Teoria sistemelor
(laborator 2 - S2)

Modelarea unui motor de curent continuu

Identificăm mărimile caracteristice

1) M. de intrare: - mărimea de comandă (u_c) (tensiune)

(este pusă mereu prima în vector)

- perturbația (m_s)

$\Rightarrow$ vectorul de intrare $\begin{bmatrix} u_c \\ m_s \end{bmatrix}$ u

2) M. de stare: - mărime reglată (turația motorului - ω)

- curentul absorbit de m.c.c. (i_a)

$\Rightarrow$ vectorul $\begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix}$ x $\longrightarrow x^T \begin{bmatrix} i_a & \omega \end{bmatrix}$

3) M. de ieșire $\longrightarrow$ mărimile care apar/sunt aferente el. de măsură

$\Rightarrow$ vectorul y $\begin{bmatrix} u_i \\ u_\omega \end{bmatrix}$ -> tensiunea obț. după măsurarea I_a

-> -||- turației

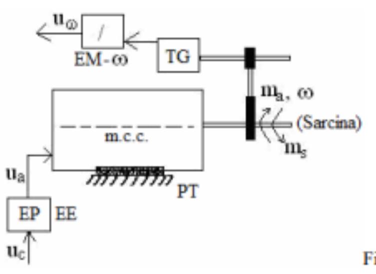

Fig. 1.4.

- Ecuațiile primare aferente PC

Elementul de execuție (EE) reprezentat de electronica de putere (EP):

$u_a = k_E u_c$

Procesul tehnic (PT, este m.c.c.):

$$\frac{L_a}{R_a}\frac{di_a}{dt} + i_a = \frac{1}{R_a}(u_a - e_\omega) \qquad e_\omega = k_e\omega, \qquad T_a = \frac{L_a}{R_a}$$

$$m_a = k_m i_a, \qquad m_f = k_f\omega \qquad (k_f \approx 0) \qquad (1.18)$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = m_a - m_f - m_s$$

Aici m sunt cupluri (momente) și e_ω este tensiunea electromotoare indusă.

Senzorul (elementul de măsură, EM):

$u_\omega = k_{M\omega}\omega, \qquad u_i = k_{Mi} i_a$

$$\begin{cases} \dfrac{L_a}{R_a}\cdot\dfrac{di_a}{dt} + \overset{x(t)}{i_a} = \dfrac{1}{R_a}\left(u_a - e_w\right) \\[2ex] J\,\dfrac{dw}{dt} = m_a - m_f - m_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{L_a}{R_a}\,\dot{x}_1(t) + x_1(t) = \dfrac{1}{R_a}\left(u_a - e_w\right) \\[2ex] J\,\dot{x}_2(t) = m_a - \underbrace{m_f}_{\approx 0} - m_s \end{cases}$$

$u_a = k_E \cdot u_c$

$e_w = k_e \cdot w$

$m_a = k_m \cdot i_a$

$m_f = k_f\, w, \; k_f \approx 0$

$$\begin{cases} \dfrac{L_a}{R_a}\,\dot{x}_1(t) + x_1(t) = \dfrac{1}{R_a}\left(k_E \cdot u_c - k_e \cdot \underbrace{w}_{x_2(t)}\right) \\[2ex] J \cdot \dot{x}_2(t) = k_m \cdot \underbrace{i_a}_{x_1(t)} - m_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{L_a}{R_a}\cdot\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + \dfrac{k_E}{R_a}\cdot u_c - \dfrac{k_e}{R_a}\cdot x_2(t) \\[2ex] J\,\dot{x}_2(t) = k_m\, x_1(t) - m_s \end{cases}$$

?? k_e a k_E

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\dfrac{R_a}{L_a}\,x_1(t) + \dfrac{k_E}{L_a}\cdot u(t) - \dfrac{k_E}{L_a}\,x_2(t) \\[2ex] x_2(t) = \dfrac{k_M}{J}\,x_1(t) - \dfrac{m_s}{J} \end{cases}$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{k_e}{L_a} \\[2ex] \dfrac{k_m}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{k_e}{L_a} & 0 \\[2ex] 0 & -\dfrac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ m_s(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{k_e}{L_a} \\[2ex] \dfrac{k_m}{J} & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \dfrac{k_e}{L_a} & 0 \\[2ex] 0 & -\dfrac{1}{J} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} u_\omega(t) = k_{M\omega} \, \omega(t) & y_2(t) \\ u_i(t) = k_{Mi} \cdot i_a(t) & y_1(t) \end{cases}$$

$$y = \begin{bmatrix} u_i \\ u_\omega \end{bmatrix} \quad \text{ieșire}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} k_{Mi} & 0 \\ 0 & k_{M\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} k_{Mi} & 0 \\ 0 & k_{M\omega} \end{bmatrix}$$

Sistem de încălzire prin pardoseală într-o cameră

-> Intrare : -> mărime de comandă (u_c)
-> perturbația (θ_e)

$$u = \begin{bmatrix} u_c \\ \theta_e \end{bmatrix}$$

-> Stare : -> temperatură pardoseală (θ_p)
-> temperatură cameră (θ_c)

$$x = \begin{bmatrix} \theta_p \\ \theta_c \end{bmatrix}$$

-> Ieșire : -> ieșirea măsurată (u_θ)

$$y = u_\theta$$

Element de execuție:

$$p_e = k_E \cdot u_c(t)$$, k_E - determinant experimental

Procesul tehnic:

$$\begin{cases} C_p \dot{\theta}_p = p_e - k_p(\theta_p - \theta_c) \\ C_c \dot{\theta}_c = k_p(\theta_p - \theta_c) - k_c(\theta_c - \theta_e) \end{cases}$$

temp. ext.

$$z = \theta_c$$

Elementul de măsură:

$$u_\theta = k_M \cdot \theta_c$$

Schelet

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = c^T \cdot x \end{cases}$$

PT $\Leftrightarrow$ $x_1(t) = \theta_p$ $\quad$ $x_2(t) = \theta_c$ $\quad$ $p_e = k_E \cdot u_c(t)$

$$\begin{cases} C_p \dot{x}_1(t) = p_e - k_p[x_1(t) - x_2(t)] \\ C_c \dot{x}_2(t) = k_p[x_1(t) - x_2(t)] - k_c[x_2(t) - \theta_e(t)] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1(t) = \dfrac{k_e \cdot u_c(t)}{C_p} - \dfrac{k_p}{C_p} x_1(t) + \dfrac{k_p}{C_p} x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \dfrac{k_p}{C_c} x_1(t) - \dfrac{k_p}{C_c} x_2(t) - \dfrac{k_c}{C_c} x_2(t) + \dfrac{k_c}{C_c} \theta_e(t) \end{cases}$$

$u_1 = u_c$ $\qquad$ $u_2 = \theta_e$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{k_p}{c_p} & \frac{k_p}{c_p} \\ \frac{k_p}{c_c} & -\frac{k_p+k_c}{c_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_e}{c_p} & 0 \\ 0 & \frac{k_c}{c_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{k_p}{c_p} & \frac{k_p}{c_p} \\ \frac{k_p}{c_c} & -\frac{k_p+k_c}{c_c} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{k_e}{c_p} & 0 \\ 0 & \frac{k_c}{c_c} \end{bmatrix}$$

$$u(t) = k_M \cdot \theta_c$$

$$y = c^T \cdot x \qquad x = \begin{bmatrix} \theta_p \\ \theta_c \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad c^T = \begin{bmatrix} 0 & k_M \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & k_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_p \\ \theta_c \end{bmatrix}$$