Distribuția de probabilitate a unei variabile aleatoare discrete X este

$X : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$

Să se calculeze $P(X \geq 0)$.

$P(X \geq 0) = 1 - P(X = -1) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Selectați răspunsul corect:

- a. $\frac{2}{5}$
- b. 1
- c. $\frac{1}{5}$
- d. $\frac{3}{5}$
- e. $\frac{4}{5}$

O funcție F are proprietatea că $F(1) = -1$. Poate să fie F funcția de repartiție a unei variabile aleatoare?

$\boxed{\geq 0 \quad \leq 1}$

Selectați răspunsul corect:

- a. Nu
- b. Doar dacă variabila aleatoare ia valoarea -1
- c. Doar dacă variabila aleatoare ia valoarea 1
- d. Doar dacă variabila aleatoare este discretă
- e. Doar dacă variabila aleatoare are media -1

Distribuția de probabilitate a vectorului aleator (X, Y) este:

		Y			
		-1	**0**	**1**	
X	**0**	0.4	0.1	0.1	0,6
	1	0.1	0.2	0.1	0,4
		0,5	0,3	0,2	

Să se calculeze $P(X = 0 | Y = 1)$. $= \frac{P(X=0 \cap Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{0,1}{0,2} = \frac{1}{2} = 0,5$

- a. 0.1
- b. 0
- c. 0.2
- d. 1
- e. 0.5

Un proiect consta din 2 module. Numarul erorilor in primul modul este o variabila aleatoare X, iar in cel de-al doilea modul o variabila Y. Distributia comuna de probabilitate a celor doua variabile, adica a vectorului aleator (X,Y), este:

		Y				
		0	1	2	3	
X	0	0.2	0.2	0.05	0.05	0,5
	1	0.2	0.1	0.1	0.1	0,5
		0,4	0,3	0,15	0,15	

$P(X=0, Y=1) = P(X=0) \cdot P(Y=1)$

$0,2 = 0,5 \cdot 0,3$ F $\Rightarrow$ dependente

Sa se studieze daca X si Y sunt variabile independente si sa se determine dispersia variabilei Z= (Y|X=0).

$B_Z = \{0, 1, 2, 3\} \Rightarrow B_{Z^2} = \{0, 1, 4, 9\}$

Selectați răspunsul corect:

- a. Nu, $\sigma^2(Z) = 89/100$
- b. Da, $\sigma^2(Z) = 1/10$
- c. Nu, $\sigma^2(Z) = 1/10$
- d. Nu, $\sigma^2(Z) = 17/10$

$P(Y=0 | X=0) = \frac{0,2}{0,5} = \frac{2}{5}$

$P(Y=1 | X=0) = \frac{2}{5}$

$P(Y=2 | X=0) = \frac{1}{10}$

$P(Y=3 | X=0) = \frac{1}{10}$

$\sigma^2(Z) = 0 \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{10} + \frac{9}{10} - \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{17}{10} - \frac{81}{100} = \frac{89}{100}$

Dacă $X \sim Bin(n = 10, p = 0.4)$, care este mulțimea valorilor variabilei aleatoare X?

Selectați răspunsul corect:

- a. $\{1, 2, \dots, 10\}$
- b. $\{0, 1\}$
- c. $\{0, 1, \dots, 10\}$
- d. $\{10\}$
- e. $\mathbb{N}$

Șterge alegerea mea

Dacă $X \sim Geom(p = 0.4)$, care este mulțimea valorilor variabilei aleatoare X?

Selectați răspunsul corect:

- a. $\{0, 1, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}^*$
- b. $\{0, 1\}$
- c. $\mathbb{N}^*$
- d. $\{1, 2, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}^*$
- e. $\mathbb{N}$

Șterge alegerea mea

Dacă $X \sim Poiss(\lambda = 2)$, care este mulțimea valorilor variabilei aleatoare X?

Selectați răspunsul corect:

- a. $\{0, 1, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}^*$
- b. $\mathbb{N}$
- c. $\{1, 2, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}^*$
- d. $\mathbb{N}^*$
- e. $\{0, 1, 2\}$

Șterge alegerea mea

Numarul mediu de cereri de acces la o baza de date intr-o perioada de 15 minute este de 10.

Sa se determine probabilitatea sa se inregistreze mai mult de o cerere in 3 minute.

$10 \ldots 15$
$x \quad\;\; 3$
$\Rightarrow x = \frac{10 \cdot 3}{15} = 2$ cereri / 3 min

Selectați răspunsul corect:

- a. $1 - 1/e$
- b. $1 - 2/e$
- c. $1 - e^{-2}$
- d. $1 - 1/e^3$

$X \sim Poiss(\lambda = 2)$

$P(X > 1) = 1 - P(X \le 1) = 1 - \frac{e^{-2} \cdot 2^0}{1} - \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1} =$

$= 1 - e^{-2} - 2e^{-2} = 1 - 3e^{-2}$

Densitatea de probabilitate a unei variabile aleatoare X este

$$f(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{daca } x \in [-1,1] \\ 0 & \text{altfel} \end{cases} \Rightarrow F_x = \begin{cases} 0 & , x < -1 \\ \frac{x+1}{1+1} & , x \in [-1,1) \\ 1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

Sa se determine functia de repartitie a variabilei aleatoare $Y = exp(X)$. $\rightarrow$

$$\frac{1}{x} \cdot e^{-\frac{x}{x}}$$

$$1 - e^{-\frac{x}{\theta}}$$

Selectați răspunsul corect:

a. $F_Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{daca } x \in (-\infty, -1/e) \\ (1+lnx)/2 & \text{daca} x \in [-1/e, e) \\ 1 & \text{daca } x \in [e, \infty) \end{cases}$.

b. $F_Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{daca } x \in (-\infty, 1/e) \\ (1+lnx)/2 & \text{daca} x \in [1/e, e) \\ 1 & \text{daca } x \in [e, \infty) \end{cases}$.

c. $F_Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{daca } x \in (-\infty, e) \\ (1+xlnx)/2 & \text{daca} x \in [e, 2e) \\ 1 & \text{daca } x \in [2e, \infty) \end{cases}$.

d. $F_Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{daca } x \in (-\infty, 1/e) \\ (1-lnx)/2 & \text{daca} x \in [1/e, e) \\ 1 & \text{daca } x \in [e, \infty) \end{cases}$.

$$F_Y(x) = P(exp(x) \leq x) = P(e^x \leq x) =$$

$$= P(x \leq \ln x) = F_x(\ln x) =$$

$$= \frac{\ln x + 1}{2} \quad \in [e^{-1}, e]$$

pt $x < -1 \Rightarrow y < \frac{1}{e}$

pt $x \in [-1,1) \Rightarrow y \in [\frac{1}{e}, e) \rightarrow F_Y(y) = F_X(\ln x) = \frac{\ln x + 1}{2}$

pt. $x \geq 1 \Rightarrow y \geq e$

$e^x = x \Rightarrow x = \ln x$

Daca variabila aleatoare X, ce da numarul de produceri ale unui eveniment intr-un interval de timp, are distributia Poisson de parametru λ, atunci variabila Y, ce masoara lungimea intervalelor de timp intre momentele de producere ale evenimentului, are distributia...

Selectați răspunsul corect:

a. $Pois(1/\lambda)$

b. $Exp(1/\lambda)$

c. $Exp(\lambda)$ ✖

d. $Pois(\lambda)$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este: $Exp(1/\lambda)$

Un sistem electronic conține 5 componente. Probabilitatea ca o componentă să cadă (să nu funcționeze) este 0.1, iar componentele cad independent una de alta.

Să se determine probabilitatea ca exact 2 componente să funcționeze.

$P(A) = 0,1$

$P(\bar{A}) = 0,9$ funct

$$\frac{\cancel{5!}}{2! \cdot \cancel{3!}} \quad 4 \cdot 5$$

Selectați răspunsul corect:

$X \sim Bin(5; 0,9)$

$P(X=2) = C_5^2 \cdot 0,9^2 \cdot 0,1^3 = 10 \cdot 0,81 \cdot 0,1^3 =$

a. 0.0729

b. 0.009

c. 0.09

d. 0.0081

Fie X o variabila aleatoare continua distribuita uniform pe intervalul (-5,5). Sa se determine media variabilei $Y = e^X$.

$+ \to \cos$

$- \to \sin$

$\frac{e^x \pm e^{-x}}{2}$

Selectați răspunsul corect:

$\int_{-5}^{5} \frac{1}{10} e^x dx = \frac{1}{10}(e^5 - e^{-5}) = \frac{sh(5)}{5}$

- a. sh(5)/5
- b. cos(5)/5
- c. sin(5)/5
- d. ch(5)/5

Fie $X = 2 - 0.5 \cdot Z$, unde Z~ N(0,1). Ce distributie de probabilitate are X? Sa se calculeze P=P(1<X< 2), daca $\Phi(0) = 0.5, \Phi(2) = 0.97$.

$m = 0, \sigma^2 = 1$

Selectați răspunsul corect:

- a. $X\ N(m = 0.5, \sigma^2 = 2), P = 0.7$
- b. $X\ N(m = 2, \sigma^2 = 0.25), P = 0.27$
- c. $X\ N(m = 2, \sigma^2 = 0.5), P = 0.47$
- d. $X\ N(m = 2, \sigma^2 = 0.25), P = 0.47$

$\frac{x - m}{\sigma} = z$

$x - m = z\sigma$

$x = m + z\sigma \Rightarrow m = 2 \quad \sigma = -0,5 \Rightarrow \sigma^2 = 0,25$

$X \sim N(m = 2, \sigma^2 = 0,25)$

$P(1 < x < 2) = P\left(\frac{1-2}{0,5} < z < \frac{2-2}{0,5}\right) = \phi(0) - \phi(-2) =$

$= 0,5 - 1 + 0,97 = 0,97 - 0,5 = 0,47$

Daca U este o variabila aleatoare uniform distribuita pe intervalul [0,1), atunci variabila $Y = -\ln(1 - U)$ este o variabila distribuita

Selectați răspunsul corect:

- a. $Y \sim \mathrm{N}(0, 1)$
- b. $Y \sim \mathrm{Exp}(-1)$
- c. $Y \sim \mathrm{Exp}(1)$
- d. $Y \sim \mathrm{Unif}(-1, 1)$
- e. $Y \sim \mathrm{Exp}(0)$

$-y = \ln(1-u)$

$e^{-y} = 1 - u$

$u = 1 - e^{-y} \Rightarrow Exp(1)$

Daca U este o variabila aleatoare uniform distribuita pe intervalul [0,1), atunci pentru a simula o variabila distribuita exponential de parametru θ vom simula variabila

Selectați răspunsul corect:

- a. $Y = \theta ln(1 - U)$ ✖
- b. $Y = -\theta ln(U)$
- c. $Y = ln(1 - U)$
- d. $Y = \theta ln(U)$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este: $Y = -\theta ln(U)$

Probabilitatea ca o variabila aleatoare uniform distribuite pe intervalul $[0,1)$ sa ia valori intr-un interval $[c,d) \subset [0,1)$ este egala cu

Selectați răspunsul corect:

- a. $\frac{1}{c-d}$
- b. $\frac{1}{d-c}$
- c. $c-d$
- d. $d-c$

Șterge alegerea mea

Valoarea cvantilei $z_{0.5}$ este:

Selectați răspunsul corect:

- a. $z_{0.5} = 0$
- b. $z_{0.5} = 1/2$
- c. $z_{0.5} = -1$
- d. $z_{0.5} = 1$

Șterge alegerea mea

Intre cvantilele $z_{0.05}$ si $z_{0.95}$ are loc relatia

Selectați răspunsul corect:

- a. $z_{0.05} + z_{0.95} = -1$
- b. $z_{0.05} + z_{0.95} = 0$
- c. $z_{0.05} = z_{0.95}$
- d. $z_{0.05} + z_{0.95} = 1$ ✖

$z_\alpha = -z_{1-\alpha}$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este: $z_{0.05} + z_{0.95} = 0$

Fie T durata de viață a unui tip de chip. Se știe că T este o variabilă aleatoare ce are densitatea de probabilitate

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3}, & \text{dacă } x \geq 1, \\ 0, & \text{altfel,} \end{cases}$$

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{x^3} dx = 1 \Leftrightarrow c \cdot \frac{x^{-2}}{-2} \Big|_1^{\infty} = 1 \quad \frac{c}{+2} = 1 \Rightarrow c = 2$

unde $c > 0$ este o constantă ce urmează a fi determinată.

Să se determine media variabilei aleatoare T, adică $M(T)$.

Selectați răspunsul corect:

- a. 0
- b. 2
- c. 3
- d. 1

$M(T) = \int_1^{\infty} x c\, x^{-3} dx = c \frac{x^{+}}{-1} dx = \frac{c}{-1} x^{-1} \Big|_1^{\infty} = -(-c) = 2$

Fie X o variabilă aleatoare distribuită exponențial de parametru $\theta = 2$.

$\rightarrow F_X = 1 - e^{-\frac{x}{2}}$

Să se determine dispersia variabilei $Y = -2X + 5$. $\rightarrow \quad X = \frac{Y-5}{-2}$

Selectați răspunsul corect:

- a. -8
- b. 16
- c. 13
- d. 21

$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(-2X + 5 \leq y) = P\left(X \leq \frac{y-5}{-2}\right) =$

$= F_X\left(\frac{y-5}{-2}\right) = 1 - e^{\frac{y-5}{4}}$

$\sigma^2(X) = 4$

$\sigma^2(-2X+5) = (-2)^2 \cdot \sigma^2(X) =$

$= 4 \cdot 4 = 16$

Proprietăți:

- $M(aX + b) = aM(X) + b, \forall a, b \in \mathbb{R}$
- $\sigma^2(aX + b) = a^2\sigma^2(X), \forall a, b \in \mathbb{R}$
- $\sigma^2(X) = M(X^2) - (M(X))^2$

Densitatea de probabilitate a unei variabile aleatoare continue X este $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [-1, 1), \\ 0, & x \notin [-1, 1). \end{cases}$$

Distribuția de probabilitate a variabilei X este

Selectați răspunsul corect:

- a. Unif[0,2)
- b. Exp(1/2)
- c. Unif[-1,1)
- d. Exp(2)

Șterge alegerea mea

Funcția de repartiție a unei variabile aleatoare X este

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 1 - e^{-\alpha x^\beta}, & x > 0, \end{cases} \longrightarrow \quad f \; \alpha \beta x^{\beta - 1} \; e^{-\alpha x^\beta}$$

$\theta = \alpha$

$M(x) = \theta$

unde $\alpha, \beta > 0$.

a).Să se determine media variabilei X.

b). Folosind teorema de inversare, să se simuleze o valoare a variabilei X.

c) Sa se determine distributia de probabilitate a variabilei $Y = (-\frac{1}{\alpha} ln(U))^{1/\beta}$.

a) $M(x) = \int_0^\infty x \underbrace{f_X(x)}_{F_X(x)'} dx = x \cdot (1 - e^{-\alpha x^\beta}) \Big|_0^\infty - (1 - e^{-\alpha x^\beta}) \Big|_0^\infty =$

$= (\infty - 0 - 0 +$

Functia de repartitie a unei variabile aleatoare X este

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^{\alpha}}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1, \end{cases}, \alpha > 0.$$

a)Sa se calculeze $P(X = 1)$, respectiv $P(X \leq 2)$.

b) Folosind teorema de inversare, să se simuleze o valoare a variabilei X.

c) Daca $Y = ln(X)$, sa se determine distributia variabilei Y.