

2.5. Circuite electrice liniare monofazate în regim sinusoidal

1. Scopul lucrării este studiul comportării unui circuit RLC serie, în regim sinusoidal monofazat.

2. Considerații teoretice

2.1. Rezistor ideal în curent alternativ

Un rezistor ideal este caracterizat doar prin rezistență electrică, având unitatea de măsură $[\Omega]$ – Ohm. Aplicând o tensiune sinusoidală la bornele unui rezistor R (figura 1a), de tipul:

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t) = U_m \sin(\omega t) \quad (1)$$

în care: u – este valoarea momentană sau instantanee, funcție de timp, a tensiunii aplicate

U – este valoarea efectivă a tensiunii, măsurabilă cu un voltmetru

ω – este pulsația tensiunii: $\omega = 2\pi f$, f fiind frecvența [Hz]

U_m – este valoarea maximă sau amplitudinea tensiunii,

prin rezistor va circula un curent electric a cărui intensitate este obținută din relația lui Ohm:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t) = I_m \sin(\omega t) \quad (2)$$

Comparând expresiile tensiunii și intensității curentului electric prin rezistor, se observă faptul că intensitatea curentului este în fază cu tensiunea la bornele acestuia. Deci, cele două mărimi cu variație sinusoidală trec în aceleași momente prin 0, prin valoarea maximă, respectiv prin valoarea minimă (figura 1b).

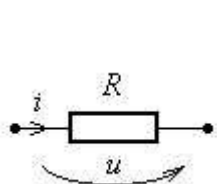


Fig.1a. Rezistor ideal

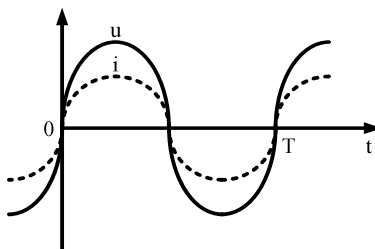


Fig.1b. Reprezentarea în timp a tensiunii și curentului pentru rezistorul ideal

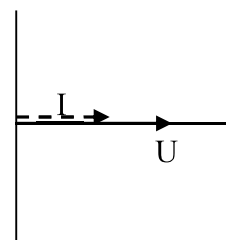


Fig.1c. Diagrama fazorială

Același lucru poate fi observat și din diagrama fazorială a tensiunii și curentului (figura 1c), diferența de fază între cele două mărimi fiind zero.

2.2. Bobină ideală în curent alternativ

O bobină ideală este caracterizată doar prin inductivitate (figura 2a), rezistența electrică a înfășurării fiind considerată neglijabilă. O bobină reală este caracterizată atât prin inductivitatea sa L (care este parametrul principal) cât și prin rezistența spirelor. Unitatea de măsură a inductivității este $[H]$ – Henry.

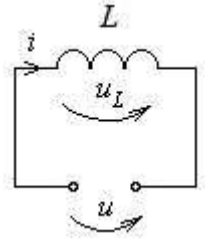


Fig. 2a. Bobina ideală

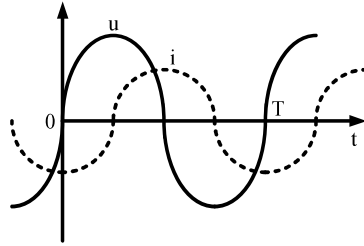


Fig. 2b. Reprezentarea în timp a tensiunii și curentului pentru bobina ideală

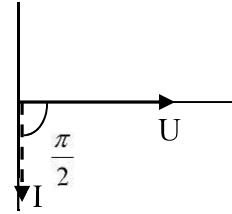


Fig. 2c. Diagrama fazorială

Tensiunea la bornele bobinei ideale (fără rezistență) este

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad \text{unde} \quad u_L = u = U_m \sin(\omega t). \quad (3)$$

Presupunând că și curentul are tot o variație sinusoidală ca și tensiunea, dar cu un oarecare defazaj φ față de aceasta: $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, atunci

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \cos(\omega t + \varphi). \quad (4)$$

Înlocuind pe (4) în (3) rezultă: $U_m \sin(\omega t) = L \omega I_m \cos(\omega t + \varphi)$ și
 $U_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = L \omega I_m \cos(\omega t + \varphi)$. Prin identificarea termenilor rezultă: $\frac{U_m}{I_m} = \omega L = X_L$ (numită reactanță inductivă), iar $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, expresia intensității curentului electric prin bobină devinind:

$$i = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (5)$$

Comparând expresiile tensiunii și intensității curentului electric prin bobină, se observă faptul că intensitatea curentului electric este defazată cu $\pi/2$ în urma tensiunii. În reprezentarea grafică (figura 2b), acest lucru se observă astfel: față de momentul inițial ($t=0$) al reprezentării, când tensiunea trece prin 0 în sens crescător, curentul trece prin zero, tot în sens crescător, cu o întârziere de un sfert de perioadă ($T = 2\pi$, deci $T/4 = \pi/2$). Același lucru se observă și din diagrama fazorială (figura 2c), curentul fiind defazat cu $\pi/2$ în urma (în sens negativ) tensiunii.

2.3. Condensator ideal în curent alternativ

Un condensator ideal este caracterizat prin capacitate electrică (figura 3a), unitatea de măsură a acesteia fiind $[F]$ – Farad. Alimentând condensatorul în regim permanent sinusoidal, acesta se încarcă pe cele două armături cu sarcini electrice egale și de semne opuse, și se descarcă periodic, determinând un

curent electric prin circuitul exterior lui datorat deplasării sarcinilor electrice pentru încărcarea și descărcarea armăturilor.

Aplicând la bornele condensatorului o tensiune sinusoidală având expresia:

$$u_c = u = U_m \sin(\omega t), \quad (6)$$

curentul pentru încărcarea condensatorului (cu sensul din figura 3a) va avea expresia:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C \cdot u_c) = C \frac{du_c}{dt} \quad (7)$$

Se observă că la descărcarea condensatorului sarcina scade, deci și tensiunea pe condensator scade și atunci derivata tensiunii în raport cu timpul este negativă. Semnul curentului în acest caz devine negativ, fiind deci orientat invers față de sensul de pe figură (sens care corespunde încărcării condensatorului).

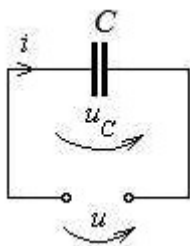


Fig.3a. Condensatorul ideal

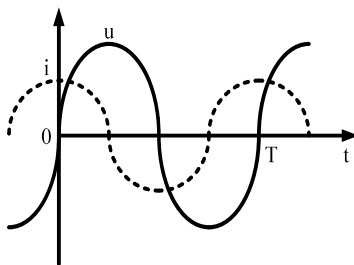


Fig.3b. Reprezentarea în timp a tensiunii și curentului pentru condensatorul ideal

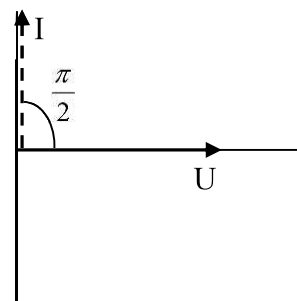


Fig.3c. Diagrama fazorială

Introducând expresia tensiunii (6) în (7) rezultă $i = C \frac{du_c}{dt} = C\omega U_m \cos(\omega t)$. De asemenea, știind că în regim sinusoidal curentul are în general expresia $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, rezultă $C\omega U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ de unde, prin identificarea termenilor, $\frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} = X_C$ (numită reactanță capacitivă), iar $\varphi = +\frac{\pi}{2}$. Astfel, curentul pentru încărcarea condensatorului în regim sinusoidal va avea expresia:

$$i = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (8)$$

Comparând expresiile (6) și (8) se observă faptul că intensitatea curentului electric pentru încărcarea condensatorului este defazată cu $\pi/2$ înaintea (în fața) tensiunii pe condensator. În reprezentarea grafică (figura 3b), acest lucru se observă astfel: față de momentul inițial ($t=0$) al reprezentării, când tensiunea pe condensator trece prin zero în sens crescător, curentul trece prin zero, tot în sens crescător, mai devreme cu un sfert de perioadă ($T = 2\pi$, deci $T/4 = \pi/2$). Deci, la momentul $t=0$, curentul trece prin maxim. Același lucru se observă și din diagrama fazorială (figura 3c), curentul fiind defazat cu $\pi/2$ în fața (în sens pozitiv) tensiunii pe condensator.

2.4. Circuit ideal RLC în curent alternativ

Se consideră circuitul din figura 4 în care rezistența, bobina și condensatorul sunt elemente ideale de circuit, conectate în serie.

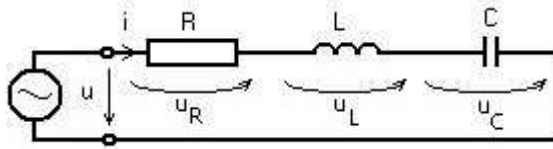


Fig.4. Circuitul ideal RLC serie

Dacă tensiunea aplicată la borne este sinusoidală, dar considerăm de data aceasta că tensiunea are și o anumită fază inițială α

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \alpha) \quad (9)$$

curentul care se stabilește prin circuit este tot sinusoidal

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \alpha - \varphi) . \quad (10)$$

Aplicând teorema a II-a a lui Kirchhoff se obține

$$u = u_R + u_L + u_C . \quad (11)$$

Pentru mărimile cu variație sinusoidală în timp, se folosește avantajos reprezentarea în complex

$$\underline{U} = U e^{j\alpha} , \underline{I} = I e^{j(\alpha - \varphi)} . \quad (12)$$

Astfel relația (11) devine

$$\underline{U} = R \underline{I} + j\omega L \underline{I} + \frac{1}{j\omega C} \underline{I} = \underline{Z} \underline{I} , \quad (13)$$

în care \underline{Z} este impedența complexă (corespunzătoare întregului circuit serie RLC)

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX . \quad (14)$$

Din relația (13) rezultă valoarea efectivă a curentului

$$I = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} . \quad (15)$$

unde $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} = Z$ este impedența circuitului, iar $X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ este reactanța circuitului (ambele se măsoară în Ω , „ohm”). X_L se numește reactanță inductivă iar X_C reactanță capacitivă.

Defazajul φ dintre tensiunea la bornele circuitului și curent se determină cu expresia:

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (16)$$

Circuitul RLC serie poate avea:

- *caracter inductiv* dacă $X_L > X_C$, curentul fiind defazat în urma tensiunii ($\varphi > 0$);
- *caracter capacitiv* dacă $X_C > X_L$, curentul fiind defazat înaintea tensiunii ($\varphi < 0$);
- *caracter rezistiv (la rezonanță)* dacă $X_L = X_C$, curentul este în fază cu tensiunea ($\varphi = 0$).

În figura 5a este reprezentată calitativ diagrama fazorială pentru cazul unui circuit cu caracter inductiv. ($U_L > U_C$, relație echivalentă cu $X_L > X_C$, pentru că se poate obține din relația între reactanțe prin înmulțire cu I , curentul prin circuitul serie, având aceeași valoare prin toate elementele circuitului). Similar este reprezentată diagrama fazorială pentru cazul circuitului cu caracter capacitiv $U_C > U_L$, (fig.5b), respectiv la rezonanță $U_L = U_C$ (fig.5c).

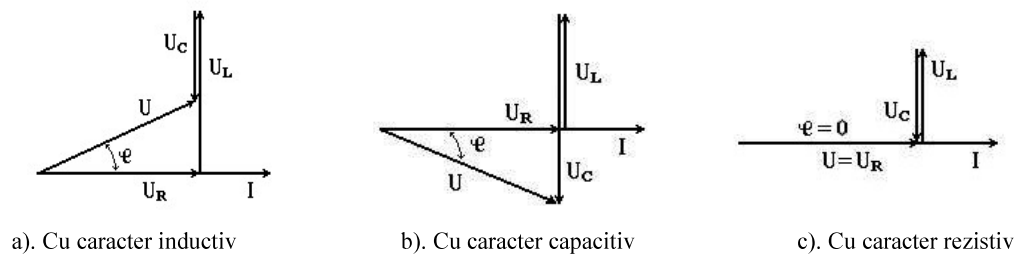


Fig.5 Diagrame fazoriale ale circuitelor

Puterea activă primită pe la borne de circuit are expresia

$$P = UI \cos \varphi, \quad (17)$$

unde φ este defazajul dintre tensiune și curent.

3. Partea experimentală

Se realizează montajul cu schema din figura 6, în care se cunosc: $U_{pp} = 10V$, $f = 1kHz$, $R = 220\Omega$, L, R_L o bobina cu miez de fier, cu $N = 1000$ spire, $C = 0.5\mu F$. Pentru măsurarea căderilor de tensiune din circuit se va folosi un multimetru digital setat pe domeniul de voltmetru în c.a., iar ca ampermetru se va folosi un MAVO-35 setat pe domeniul de 25 mA în c.a.

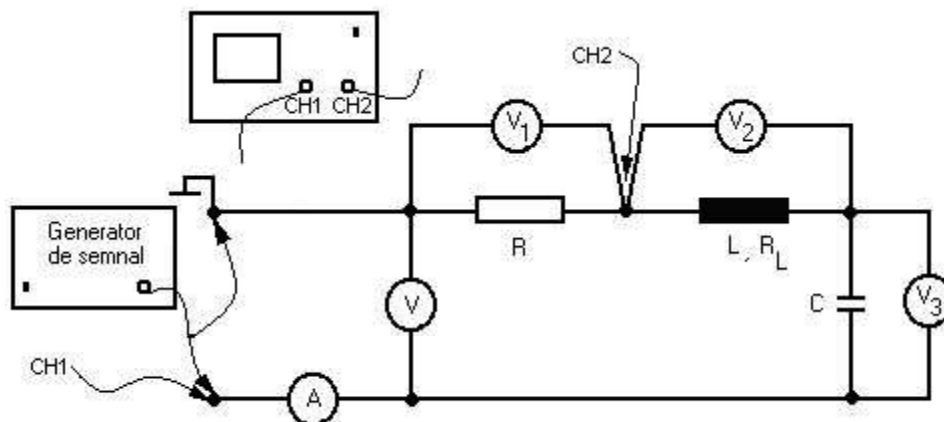


Fig.6. Schema electrică a circuitului RLC - serie

3.1. Cele trei caractere ale circuitului se pot obține în următoarele trei moduri:

- prin modificarea frecvenței tensiunii de la generatorul de semnal;
- prin modificarea capacității C a condensatorului;
- prin modificarea inductanței L a bobinei.

Din expresiile reactanțelor inductivă, respectiv capacitivă ($X_L = \omega L$, $X_C = \frac{1}{\omega C}$) se observă că este suficientă modificarea corespunzătoare a unui singur parametru din cei trei (f , C , sau L). Astfel, se adoptă varianta prin modificarea inductanței L a bobinei, prin modificarea poziției miezului feromagnetic, figurile 7.

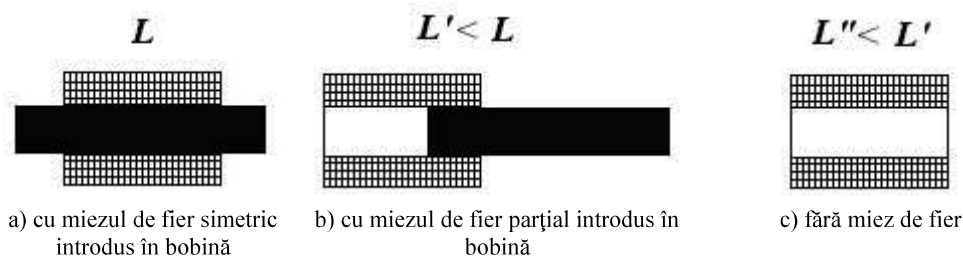


Fig.7 Bobina

Mentținând tensiunea de alimentare constantă se măsoară U , U_1 , U_2 , U_3 și I , pentru cele trei cazuri și se trec în *tabelul 1*;

Tabelul 1

Tipul circuitului	$U[V]$	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$U_3[V]$	$I[A]$	$P[W]$	$\phi[^\circ]$	
							1	2
Inductiv								
Rezistiv								
Capacitiv								

3.2. Se vizualizează pe osciloscop pentru cele 3 cazuri tensiunea la bornele circuitului și curentul prin circuit (tensiunea pe rezistor), și se desenează în referat. Se determină defazajul ϕ dintre aceste două mărimi astfel: cunoscând că unei perioade T (360°) îi corespunde un anumit număr de diviziuni (determinat de pe ecranul osciloscopului), se determină valoarea defazajului ϕ (în grade) dintre u și i pentru numărul de diviziuni corespunzător defazajului (figura 8):

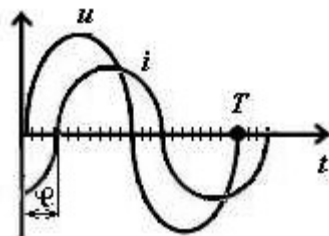


Fig.8. Determinarea defazajului dintre u și i

$$T[\text{div}] \dots 360^\circ \quad \text{Ex: } 20[\text{div}] \dots 360^\circ$$

$$\phi[\text{div}] \dots x^\circ \quad \quad 3[\text{div}] \dots x^\circ$$

$$x^\circ = \frac{\phi}{T} \cdot 360^\circ \quad \quad x = 54^\circ$$