Matematici speciale
(seminar 4 - S4)

13.03.2024

2. La un examen de tip grilă fiecare întrebare are 5 răspunsuri asociate dintre care unul singur este corect. Un student ştie răspunsul corect la 65% dintre întrebări. La cele la care nu ştie răspunsul încercuieşte unul la întâmplare.

a) Care este probabilitatea ca studentul să dea un răspuns greşit la o anumită întrebare?

b) Ştiind că acesta a răspuns corect la acea întrebare, care este probabilitatea ca răspunsul să fie obţinut prin ghicire?

H_1 - studentul ştie răspunsul corect $\quad P(H_1) = \frac{65}{100}$

H_2 - studentul nu ştie răspunsul corect $\quad P(H_2) = \frac{35}{100}$

a) A - studentul dă răspuns greşit

$$P(A) = P(H_1) \cdot \underbrace{P(A|H_1)}_{\to 0} + P(H_2) \cdot \underbrace{P(A|H_2)}_{\frac{4}{5}} = 0{,}35 \cdot \frac{4}{5} = 0{,}35 \cdot 0{,}8 = 0{,}28$$

b) $$P(H_2|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}|H_2) \cdot P(H_2)}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}35 \cdot (1-0{,}8)}{1-0{,}28} = 0{,}09$$

3. Un program are două module. Primul modul conţine erori cu probabilitatea de 0.2, iar al doilea, fiind mai complex, conţine erori cu probabilitatea de 0.4, independent de erorile din primul modul. Existenţa unei erori doar în primul modul face ca programul să eşueze cu o probabilitate de 0.5, în timp ce o eroare doar în al doilea modul conduce la blocajul programului cu o probabilitate de 0.8. Existenţa unei erori în ambele module produce blocarea programului cu o probabilitate de 0.9. Dacă programul a eşuat (A), care este probabilitatea ca eşecul să fi fost produs de erori din ambele module (o eroare în primul modul şi o eroare în al doilea modul)?

$P(E_1) = 0{,}2 \qquad P(H_3|A)$

$P(E_2) = 0{,}4$

A - a eşuat programul

$H_1 = E_1 \cap \bar{E}_2 \Rightarrow P(A|H_1) = 0{,}5$ eroare doar în I modul

$H_2 = \bar{E}_1 \cap E_2 \Rightarrow P(A|H_2) = 0{,}8$ eroare doar în al doilea modul

$H_3 = E_1 \cap E_2 \Rightarrow P(A|H_3) = 0{,}9$ erori în ambele module

$H_4 = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + P(H_3) \cdot P(A|H_3) + P(H_4) \cdot P(A|H_4) = 0{,}388$$

$P(H_1) = P(E_1) \cdot P(\bar{E}_2) = 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}12$

$P(H_2) = P(\bar{E}_1) \cdot P(E_2) = 0{,}8 \cdot 0{,}4 = 0{,}32$

$P(H_3) = P(E_1) \cdot P(E_2) = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$

$P(H_4) = P(\bar{E}_1) \cdot P(\bar{E}_2) = 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$

$$P(H_3|A) = \frac{P(H_3)\cdot P(A|H_3)}{P(A)} = \frac{0{,}08\cdot 0{,}9}{0{,}388} = 0{,}19$$