UNDE ELASTICE

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$
$$y(x,t) = A \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

ECUAȚIILE UNDEI PLANE

$$\underbrace{v(x,t)} = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - kx)$$

VITEZA UNDEI PLANE

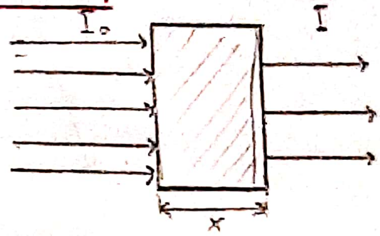
$$\lambda = u \cdot T = u \cdot \frac{2\pi}{\omega}$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{uT} = \frac{\omega}{u}$$

$$\underbrace{y(x,t)} = A_0 \cdot e^{-\frac{1}{2}\alpha x} \cdot \sin(\omega t - ky)$$

ECUAȚIA UNDEI ÎNTR-UN MEDIU DISIPATIV

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{1}{2}\alpha x}$$

$$\boxed{I = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot x}}$$ LEGEA LUI BEER



$$\underbrace{v(x,y)} = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = A_0 \cdot \omega \cdot e^{-\frac{1}{2}\alpha x} \cdot \cos(\omega t - ky)$$

VITEZA UNDEI ÎNTR-UN MEDIU DISIPATIV

Vitezele de propagare ale undelor elastice

$$u = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$
← tensiunea din coardă
← unde transversale în coarde elastice
← masa unității de lungime

$$u = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$
← modulul de compresibilitate al mediului
← unde longitudinale în fluide / gaze
← densitatea mediului

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$
← modulul de elasticitate al mediului
← unde longitudinale în solide
← densitatea mediului

Considerații energetice asupra propagării undelor

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p$$
$$\Delta E = \rho \cdot \Delta V \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx)$$
$$\Delta E_c = \tfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot \Delta V \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx)$$
$$\Delta E_p = \tfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot \Delta V \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx)$$

- egale
- funcții periodice de timp
- oscilează în fază

$$w = \frac{dE}{dV} = \rho \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx)$$ ← densitatea volumică de energie mecanică

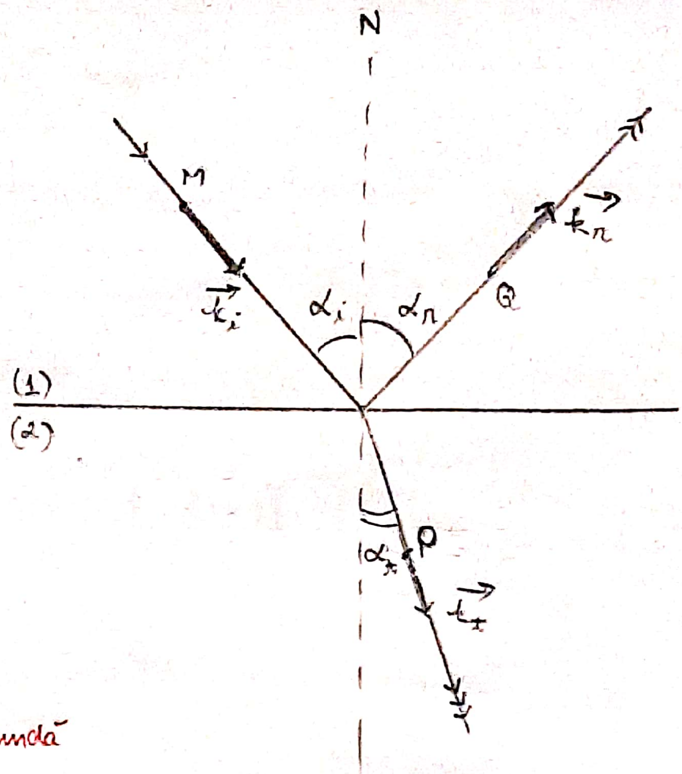
$$W_m = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T w\, dt = \frac{1}{2}\rho\, \omega^2 A^2$$ ← densitatea volumică medie de energie mecanică

$$\Phi = \frac{dE}{dt}$$ ← fluxul de energie

$$\vec{J} = \frac{d\Phi}{dS} = w \cdot \vec{u}$$ ← densitatea fluxului de energie

$$I = \langle \vec{J} \rangle = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot u$$
↑ intensitatea undei

REFLEXIA + REFRACȚIA



Legile reflexiei:

1) $\alpha_i = \alpha_r$

2) raza incidentă, normala & raza reflectată sunt în același plan

Legile refracției:

1) $\frac{\sin \alpha_i}{n_1} = \frac{\sin \alpha_t}{n_2}$ (Legea lui Snellius)

2) raza incidentă, normala & raza transmisă sunt în același plan

$y(\vec{r}, t) = A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ ← funcția de undă

$Z = \rho \cdot u$ ← impedanța mediului de propagare

Condiția de continuitate a fct-ilor de undă pe suprafața de separare:

$$y_i + y_r = y_t$$

$$A_i + A_r = A_t$$

$$A_r = A_i \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)$$

$$A_t = A_i \left(\frac{2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)$$

Condiția de conservare a energiei undei:

$$I_i = I_r + I_t \, , \quad I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot u$$

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{A_r}{A_i} \right)^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$ ← coeficientul de reflexie

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \left(\frac{A_t}{A} \right)^2 = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \left(\frac{2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2 = \frac{2 \cdot Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$ ← coeficientul de transmisie

$R + T = 1$ ← consecința legii conservării energiei elastice

UNDE STAȚIONARE : unda incidentă suprapusă cu cea reflectată

INTERFERENȚA = compunerea a 2 unde coerente / suprapunerea și compunerea undelor

I. $Z_2 < Z_1$ => unda reflectată în fază cu cea incidentă

$y_i = A \cdot \sin[\omega t - k(\ell - x)]$

$y_r = A \cdot \sin[\omega t - k(\ell + x)]$

$y = y_i + y_r = A \cdot \sin[\omega t - k(\ell - x)] + A \cdot \sin[\omega t - k(\ell + x)]$

$y = 2A \cos(kx) \cdot \sin(\omega t - k\ell)$

- Amplit. maximă : $2A \cdot \cos(k \cdot x) = \pm 2A \iff \cos(kx) = \pm 1 \iff kx = n\pi$

  $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = \pi n \Rightarrow x_v = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ ← maxime de ampl. în VENTRE ale undei

- Amplit. minimă : $2A \cdot \cos(kx) = 0 \iff \cos(kx) = 0 \iff kx = (n + \frac{1}{2})\pi$

  $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = (n + \frac{1}{2})\pi \Rightarrow x_n = (n + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{2}$ ← nu se produc perturbații în NODURI ale undei

II. $Z_2 > Z_1$ => unda reflectată în opoz. de fază cu cea incidentă

$y_i = A \cdot \sin[\omega t - k(\ell - x)]$

$y_r = -A \cdot \sin[\omega t - k(\ell + x)]$

$y = y_i + y_r = A \cdot \sin[\omega t - k(\ell - x)] - A \cdot \sin[\omega t - k(\ell + x)]$

$y = 2A \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t - k\ell)$

- Ampl. maximă : $2A \cdot \sin(kx) = \pm 2a \iff \sin(kx) = \pm 1 \iff kx = (n + \frac{1}{2})\pi$

  $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = (n + \frac{1}{2})\pi \Rightarrow x_v = (n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}$ ← maxime de ampl. în VENTRE ale undei

- Ampl. minimă : $2A \cdot \sin(kx) = 0 \iff \sin(kx) = 0 \iff kx = n\pi$

  $\frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \Rightarrow x_n = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ ← nu se produc perturbații în NODURI ale undei

---

$y_1 = A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$
$y_2 = A_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$
} 2 unde se întâlnesc

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cdot \cos \Delta\varphi$

$\Delta\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2)$

$A_{punct} = 2A \cdot \cos\left(\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}\right)$

I MAXIM DE INTERFERENȚĂ:

$r_2 - r_1 = 2n \cdot \frac{\lambda}{2}$

II MINIM DE INTERFERENȚĂ

$r_2 - r_1 = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$

ACUSTICA & UNDE SONORE

$331\ m/s$ = viteza sunetului în aer la $0°C$

$dS = k \cdot \frac{dI}{I}$ ← legea Weber - Fechner

$u = 331 \cdot \sqrt{1 + \frac{T_{°C}}{273}} = 331 + 0,6 \cdot T_{°C}$

↑ viteza de propagare a sunetului

$I_S = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \cdot \rho \cdot u = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2_{max}}{\rho \cdot u}$

↑ intensitatea sonoră

$I_{S_0} = 10^{-12}\ W/m^2$ ← prag de audibilitate

$I_{S_{max}} = 100\ W/m^2$ ← prag de durere

$N_S = \lg \frac{I_S}{I_{S_0}}$ ← nivel sonor

(I_S ← intens. sonoră a sunetului considerat; I_{S_0} ← intens. sonoră a sunetului de referință)

$N_S (dB) = 10 \lg \frac{I_S}{I_{S_0}}$

$N_a = 10 \lg \frac{I_a}{I_{a_0}}$ ← nivelul intensității auditive

• pt 2 unde cu intensitatea I_1, I_2:

$\begin{cases} S_1 = k \cdot \ln I_1 \\ S_2 = k \cdot \ln I_2 \end{cases}$

$\Delta S = S_2 - S_1 = k \cdot \ln \frac{I_2}{I_1}$

• N_S se măsoară în BELI (B)
(se folosește submultiplul d(B))

• N_a se măsoară în FONI (foni)

Efectul DOPPLER

CÂMPUL ELECTROMAGNETIC

Câmpul electric

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$ ← sarcina electrică elementară

$\vec{F_c} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$ ← legea lui Coulomb

$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$; $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$

ε_r ← permitivitatea dielectrică relativă a mediului

ε_0 ← permitivitatea dielectrică a vidului

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$

$\vec{E} = \frac{\vec{F_c}}{q}$ ← intensitatea câmpului electric

$\vec{E}_{rez} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i}$ ← principiul superpoziției

$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$ ← fluxul electric prin suprafața S

$$\underbrace{\Phi_{es} = \frac{q}{\varepsilon} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{\text{th. lui Gauss}} = \int_V div\, \vec{E} \cdot dV$$

$$\boxed{\rho = \frac{dq}{dV}}$$

$\int_V div\, \vec{E} \cdot dV = \int_V \nabla \vec{E} \cdot dV$

$\nabla \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon}$

$L_{AB} = \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon} \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$ ← lucrul mecanic

Q = sarcină electrică fixă

$V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r_A}$ ← potențialul electric în A

$U = V_A - V_B$ ← tensiunea electrică dintre 2 pct. A și B

$W = q(V_A - V_B) = q \cdot U$ ← energia electrostatică

$C = \frac{q}{U}$ ← capacitatea electrică a condensatorului

$Q = C \cdot V$ $\qquad$ $L = \frac{1}{2} C \cdot U^2$

Curentul electric

$I = \frac{q}{t}$ ← intensitatea curentului electric

$j = \frac{I}{S_n}$ ← densitatea de curent electric

$R = \frac{U}{I}$ ← rezistența electr. a conductorului

$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$, ρ = rezistivitatea mat. conductor

$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$, α = coeficientul de temp. al rezistivității

$I = \frac{E}{R + r}$ ← legea lui Ohm pt. circuit simplu

$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}$; $I = \frac{U}{R}$; $E = \frac{U}{l}$

$W = q \cdot U = U \cdot I \cdot t$ ← energia transferată consumatorului

$P = \frac{W}{t}$ ← puterea electrică

Câmpul magnetic

$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$

$\vec{H}$ ← intens. câmpului magnetic

μ ← permeabilitatea magnetică a mediului

$\vec{B}$ ← inducție magnetică

$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$

$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$

← forța Lorentz

l ← lungimea conductorului aflat în câmp magnetic

$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot \vec{v} \times \left(\frac{\vec{r}}{r}\right)}{r^2}$ ← câmpul magnetic

- c. magnetic al unui conductor liniar:

  $H = \frac{I}{2\pi r}$

- c. magnetic al unei spire circulare:

  $B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot \frac{I}{2r}$

- c. magnetic al unei bobine:

  $B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot \frac{N}{l}}{2r}$