

# Logică digitală

-Curs 5-  
Minimizarea și sinteza  
funcțiilor logice

# Algebra booleană și logica digitală

---

- Hărți Karnaugh
  - Quine McCluskey
  - Maparea în tehnologie a funcțiilor logice folosind:
    - ȘI-NU
    - SAU\_NU
    - XOR
    - PLA
-

# Diagramele Karnaugh

---

- ❑ constituie o matrice de pătrate cu proprietatea ca două celule vecine corespund unor mintermi **adiacenți**.
  - ❑ doi vectori sunt adiacenți dacă diferă valoric printr-un singur bit
  - ❑ în diagramă se marchează acei mintermi care au valoarea logică 1 în tabelul de adevăr
-

# Construcție diagrame Karnaugh

---

- Diagrame Karnaugh pentru funcții logice cu 3 variabile  $a, b, c$

		<u>b</u>			
		<u>bc</u>			
a	0	00	01	11	10
	1	000	001	011	010
a	0	100	101	111	110
	1				

c

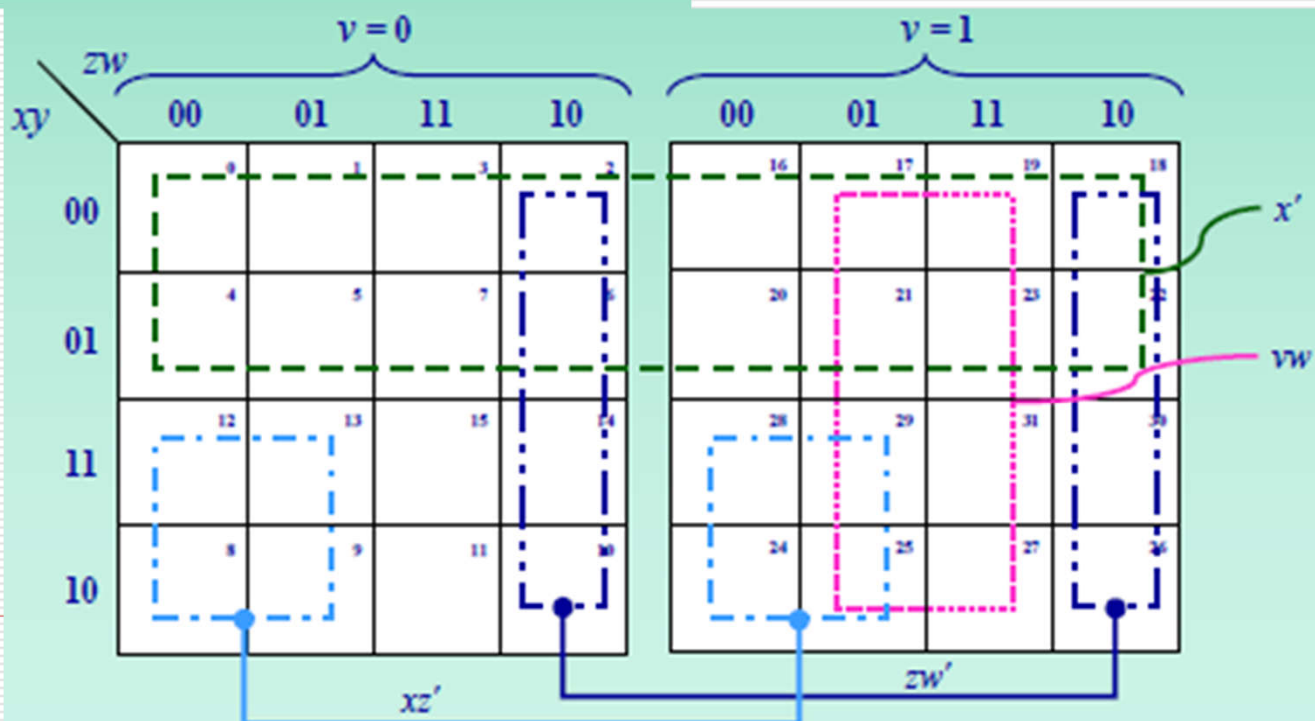
# Construcție diagrame Karnaugh

---

- construcția diagramei Karnaugh pentru o funcție logică cu 4 variabile de intrare

cd \ ab		c			
		00	01	11	10
a	00	0000	0001	0011	0010
	01	0100	0101	0111	0110
	11	1100	1101	1111	1110
	10	1000	1001	1011	1010
		d			

		$v = 0$				$v = 1$			
		$zw$				$zw$			
$xy$		00	01	11	10	00	01	11	10
00		0 $x'y'z'w'v'$	1 $x'y'z'wv'$	3 $x'y'z'wv'$	2 $x'y'z'w'v'$	16 $x'y'z'w'v'$	17 $x'y'z'wv'$	19 $x'y'z'wv'$	18 $x'y'z'w'v'$
01		4 $x'y'z'w'v'$	5 $x'y'z'wv'$	7 $x'y'z'wv'$	6 $x'y'z'w'v'$	20 $x'y'z'w'v'$	21 $x'y'z'wv'$	23 $x'y'z'wv'$	22 $x'y'z'w'v'$
11		12 $xyz'w'v'$	13 $xyz'wv'$	15 $xyz'wv'$	14 $xyz'w'v'$	28 $xyz'w'v'$	29 $xyz'wv'$	31 $xyz'wv'$	30 $xyz'w'v'$
10		8 $xyz'z'w'v'$	9 $xyz'z'wv'$	11 $xyz'z'wv'$	10 $xyz'z'w'v'$	24 $xyz'z'w'v'$	25 $xyz'z'wv'$	27 $xyz'z'wv'$	26 $xyz'z'w'v'$



# Minimizarea folosind diagrame Karnaugh

---

- ❑ Dacă la o astfel de grupare nu mai pot fi adăugați mintermi înseamnă că s-a obținut un **implicant prim**.
  - ❑ Dacă un anumit implicant prim conține cel puțin un minterm care nu poate apare în alt implicant prim atunci acesta este un **implicant prim esențial**
  - ❑ Ecuația minimizată va conține toți implicantii primi esențiali, și uneori și implicantii primi neesențiali, astfel încât toate celule marcate cu 1 logic să fie acoperite
-

# Diagramme Karnaugh

$x_1$	$x_0$	$y_1$	$y_0$	Greater Than	Equal	Less Than
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0

Truth Table

$x_1x_0 \backslash y_1y_0$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Greater-than Function

$$G = x_1y_1' + x_0y_1y_0' + x_1x_0y_0'$$

$x_1x_0 \backslash y_1y_0$	00	01	11	10
00	0	4	5	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Less-than Function

$$L = x_1'y_1 + x_1'x_0y_0 + x_0y_1y_0$$



# Diagrame Karnaugh – don't care

---

- ❑ Nu toate funcțiile logice sunt definite complet.
  - ❑ Pentru unele valori ale variabile de intrare funcția este nu specificată ( funcția are „valoarea” don't care - d)
  - ❑ Pt. "d" în diagrama Karnaugh se va lua în considerare valoarea care ne convine pentru d (0 sau 1) a.î. să permită o acoperire mai largă a minternilor.
-

a	b	c	p	q
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	d
0	1	1	d	1
1	0	0	0	d
1	0	1	0	0
1	1	0	d	0
1	1	1	1	1

Tabelul 5.3

Funcțiile p și q pot fi scrise și altfel:

$$p = f(a, b, c) = \sum (1; 2; 7) + \sum d(3; 6)$$

$$q = f(a, b, c) = \sum (0; 3; 7) + \sum d(2; 4)$$

a	bc			
	00	01	11	10
0		1	d	1
1			1	d

a	bc			
	00	01	11	10
0	1		1	d
1	d		1	

$$p = b + \bar{a}c$$

$$q = \bar{b}\bar{c} + bc$$

# Metoda Karnaugh

---

## □ Avantaje:

- metodă relativ simplă ce se pretează în cazul în care avem puține variabile logice
- metodă vizuală greu de automatizat → greu de dificil de inclus în software specializate de sinteză

## □ Dezavantaje:

- când numărul variabilelor de intrare este mai mare de cinci, metoda este foarte greoaie
-

# Minimizare: metoda Quine McCluskey

---

- este o metodă tabelară;
  - mai laborioasă pentru un număr mic de variabile de intrare;
  - elimină în bună măsură dezavantajele metodei Karnaugh:
    - Poate fi inclusă în programe specializate de sinteză;
    - Permite o abordare sistematică pentru funcții cu mai multe variabile de intrare;
-

# Metoda Quine McCluskey

---

## Studiu de caz

- Să se minimizeze următoarea funcție logică prin metoda Quine-McCluskey:

$$f1(a,b,c,d) = \sum (1,3,4,5,6,9,11,12,13)$$

---

# Quine McCluskey

## Pasul 1:

---

- ❑ mintermi sunt grupați într-un tabel funcție de numărul de variabile nenegate conținute.
  - ❑ aranjarea se va face în ordine crescătoare.
  - ❑ o funcție cu patru variabile de intrare poate avea cinci grupe de minterm:
    - ❑ grupa 0: numai minterm-ul 0,
    - ❑ grupa 1 : mintermi 1, 2, 4 și 8,
    - ❑ grupa 2 : mintermi 3, 5, 6, 9, 10, 12,
    - ❑ grupa 3 va conține mintermi 7, 11, 13 și 14,
    - ❑ grupa 4 va conține minterm-ul 15.
-

# Quine McCluskey

$$f1(a,b,c,d) = \sum (1,3,4,5,6,9,11,12,13)$$

---

## Pasul 1:

- ❑ În tabel se trec doar minterm-ii a căror valoare în tabelul de adevăr este **1**
  - ❑ Ex. considerat: 1, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 12, 13
  - ❑ grupa 0: numai minterm-ul 0,
  - ❑ grupa 1 : mintermi **1**, 2, **4** și 8,
  - ❑ grupa 2 : mintermi **3**, **5**, **6**, **9**, 10, **12**,
  - ❑ grupa 3 va conține mintermi 7, **11**, **13** și 14,
  - ❑ grupa 4 va conține minterm-ul 15.
-

# Quine McCluskey

$$f1(a,b,c,d) = \sum (1,3,4,5,6,9,11,12,13)$$

---

**Pasul 1:**

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

---



# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

- ❑ fiecare minterm din grupă *i* se se compară cu fiecare minterm din grupa *i+1*
  - ❑ Se verifică condiția de adiacență ( să difere doar printr-o singură variabilă logică)
  - ❑ Dacă doi mintermi verifică condiția de adiacență atunci:
    - se înlocuiește variabila care diferă cu o liniuță
    - grupul de doi mintermi va fi trecut în grupa i.
    - în tabelul precedent se bifează toți mintermii care au fost grupați. ***Această observație este importantă în vederea ultimului pas.***
-

# Quine McCluskey

## Pasul 2



---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey




## Pasul 2

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 2





---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	☺
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	☺
	5	0	1	0	1	☺
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	



# Quine McCluskey





## Pasul 2

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 2





---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey

## Pasul 2






---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey







## Pasul 2

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey







## Pasul 2

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---








Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	



# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey









## Pasul 2

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey










## Pasul 2

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

# Quine McCluskey

## Pasul 2

---

- Pasul 2 se repetă **recursiv** până **NU** se mai pot forma grupări pe baza adicenței!
-

# Quine McCluskey

---

*Important:*

Toți termenii nebifați din tabelele  
construite până acum sunt **implicanți  
primi!**

---

# Quine McCluskey

## Pasul 3

---

### □ nou tabel:

- prima coloană: grupările obținute care sunt implicanții primi
- Celelalte coloane toți mintermii conținuți de implicanții primi
- în dreptul fiecărui implicant prim se bifează minterm-ii care îi conține

Implicanți primi	Mintermi acoperiți	Mintermi								
		1	3	4	5	6	9	11	12	13
$\bar{a}b\bar{d}$	4,6			X		X				



# Quine McCluskey

## Pasul 3

---

- Dacă un minterm este conținut de un singur implicant prim → implicant prim esențial;
  - Expresia minimizată a funcției conține:
    - implicantii primi esențiali,
    - implicantii primi selectați astfel încât acoperirea de mintermi cu fiecare implicant adăugat să fie maximă.
-

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	X
	1,5	0	-	0	1	X
	1,9	-	0	0	1	X
	4,5	0	1	0	-	X
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	X
2	3,11	-	0	1	1	X
	5,13	-	1	0	1	X
	9,11	1	0	-	1	X
	9,13	1	-	0	1	X
	12,13	1	1	0	-	X

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3,9,11	-	0	-	1	
	1,5,9,13	-	-	0	1	
	4,5,12,13	-	1	0	-	

# Quine McCluskey

## Pasul 3

$$f1(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}\bar{d} + \bar{b}d + b\bar{c}$$

Implicanți primi	Mintermi acoperiți	Mintermi								
		1	3	4	5	6	9	11	12	13
$\bar{a}\bar{b}\bar{d}$	4,6			X		X				
$\bar{b}d$	1,3,9,11	X	X				X	X		
$\bar{c}d$	1,5,9,13	X			X		X			X
$b\bar{c}$	4,5,12,13			X	X				X	X

Implicant prim  
esențial (singur pe  
coloană)

# Quine McCluskey

## Funcții incomplet specificate

---

- se vor parcurge primii doi pași ca și în cazul funcțiilor complet specificate cu următoarea precizare:
    - mintermii care au valori nespecificate (valoarea d) în tabelul de adevăr vor fi trecuți în tabele ca și cei cu valoarea 1, putând fi grupați pe baza adiacenței.
    - Pentru evidențierea mintermilor cu valoarea d, aceștia vor fi marcați cu o "\*" în tabel.
-

# Quine McCluskey

## Funcții incomplet specificate

---

### □ Pasul 3:

- tabelul de conține în coloanele minterm-ilor **doar** acei mintermi care au valoarea 1, **nu** și minterm-ii care au valoare nespecificată (d).
-

# Quine McCluskey

## Funcții incomplet specificate

---

□ Ex.:

$$f_2(a, b, c, d) = \sum (1, 5, 7, 9, 13, 15) + \sum d(8, 10, 11, 14)$$

---

## Pasul 2:

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	X
	8*	1	0	0	0	X
2	5	0	1	0	1	X
	9	1	0	0	1	X
	10*	1	0	1	0	X
3	7	0	1	1	1	X
	11*	1	0	1	1	X
	13	1	1	0	1	X
	14*	1	1	1	0	X
4	15	1	1	1	1	X

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,5	0	-	0	1	X
	1,9	-	0	0	1	X
	8*,9	1	0	0	-	X
	8*,10*	1	0	-	0	X
2	5,7	0	1	-	1	X
	5,13	-	1	0	1	X
	9,11*	1	0	-	1	X
	9,13	1	-	0	1	X
	10*,11*	1	0	1	-	X
	10*,14*	1	-	1	0	X
3	7,15	-	1	1	1	X
	11*,15	1	-	1	1	X
	13,15	1	1	-	1	X
	14*,15	1	1	1	-	X

## Pasul 2:

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,5	0	-	0	1	X
	1,9	-	0	0	1	X
	8*,9	1	0	0	-	X
	8*,10*	1	0	-	0	X
2	5,7	0	1	-	1	X
	5,13	-	1	0	1	X
	9, 11*	1	0	-	1	X
	9,13	1	-	0	1	X
	10*,11	1	0	1	-	X
	10*,14*	1	-	1	0	X
3	7,15	-	1	1	1	X
	11*,15	1	-	1	1	X
	13,15	1	1	-	1	X
	14*,15	1	1	1	-	X

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bif
1	1,5,9,13	-	-	0	1	
	8*,9,10*,11*	1	0	-	-	
2	5,7,13,15	-	1	-	1	
	9,11*,13,15	1	-	-	1	
	10*,11*,14*,15	1	-	1	-	



## Pasul 3:

---

Implicanți primi	Mintermi acoperiți	Mintermi					
		1	5	7	9	13	15
$\bar{c}d$	1,5,9,13	X	X		X	X	
$a\bar{b}$	8*,9,10*,11*				X		
$bd$	5,7,13,15		X	X		X	X
$ad$	9,11*,13,15				X	X	X
$ac$	10*,11*,14*,15						X

$$f_2(a, b, c, d) = \bar{c}d + bd$$

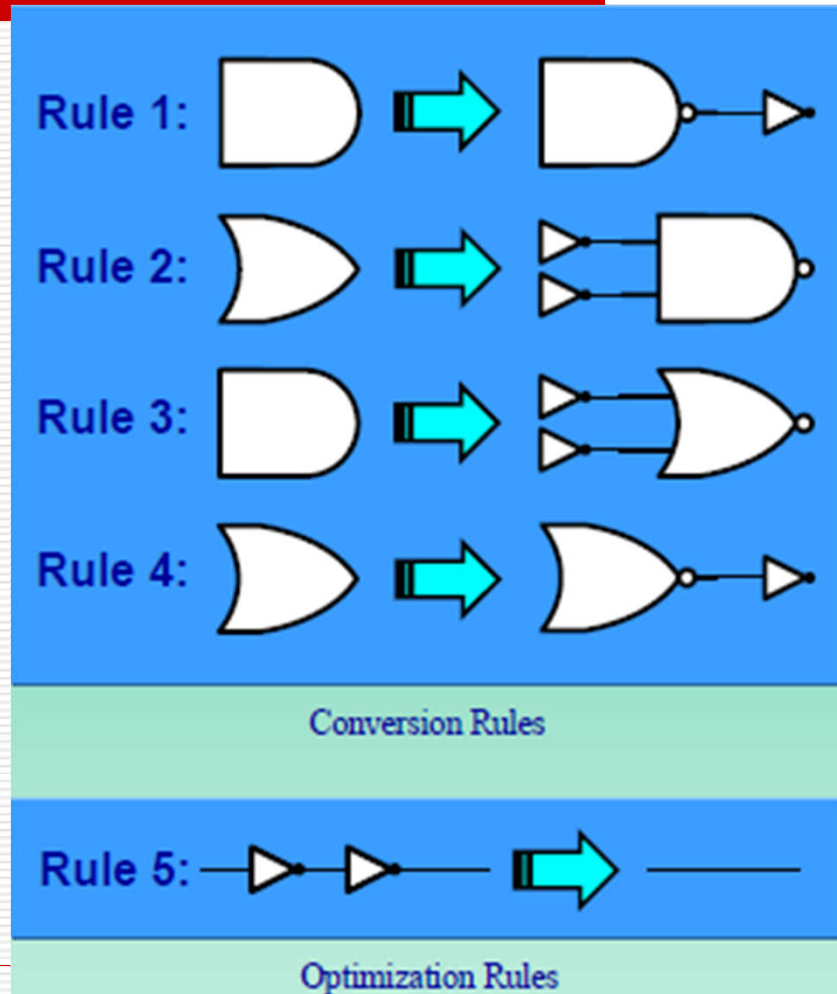

---

# Maparea funcțiilor logice în tehnologie folosind diferite porți

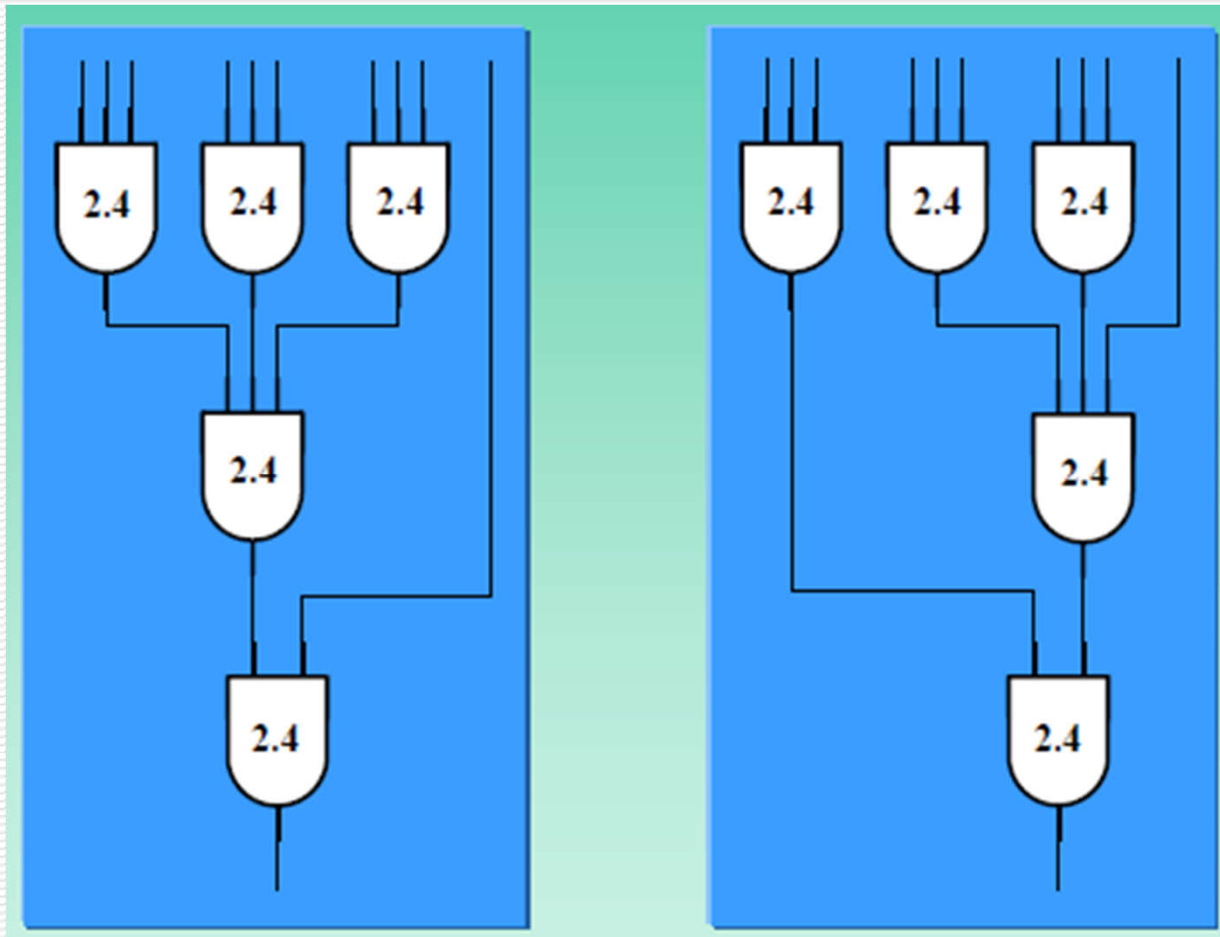
---

- Maparea funcțiilor logice într-o anumită tehnologie → transformarea expresiilor booleene într-o schemă logică care conține numai porțile logice parte din biblioteca de porți a tehnologiei respective
  
  - Pentru tehnologia bazată pe array-uri de porți:
    - Pas 1- **conversie** – înlocuirea porților din ecuația logică a funcției implemente cu porți din gate array
    - Pas 2 – **optimizare** – eliminarea porților invertoare
    - Pas 3 - **decompoziție** – înlocuirea porților cu  $n$ -intrări cu porți cu  $m$ -intrări disponibile în gate array
-

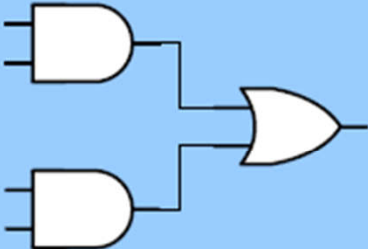
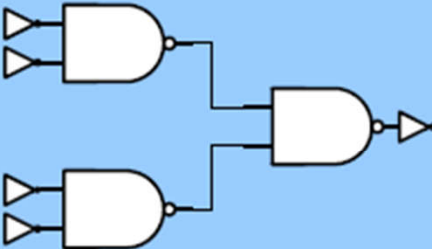
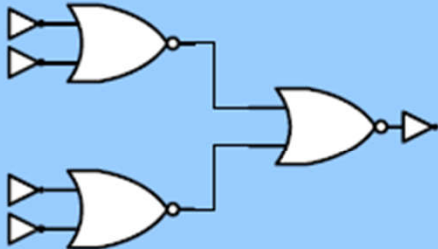
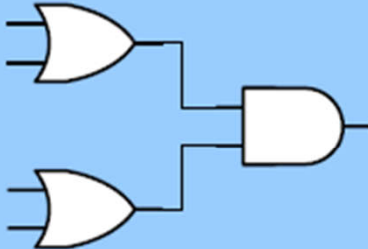
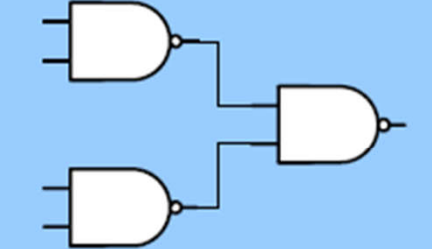
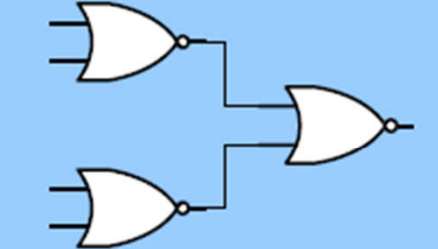
# Conversie și optimizare



# Decompoziție: descompunerea unei porți ȘI cu 10 intrări folosind porți ȘI cu 3 intrări



# Translatarea SOP și POS în ȘI-NU (NAND) și SAU-NU (NOR)

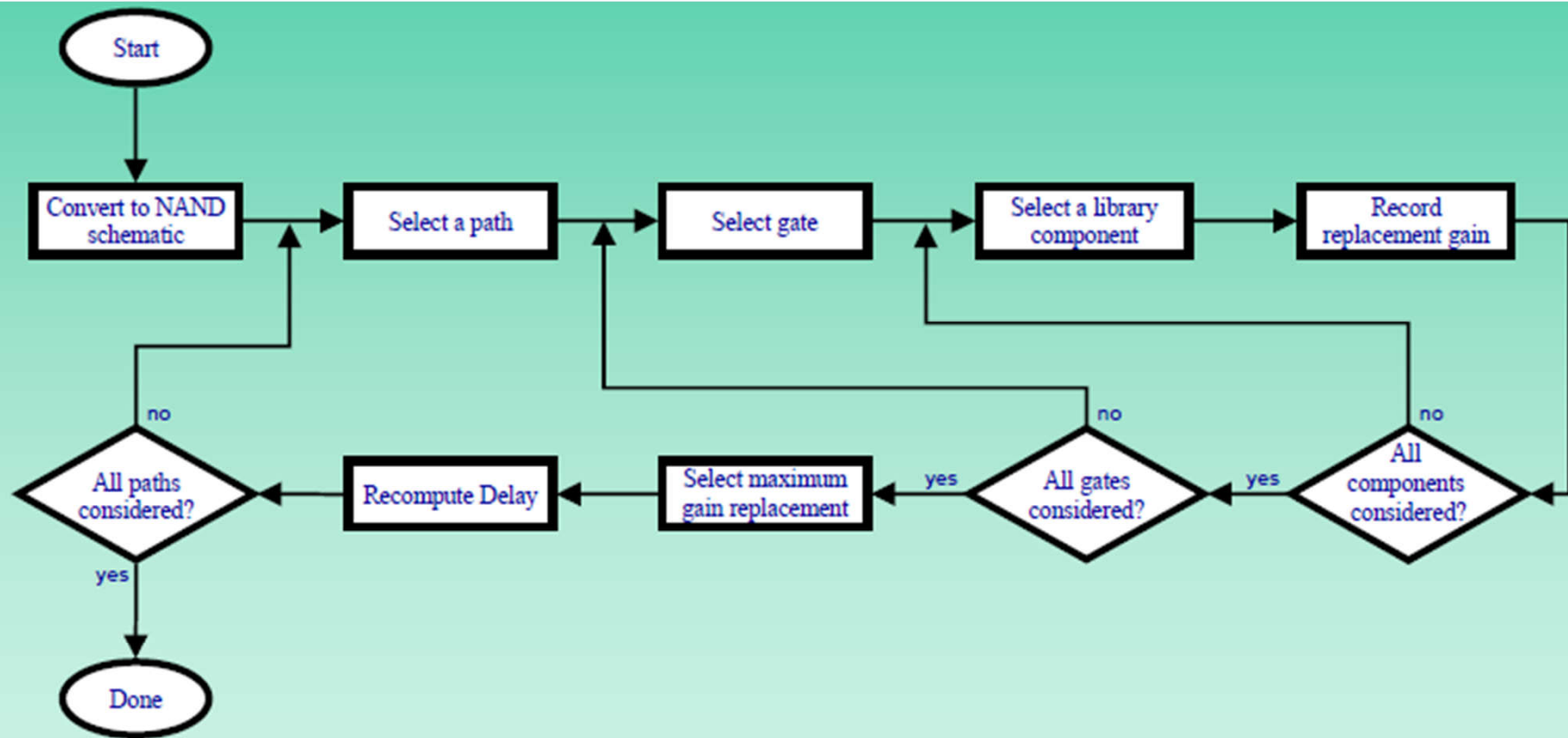
Form Type	Standard Form Implementation	NAND Implementation	NOR Implementation
Sum of products			
Product of sums			

# Implementarea funcției folosind o bibliotecă de porți custom

---

- Biblioteca: conține porți cu întârzieri și cost (nr.de tranzistori) diferit
  - Maparea folosind o bibliotecă custom pp. "rescrierea" schemei folosind biblioteca respectivă de porți
  - Se urmărește:
    - Minimizarea delay-ului pe căile critice
    - Minimizarea costului pentru celelalte
-

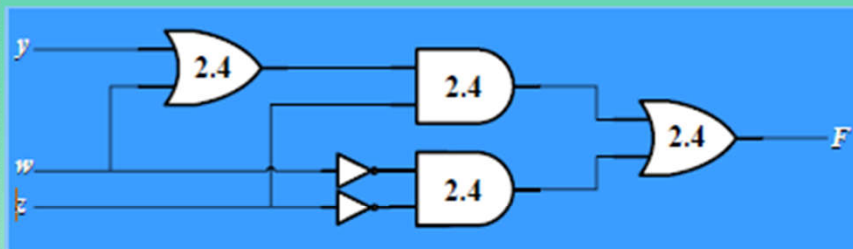
# Procedura de conversie pentru o bibliotecă custom de porți



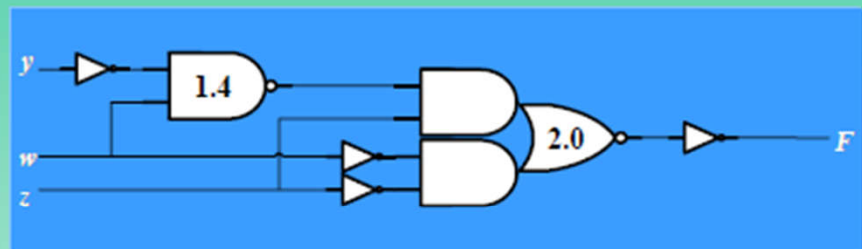
# Exemplu:

Example: Technology mapping for custom libraries

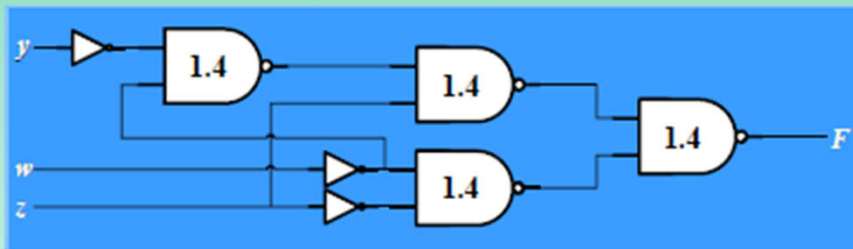
Problem: Convert the expression  $w'z' + z(w + y)$  into a logic schematic using any of the gates defined in the digital logic gates, multiple-input gates, and complex gates libraries



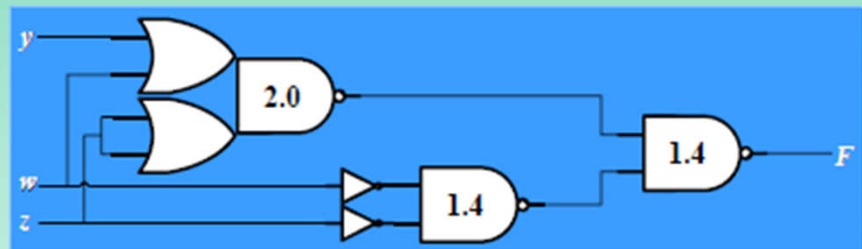
AND-OR Implementation (Delay = 7.2ns, Cost = 28)



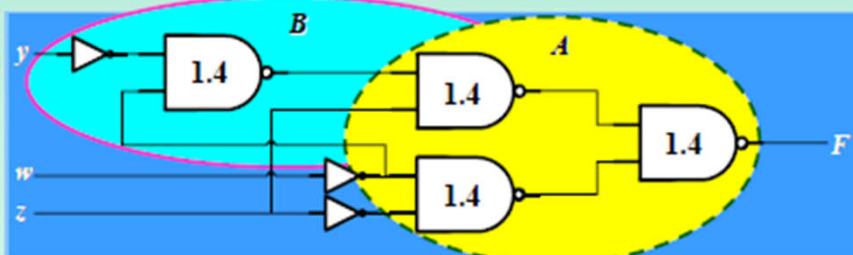
Alternative A (Delay = 5.4ns, Cost = 20)



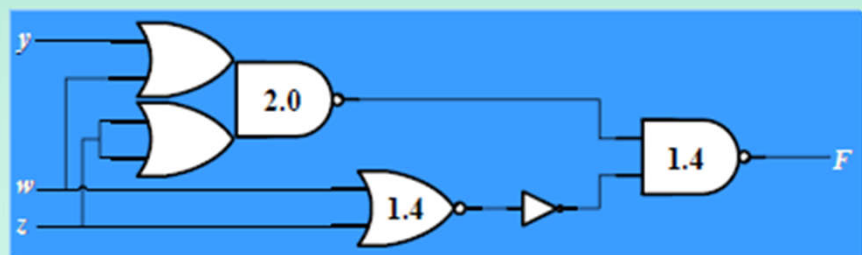
NAND Implementation (Delay = 5.2ns, Cost = 22)



Alternative B (Delay = 3.8ns, Cost = 20)



Two Possible Conversions



Cost Optimized Alternative B (Delay = 3.8ns, Cost = 18)



# Sinteza funcțiilor combinaționale

## porți SAU – EXCLUSIV

---

**SAU–EXCLUSIV** este comutativă, asociativă și distributivă față de operația **ȘI**.

$$A \oplus B = B \oplus A$$

comutativitate

$$A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$$

asociativitatea

$$A \cdot (B \oplus C) = A \cdot B \oplus A \cdot C$$

distributivitate fata de **ȘI**

$$A \oplus A = 0$$

$$A \oplus 0 = A$$

$$A \oplus 1 = \bar{A}$$

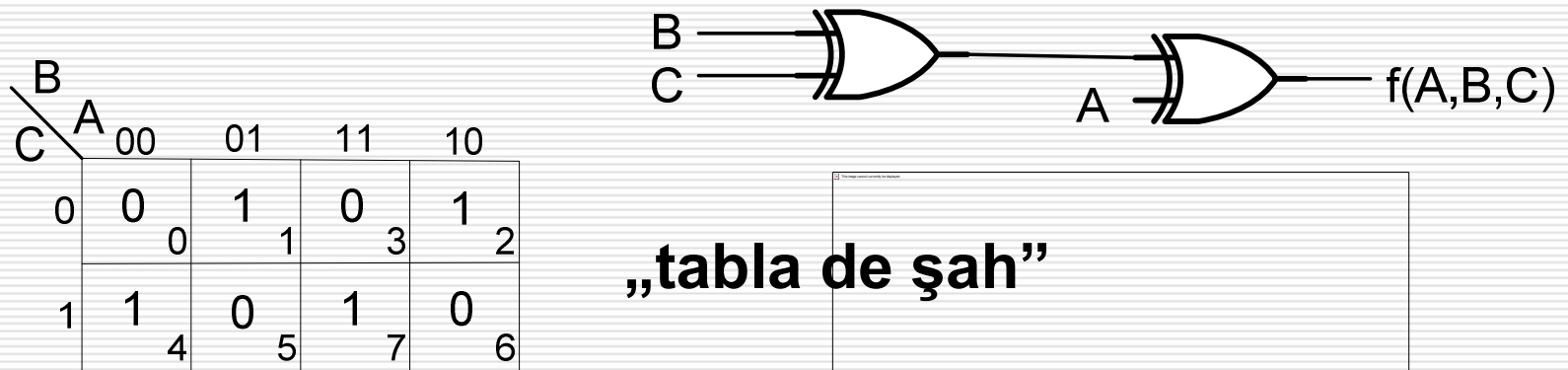
$$A \oplus \bar{A} = 1$$

Există anumite funcții combinaționale care nu se pot minimiza, în a căror reprezentare pe diagrama V-K **unu-rile și zero-urile sunt plasate „în tablă de șah” și care pot fi realizate cu porți logice SAU – EXCLUSIV .**

# Sinteza funcțiilor combinaționale porți SAU – EXCLUSIV

**Exemplu:** să se realizeze cu porți logice **SAU-EXCLUSIV** sinteza funcției:

$$f(A, B, C) = ABC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$$



B \ C \ A	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

„tabla de șah”

$$\begin{aligned} ABC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C &= A(BC + \overline{B}\overline{C}) + \overline{A}(\overline{B}\overline{C} + BC) = \\ &= A(\overline{B \oplus C}) + \overline{A}(B \oplus C) = A \oplus (B \oplus C) \end{aligned}$$

# Întrebări?

---

---

**Enough Talking Let's Get To It  
!!Brace Yourselves!!**

