PRELUCRAREA DATELOR EXPERIMENTALE

1.1 Introducere

Fizica împreună cu matematica, sunt științe fundamentale, baze științifice ale tehnicii Fără un bagaj de cunoștiințe de fizică suficient, un viitor inginer indiferent de specializarea tehnică aleasă, nu va avea siguranța și suplețea de gândire tehnică pentru a rezolva problemele care îi vor apărea în decursul practicării meseriei sale. Fizica este știință a naturii. Ca disciplină academică este considerată cea mai veche din istoria umanității, bazele sale fiind puse undeva pe vremea sumerienilor,în jurul anului 3000 î.H.

Se spune adesea că " știința de azi este tehnica de mâine". Tehnica de astăzi este însă rezultatul cunoștiințelor științifice câștigate de omenire în deceniile și secolele care au trecut.

Fizica prin natura sa este o știință experimentală, asta deoarece majoritatea legilor fizicii sunt determinate prin generalizarea faptelor experimentale. Corifeii matematizării fizicii din epoca Renașterii, plecând în mod deosebit de la Isaac Newton (1643-1727), au permis exprimarea legilor fizicii și sub forma unor relații cantitative. S-a reușit astfel și stabilirea unor corelări între faptele obținute experimental și determinarea unor noi legități în fizică. Pentru a găsi aceste legi este necesară o observare minuțioasă a fenomenelor în conformitate cu simțurile nostre. Dar aceste fenomene din natură se petrec de cele mai multe ori extrem de repede, nu se repetă în aceleași condiții și nu se reproduc identic. De aceea reproducerea pe cale artificială a fenomenului natural, adică experiența, a dobândit o deosebită importanță.

Pentru a compararea cât mai precisă a stărilor și a proceselor observate vom utiliza măsurarea. Prin compararea într-un mod cât mai precis a stărilor și proceselor observate, fizicianul poate să descopere acele date care au o repetabilitate și care pot alcătui un *pattern* -model. Aceste date vor duce spre finalul studiului la determinarea legii fizice căutate.

În mod clar, toate legile naturii sunt legate între ele, într-un fel sau altul. Fenomenele naturii formează ele însele un tot inseparabil. În momentul în care un grup de legi nu se poate încorpora cu certitudine în acest edificiu general, se dezvoltă o explicație provizorie prin emiterea unei ipoteze[*Fizica pentru tehnicieni*, H.Linder,Ed.Tehnică, București,1960]. Dacă însă în timp ipotezele nu sunt confirmate de realitate, acestea trebuie imediat părăsite, când ajung în contradicție cu faptele experimentale (vezi, cazul de perpetuum mobile).

1.2 Mărimi fizice. Unități de măsură. Etaloane de măsură

Mărimile fizice definesc anumite propietăți materiale ale lumii înconjurătoare, propietăți care pot fi măsurate. Fizica nu descrie numai calitativ fenomenele, ci mai ales posedă algoritmul prin care măsoară aceste propietăți. Spunem că fizica descrie cantitativ legile care descriu legătura dintre mărimi.

A măsura o mărime fizică presupune a o compara pe aceasta cu o altă mărime de aceeași natură. Această mărime o numim mărime *etalon*, sau mai pe înțelesul nostru, *unitate de măsură*.

Astfel, mărimi cum ar fi masa corpurilor sau lungimea corpurilor sunt mărimi care permit a fi direct măsurabile. Pentru alte mărimi fizice ca de exemplu: temperatura, energia corpurilor, sarcina electrică operația de măsurare se face în mod indirect, prin măsurarea unor mărimi corelate prin definiții, legi sau teoreme [*Fizica pentru tehnicieni*, vol.I, Ed.Tehnică,București 1983]. De exemplu, pentru a măsura lungimea unui segment de dreaptă notat cu AB (figura 1.1), vom utiliza un alt segment ab numit unitate de măsură. Măsurarea segmentului AB cu ajutorul segmentului ab, înseamnă a lua segmentul ab și a-l pune cap la cap de un n număr de ori, întreg sau fracționar începând dintr-un capăt al acestuia. Rezultatul îl exprimăm cantitativ sub forma ecuației de forma:

$$k = \frac{AB}{ab} \tag{1.1}$$

unde k este valoarea lungimii AB în raport cu unitatea de măsură ab.

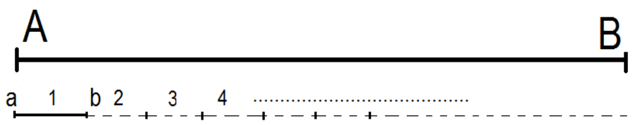

Fig. 1.1 Procedura de măsurare a unui segment AB cu unitatea de măsură aleasă segmentul *ab*.

În general, o mărime fizică X raportată la o unitate de măsură aleasă pentru ea și notată cu $[x]$ dă valoarea *x*. Astfel spunem că:

$$X = x[X] \tag{1.2}$$

Observație. Se înțelege că dacă unitatea de măsură se schimbă, se va modifica și valoarea lui *x*.

Deși pentru unele mărimi fizice, unitățile de măsură pot fi alese arbitrar, există totuși reguli riguroase care fac posibilă această alegere. Astfel unitățile de măsură alese trebuie să poată satisface cerințele impuse de practică și să poată fi utilizate în toate țările.

De aceea unele unități de măsură pentru lungime, ca de exemplu: *Piciorul* este folosit în mod normal ca o unitate de măsură oficială în SUA în plus, piciorul încă se foloseşte în mod normal în Marea Britanie. Piciorul se foloseşte de asemenea pe plan mondial pentru a măsura înălţimea (altitudinea) în aviaţie. Piciorul este o unitate de lungime utilizată în sistemele de unităţi de măsură britanice și americane, care reprezintă o treime dintr-un yard și este împărțită în doisprezece inch.

Ca referință comună avem de exemplu: poarta unui teren de fotbal este de opt picioare înălţime pe opt yarzi (24 picioare) lățime.În 1995, în Marea Britanie, piciorul împreună cu inch-ul, yard-ul și mila, au fost declarate oficial ca principalele unități de măsură pentru semnale de trafic principale și măsuri legate de distanță și viteză [(6) http://*www.metric-conversions.org/ro/lungime/convertor-de-picioare.htm*]. Avem apoi unități de măsură ca : degetul,cotul, prăjina pentru Țările Române ale secolelor XVIII și XIX utilizate încă pe scară mai mult sau mai mică, sau care au dispărut odată cu trecerea timpului și instituirea sistemului metric. Se impune astfel rezervarea unor mărimi *fundamentale* de care să ne folosim, și numai de ele, pentru stabilirea unităților de măsură ale tuturor celorlalte mărimi fizice, numite din acest motiv mărimi *derivate*.

Mărimile fundamentale se definesc prin procedeul de măsurare și prin unitatea de măsură. Unitățile de măsură adoptate pentru mărimile fizice fundamentale se numesc *unități de măsură fundamentale*, iar cele ale mărimilor derivate se numesc *unități de măsură derivate*. Această împărțire a mărimilor fizice a condus la stabilirea Sistemului Internațional de unități de măsură (SI) adoptat în 1960 de a 11-a conferință Generală de Măsuri și Greutăți. În țara noastră (SI) a fost adoptat în 30 august 1961 fiind singurul sistem de unități de măsură obligatoriu și legal. În Sistemul Internațional de unități de măsură se disting 3 tipuri de unități de măsură: *fundamentale, suplimentare* (vezi Tabelul.1) și *derivate* [(7)“Fizica”,Traian I.Crețu,Alexandru M.Preda,Corneliu Gh.Ghizdeanu , E.D.P. București,1982].

Tabelul 1.1 Unități de măsură fundamentale și suplimentare

Nr.crt.	*Mărimea fizică fundamentală*	Denumirea	Simbolul
1	Lungime	metru	m
2	Masa	Kilogram	Kg
3	Timp	Secundă	s
4	Intensitatea curentului electric	Amper	A
5	Temperatura	Kelvin	K
6	Cantitatea de substanță	Mol	mol
7	Intensitatea luminoasă	Candelă	Cd
Nr.crt.	*Mărimea fizică suplimentară*	Denumirea	Simbolul
1	Unghi plan	radian	rad
2	Unghi solid	steradian	sr

Etaloanele de măsură alese s-au definit astfel:

1. *Metrul* reprezintă a 10^7 parte din distanţa dintre Polul Nord şi Ecuator(1792); distanţa dintre două repere gravate în vecinătatea capetelor unei bare confecţionate dintr-un aliaj de platină şi iridiu (Biroul Internaţional de Măsuri şi Greutăţi) (1889); Metrul este egal cu distanţa parcursă de lumină în vid în timp de 1/299792458 dintr-o secundă. (1983)
2. *Secunda* este 9.192.631.770 Tcs, unde Tcs este perioada tranziţiei între nivelele hiperfine ale stării fundamentale a 133Cs.
3. *Kilogramul* este masa etalonului păstrat la Sèvres, 1kg este aproximativ egal cu masa unui dm3 apă pură la 4oC.
4. *Amperul* este intensitatea unui curent electric constant care menţinut în doi conductori paraleli, de lungimi infinite şi secţiuni neglijabile, aşezaţi în vid la 1m distanţă, determină apariţia între conductori a unei forţe de 2•10-7 N pe fiecare metru de lungime.
5. *Kelvinul* este unitate de temperatură termodinamică reprezentând 1/273,15 din temperatura termodinamică a punctului triplu al apei.
6. *Candela* este intensitatea luminoasă emisă manual pe suprafaţa de 1/600.000 m2 de un corp negru incandescent (Pt) în condiţii normale.
7. *Molul* este cantitatea de substanță a cărei masă exprimată în grame este egală cu masa atomică a acelei substanțe.

O clasificare a mărimilor fizice în mărimi fundamentale și mărimi derivate are o importanță practică deosebită, deoarece se reduc astfel în mod semnificativ numărul unităților de măsură pentru care trebuie să dispunem de etaloane corespunzătoare. Așa cum se observă, etaloane avem în acest moment pentru toate cele 7 mărimi fundamentale din tabelul1.1. Trebuie înțeles că numărul acestor mărimi nu sunt stabilite odată pentru totdeauna.

Pe plan mondial se desfășoară la nivelul organizațiilor metrologice din diferite țări, cercetări incluseîntr-o activitate laborioasă pentru perfecționarea etaloanelor în pas cu cerințele de dezvoltare ale științei și tehnii actuale. Nu este exclus ca cercetăriile din fizica corpului solid, din fizica nucleară din fizica particulelor să impună la un moment dat elaborarea și adoptarea și a altor unități fundamentale.

Primele etaloane au fost definite pentru lungimea corpurilor, etalon – metrul; pentru masa corpurilor, etalon - kilogramul și pentru timp, etalon – secunda. Aceste prime etaloane au fost adoptate în luna mai 1790 de Adunarea Națională franceză.

Metrul-etalon a fost definit, la origine, ca fiind a zecea milioana parte din sfertul meridianului pământesc (figura 2). S-a constatat ulterior ca lungimea sfertului de meridian al Pământului este de 10 002 300 metri. Totuși s-a păstrat nemodificată unitatea de măsură stabilită și din 20 mai 1875 metrul a fost adoptat prin convenție ca unitate internațională de măsură a lungimilor.

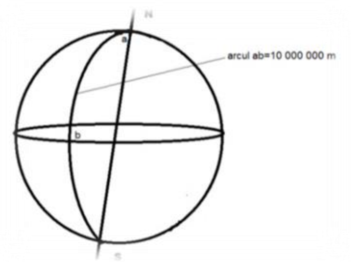

Fig.1.2 Sfertul din meridianul pământesc luat ca reper natural pentru definirea etalonului-metru.

Metrul-etalon a fost construit dintr-o bară (figura 3) alcătuită dintr-un aliaj de 90% platină și 10% iridiu care se păstrează la Sèvres lângă Paris. Din cele 31 de copii existente, România are atribuită încă din anul 1895 de la Convenția Generală de Măsuri și Greutăți, exemplarul cu numărul6c.
[(4)”Fizica pentru tehnicieni”H.Linder,Ed.Tehnică, București,1960].

Fig.1.3 Metrul-etalon realizat din aliaj de platină și iridiu. În imagine exemplarul B27atribuit SUA. [(9)https://commons.wikimedia.org/wiki/]

Etalonul de masă este definit prin masa prototipului internațional al kilogramului stabilit de asemenea în 1985 la Conferința Generală de Măsuri și Greutăți de la Paris. România are copia numărul 2 începând cu anul 1898. Prin definițe kilogramul este egal cu masa 1 dm^3 de apă pură la 4^{0}C.
Mijloacele prin care se determină masa unui corp sunt alese în funcție de ordinul de mărime al
maselor măsurate.
Astfel, unul dintre cele mai cunoscute mijloace de măsurare a masei este cel static prin cântărire. Cântărirea este o metodă de măsurare directă care se face cu ajutorul balanței.
Pentru alte corpuri prezentate în Tabelul 1. 2. [*Fizica pentru tehnicieni*”,vol.I, Ed.Tehnică, București 1983], cântărirea nu mai este o soluție tehnică viabilă. Determinarea masei se face teoretic, fie datorită faptului că masele de măsurat sunt prea mari (Sori, planete, sateliți), fie prea mici (particule atomice, molecule de substanță, organisme unicelulare).

Tabelul 1. 2. Masele unor corpuri din natură raportate la kilogramul-etalon și mijlocul de cântărire folosit.

Corpul	Masa (kg)	Mijloace folosite
Soarele	10^{30}	Teoretic
Pământul	10^{25}	Teoretic
Luna	10^{23}	Teoretic
Locomotiva	10^{5}	Cântărire
Autoturism	10^{3}	Cântărire
1 dm^3 apă pură la 4^{0}C	1	Cântărire
1 litru aer	10^{-3}	Cântărire
Timbrul poștal	10^{-5}	Cântărire
Bacterie	10^{-11}	Teoretic
Molecula de O_2	10^{-25}	Teoretic
Electronul	10^{-30}	Teoretic

Secunda este definită ca durata a 9 192 631 770 de perioade ale radiației ce corespunde tranziției dintre cele două niveluri hiperfine ale stării fundamentale ale atomului de ^{133}Cs în repaus la temperatura de 0 K.

Definiția secundei a fost inițial legată de perioada de rotație a Pământului în jurul propriei axe, prin împărțirea unei zile solare medii în 24 de ore, a fiecărei ore în 60 de minute, și a fiecărui minut în 60 de secunde. Acest mod de definire a fost suficient de precis pînă cînd au apărut ceasuri mai exacte care au dovedit că rotația Pămîntului nu are o perioadă constantă.
Denumirile inițiale pentru subdiviziunile orei erau în latina medievală "pars minuta prima" și "pars minuta secunda". Prin simplificarea acestor expresii s-a ajuns la minutul și respectiv secunda de astăzi.
Numărul 60 folosit în divizarea orei și a minutului este probabil moștenit de la sistemul de numerație în baza 60 folosit de babilonieni. Se bănuiește că ziua a fost împărțită pentru prima dată în 24 de părți de către vechii egipteni.
Secunda a fost, ca urmare, definită ca 1/86400 din zi (ziua solară medie).
Datorită neuniformității mișcării de rotație a Pământului, odată cu creșterea preciziei ceasurilor, a devenit necesară modificarea definiției secundei.
În 1967, în urma progresului efectuat în realizarea ceasurilor atomice, secunda a fost din nou redefinită ca durata a 9 192 631 770 de perioade ale radiației ce corespunde tranziției dintre cele două niveluri hiperfine ale stării fundamentale ale atomului de ^{133}Cs.

1.3 Calculul erorilor

În orice experiment fizic efectuat repetitiv într-un mediu controlat, în condiții de laborator, acuratețea măsurătorilor este influențată mai mult sau mai puțin de apariția erorilor de măsurare. Erorile apar datorită modului în care se „citesc”valorile pe aparatele de măsură, în special pe cele analogice, cât și din cauze externe. Erorile de măsură se clasifică în două mari categorii. Astfel avem erori repetitive și erori aleatoare. Erorile repetitive au ca și cauză frecventă etalonarea greșită a instrumentelor de măsură și dacă se analizează atent condițiile și tehnicile de măsurare ele, pot fi definitiv eliminate. Erorile aleatoare nu pot fi însă înlăturate complet. Aceste erori sunt influențate în mod aleator, având cauze diverse și sensuri diferite de la o măsurătoare la alta.

Pe lângă aceste tipuri de erori de „finețe”, în decursul unei măsurători mai pot apărea și erori grosolane. Acestea afectează semnificativ rezultatul acelei măsurători față de celelalte măsurători efectuate anterior. Apariția acestor erori ține îndeosebi de greșelile experimentatorului efectuate în acel moment corelate cu lipsa de experiență a acestuia și neatenția. În acest context este clar că pentru estimarea preciziei măsurătorilor efectuate, trebuie să ne concentrăm pe minimizarea efectelor ce pot apărea din cauza erorilor aleatoare.
Sunt prezentate mai jos principalele tipuri de erori aleatoare care trebuie identificate și calculate, pentru măsurătorile efectuate în cadrul experimentelor din laboratorul de fizică.
Considerăm că pentru a determina o mărime fizică oarecare notată cu X vom efectua un număr n de măsurători a căror valori le vom nota cu $x_1, x_2, ..., x_n$. ***Valoarea medie***

pe care o vom nota cu $\overline{x}$, a acestor măsurători, este dată de media aritmetică a tuturor acestor valori. Se poate scrie relația astfel:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n} x_i \tag{1.3}$$

Se consideră că valoarea medie a măsurătorilor se apropie cel mai mult de valoarea adevărată a mărimii reale.

Raportat la valoarea medie calculată cu (1.3) vom introduce ***eroarea absolută*** notată cu Δx_i care este mărimea dată de diferența dintre valoarea unei măsurători oarecare i raportată la valoarea sa medie. Astfel eroarea absolută se definește ca:

$$\Delta x_i = x_i - \overline{x} \tag{1.4}$$

Algebric, se observă că valorile erorilor absolute pot avea față de valoarea medie înregistrată a tuturor măsurătorilor efectuate, valori pozitive sa negative după caz. Sigur că în acest caz suma acestora devine nulă conform relației:

$$\sum_{i}^{n} \Delta x_i = 0 \tag{1.5}$$

Dacă se consideră o mărime fizică oarecare, de exemplu *viteza* unui cărucior care se deplasează pe un plan orizontal-tribometrul, pentru un număr de 6 măsurători efectuate peentru determinarea vitezei acestui cărucior se trec valorile în tabelul 1.3.

Tabelul 1.3. Valorile vitezei unui cărucior ce se deplasează pe plan orizontal în condiții de laborator.

Nr.crt.	Valoarea vitezei măsurate v (dm/s)
1	0,50
2	1,00
3	1,50
4	2,00
5	2,50
6	3,00

Se calculează valoarea medie $\overline{v}$ și eroarea absolută Δv_i .

Pentru calculul valorii medii se aplică formula (1.3) astfel:

$\overline{v} = \dfrac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6}{6}$ și obțin cu valorile măsurate în timpul experienței și trecute apoi în tabelul 1.3, valoarea:

$$\overline{v} = \frac{0,50 + 1,00 + 1,50 + 2,00 + 2,50 + 3,00}{6} = \frac{10,50}{6} = 1,75\frac{dm}{s}$$

Eroarea absolută se determină cu ajutorul formulei (1.4) :

$$\Delta v_1 = 0{,}5 - 1{,}75 = -1{,}25\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}}$$

$$\Delta v_2 = 1{,}00 - 1{,}75 = -\,0{,}75\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}}$$

$$\Delta v_3 = 1{,}50 - 1{,}75 = -\,0{,}25\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}}$$

$$\Delta v_4 = 2{,}00 - 1{,}75 = 0{,}25\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}}$$

$$\Delta v_5 = 2{,}50 - 1{,}75 = 0{,}75\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}}$$

$$\Delta v_6 = 3{,}00 - 1{,}75 = 1{,}25\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}}$$

Erorile absolute date de relația (1.4) și calculate cu exemplul numeric dat pentru viteza căruciorului din experimentul de laborator considerat, au valori pozitive (+) și respectiv negative(-) raportate la valoarea medie calculată cu relația. Se observă că suma erorilor absolute este zero conform relației (1.5).
De aceea pentru o referire strictă la valoarea erorii absolute, vom considera modulul acesteia notat $|\Delta x_i|$.

Vom introduce ***valoarea medie a modulului erorii absolute*** $|\Delta x_i|$ pe care o vom nota $\Delta\bar{x}$ de forma:

$$\Delta\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\Delta x_i|}{n} \tag{1.6}$$

Pentru exemplu numeric prezentat mai sus calculul valorii medii a erorii absolute dat de relația (1.6) va avea valoarea:

$$\Delta\bar{v} = \frac{1{,}25+0{,}75+0{,}25+0{,}25+0{,}75+1{,}25}{6} = 0{,}75\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}},$$

unde toate valorile erorilor absolute calculate pentru cele 6 măsurători au fost considerate in valoare efectivă din modul.

Eroarea relativă, notată de obicei cu ε_r , pentru o măsurătoare oarecare i, reprezintă raportul dintre valoarea erorii absolute Δx_i dată de relația (1.4) și valoarea unei măsurători i, dat în procente.

$$\varepsilon_{r_i} = \frac{\Delta x_i}{x_i}(\%) \qquad (1.7)$$

Exemplul numeric pentru eroarea relativă corespunzătoare celei de-a 5-a măsurători din tabelul 3, va avea valoarea:

$$\varepsilon_{r_5} = \frac{\Delta \mathrm{v}_5}{\mathrm{v}_5} = \frac{0{,}75}{2{,}50}(\%)=30\%.$$

Eroarea relativă medie ε_r se exprimă în procente (%) și este raportul dintre valoarea medie a erorii absolute $\Delta\bar{x}$ dată de relația (1.6) și valoarea medie a măsurătorilor efectuate $\bar{x}$ dată de relația (1.3). Astfel vom avea:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}}(\%) \qquad (1.8)$$

Pentru exemplul numeric de mai sus eroarea relativă medie va avea valoarea :

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta\bar{\mathrm{v}}}{\bar{\mathrm{v}}} = \frac{0{,}75}{1{,}75} = 42{,}86\%$$

Putem afirma că rezultatul final al unei măsurători trebuie să fie sub forma:

$$x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x} \qquad (1.9)$$

sau sub forma:

$$x = \bar{x} \pm \varepsilon_r \qquad (1.\ 10)$$

Precizia unei măsurători notată cu $\langle P\rangle$ și o vom deduce ca inversul erorii relative:

$$\langle P\rangle = \frac{1}{\varepsilon_r} \qquad (1.11)$$

Astfel precizia măsurătorii corespunzătoare celei de-a 5-a măsurători din tabelul 3, va avea valoarea:
$$\langle P\rangle = \frac{1}{\varepsilon_{r_5}} = \frac{1}{\frac{\Delta \mathrm{v}_5}{\mathrm{v}_5}} = \frac{\mathrm{v}_5}{\Delta \mathrm{v}_5} = \frac{2{,}50}{0{,}75} = 3{,}(33).$$

1.4 Distribuția normală Gauss. Abaterea standard

Statistic vorbind, pe parcursul efectuării unui număr de n măsurători pentru determinarea valorii unei mărimi fizice oarecare notate spre exemplu cu X, se obține o valoare arbitrară x_i care se repetă de un număr n_i de ori. *Frecvența relativă* de apariție a lui x_i în șirul de valori obținute prin măsurare o vom nota cu υ_i și va avea valoarea:

$$\upsilon_i = \frac{n_i}{n} \qquad (1.12)$$

O măsurătoare se consideră bună dacă valoarea măsurată x_i se află în intervalul dat $(x_i; x_i + \Delta x)$

Pentru un număr de măsurători foarte mare, care să presupunem tinde spre infint ($n \to \infty$), frecvența relativă υ_i devine *probabilitatea* p_r de obținere de Δn_i ori rezultate în intervalul $(x_i; x_i + \Delta x)$.

Probabilitatea $\Delta\sigma_i$ de a obține de Δn_i ori rezultate ale măsurătorilor în intervalul considerat optim $(x_i; x_i + \Delta x)$ va fi:

$$\Delta p_{ri} = \frac{\Delta n_i}{n} = f(x_i)\Delta x \qquad (1.13)$$

Funcția $f(x_i)$ se numește *funcție de distribuție* (*repartiție*) sau *densitate de probabilitate* și ne permite să determinăm care este probabilitatea ca variabila aleatoare x_i să ia valori în intervalul $(x_i; x_i + \Delta x)$. Pentru valorile de limită ale lui $\Delta x \to 0$ și respectiv $n \to 0$ relația (1.13) devine:

$$dp_{ri} = \frac{dn_i}{n} = f(x)\Delta x \qquad (1.14)$$

Integrând relația (1.14) probabilitatea de găsi valori ale lui x_i în intervalul $(x_1; x_2)$ devine:

$$p_r = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\Delta x \qquad (1.15)$$

Cunoașterea funcției de distribuție permite calculul valorilor medii ale unei mărimi. Pentru n experiențe de măsurători efectuate, obținem valoarea x_i de un număr n_i de ori. Pe aceste considerente putem defini valoarea medie a unei mărimi sub forma:

$$\bar{x} = \int x f(x) dx \qquad (1.16)$$

Relația (1.16) devine eligibilă pentru un număr foarte mare de măsurători, în timpul cărora variabila aleatoare suferă o variație continuă.

Asemenea comportament este descris de o funcție de distribuție de forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \qquad (1.17)$$

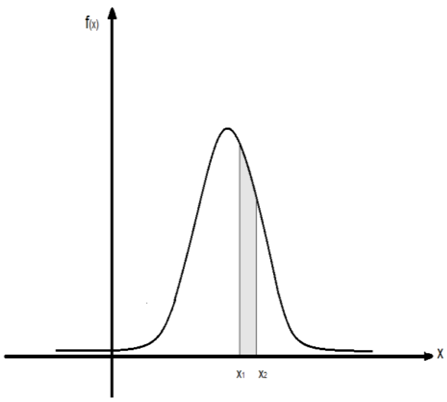

Fig.1.4 Reprezentarea grafică a probabilității p_r căreia îi corespunde aria hașurată pentru intervalul $(x_1; x_2)$.

Distribuția normală a lui Gauss a erorilor aleatoare este caracterizată prin faptul că erorile absolute de acelaşi modul au aceeaşi frecvență de apariție atât cu semnul (+) cât şi cu semnul (-), aşa cum arată şi exemplul numeric. Constanta σ ce apare în funcția de distribuție f se numeşte ***eroare pătratică medie*** sau ***abatere standard***. Pentru un număr finit de măsurători eroarea pătratică medie se calculează cu relația:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.18}$$

Abaterea standard a medie $\bar{\sigma}$ este dată de relația:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(\Delta x_1)^2 + \ldots + (\Delta x_n)^2}{n(n-1)}} \tag{1.19}$$

şi calculează probabilitatea prin care valoarea adevărată a lui x este plasată în jurul valorii medii $\bar{x}$ în vecinătatea lui $\bar{\sigma}$ adică:

$$x_{\text{adevărat}} \in (\bar{x} - \bar{\sigma}; \bar{x} - \bar{\sigma}) \quad . \tag{1.20}$$

1.5 Prezentarea rezultatelor experimentale

Toate seturile de date experimentale, măsurate cât și cele calculate pentru fiecare punct experimental în parte, se prezintă sub formă de tabele. Capul de tabel cuprinde pentru fiecare linie (coloană) notaţia mărimii fizice şi, în paranteză dreaptă, unitatea de măsură folosită, în forma: X=*x* [X $]_{SI}$, unde X este mărimea fizică, *x* este valoarea sa numerică, iar [X $]_{SI}$ este unitatea sa de măsură.

Datele măsurate sunt exprimate în unităţi ale Sistemului Internațional, în multipli sau submultipli ai acestora, sau în unităţi tolerate.

De exemplu, valoare I = 0,00004523 A se va scrie în forma I = 4,523 $\cdot 10^{-5}$ A sau I = 45,23 μV.

Dacă scala instrumentului de măsură utilizat nu este gradată direct în unităţi SI sau în multipli sau submultipli ai acestora, în tabel pot apărea două linii (coloane), prima cu valorile măsurate exprimate în diviziuni, iar a doua cu valorile exprimate în unităţi SI. Această linie(coloană) suplimentară poate lipsi doar atunci când dimensiunea mărimii respective nu intervine direct în calculul rezultatelor finale.

Pentru toate instrumentele utilizate, se va ţine cont de factorul de scală şi acesta va fi menționat în referat.. Aceşti factori sunt necesari nu numai pentru transformarea diviziunilor în valori SI, ci şi pentru evaluarea erorilor sistematice.

Pentru rezultatele obținute se efectuează calculul erorilor. Numărul de zecimale calculat este determinat de condiţia ca ultimele două să fie afectate de eroare. De exemplu, dacă valoarea

obţinută, în unităţi SI, este 234,336286735, iar valoarea erorii, în aceleaşi unităţi, este 0,00891467668, rezultatul va fi prezentat în forma rotunjită 234,3363±0,0089.
Pentru toate corelaţiile studiate se efectuează grafice pe *hârtie milimetrică* sau utilizând softuri specifice de reprezentare grafică.
Reprezentările grafice se vor realiza urmând anumite indicații:
i. Dimensiunea unui grafic trebuie să fie minimum A5 (jumătate de coală A4), iar raportul lungime/lăţime să se încadreze între 2/3 şi 3/2.
ii. La capetele axelor de coordonate se trec mărimile fizice şi unităţile de măsură.
iii. Axele nu trebuie neapărat să se intersecteze în origine. Dacă, de exemplu, valorile experimentale sunt cuprinse între 2,87 şi 4,54, axa corespunzătoare trebuie să cuprindă valori între 2,85 şi 4,55.
iv. Pe axe nu se trec valorile experimentale. Acestea apar în tabele. Pe axe se trec doar valori rotunde, permiţând citirea uşoară a oricărui punct de pe grafic. În exemplul anterior, pe axe se vor trece valori în paşi de 0,05 sau 0,1 (adică 2,85; 2,90; 2,95 etc. sau 2,85; 2,95; 3,05 etc.).
v. Dacă este necesar, fie pentru liniarizarea unei corelaţii, fie pentru că mărimea reprezentată variază cu mai multe ordine de mărime, se vor utiliza reprezentări în scară logaritmicâ simplă (o singură mărime logaritmată) sau dublă (ambele mărimi logaritmate). Aceasta înseamnă că pe axă se trece mărimea x (cu unitatea sa şi valorile sale rotunjite), dar distanţele dintre aceste valori se iau propor¡ionale cu logaritmul
raportului lor (deci pe axă se măsoară log x).
vi. Pe grafic apar toate punctele experimentale (inclusiv erorile grosolane), cu bare de erori (bare verticale). Curba nu trebuie să treacă prin puncte, ***ci printre puncte*** **(**aşa cum este indicat în figura 1.5) sau, mai exact, prin elipsele de încredere (sau, în primă aproximaţie, prin barele de erori), cu excepţia punctelor corespunzând erorilor grosolane. Singurele grafice care trebuie să treacă prin toate punctele, fără teste pentru eliminarea erorilor grosolane, sunt curbele de etalonare.
vii. În cazul reprezentărilor liniare (figura 1.5), nu se va confunda panta dreptei, *m*, cu tangenta unghiului format de aceasta cu abscisa, $tg\alpha$. Panta dreptei este o mărime fizică, cu unitate de măsură şi depinzând doar de rezultatele experimentale, în timp ce tangenta unghiului format de dreaptă cu abscisa este un număr adimensional şi depinde de scara de reprezentare aleasă pentru grafic.
viii. Rezultatele evaluate pe baza graficelor (pante, ordonate, respectiv abscise ale anumitor puncte) nu se trec pe grafic, ci în textul referatului, împreună cu celelalte rezultate.
ix. Graficul unei mărimi discrete nu este o curbă continuă, ci o histogramă (un grafic în trepte).
x. Graficele se desenează cu creionul, pentru a putea fi uşor corectate.
xi. Dacă pe un grafic apar mai multe curbe, ele se desenează cu culori diferite (inclusiv punctele experimentale), pentru a putea fi uşor deosebite, iar într-un colţ al graficului se trece o legendă (câte un scurt segment de fiecare culoare, cu menţionarea alături a curbei (valorilor parametrilor) reprezentată în acea culoare).

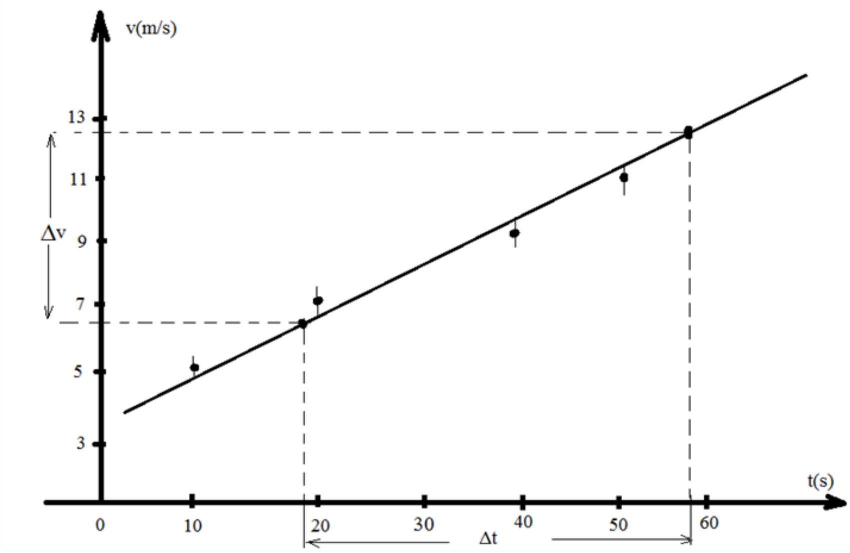

Fig. 1.5 Reprezentarea grafică a dependenței v=f(t).

xii. Dacă reprezentarea grafică a curbei experimentale nu este o dreaptă se încearcă determinarea funcției analitice care să o descrie.

1.6 Întrebări

1) Cum se definește o mărime fizică?
2) Care sunt mărimile fundamentale din Sistemului Internaţional de Unităţi şi unităţile lor de măsură?
3) Care este etalonul de măsură pentru masă ?
4) Cum se transformă o unitate de măsură în multipli respectiv submultipli acesteia?
5) Cum se definește eroarea relativă medie? Dar abaterea standard a mediei ?
6) În ce condiții sunt necesare reprezentări în scară logaritmică?
7) Ce semnificație fizică are panta dreptei ?