

Unde electromagnetice

1. Structura unei electromagnetice liniar polarizate care se propagă pe direcții paralele la axa Oz este:

- $E_z \neq 0, E_y = 0, E_x \neq 0; H_{x,y,z} \neq 0; \vec{K} = 0.$
- $E_x \neq 0; H_y \neq 0; \vec{K} = K \cdot \vec{k}; E_{y,z} = 0, H_{x,z} = 0.$
- $\vec{E} = \vec{j}E_y, \vec{H} = \vec{i}H_x, \vec{K} = \vec{k} \cdot K;$
- $E_z \neq 0, H_z \neq 0, K_z \neq 0; E_{x,y} = 0, H_{x,y} = 0, K_{x,y} = 0;$
- \vec{E} este diferit de zero pe toate direcțiile perpendiculare la direcția de propagare;
- \vec{H} este diferit de zero pe toate direcțiile perpendiculare la direcția de propagare.

2. În unda electromagnetică:

- componenta electrică a energiei este egală cu componenta magnetică a energiei;
- $w = \epsilon E^2;$ c) $w = \mu H^2;$ d) $w = \mu E^2;$ e) $w = \epsilon H^2;$ f) $I = |\vec{S}|.$

3. La distanță mare de antena de emisie, intensitatea câmpului electric este dată de legea:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = (2\vec{i} + E_{0y}\vec{j} + 0,3\vec{k}) \exp[\omega t - 0,12x + 0,18y]i$$

unde $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sunt versori iar $i = \sqrt{-1}.$

Să se determine:

- lungimea de undă λ și frecvența undei $\nu;$
- intensitatea câmpului magnetic;
- intensitatea undei.

Rezolvare:

Dependența $\vec{E}(\vec{r}, t)$ este de forma $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})}.$

- E_0 este amplitudinea câmpului electric
- k este numărul de undă
- ω este frecvența
- x este coordonata spațială
- t este timpul

$$\vec{E}_0 = 2\vec{i} + E_{0y}\vec{j} + 0,3\vec{k}$$

$$e^{i(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})} = e^{i(\omega t - 0,12x + 0,18y)}$$

$$\Rightarrow -\vec{K} \cdot \vec{r} = K_x x + K_y y + K_z z = -0,12x + 0,18y + 0 \cdot z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_x = 0,12 \\ K_y = -0,18 \\ K_z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2} = 0,216 \frac{1}{m}$$

a) λ - Lungime de unda

c - viteza luminii în vid = $3 \cdot 10^8$ m/s

$$\lambda = \frac{2\pi}{K} = 29,04 \text{ m}$$

ν - frecvența undei

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 1,03 \cdot 10^7 \frac{1}{s}$$

Lungimea de undă este distanța dintre două maxime consecutive ale câmpului electric.

Frecvența este numărul de oscilații complete ale câmpului electric pe secundă.

b)

H - Intensitatea câmpului magnetic

versorul direcției de propagare este : $\vec{\mu}_k = \frac{\vec{k}}{k}$

$$\Rightarrow \vec{\mu}_k = \frac{0,12}{0,216} \vec{\lambda} - \frac{0,18}{0,216} \vec{j}$$

$$\vec{E} \perp \vec{\mu}_k$$

$$\Rightarrow \vec{E}_0 \cdot \vec{\mu}_k = 0$$

4.

O antenă de mici dimensiuni emite unde electromagnetice monocromatice liniar polarizate care se propagă în sensul negativ al axei Ox (figura 1). Frecvența de emisie este $\nu = 620 \text{ MHz}$ iar amplitudinea câmpului electric este $E_0 = 620 \text{ mV/m}$.

Pentru punctele îndepărtate de antenă, să se calculeze intensitatea câmpului electric la distanța $x = -2 \text{ km}$.

În cazul punctelor îndepărtate de antenă, unda electromagnetică poate fi considerată o undă plană.

Care este expresia și valoarea vectorului de undă?

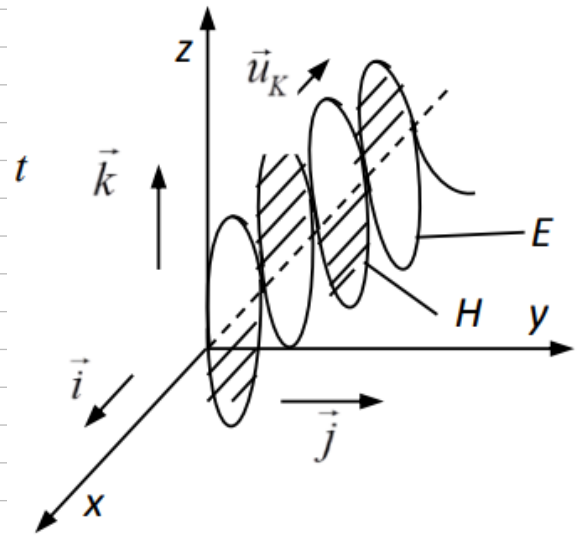
$$\vec{u}_k = -\vec{i}$$

$$\vec{k} = -\vec{i} k$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2\pi \nu}{c} = 12,88 \frac{1}{m}$$



1) Care este expresia câmpului electric și care este valoarea sa în punctul $x = -2 \text{ km}$?

$$\Rightarrow x = -2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$E = E_0 \cos(\omega t - Kx), \text{ unde: } x < 0;$$

$$\omega = 2\pi \nu = 3,8956 \cdot 10^9 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\tau = \frac{1}{\omega} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-8} \cdot 10^3 = 6,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$? \omega t = 25,94$$

5. O lamă cu fețele plan paralele are grosimea $l = 4 \text{ mm}$. Pe fața superioară indicele de refracție al lamei este $n_1 = 1,62$ iar pe fața inferioară este $n_2 = 1,31$. Între cele două fețe, prin lamă indicele de refracție variază cu distanța x , măsurată față de fața superioară, după legea $n = a \cdot e^{-bx}$.

Să se calculeze durata în care o undă electromagnetică străbate prin lamă la incidență normală. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

$$l = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad n = a \cdot e^{-bx}$$

c este viteza luminii în vid
 n este indicele de refracție al mediului

$$n = \frac{c}{v}$$

$$\text{pt } x=0 \Rightarrow n=a \quad n=n_1$$

$$n_1 = a = 1,62$$

$$\text{pt } x=l \Rightarrow n_l = n_2 = a \cdot e^{-bl}$$

$$\frac{n_2}{a} = e^{-bl}$$

$$\Rightarrow -bl = \ln \frac{n_2}{a}$$

$$b = -\frac{1}{l} \ln \frac{n_2}{a}$$

$$b = 53,09 \text{ m}^{-1}$$

- Durata în care unda străbate lama o determinăm astfel: perpendicular la direcția de propagare a luminii delimităm un strat de grosime dx și scriem $dt = \frac{dx}{v} = \frac{n}{c} dx$;

$$\Delta t = \int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{a}{c} \int_0^l e^{-bx} dx = -\frac{a}{bc} e^{-bx} \Big|_0^l = \frac{a}{bc} (1 - e^{-bl});$$

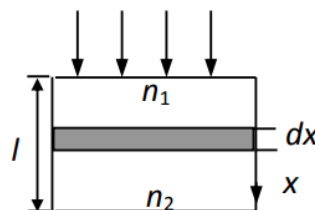


Figura 2 Lama cu fețe plan paralele.

$$\Delta t = 19,5 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

