

## Seminar Nr. 2

### Șiruri numerice

1. Să se calculeze:

$$\sum_{k=1}^n k(k^2 + 1)$$

i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n k(k^2 + 1)}{2n^4 + 3}$ ; ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{\pi}{n}\right)^n$ ; iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \dots + \frac{1}{n^2}\right)$ ;

iv)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n!}{n^2}$  v)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{2^k(k+1)!}$ .

2. Să se arate că următoarele șiruri sunt fundamentale (șiruri Cauchy):

i)  $a_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ ;

ii)  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{\sin(kx)}{2^k}$ .

3. Folosind criteriul general de convergență al lui Cauchy să se arate că șirul

$$b_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$$

nu este convergent.