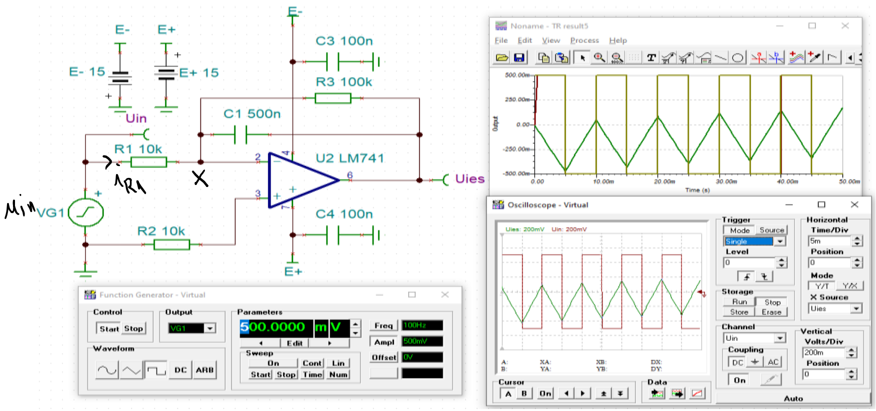
Material 6

1. CONDIȚIONAREA SEMNALELOR

Circuitul AO integrator – asigură o tensiune de ieșire care este proporțională cu integrala tensiunii de intrare.



Aplicăm la intrarea circuitului semnalul rectangular de amplitudine 0,5 V și frecvență 100 Hz.

$i_{R1} = \frac{u_{in} - V_x}{R_1} = \frac{u_{in}}{R_1}$, $V_x \cong 0V$.

$i_{C1} = \frac{V_x - u_{ies}}{R_3} = -\frac{u_{ies}}{R_3}$ (după încărcarea C1)

$i_{C1} = -C_1 \cdot \frac{du_{ies}}{dt}$ (cât timp C1 se încarcă)

$\Rightarrow \frac{U_{in}}{R_1} = -C_1 \cdot \frac{du_{ies}}{dt} \Rightarrow$

$\Rightarrow u_{ies} = -\frac{1}{R_1 C_1} \cdot \int_0^T u_{in}\, dt$, cu menținerea că tensiunea de la ieșire $u_{ies}(0) = 0V$, deci nu există condiții inițiale diferite de 0.

$C_1 \cdot R_1$ –> constanta de timp a integratorului. $C_1 R_1 \cong 5ms$ ($\leq$ perioada T).

Cu privire la C_1, știm că $Z_C = \frac{1}{jwC}$. Dacă $w \to 0$ (deci la intrare avem semnal de frecvențe joase sau chiar DC) $\Rightarrow Z_C \to \infty$, deci traseul pe linia C_1 are regim de open-circuit. Ca atare, circuitul transmite la ieșire, semnalul de intrare, în regim AO inversor, cu amplificarea setată cu ajutorul R_3 și R_1.

Dacă $w \to \infty$ (deci la intrare avem conținut de frecvențe) $\Rightarrow Z_C \to 0$, deci traseul de pe linia C_1 are regim de short-circuit, deci U_{ies} este conectat direct la $U_x \cong 0V$ sau masă, deci semnalul de ieșire $\cong 0V$.

Putem concluziona că acest tip de circuit permite ca la ieșire să avem semnale de frecvențe joase, în timp ce frecvențele înalte (peste o limită impusă de noi) vor fi eliminate/atenuate. Comportamentul este asemănător unui circuit activ de tip filtru trece-jos.

În exemplul de mai sus $\Rightarrow$ (analiza în domeniul timp)

$R_1 \cdot C_1 \cong 5ms$, $\int_0^{T/2} u_{in}\, dt = u_{in} \cdot t \Big|_0^{T/2}$ (pe alternanța pozitivă).

$u_{ies} = -\frac{0.5V}{5ms} \cdot t$, dacă $t \cong 0$ (exact la aplicarea tensiunii de intrare) $\Rightarrow u_{ies} \cong 0V$.

Dacă $t \cong 5ms \Rightarrow u_{ies} \cong -\frac{500mV}{5ms} \cdot 5ms \cong -500mV$ (deci coboară pe sens negativ către $-500mV$)

$t \cong 2,5ms \Rightarrow u_{ies} \cong -\frac{500mV}{5ms} \cdot 2,5ms \cong -250mV$

Similar se poate analiza comportamentul pe alternanța negativă a semnalului de intrare, ceea ce generează alternanța pozitivă a semnalului de ieșire, cu o condiție inițială de $\cong -500mV$.

Comportamentul circuitului se poate analiza în domeniul frecvență, în ideea că semnalul de intrare își păstrează caracteristica de amplitudine/formă dar conținutul său de frecvențe se modifică. Practic, modificarea frecvenței de intrare afectează componenta C_1.

$$H(jw) = -\frac{Z_{feedback}}{Z_{R1}} = -\frac{Z_{C1} \parallel Z_{R3}}{Z_{R1}} = -\frac{\frac{1}{jwC_1} \parallel R_3}{R_1} = -\frac{\frac{R_3}{jwC_1}}{\left(R_3 + \frac{1}{jwC_1}\right) R_1} = -\frac{\frac{R_3}{jwC_1}}{\frac{R_1 \cdot R_3 \cdot jwC_1}{jwC_1} + \frac{R_1}{jwC_1}} =$$

$$= -\frac{R_3}{R_1 + R_1 R_3 \cdot jwC_1} = -\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + jwR_3 \cdot C_1}$$

unde $\frac{R_3}{R_1}$ –> setarea acestor componente permite reglarea amplificării.

$H(jw) = -\frac{R_3}{R_1}\cdot\frac{1}{1+jwR_3\cdot C_1}$, funcția de transfer a acestui tip de filtru.

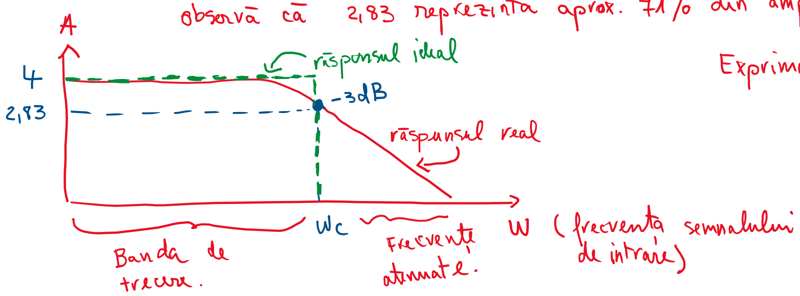
$w=2\pi f$, w exprimată în [rad/s] , f exprimată în [Hz]

$\frac{1}{R_3C_1}$ → setarea acestor componente permite reglarea frecvenței de tăiere, însă trebuie să verificăm conversia Hz↔rad/s.

$\boxed{\text{Ex1:}}$ Dorim să proiectăm un filtru trece jos activ, utilizând montajul în regim inversor, care să asigure amplificarea $A \cong 4$ și frecvența de tăiere $f_c \cong 500$ Hz. Alegeți componentele necesare.

$$\left.\begin{array}{l} f_c = 500\ Hz \Rightarrow w_c \cong 3142\ [rad/s] \text{ și } w_c = \frac{1}{R_3C_1} \\ A = 4 \text{ și } A = \frac{R_3}{R_1} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Fie } R_3 = 4k\Omega,\ R_1 = 1k\Omega,\ C_1 \cong 80\ nF.$$

La frecvența de tăiere w_c, modulul funcției de transfer se calculează $|H(jw_c)| = 4\cdot\frac{3142}{\sqrt{3142^2+3142^2}} \cong \frac{12568}{4443} \cong \boxed{2,83}$ sau dacă semnalul de intrare ajunge la frecvența w_c, factorul de amplificare de la 4 la 2,83. Se observă că 2,83 reprezintă aprox. 71% din amplificarea inițială.



Exprimare în dB: – amplificarea maximă – $20\cdot\log_{10}(4) \cong 12$ dB

– amplificarea la w_c – $20\log_{10}(2,83) \cong 9$ dB

Observăm faptul că frecvența de intrare w_c determină o cădere cu −3 dB a valorii factorului de amplificare.

Care este defazajul între semnalul de intrare și cel de ieșire, dacă frecvența (pulsația) de intrare este w_c?

$$\theta_{w_c} = \arctan\left(\frac{0}{12568}\right) - \arctan\left(\frac{3142}{3142}\right) \cong -45^\circ \quad \left(\text{sau} \cong -45^\circ,\ \text{adică } \underbrace{-0{,}8\ rad * 57{,}3}_{\text{pentru conversie rad} \leftrightarrow \text{grade}}\right).$$

Analizați comportamentul acestui filtru dacă semnalul de intrare are frecvența de 400 Hz.

$w_{in} = 2\pi f_{in} = 2513$ [rad/s] , deci $w_{in} < w_c$ astfel încât ne aflăm în banda de trecere.

$H(jw_{in}) = -\frac{R_3}{R_1}\cdot\frac{1}{1+jw_{in}R_3C_1}$, unde am ales $R_3 = 4k\Omega$, $R_1 = 1k\Omega$, $C_1 = 80$ nF.

$H(jw_{in}) = -4\cdot\frac{1}{1+j\cdot 2513\cdot 4\cdot 10^3\cdot 80\cdot 10^{-9}} = -\frac{4}{1+j\cdot 0{,}8}$, deci $|H(jw_{in})| = \frac{4}{\sqrt{1^2+0{,}8^2}} \cong \frac{4}{1{,}28} \cong \boxed{3,13}$

La această frecvență, amplificarea de 3,13 reprezintă aproximativ 78,3% din amplificarea maximă de 4.

Valoarea în dB pentru amplificarea la frecvența de intrare w_{in} este $20\log_{10}(3,13) \cong 9,9$ dB

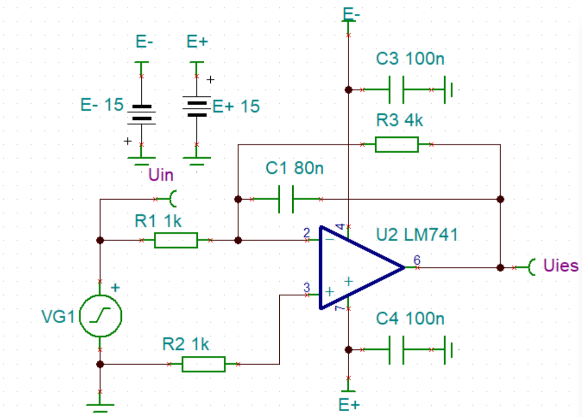
Defazajul $\theta_{w_{in}} = \arctan\left(\frac{0}{4}\right) - \arctan\left(\frac{0{,}8}{1}\right) \cong -39^\circ$ (sau aprox. −0,7 rad.) ← interesant pentru aplicații în domeniul TDOA. Time-Difference-Of-Arrival.

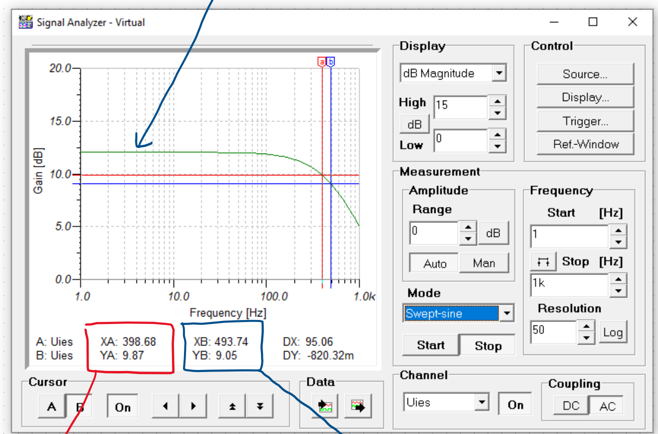
Pentru evaluarea comportamentului acestui filtru, utilizăm instrumentul numit Signal Analyzer. Cu ajutorul acestuia vom studia comportamentul circuitului în domeniul frecvenței. Cu ajutorul osciloscopului studiem comportamentul circuitului în domeniul timp. În tot cazul, aceste rezultate se completează reciproc.

- pe axa y am valoarea amplificării în dB (poate să fie și reprezentare în valori ale amplificării absolute);
- pe axa x am valorile frecvenței semnalului de intrare, de tip sinusoidal, având frecvențe simulate în intervalul 1 Hz ÷ 1 kHz. Am ales acest interval astfel încât să includem

frecvența $w_c \cong 3142$ [rad/s] (sau 500 Hz) și frecvența $w_{in} \cong 2513$ [rad/s] (sau 400 Hz).

amplificarea maximă se menține la aprox. 12 dB în banda de trecere.

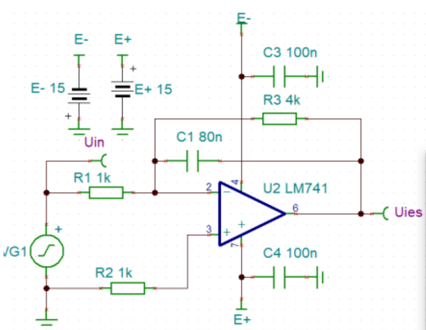


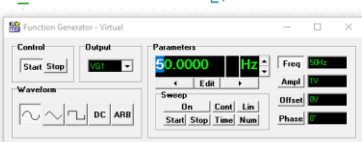


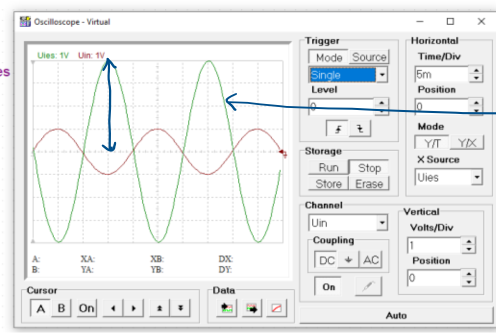
Dacă semnalul de intrare are frecvența de aproximativ 400 Hz => amplificarea are valoarea de aproximativ 9,9 dB. Remarcăm o cădere de aproximativ 2dB față de amplificarea maximă. Pe măsură ce w_{in} se apropie de w_{c}, căderea devine mai pronunțată.

Dacă semnalul de intrare are frecvența de aproximativ 500 Hz, căderea amplificării este de 3dB. După limita de 500 Hz, ne aflăm în banda de atenuare maximă deci frecvențele respective vor avea un efect diminuat.

Ce înseamnă această analiză în domeniul timp??

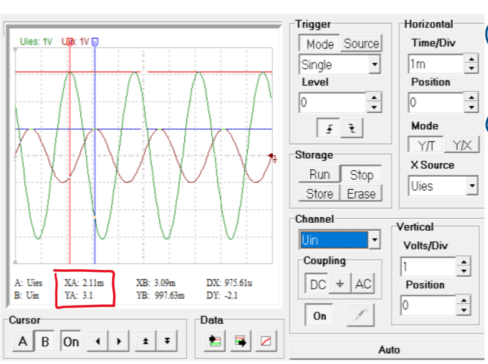






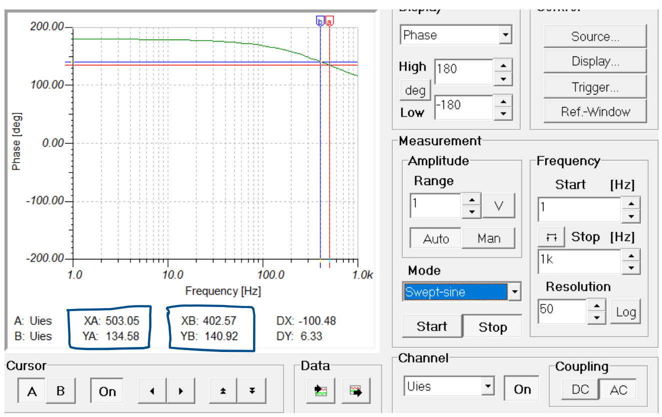
(a) Aplicăm la intrare un semnal sinusoidal, amplitudine = 1 V, f_{in} = 50 Hz. f_{in} << 500 Hz, deci ne aflăm în interiorul zonei de trecere.

Semnalul de ieșire prezintă amplitudinea A = 4 V, deci beneficiază de amplificarea maximă.



(b) Dacă f_{in} = 400 Hz, observăm că semnalul de ieșire are amplitudinea $A \cong 3V$, deci amplificarea este de aproximativ 3,13 sau 9,9 dB.

(c) Dacă f_{in} = 500 Hz => amplitudinea la ieșire este aproximativ 2,8 V.



Atenție la analiza defazajului!

– dacă $f_{in} \cong 400\ Hz \Rightarrow \Theta$ afișat $\cong 141°$;

– dacă $f_{in} \cong 500\ Hz \Rightarrow \Theta$ afișat $\cong 135°$.

AO utilizat este construit în regim de inversor, deci ținem cont de defazajul introdus prin montaj de aproximativ $180°$.

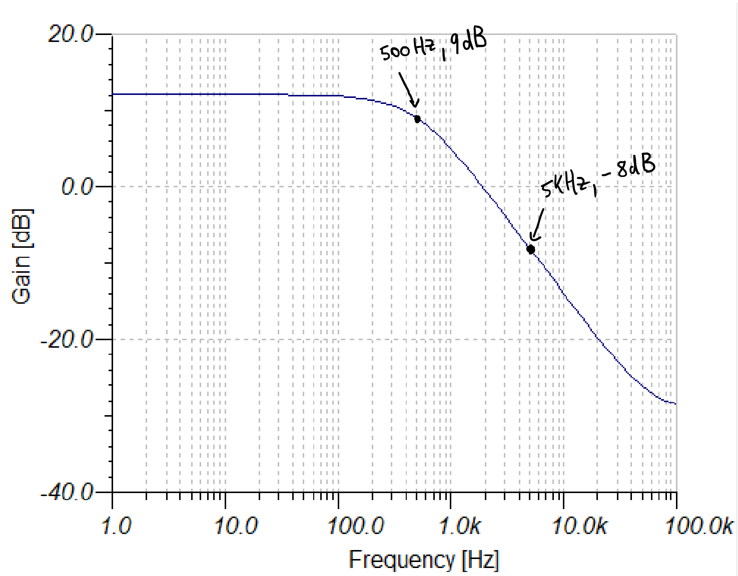
Astfel dacă $f_{in} \cong 400\ Hz \Rightarrow \Theta \cong 141° - 180° \cong -39°$;

$f_{in} \cong 500\ Hz \Rightarrow \Theta \cong 135° - 180° \cong -45°$.

În general, aplicațiile de măsurare se bazează pe analiza răspunsului/comportamentului de atenuare a magnitudinii și mai puțin pe analiza defazajului între semnale.

Așa cum am văzut anterior, calitatea acestui filtru depinde și de caracteristica de atenuare pe care o oferă. Filtrul conține un singur AO și un singur capacitor C1, deci este considerat un filtru de ordinul I.

Pentru același filtru vom analiza comportamentul în frecvență în domeniul 1 Hz ÷ 100 kHz.



Dacă $f_{in} \cong 500\ Hz \Rightarrow$ Amplificarea $\cong 9dB$.

$f_{in} \cong 5\ kHz \Rightarrow$ Amplificarea $\cong -8dB$.

Deci la o creștere a frecvenței de 10 ori, amplificarea scade cu aproximativ $-17dB$.

$f_{in} \cong 1\ kHz \Rightarrow$ Amplificarea $\cong 4,9dB$

$f_{in} \cong 10\ kHz \Rightarrow$ Amplificarea $\cong -13,9\ dB$

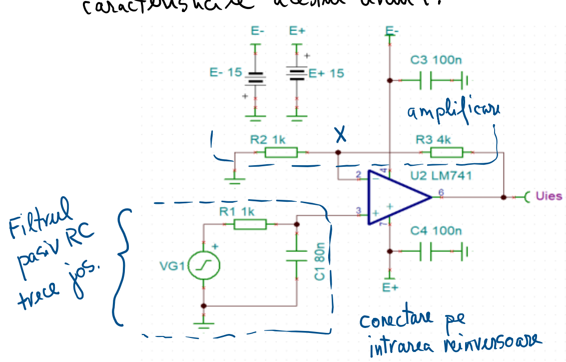
După limita impusă prin $f \cong 500\ Hz$, căderea asigurată de filtru este de aproximativ 19 dB.

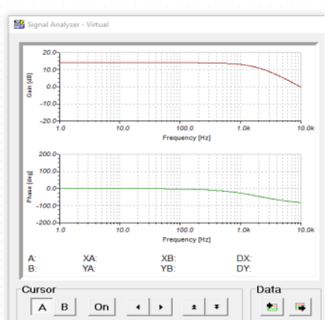
$f_{in} \cong 2\ kHz \Rightarrow$ Amplificarea $\cong -0,4\ dB$

$f_{in} \cong 20\ kHz \Rightarrow$ Amplificarea $\cong -19,9\ dB$

Astfel, calitativ, acest filtru de ordinul I, în mod ideal asigură o atenuare de $-20dB$/decadă. Există posibilitatea de construcție/căutare a unui alt tip de filtru care poate asigura o atenuare mai pronunțată (Ex: $-40dB$/decadă, $-60dB$/decadă).

Ex2 Filtrul prezentat în montajul următor este de tip Butterworth, trece jos, de ordinul I. Analizați caracteristicile acestui circuit.





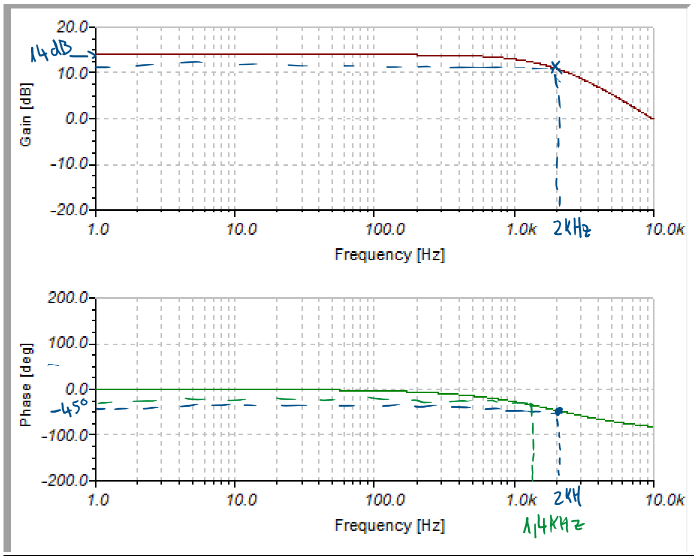
Amplificarea $= \left|\frac{u_{ies}}{u_{in}}\right|$, iar la intrarea neinversoare tensiunea de pe C1 este stabilită conform divizorului de tensiune astfel.

$$u_{C1} = u_{in} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \boxed{u_{in} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1}}$$

Dar $u_{C1} = u_X \Rightarrow u_X = u_{in} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1}$

și $u_X = u_{ies} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}$ (regula divizorului pe secțiunea de amplificare)

$$u_{ies} \cdot \frac{R_2}{R_2+R_3} = u_{in} \cdot \frac{1}{1+j\omega R_1 C_1} \Rightarrow \frac{u_{ies}}{u_{in}} = \frac{R_2+R_3}{R_2} \cdot \frac{1}{1+j\omega R_1 C_1} = \underbrace{\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right)}_{\text{Notăm amplificarea } A} \cdot \frac{1}{1+j\omega R_1 C_1} = \frac{A}{1+j\omega R_1 C_1}$$



Din graficul Magnitudinii vs. Frecvența de intrare observăm că amplificarea maximă ≅ 14 dB. Și că o scădere de -3dB, deci până la aproximativ 11 dB apare pe la $f_{in} \cong 2$kHz ⇒ $\omega_c \cong 12566$ [rad/s].

$1+\frac{R_3}{R_2} \cong 14$dB sau $20 \log_{10}(5) \cong 14$ dB

ceea ce confirmă faptul că $1+\frac{4k\Omega}{1k\Omega} = \boxed{5}$ ← factorul de amplificare maximă.

La $\omega_c \cong 12566$ rad/s, amplificarea este de aproximativ 70% din cea maximă, deci 3,5,

$$\left|\frac{u_{ies}}{u_{in}}\right| = \frac{A}{\sqrt{1^2+(\omega_c R_1 C_1)^2}} \cong 3{,}5$$, unde $\omega_c = 12566$ rad/s, $R_1 = 1k\Omega$, $C_1 = 80$ nF, $A = 5$

Fapt ce confirmă că ω_c este stabilit la valoarea corectă.

Fie $f_{in} \cong 1{,}4$ kHz ⇒ $\left|\frac{u_{ies}}{u_{in}}\right| = \frac{5}{1{,}22} \cong 4{,}1$, deci aproximativ 12,3 dB.

Notăm $\underbrace{f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}}_{2\pi R_1 C_1 = \frac{1}{f_c}}$ și $\omega = 2\pi f$ ⇒ $\frac{u_{ies}}{u_{in}} = \frac{A}{1+j\omega R_1 C_1} = \frac{A}{1+j\frac{f}{f_c}}$, deci $\left|\frac{u_{ies}}{u_{in}}\right| = \frac{A}{\sqrt{1^2+\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$

$f_{in} = 1{,}4$ kHz și $f_c = 2$kHz ⇒ $\frac{f_{in}}{f_c} = 0{,}7$ ⇒ $\left|\frac{u_{ies}}{u_{in}}\right| \cong \frac{5}{\sqrt{1+0{,}5}} \cong 4{,}1$ sau 12,3 dB.

$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ și $A = 1+\frac{R_3}{R_2}$ (pentru filtrul de tip Butterworth de ordinul I)

$\theta = \arctan\left(\frac{0}{A}\right) - \arctan(1) = -45°$ (dacă $f_{in} \cong f_c$)

$\theta = -\arctan(0{,}7) \cong -35°$ (dacă $f_{in} \cong 1{,}4$kHz)

Dacă utilizăm un filtru B. de ordinul I, cu atenuarea de 20dB/decadă după f_c, atunci setăm frecvența de tăiere prin $\frac{1}{2\pi R_1 C_1}$, setăm amplificarea prin $1+\frac{R_3}{R_2}$, amplificarea în dB se calculează conform $A_{dB} = 20 \log_{10}\left(\left|\frac{u_{ies}}{u_{in}}\right|\right)$.

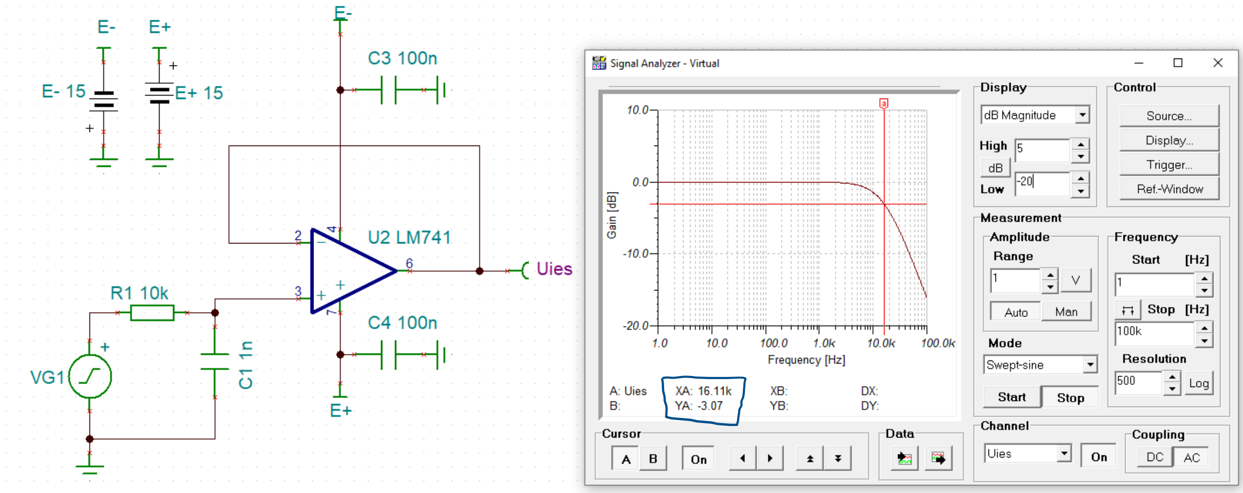
Ex 3 Analizăm comportamentul unui filtru B. de ordinul I, fără amplificare inclusă.

$R_1 = 10k\Omega$, $C_1 = 1nF$ ⇒ $f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \cong 16$kHz, deci la $f \cong 16$kHz magnitudinea ≅ -3dB.

$A_{dB} = 0$ deci amplificarea oferită de acest filtru este 1. Adică el se comportă asemenea unui repetor care oferă la ieșire tensiunea acumulată pe C_1.

Relația generală prin care putem determina amplificarea la o anumită frecvență de intrare, pentru filtrele B. este $\left|\frac{u_{ies}}{u_{in}}\right| = \frac{A}{\sqrt{1+\left(\frac{f_{in}}{f_c}\right)^{2\cdot n}}}$, unde n este ordinul filtrului.

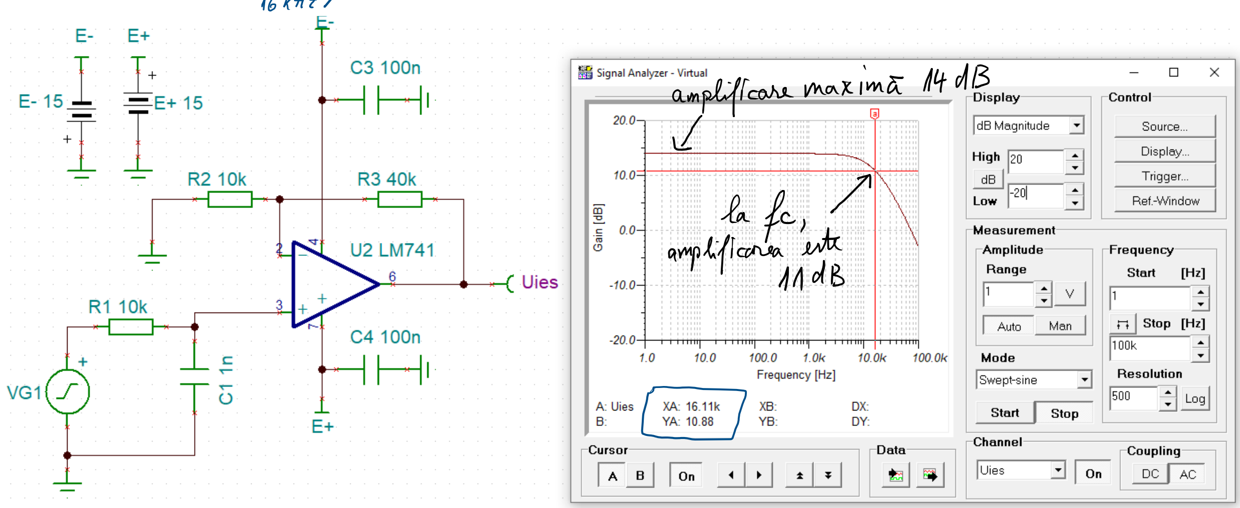
$$\theta = -\arctan\left(\frac{f_{in}}{f_c}\right)$$



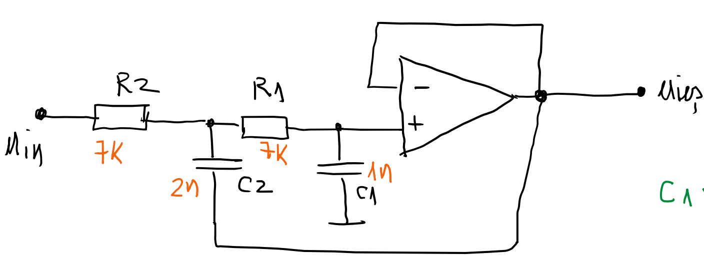
Să presupunem că acestui filtru dorim să îi adăugăm un factor de amplificare de 5.

$A = 1 + \frac{R_3}{R_2} = 5$, deci pot seta $R_3 \cong 40\,k\Omega$, $R_2 \cong 10\,k\Omega$, $f_c \cong 16\,kHz$ rămâne setată.

$$\left|\frac{U_{ies}}{U_{in}}\right| = \frac{5}{\sqrt{1+\left(\frac{10\,kHz}{16\,kHz}\right)^2}} \cong 4,24$$ sau 12,5 dB. Știm că $n = 1$, $f_{in} = 10\,kHz$, $f_c = 16\,kHz$



(EX4) Presupunem că avem definit un filtru B. de ordinul I, cu amplificare unitară și $f_c = 16\,kHz$. Ne propunem să transformăm acest filtru în unul de ordinul II, cu o atenuare de $-40\,dB$/decadă. Acest filtru se construiește prin 2 rețele de tip RC înseriate, însă pentru care trebuie să definim valorile componentelor.



Știm că $f_c = 16\,kHz$, setăm $C_1 = 1\,nF$ iar factorul de calitate Q pentru filtrul B. de ordinul II are valoarea 0,707 (valoare pe care o acceptăm $A = 3 - \frac{1}{Q} = 1,586$ ca fiind constantă predefinită)

$C_1 = 1\,nF$ iar $C_2 = K \cdot C_1$, unde factorul de scalare $K \geq 4 \cdot Q^2$, deci $K \geq 1,99 \Rightarrow K = 2$

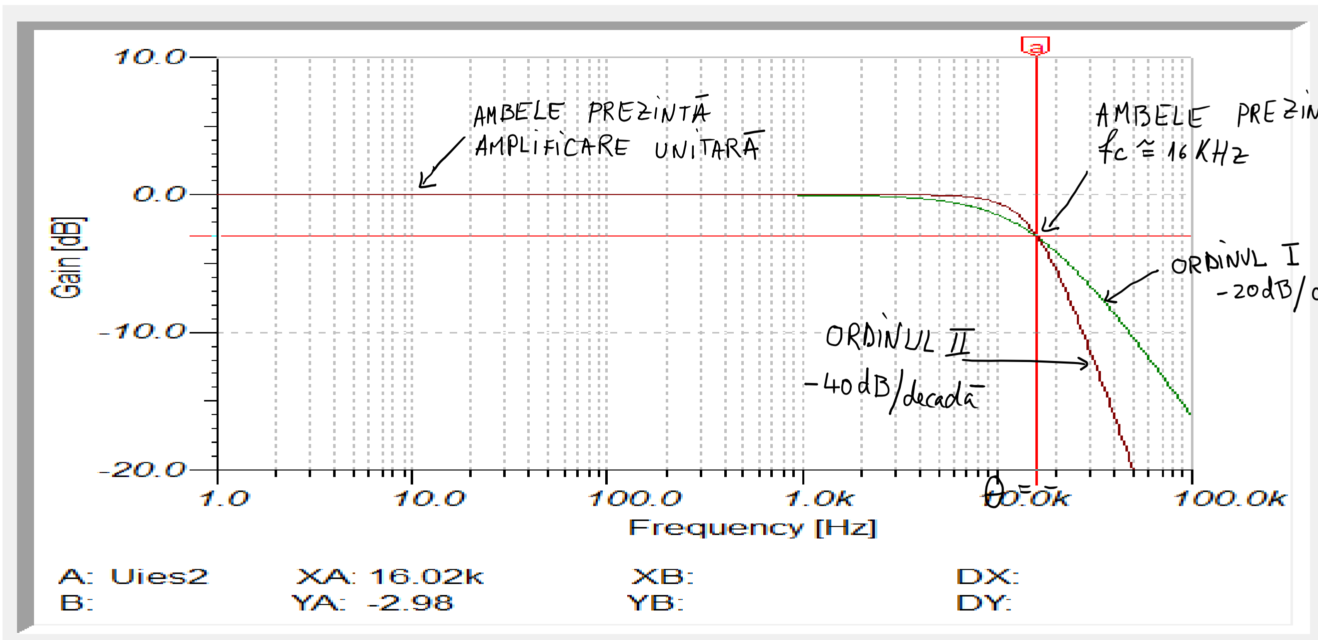
Astfel setăm $\boxed{C_1 = 1nF \ , C_2 = 2nF.}$

Fie $\boxed{z} = \frac{K}{2Q^2} - 1 \Rightarrow z = \frac{2}{0,99} - 1 \cong 1$ și $\boxed{m} = z + \sqrt{z^2 - 1} = 1$ unde z, m sunt coeficienți de scalare pentru determinarea R_1, R_2.

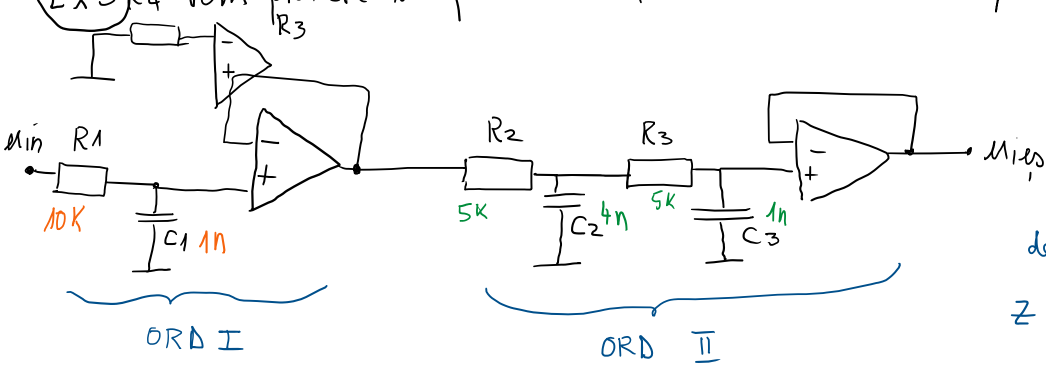
$$f_c = 16\,kHz = \frac{1}{2\pi\sqrt{m\cdot K}\cdot R\cdot C_1} = \frac{1}{2\pi\cdot\sqrt{2}\cdot R\cdot 1nF} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R \cong \frac{1}{6,28\cdot 1,41\cdot 16\cdot 10^3\,Hz\cdot 10^{-9}F} \cong 7k\Omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} R_1 &= R = 7k\Omega \\ R_2 &= m\cdot R = 7k\Omega \end{aligned}}$$



EX 5 R4 Vom proiecta un filtru de tip B. de ordinul III. Propunem amplificare unitară, $f_c = 16kHz$.



$A = 3 - \frac{1}{Q} = 2 \Rightarrow Q = 1$

$K \geq 4Q^2 \Rightarrow K \geq 4 \Rightarrow K = 4$

Setăm $C_3 = 1nF \Rightarrow C_2 = K\cdot C_3$, deci $C_2 = 4nF$.

$z = \frac{K}{2Q^2} - 1 \Rightarrow z = 1 \Rightarrow m = 1$

$$f_c = 16\,kHz \Rightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{4}\cdot R\cdot C_3} = 16\,kHz \Rightarrow R \cong \frac{1}{201\cdot 10^3\,Hz\cdot 1\cdot 10^{-9}F} \cong 4,97\,k\Omega \cong 5k\Omega$$

$R_3 = 5k\Omega$, $R_2 = 5k\Omega$.