DISTRIBUŢIA DUPĂ CRITERIUL VITEZĂ A ELECTRONILOR DE EMISIE

1.Scopul lucrării

În lucrarea de faţă se stabileşte distribuţia după criteriul viteză a electronilor ce părăsesc metalul prin emisie termoelectronică, folosind *metoda potenţialului de frânare* şi se determină temperatura gazului electronic şi viteza cea mai probabilă a acestora.

2. Teoria lucrării

Electronii liberi din metale, în absenţa unui câmp electric exterior, se mişcă haotic şi dezordonat, cu viteza medie de agitație termică la fel cum se mişcă atomii unui gaz într-un corp poros.

Iniţial, gazului electronic i s-a aplicat teoria cinetică a gazelor, cu *distribuţia după viteze dată de legea lui Maxwell*.

Pentru a afla numărul relativ de molecule $\frac{dN}{N}$ care au vitezele cuprinse în intervalul delimitat de valorile $(\vec{\mathrm{v}}, \vec{\mathrm{v}} + d\vec{\mathrm{v}})$, indiferent de coordonatele lor de poziţie este necesară cunoașterea funcţiei de *distribuţia Maxwell după modulul vectorului viteză* :

$$\rho_M(\mathrm{v}) = 4\pi\left(\frac{m\beta}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\beta\frac{m\mathrm{v}^2}{2}}\mathrm{v}^2 \tag{1}$$

unde $\beta = \frac{1}{k_B T}$, k_B este constanta lui Boltzmann, T este temperatura termodinamică la care se află gazul electronic.

$$\frac{dN}{N} = \rho_M(\mathrm{v})\, d\mathrm{v} = 4\pi\left(\frac{m\beta}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\beta\frac{m\mathrm{v}^2}{2}}\mathrm{v}^2 d\mathrm{v} \tag{2}$$

Valoarea medie a vitezei moleculelor, precum şi valoarea medie a pătratelor vitezelor (viteza pătratică medie) se obțin utilizând formule de calcul pentru valoarea medie statistică de tipul relației :

$$\langle \mathrm{v} \rangle = \int_0^\infty \mathrm{v}\frac{dN}{N} = \int_0^\infty \mathrm{v}\rho_M(\mathrm{v})d\mathrm{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi m\beta}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\mathrm{v}_p\,, \tag{3}$$

$$\langle \mathrm{v}^2 \rangle = \int_0^\infty \mathrm{v}^2\frac{dN}{N} = \int_0^\infty \mathrm{v}^2\rho_M(\mathrm{v})d\mathrm{v} = \frac{3}{m\beta} = \frac{3}{2}\mathrm{v}_p^2\,, \tag{4}$$

$$\mathrm{v}_p = \sqrt{\frac{2}{m\beta}} \tag{5}$$

reprezintă viteza cea mai probabilă corespunzătoare maximului curbei de distribuţie a moleculelor după modulul vitezei.

Viteza termică se defineşte ca rădăcina pătrată din viteza pătratică medie:

$$\mathrm{v}_T \equiv \sqrt{\langle \mathrm{v}^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3}{m\beta}} = \sqrt{\frac{3}{2}}\mathrm{v}_p\,, \tag{6}$$

iar energia cinetică medie a unei molecule este:

$$\langle E_c \rangle = \frac{m}{2}\langle \mathrm{v}^2 \rangle = \frac{3}{2}\frac{1}{\beta} = \frac{3}{2}k_B T\ . \tag{7}$$

Din punct de vedere al mecanicii cuantice, mişcarea electronilor liberi diferă de cea considerată în teoria clasică, prin faptul că energia electronilor poate avea numai o serie de valori discrete, adică este cuantificată.

Electronii se supun *statisticii Fermi – Dirac* şi satisfac cerinţele *principiului de excluziune al lui Pauli*:

Într-un sistem de fermioni nu pot exista doi electroni în aceeaşi stare cuantică.

Legea de distribuţie Fermi-Dirac se scrie sub forma:

$$f_{FD}(E_i) = \frac{1}{e^{\beta(E_i-\mu)}+1}\ . \tag{8}$$

Nivelul de energie $E_i = \mu = E_F$ are o importanţă deosebită şi se numeşte *nivel Fermi* (Fig. 1). El reprezintă ultimul nivel (cel mai înalt) ocupat de electroni la temperatura respectivă. În cazul de faţă este vorba despre temperatura de zero absolut, dar, în general, nivelul Fermi depinde de temperatură şi se defineşte în funcţie de aceasta.

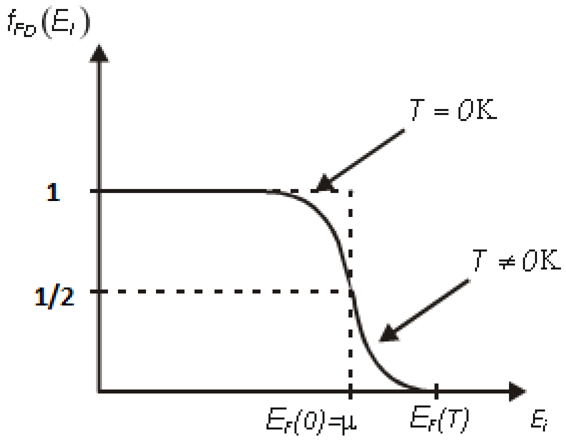

Fig. 1 Distribuţia Fermi-Dirac.

Probabilitatea de ocupare a unui nivel variază conform curbei pentru $T \neq 0$K din fig. 1, astfel că, din cei N electroni, un număr dN se vor afla în stări cu energia cuprinsă între E şi dE , conform relaţiei

$$\frac{dN}{N} = C \frac{\sqrt{E}}{1+e^{\beta(E-E_F)}} dE \tag{9}$$

unde C este o constantă ce depinde de volumul cristalului.

Datorită energiei suplimentare dobândite pe seama energiei termice odată cu creşterea temperaturii, un număr destul de mare de electroni liberi părăsesc nivelele din vecinătatea nivelului Fermi, trecând pe nivele superioare. Dacă energia cinetică a unor electroni devine mai mare decât lucrul mecanic de ieşire: $L = q \cdot V_e$, unde V_e este adâncimea gropii de potenţial iar q este sarcina elementară, aceşti electroni vor părăsi metalul.

La temperatura camerei, numai o parte neînsemnată a electronilor din metal au o energie cinetică suficientă, astfel încât să poată efectua lucrul mecanic de ieşire L, pentru a părăsi metalul. Dacă însă metalul (de exemplu, catodul unei diode cu vid) se aduce la o temperatură destul de înaltă, se produce o emisie puternică de electroni din metal (termoelectroni), fenomenul poartă numele de *emisie termoelectronică.*

Pe măsură ce temperatura metalului creşte, un număr tot mai mare de electroni este capabil să învingă bariera de potenţial V_e şi să ajungă la suprafaţa metalului.

La limita clasică (temperaturi, deci energii, mari) statistica cuantică Fermi-Dirac tinde către distribuţia clasică Maxwell-Boltzmann.

Considerăm că emisia termoelectronilor este izotropă, adică aceştia sunt emişi la fel în orice direcţie radială. Neglijând mişcarea electronilor de-a lungul axei electrozilor, atunci distribuţia după viteze a termoelectronilor poate fi considerată ca o *distribuţie Maxwell*.

Probabilitatea elementară de a găsi un termoelectron cu viteza cuprinsă în intervalul *(*v, v+dv*)* este dată de legea de distribuţie a lui Maxwell după modulul vitezei (2).

Pentru a evidenţia această distribuţie se caută unele mărimi macroscopice măsurabile, care să fie proporţionale cu *N*, respectiv cu v.

3. Dispozitivul experimental

Suprafaţa metalică emiţătoare de electroni este catodul unei diode cu electrozi cilindrici, a cărui montaj experimental este prezentat în figura 2. Circuitul de încălzire al catodului asigură trei temperaturi de lucru în funcţie de poziţia scurtcircuitoarelor C_1 şi C_2. Sursa de tensiune anodică alimentează circuitul anodic prin potenţiometrul *P*.

Tensiunea şi curentul anodic pot fi măsurate cu voltmetrul *V* şi miliampermetrul ***A***. Dacă tensiunea anodică este nulă, se constată un curent I_0 în circuitul anodic, curent care se datorează electronilor ce părăsesc metalul cu energii cinetice suficient de mari.

Aplicând o *tensiune de frânare* crescătoare, vom constata micşorarea corespunzătoare a curentului anodic. Această scădere a curentului anodic se datorează frânării termoelectronilor de către câmpul electric. Un câmp de frânare creat de tensiunea U_f va opri toţi electronii care au viteza v dată de:

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{2} \leq qU_f . \tag{10}$$

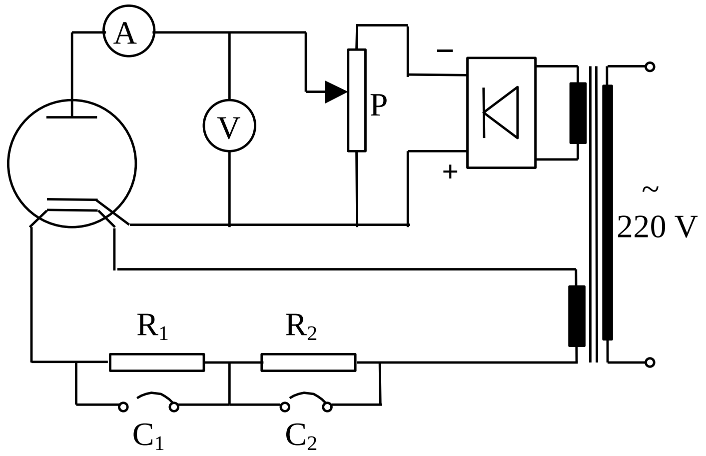

Fig.2 Schema electrică a montajului experimental.

Relaţia (9) arată că viteza unui termoelectron este proporţională cu $\sqrt{U_f}$. Pe această observaţie se bazează alegerea mărimii macroscopice măsurabile, care să fie proporţionale cu v chiar tensiunea de frânare U_f în stabilirea distribuției termoelectronilor după criteriul viteză.

Intensitatea curentului anodic se definește prin:

$$I_A = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{N \cdot q}{\Delta t}, \tag{11}$$

astfel, există proporționalitate între intensitatea curentului anodic și numărul termoelectronilor emiși N.

Relațiile (10) și (11) ne conduc la ideea că distribuţia dată de relația (9)

$$\frac{dN}{N} = f(\mathrm{v})d\mathrm{v}, \tag{12}$$

este echivalentă cu distribuţia:

$$\frac{dI_A}{I_t} = f(\sqrt{U})d(\sqrt{U}), \tag{13}$$

unde I_t reprezintă intensitatea curentului care ar fi fost produs de toţi electronii dacă viteza lor ar fi în intervalul (0, +∞).

4. Modul de lucru

1. Se aplică cu ajutorul potenţiometrului P tensiuni de frânare între catod şi anod, înregistrându-se valorile I_A şi U_f în tabelul nr.1.

2. Se reprezintă grafic $I_A = f(\sqrt{U_f})$

3. Deoarecen I_A este proporţional cu numărul de electroni ce străbat circuitul în unitatea de timp, iar $\sqrt{U_f}$ este o mărime proporţională cu o anumită viteză a termoelectronilor, se va împărţi axa vitezelor $\left(\sqrt{U_f}\right)$ pe graficul obţinut în intervale egale $\Delta\left(\sqrt{U_f}\right)$ şi se vor nota variaţiile corespunzătoare ΔI_A în tabelul nr.1.

Tabel 1.

Nr. măsurători	T	U_f (V)	$\sqrt{U_f}$ ($V^{1/2}$)	I_A (div)	ΔI_A (div)
1.					
2.					

5.Prelucrarea datelor experimentale

1. Se reprezintă grafic valorile ΔI_A în funcţie de $\sqrt{U_f}$. Graficul obţinut reprezintă chiar graficul funcţiei de distribuţie Maxwell.

2. Din grafic se determină valoarea U_M corespunzătoare maximului: $U_M = \frac{kT}{q}$.
3. Înlocuind valorilecorespunzătoare sarcinii elementare: e, masei electronului m și a constantei lui Boltzmann k, se calculează temperatura T a filamentului și se notează în tabelul 1.
4. Viteza cea mai probabilă v_p se obţine ţinând seama de (5).

6. Întrebări

1. Care este expresia funcției de distribuţie Maxwell după modulul vitezei?
2. Care este relația dintre viteza medie, viteza termică și viteza cea mai probabilă?
3. Ce reprezintă nivelul Fermi ?
4. Care este deosebirea dintre efectul fotoelectric şi emisia termoelectronică ?
5. Cărei legi de distribuţie i se supun electronii liberi din metal? Dar termoelectronii emişi din metal?
6. De ce este nevoie să trecem de la perechea de variabile (v, N) la perechea de variabile ($\sqrt{U_f}$, I_A) ?
7. Verificaţi relaţia corespunzătoare maximului $U_M = \frac{kT}{q}$. din punct de vedere dimensional.

7. Bibliografie

Damian I., Popov D., Fizică - teme experimentale -, Ed. Politehnica,Timişoara, 2002.