Dacă U este un subspaţiu vectorial al lui V, atunci $dim\, U \leq dim\, V$.

Demonstraţie:
Vom demonstra şi vom folosi următoarea Lemă:

Dimensiunea unui spaţiu vectorial este egală cu numărul maxim de vectori liniar independenţi în acel spaţiu vectorial.

Dacă n este numărul maxim de vectori liniar independenţi într-un spaţiu vectorial V, iar $v_1, v_2, \ldots, v_n$ sunt n vectori liniar independenţi, atunci $v_1, v_2, \ldots, v_n$ este şi sistem de generatori, deci bază. Într-adevăr, dacă $v \in V$ este un vector oarecare din V, din maximalitatea alegerii lui n rezultă că vectorii $v_1, v_2, \ldots, v_n, v$ sunt liniar dependenţi (altminteri am avea $n+1$ vectori liniar independenţi în V).
Atunci există scalarii $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \alpha$, nu toţi nuli, astfel ca $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \ldots + \alpha_n v_n + \alpha v = \theta$. Dacă $\alpha = 0$ s-ar contrazice liniar independenţa lui $v_1, v_2, \ldots, v_n$. Aşadar, $\alpha \neq 0$ şi atunci $v = -\frac{\alpha_1}{\alpha} \cdot v_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha} \cdot v_2 - \ldots - \frac{\alpha_n}{\alpha} \cdot v_n$, adică vectorul arbitrar v este generat de $v_1, v_2, \ldots, v_n$.

Revenim la problema iniţială. Orice vectori care sunt liniar independenţi în U sunt liniar independenţi şi în V, deci numărul maxim de vectori liniar independenţi în U este cel mult egal cu numărul maxim de vectori liniar independenţi în V, adică $dim\, U \leq dim\, V$.