate energia sonoră în unitatea de timp: $I_s = P/(4\pi d^2)$.

Pe sfera de rază d_2 nivelul auditiv este:

$$N_{a,2} = 10 \lg \frac{P}{4\pi d_2^2 \cdot I_{a,0}} = 10 \lg \frac{P}{4\pi I_{a,0}} - 20 \lg d_2;$$

adică:

$$10 \lg \frac{P}{4\pi I_{a,0}} = N_{a,2} + 20 \lg d_2.$$

Pe sfera de rază d_1 nivelul auditiv este:

$$N_{a,1} = 10 \lg \frac{I_{a,1}}{I_{a,0}} = 10 \lg \frac{P}{4\pi I_{a,0} d_1^2} = 10 \lg \frac{P}{4\pi I_{a,0}} - 20 \lg d_1.$$

Nivelul auditiv la distanța d_1 de la sursa sonoră:

$$N_{a,1} = N_{a,2} + 20 \lg \frac{d_2}{d_1}; \quad N_{a,1} = 36 \text{ foni}.$$

3) Sunetul se aude până la distanța x pentru care $N_a = 0$;
adică:

$$10 \lg \frac{P}{4\pi x^2 I_{a,0}} = 0 \text{ sau } 10 \lg \frac{P}{4\pi I_{a,0}} = 20 \lg x$$

$$20 \lg x = N_{a,2} + 20 \lg d_2 \text{ sau } N_{a,2} + 20 \lg \frac{d_2}{x} = 0.$$

Înlocuind cu datele problemei se obține:

$$\lg d_2/x = -1,6; \quad d_2/x = 10^{-1,6}; \quad x = 949 \text{ m.}$$

7. O sursă de unde plane oscilează după legea $y(t) = 2 \sin(750\pi t)$ (cm). Să se determine distanța x față de sursă la care elongația este $y = \sqrt{2}$ cm la momentul $t = 2 \cdot 10^{-2}$ s, viteza de propagare a undei fiind $u = 375$ m/s.

Rezolvare:

Ecuția unei plane va fi dată de relația:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx),$$

unde numărul de undă k este dat de relația:

$$k = \frac{\omega}{u} = 2\pi \text{ m}^{-1}.$$

Pentru cazul particular al problemei rezultă:

$$\sqrt{2} = 2 \sin(750\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2} - 2\pi x).$$

$$15 - 2x = \frac{1}{4}; \quad x = 7,37 \text{ m.}$$

Probleme propuse

1. 2. Pentru aer se cunosc: $p = 1 \text{ atm}$, $\gamma = 1,4$, $\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$. Viteza de propagare a sunetului prin compresii și dilatări rapide ale aerului este:

a) 330 dm/s; b) $1,97 \cdot 10^6$ dm/min; c) $1,18 \cdot 10^2$ km/h; d) 328 m/s;

e) $3 \cdot 10^8$ m/s; f) răspunsul a) este corect.

2. Într-o bară de oțel, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\rho = 7,89 \text{ g/cm}^3$, se propagă unde plane longitudinale cu frecvența $\nu = 700 \text{ Hz}$ și amplitudinea $A = 3,1 \text{ mm}$.

Determinați:

1) funcția de undă $\psi = \psi(x, t)$;

2) diferența de fază $\Delta\alpha$ pentru două puncte de pe direcția de propagare, distanța între ele fiind $\Delta x = 2,2$ m;

3) diferența de fază $\Delta\alpha'$ ce corespunde la două stări pentru mișcarea de vibrație a aceleiași particule, atinse la două momente între care intervalul de timp este $\Delta t = 8$ s.

3. Un automobil se deplasează într-o mișcare rectilinie uniformă cu viteza $v = 90 \text{ km/h}$. La un moment dat, claxonul automobilului emite un sunet de scurtă durată cu frecvența $\nu_s = 660 \text{ Hz}$. În fața și în spatele vehiculului se află câte un observator în repaus.

Calculați diferența între frecvențele sunetelor recepționate de cei doi observatori. ($u_{\text{aer}} = 340 \text{ m/s}$).

4. În timpul vorbirii nivelul mediu auditiv este $N_a = 40$ foni.

Să se afle:

1) Nivelul auditiv al pragului senzației dureroase în raport cu pragul de audibilitate;

2) Raportul $I/I_{a,0}$ care arată de câte ori vorbim mai tare decât este necesar pentru a ne auzi.

Se cunosc: $I_{a,0} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ și $I_{\text{max}} = 100 \text{ W/m}^2$.