Un student are de dat un examen cu 10 intrebari de tip adevarat-fals. $p = \frac{1}{2}$

1. Sa se determine probabilitatea ca studentul sa raspunda corect la exact 6 intrebari, pur si simplu prin ghicirea raspunsului la fiecare intrebare.

2. Sa se determine probabilitatea ca studentul sa obtina cel putin nota 6, prin ghicire.

1. $n = 10 \qquad p = 0,5$

$X - bin(10, 0,5)$

$P(X=6) = C_{10}^{6} \cdot 0,5^{6} \cdot 0,5^{4} = C_{10}^{6}\ 0,5^{10}$

2. $P(X \geq 6) = \sum_{k=6}^{10} C_{10}^{k}\ 0,5^{k}\ 0,5^{10-k}$

Fie variabila aleatoare discreta $X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cancel{3}\ 4 & \cancel{X}\ 5 \\ p & p^2 & p & p^2 & p^2 \end{pmatrix}$.

Sa se calculeze < spanstyle =" font − size : 0.9375rem;"> $F_X(1.5)$.

- a. 1
- b. 1/3
- c. 1/2
- d. 1/9
- e. 5/6

Functia de repartitie

$$F_X = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ p, & x \in [1, 2) \\ p + p^2, & x \in [2, 3) \\ 2p + p^2, & x \in [3, 4) \\ 2(p + p^2), & x \in [4, 5) \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$$

$F_X(1,5) = p$

$3p^2 + 2p = 1 \iff 3p^2 + 2p - 1 = 0, \quad \Delta = 4 + 12 = 16$

$p_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{6}$ → $p_1 = -1$ F; $p_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow F_X(1,5) = \frac{1}{3}$

Într-o urnă sunt 2 bile verzi şi 3 bile albastre. Se extrag 2 bile succesiv, fără returnare.

Care este probabilitatea ca prima bilă să fie verde si cea de-a doua albastră?

- a. $\frac{1}{4}$
- b. $\frac{1}{5}$
- c. $\frac{3}{10}$
- d. $\frac{3}{4}$
- e. $\frac{2}{5}$

2 V, 3 A → 5 bile

au rămas 4 bile

$P(V_1) = \frac{2}{5}$ $\xrightarrow{A}$ $P(A_1|V_1) = \frac{3}{4}$ → R: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10} = 0,3$

$P(V_1)$ $\xrightarrow{V}$ $P(V_2|V_1)$

$\xrightarrow{V} P(V_1)$

$\xrightarrow{A} P(A_1)$

Se considera evenimentele A, B si C pentru care stim urmatoarele informatii:

- A si C sunt independente;
- B si C sunt independente;
- A si B sunt mutual exclusive; $P(A\cap B)=0$
- $P(A\cup C)=\frac{2}{3}$, $P(B\cup C)=\frac{3}{4}$ si $P(A\cup B\cup C)=\frac{11}{12}$.

Sa se determine $P(A)$.

- a. 1/4
- b. 1/2
- c. 1
- d. 1/3
- e. 1/6

$$P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)$$

$$P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)$$

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap C)$$
$$\emptyset \quad -P(A\cap B)-P(B\cap C)+$$
$$+P(A\cap B\cap C)$$
$$\Downarrow$$
$$P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)=0$$

$$\frac{2}{3}-\frac{3}{4}=P(A)-P(B)+P(B\cap C)-P(A\cap C)=P(A)-P(B)+P(C)\left(P(B)-P(A)\right)=$$
$$=\left(P(A)-P(B)\right)\left(1-P(C)\right)$$

$$\frac{11}{12}=P(A)+P(B)+P(C)-P(A)\cdot P(C)-P(B)\cdot P(C)=$$

$$P(A)\cdot P(C)=-\frac{2}{3}+P(A)+P(C)$$

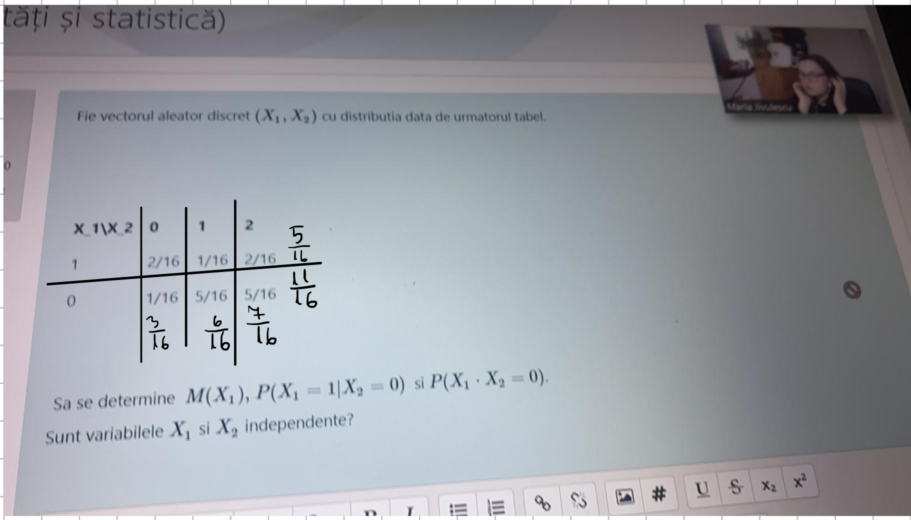
$$P(B)\cdot P(C)=-\frac{3}{4}+P(B)+P(C)$$

$$\Downarrow$$
$$\frac{11}{12}=-P(C)+\frac{17}{12}$$
$$\Rightarrow P(C)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$P(A)+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}P(A)=\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2}P(A)=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{1}{3}$$



Fie vectorul aleator discret (X_1, X_2) cu distributia data de urmatorul tabel.

X_1\X_2	0	1	2	
1	2/16	1/16	2/16	$\frac{5}{16}$
0	1/16	5/16	5/16	$\frac{11}{16}$
	$\frac{3}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{7}{16}$	

Sa se determine $M(X_1)$, $P(X_1 = 1|X_2 = 0)$ si $P(X_1 \cdot X_2 = 0)$.

Sunt variabilele X_1 si X_2 independente?

$$X_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{3}{16} & \frac{6}{16} & \frac{7}{16} \end{pmatrix} \qquad X_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{5}{16} & \frac{11}{16} \end{pmatrix}$$

$$M(X_1) = 1 \cdot \frac{5}{16} + 0 \cdot \frac{11}{16} = \frac{5}{16}$$

$$P(X_1 = 1 | X_2 = 0) = \frac{P(X_1 = 1 \cap X_2 = 0)}{P(X_2 = 0)} = \frac{\frac{2}{16}}{\frac{3}{16}} = \frac{2}{3}$$

$$P(X_1 \cdot X_2 = 0)$$

$$X_1 \cdot X_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ & & \end{pmatrix}$$

$$P(X_1 X_2 = 0) = P[(X_1 = 0, X_2 = 0) \cup (X_1 = 0, X_2 = 1) \cup (X_1 = 0, X_2 = 2) \cup (X_1 = 1 \cup X_2 = 0)] =$$

$$= \frac{1}{16} + \frac{5}{16} + \frac{5}{16} + \frac{2}{16} = \frac{13}{16}$$

$$P(X_1 = 1, X_2 = 0) = P(X_1 = 1) \cdot P(X_2 = 0)$$

$$\frac{2}{16} = \frac{5}{16} \cdot \frac{3}{16} \quad F \quad \Rightarrow \quad X_1, X_2 \text{ - dependente}$$

...bilități și statistică)

O modalitate de a concepe filtrele de spam este aceea de a face o analiza a cuvintelor unui email. In particular, anumite cuvinte se gasesc mai frecvent in emailurile de tip spam.

Se presupunem ca avem urmatoarele informatii:

- 50% din emailuri sunt de tip spam;
- 1% din emailurile de tip spam contin cuvantul "bani";
- 0.1% din emailurile de tip non-spam contin cuvantul "bani".

Presupunem ca un email primit este verificat si se constata ca el contine cuvantul "bani",

Sa se determine probabilitatea ca acest email sa fie intr-adevar spam.

H_1 - ev. email de tip spam $P(H_1) = 0,5$

A - ev. email conține „bani"

H_2 - ev. email de tip non spam $P(H_2) = 0,5$

$$P(A|H_1) = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$P(A|H_2) = 0,001$$

$$P(H_1|A) = ?$$

$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A|H_1) + P(H_2)\cdot P(A|H_2) = 0,5\cdot 0,01 + 0,5\cdot 0,001 = 0,0055$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1)\cdot P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,5\cdot 0,01}{0,0055} = 0,91$$

Sa se determine numarul stringurilor de 6 biti care fie incep cu 00, fie se termina cu 1.

a. 36

b. 10

c. 40

d. 48

e. 64

$\Omega = \{(c_1c_2c_3c_4c_5c_6) / c_i \in \{0,1\}\}$

00____ $2^4 = 16$

_____1 $2^5 = 32$

$\Rightarrow 48 - 2^3 = 40$ (00___1)

Sa se determine numarul stringurilor de 6 biti care incep cu 0 si se termina cu 11.

a. 16

b. 10

c. 64

d. 8

e. 4

$0\_\_\_11 \to 2^3 = 8$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
8

Într-o urnă sunt 7 bile albe, notate cu 1,2,3,4,5,6,7, şi 6 bile roşii notate cu 8,9,10,11,12,13?

Se extrage o bilă.

Ştiind că bila extrasă este roşie, care este probabilitatea p1, ca numărul înscris să fie divizibil cu 4?

a. $\frac{3}{4}$

b. $\frac{2}{3}$

c. $\frac{1}{3}$

d. $\frac{5}{6}$

e. $\frac{1}{6}$

TOTAL = 13
7A
6R

$\boxed{\frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$

Răspunsul dumneavoastră este corect.

Răspunsul corect este:
$\frac{1}{3}$

Se considera variabila aleatoare discreta $X : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ p & \frac{7}{4}p & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$.

Sa se determine $F_X(1.1)$.

$\frac{11}{4}p + \frac{3}{6} = 1 \mid \cdot 12$

$33p + 6 = 12$

$33p = 6$

$p = \frac{6}{33} = \frac{2}{11}$

a. 2/11

b. 5/11

c. 1/3

d. 4/6

e. 1/11

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{2}{11}, & x \in [1, 2) \\ \frac{1}{2}, & x \in [2, 3) \\ \frac{5}{6}, & x \in [3, 4) \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

$F_X(x = 1{,}1) = F_X(x = 1) = \frac{2}{11}$

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este:
2/11

Care este numarul codurilor de 8 biti care se poate forma?

a. 16

b. C_8^2

c. A_8^2

d. 2^8

e. 8!

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
2^8

In cate moduri pot fi codificate cifrele zecimale prin coduri de 5 biti?

- a. A_{16}^{5}
- b. 5!
- c. A_{32}^{10} ✔
- d. A_{16}^{5}
- e. C_{32}^{10}

$\{a,b,c\}$

$\{c,b,a\}$ $\Rightarrow A_{32}^{10}$

$\{a,b,c\}$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
A_{32}^{10}

Un proiect consta din 2 module. Numarul erorilor in primul modul este o variabila aleatoare X, iar in cel de-al doilea modul o variabila Y. Distributia comuna de probabilitate a celor doua variabile, adica a vectorului aleator (X,Y), este:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}15 & 0{,}15 \end{pmatrix}$$

X \ Y	0	1	2	3	
0	0.2	0.2	0.05	0.05	0,5
1	0.2	0.1	0.1	0.1	0,5
	0,4	0,3	0,15	0,15	

Sa se determine media variabilei Z= (Y|X=1) ce da numarul de erori din al doilea modul, in conditia in care in primul modul este o eroare.

Sa se determine distributia de probabilitatea a variabilei ce da produsul numarului de erori din cele doua module XY.

Sunt variabilele independente?

$$Z = (Y \mid X=1) \qquad D_Z = \{0,1,2,3\}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

$$P(Y=0 \mid X=1) = \frac{P(Y=0, X=1)}{P(X=1)} = \frac{0{,}2}{0{,}5} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

$$P(Y=1 \mid X=1) = \frac{P(Y=1, X=1)}{P(X=1)} = \frac{0{,}1}{0{,}5} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

$$M(Z) = 0\cdot 0{,}4 + 1\cdot 0{,}2 + 2\cdot 0{,}2 + 3\cdot 0{,}2 = 0{,}6 + 0{,}6 = 1{,}2$$

$$XY \qquad D_{XY} = \{0,1,2,3\}$$

$$XY = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

$$P(XY=0) = P[(X=0,Y=0) \cup (X=0,Y=1) \cup (X=0,Y=2) \cup (X=0,Y=3) \cup (X=1,Y=0)] =$$
$$= 0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}2 = 0{,}7$$

$$P(XY=1) = P[(X=1, Y=1)] = 0{,}1$$

$$P(XY=2) = 0{,}1 \qquad P(XY=3) = 0{,}1$$

$$P(X=0, Y=1) = P(X=0)\cdot P(Y=1)$$

$$0{,}2 = 0{,}5 \cdot 0{,}3 \quad F$$

$\Rightarrow$ dependenti

Probabilitatea de a se putea loga de acasa a unui student la serverul UPT este in orice moment de 0.7, independent de restul timpului.
Fie X variabila ce da numarul de incercari ce trebuie facute pentru a obtine acces la serverul UPT (inclusiv).
Sa se calculeze probabilitatea ca numarul de incercari sa fie de cel putin 2 si cel mult 3. $\longrightarrow$ geom
Sa se determine numarul mediu de esecuri, pana se face conexiunea la serverul UPT.

$p = 0,7$

$X \sim geom(0,7)$

$P(X \geq 2 \cup X \leq 3) = 0,7 \cdot 0,3^1 + 0,7 \cdot 0,3^2 = 0,21 + 0,063 = 0,273$

$M(X) - 1 = \frac{1}{0,7} - 1 = \frac{10}{7} - 1 = \frac{3}{7}$

Sa se determine numarul stringurilor de 5 biti, in care suma bitilor este egala cu 2.

- a. 125
- b. 25
- c. 20
- d. 10 ✔
- e. 5

Your answer is correct.
Răspunsul corect este:
10

_ _ _ _ _ $\rightarrow$ 2 biți de 1

1 _ _ _ _ $\rightarrow$ 4

0 1 _ _ _ $\rightarrow$ 3

0 0 1 _ _ $\rightarrow$ 2

0 0 0 1 _ $\rightarrow$ 1

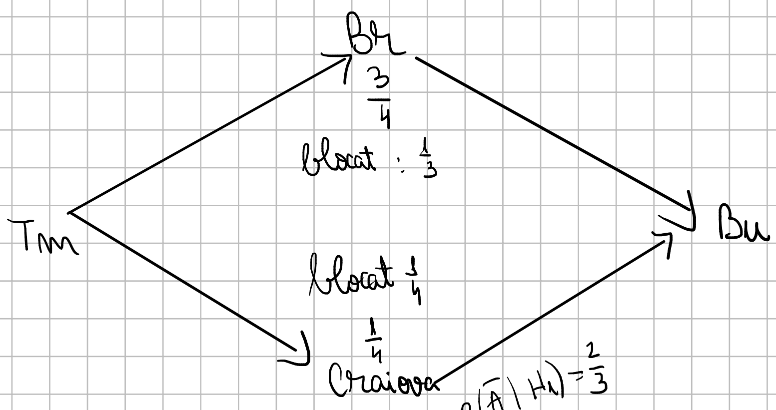
$10 = C_5^2$

In cate moduri pot fi codificate cifrele zecimale prin coduri de 3 biti?

- a. C_9^8
- b. C_{10}^3 ✘
- c. A_9^8
- d. 3!
- e. 0

Your answer is incorrect.
Răspunsul corect este:
0

Pachetele de informatii transmise prin reteaua de internet, de la Timisoara la Bucuresti sunt rutate cu probabilitate 3/4 prin Brasov si cu probabilitate 1/4 prin Craiova. Un pachet rutat prin Brasov poate fi blocat cu probabilitate 1/3, iar unul rutat prin Craiova cu probabilitate 1/4. Daca un pachet nu este blocat, care este probabilitatea ca el sa fi fost rutat prin Brasov?



H_1 - prin Br $P(H_1) = \frac{3}{4}$

H_2 - prin Cr $P(H_2) = \frac{1}{4}$

A - este blocat

$P(A|H_1) = \frac{1}{3} \to \quad P(H_1|\bar{A})$

$P(A|H_2) = \frac{1}{4}$

$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A|H_1) + P(H_2)\cdot P(A|H_2) =$$
$$= \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

$P(\bar{A}) = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$ $\quad P(\bar{A}) = \frac{\cancel{3}}{4}\cdot\frac{2}{\cancel{3}} + \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$

$$P(H_1|\bar{A}) = \frac{P(H_1)\cdot P(\bar{A}|H_1)}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}}{\frac{11}{16}} = \frac{8}{11}$$

Un proiect consta din 2 module. Numarul erorilor in primul modul este o variabila aleatoare X, iar in cel de-al doilea modul o variabila Y. Distributia comuna de probabilitate a celor doua variabile, adica a vectorului aleator (X,Y), este:

		Y			
		0	1	2	3
X	0	0.2	0.2	0.05	0.05
	1	0.2	0.1	0.1	0.1

Sa se determine media variabilei Z= (Y|X=0) ce da numarul de erori din al doilea modul, in conditia in care in primul modul nu este nicio eroare.

Sa se determine distributia de probabilitatea a numarului total de erori din cele doua module $X+Y$.

Sunt variabilele independente?

Un sistem electronic conține 5 componente. Probabilitatea ca o componentă să eșueze în funcționare este de 0.1, iar componentele eșuează independent una de alta.

1. Să se explice ce distribuție de probabilitate are variabila aleatoare X ce dă numărul de componente ale sistemului care eșuează, precizând atât mulțimea valorilor posibile ale lui X, cât și probabilitățile corespunzătoare.
2. Să se calculeze probabilitatea ca cel puțin două componente ale sistemului să eșueze.
3. Știind că cel puțin două componente ale sistemului au eșuat, care este probabilitatea ca toate cele 5 componente să fi eșuat?

1. $p=0{,}1$ să eșueze $\quad n=5 \quad$ X – de câte ori eșuează

$X - bin(5, 0{,}1) \quad D_X=\{0,1,2,3,4,5\}$

$P_i = C_5^i\,(0{,}1)^i\cdot(0{,}9)^{5-i}$

2. $P_i(X\geq 2)=\sum_{i=2}^{5} C_5^i\,(0{,}1)^i\,(0{,}9)^{5-i} = 1 - C_5^0\cdot(0{,}9)^5 - C_5^1\,(0{,}1)\cdot(0{,}9)^4 = A$

3. $P(X=5/X\geq 2) = \dfrac{P(X=5, X\geq 2)}{P(X\geq 2)} = \dfrac{P(X=5)}{P(X\geq 2)} = \dfrac{(0{,}1)^5}{A}$

Bugărin Maria-Lavinia

Fie H_1, H_2 două evenimente care formează o partiție a spațiului de selecție Ω asociat unui spațiu de probabilitate $(\Omega, \mathcal{K}, P)$ și $A\in\mathcal{K}$ un eveniment oarecare astfel încât $P(H_1)=0.2$, $P(A|\overline{H_1})=0.4$ și $P(A|\overline{H_2})=0.7$. Cât este $P(A|H_2)$?

- a. 0.6
- b. 0.4
- c. 0.7
- d. 0.5
- e. 0.3

$P(H_2)=0{,}8 \qquad P(A|H_2)=0{,}4$

$P(A|H_1)=0{,}7$

La un router pachetele de informație sosesc cu o rată de 10 pachete pe minut.

1. Să se explice ce distribuție de probabilitate are variabila aleatoare X ce dă numărul de pachete de informație ce sosesc într-un minut, precizând atât mulțimea valorilor posibile ale lui X, cât și probabilitățile corespunzătoare.
2. Să se calculeze probabilitatea ca într-un minut să sosească cel mult două pachete de informație.
3. Știind că într-un minut au sosit cel mult două pachete de informație, care este probabilitatea ca în acest timp să fi sosit exact două pachete?

1. $X \sim pois(\lambda=10\ p/min) \quad D_X=\{0,1,\dots,n\}$

$p_i = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^i}{i!}$

2. $P(X\leq 2) = \dfrac{e^{-10}10^0}{0!} + \dfrac{e^{-10}10^1}{1!} + \dfrac{e^{-10}10^2}{2!}$

3. $P(X=2|X\leq 2) = \dfrac{P(X=2\cap X\leq 2)}{P(X\leq 2)} = \dfrac{P(X=2)}{P(X\leq 2)}$

Fiecare calculator din laboratorul TP poate fi infectat de un virus cu probabilitatea de 40%. Dacă un calculator este infectat, antivirusul instalat poate depista infecția cu o probabilitate de 80%, iar dacă un calculator nu este virusat, aplicația ia decizia corectă cu probabilitatea de 95%. Dacă antivirusul raportează o infecție la unul dintre calculatoarele din laborator, care este probabilitatea ca aceasta să fie prezentă și în realitate?

H_1 – este infectat $P(H_1) = 0,4$

H_2 – nu este infectat $P(H_2) = 0,6$ A – poate depista corect

$P(A \mid H_1) = 0,8$

$P(A \mid H_2) = 0,95$

$P(H_1 \mid A) = ?$

$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2)\, P(A \mid H_2) = 0,4 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,95 = 0,89$

$P(H_1 \mid A) = \dfrac{P(H_1) \cdot P(A \mid H_1)}{P(A)} = \dfrac{0,4 \cdot 0,8}{0,89} = 0,36$

Deschide cu

Distribuția de probabilitate a vectorului aleator discret (X, Y) este:

		Y			
		-1	0	2	
X	0	0.2	0.1	0.1	0,4
	1	0.3	0.1	0.2	0,6
		0,5	0,2	0,3	

Să se determine:

1. Distribuția de probabilitate a variabilei aleatoare X și dispersia sa;
2. Distribuția de probabilitate a variabilei aleatoare $Z = (Y \mid X = 1)$;
3. $P(X \leq Y)$.

1. $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$ $Y = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0,5 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$

$V^2(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 0,6 - (0,6)^2 = 0,6 - 0,36 = 0,24$

$X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$ $M(X^2) = 0,6$

$M(X) = 0,6$

2. $Z = (Y \mid X = 1)$ $Z = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0,5 & 0,17 & 0,33 \end{pmatrix}$

$D_Z = \{-1, 0, 2\}$

$$P(Y=-1 \mid X=1) = \frac{P(X=1 \cap Y=-1)}{P(X=1)} = \frac{0,3}{0,6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$P(Y=0 \mid X=1) = \frac{0,1}{0,6} = \frac{1}{6} = 0,17$$

$$P(Y=2 \mid X=1) = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} = 0,33$$

3. $P(X \leq Y) = P[(X=0, Y=0) \cup (X=0, Y=2) \cup (X=1, Y=2)] =$

$= 0,1 + 0,1 + 0,2 =$

$= 0,4$

Fie X, Y două variabile aleatoare independente ale căror distribuții de probabilitate sunt:

$$X: \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{2}{7} & \frac{4}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}, \quad Y: \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

1. Să se calculeze $\sigma^2(-2Y+1)$.
2. Să se determine distribuția de probabilitate a variabilei aleatoare $Z = X + Y$.
3. Să se calculeze $P(X \geq 0.5 \mid Y = -1)$.

1. $Z = (-2Y+1)$

$D_Z = \{-1, 3\}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} \xrightarrow{Z^2} \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

$$M(Z^2) = \frac{2}{5} + \frac{27}{5} = \frac{29}{5} \qquad M(Z) = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{29}{5} - \frac{49}{25} = 3,84$$

2. $Z = X + Y \quad D_Z = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$$P(Z=-2) = P(X=-1, Y=-1) = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{35} = 0,17$$

$$P(Z=-1) = P[(X=0, Y=-1)] = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{35}$$

$$P(Z=0) = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{35} + \frac{3}{35} = \frac{7}{35}$$

$$P(Z=1) = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{35}$$

$$P(Z=2) = \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{35}$$

$$Z = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \frac{6}{35} & \frac{12}{35} & \frac{7}{35} & \frac{8}{35} & \frac{2}{35} \end{pmatrix}$$

3. $P(X \geq 0{,}5 \mid Y=-1) = P(X=1 \mid Y=-1) = \dfrac{P(X=1, Y=-1)}{P(Y=-1)} = \dfrac{\frac{1}{7}\cdot\cancel{\frac{3}{5}}}{\cancel{\frac{3}{5}}} = \dfrac{1}{7}$

$\Rightarrow$ independență $\longleftrightarrow P(X=1)$

Conform unui protocol de transmitere a pachetelor de informație între nodurile unei rețele, la fiecare transmitere se poate produce o coliziune de pachete cu probabilitatea de 0.1, independent de transmiterile precedente.

1. Să se explice ce distribuție de probabilitate are variabila aleatoare X ce dă numărul de coliziuni de pachete de informație din primele 4 transmiteri, precizând atât valorile posibile pe care le poate lua X, cât și probabilitățile corespunzătoare.
2. Să se calculeze probabilitatea ca în primele patru transmiteri de pachete de informație să se producă cel puțin o coliziune.
3. Știind că în primele patru transmiteri de pachete de informație s-a produs cel puțin o coliziune, să se calculeze probabilitatea ca toate cele patru transmiteri să se fi soldat cu coliziune.

1. $p = 0{,}1$

$X \sim \text{bin}(n=4, p=0{,}1)$

$S_X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$p_i = C_4^i \, (0{,}1)^i \cdot (0{,}9)^{4-i}$

2. $P(X \geq 1) = \sum_{i=1}^{4} C_4^i \cdot (0{,}1)^i \cdot (0{,}9)^{(4-i)}$

$= 1 - P(X=0) = 1 - C_4^0 \cdot (0{,}1)^0 \cdot (0{,}9)^4$

3. $P(X=4 \mid X \geq 1) = \dfrac{P(X=4 \cap X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \dfrac{P(X=4)}{P(X \geq 1)}$

Se știe că fotbaliștii sunt testați periodic pentru a identifica eventuala folosire a unor substanțe dopante. Un test dă rezultate pozitive (adică indică dopajul) pentru 99% dintre fotbaliștii dopați și dă rezultate negative (nu indică dopajul) pentru 98% dintre cei nedopați. Din datele obținute până acum s-a constatat că 10% dintre fotbaliști se dopează. Dacă rezultatul testării unui fotbalist a ieșit negativ, care este probabilitatea ca în realitate acesta să se fi dopat?

H_1 - se dopează $\quad P(H_1) = 0{,}1$

H_2 - nu se dopează $\quad P(H_2) = 0{,}9$

A - rezultat poz.

$P(A \mid H_1) = 0{,}99 \longrightarrow P(\bar{A} \mid H_1) = 1 - 0{,}99 = 0{,}01$

$P(H_1 \mid \bar{A}) = ?$

$P(\bar{A} \mid H_2) = 0{,}98$

$P(\bar{A}) = P(H_1) \cdot P(\bar{A} \mid H_1) + P(H_2)\, P(\bar{A} \mid H_2) = 0{,}88$

$P(H_1 \mid \bar{A}) = \dfrac{P(H_1) \cdot P(\bar{A} \mid H_1)}{P(\bar{A})} = \dfrac{0{,}1 \cdot 0{,}01}{0{,}88} = 0{,}001$

Câte funcții $h : \{1, 2\} \to \{0, 1\}^3$ există?

Selectați răspunsul corect:

- a. 6
- b. 81
- c. 16
- d. 4
- e. 64

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este: 64

$|A| = 2$

$|B| = 2^3$

funcții $|B|^{|A|} = 8^2 = 64$

Distribuția de probabilitate a unei variabile aleatoare discrete X este

$$X : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

Să se calculeze $P(X < -1)$. $= 0$

Selectați răspunsul corect:

- a. $\frac{2}{5}$
- b. 1
- c. 0
- d. $\frac{1}{5}$
- e. $F_X(-1)$, unde F_X este funcția de repartiție a variabilei aleatoare X.

Your answer is incorrect.

Răspunsul corect este: 0

Pagina 2 / 9

Un simulator generează un string binar format din 6 biți. Știind că primii doi biți generați sunt 1, să se calculeze probabilitatea ca toți biții generați să fie egali.

- a. $\frac{1}{16}$
- b. $\frac{2}{64}$
- c. $\frac{16}{64}$
- d. $\frac{1}{8}$
- e. $\frac{1}{64}$

Your answer is correct.

Răspunsul corect este:
$\frac{1}{16}$

1 1 _ _ _ _

totale 2^4

fav. : 1

$P = \frac{1}{16}$

Un proiect constă din trei sarcini **independente**, iar probabilitățile ca acestea să fie îndeplinite la timp sunt 0.5, 0.2, respectiv 0.4. Să se calculeze probabilitatea ca doar a treia sarcină să fie îndeplinită la timp.

Selectați răspunsul corect:

- a. 0.40
- b. 0.16
- c. 0.20
- d. 0.04
- e. 0.24

...r answer is incorrect.

...punsul corect este: 0.16

$P(A_1) = 0,5$

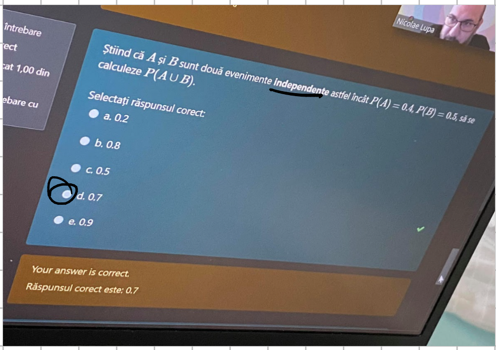
$P(A_2) = 0,2$

$P(A_3) = 0,4$

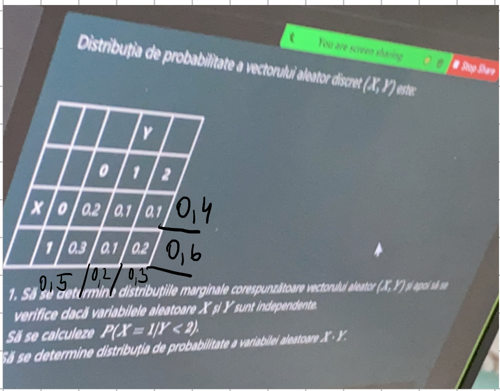
$P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap A_3) =$

$= 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,4 =$

$= 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$



$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A)\cdot P(B) =$$
$$= 0{,}9 - 0{,}2 = 0{,}7$$



1. $$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0{,}4 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

$$P(X=0, Y=1) = P(X=0)\cdot P(Y=1)$$

$$0{,}1 \neq 0{,}4\cdot 0{,}1 \Rightarrow \text{dependente}$$

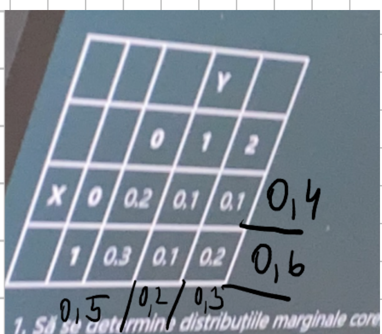
2. $P(X=1 | Y<2)$

$$P(X=1|Y=0) = \frac{P(X=1, Y=0)}{P(Y=0)} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=1|Y=1) = \frac{P(X=1, Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{0{,}1}{0{,}5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$

3. $D_Z = \{0, 1, 2\}$

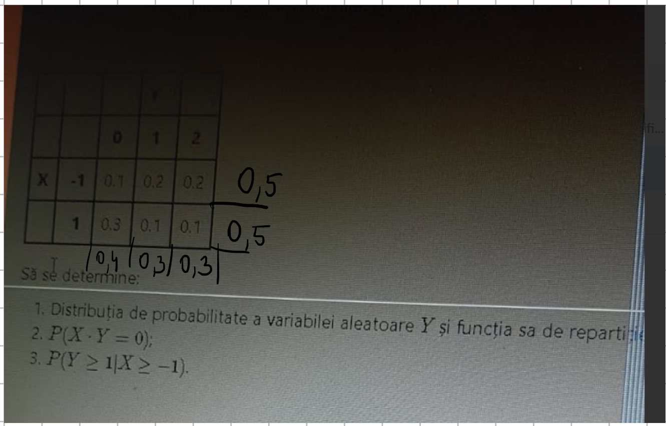


$$P(Z=0) = P[(X=0,Y=0)\cup(X=0,Y=1)\cup(X=0,Y=2)\cup(X=1,Y=0)] =$$
$$= 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}7$$

$$P(Z=1) = P[(X=1, Y=1)] = 0{,}1$$

$$P(Z=2) = P[(X=1, Y=2)] = 0{,}2$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$



		Y			
		0	1	2	
X	-1	0.1	0.2	0.2	0,5
	1	0.3	0.1	0.1	0,5
		0,4	0,3	0,3	

Să se determine:

1. Distribuția de probabilitate a variabilei aleatoare Y și funcția sa de reparti[ție]
2. $P(X \cdot Y = 0)$;
3. $P(Y \geq 1 | X \geq -1)$.

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,3 \end{pmatrix}$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ 0,4, & y \in [0,1) \\ 0,7, & y \in [1,2) \\ 1, & y \geq 2 \end{cases}$$

2. $P(X \cdot Y = 0) = P[(X = -1, Y = 0) \cup P(X = 1, Y = 0)] =$

$= 0,1 + 0,3 = 0,4$

3. $P(Y \geq 1 | X \geq -1) = 1 - P(Y = 0 | X \geq -1) = 1 - 0,8 = 0,2$

$$P(Y = 0 | X = -1) = \frac{P(Y = 0 \cap X = -1)}{P(X = -1)} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2$$

$$P(Y = 0 | X = 1) = \frac{P(Y = 0 \cap X = 1)}{P(X = 1)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

$0,8$