Nume, prenume	*N = Nr. matricol*	*a = (N mod 4)+1*	*Data completării formularului*
Drincianu Alexandru-Mihai	*11879*	*4*	*17.12.2020*

Lucrarea de control nr. 2 - Programarea 1 – Setul de întrebări nr. 1

(Întrebările 1 și 2 corespund părții de Teorie II, iar întrebarea 3 părții de probleme)

(Formularul completat se depune în format pdf până la ora 17:10)

1. Fie sistemul liniar în timp discret cu orientarea u $\to$ y: $\begin{cases} x[t+1] = Ax[t] + Bu[t] \ , \\ y[t] = Cx[t] + Du[t] \end{cases}$ cu $x[t_0] = x_0$.

i) Cu ce formulă calculați polinomul caracteristic al sistemului? (0.1 pt.)
Răspuns: *Polinomul caracteristic este :* $\mu(z) = \|z * I - A\|, unde\ I = matricea\ de\ identitate$
ii) Dacă $x \in R^{a+2}$, $u \in R^{a+1}$, $y \in R^2$, ce dimensiuni au matricele A, B, C și D? Argumentați rezultatele. (0.2 pt.)
Răspuns: $x \in \mathbb{R}^6$ $u \in \mathbb{R}^5$ $y \in R^2$ A va fi o matrice pătratică de ordinul 6 deoarece avem 6 variabile de stare B va fi o matrice cu o coloană și 6 linii C va fi o matrice cu 2 linii și 6 coloane ($y \in \mathbb{R}^2$) D va fi o matrice cu o coloană și 2 linii
iii) La intrarea sistemului se aplică un semnal {u[t]}, t $\in$ {0, 1, 2, 3}. Deduceți formulele de calcul ale lui x[4] și y[3] în funcție de starea inițială x[0] = x_0 și de valorile semnalului de intrare {u[t]}. (0.4 pt.)
Răspuns: $x[4] = A^4 \cdot x_0 + \sum_{\tau=0}^{3} A^{4-\tau-1} B \cdot u[\tau]$ $y[3] = C \cdot A^3 \cdot x_0 + \sum_{\tau=0}^{2} C \cdot A^{3-\tau-1} \cdot B u[\tau] + D \cdot u(3)$
iv) Se consideră că $A = \begin{bmatrix} 1-a & 1 & 0 \\ 0 & a & 2 \\ 1 & 2 & 1+a \end{bmatrix}$. Presupunem că în expresia lui x[4] de la punctul iii) se cunosc x[4] , matricea B și valorile semnalului de intrare. Analizați dacă se poate calcula x_0. (0.3 pt.)
Răspuns:

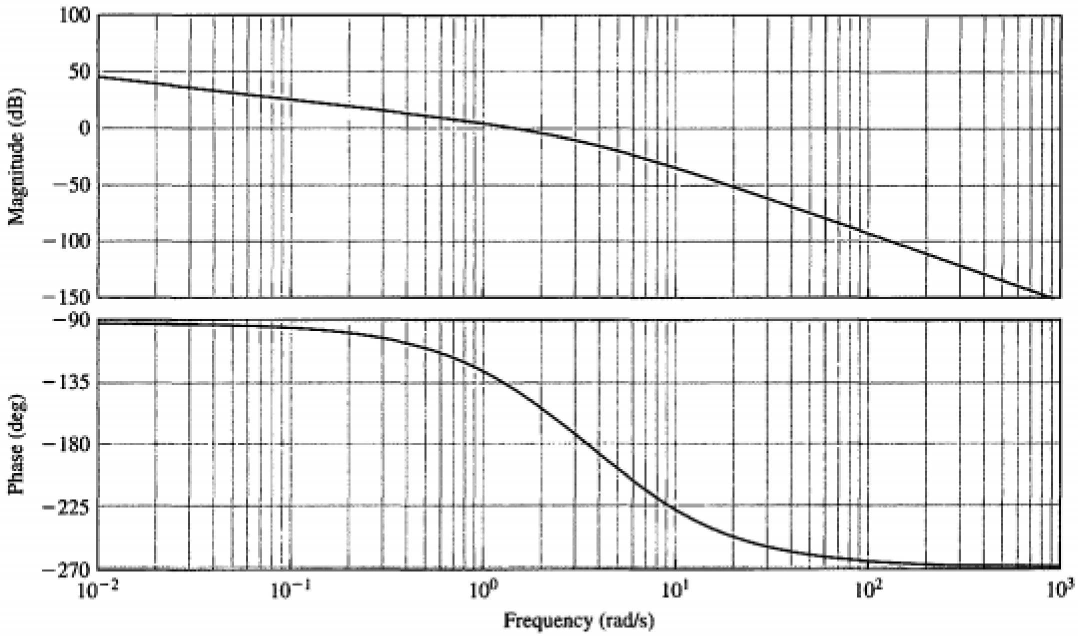
$$A = \begin{bmatrix} 1-a & 1 & 0 \\ 0 & a & 2 \\ 1 & 2 & 1+a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 2 \\ 2 & 20 & 18 \\ 2 & 19 & 29 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} -25 & 17 & 12 \\ 12 & 118 & 130 \\ 23 & 136 & 183 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 87 & 67 & 94 \\ 94 & 744 & 886 \\ 114 & 933 & 1187 \end{bmatrix} \Rightarrow A^4 \neq O_3$$

Deoarece cunoaștem $x[4]$, matricea B și val. semnalului de intrare $\Rightarrow$ x_0 se poate calcula

2. Un sistem liniar în timp continuu, ***S***, are caracteristicile Bode din figură. În abscisă „Frequency" înseamnă pulsație, în ordonată „Magnitude" înseamnă $|H|_{dB}$, iar „Phase" înseamnă φ_H.



a) Arătați că ați înțeles cum se folosește formula (7) de la pag. 139 din curs, precum și referirile la ea, răspunzând la următoarele întrebări:	
i) Care este semnalul de ieșire în regim permanent armonic al sistemului ***S*** dacă la intrare este aplicat semnalul bilateral u(t) = 10·(a+1) ·sin[(a+2)·t - π/9]? Argumentați răspunsul. (0.25 pt.)	

Răspuns:
$u(t) = 50 \sin\left(6t - \frac{\pi}{9}\right)$ Aplicând semnalul, la ieșire se obține: $y(t) = y_m \cdot \sin\left(6t - \frac{\pi}{9} + \varphi\right)$, unde $y_m = 50 \cdot 10^{\frac{H(j\omega)}{20}}$ $\varphi = \arg H(j\omega)$
ii) Care este semnalul de ieșire în regim permanent al sistemului ***S*** dacă la intrare este aplicat semnalul bilateral u(t) = 10·(a+1) ·sin[(a+2)·t-π/9] + 5·(a+1) ·cos[20· (a+1)·t]? Argumentați răspunsul. (0.25 pt.)
Răspuns:
$u(t) = 50 \sin\left(6t - \frac{\pi}{9}\right) + 25 \cos(100 \cdot t)$ Aplicând semnalul, la ieșire se obține: $y(t) = 50 \cdot 10^{\frac{H(j\omega)}{20}} \cdot \sin\left(6t - \frac{\pi}{9} + \arg H(j\omega)\right) +$ $+ 25 \cdot 10^{\frac{H(j\omega)}{20}} \cdot \cos\left(100t + \arg H(j\omega)\right)$
iii) Care este semnalul de ieșire în regim permanent armonic al conexiunii serie alcătuită din două sisteme identice cu sistemul **S** dacă la intrare este aplicat semnalul bilateral u(t) = 10·(a+1) ·sin[(a+2)·t - π/9]? Argumentați răspunsul. (0.25 pt.)
Răspuns: *Sistemul va fi format dintr-o suma compusa din semnalele de la punctul i)*
b) Considerăm că sistemul **S** *îndeplinește îndeplinește condițiile impuse unui sistem în circuit deschis prin relația (16) de la pag. 160 și că în jurul lui se realizează o conexiune cu reacție unitară negativă. Este această conexiune stabilă? Argumentați răspunsul.* (0.25 pt.)
Răspuns:

3.

a) Să se analizeze stabilitatea sistemelor liniare ale căror polinoame caracteristice au expresiile (0.2 pt. + 0.2 pt.):
i) $\mu(s) = (a+1) \cdot s^2 + (2 \cdot a+1) \cdot s + (3 \cdot a+1)$
Răspuns:

$\mu(s) = 5s^2 + 9s + 13$

$\mu(s) = s^2 + \frac{9}{5}s + \frac{13}{5} \Rightarrow a_0 = \frac{13}{5} > 0$

$a_1 = \frac{9}{5} > 0$

$a_2 = 1 > 0$

$H_1 = \left|\frac{9}{5}\right| = \frac{9}{5} > 0$

$H_2 = \begin{vmatrix} \frac{9}{5} & 0 \\ 1 & \frac{13}{5} \end{vmatrix} = \frac{117}{25} > 0$

$\Rightarrow$ sistemul este asimptotic stabil

ii) $\mu(z) = (a+1)\cdot z^2 + (2\cdot a+1)\cdot z + (3\cdot a+1)$

Răspuns:

$\mu(z) = 5z^2 + 9z + 13$

$\mu(1) = 5 + 9 + 13 = 27 > 0$

$(-1)^2 \cdot \mu(-1) = 5 - 9 + 13 = 9 > 0$

[J]			
$b_2 = \frac{13}{5}$	13	9	5
	5	9	13

$\Rightarrow b_2 = 2{,}6 > 1 \Rightarrow$ sistemul ~~[illegible]~~ este asimptotic stabil

b) Să se analizeze controlabilitatea sistemelor liniare cu MM-ISI

$$\begin{cases} x' = \begin{bmatrix} a+1 & a+2 \\ a+3 & a+1 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} a+1 \\ a+3 \end{bmatrix} \cdot u \\ y = \begin{bmatrix} a+2 & a-1 \end{bmatrix} \cdot x \end{cases}$$ (0.3 pt.)

Răspuns:

$$\begin{cases} x' = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \cdot u \\ y = [6 \ \ 3] \cdot x \end{cases} \quad , M_C = [B \mid A \cdot B]$$

$$n = 2 \quad , M_C = \begin{bmatrix} 5 & 67 \\ 7 & 70 \end{bmatrix}$$

$\det M_C \neq 0 \Rightarrow \text{rang } M_C = 2$

$\text{rang } M_C = n = 2 \Rightarrow$ sistemul este controlabil

c) Să se calculeze f.d.t. ale sistemelor de la punctul b). (0.3 pt.)

b) $$\begin{cases} x' = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \cdot u \\ y = [6 \ \ 3] \cdot x \end{cases}$$

$$H = C \cdot (z \cdot I - A)^{-1} \cdot B$$

$$= [6 \ \ 3] \left(z \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$= [6 \ \ 3] \left(\begin{bmatrix} z-5 & -6 \\ -7 & z-5 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$H = (51z - 612)$$