Matematici speciale

(seminar 2 - S2)

28.02.2024

1. Numerele de maşină constau din înşiruiri de 5 caractere: primele sunt cifre (între 0 şi 9), urmate de 3 litere (între A şi Z). Dacă un număr este selectat aleator, care este probabilitatea să fi fost selectat cel al maşinii tale?

$$\Omega = \{ (c_1\, c_2\, l_1 l_2 l_3) : c_i \in \{0, 1, \dots, 9\}, l_i \in \{A, B, \dots, Z\} \}$$

$$|\Omega| = 10^2 \cdot 26^3$$

$$P = \frac{1}{100 \cdot 26^3}$$

2. Să se exprime fiecare din evenimentele următoare în funcţie de evenimentele A, B, C folosind operaţiile de complementare, reuniune şi intersecţie:

a) cel puţin unul din evenimentele A, B, C se produce;

b) cel mult unul din evenimentele A, B, C se produce;

c) niciunul din evenimentele A, B, C nu se produce;

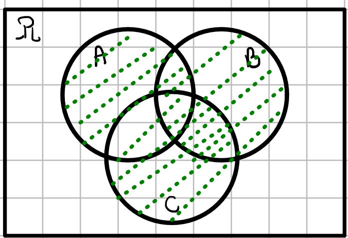
d) toate trei evenimentele A, B, C se produc;

e) exact unul din evenimentele A, B, C se produce;

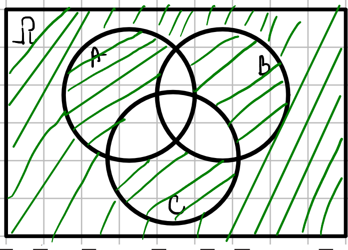
f) evenimentele A, B se produc, dar C nu se produce;

g) fie evenimentul A se produce sau dacă nu, atunci nici B nu se produce.

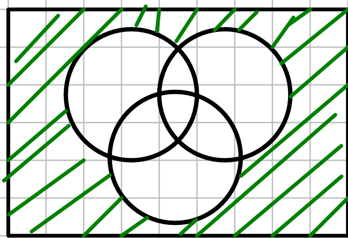
În fiecare caz să se vizualizeze diagrama Venn corespunzătoare.



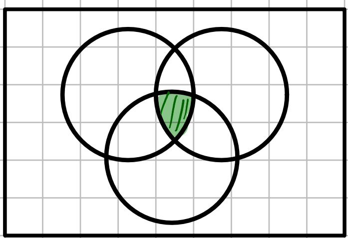
$A \cup B \cup C$



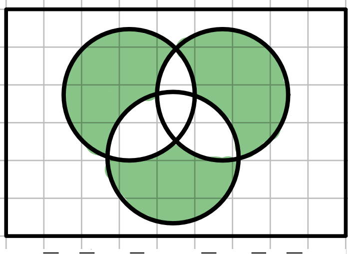
$(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$



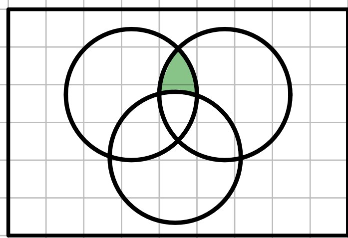
$\overline{A \cup B \cup C}$



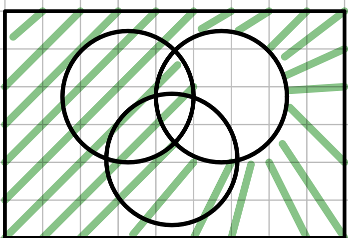
$A \cap B \cap C$



$(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$



$A \cap B \cap \overline{C}$



$A \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$

3. Un student dă un test grilă ce constă din 5 întrebări, fiecare având asociate câte 3 răspunsuri. Dacă studentul încercuieşte la întâmplare răspunsul la fiecare din cele 5 întrebări, să se determine:

a) probabilitatea de a da exact un răspuns corect;

b) probabilitatea de a da cel puţin un răspuns corect.

c) probabilitatea de a da niciun raspuns corect

d) probabilitatea de a da cel mult un raspuns corect.

3^5 raspunsuri posibile

a) $5 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 5 \cdot 2^4 = 5 \cdot 16 = 80$

$$P = \frac{80}{3^5}$$

b) $3^5 - 2^5 = 211$

$$P = \frac{211}{3^5}$$

c) 2^5 $\qquad P = \frac{2^5}{3^5}$

d) $\underset{1}{5 \cdot 2^4} + \underset{0}{2^5} \Rightarrow P = \frac{5 \cdot 2^4 + 2^5}{3^5}$

4. O reţea de calculatoare de comutaţie are calculatoarele dispuse în locaţiile de coordonate întregi (i, j) ale unui pătrat $[0, 8] \times [0, 8]$ (Fig.2.2). Orice pachet de informaţie ajunge în nodul $(0, 0)$ şi este transmis spre nodul $(8, 8)$ pe o rută prin noduri intermediare. Şi anume, fiecare calculator(router) transmite pachetul fie în sus, fie la dreapta sa. Fig.2.2 ilustrează o rută (cea colorată în rosu) conformă cu această regulă.

a) Să se calculeze probabilitatea ca router-ul din poziţia $(4, 3)$) să participe la transferul unui pachet din nodul $(0, 0)$ spre nodul $(8, 8)$.

b) Să se deducă apoi probabilitatea p_{ij} ca un nod arbitrar (i, j) să facă parte din ruta unui pachet prin reţea din $(0, 0)$ spre $(8, 8)$.

c) Implementaţi formula de calcul a probabilităţii p_{ij} dedusă la punctul b) şi apoi scrieţi codul pentru determinarea nodului (nodurilor) $(i, j) \neq (0, 0), (8, 8)$, în care trebuie plasat (plasate) calculatoare mai puternice, pentru că probabilitatea ca nodul (nodurile) respectiv(e) să facă parte dintr-o rută este maximă.

Rezolvare: Primul lucru ce trebuie stabilit: Ce este rezultatul unui experiment? Este o rută de la $(0, 0)$ la $(8, 8)$. Deci evenimentul sigur este mulţimea tuturor rutelor admise. Pentru a determina cardinalul său ţinem seama de precizările din problemă.

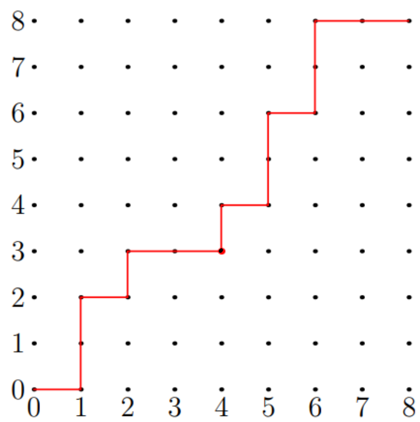


Fig.2.2: Dispunerea nodurilor reţelei şi o rută a unui pachet prin nodul $(4, 3)$.

d s s d s d d s d s s d s s d d

$C_{16}^{8} \rightarrow$ pt. „d"

7 : 4 d + 3 s $\rightarrow C_7^4 / C_7^3$

9 : 4 d + 5 s $\rightarrow C_9^4 / C_9^5$

$$P = \frac{C_7^4 \cdot C_9^4}{C_{16}^8}$$