

Aplicatie 1

CURS 1

Câți ani are un om care a trăit un miliard de secunde?

$$t = 1.000.000.000 \text{ s}$$

$$1.000.000.000 \text{ s} = x \text{ min}$$

$$60 \text{ s} \dots 1 \text{ min}$$

$$x = \frac{1.000.000.000 \text{ s} \cdot 1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 16.666.666,67 \text{ min}$$

$$16.666.666,67 \text{ min} \dots y \text{ h}$$

$$60 \text{ min} \dots 1 \text{ h}$$

$$y = \frac{16.666.666,67 \text{ min} \cdot 1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 277.777,778 \text{ h}$$

$$277.777,778 \text{ h} \dots z \text{ zile}$$

$$24 \text{ h} \dots 1 \text{ zile}$$

$$z = \frac{277.777,778 \text{ h} \cdot 1 \text{ zile}}{24 \text{ h}} = 11574,07407 \text{ zile}$$

$$11574,07407 \text{ zile} \dots w \text{ ani}$$

$$365 \text{ zile} \dots 1 \text{ ani}$$

$$w = \frac{11574,07407 \text{ zile} \cdot 1 \text{ ani}}{365 \text{ zile}} = 31,70979198 \text{ ani}$$

Răspuns: Omul are 31 ani impliniți.

Exercițiul 2

Studiu individual

- demonstrarea comutativității adunării vectorilor

Fie \vec{a}, \vec{b} vectori; $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$; $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$
 $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$; $b_1, b_2 \in \mathbb{R}$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1\vec{i} + a_2\vec{j}) + (b_1\vec{i} + b_2\vec{j}) =$$

$$\underline{\underline{+ - asoc.}} \quad a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + b_1\vec{i} + b_2\vec{j} =$$

$$\underline{\underline{+ - asoc.}} = a_1\vec{i} + (a_2\vec{j} + b_1\vec{i}) + b_2\vec{j} =$$

$$\underline{\underline{+ - com}} = (a_1\vec{i} + b_2\vec{j}) + (b_1\vec{i} + a_2\vec{j}) =$$

$$\underline{\underline{+ - asoc.}} = a_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_1\vec{i} + a_2\vec{j} =$$

$$\underline{\underline{+ - asoc.}} = a_1\vec{i} + (b_2\vec{j} + b_1\vec{i}) + a_2\vec{j} =$$

$$\underline{\underline{+ - com}} = (b_1\vec{i} + b_2\vec{j}) + (a_1\vec{i} + a_2\vec{j}) =$$

$$= \vec{b} + \vec{a}, \quad \forall a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$$

* + - asoc = adunarea este asociativă

+ - com = adunarea este comutativă

• demonstrarea asociativității adunării vectorilor.

Fie $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vectori. ~~$\vec{a} = a_1\vec{i}$~~

$$\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}, \quad a_1, a_2 \in \mathbb{R}$$

$$\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}, \quad b_1, b_2 \in \mathbb{R}$$

$$\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = [(a_1\vec{i} + a_2\vec{j}) + (b_1\vec{i} + b_2\vec{j})] + c_1\vec{i} + c_2\vec{j} =$$

$$\stackrel{+ \text{ asoc.}}{=} (a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + b_1\vec{i} + b_2\vec{j}) + c_1\vec{i} + c_2\vec{j} =$$

$$\stackrel{+ \text{ asoc.}}{=} a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + c_1\vec{i} + c_2\vec{j} =$$

$$\stackrel{+ \text{ asoc.}}{=} (a_1\vec{i} + a_2\vec{j}) + b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + c_1\vec{i} + c_2\vec{j} =$$

$$\stackrel{+ \text{ asoc.}}{=} (a_1\vec{i} + a_2\vec{j}) + (b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + c_1\vec{i} + c_2\vec{j}) =$$
$$= \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

Exercitiul 3

Studiu individual

$$\vec{d}_1 = (4\text{ m})\vec{i} + (5\text{ m})\vec{j}$$

$$\vec{d}_2 = (-3\text{ m})\vec{i} + (4\text{ m})\vec{j}$$

~~$$\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = -12$$~~

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 &= 4\text{ m} \cdot (-3\text{ m}) + 5\text{ m} \cdot 4\text{ m} = \\ &= -12\text{ m} + 20\text{ m} = 8\text{ m}\end{aligned}$$

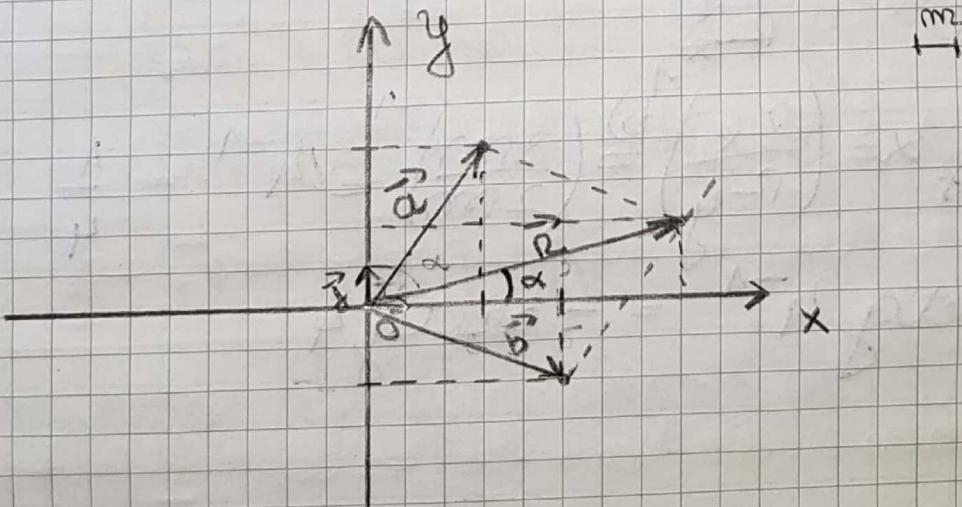
Exercitiul 4

Studiu individual

$$\vec{a} = (3\text{ m})\vec{i} + (4\text{ m})\vec{j}$$

$$\vec{b} = (5\text{ m})\vec{i} + (-2\text{ m})\vec{j}$$

a) să se reprezinte vectorii într-un sistem de coordonate cartezian



b) să se scrie vectorul rezultat în funcție de vectorii unitate

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} = (3m)\vec{e}_x + (4m)\vec{e}_y + (5m)\vec{e}_x + (-2m)\vec{e}_y = (8m)\vec{e}_x + (2m)\vec{e}_y$$

c) modulul vectorului rezultat

$$|\vec{r}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(8m)^2 + (2m)^2} = \sqrt{64m^2 + 4m^2} = \sqrt{68m^2} = 17\sqrt{2} \cdot m$$

d) unghiul format de vectorul rezultat cu sensul pozitiv al axei Ox

Fie α - unghiul format de \vec{r} cu sensul pozitiv al axei Ox.

Cu ajutorul deseneului de la a) \Rightarrow

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x}$$

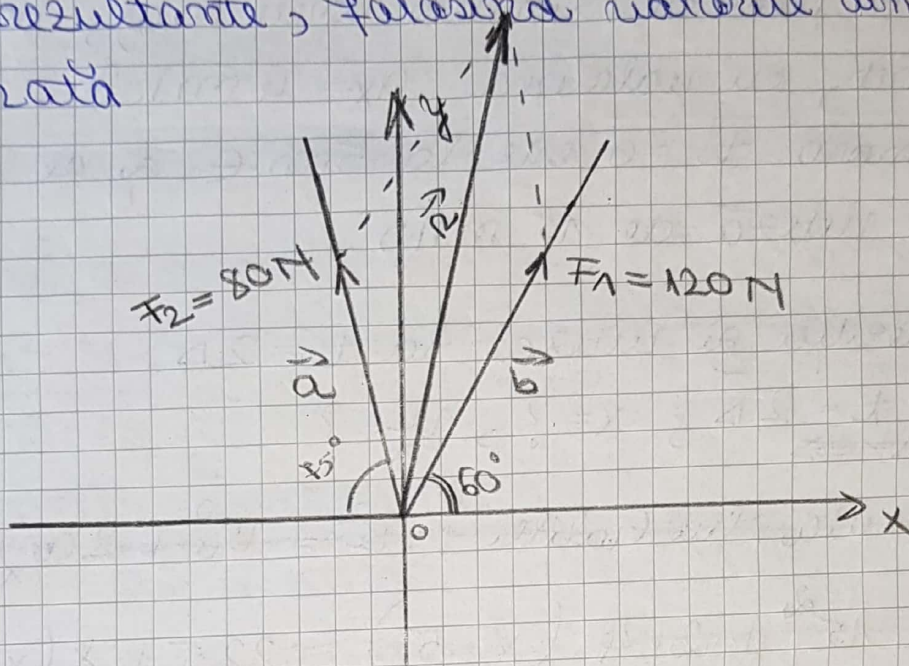
$$\Rightarrow \tan \alpha = \left(\frac{R_x}{R_y} \right)^{-1} = \left(\frac{8m}{2m} \right)^{-1} = 4^{-1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctg 4^{-1} = -\arctg 4$$

Exercitiul 5

Studiu individual

să se determine sensul, direcția și modulul
forței rezultante, folosind valorile din figura
alăturată



$$F_1 = 120\text{ N} ; \quad \alpha = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$
$$F_2 = 80\text{ N} ;$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha} =$$
$$= \sqrt{120^2 + 80^2 + 2 \cdot 120 \cdot 80 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} =$$
$$= \sqrt{14400 + 6400 + 9600 \cdot \sqrt{2}} =$$
$$= 185,41\text{ (N)}$$

~~Modulul lui $\vec{R} = 185,41\text{ N}$~~

~~$\tan \alpha = \tan 45^\circ = 1$~~