

Unități de măsură. Formule dimensionale

Mărimea fizică; $X = x[X]_{SI}$

Formula dimensională în raport cu unitățile fundamentale pentru unitatea derivată $[X]$ este:

$$[X] = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} \dots \quad \text{cu } \alpha, \beta, \gamma \in Q$$

În SI unitatea de măsură a unei mărimi derivate se notează $[X]_{SI}$.

Identitatea dimensională a formulei fizice cu membrul stâng $[X]$ și cel drept $[Y]$ și cu formulele dimensionale $[X] = L^{\alpha_1} M^{\beta_1} T^{\gamma_1}$ și $[Y] = L^{\alpha_2} M^{\beta_2} T^{\gamma_2}$ implică egalitățile:

$$\alpha_1 = \alpha_2; \beta_1 = \beta_2; \gamma_1 = \gamma_2$$

Principiul *omogenității dimensionale* a formulelor fizice afirmă că dimensiunile aceleiași mărimi fizice din partea stângă respectiv dreaptă a semnelui egal au *aceleași* valoare numerică.

Puterea lui 10	Multipli							
	1	2	3	6	9	12	15	18
Denumire	deca	hecto	kilo	mega	giga	tera	peta	exa
Simbol	da	h	k	M	G	T	P	E
Submultipli								
-1	-2	-3	-6	-9	-12	-15	-18	
deci	centi	mili	micro	nano	pico	femto	atto	
d	c	m	μ	n	p	f	a	

1. Distanța $d = 947 \text{ km}$ nu se poate exprima după cum urmează:

- a) $9,47 \cdot 10^4 \text{ m}$; b) $9,47 \cdot 10^3 \text{ hm}$; c) $9,47 \cdot 10^3 \text{ dam}$; d) $9,47 \cdot 10^5 \text{ dm}$; e) $0,947 \cdot 10^{-4} \text{ Gm}$;
f) $9,47 \cdot 10^{13} \text{ nm}$.

Rezolvare: $d = 947 \text{ km} = 947 \cdot 10^3 \text{ m} = 9,47 \cdot 10^5 \text{ m} = 9,47 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \text{ hm} = 9,47 \cdot 10^3 \text{ hm}$;
 $d = 9,47 \cdot 10^5 \text{ m} = 9,47 \cdot 10^5 \cdot 10^9 \text{ nm} = 9,47 \cdot 10^{14} \text{ nm}$

2. Sarcina electrică $q = 1,43 \text{ pC}$ înseamnă:

- a) $143 \cdot 10^{-13} \text{ C}$; b) $1,43 \cdot 10^{-8} \text{ mC}$; c) $0,00143 \text{ nC}$; d) $1,43/10^6 \text{ } \mu\text{C}$;
e) $14,3 \cdot 10^{-15} \text{ kC}$; f) $143 \cdot 10^{-14} \text{ C}$.

Tema: Intensitatea curentului electric $I = 25 \text{ mA}$ se poate după cum urmează:

- a) $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$; b) $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ kA}$; c) $2,5 \cdot 10^3 \text{ } \mu\text{A}$; d) $25 \cdot 10^6 \text{ nA}$; e) $0,25 \text{ dA}$; f) $0,025 \cdot 10^{-6} \text{ MA}$.

3. Să se verifice omogenitatea dimensională a formulelor pentru:

- 1) Ecuația lui Bernoulli;
- 2) Ecuația de stare termică a gazului ideal.

Rezolvare:

1)

$$p + \rho g h + \rho v^2 / 2 = \text{constant};$$

$$[p] = \text{ML}^{-1} \text{T}^{-2}; [p] = \text{MLT}^{-2} \text{L}^{-2}$$

$$[\rho g h] = [\rho] \cdot [g] \cdot [h] = \text{ML}^{-3} \cdot \text{LT}^{-2} \cdot \text{L} = \text{ML}^{-1} \text{T}^{-2};$$

$$[\rho v^2] = [\rho] \cdot [v]^2 = \text{ML}^{-3} \cdot (\text{LT}^{-1})^2 = \text{ML}^{-1} \text{T}^{-2}.$$

$$2) \quad pV = \nu R T;$$

$$[pV] = ML^2T^{-2};$$

$$[\nu RT] = Q \frac{ML^2T^{-2}}{Q\theta} \theta = ML^2T^{-2}.$$

Tema: 4. Perioada de oscilație a pendulului gravitațional τ depinde de lungimea firului l și de accelerația gravitațională g : $\tau = 2\pi C \cdot l^\alpha g^\beta$.

Să se deducă, folosind analiza dimensională, formula perioadei de oscilație a pendulului.

Indicație:

$$[\tau] = [l]^\alpha \cdot [g]^\beta, \quad [\tau] = T$$

Utilizarea în fizică a unor noțiuni de analiză vectorială

Într-un sistem cartezian de coordonate în care versorii $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ definesc sistemul ortogonal drept, $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$, un vector \vec{a} se scrie:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$$

unde a_x, a_y, a_z sunt componentele vectorului \vec{a} pe axele de coordonate. Modulul vectorului:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

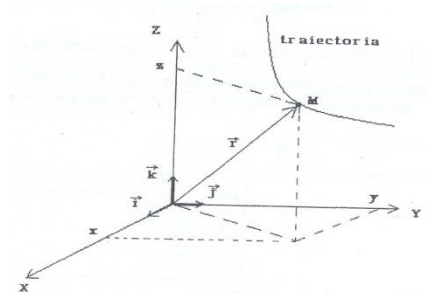


Figura 1. Traectoria unui punct material într-un sistem de referință cartezian.

Exemplu:

Vectorul de poziție al punctului material este:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}; \quad r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Suma a doi vectori este dată de diagonala paralelogramului având ca laturi cei doi vectori și originea comună (*regula paralelogramului*) (fig.2): $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

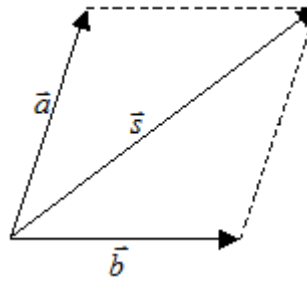


Figura 2. Adunarea a doi vectori.

Produs scalar

Produsul scalar a doi vectori: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$, sau folosind componentele vectorilor pe axele de coordonate:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Observație: Dacă doi vectori sunt perpendiculari rezultă $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; (exemplu $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$, $\vec{i} \cdot \vec{k} = 0$, $\vec{j} \cdot \vec{k} = 0$);

Dacă doi vectori sunt paraleli rezultă $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$; (exemplu $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$, $\vec{j} \cdot \vec{j} = 1$, $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$).

Exemplu: $dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt$; $L = \int_0^{t_1} (F_x v_x + F_y v_y + F_z v_z) dt$

Produs vectorial

Produsul vectorial a doi vectori $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ este vectorul normal la planul determinat de \vec{a} și \vec{b} , al cărui sens se determină cu regula burghiului drept. Modulul său este: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$. Folosind componentele vectorilor produsul vectorial este:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Observație: Dacă doi vectori sunt paraleli rezultă $\vec{a} \times \vec{b} = 0$; (exemplu $\vec{i} \times \vec{i} = 0$, $\vec{j} \times \vec{j} = 0$, $\vec{k} \times \vec{k} = 0$);

Dacă doi vectori sunt perpendiculari rezultă $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$; (exemplu $|\vec{i} \times \vec{j}| = 1$ și $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$)

Exemplu:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}; \quad \vec{J} = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}$$

Mărimi fizice pentru descrierea mișcării

Viteza momentană este:

$$\vec{v} = d\vec{r} / dt = \dot{\vec{r}}$$

Accelerația momentană este:

$$\vec{a} = d\vec{v} / dt = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

ÎNTREBĂRI CU RĂSPUNSURI MULTIPLE

1. Vectorul de poziție al unui punct material este: $\vec{r} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Alegeți propozițiile adevărate:

a) $r_z = 5$; b) $\vec{r}_z = 5$; c) $|\vec{r}| = 7,07$; d) $|\vec{r}| = 4,24$; e) $\vec{r}_x = 3\vec{i}$; f) $r_y = 4$.

2. Legile parametrice ale mișcării unui punct material sunt:

$x(t) = 7 \sin 3t$ (m) și $y(t) = 5 \cos 3t$ (m). Traectoria mișcării este:

a) o elipsă de semiaxe $A = 7$ m și $B = 5$ m;

b) un cerc de rază $R = 9,43$ m;

c) pe axa Ox , proiecția punctului se deplasează între punctele de

coordonate $x_1 = 7$ m și $x_2 = -7$ m;

d) pe axa Oy , proiecția punctului se deplasează între punctele $y_1 = 5$ m

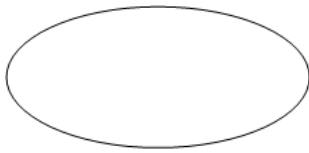
și $y_2 = -5 \text{ m}$;

e) o dreaptă, $y = 8 + 3x$;

f) un arc de hiperbolă, $x \cdot y = 40$.

Indicații: $\sin^2 3t = x^2/49$; $\cos^2 3t = y^2/25$;

$\cos^2 3t + \sin^2 3t = 1$, rezultă $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$, **traectoria este o elipsa**



Tema: 3. Dacă mișcarea unidimensională unui punct material este descrisă de: $x = -2t^2 + 3t + 6 \text{ (m)}$, atunci :

a) traiectoria este o parabolă având coordonatele vârfului : $t_m = 3/4 \text{ s}$ și $x_m = 7,13 \text{ m}$;

b) $a = -4 \text{ m/s}^2 = \text{const.}$; c) $v_0 = 3 \text{ m/s}$;

d) $a = 4 \text{ m/s}^2 = \text{const.}$; e) $v_0 = 6 \text{ m/s}$; f) $x_0 = 6 \text{ m}$.

4. Mișcarea unui punct material este descrisă de ecuațiile:

$x(t) = 3 \sin 2t \text{ (m)}$ și $y(t) = 3 \cos 2t \text{ (m)}$.

Unghiul dintre vectorii \vec{r} și \vec{a} , la orice moment, este :

a) 360 grd; b) $\pi/2$; c) π ; d) 180 grd; e) zero; f) variabil.

Indicații: $\vec{r} = 3 \sin 2t \vec{i} + 3 \cos 2t \vec{j}$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = 6 \cos 2t \cdot \vec{i} - 6 \sin 2t \cdot \vec{j}$$

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{v}} = -12 \sin 2t \cdot \vec{i} - 12 \cos 2t \cdot \vec{j} = -4\vec{r}$$

Tema: 5. Dacă notăm cu \vec{k} versorul axei verticale Oz , atunci vectorul accelerație gravitațională este:

a) $\vec{g} = 9,81 \vec{k}$; b) $\vec{g} = -g \cdot \vec{k}$; c) $\vec{g} = -9,81 \vec{k}$; d) $\vec{g} = 9,81 \text{ m/s}^2$;

e) $\vec{g} = 0$; f) răspunsul a este fals.

Probleme propuse

Tema: 1. Razele Lunii și Pământului sunt 1738 km, respectiv 6378 km, iar masele se află în raportul 12,3 la 1000.

Să se calculeze accelerația gravitației la suprafața Lunii știind că pe Pământ ea este $g_p = 9,80 \text{ m/s}^2$.

Indicații:

1) Care este forța de interacțiune gravitațională pentru un corp de masă m de pe suprafața Pământului?

$$F = -K \frac{mM_p}{R_p^2} \text{ dar } F = mg_p \text{ rezultă: } g_p = K \frac{M_p}{R_p^2}.$$

2) Care este accelerația gravitațională pe Lună, g_L ?

$$g_L = K \frac{M_L}{R_L^2}$$

2. Asupra unui punct material acționează forțele concurente $\vec{F}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ și $\vec{F}_2 = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

Aflați unghiul dintre cele două forțe.

Indicații: $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = |\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2); \quad \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \frac{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2}{|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2|}$

$$\cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \frac{3-8}{5 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$$

3. Față de originea axelor, vectorul de poziție al punctului de aplicație al forței $\vec{F} = -\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ este $\vec{r} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.

Calculați momentul \vec{M} al forței față de originea axelor.

Indicații:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -6\vec{i} - 5\vec{k} - \vec{j} - 3\vec{k} + \vec{i} - 10\vec{j} = -5\vec{i} - 11\vec{j} - 8\vec{k} \text{ (Nm)}$$

Tema: 4. Un corp se misca pe o traiectorie curbilinie. La un moment dat, vectorul de poziție este $\vec{r} = 9\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k}$ iar impulsul este $\vec{p} = 2\vec{i} + 8\vec{j} - 6\vec{k}$. Calculați momentul cinetic al miscării.

5. Vectorul de poziție al unei particule este $\vec{r} = 3t^2\vec{i} - 4t\vec{j} + 5\vec{k}$ exprimat în m când timpul t se exprimă în s . Să se afle:

- a) vectorii viteză și accelerație;
- b) deplasarea particulei în primele 10 secunde de mișcare.

Indicații:

$$\vec{v} = d\vec{r} / dt = \dot{\vec{r}} = 6t\vec{i} - 4\vec{j}; \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 6\vec{i}$$

$$\Delta\vec{r} = 300\vec{i} - 40\vec{j}$$

Tema: 6. Un corp de masă $m=2$ kg este plasat pe suprafața Pământului. Asupra sa acționează pe verticală în sus o forță $F=100$ N. Considerând $g=10$ m/s², să se calculeze accelerația și viteza corpului după parcurgerea distanței de 10 m;

Răspuns: $a=40$ m/s²; $v=20\sqrt{2}$ m/s.

Referințe bibliografice:

- Nicolina POP, *Fizica- Elemente fundamentale pentru ingineri*, Editura Politehnica, Timișoara, 2013.
- I. LUMINOSU, NICOLINA POP, V. CHIRITOIU, M. COSTACHE, *Fizica - Teorie, Probleme, Teste*, Editura Politehnica, Timișoara, 2010.