

Dan NICULA

ELECTRONICĂ DIGITALĂ

Carte de învățatură 2.0



Editura Universității *TRANSILVANIA* din Brașov
ISBN 978-606-19-0563-8

2015

Lecția 14

Automate sincrone

14.1 Noțiuni teoretice

Automatele sunt circuite logice secvențiale care prezintă în structura lor:

- circuit logic combinațional pentru determinarea stării viitoare (pe baza intrărilor și a stării prezente);
- registru de stare pentru memorarea stării curente;
- circuit logic combinațional pentru determinarea valorilor ieșirilor (pe baza intrărilor și a stării prezente).

După dependența ieșirilor de intrări, automatele se clasifică în:

- automatele de tip **Moore**, ieșirea este dependentă exclusiv de starea prezentă;
- automatele de tip **Mealy**, ieșirea este dependentă atât de starea prezentă cât și de intrări.

După întârzierea ieșirilor față de intrări, automatele se clasifică în:

- automatele imediate, ieșirea este generată dintr-un circuit combinațional;
- automatele cu întârziere, ieșirea este generată de un circuit combinațional urmat de un registru.

Structurile celor 4 tipuri de automate sunt prezentate în figurile 14.1 și 14.2.

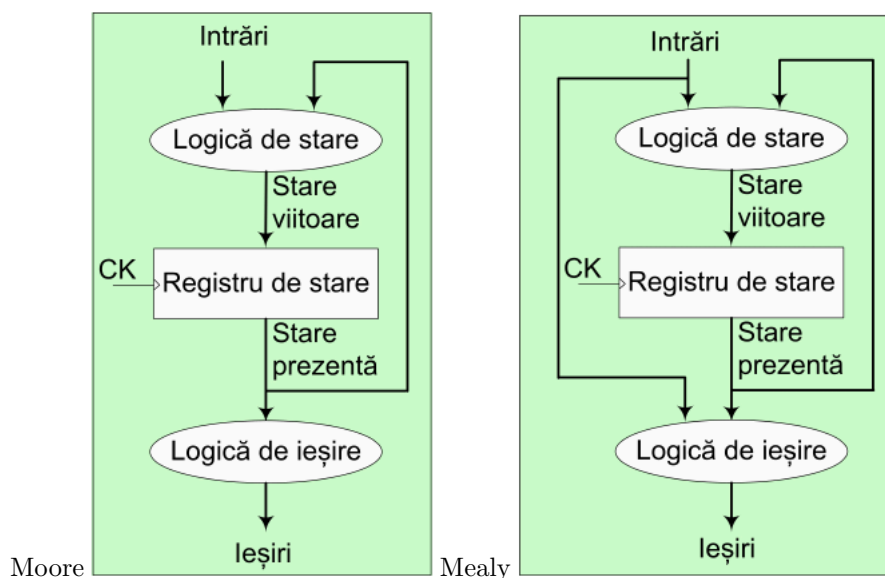


Figura 14.1 Structuri de automate imediate.

Comportamentul automatelor poate fi descris în mai multe forme de reprezentare:



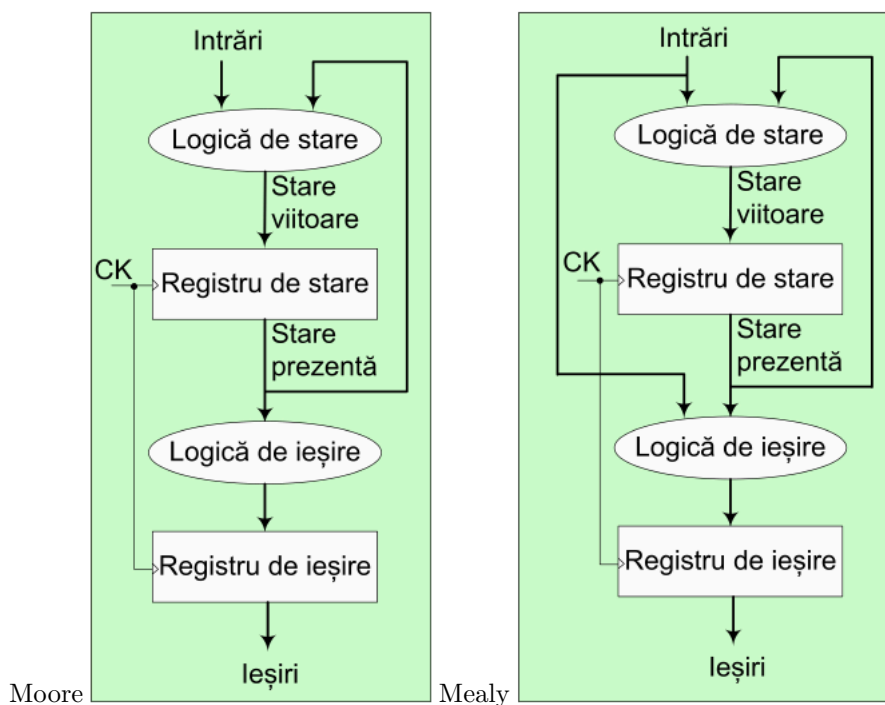


Figura 14.2 Structuri de automate cu întârziere.

- **Tabelul de tranziții** include informații complete despre comportamentul automatului într-o formă ușor de utilizat pentru implementare. Tabelul conține următoarele secțiuni:

- *Intrări*, câte o coloană pentru fiecare intrare. Valorile logice ale intrărilor pot fi 0 și 1 sau pot fi considerate indiferente pentru tranziția din anumită stare (caz în care valoarea se marchează cu *X*, indiferent (Engl. "don't care").
- *Stare prezentă*, pe o coloană denumirea generică a stării curente și pe alte coloane (câte una pentru fiecare bit de cod) codul stării prezente.
- *Stare viitoare*, pe o coloană denumirea generică a stării viitoare și pe alte coloane (câte una pentru fiecare bit de cod) codul stării viitoare.
- *Ieșiri*, câte o coloană pentru fiecare ieșire. Valorile logice ale ieșirilor pot fi dependente doar de stare (ieșiri Moore, apar identic pe toate liniile asociate unei stări) sau dependente și de intrări (ieșiri Mealy, au valori diferite pe diferite linii asociate unei stări).

Tabelul de tranziții reprezintă o formă utilă de centralizare a datelor în cazul implementării automatului sub o formă ce necesită minimizarea funcțiilor de transfer ale stării sau ale ieșirilor.

În cazul implementării registrului de stare cu bistabile de alt tip decât D (T, JK), tabelul de tranziții se completează cu coloane pentru stimulii de intrare ai bistabilelor, deduși pe baza stării prezente, stării viitoare și a tipului de bistabil.

- **Organigrama** este o formă de reprezentare grafică a comportamentului unui automat, într-o manieră algoritmică. Organigrama conține 3 tipuri de simboluri, prezentate în figura 14.3.

- *Simbolul de stare* este un dreptunghi care conține în interior numele ieșirilor active în acea stare, iar pe exterior numele simbolic al stării și codul binar al acesteia. Simbolul de stare are o singură intrare care poate veni de la oricare din cele 3 simboluri și o singură ieșire care poate conduce fie la un simbol de stare (tranziție necondiționată, fie la un simbol de decizie).
- *Simbol de decizie* este un romb care conține în interior o condiție a intrărilor, iar în exterior valorile cu care se poate evalua condiția, 0 și 1. Simbolul de decizie are o singură intrare care poate veni de la oricare din cele 3 simboluri și două ieșiri care pot conduce la oricare dintre cele 3 simboluri.
- *Simbol de ieșire imediată* este un oval care conține în interior numele ieșirilor activate în cazul îndeplinirii condiției din simbolul de decizie precedent. Simbolul de ieșire imediată are o singură intrare care poate



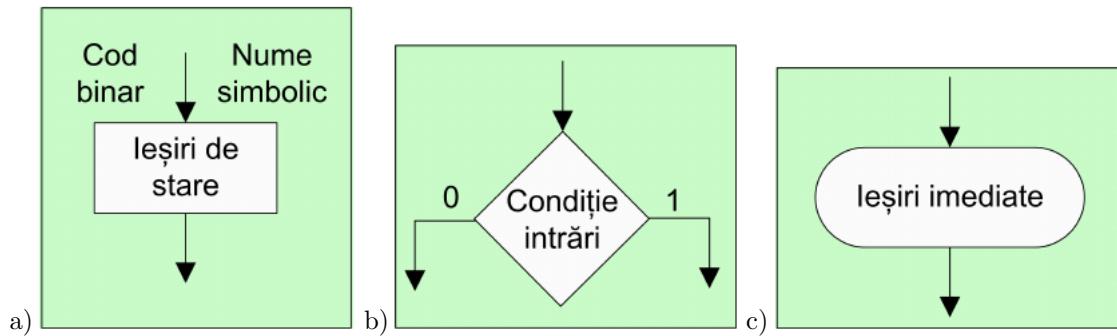


Figura 14.3 Simboluri utilizate în organigrame: **a)** simbol de stare, **b)** simbol de decizie, **c)** simbol de ieșire imediată.

veni doar de la o ieșire a unui simbol de decizie și o ieșire care poate conduce la oricare din cele 3 simboluri. Simbolul de ieșire imediată apare doar în automate Mealy, la care ieșirea depinde direct și de intrări (nu numai de stare).

- **Graful de tranziții** este o formă de reprezentare grafică a comportamentului unui automat, într-o manieră algoritmică, utilizând noduri și arce. Nodurile sunt asociate stărilor, iar arcele modelează tranzițiile între stări. În noduri se marchează codul stării. Pe arce se marchează condițiile intrărilor. Arcul pornește din nodul asociat stării prezente și ajunge în nodul asociat stării viitoare.

Figura 14.4 prezintă modul de marcarea informației pe noduri și arce în cazul celor două tipuri de automate, Mealy și Moore.

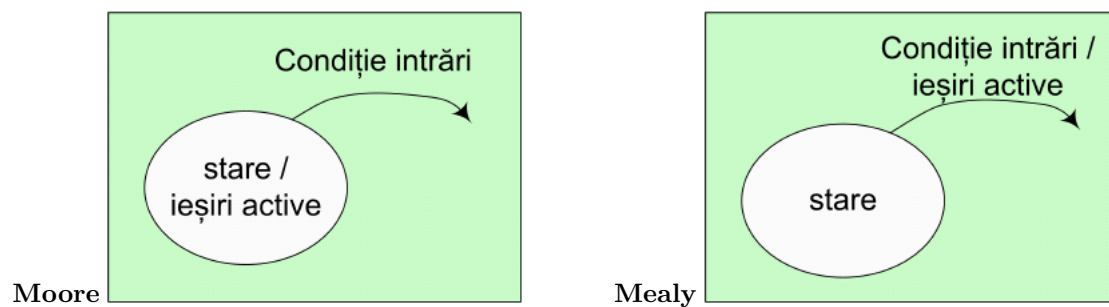


Figura 14.4 Noduri și arce utilizate pentru grafurile de tranziții.

- *Automatul Moore* are în noduri marcate și ieșirile activate în starea asociată nodului. Pe arce sunt înscrise condițiile intrărilor.
- *Automatul Mealy* are pe arce marcate și ieșirile activate dacă este îndeplinită condiția asociată arcului.

14.2 Pentru cei ce vor doar să promoveze examenul

1. Determinați graful de tranziții al unui automat care semnalează pe ieșire existența pe intrare a 3 sau mai mulți biți secvențiali și consecutivi egali cu 1.
2. Determinați graful de tranziții al unui automat care semnalează pe ieșire valoarea majoritară a valorilor primite pe intrare în ultimele 3 perioade de ceas. Determinați secvența de ieșire în cazul aplicării la intrare a secvenței 00111110001100101010100111.
3. Determinați graful de tranziții al unui automat care semnalează pe ieșire detectarea unui șir de biți aplicați secvențial pe intrare cu valorile 101. Pattern-ul semnalat se poate suprapune peste o instanță anterioară, așa cum se prezintă în exemplul din figura 14.5.



In:	01010111001011001011101111001
Out:	00001010000001000001000100000

Figura 14.5 Exemplu de semnale de intrare și ieșire pentru automatul de detectare a unui pattern serial (problema 3).

14.3 Pentru cei ce vor să învețe

1. Un automat sincron implementat cu bistabile D este caracterizat de ecuațiile:

$$D_A = Q_A \cdot \overline{Q_B} + X$$

$$D_B = Q_A + Q_B$$

$$Z = Q_A \cdot Q_B \cdot X$$

Realizați tabelul de stare care descrie automatul. Realizați diagramele de stare în cazurile $X = 0$ și $X = 1$.

2. Un semiautomat sincron implementat cu bistabile D este caracterizat de ecuațiile:

$$D_A = Q_A \oplus Q_B \oplus X$$

$$D_B = Q_A$$

$$D_C = Q_B$$

Realizați tabelul de stare care descrie automatul. Realizați diagramele de stare în cazul $X = 0$ și $X = 1$.

Soluție

Tabelul de stare prezintă coloanele intrării X , ale biților stărilor curente Q_C, Q_B, Q_A și ale biților stărilor viitoare D_C, D_B, D_A . Se completează coloanele stărilor curente și intrărilor cu toate cele $2^4 = 16$ combinații. Coloanele stărilor viitoare se determină pe baza ecuațiilor D_C, D_B, D_A . Rezultă tabelul:

X	Q_C	Q_B	Q_A	D_C	D_B	D_A
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1

Particularizând intrarea X , tabelele de stare devin:

$X = 0$			Q_C	Q_B	Q_A	D_C	D_B	D_A
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	1	1
	0	1	0	0	1	1	0	1
	0	1	1	0	1	1	1	0
	1	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	1	0	0	0	1	1
	1	1	0	0	1	1	0	1
	1	1	1	0	1	1	1	0

$X = 1$			Q_C	Q_B	Q_A	D_C	D_B	D_A
	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	1	0	0	0	1	0
	0	1	0	0	1	1	0	0
	0	1	1	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	0	0	0	1
	1	0	1	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	1	1	0	0
	1	1	1	0	1	1	1	1



3. Un automat sincron semnalează apariția secvențial pe intrare a succesiunii "1101". Să se descrie funcționarea automatului:
- ca automat Moore;
 - ca automat Mealy.

În fiecare caz, să se realizeze graful de tranziții, organigrama, tabelul de tranziții și forme de undă relevante.

Soluție

Automatul are o intrare (denumită X) și o ieșire (denumită Z). Automatul Moore are ieșirea dependentă de stare. Deci, după depistarea apariției succesiunii cerute, se intră într-o stare în care se activează ieșirea Z . Automatul Mealy poate conține o stare mai puțin deoarece poate activa ieșirea cu o perioadă mai devreme, pe baza stării prezente și a intrării. Organigramele celor două tipuri de automate sunt prezentate în figura 14.6.

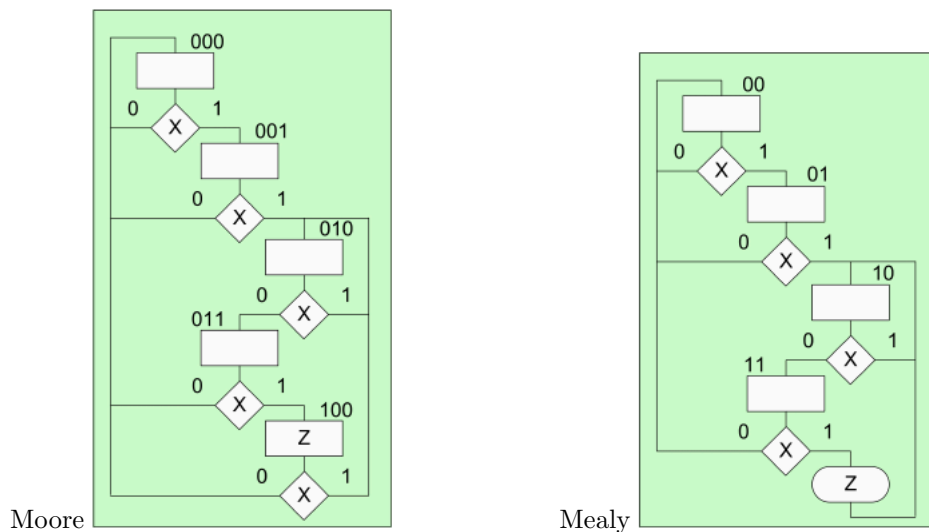


Figura 14.6 Organigrame pentru problema 3: Moore și Mealy.

Figura 14.7 prezintă grafurile de tranziții asociate aceluiași automate.

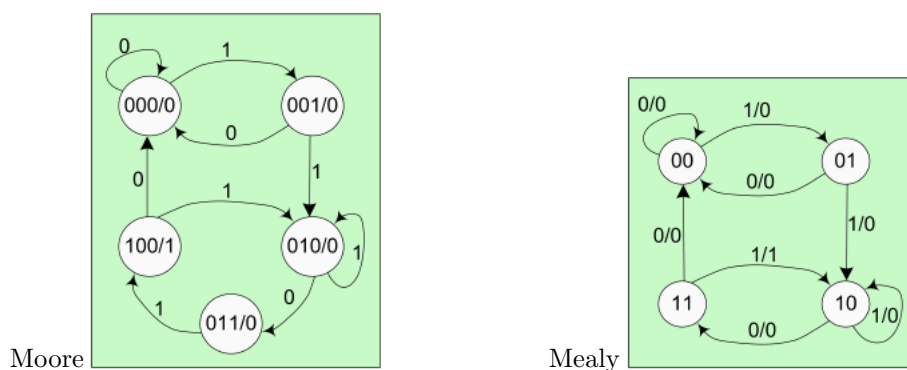


Figura 14.7 Grafuri de tranziții: Moore (în noduri $Q[2:0]/Z$, pe arce X) și Mealy (în noduri $Q[1:0]$, pe arce X/Z).

Formele de undă și succesiunea stărilor automatelor sunt prezentate în figura 14.8.

S-a notat cu Z_{del} semnalul de la ieșirea automatului Mealy întârziat cu o perioadă. Se observă că forma de undă a ieșirii automatului Mealy cu întârziere Z_{del} este identică cu cea a ieșirii automatului Moore, deși stările automatului diferă.

Tabelele de tranziții ale celor două tipuri de automate sunt:



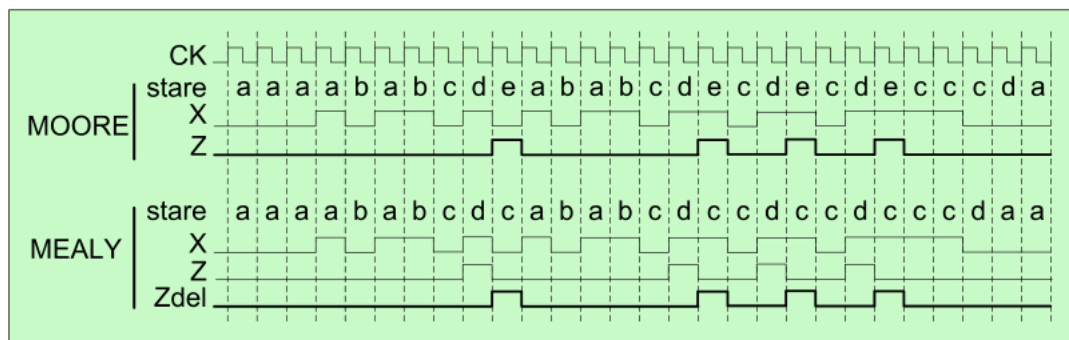


Figura 14.8 Formele de undă și succesiunea stărilor automatelor.

Automat Moore			
X	$Q_{[2:0]}$	$D_{[2:0]}$	Z
0	a 000	a 000	0
1	000	b 001	0
0	b 001	a 000	0
1	001	c 010	0
0	c 010	d 011	0
1	010	c 010	0
0	d 011	a 000	0
1	011	d 100	0
0	e 100	a 000	1
1	100	c 010	1
-	101	- - -	-
-	110	- - -	-
-	111	- - -	-

Automat Mealy			
X	$Q_{[1:0]}$	$D_{[1:0]}$	Z
0	a 00	a 00	0
1	00	b 01	0
0	b 01	a 00	0
1	01	c 10	0
0	c 10	d 11	0
1	10	c 10	0
0	d 11	a 00	0
1	11	c 10	1

- Determinați graful de tranziții al unui automat care semnalează pe ieșire existența pe cele două intrări a 3 sau mai multe coincidențe secvențiale și consecutive ale celor două intrări.
- Determinați graful de tranziții al unui automat care semnalează pe ieșire existența pe intrare a 3 sau mai mulți biți secvențiali și consecutivi egali.
- Determinați graful de tranziții al unui automat cu două intrări și o ieșire având următoarea funcționare:
 - Pe una din intrări se primesc grupuri de câte 4 biți, cu bitul cel mai semnificativ primul.
 - Pe a doua intrare se primesc pulsuri de câte o singură perioadă de ceas, nu mai dese decât un puls la 4 perioade de ceas. A doua intrare marchează momentul când pe prima intrare este primul bit din grupul de 4 biți.
 - Între două grupuri de 4 biți pot fi și pauze. Pe durata pauzei, valorile primei intrări sunt ignorate.
 - Ieșirea este activată dacă la finalul unei secvențe de 4 biți validă se constată că secvența nu reprezintă cifre în format BCD (între 0 și 9).

14.4 Pentru cei ce vor să devină profesioniști

- Care este avantajul codificării "one-hot" a stărilor unui automat?
- Pentru implementarea unui automat care să funcționeze la frecvență maximă, se recomandă codificarea stărilor:
 - cu dependență redusă;
 - cu variație minimă;
 - în cod Gray;
 - în cod binar;
 - "one-hot".
- Care este numărul minim de bistabile cu care poate fi implementat un automat cu 2015 stări? Câte bistabile sunt necesare pentru implementarea automatului cu codificare "one-hot"?



4. Reduceți numărul de stări ale automatului Moore imediat descris prin graful din figura 14.9-a, transformându-l în automat Mealy cu întârziere.
- Demonstrați pe un scenariu de forme de undă ca temporizarea ieșirilor celor două automate este identică.
 - Precizați schemele bloc ale celor două automate.
 - Implementați cele două automate cu bistabile D.

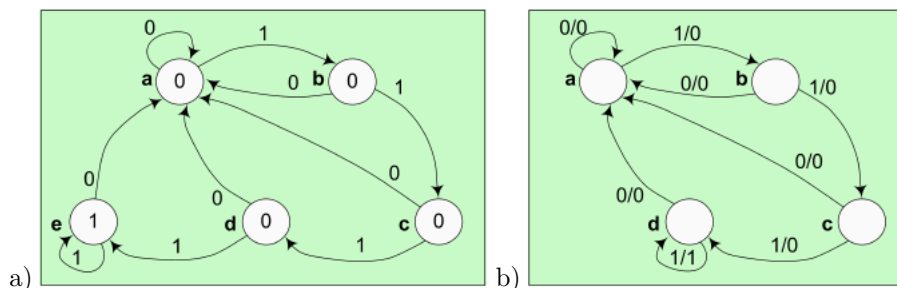


Figura 14.9 a) Graful de tranziții al automatului Moore imediat. b) Graful de tranziție al automatului echivalent, Mealy cu întârziere.

Soluție

Se observă că automatul detectează apariția pe intrare a 4 sau mai mulți biți consecutivi egali cu 1. Ieșirea este activată doar în starea **e**. În cazul în care intrarea este stabilă pe parcursul unei perioade de ceas (dacă provine de la ieșirea unui alt bistabil ce comută pe aceleași semnal de ceas) se poate încerca transformarea automatului Moore într-un automat Mealy echivalent ca și funcționare. În acest caz, se poate elimina starea **e**. Ieșirea va depinde atât de stare cât și de intrare. După 3 valori egale cu 1 primite, automatul ajunge în starea **d**. Dacă se mai primește încă o valoare egală cu 1, ieșirea se activează și starea **d** este menținută. Deoarece automatul Mealy reacționează combinațional la intrare, acesta va activa ieșirea cu un tact mai devreme decât automatul Moore inițial. Însă, dacă pe ieșirea automatului Mealy imediat se pune un registru, acesta se transformă în automat Mealy cu întârziere. Automatul Mealy cu întârziere nu numai că reface temporizarea corectă a ieșirii dar rezolvă și problemele cauzate de ieșirea din circuitul combinațional.

Schemele bloc ale celor două automate sunt prezentate în figura 14.10. Se remarcă faptul că automatul Mealy echivalent are mai puține stări decât automatul Moore. În acest caz, reducerea stărilor de la 5 la 4 determină și scăderea numărului de biți necesari pentru codificarea stărilor de la 3 la 2.

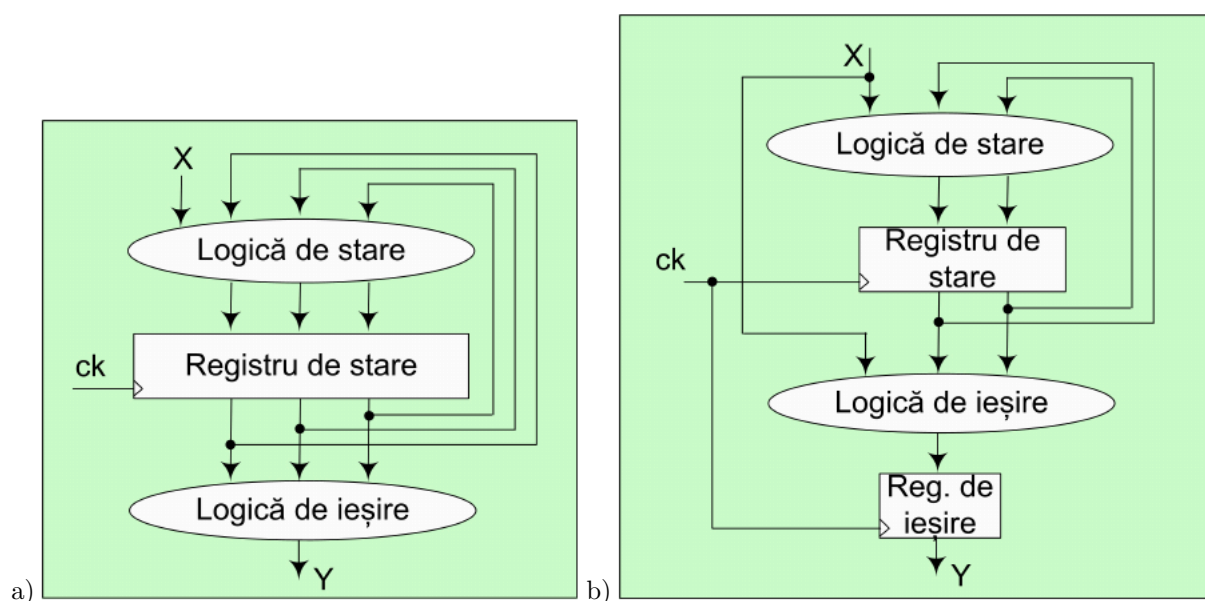


Figura 14.10 Schemele bloc ale automatelor: a) Moore imediat. b) Mealy cu întârziere.

5. Reduceți numărul de stări ale automatelor a căror funcționare este descrisă prin grafurile de tranziții din figura 14.11.



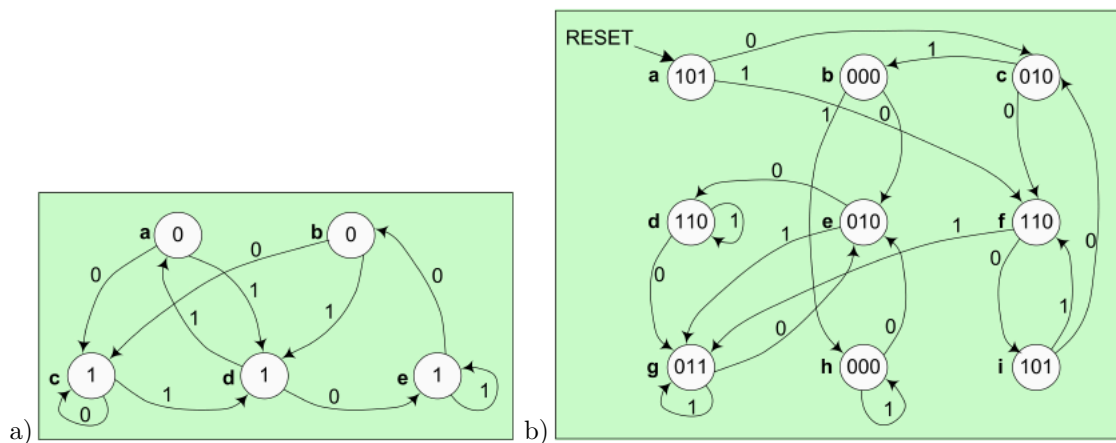


Figura 14.11 Grafuri de tranziții cu stări redundante.

Soluție

Stările redundante sunt stări din care automatul prezintă aceeași evoluție. Arcele care ies din stările redundante au aceleași condiții și aceleași stări destinație. Stările redundante au aceleași valori ale ieșirilor. O stare redundantă poate fi eliminată. Arcele care sosesc pe acea stare își mută destinația pe cealaltă stare echivalentă. Arcele care pleacă de pe starea redundantă dispar.

a) Pe graful de tranziții se identifică stările **a** și **b** ca fiind redundante. Figura 14.12 marchează stările redundante și prezintă graful de tranziții echivalent, cu starea **b** eliminată.

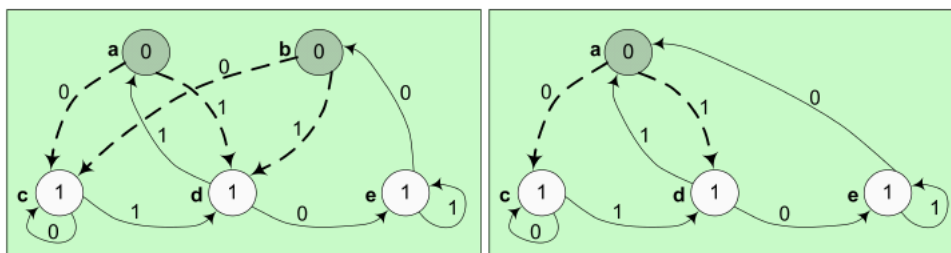


Figura 14.12 Reducerea stărilor pe un graf de tranziții (problema 5-a).

b) Pe graful de tranziții se identifică stările **b** și **h**, respectiv **a** și **i** ca fiind redundante. Figura 14.13 marchează stările redundante și prezintă grafurile de tranziții echivalente cu starea **b** și apoi starea **a** eliminate. Se observă că resetarea automatului în starea **i** este echivalentă cu resetarea acestuia în starea redundantă **a**.

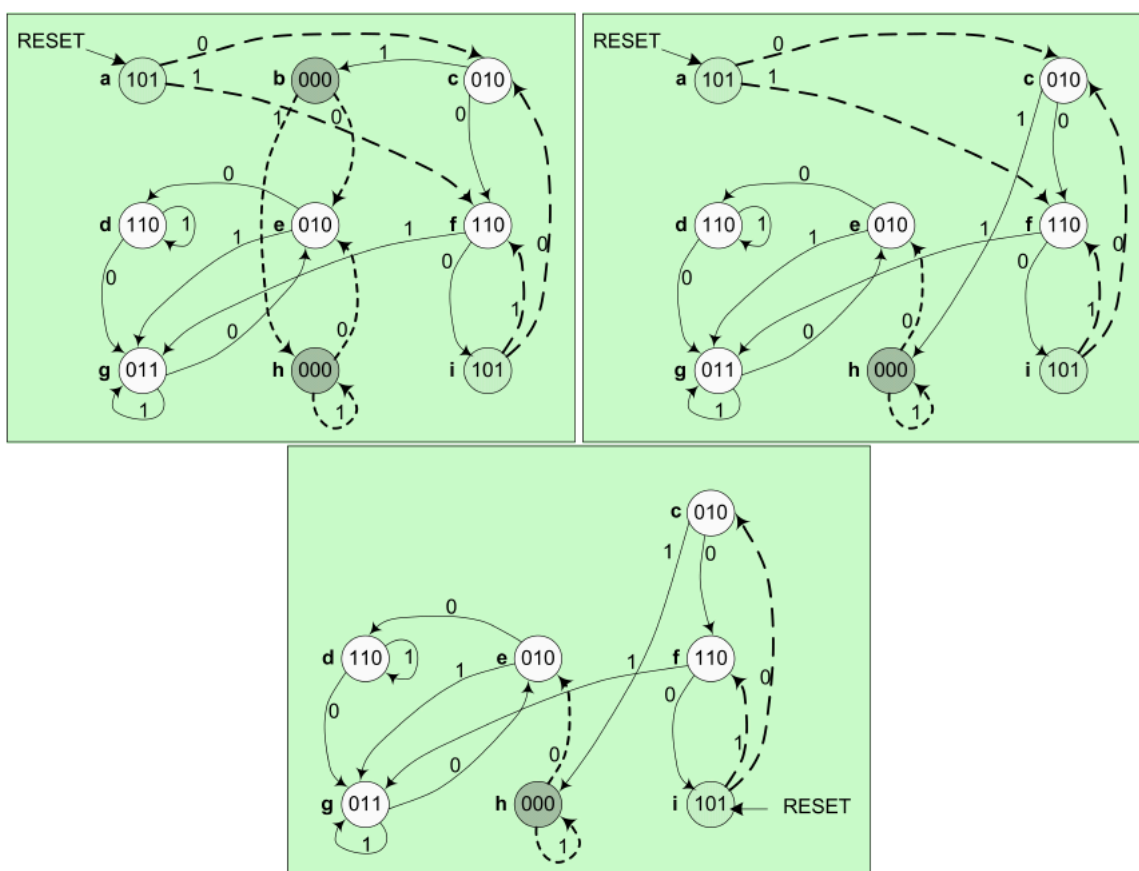


Figura 14.13 Reducerea stărilor pe un graf de tranziții (problema 5-b).