TERMODINAMICĂ

I. Un gaz perfect trece printr-o transformare politropă n = 1,32 din starea 1 în starea 2. Parametrii de stare ai gazului sunt: p_1 = 5 atm , V_1 = 1 m^3, T_1 = 300 K respectiv $V_2 = 2V_1$, p_2 şi T_2.

Se cere să se calculeze:

1) parametri p_2 şi T_2;
2) cantitatea de căldură schimbată de gaz cu exteriorul;
3) variaţia energiei interne a gazului;
4) lucrul mecanic efectuat de gaz.

Se cunoaşte $C_v = 5R/2$.

Rezolvare:

1. Care sunt ecuaţiile politropei?

R: pV^n = const.; $p_1V_1^n = p_2V_2^n$, p_2 = 2 atm

TV^{n-1} = const; $T_1V_1^{n-1} = T_2V_2^{n-1}$; T_2 = 240,3 K.

2. Care este relaţia de definiţie a indicelui politropic? Care mărime se poate determina cu această relaţie în problema dată?

R: $n = \dfrac{C - C_p}{C - C_v}$; C_p-C_V=R; γ=C_p/C_V=1.4; $C = C_v \dfrac{n-\gamma}{n-1}$; C = -0,625 R.

Care este formula cantităţii de căldură schimbate de gaz cu exteriorul?

R: $Q = \nu C\Delta T$

$pV = \nu RT$; $\nu = p_1V_1/RT_1 = 5000/24.942 = 200{,}4$ moli

Q = +62,4 kJ.

3. Care este expresia variaţiei energiei interne?

R: $\Delta U = \nu C_v \Delta T$; ΔU = -0,2496 MJ.

3. Care este expresia lucrului mecanic politropic?

R: L=$\int_{V1}^{V2} pdV$

$-L = \dfrac{p_2V_2 - p_1V_1}{n-1}$; L = 0,312 MJ.

Q=$\Delta U + L$;

II Pentru sodiu (Na) se cunosc: $t_{topire} = t_2$ = 97,5 ^oC, $c_{solid} = c_1$ = 1,1846 kJ/kgK; $c_{lichid} = c_2$ = 1,3395 kJ/kg K, λ = 0,113 MJ/kg (căldura latentă de topire). Încălzim cantitatea m = 20 g Na de la t_1 = 27^{0}C până la t_3 = 327 ^oC.

Calculaţi variaţia entropiei în acest proces.

Rezolvare:

1. Care este variaţia elementară a entropiei respectiv variaţia între două limite de temperatură?

R: $dS = \delta Q/T$, $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \delta Q/T$.

2. Care va fi expresia variaţiei ΔS la încălzirea fazei solide până la punctul de topire?

R: $\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T} = mc\ln(T_2/T_1)$ = 5 J/K.

3. Care va fi expresia variaţiei ΔS în procesul topirii?
R: $\Delta S_2 = m\lambda/T_2$ = 6,1 J/K.

4. Care va fi expresia ΔS la încălzirea fazei lichide?
R: $\Delta S_3 = \int_{T_2}^{T_3} mc_2 dT/T = mc_2\ln(T_3/T_2)$ = 12,91 J/K.

5. Care este variaţia totală a entropiei?
R: $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$ = 24 J/K.
Entropia creşte deoarece se trece de la o stare ordonată la o stare mai puţin ordonată.

III. Să se determine randamentul ciclului Otto format din două transformări izocore şi două adiabate dacă randamentul de compresie este $\varepsilon = V_1/V_2 = 6$, iar aerul este substanţa de lucru ($\gamma=1.4$).

$$\boldsymbol{\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}}$$

$|Q_2| = \nu C_V(T_4-T_1)$; $Q_1 = \nu C_V(T_3-T_2)$;
1-> 2 adiabata: $TV^{\gamma-1}$=const.; $T_2=T_1\varepsilon^{\gamma-1}$;
2 ->3 izocora $p_2/T_2=p_3/T_3$; $T_3=p_3T_2/p_2$
3 -> 4 adiabata: $T_4=T_3\varepsilon^{\gamma-1}$;
4 ->1 izocora $T_4=p_4T_1/p_1$
$T_4/T_1=T_3/T_2$

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\gamma-1} = 0.5$$

IV Intr-un recipient vidat de volum V=1 litru s-a produs o fisură prin care pătrunde aer, numărul moleculelor ce ajung în incintă în unitatea de timp fiind $N'=10^6$ molecule/s. Să se calculeze timpul t după care incinta se va umple cu aer în condiţii normale (p_0 = 1 atm; T_0=273K).

Rezolvare:

$pV=NkT$; $k=1,38\cdot10^{-23}$ J/K
$t=N/N'=p_0V_0/N'kT_0=2,65\cdot10^{16}$s.

Probleme propuse

1. Un gaz biatomic considerat gaz perfect este comprimat printr-o transformare politropă din starea 1 până în starea 2.
Parametri de stare ai gazului în starea 1 sunt: p_1 = 2 atm, V_1 = 8,31 m^3 iar în starea 2: sunt p_2 = 6 atm, V_2 = 4 m^3, T_2 = 400 K.
Să se calculeze:
1) Cantitatea de căldură schimbată de sistem cu exteriorul;
2) Variaţia energiei interne a gazului;
3) Lucrul mecanic efectuat asupra gazului.
Se cunosc: $C_v = 5R/2$, R = 8,31 J/mol·K

2. Un recipient metalic conţine m = 3 kg apă la temperatura t_1 = 85 ^oC şi fiind în contact termic cu mediul cedează căldură spre mediu până când ajunge la echilibru termic cu acesta.
Căldura specifică a apei este c = 4180 J/kgK, iar temperatura mediului este t_2 = 27^{0}C.
Se cere să se calculeze variaţia entropiei generate în acest proces.

CÂMP ELECTRIC

I. O sferă metalică de rază R_1 încărcată cu sarcina electrică q_1 = 100 μC se pune în contact cu sfera de rază $R_2 = 3R_1$ care este în starea neutră.

Se cere:

1) Să se calculeze sarcinile electrice pe fiecare sferă la stabilirea echilibrului electrostatic;

2) Să se arate că în starea de echilibru electrostatic a sistemului, energia sa potenţială electrostatică este minimă.

Rezolvare:

1) Conservarea sarcinii electrice se exprimă prin relaţia:

$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$; $q_2 = 0$, deci $q'_1 = q_1 - q'_2$.

Egalarea potenţialelor se exprimă prin relaţia:

$$K(q_1\text{-}q'_2)/R_1 = Kq'_2/R_2.\ K=1/4\pi\varepsilon$$

Soluţiile acestei ecuaţii sunt:

$$q'_1 = q_1R_1/(R_1+R_2) = q_1/4 \text{ şi } q'_2 = q_1R_2/(R_1+R_2) = 3\,q_1/4;\ q'_1 = 25\ \mu C,\ q'_2 = 75\ \mu C.$$

2) Energia potenţială electrostatică este: $W(q'_2) = (q_1 - q'_2)^2/2C_1 + q'^2_2/2C_2$; C_1 şi C_2 – capacităţi, $C_1 \sim R_1$, $C_2 \sim R_2$.

Condiţia de minim a energiei $dW/dq'_2 = 0$ conduce la ecuaţia

$q_1C_2 = q'_2(C_1+C_2)$ deci $q'_2 = q_1C_2/(C_1+C_2)$, adică $q'_2 = (q_1R_2)/(R_1+R_2)$.

II. . În jurul unei sfere de rază R există o sarcină electrică spaţială distribuită uniform şi având densitatea volumică de sarcină $\rho = a/r$ unde a este o constantă pozitivă iar r este distanţa de la centrul sferei. Ştiind că în jurul sferei intensitatea câmpului nu depinde de distanţă determinaţi sarcina sferei şi valoarea câmpului.

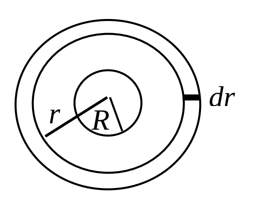
Aplicaţie:

$a = 10^3$ nC/m^2, R = 5 cm, $\varepsilon_0 = 8{,}856 \cdot 10^{-12}$ F/m.

***Rezolvare**:*

În jurul sferei delimităm un strat sferic de rază r şi grosime dr. Cantitatea elementară de sarcină pe care o conţine stratul sferic este:

$$dq = \rho dV = \frac{a}{r} 4\pi r^2 dr\ .$$



Pe suprafaţa sferei se găseşte sarcina $Q = 2\pi a R^2$.

Aplicăm teorema lui Gauss pentru sarcinile Q şi q din interiorul suprafeţei închise a stratului sferic şi avem:

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} + \frac{4\pi a}{\varepsilon_0 r}\int_R^r r^2 dr\ ;\ 4\pi r^2 E = \frac{Q - 2\pi a R^2}{\varepsilon_0} + 2\pi a r^2/\varepsilon_0$$

$$E = \frac{a}{2\varepsilon_0} + \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^2} - \frac{a\,R^2}{2\varepsilon_0\, r^2}.$$

Intensitatea câmpuluil E nu depinde de distanţa r dacă sarcina electrică este $Q = 2\pi aR^2$; numeric:Q = 1,6 nC.

Intensitatea câmpului electric este: $E = a/2\varepsilon_0$, $E = 5{,}6\cdot10^8$ V/m.

III Pentru un condensator plan se cunosc: S = 25 cm^2 şi d_1 = 5 cm. Calculaţi lucrul mecanic efectuat de forţele electrice pentru descreşterea distanţei dintre plăci de la d_1 la $d_2 = d_1/5$, dacă:

1) sarcina condensatorului este constantă;

2) tensiunea dintre armături este constantă.

Se cunosc: $\varepsilon_0 = 8{,}856\cdot10^{-12}$ F/m, q = 8 nC = const., U_2 = 4,5 V = const.

Rezolvare:

1) Condiţia q = constant;

$$L = F\cdot\Delta d = F(d_1 - d_2) = -\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}\left(d_1 - d_2\right);\ L = 5{,}78\ \mu\text{J};$$

$W = q^2/2C$; $C = \varepsilon_0 S/d$; $C = q/U$

2) Condiţia U = constant;

$W' = CU^2/2$

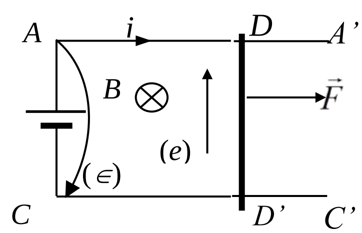
$$L' = \frac{1}{2}U^2\varepsilon_0 S\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d_2}\left(\frac{1}{5} - 1\right);\quad L' = 17{,}93\ \text{pJ}.$$

III. O sursă cu tensiunea electromotoare $\in$= 10 V este conectată la două bare perfect conductoare, aşezate pe o masă conform figurii de mai jos. Pe laturile *AA'* şi *CC'* se sprijină bara *DD'* de masă m = 0,1 kg şi rezistenţă electrică R = 2 Ω. Bara *DD'* alunecă pe barele *AA'* şi *CC'* fără frecare.

La momentul iniţial asupra barelor începe să acţioneze un câmp magnetic uniform B = 0,8 T, perpendicular pe planul barelor.

Să se determine:

1) expresia vitezei barei ca funcţie de timp $v = f(t)$;



Cadru cu bară mobilă

2) viteza maximă atinsă de bară.

Rezolvare:

1) Până la aplicarea câmpului magnetic, curentul prin bare este $I_0 = \in/R$ = 5A.

La momentul aplicării câmpului magnetic, bara *DD'* este supusă forţei electromagnetice $F_0 = BI_0l$ având sensul de pe figura.

Forţa imprimă barei o acceleraţie şi ca urmare viteza acesteia începe să crească. În bara care se deplasează în câmpul magnetic perpendicular pe bară, se induce o tensiune $e = Blv$ având sensul de pe figură. Curentul prin sistem este $I = (\in - Bl\mathrm{v})/R$ iar forţa care acţionează asupra barei DD' este $F = BIl$.

Legea a doua a dinamicii conduce la ecuaţia:

$$m\frac{d\mathrm{v}}{dt} = \frac{\in - Bl\mathrm{v}}{R}Bl.$$

Se separă variabilele, se integrează, se determină constanta de integrare şi expresia vitezei:

$$\mathrm{v} = \frac{E}{Bl}\left(1 - \exp\left(-\frac{B^2l^2}{mR}\cdot t\right)\right)$$

2) Pentru t foarte mare, exponenţiala tinde spre zero şi obţinem viteza limită:

$$\mathrm{v}_{\lim} = E/(Bl)$$

IV. Un electron intră cu viteza $\mathrm{v} = 3{,}1\cdot10^{7}$ m/s într-un câmp magnetic omogen $B = 3\cdot10^{-4}$ T. Direcţia vitezei electronului face cu liniile de câmp unghiul $\alpha = 5^{o}$. Să se calculeze raza mişcării.

Rezolvare:

$F_L=F_{cp}$

$qvB\sin\alpha=mv^2/r$;

$r=mv/eB\sin\alpha$

Probleme propuse

1. O sferă dintr-o substanţă dielectrică omogenă şi cu izotropie electrică conţine o sarcină electrică a cărei densitate volumică este $\rho = 10^{-3}$ C/m^3. Raza sferei este $R = 4$ cm. Calculaţi inducţia electrică şi intensitatea câmpului electric în punctele $r = R/2$ şi $r' = 2R$. Se cunosc $\varepsilon_0 = 8{,}856\cdot10^{-12}$ F/m şi $\varepsilon_r = 3$.

2. În figura 1, *OO*' este un conductor infinit lung, parcurs de curentul $I = 15$ A iar *ABCD* este un cadru metalic dreptunghiular de laturi $a = AB = 1{,}8$ m, $b = BC = a/2$.

Cadrul se deplasează cu viteza $v = 0{,}3$ m/s într-un plan care conţine conductorul şi cadrul. Rezistenţa electrică a cadrului este $R = 12\ \Omega$.

Calculaţi tensiunea indusă în cadru şi curentul indus când distanţa între conductorul *OO'* şi latura *AD* a cadrului este $x = 1{,}5\ a$.

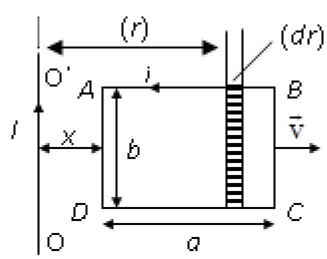


Figura 1. Cadru mobil în câmp magnetic.

Referinţe bibliografice:

➢ I. LUMINOSU, NICOLINA POP, V. CHIRITOIU, M. COSTACHE , *Fizica - Teorie, Probleme, Teste,* Editura Politehnica, Timişoara, 2010