$N.F. = \frac{2\cdot E + A}{3}$

# Fizică
(curs 1-$S_2$)

02.10.2023

## Obiectul fizicii

Fizica este o știință a naturii care studiază:
- structura materiei
- proprietățile generale ale materiei
  - mecanice
  - termice
  - electromagnetice
  - atomice
  - nucleare, etc
- legile de mișcare ale materiei
- transformările reciproce ale acestor forme de mișcare

În fizica clasică

Particula (corpusculul):
- ocupă o poziție determinată în spațiu, în orice moment
- două particule nu se pot afla în același loc și în același timp

Unda:
- ocupă orice punct al spațiului și, chiar dacă la un moment dat sunt prezente doar într-un punct, ulterior prezența lor se manifestă într-un domeniu nepunctual
- două sau mai multe unde se pot găsi în același punct și se „suprapun"

## Noțiuni de bază ale fizicii

- punct material - punctul geometric în care se consideră concentrată întreaga masă a corpului. Este cel mai simplu model mecanic
- sistem - o mulțime de puncte materiale
- stare - „imaginea" unui sistem la un moment dat
- proces - succesiuni de stări în timp
- mărime
  - de stare
  - de proces
- Legi
  - de stare ~ t (locale)
  - de proces (global)
- relații de definiție
- teoreme - deduse din legi și relații de definiție

Scanned with CamScanner

# 2. Dinamica

## Principiile mecanicii clasice/newtoniene

### 1. Principiul inerției / Prima lege a dinamicii

Enunț: Orice corp asupra căruia nu acționează alt corp își păstrează starea de mișcare rectilinie uniformă sau starea de repaus relativ.

→ mișcare inerțială: fiecare mișcare mecanică este relativă, deoarece caracterul mișcării depinde de sistemul de referință ales

Inerția → tendința unui corp de a-și păstra starea de repaus / m r u v atâta timp cât asupra sa nu acționează o forță netă care să-i modifice starea

→ caracterizată de masă

### 2. Principiul forței / A doua lege a dinamicii

Dacă o forță acționează asupra unui corp, atunci ea îi imprimă o accelerație proporțională și de același sens cu forța și invers proporțională cu masa corpului.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}} \quad \rightarrow N = kg\frac{m}{s^2}$$

### 3. Principiul acțiunii și al reacțiunii / A treia lege a dinamicii

Enunț: Dacă un corp acționează asupra altui corp cu o forță ($\vec{F}_{12}$), cel de-al doilea corp va acționa asupra celui dintâi cu o forță ($\vec{F}_{21}$) egală în modul și opusă ca sens.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

### 4. Principiul independenței acțiunii forțelor

Fiecare dintre forțele la care este supus un corp acționează independent de celelalte forțe aplicate și imprimă acestuia o accelerație rezultantă ca sumă vectorială a accelerațiilor imprimate de fiecare forță ($\vec{a}_i$).

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Scanned with CamScanner

# Clasificarea mișcărilor punctului material

rectilinie
- uniformă ($\vec{v} = ct$, $\vec{a} = 0$)
- variată
  - neuniformă ($\vec{a} \to$ variabilă)
  - uniform variată
    - accelerată ($a > 0$)
    - decelerată / încetinită ($a < 0$)

## M. r. u. v.

Legea vitezei: $v = v_0 + a \cdot \Delta t$

Legea mișcării: $x = x_0 + v_0 \Delta t + a \frac{\Delta t^2}{2}$

Formula lui Galilei: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$

## Căderea liberă

$\nexists$ Ff cu aerul $\Rightarrow$ $g = ct = 9,81 \ m/s^2$

- la Ecuator $g = 9,780 \ m/s^2$
- la Poli $g = 9,832 \ m/s^2$

Întrebări cu răspunsuri multiple (+ seminar 1)

(1) $r = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$

a) $r_z = 5$ c) $|\vec{r}| = \sqrt{9+16+25} = \sqrt{50} \approx 7,07$ e) $\vec{r}_x = 3\vec{i}$

(3) $x = -2t^2 + 3t + 6 \ (m)$

a) $V\left(\frac{3}{4} ; 7,13\right)$ b) $a = -4 \ m/s^2$ c) $v_0 = 3 m/s$ f) $x_0 = 6 m$

(4) $\begin{cases} x(t) = 3 \sin(2t) \\ y(t) = 3 \cos(2t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \sin(2t) \\ \frac{y}{3} = \cos(2t) \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{9} = 1$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9$ (traiectorie)

$r = 3 \sin(2t) \cdot \vec{i} + 3 \cos(2t) \vec{j}$

$\vec{v} = 6 \cos(2t) \vec{i} - 6 \sin(2t) \vec{j}$

$\vec{a} = -12 \sin(2t) \vec{i} - 12 \cos(2t) \vec{j} = -4 \vec{r}$ $\Rightarrow m(\widehat{\vec{a}, \vec{r}}) = \pi$ sau $180^\circ$

c, d

(5) $\vec{g} = -g\vec{k} = -9,81 \vec{k}$ b), c), f)

# Mecanica clasică

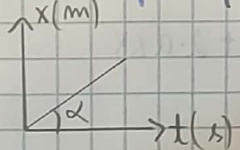
1. Cinematica - abordează descrierea mișcării corpurilor;
2. Dinamica - studiază cauzele mișcării corpurilor;
3. Statica - are ca obiect echilibrul forțelor ce acționează asupra unui corp

## 1. Cinematica

Vectorul deplasare descrie modificarea poziției punctului material în decursul mișcării $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

Viteza medie a punctului material reprezintă raportul dintre deplasare și intervalul de timp în care a fost efectuată aceasta (deplasarea efectuată în timp):

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$




$$tg\,\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_m \rightarrow m/s$$

Viteza momentană reprezintă viteza punctului material la un moment dat:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$ (derivata totală în raport cu timpul)

Accelerația reprezintă variația vitezei punctului material în unitatea de timp:

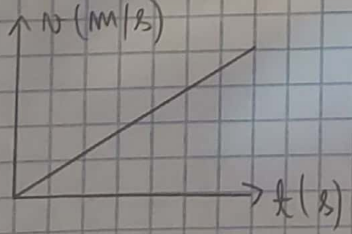
Accelerația medie: $\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \rightarrow m/s^2$

Accelerația momentană: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

$$\vec{r} = \int \vec{v}\,dt$$

$$\vec{v} = \int \vec{a}\,dt$$




$$tg\,\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_m$$

## Mărimi fundamentale din S.I.

| Mărime fizică | Simbol | Unitate de măsură |
|---|---|---|
| 1. Lungimea | L | metrul (m) |
| 2. Masa | m | kilogramul (kg) |
| 3. Timpul | t | secunda (s) |
| 4. Temperatura termodinamică | T | Kelvinul (K) |
| 5. Intensitatea curentului el. | I | Amperul (A) |
| 6. Intensitatea luminoasă | $I_L$ | candela (cd) |
| 7. Cantitatea de substanță | | Molul (mol) |

## Mărimi suplimentare

1. Unghiul plan (radianul)
2. Unghiul solid (steradianul)

**Mărimile fizice derivate** se definesc cu ajutorul altor mărimi fizice. (au formulă de definiție)

## Unități de măsură tolerate

1. Electron-volt (eV) $\longrightarrow 1,60219 \cdot 10^{-19}$ J
2. Unitatea atomică de masă (u.a.m) $\longrightarrow 1,66057 \cdot 10^{-27}$ kg

## Prefixe standard pentru unități de măsură din S.I.

| Multiplii | Prefixe | Unități | Submultiplii | Prefixe | Unități |
|---|---|---|---|---|---|
| deca | da | $10$ | deci | d | $10^{-1}$ |
| hecto | h | $10^2$ | centi | c | $10^{-2}$ |
| kilo | k | $10^3$ | mili | m | $10^{-3}$ |
| mega | M | $10^6$ | micro | $\mu$ | $10^{-6}$ |
| giga | G | $10^9$ | nano | n | $10^{-9}$ |
| tera | T | $10^{12}$ | pico | p | $10^{-12}$ |
| peta | P | $10^{15}$ | femto | f | $10^{-15}$ |
| exa | E | $10^{18}$ | atto | a | $10^{-18}$ |

# Fizică

09.10.2023

(curs 2 - S3)

## Teoreme și legi de conservare în dinamica punctului material

**Impulsul** $\vec{p} = m\vec{v}$ $\quad [p]_{SI} = N \cdot s$

### 1. Teorema impulsului

Impulsul reprezintă mărimea fizică vectorială egală cu produsul dintre masă și viteză. => Principiul II

Forța rezultantă care acționează asupra unui punct material este egală cu variația impulsului acestuia în unitatea de timp.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \dot{\vec{v}} = \dot{\vec{p}}$$

### 2. Legea de conservare a impulsului

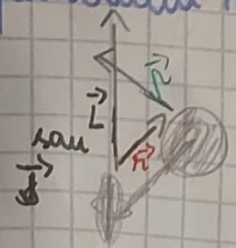
Dacă rezultanta forțelor ce acționează asupra punctului material este nulă, atunci impulsul se conservă.

$$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = \vec{ct} = \vec{C} \text{ (constantă vectorială)}$$

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \dot{\vec{p}} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \vec{c} = ct$$

## Momentul cinetic

Momentul cinetic al unui punct material față de un punct fixe se definește ca produs vectorial dintre vectorul de poziție și impulsul punctului material la un moment dat.




$$\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix}$$

5. Forța de frecare cinetică

- este proporțională cu forța normală

$$F_c = \mu_c N$$

$$\mu_c < \mu_s$$

- nu depinde de aria suprafeței de contact

- are direcția paralelă cu suprafața de contact și sens contrar tendinței de mișcare

ex: la sistemul ABS
- roți blocate $\rightarrow F_s$
- roți în mișcare $\rightarrow F_c$

6. Tensiunea în fir reprezintă forța cu care fiecare segment din fir acționează asupra segmentului adiacent, are direcția firului.

7. Forța centripetă și forța centrifugă

Forța centrifugă este forța ce acționează asupra unui corp de masă m ce se rotește cu o viteză constantă v în jurului unui punct O, distanța dintre O și P ∈ corp = ct.

Forța centrifugă este egală și opusă ca sens cu forța centripetă.

$$|\vec{F_{cp}}| = |\vec{F_{cf}}| = \frac{m v^2}{R}$$

8. Forța Lorentz este forța exercitată de un câmp electromagnetic asupra unei sarcini electrice punctiforme q, aflată în mișcare cu viteza v, și câmpul magnetic B -> inducție magnetică

$$\vec{F_L} = q(\vec{v} \cdot \vec{B})$$

<u>Transformările Galilei</u>

$$t = t'$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v} t$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}$$

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}$$

Legile mecanicii sunt invariante la transformările Galilei.

Scanned with CamScanner

# Tipuri de forțe

1. Greutatea reprezintă forța cu care un câmp gravitațional acționează asupra unui corp de masă m:

$$\vec{G} = m \cdot \vec{g}$$

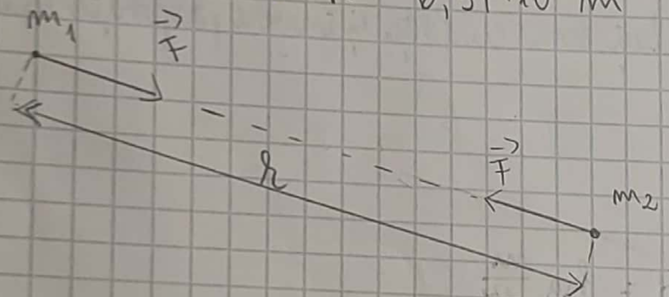
$\vec{g}$ - accelerația gravitațională $\begin{cases} 9{,}832\ m/s^2 \text{ la Poli} \\ 9{,}780\ m/s^2 \text{ la Ecuator} \end{cases}$

2. Forța de atracție gravitațională dintre două corpuri de mase $m_1$ și $m_2$ de dimensiuni mici în comparație cu distanța r dintre centrele lor se exprimă prin:

$$F = K \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

unde $K = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$ (constanta atracției universale)

Pământul $\begin{cases} m = 6 \cdot 10^{24}\ kg \\ R = 6{,}37 \cdot 10^{6}\ m \end{cases}$




3. Forța normală reprezintă forța pe care o suprafață o exercită asupra unui corp cu care se află în contact și este întotdeauna perpendiculară (normală) pe suprafața de contact.

4. Forța de frecare statică

- se opune deplasării relative a celor două suprafețe în contact
- poate lua valori în intervalul $0 \leq F_s \leq \mu_s N$
- nu depinde de aria suprafeței de contact
- are direcția paralelă cu suprafața de contact și sens contrar tendinței de mișcare

## Legea conservării energiei mecanice

Dacă rezultanta forțelor neconservative care acționează asupra punctului material este nulă, atunci energia mecanică se conservă sau rămâne constantă.

$$F_{necons} = 0 \Rightarrow L_{necons} = 0 \Rightarrow E = c = ct$$

## Dinamica sistemelor de puncte materiale

Dacă sistemul mecanic conține $N$ puncte materiale, atunci asupra fiecărui punct material $i$, de masă $m_i$, acționează atât forțe externe $F_i$, cât și forțe interne din partea celorlalte puncte materiale ale sistemului $F_{ij}$.

Masa totală $M = \sum_{i=1}^{N} m_i$

Centrul de masă $\vec{x}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{x}_i$

Obs: Rezultanta forțelor interne și momentul rezultant al acestora față de orice pol sunt nule.

# Teorema variației energiei cinetice

Variația energiei cinetice pentru un punct material între stările 1 și 2 este egală cu lucrul mecanic al rezultantei forțelor conservative și neconservative care determină modificarea stării de mișcare.

$$\Delta E_c = L_{12} = \int_1^2 \vec{F}\, d\vec{r}$$

$$\Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1}$$

$$L_{12} = \int_1^2 \vec{F}\, d\vec{r} = \int_1^2 m\vec{a}\, d\vec{r} = \int_1^2 m \frac{d\vec{v}}{dt}\, d\vec{r} = \int_1^2 m\vec{v}\, d\vec{v} =$$

$$= m \frac{v^2}{2}\Big|_1^2 = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = \Delta E_c$$

$\nabla$ - nabla și energia potențială $E_p(x, y, z)$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

$$\vec{F} = -\nabla E_p$$

$\nabla^2$ - op. Laplace (derivata a doua)

$\square$ - D'Alambert

$\square = \Delta - \partial_0^2$

Câmpuri potențiale

- c. gravitațional $E_p = mgh$
- c. electrostatic $E_p = qV$
- c. forțelor elastice $E_p = \frac{kx^2}{2}$

# Teorema variației energiei potențiale

În câmpul forțelor conservative, variația energiei potențiale este egală cu lucrul mecanic al forțelor conservative luat cu semn schimbat.

$$\Delta E_p = -L_{cons}$$

$$L_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{cons}\, d\vec{r} = E_{p_1} - E_{p_2}$$

Energia mecanică totală $E = E_c + E_p$

# Teorema variației energiei mecanice

Variația energiei mecanice a punctului material este egală cu lucrul mecanic al forțelor neconservative.

$$\Delta E = L_{disipativ}$$

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = L - L_{cons} = L_{neconservative}$$

## Teorema momentului cinetic

Variația în timp a momentului cinetic al unui punct material/corp față de un pol este egală cu momentul forței rezultante ce acționează asupra acestuia față de același pol:

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\dot{\vec{J}} = \vec{M}$

$\dot{\vec{J}} = \dot{\vec{r}} \times \vec{p} + \vec{r} \times \dot{\vec{p}} = \underbrace{\vec{v} \times \vec{p}}_{m\vec{v} \to 0} + \vec{r} \times \vec{F}$ ✓

## Legea de conservare a momentului cinetic

Dacă momentul forței rezultante ce acționează asupra unui punct material este nul, atunci momentul cinetic se conservă.

$\vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{J} = \vec{C}$

$J = mR^2$ (moment de inerție)

$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega} \to$ viteza de rotație

$\vec{L}$ → moment cinetic

## Lucrul mecanic

Este o mărime fizică scalară ce caracterizează capacitatea unei forțe care acționează asupra unui corp de a cauza deplasarea punctului său de aplicație. Este egal cu produsul scalar dintre forță și deplasare.

$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$L_{12} = \int_1^2 \vec{F}\, d\vec{r} \to$ in J (jouli) $= 1\,kg\,m^2/s^2$

## Forțe conservative

Forțele pentru care lucrul mecanic depinde doar de poziția inițială și cea finală în care se găsește punctul material asupra căruia ele acționează se numesc forțe conservative. ( G, Fe )

Forțe neconservative ($F_f$, $F_r$, $F_t$)

Energia cinetică $E_c = \frac{mv^2}{2}$ $[E_c]_{SI} \to J = 1\,kg\,\frac{m^2}{s^2}$

Puterea mecanică $P = \frac{L}{\Delta t}$ ; $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ $[P]_{SI} = \frac{J}{s} = W = kg\,\frac{m^2}{s^3}$

$1\,CP = 746\,W$

## 2. Metoda trigonometrică

$$y = y_1 + y_2$$

$$A \sin(\omega_0 t + \varphi) = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$$

$$\Leftrightarrow A \sin(\omega_0 t) \cos\varphi + A \sin\varphi \cos(\omega_0 t) = A_1 \sin\omega_0 t \cos\varphi_1 + A_1 \sin\varphi_1 \cos\omega_0 t +$$
$$+ A_2 \sin\omega_0 t \cos\varphi_2 + A_2 \sin\varphi_2 \cos\omega_0 t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\cos\varphi = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2 & (1) \\ A\sin\varphi = A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2 & (2) \end{cases} \; : \uparrow$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow$

$$A^2 = A_1^2 \cos^2\varphi_1 + 2A_1A_2\cos\varphi_1\cos\varphi_2 + A_2^2\cos^2\varphi_2 +$$
$$+ A_1^2\sin^2\varphi_1 + 2A_1A_2\sin\varphi_1\sin\varphi_2 + A_2^2\sin^2\varphi_2$$
$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

b) Compunerea oscilațiilor paralele și de pulsație puțin diferită

$$\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega \qquad \varphi_1 = \varphi_1 - \Delta\omega t$$
$$\omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega \qquad \varphi_2 = \varphi_2 + \Delta\omega t \qquad \Delta\omega \ll \omega_0$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(2\Delta\omega t + \varphi_2 - \varphi_1)}$$

dacă $A_1 = A_2$ $\qquad \cos(2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1 \qquad A = A_1\sqrt{2}\sqrt{1+\cos(2\Delta\omega t + \varphi_2 - \varphi_1)}$

$$A = 2A_1\cos\left(\Delta\omega t + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$$

$$y = 2A_1 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \cdot t\right) \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t\right)$$

- Fenomenul de bătăi (Perioada de modificare în timp a amplitudinii este dată de intervalul dintre mom. de timp în care amplitudinea devine 0.

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Viteza de oscilație: $v = \frac{dy}{dt} = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (în plus de curs)

Energia potențială elastică: $E_p = \frac{k}{2} y^2 = \frac{m\omega_0^2}{2} A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

Energia cinetică a oscilatorului: $E_c = \frac{m}{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 =$

$$= \frac{m\omega_0^2}{2} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Energia mecanică a oscilatorului: $E = E_c + E_p = \frac{m\omega_0^2}{2} \cdot A^2 = ct. = \frac{k^2}{2} A$

Oscilatorul este un sistem conservativ.

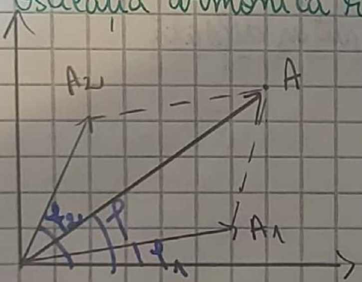
## Compunerea oscilațiilor armonice

Dacă oscilatorul participă la mai multe oscilații, oscilația rezultantă se va efectua după compunerea oscilațiilor individuale aplicate.

a) Oscilații paralele și de aceeași pulsație (compunere)

$y_1 = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$ $\qquad$ $y_2 = A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$

oscilația armonică rezultantă: $y = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$




$|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$

A - minimă fiind 0 dacă $A_1 = A_2$, iar diferența de fază $(\alpha_2 - \alpha_1) = \pi \to$ opoziție de fază

Avem 2 metode:

### 1. Metoda fazorială

$A_1$ $A_2$
$\varphi_1$ $\varphi_2$

În acest caz, fiecărei oscilații i se asociază un fazor, adică un vector de modul egal cu amplitudinea oscilației respective și orientarea dată de $\varphi$.

Oscilația rezultantă va fi descrisă de fazorul obținut prin compunerea vectorială a celor 2 fazori inițiali și va avea amplitudinea A:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$tg\,\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

# Oscilații armonice libere

- se efectuează cu acțiunea forței de tip elastic ($F_e$)

$$F_e = -ky$$

const. elastică $[k]_{SI} = \frac{N}{m}$

dacă un corp de masă m este supus doar la $F_e$ atunci, conform $P_2$ al mecanicii:

$$-ky = m \cdot \ddot{y} \quad | : m \qquad \ddot{y} = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{k}{m} y = 0$$

Rezolvăm ec. diferențială prin metoda ec. caracteristice, adică fiecărui ordin de derivare îi asociem un polinom de gradul ordinului

Pulsație proprie: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}$ $\quad [\omega_0]_{SI} = \frac{rad}{s}$

$T_0$ → perioada oscilațiilor proprii

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{\nu_0}$ → frecvență

ec. caracteristică:

$$\lambda^2 + \omega_0^2 \lambda^0 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm i\omega_0$$

$[T_0]_{SI} = 1s$

$[\nu_0] = 1 Hz = 1 s^{-1}$

$$y(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} =$$

$$= c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t}$$

$$e^{i\omega_0 t} = \cos \omega_0 t + i \sin \omega_0 t$$

Soluția generală: $y = A \cdot \sin(\underbrace{\omega_0 t + \varphi}_{\alpha})$

A - amplitudinea oscilațiilor (distanța maximă a oscilatorului față de poziția de echilibru)

$\varphi$ - faza inițială (o mărime care ne dă o informație în legătură cu poziția inițială a oscilatorului, față de poziția sa de echilibru)

Cele două constante de integrare se pot determina dacă se cunosc două condiții inițiale privind oscilatorul.

faza oscilației $\alpha$: $\alpha(t) = \omega_0 t + \varphi$

Scanned with CamScanner

Fizică

(curs 3 - $S_4$)

16.10.2023

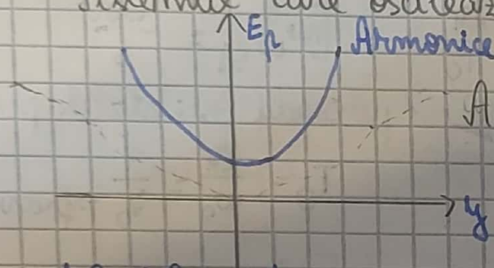
## Oscilații mecanice

Oscilația reprezintă fenomenul fizic în decursul căruia are loc transformarea energiei dintr-o formă în alta în mod periodic sau cvasiperiodic, reversibil sau parțial reversibil.

reversibil <-> se conservă

Obs: ne vom ocupa doar de oscilațiile armonice, adică oscilațiile pentru care mărimile fizice ce le caracterizează se pot exprima sub formă trigonometrică. ( sin, cos + exp complexă - în timp) -> f(armonice

Sistemul care oscilează se numește oscilator




Oscilația este periodică, dacă oscilatorul revine în aceeași stare după un interval de timp T (perioadă), iar dacă perioadele diferă puțin, deci nu sunt strict egale, oscilația este cvasiperiodică.

! Într-o mișcare strict periodică, prin revenirea oscilatorului în aceeași stare, după o perioadă, energia oscilatorului se păstrează constantă, deci procesul de oscilație este reversibil. <u>În caz contrar</u>, când oscilatorul pierde o parte din energia sa, pe care o cedează mediului ambiant, mișcarea oscilatorului este un proces parțial reversibil, energia fiind pierdută printr-un proces ireversibil.

Procesul de propagare a unei oscilații în mediul ambiant se numește undă.

c) Compunerea oscilațiilor perpendiculare de aceeași pulsație

Dacă oscilatorul este supus acțiunii a două forțe elastice ce acționează pe direcții perpendiculare atunci mișcarea rezultantă va avea o traiectorie / traiectoria descrisă de ecuația unei elipse generalizate.

$x = A_x \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$ $\qquad$ $y = A_y \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$

$\frac{y}{A_y} + \frac{x}{A_x} = 0 \Rightarrow y = \mp \frac{A_y}{A_x} \cdot x$ (Dacă $\varphi_2 - \varphi_1 = m\pi$)

$\Rightarrow$ traiectoria este o dreaptă

$\varphi_2 - \varphi_1 = 2m\frac{\pi}{2}$

Dacă $\varphi_2 - \varphi_1 = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ $\rightarrow$ elipsă / cerc $\quad x^2 + y^2 = A^2$

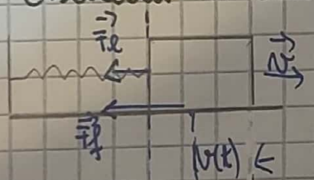
$(A_x = A_y = A)$

Traiectorie elipsă generalizată:

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{A_x} \cdot \frac{y}{A_y} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Dacă $\omega_1 \neq \omega_2$ dar $\frac{\omega_1}{\omega_2} \in \mathbb{Q} \Rightarrow$ traiectoria poate fi o curbă descrisă de figurile Lissajous.

Oscilații amortizate




În acest caz, asupra oscilatorului acționează două forțe: forța elastică $(-ky)$ și o forță de rezistență (de frecare), proporțională și de semn contrar cu viteza.

$F_r = -b\frac{dy}{dt}$

$F_e + F_r = m \cdot a$

$-ky - b\dot{y} = m\ddot{y} \quad | : m$

$\ddot{y} + \frac{b}{m}\dot{y} + \frac{k}{m} y = 0$

$\frac{k}{m} \rightarrow \omega_0^2$ pulsație proprie

$\beta = \frac{b}{2m}$ coeficient de amortizare

$[\beta]_{S.I.} = s^{-1} = Hz$

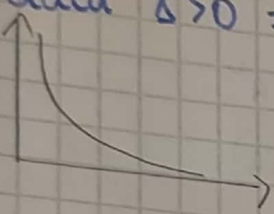
$[b]_{S.I.} = \frac{kg}{s}$

$$\ddot{y} + 2\beta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$$

Ecuația caracteristică: $\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0$

$\Delta = 4\beta^2 - 4\omega_0^2 = 4(\beta^2 - \omega_0^2)$

I dacă $\Delta > 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} \in \mathbb{R} \rightarrow$ mișcare neperiodică



$y(t) = C e^{-\beta t}$ frecarea este mare

II dacă $\Delta = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \rightarrow$ mișcare aperiodică

III dacă $\Delta < 0 \Rightarrow$ mișcare periodică $(\beta < \omega_0)$

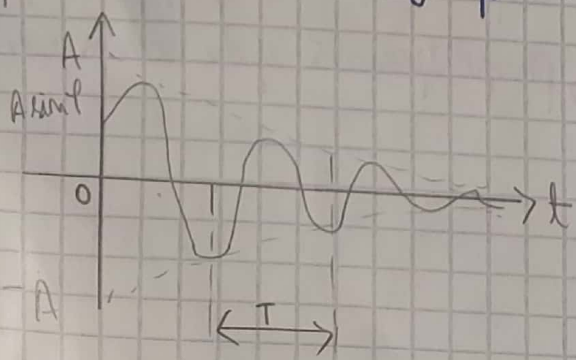
frecarea este mică

Obs: Dacă forța de frecare/rezistență este mică oscilatorul va descrie o mișcare amortizată armonică după legea:

$$y(t) = A(t)\, e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

amplitudinea os. am $A(t) = A \cdot e^{-\beta t}$ scade exponențial

pulsația os. am $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$



23.10.2023

# Fizică
## (curs 4 - S 5)

I. $\beta > \omega_0$

$$y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

elongația tinde la zero când timpul tinde la infinit

II critică

$$y(t) = (C_1 + C_2) \cdot e^{-\beta t}$$

Decrementul logaritmic al amortizării ne indică rata de scădere în timp de o perioadă (T) a amplitudinii oscilațiilor amortizate.

$$\Delta = \ln \frac{y(t)}{y(t+T)} = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{1}{e^{-\beta t}} = \beta t$$

Perioada oscilațiilor amortizate:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}} > T_0$$

Timpul de relaxare reprezintă timpul în care energia oscilatorului amortizat scade de „e" ori

$$\frac{E(t)}{E(t+\tau)} = e$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{k} A^2 \cdot e^{-2\beta t}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{k} A^2 \cdot e^{-2\beta(t+\tau)}} = e$$

$$\frac{1}{e^{-2\beta\tau}} = e$$

$$e^{2\beta\tau} = e^1$$

$$\Rightarrow 2\beta\tau = 1$$

$$\Leftrightarrow \tau = \frac{1}{2\beta}$$

În cazul oscilațiilor amortizate, amplitudinea (energia) scade exponențial în timp și, după un timp (teoretic infinit, dar practic finit), A tinde la 0, deci oscilațiile se sting și dispar pentru a compensa pierderile de energie datorate amortizării oscilațiilor se acționează asupra oscilatorului cu o forță exterioară periodică, forță ce determină oscilatorul să execute un nou tip de oscilații și anume oscilații forțate / întreținute.

Dacă pulsația forței exterioare se apropie de pulsația proprie ($\omega_0$) atunci amplitudinea oscilațiilor forțate crește foarte mult și apare fenomenul de rezonanță.

$\Rightarrow$ derivata $= 0$

$$\frac{dA_p}{d\omega_p} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}\frac{F_0}{m}\cdot\frac{-4\omega_p(\omega_0^2-\omega_p^2)+8\beta^2\omega_p}{\left(\sqrt{\omega_0^2-\omega_p^2+4\beta^2\omega_p^2}\right)^3} = 0$$

$$\Rightarrow \omega_p = \omega_{rez} \quad \Leftrightarrow \quad -\omega_0^2+\omega_{rez}^2+2\beta^2 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$$

$$A_{p\,rez} = \frac{F_0}{m}\cdot\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_0^2+\beta^2\cdot 2)^2+4\beta^2(\omega_0^2-\beta^2)}} = \frac{F_0}{m}\cdot\frac{1}{\sqrt{4\beta^2(\omega_0^2-\beta^2)}} =$$

$$= F_0\cdot\frac{1}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}$$

$\rightarrow$ $\boxed{\text{val. max}}$

Depășirea condiției de rezonanță (amplitudinea și $\omega$) duce la distrugerea ireversibilă a sistemului oscilant, fie că este vorba de un sistem mecanic sau un dispozitiv electronic.

$$\int_0^{T_p}\cos^2(\omega_p t+\varphi_p) = \frac{1}{2}\left[\int_0^{T_p}dt+\int_0^{T_p}\cos(2\omega_p t+2\varphi_p)\,dt\right] = \frac{T_p}{2}$$

Oscilatorul absoarbe sau preia de la forța exterioară aplicată exact atâta energie cât o cedează mediului ambiant. Astfel, amplitudinea oscilațiilor forțate rămâne constantă în timp.

Factorul de calitate: $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{rez}} = \omega_0\tau$

## Oscilații forțate

Pentru a compensa pierderile de energie datorită amortizării oscilatiilor, asupra oscilatorului trebuie acționat cu o forță perturbatoare exterioară periodică forță care determină oscilatorul să execute un nou tip de oscilații numite oscilații forțate.

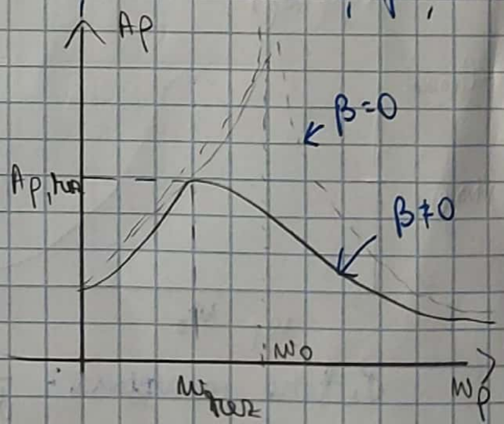
$$F = F_0 \sin(\omega_p t)$$

Ec. diferențială: $\frac{d^2y}{dt} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \frac{F_0}{m} \sin \omega_p t$

$$\ddot{y} + 2\beta \dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{F_0}{m} \sin \omega_p t$$

Soluția ecuației diferențiale neomogene a mișcării se poate scrie ca o sumă dintre soluția ecuației omogene (oscilații amortizate) și o soluție particulară a ecuației neomogene.

$$y(t) = \underbrace{A \cdot e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)}_{\substack{\text{regim tranzitoriu} \\ \text{(se sting și dispar)}}} + \underbrace{A_p \sin(\omega_p t + \varphi)}_{\text{regim staționar de oscilații forțate}}$$




curbă de rezonanță

$$y = A_p \sin(\omega_p t + \varphi_p)$$

$$A_p = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2 \omega_0^2}}$$

$$\varphi_p = \operatorname{arctg}\left(-\frac{2\beta\omega_p}{\omega_0^2 - \omega_p^2}\right)$$

$$\omega_p = \omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \frac{2\pi}{T_p}$$

pt. dem. $\left[\begin{array}{l} \omega_p t_1 \ \left(t_1 = \frac{T_p}{4}\right) \Rightarrow \omega_p t = \frac{\pi}{2} \\ t_2 = 0 \end{array}\right.$

# Unde elastice

Unda reprezintă spațiul de propagare a unei oscilații în mediul ambiant /spațiu.

Mediile continue (gaze, lichide, solide) sunt sisteme de particule legate, adică de particule (molecule, atomi sau ioni) care interacționează între ele.

Oscilatorul primar, care determină apariția undei se numește sursă primară.

Totalitatea punctelor la care ajunge unda la un moment dat determină frontul de undă. Forma geometrică a ei duce la o prima clasificare a undelor:

1. unde plane
2. unde sferice
3. unde cilindrice
4. etc.

Principiul lui Huygens

Enunț: Fiecare punct al frontului de undă reprezintă o nouă sursă de unde (numită sursă secundară), de la care se propagă noi unde care oscilează în fază cu sursa primară.

Obs: Undele se propagă într-un mediu dat, cu o viteză finită ($u$) ce depinde de caracteristicile mediului de propagare:

1) unde longitudinale
2) unde transversale

Dacă viteza de propagare | direcția are aceeași direcție cu viteza de oscilație, atunci undele sunt longitudinale și se pot propaga în toate mediile (solid, lichid, gaz)

$u_{\parallel S} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $\left(\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}\right)$

$u_{\parallel L} = \sqrt{\frac{\chi}{\rho}}$ → coef de compresibilitate

$u_{\parallel G} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ ; $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$

sau $u_{\parallel G} = \sqrt{\frac{p}{\rho}}$ izoterme

Fizică 30.10.2023

(curs 5-56)

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k \to \frac{1}{C}}{m \to L}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

În cazul circuitului serie RLC serie iau naștere oscilații amortizate (elemente de circuit responsabile pentru apariția oscilațiilor sunt: bobina și condensatorul, iar rezistența electrică determină amortizarea acestora prin efect Joule - efect caloric) ale intensității curentului alternativ date de legea:

$$i(t) = I_{max}\, e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\underbrace{\frac{1}{L \cdot C}}_{\omega_0} - \underbrace{\frac{R^2}{4L^2}}_{\beta^2}}$$

$$y(t) = A e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

Amortizarea este cu atât mai pronunțată cu cât raportul $R/L$ este mai mare.

După un timp teoretic infinit, dar practic un timp finit, numit regim tranzitoriu, amplitudinea oscilațiilor amortizate devine egală cu zero și oscilațiile se sting. Acest fenomen se datorează disipării energiei către mediul ambiant, prin efect caloric (Joule) prin rezistor și conductorii de legătură și se întâmplă la toate circuitele reale, deoarece orice circuit real are o rezistență $\neq 0$ chiar dacă valoarea ei este extrem de mică.

# Analogii electromecanice

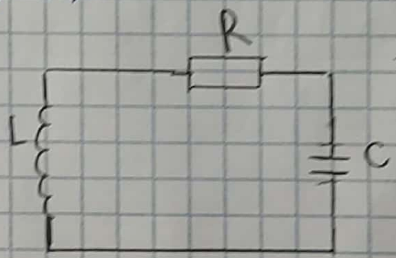
Între oscilațiile efectuate într-un sistem mecanic asupra căruia acționează $F_e$, $F_r$ și oscilațiile ce apar într-un circuit de curent alternativ LRC ce conține un rezistor cu rezistența R, o bobină cu inductanța L și un condensator de capacitate electrică C s-au constatat o serie de similitudini/asemănări ceea ce au condus la stabilirea analogiilor electromecanice.

În bobină (solenoid), datorită fluxului magnetic variabil (din cauza condensatorului) apare conform legii inducției electromagnetice o tensiune autoindusă, care se poate exprima astfel:

$$u_L(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

$$u_R(t) = Ri(t)$$

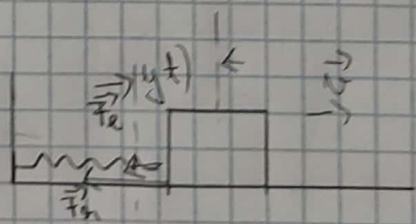



$$u_R(t) + u_C(t) = u_L(t)$$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt + R\cdot i = 0$$

mai derivăm o dată pentru a anula integrala

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$$




$$m\frac{d^2y}{dt^2} + r\frac{dy}{dt} + k\,y(t) = 0$$

$m \to L$, $r \to R, i$, $k \to \frac{1}{C}$

## Caracteristici energetice ale oscilațiilor forțate

**Putere instantanee absorbită de oscilator:**

$$P_{abs}(t) = \frac{dL_{abs}}{dt} = F_p \frac{dy_p}{dt} = F_0 \omega_p A_p \sin(\omega_p t) \cos(\omega_p t + \varphi_p)$$

**Putere absorbită medie:**

$$\langle P_{abs} \rangle = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} P_{abs}(t)\, dt = m\beta\omega_p^2 A_p^2 = \beta \frac{F_0^2}{m} \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2\omega_p^2}$$

**Putere instantanee disipată sub formă de căldură:**

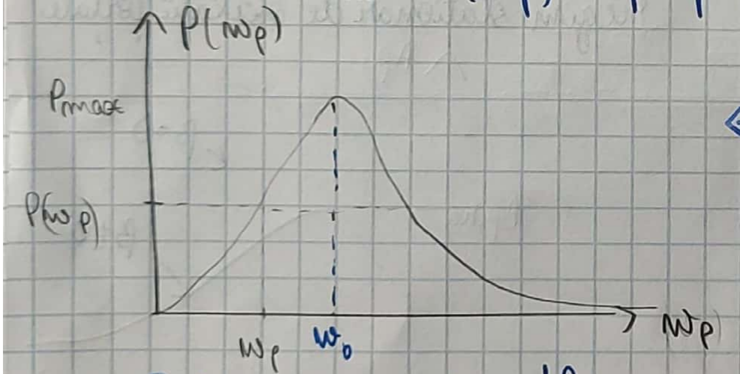
$$P_{dis}(t) = \frac{dL_{dis}}{dt} = -F_r \frac{dy_p}{dt} = 2m\beta \left(\frac{dy_p}{dt}\right)^2$$

**Putere disipată medie:**

$$\langle P_{dis} \rangle = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} P_{dis}(t)\, dt = m\beta\omega_p^2 A_p^2$$

Pe o perioadă, puterile medii sunt egale între ele și proporționale cu pătratul amplitudinii

$$\langle P_{abs} \rangle = \langle P_{dis} \rangle = P(\omega_p) = m\beta\omega_p^2 A_p^2 = \beta \frac{F_0^2}{m} \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2\omega_p^2}$$




← Curba de rezonanță a puterilor

**Putere maximă:** $\frac{dP}{d\omega_p} = 0 \Rightarrow P_{max} = P(\omega_0) = m\beta\omega_0^2 A_{p,max}^2 = \frac{1}{4}\frac{F_0^2}{m\beta}$

**Puterea efectivă**

$$P_{ef} = m\beta\omega_p^2 A_{p,ef}^2 = m\beta\omega_p^2 \left(\frac{A_{p,max}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{P_{max}}{2}$$

$\tau$ - timpul de relaxare, timpul în care energia scade de e ori

$$\Delta \Psi - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0$$

$$\Box \Psi = 0 \quad \text{unde} \quad \Box = \Delta - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Soluția ecuației diferențiale se poate scrie ca o suprapunere de două soluții de argumente diferite (F, G):

Prima soluție: $F\left(t - \frac{\vec{k}\cdot\vec{r}}{\omega}\right)$ - se propagă dinspre sursă, are sens fizic și se numește undă progresivă sau undă divergentă

A doua soluție: $G\left(t + \frac{\vec{k}\cdot\vec{r}}{\omega}\right)$ - se propagă înspre sursă, nu are sens fizic și se numește undă regresivă sau undă convergentă.

Caracteristici energetice ale undei

Unda elastică posedă energie mecanică, sub formă de $E_c$ și $E_p$ elastică

Într-un mediu conservativ, deci care nu are pierderi de energie, energia mecanică totală primită de mediu este egală cu energia mecanică totală a undei $\quad W = W_c + W_p$

$$y = A \sin \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

$$\Rightarrow W_c = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{2} m_1 A^2 \omega^2 \cos^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

din volumul $\Delta V \Rightarrow \Delta W_c = \frac{1}{2}\rho \Delta V \omega^2 A^2 \cos^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$

$$F_e = -E \Delta S \varepsilon = -E \frac{\Delta S}{l_0} \cdot x = -kx$$

$$L = \int_0^{\Delta l} F_{el}\, dx = -E \frac{\Delta S}{l_0}\int_0^{\Delta l} x\, dx = -\frac{E}{2}\left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)^2 (l_0 \Delta S) = -\frac{E}{2}\varepsilon^2 \Delta V$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{\omega}{u} A \cos \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

$$\Delta W_p = -L = \frac{E}{2}\varepsilon^2 \Delta V = \frac{1}{2}\rho u^2 \varepsilon^2 \Delta V = \frac{1}{2}\rho \Delta V \omega^2 A^2 \cos^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

$v_g$ → viteza de deplasare a maximului central și maximul de energie purtată de undă

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(uk)}{dk} = u + k\frac{du}{dk}$$

$$\Rightarrow v_g = u - \lambda\frac{du}{d\lambda}$$

$u = u(\lambda)$ - dispersia undelor: undele care au module ale vectorului de undă diferite, respectiv care au lungimi de undă diferite se propagă cu viteze diferite

1) dispersie normală $v_g < u$ (derivată poz)

2) dispersie anormală $v_g > u$ (derivată neg.)

Ecuația diferențială a undelor

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi\left(t \mp \frac{\vec{k}\vec{r}}{\omega}\right) = \psi(\tau) = \psi(\tau(\vec{r}, t))$$

$$\vec{k}\vec{r} = k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z$$

$$\tau = t \mp \frac{\vec{k}\vec{r}}{\omega}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{d\psi}{d\tau}\cdot\frac{\partial\tau}{\partial x} = \mp\frac{k_x}{\omega}\frac{d\psi}{d\tau}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{d\psi}{d\tau}\cdot\frac{\partial\tau}{\partial t} = \frac{d\psi}{d\tau}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mp\frac{k_x}{\omega}\frac{d\psi}{d\tau}\right) = \left(\frac{k_x}{\omega}\right)^2\frac{d^2\psi}{dt^2}$$

ec: $$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

Operatorul lui Laplace: $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

Dacă unda se propagă de-a lungul unei direcții oarecare, această direcție este dată prin vectorul de undă care are direcția și sensul de propagare al undei și modulul definit prin:

$$\vec{k} = |\vec{k}|\vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n} = \frac{\omega}{u}\vec{n}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Ecuația undei armonice monocromatice plane pentru cazul propagării de-a lungul unei direcții oarecare:

$$\psi(\vec{r}, t) = y = A \sin \underbrace{(\omega t - \vec{k}\vec{r})}_{\alpha(\vec{r}, t) \text{ - faza undei}}$$

Suprafețele de undă sunt suprafețe de fază constantă și, dacă mediul este izotrop (deci cu aceleași proprietăți de propagare în toate direcțiile), ele sunt perpendiculare pe direcția de propagare a undei.

Dacă $\alpha = ct.$ => ec. de mai sus = ec. unui plan și în orice moment vectorul de undă este ⊥ pe plan.

Unda se numește monocromatică <=> lungimea de undă = ct.

Viteza undei armonice plane monocromatice coincide cu viteza de deplasare a fazei și se numește $v_f$ (viteză de fază). Expresia ei se obține punând condiția ca faza ei să fie constantă și apoi diferențiind faza undei => funcție periodică -> ec undei plane (t, spațiu)

$$\vec{v_f} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\omega}{k}\vec{n}$$

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{T} = u$$

Unda armonică plană monocromatică reprezintă doar un model, deoarece semnalele reale nu sunt monocromatice și prezintă un spectru oarecare de lungimi de undă apropiate ca valoare ce formează un grup sau pachet de unde. Viteza cu care se propagă grupul o numim de grup ($v_g$) și ea nu mai coincide cu viteza de propagare...

Dacă viteza de propagare este perpendiculară pe viteza de oscilație, atunci undele sunt transversale și se propagă în medii în care acționează forțe elastice sau la suprafața de separare dintre 2 medii

$u_\perp = \sqrt{\frac{T}{m_0}}$ pe o coardă T - tensiune mecanică în coardă

$m_0$ - densitate liniară a corzii

$u_{\perp s} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ -> modul de forfecare de propagare

$u_{\perp L} = \sqrt{\frac{\chi}{\rho}}$

Funcția de undă

Unda este descrisă prin funcția de undă : $\psi(\vec{r}, t) = \psi(x, y, z, t)$

Are semnificație fizică diferită:

1) unde elastice -> lungimea

2) unde electromagnetice -> $\vec{E}$ intensitatea câmpului electric

-> $\vec{H}$ intensitatea câmpului magnetic

3) unde sonore -> $p_s$ presiune sonoră

4) unde hidrodinamice -> p presiunea lichidului

Ecuația undei plane

Dacă sursa de oscilații se găsește într-un punct $M_1$ al mediului, atunci punctul $M_2$, situat la distanța x de $M_1$ va începe să oscileze după un timp $t_1 = \frac{x}{u}$, deci în $M_2$ ecuația oscilației se poate scrie:

$$y = A \sin \omega(t - t_1) \qquad \varphi = 0$$

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{u}\right) \Rightarrow y(x, t) = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{uT}\right) = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

-> ecuația undei armonice monocromatice

$\lambda = u \cdot T$ -> lungimea de undă (metri) -> reprezintă distanța parcursă de undă în timpul perioadei de creștere.

-> o singură direcție, de-a lungul axei $O_x$

Scanned with CamScanner

06 11 2023

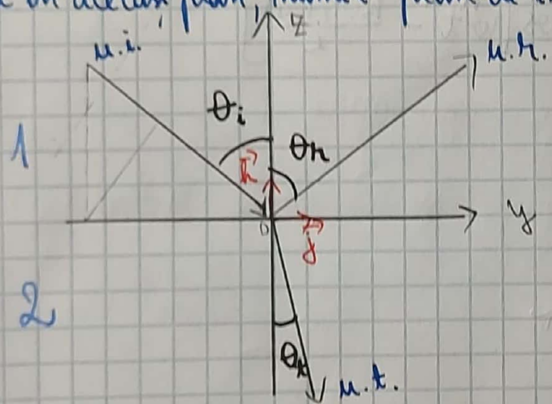
Fizică
(curs 6 - S7)

# Reflexia și refracția

Reflexia reprezintă schimbarea direcției de propagare a undei atunci când unda întâlnește o discontinuitate la suprafața de separare dintre 2 medii, fenomen în urma căruia unda se întoarce în mediul inițial.

Refracția (transmisia) reprezintă o schimbare a direcției de propagare a undei, dar ea nu se mai întoarce în mediul 1, ci pătrunde în mediul 2.

Legea I: Unda incidentă, unda refractată și cea transmisă se găsesc în același plan, numit plan de incidență (yOz)




$\vec{n_i} = \sin\theta_i\vec{j} - \cos\theta_i\vec{k}$

$\vec{n_r} = \sin\theta_r\vec{j} + \cos\theta_r\vec{k}$

$\vec{n_t} = \sin\theta_t\vec{j} - \cos\theta_t\vec{k}$

Obs: Reflexia și refracția respectă aceleași legi indiferent de momentul observării și de poziția observatorului.

$\vec{r}, t$ - independente $\rightarrow$ $\omega_i = \omega_r = \omega_t$

$+\ \vec{k_i}\cdot\vec{r} = \vec{k_r}\cdot\vec{r} = \vec{k_t}\cdot\vec{r}$

Legea I $\rightarrow$ $\vec{r} = \vec{r_j}$ observator

$$\begin{cases} \vec{k} = k\vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n} = \frac{\omega}{u}\cdot\vec{n} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{u} \end{cases}$$

$\frac{\omega}{u_1}\vec{n_i}\vec{r} = \frac{\omega}{u_1}\vec{n_r}\vec{r} = \frac{\omega}{u_2}\vec{n_t}\vec{r}$ (1)

$\vec{n_i}\vec{r} = r\sin\theta_i$ $\quad$ $\vec{n_r}\vec{r} = r\sin\theta_r$ $\quad$ $\vec{n_t}\vec{r} = r\sin\theta_t$

înlocuim în (1) și (1) $|: \omega r$

$$\frac{\sin\theta_i}{u_1} = \frac{\sin\theta_r}{u_1} = \frac{\sin\theta_t}{u_2}$$

Scanned with CamScanner

# Interferența undelor. Unde staționare

Dacă într-un mediu se propagă mai multe unde, acestea nu se perturbă reciproc, ci se suprapun și compun, adică interferă.

$$y_1 = A\cos(\omega t - k r_1)$$

$$y_2 = A\cos(\omega t - k r_2)$$

Din suprapunere și compunere => o undă staționară, a cărei amplitudine, pt. un punct dat, are aceeași valoare:

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{k(r_2-r_1)}{2}\right)\underbrace{\cos\left[\omega t - \frac{k(r_2+r_1)}{2}\right]}_{\text{pt. max} = 1}$$

$$A(r) = \left|2A\cos\frac{k(r_2-r_1)}{2}\right|$$

$$\frac{k}{2}(r_2-r_1) = m\pi$$

$$\frac{2\pi}{2\lambda}(r_2-r_1) = \frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_1) = m\pi$$

- $r_2 - r_1 = m\lambda = 2m\frac{\lambda}{2} \Rightarrow A_{rez} = 2A$ punctele se numesc VENTRE

- $r_2 - r_1 = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow A_{rez} = 0$ punctele se numesc NODURI

Undele staționare apar dacă cele 2 unde se propagă cu aceeași frecvență, dar în sensuri opuse.

Scanned with CamScanner

# Absorția undelor

Dacă o undă se propagă printr-un anumit mediu, o parte a energiei se transferă către particulele din mediu și astfel amplitudinea undei scade și are loc o atenuare a acesteia.

Experimental, s-a constatat că amplitudinea scade exponențial cu distanța parcursă de undă în mediul dat:

$$A(\vec{r}) = A_0 e^{-\gamma \vec{m} \vec{r}}$$

Intensitatea undei este proporțională cu pătratul amplitudinii deci, în cazul unui mediu absorbant, obținem legea de absorbție a lui Beer.

$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 u$ și Beer: $I = I_0 e^{-kd}$ scade exp.

$k$ - coeficient de absorbție $k = 2\gamma$ $[k]_{SI} = \frac{1}{m}$ -> depinde de $\gamma \to k(\gamma)$

Intensitatea undei reprezintă energia transportată de undă în unitatea de timp pe unitatea de suprafață ⊥.

$$[I]_{SI} = \frac{W}{m^2}$$

## Densitățile de energie

$$w = \frac{dW}{dV} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta V} = w_c + w_p = \rho w^2 A^2 \cos^2 w\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

$w_c = w_p$ - dependente de timp

Valoarea medie: $\langle w \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T w(t)\, dt = \frac{1}{2} \rho w^2 A^2 = ct.$

Fluxul de energie este mărimea ce reprezintă cantitatea de energie transmisă de undă printr-o suprafață oarecare, în unitatea de timp

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \qquad [\Phi]_{SI} = 1 \frac{J}{s} = W$$

Densitatea fluxului de energie reprezintă fluxul de energie transportat de undă prin unitatea de suprafață, perpendicular pe această suprafață.

$$\vec{j} = \frac{d\Phi}{d\vec{S}} = \frac{d}{d\vec{S}}\left(\frac{dW}{dt}\right) = \frac{dW}{dV} \frac{d\vec{r}}{dt} = w \vec{u} \rightarrow 1 \frac{W}{m^2}$$

Intensitatea energetică a undei $\vec{J} = \langle \vec{j} \rangle$

Vectorul lui Poynting - arată că unda transportă energie în direcția și sensul propagării sale, adică în direcția și sensul vitezei de fază

$$\langle \vec{J} \rangle = \frac{1}{2} \rho w^2 A^2 u$$

Scanned with CamScanner

Legea a II-a

unghi de incidență

• Reflexia are loc a. î. $\theta_i = \theta_r$ → unghi de reflexie

$$\frac{\sin\theta_i}{u_1} = \frac{\sin\theta_r}{u_1} \Rightarrow \sin\theta_i = \sin\theta_r$$

$$\Rightarrow \theta_i = \theta_r$$

• pt. refracție:

$$\frac{\sin\theta_i}{u_1} = \frac{\sin\theta_t}{u_2} \Leftrightarrow \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{v_1}{u_2}$$

Indicele de refracție reprezintă raportul dintre viteza de propagare a undei într-un mediu de referință ales (vidul) și viteza undei în mediul dat.

$n = \frac{c}{u}$ adimensional

$n > 1$ (mereu)

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{n_2}{n_1}$$

$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$ Legea lui Snellius

Produsul dintre indicele de refracție și sinusul unghiului este constant pentru ambele medii.

Pentru un anumit unghi de incidență, numit unghi limită $n$, unda refractată nu mai pătrunde în mediul 2, ci rămâne paralelă cu suprafața de separare dintre cele 2 medii ($\theta_t = 90° = \frac{\pi}{2}$). Apare reflexia totală, dacă $n_2 < n_1$.

# Unde sonore

Dacă undele elastice care se propagă printr-un mediu solid, lichid sau gazos au frecvențe cuprinse între limitele 16 Hz - 20 kHz, ele produc o senzație auditivă și se numesc unde sonore sau sunete.

Undele elastice cu frecvențe < 16 Hz -> unde infrasonore / infrasunete

Undele elastice cu frecvențe > 20 kHz -> unde ultrasonore / ultrasunete
și până la 4 GHz

Acustica este ramura fizicii care se ocupă cu studiul producerii, propagării și recepționării undelor acustice, precum și cu studiul efectelor produse în urma interacțiunilor acestora cu mediul prin care se propagă.

În funcție de senzația auditivă produsă, sunetele se deosebesc după - înălțime (sunetele cu frecvența ridicată sunt sunete înalte sau acute, iar sunetele cu frecvența scăzută se numesc sunete joase

- timbru (sunetele de aceeași frecvență, dar emise de unde diferite au timbru diferit)
- tăria / intensitatea acustică: urechea poate percepe un sunet de o anumită frecvență numai dacă are o intensitate mai mare decât o valoare minimă (prag de audibilitate - P.A.) și o valoare maximă (pragul senzației dureroase - P.S.D.) -> $100 \frac{W}{m^2}$

Urechea omenească - are cea mai mare sensibilitate acustică în domeniul 1000 - 4000 Hz

$I > I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$, $\Delta t = 60$ ms

Frecvența standard: $f_0 = 10^3$ Hz

$I_{s\,max} = 100 \frac{W}{m^2}$

Nivelul sonor $N_s = 10 \lg \frac{I_{s\,max}}{I_{s0}}$ $[N_s]_{SI} = 1$ dB

Intervalul nivelului sonor al sunetelor percepute de urechea umană: 0 - 140 dB

## Legea Weber-Fechner

Creșterea minimă a senzației auditive ($\Delta S$) produse de un sunet este direct proporțională cu creșterea relativă a intensității sonore a sunetului respectiv.

$$\Delta S = k \frac{\Delta I_s}{I_s}$$

Integrăm și obținem $S_2 - S_1 = k \lg \frac{I_{s2}}{I_{s1}}$

$$dS = k \frac{dI_s}{I_s}$$

Intensitatea auditivă este egală cu intensitatea sonoră a sunetului standard de referință care produce continuu aceeași senzație auditivă ca și sunetul dat. $I_{a;f_0} = I_{s,f_0}$

Nivelul auditiv

$$N_a = 10 \lg \frac{I_{a;\nu}}{I_{a;\nu_0}} \qquad [N_a]_{SI} = 1 \text{ fon}$$

$N_A = 1$ fon reprezintă nivelul auditiv al unui sunet de o frecvență oarecare a cărui intensitate auditivă este de 1,26 ori mai mare decât intensitatea auditivă a sunetului standard de referință, care produce aceeași senzație auditivă ca și sunetul studiat.

1dB - 1 fon, dar măsoară mărimi fizice diferite

Reverberația reprezintă fenomenul de persistență al unui sunet într-un spațiu închis după ce sursa încetează să mai emită, datorită reflexiilor multiple pe pereții încăperii, înainte de absorbția sa totală.

Timpul de reverberație depinde de volumul și de suprafața încăperii și de coeficientul de absorbție mediu.

## Efectul Doppler-Fizeau clasic

Fenomenul de modificare a frecvenței undei recepționate în raport cu unda emisă atunci când sursa și receptorul se află în mișcare relativă unul față de celălalt.

a) Receptor și sursă mobile pe direcție comună:

- apropiere relativă : $\nu_R = \nu_S \frac{u + v_R}{u - v_S}$ $\quad f_R?$

- depărtare relativă : $\nu_R = \nu_S \frac{u - v_R}{u + v_S}$

b) Receptor fix și sursă mobilă:

$$\nu_R = \nu_S \frac{u}{u \mp v_S}$$

c) Receptor mobil și sursă fixă:

$$\nu_R = \nu_S \frac{u \pm v_R}{u}$$