

Seminar 5

-temă-

6) $p_X(h) = P(X=h)$

$$p_X(-4) = \frac{1}{4}$$

$$p_X(-\pi) = \frac{1}{4}$$

$$p_X(0) = \frac{1}{4}$$

$$p_X(4) = \frac{1}{8}$$

$$p_X(\pi) = \frac{1}{8}$$

distrib
↓

$$X = \begin{pmatrix} -4 & -\pi & 0 & \pi & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Funcția de repartiție

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < -4 \\ \frac{1}{4} & , x \in [-4, -\pi) \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} & , x \in [-\pi, 0) \\ \frac{3}{4} & , x \in [0, \pi) \\ \frac{4}{8} & , x \in [\pi, 4) \\ 1 & , x \geq 4 \end{cases}$$

a) $F(-5) = 0$

$$F(-3) = \frac{1}{4}$$

$$F(\pi) = \frac{3}{8}$$

$$F(2\pi) = 1$$

b) $P(X \geq 0) = P(X=0) + P(X=\pi) + P(X=4) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$
 $= 1 - P(X < 0) = 1 - P(-4) - P(-\pi) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

c) $M(X) = \sum_i x_i p_i = (-4) \cdot \frac{1}{4} + (-\pi) \cdot \frac{1}{4} + 0 \cdot \frac{1}{4} + \pi \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot \frac{1}{8} =$
 $= -1 - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{3}, & x \in [0, 1) \\ \frac{2}{3}, & x \in [1, 2) \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$M(X) = \sum_i x_i p_i = 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

$$\overline{V}^2(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

$$X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$M(X^2) = 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\overline{V}^2(X) = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$

$$8. p_h = P(X=h) = \frac{0,4^{h-1} \cdot 0,6}{0,936}, h \in \{1, 2, 3\}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0,64 & 0,26 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 0,36$$

9.

a)

		1	2	3	5	
	-1	0,06	0,02	0,06	0,12	0,26
X	0	0,08	0,12	0,20	0,10	0,5
	1	0,16	0,02	0,02	0,04	0,24
		0,3	0,16	0,28	0,26	

Distrib
marg
X

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0,26 & 0,5 & 0,24 \end{pmatrix}$$

Distrib marg y

$$P(y \geq 2) = 1 - P(y = 1) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$P(x \leq 0) = 1 - P(x = 1) = 1 - 0,26 = 0,76$$

$$b) P(x, y) = P(x) \cdot P(y) \Leftrightarrow \text{independente}$$

$$P(-1, 1) = 0,06$$

$$P(x=1) P(y=1) = 0,26 \cdot 0,3 = 0,078$$

\Rightarrow dependente

$$c) xy = \begin{pmatrix} -5 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0,12 & 0,06 & 0,02 & 0,06 & 0,9 & 0,16 & 0,02 & 0,02 & 0,04 \end{pmatrix}$$

10.

		Y				
		1	2	3	4	
X	1	0,03	0,05	0,1	0,12	0,3
	2	0,05	0,06	0,08	0,07	0,26
	3	0,07	0,06	0,06	0,02	0,21
	4	0,07	0,09	0,05	0,02	0,23
		0,22	0,26	0,29	0,23	

$$0,03+0,05 \quad 0,05+0,06$$

$$a) P(x \leq 2, y \leq 2) = P(x \leq 2 | y=1) + P(x \leq 2 | y=2) = 0,08 + 0,11 = 0,19$$

$$b) (x | y=3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,34 & 0,28 & 0,21 & 0,17 \end{pmatrix}$$

$$P(x=1 | y=3) = \frac{P(x=1, y=3)}{P(y=3)} = \frac{0,1}{0,29} = 0,34$$

$$P(x=2 | y=3) = \frac{P(x=2, y=3)}{P(y=3)} = \frac{0,08}{0,29} = 0,28$$

$$P(x=3 | y=3) = \frac{P(x=3, y=3)}{P(y=3)} = \frac{0,06}{0,29} = 0,21$$

$$P(x=4 | y=3) = \frac{P(x=4, y=3)}{P(y=3)} = \frac{0,05}{0,29} = 0,17$$

$$(Y|X=4) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,3 & 0,39 & 0,22 & 0,09 \end{pmatrix}$$

$$P(Y=1|X=4) = 0,3$$

$$P(Y=2|X=4) = 0,39$$

$$P(Y=3|X=4) = 0,22$$

$$P(Y=4|X=4) = 0,09$$

$$c) (X+Y) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0,03 & 0,1 & 0,23 & 0,33 & 0,22 & 0,07 & 0,07 \end{pmatrix}$$

$$\min(X, Y) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,49 & 0,36 & 0,13 & 0,02 \end{pmatrix}$$

$$2 \rightarrow 0,06 + 0,08 + 0,07 + 0,06 + 0,09$$

$$3 \rightarrow 0,06 + 0,05 + 0,02 = 0,13$$

$$4 \rightarrow 0,02$$