Este considerat sistemul de reglare automată cu schema bloc prezentată în fig. 1, în care $r(t)$ este referința (intrarea de referință) și $e(t)$ este eroarea de reglare. Sunt considerate două variante de regulatoare (R) cu modelul de stare (MM-ISI):

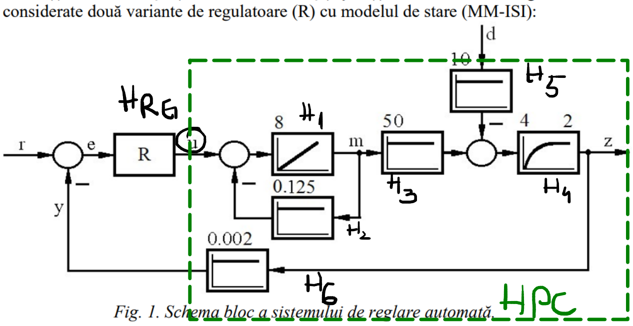


Fig. 1. Schema bloc a sistemului de reglare automată.

- rândul 1:

$$\dot{x}_1(t) = \frac{e(t)}{T_1} - \frac{x_1(t)}{T_2}, \qquad u(t) = c_1(x_1(t) + e(t)), \tag{1}$$

- rândul 2:

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{x_1(t)}{T_2} + \frac{T_2 - T_1}{T_2} e(t), \qquad u(t) = \frac{c_1}{T_2}(T_1 e(t) + x_1(t)). \tag{2}$$

u ieșire R

e - intrare R

$$R_1: \quad \dot{x}_1(t) = \frac{e(t)}{T_1} - \frac{x_1(t)}{T_2}$$

$$x^{(m)}(t) = s^m x(s)$$

$$s \cdot x_1(s) = \frac{e(s)}{T_1} - \frac{x_1(s)}{T_2}$$

$$x_1(s)\left[s + \frac{1}{T_2}\right] = \frac{e(s)}{T_1}$$

$$x_1(s) = e(s) \cdot \frac{T_2}{T_1(1+sT_2)}$$

$$u(t) = c_1(x_1(t) + e(t))$$

$$u(s) = c_1 e(s) \left[\frac{T_2}{T_1(1+sT_2)} + 1\right]$$

$$H(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = c_1 \left[\frac{T_2}{T_1(1+sT_2)} + 1\right]$$

$T_1 = 2,5$ sec

$T_2 = 0,1$ sec

$$= c_1 \cdot \frac{0,1 + 2,5(1 + 0,1s)}{2,5(1 + 0,1 \cdot s)} =$$

$$= c_1 \cdot \frac{2,6 + 0,25s}{2,5(1+0,1s)}$$

$\longrightarrow$ PD - controller / PDT1 ??

$$= C_1 \cdot \frac{1{,}04 + 0{,}1 s}{1 + 0{,}1 s} =$$

$$= \underbrace{\boxed{C_1 \cdot 1{,}04}}_{k_R} \cdot \frac{1 + 0{,}096 s}{1 + 0{,}1 s} \longrightarrow PbT_1$$

$$R_2 : \dot{x}_1(t) = -\frac{x_1(t)}{T_2} + \frac{T_2 - T_1}{T_2} e(t)$$

$$x_1(s)\left[\overset{T_2}{\cancel{s}} + \frac{1}{T_2}\right] = \frac{T_2 - T_1}{T_2} e(t)$$

$$x_1(s) = \frac{T_2 - T_1}{\cancel{T_2}} \cdot \frac{\cancel{T_2}}{1 + sT_2} e(t)$$

$$x_1(s) = \frac{T_2 - T_1}{1 + sT_2} e(t)$$

$$u(t) = \frac{c_1}{T_2}\left[T_1 e(t) + x_1(t)\right]$$

$$u(s) = \frac{c_1}{T_2} e(s)\left[T_1 + \frac{T_2 - T_1}{1 + sT_2}\right] =$$

$$= \frac{c_1}{T_2} e(s) \frac{\cancel{T_1} + sT_1T_2 + T_2 - \cancel{T_1}}{1 + sT_2} =$$

$$= e(s) \frac{c_1}{\cancel{T_2}} \cancel{T_2} \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2} =$$

$$= e(s)\, C_1 \cdot \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2}$$

$T_1 = 2{,}5$ sec

$T_2 = 0{,}1$ sec

$$H_{RG}(s) = H(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = e_1 \cdot \frac{1+2,5s}{1+0,1s} \longrightarrow PbT1$$

(1) Calculaţi caracteristicile de transfer, adică funcţia de transfer $H_{y,r}(s)$ în raport cu referinţa, funcţia de transfer $H_{y,d}(s)$ în raport cu perturbaţia $d(t)$, considerând ieşirea $y(t)$ şi funcţia de transfer a sistemului deschis $H_0(s)$ ($e(t)$ este intrarea şi $y(t)$ este ieşirea) pentru $T_1 = 2.5\,\text{sec}$ şi $T_2 = 0.1\,\text{sec}$.

$H_1(s) = \frac{8}{s}$ (ET-i) $\qquad H_4(s) = \frac{4}{1+2s}$ (ET-PT1)

$H_2(s) = 0,125$ (ET-P) $\qquad H_5(s) = 10$ (ET-P)

$H_3(s) = 50$ (ET-P) $\qquad H_6(s) = 0,002$ (ET-P)

$$H_{yr}(s)\Big|_{d(s)=0}$$

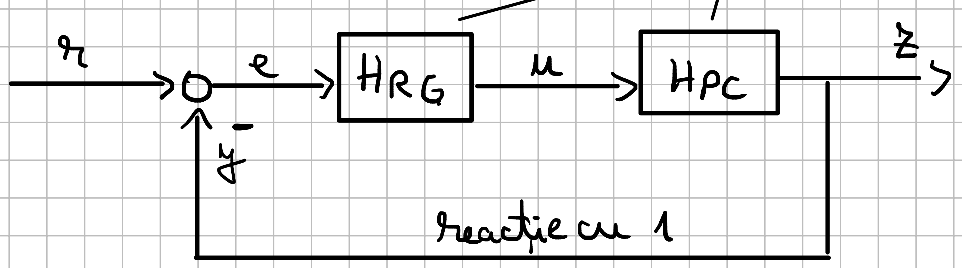
H_1, H_2 – reacţie $\Rightarrow$ $$H_{12} = \frac{H_1}{1+H_1H_2} = \frac{\frac{8}{s}}{1+\cancel{8}\cdot\frac{1}{\cancel{8}}\cdot\frac{1}{s}} = \frac{8}{s}\cdot\frac{s}{1+s} = \frac{8}{1+s}$$

Calculăm H_{PC}

H_{12}, H_3, H_4, H_6 – serie

$$\Rightarrow H_{PC} = H_{12}\cdot H_3\cdot H_4\cdot H_6 = \frac{8}{1+s}\cdot 50\cdot\frac{4}{1+2s}\cdot 0,002 = \frac{3,2}{(1+s)(1+2s)}$$

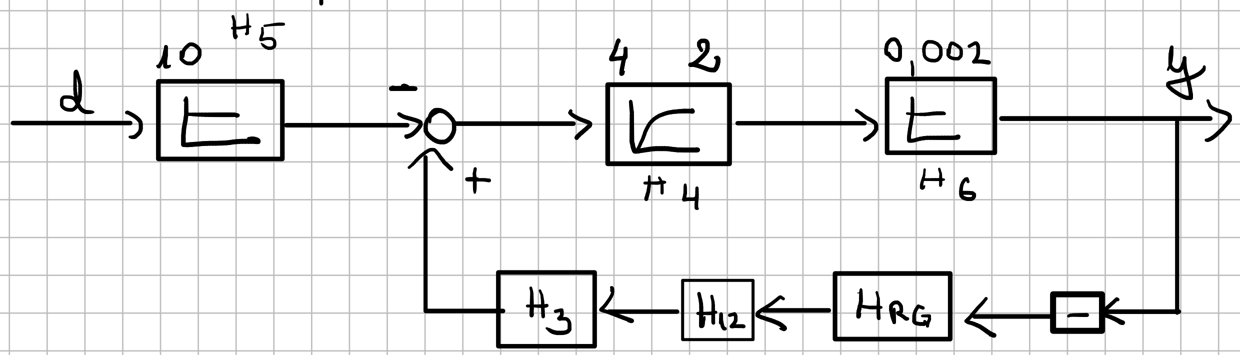
serie $\qquad H_0 = H_{RG}\cdot H_{PC}$



$$H_0(s) = H_{RG}(s)\cdot H_{PC}(s)$$

$$\Rightarrow H_{yr}(s)\Big|_{d=0} = \frac{H_{RG} \cdot H_{PC}}{1 + H_{RG} \cdot H_{PC}} = \frac{H_0}{1 + H_0}$$

Pt $H_{yd}(s)\Big|_{r(s)=0}$



H_4, H_6 - serie $\Rightarrow H_{46} = H_4 \cdot H_6 = \frac{4}{1+2s} \cdot 0,002$

H_3, H_{12}, H_{RG} - serie $\Rightarrow H_s = H_3 \cdot H_{12} \cdot H_{RG}$

H_s, H_{46} - reacție $\Rightarrow H_\alpha = \frac{H_{46}}{1 - H_s \cdot H_{46}}$

$$H_{yd}(s)\Big|_{r(s)=0} = H_\alpha \cdot H_5$$

Se înlocuiește pt R_1 și R_2

R_2 : $H_{RG}(s) = c_1 \cdot \frac{1+2,5s}{1+0,1s}$

$$H_0(s) = H_{PC} \cdot H_{RG} = \frac{3,2}{(1+s)(1+2s)} \cdot c_1 \cdot \frac{1+2,5s}{1+0,1s}$$

(2) Găsiți valorile parametrului $c_1 > 0$ pentru care sistemul de reglare automată este stabil.

$$\Delta(s) = 1 + H_0 = 1 + \frac{3,2}{(1+s)(1+2s)} \cdot c_1 \cdot \frac{1+2,5s}{1+0,1s} = 0$$

$$(1+s)(1+2s)(1+0,1s) + 3,2c_1 + 8c_1 s = 0$$

$$(1+2s+s+2s^2)(1+0,1s) + 8c_1 s + 3,2c_1 = 0$$

$$1 + 0,1s + 2s + 0,2s^2 + s + 0,1s^2 + 2s^2 + 0,2s^3 + 8c_1 s + 3,2c_1 = 0$$

$$0,2s^3 + 2,3s^2 + s(3,1+8c_1) + 1+3,2c_1 = 0$$

$$\begin{cases} a_3 = 0,2 > 0 \\ a_2 = 2,3 > 0 \\ a_1 = 3,1 + 8c_1 > 0 \Rightarrow c_1 > -\frac{3,1}{8} = -0,3875 \\ a_0 = 1+3,2c_1 > 0 \Rightarrow c_1 > -\frac{1}{3,2} = -0,3125 \end{cases}$$

$$\overset{\cap}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{l} c_1 \in (-0,3125; \infty) \\ c_1 > 0 \text{ (enunț)} \end{array}\right\} \Rightarrow c_1 \in (0; \infty)$$

$$H = \begin{bmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,3 & 1+3,2c_1 & 0 \\ 0,2 & 3,1+8c_1 & 0 \\ 0 & 2,3 & 1+3,2c_1 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = 2,3 > 0$$

$$H_2 = 7,13 + 18,4c_1 - 0,2 - 0,64c_1 =$$

$$= 6,93 + 17,76 \cdot c_1 > 0$$

$$\Rightarrow c_1 > -\frac{6,93}{17,76} = -0,39$$

$H_3 = a_0 \cdot H_2 = (1+3{,}2c_1)(6{,}93+17{,}76c_1) =$

$= 6{,}93 + 17{,}76c_1 + 22{,}176c_1 + 56{,}832c_1^2$

$= 56{,}832c_1^2 + 39{,}936c_1 + 6{,}93$

$\Delta = 1594{,}88 - 1575{,}38 = 19{,}5$

$c_{1,2} = \dfrac{-39{,}936 \pm \sqrt{19{,}5}}{2 \cdot 56{,}832}$ rădăcini <0 ambele

c_1		c_1		c_2	
ec.	$+ + +$	0	$- -$	0	$+ + +$

$\Rightarrow c_1 \in \left(-\infty; \dfrac{-39{,}936 - \sqrt{19{,}5}}{2 \cdot 56{,}832}\right) \cup \left(\underbrace{\dfrac{-39{,}936 + \sqrt{19{,}5}}{2 \cdot 56{,}832}}_{<0}, \infty\right)$

$\overset{\cap}{\Rightarrow} c_1 \in (0, \infty)$

$\Rightarrow$ SRA stabil

(3) Acceptând că sistemul este stabil, alegând o valoare arbitrară a lui $c_1 > 0$, pentru $z_\infty = 1000$ și $d_\infty = 50$, calculați valorile de regim staționar constant $\{u_\infty, m_\infty\}$.
b) Acceptând valorile nominale $d_n = 40$ și $z_n = 4000$, găsiți valoarea statismului natural în unități raportate (normate) în procente, $\gamma_{n(y)}^{\%}$.

b) avem PTB1 și pt R_1 și R_2

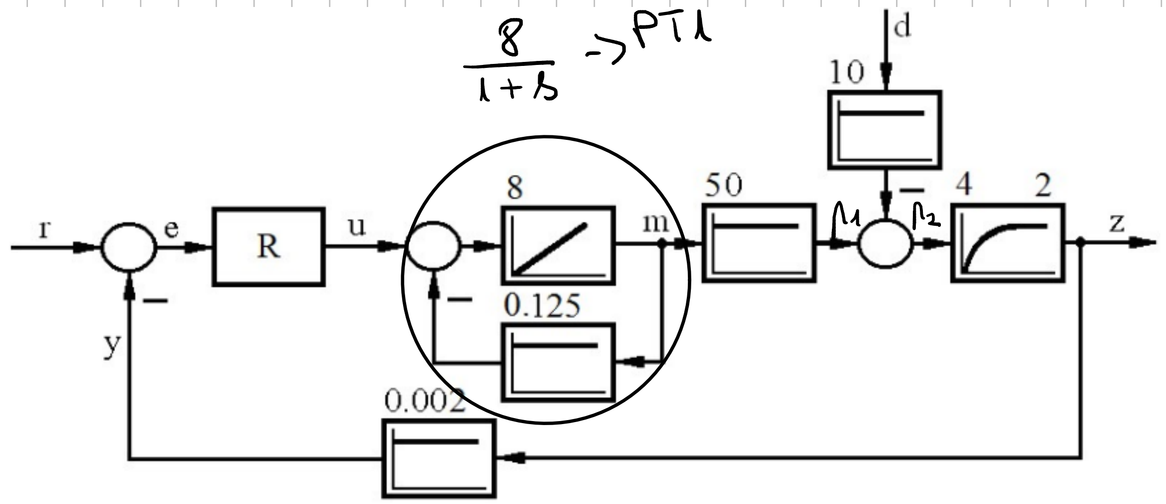
$\Rightarrow e_\infty \neq 0$ și $\gamma_\infty \neq 0$

R_2 : $k_0 = 3$

$\gamma_n(y) = \dfrac{k_N}{1+k_{R_0}} = \dfrac{k_{H_5} \cdot k_{H_4}}{1+} = \dfrac{10 \cdot 4}{1+3} = 10$

$\gamma_n(y)^{\%} = \gamma_n(y) \cdot \dfrac{d_n}{z_n} \cdot 100 = 1\cancel{0} \cdot \dfrac{\cancel{40}^{10}}{\cancel{4000}} \cdot 1\cancel{00} = 10\%$

a)



$z_\infty = 1000$

$d_\infty = 50$

$r_\infty - y_\infty = e_\infty \Rightarrow r_\infty - 2 = e_\infty$

$\boxed{y_\infty} = 0{,}002 \cdot z_\infty = 0{,}002 \cdot 1000 = \boxed{2}$

$z_\infty = p_{2\infty} \cdot 4 \Rightarrow \boxed{p_{2\infty}} = \frac{1000}{4} = \boxed{250}$

$p_{1\infty} - 10\, d_\infty = p_{2\infty} = 250 \Rightarrow \boxed{p_{1\infty}} = 250 + 500 = \boxed{750}$

$p_{1\infty} = 50 \cdot m_\infty \Rightarrow \boxed{m_\infty} = \frac{75\cancel{0}}{5\cancel{0}} = \boxed{15}$

$m_\infty = 8 \cdot u_\infty \Rightarrow \boxed{u_\infty = \frac{15}{8} = 1{,}875}$

$c_1 = 3$

$u_\infty = 3 \cdot e_\infty \Rightarrow e_\infty = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow r_\infty = \frac{5}{8} + 2 = \frac{21}{8}$

(4) Determinaţi valorile parametrului real b care garantează stabilitatea sistemului liniar în timp discret cu funcţia de transfer

- rândul 1: $H(z)=\dfrac{-3z^2+4z+1}{z^3-2z^2+(1.3-b)z-0.1}$,

- rândul 2: $H(z)=\dfrac{-6z^2+3z+0.5}{z^3+2z^2-(b+1.3)z+0.1}$.

R_1: $\Delta(z) = z^3 - 2z^2 + (1,3-b)z - 0,1$

$a_3 = 1 > 0$

$n=3 \Rightarrow$ 4 condiţii

$\Delta(1) = 1 - 2 + 1,3 - b - 0,1 = 0,2 - b > 0$

$\Rightarrow 0,2 > b$

$\Delta(-1) = -1 - 2 - 1,3 + b - 0,1 = -4,4 + b < 0$

$\Rightarrow b < 4,4$

$|a_0| < a_3$

$0,1 < 1$ ✓

	z^0	z^1	z^2	z^3
1	$-0,1$	$1,3-b$	-2	1
2	1	-2	$1,3-b$	$-0,1$
3	$0,99$	$0,1b+1,87$	$b-1,1$	—
4	$b-1,1$	$0,1b+1,87$	$0,59$	—

$b_1 = \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,1 & -2 \\ 1 & 1,3-b \end{vmatrix} = -0,13 + 0,1b + 2$

$= 0,1b + 1,87$

$$|b_0| > |b_2|$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} a_0 & a_3 \\ a_3 & a_0 \end{vmatrix} = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$$

$$b_2 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0{,}1 & 1{,}3 - b \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0{,}2 - 1{,}3 + b$$

$$= b - 1{,}1$$

$$-0{,}99 < b - 1{,}1 < 0{,}99$$

$$0{,}11 < b < 2{,}09$$

$$\overset{\cap}{\Rightarrow} \quad b \in (0{,}11 ; 0{,}2)$$