

**SEMINAR săptămâna 6:**  
**Subspații vectoriale, baze în subspații vectoriale**

## 0.1 SARCINI

- De citit din cartea scrisă cu dl. prof. Dăianu:
  - exercițiile rezolvate 8-13 (pag. 73-75)
  - de lucrat exercițiile: 11,17,18,20,23-31 (pag. 76-82)
- Rezolvați exercițiile propuse mai jos.
- În fine, rezolvați și încărcați pe CV exercițiul pe care îl aveți lăsat temă pe CV.

## 0.2 EXERCITII PROPUSE

1. Ce dimensiune are spațiul vectorial generat de vectorii  $v_1 = (1, 1)$  și  $v_2 = (3, 3)$ ?
2. Ce dimensiune are subspațiul vectorial generat de vectorii  $(1, 0, 2)$ ,  $(-2, 1, 2)$ ,  $(0, 1, 4)$  și  $(1, -1, -2)$ ?
3. Arătați că  $U = \{aX^2 - (a + b)X + b \mid a, b \in \mathbb{R}\}$  este un spațiu vectorial și determinați dimensiunea acestuia.
4. Arătați că  $\left\{ \begin{pmatrix} a+b & b+c \\ 0 & a-c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$  este un spațiu vectorial și determinați dimensiunea acestuia.
5. Arătați că  $U = \{(a - b, 0, b - a) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$  este un subspațiu vectorial al lui  $\mathbb{R}^3$  și determinați două baze în  $U$ , apoi scrieți matricele de trecere dintre ele.
6. Arătați că mulțimea  $M = \{(a + b, 0, c, a + b + c) \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$  este un subspațiu vectorial al lui  $\mathbb{R}^4$  și determinați  $\dim M$ .
7. Arătați că  $U_1 = \{aX^2 + bX + a \mid a, b \in \mathbb{R}\}$  și  $U_2 = \{aX^2 + a \mid a \in \mathbb{R}\}$  sunt subspații vectoriale ale lui  $\mathbb{R}_2[X]$ , determinați câte o bază în cele două subspații și stabiliți dacă  $U_2$  este subspațiu al lui  $U_1$ .
8. Arătați că  $\text{span}\{v_1, v_2, v_3\} = \text{span}\{v_1, v_2\}$  dacă și numai dacă  $v_3$  este combinație liniară a vectorilor  $v_1$  și  $v_2$ .
9. Dacă  $\text{span}\{v_1, v_2, v_3\} = \text{span}\{v_1, v_2, v_4\}$ , rezultă că  $v_3 = v_4$ ?
10. Arătați că reuniunea a două subspații este subspațiu dacă și numai dacă unul dintre subspații este inclus în celălalt.