CURS 3

a) Ciocnire plastică

femeie	copil
$m_{11} = 80\ kg$;	$m_{12} = 40\ kg$
$v_{11} = 6\ m/s$;	$m_{22} = 0\ m/s$

femeie	copil
$m_{21} = 80\ kg$;	$m_{22} = 40\ kg$
$v_{21} = ?$;	$v_{22} = ?$

$$\cancel{\vec{v}_{21} = m_{11} \cdot \vec{v}_{11} + m_{21} \cdot \vec{v}_{21}}$$

$$\vec{v} = \frac{m_{11} \cdot \vec{v}_{11} + m_{12} \cdot \vec{v}_{12}}{m_{11} + m_{12}} = \frac{80 \cdot 6 + 40 \cdot 0}{80 + 40} =$$

$$= \frac{480}{120} = 4$$

$$\rightarrow v_{21} = v_{22} = 4\ m/s$$

b) Ciocnire elastică

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$= \frac{3000 - 1000}{3000 + 1000} \cdot 20 + \frac{2 \cdot 1000}{3000 + 1000} \cdot \cancel{3}0 =$$

$$= \frac{\cancel{2000}}{\cancel{4000}} \cdot 2\cancel{0} + \cancel{\frac{2000}{4000}} \cdot \cancel{30}\ 0$$

$$= 10 + \cancel{15}\ 0$$

$$= \cancel{25}\ 10$$

Aplicație

Vectorul de poziție al unui corp cu masa de 1 kg este:

$$\vec{r}(t) = (t^3 - 4t)\vec{i} - 4t^2\vec{j} + (3t+2)\vec{k}$$

1) a) $\vec{F} = ?$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}}(t) = \left[(3t^2-4)\vec{i} - 8t\vec{j} + 3\vec{k}\right]' =$$

$$= 6t\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = 1 \cdot (6t\vec{i} - 8\vec{j}) = (6t\vec{i} - 8\vec{j})\,N$$

b) $\vec{M} = ?$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ t^3-4t & -4t^2 & 3t+2 \\ 6t & -8 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 0 - 8(t^3-4t)\vec{k} + 6t(3t+2)\vec{j} + 4t^2 \cdot 6t\,\vec{k}$$
$$+ 8(3t+2)\vec{i} - 0$$

$$= (24t+16)\vec{i} + (18t^2+12)\vec{j} + (16t^3+32t)\vec{k}$$

$$\vec{M} = \boxed{(24t+16)\vec{i} + (18t^2+12)\vec{j} + (16t^3+32t)\vec{k}}\ N\cdot m$$

~~c) $\vec{J} = ?,\ \vec{p}$~~

~~$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F}\cdot dt$~~

2) $$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\cdot\vec{v})}{dt} = \frac{d(m\cdot\dot{\vec{r}})}{dt} = \frac{d\dot{\vec{r}}}{dt} = \vec{a} =$$

$$= 6t\vec{i} - 8\vec{j} = \vec{F} \rightarrow \text{verifică}$$

3) $$\frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}\times p}_{=0} + \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt} =$$

$$= \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r}\times\vec{F} \overset{b)}{=} \vec{M} \rightarrow \text{verifică}$$

1 c) $$\vec{p} = m\cdot\vec{v} = m\cdot\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}\ \cdot kg$$

$$\vec{J} = \vec{r}\times\vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ t^2-4t & -4t^2 & 3t+2 \\ 3t^2-4 & -8t & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= -12t^2\vec{i} - 8t(t^2-4t)\vec{k} + (3t+2)(3t^2-4)\vec{k}$$
$$+ 4t^2(3t^2-4)\vec{k} + 8t(3t+2)\vec{i} - 3(t^2-4t)\vec{j} =$$

$$= (12t^2+16t)\vec{i} + (6t^3+6t^2-8)\vec{j} +$$
$$+ (4t^4+16t^2)\vec{k}$$

Aplicație

Un pacient cu $m_p = 90$ kg este deplasat către sala de operație pe o targă $m_t = 10$ kg. Știind că forța aplicată imprimă tărgii o accelerație de $a = 0,6$ m/s^2 și neglijând forța de frecare, să se calculeze:

a) $F = ?$

b) $d = 2,5$ m

$L = ?$

a) $F = m \cdot a = (m_p + m_t) \cdot a = (90+10) \cdot 0,6 =$
$= 100 \cdot 0,6 = 60$ N

b) $L = F \cdot d = 60 \cdot 2,5 = 150$ N·m

Aplicație

O cutie cu $m = 4$ kg este ridicată pe o distanță de 1,6 m prin aplicarea unei forțe constante de 60 N. Cunoscând valoarea lui $g = 10$ m/s^2 să se calculeze:

a) lucrul mecanic efectuat de forța aplicată

$L = F \cdot d = 60\text{N} \cdot 1,6\text{m} = 96$ ~~N·m~~ N·m

b) lucrul mecanic efectuat de forța de greutate

$L = -F \cdot d \overset{a)}{=} -96\ N \cdot m$

c) viteza finală a cutiei

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow 60 = 4 \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{F}{m} = 15$

$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0)$ [Formula lui Galilei]

$\cancel{v^2 = 0 + 2 \cdot}$

$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta y = 0 + 2 \cdot 15 \cdot 1{,}6 =$

$= 48\ m^2/s^2$

$\Rightarrow v = 4\sqrt{3}\ m/s$