

Nume și prenume	N = Nr. matricol	$a = (N \bmod 3) + 1$	Data completării formularului

### Lucrarea de control nr. 1 – Setul de întrebări nr. 2

(Formularul completat se depune în format pdf până la ora 17:35)

3. Relațiile (1) și (2) de la pag. 27 se referă la forma complexă, respectiv la forma reală a seriei Fourier. Reprezentați spectrele de linii corespunzătoare formei reale a seriei Fourier pentru semnalul din cadrul exemplului 2 de la pag. 28-29. (0.4 pt.)

- Potrivit exercițiului din curs spectrul de amplitudine din cazul seriei Fourier complexe corespunde punctelor:

$$\{-\omega_0, |c_{-1}|\} = \left\{-4\pi f, \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}\right\}, \{0, |c_0|\} = \{0, a\} \text{ și } \{\omega_0, |c_1|\} = \left\{4\pi f, \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}\right\},$$

iar spectrul de pulsație punctelor

$$\{\omega_0, \arg c_{-1}\} = \left\{-4\pi f, \pi - \arctg \frac{b}{a}\right\}, \{0, \arg c_0\} = \{0, 0\},$$

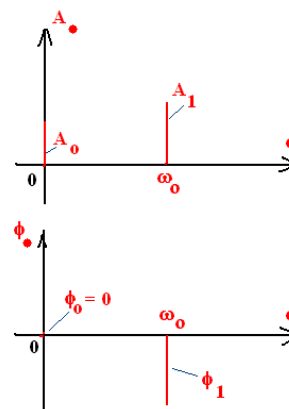
$$\{\omega_0, \arg c_1\} = \left\{4\pi f, -\pi + \arctg \frac{b}{a}\right\}$$

- Întrucât spectrele corespunzătoare seriei Fourier reale se obțin din cele corespunzătoare seriei Fourier complexe cu relațiile

$$A_n = \begin{cases} |c_0|, & n = 0 \\ 2 \cdot |c_n|, & n \geq 1 \end{cases}, \quad \varphi_n = \arg c_n, \quad n \in \mathbb{N}, \text{ rezultă că în al doilea caz}$$

spectrul de amplitudine va avea două linii corespunzătoare punctelor  $\{0, A_0\}$  și  $\{\omega_0, A_1\}$ , iar spectrul de fază două linii (prima se reduce la un punct) corespunzătoare punctelor  $\{0, \varphi_0\}$  și  $\{\omega_0, \varphi_1\}$ .

S-a notat:  $A_0 = a$ ,  $A_1 = (a^2 + b^2)^{1/2}$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $\varphi_1 = -\pi + \arctg(a/b)$ .



4. În exemplul de la pag. 35 semnalul periodic de frecvență 1 Hz a fost eșantionat cu pasul  $h = 0.25$  secunde, transformata Fourier discretă, de termen general  $X[n]$  rezultând pe baza a numai 4 valori eșantionate. Să se scrie expresia termenului general al transformatei Fourier discrete pentru cazul când eșantionarea se face cu pasul  $h = 0.2$  secunde, șirul rezultat prin eșantionare corespunzând vectorului  $x_5 = [8, 4.4751, 7.1026, 4.7515, 0.6708]^T$ . (0.35 pt.)

Potrivit enunțului avem  $x[0]=8$ ,  $x[1]=4.4751$ ,  $x[2]=7.1026$ ,  $x[3]=4.7515$ ,  $x[4]=0.6708$ . În consecință:

$$X[n] = \sum_{k=0}^4 x[k] \cdot e^{-jk2\pi \frac{n}{5}} = 8 + 4.475 \cdot e^{-j2\pi \frac{n}{5}} + 7.1026 \cdot e^{-j4\pi \frac{n}{5}} + 4.751 \cdot e^{-j6\pi \frac{n}{5}} + 0.6708 \cdot e^{-j8\pi \frac{n}{5}}, \quad n=0,1,2,3,4.$$

5. Elaborați un plan de idei pentru secțiunea „2. Operația folding (de pliere). Teorema lui Shannon și teorema Nyquist-Shannon” de la pag. 38-40. (0.7 pt.)

Notă: Un plan de idei nu este un rezumat ci o enumerare a aspectelor care trebuie trecute în revistă pentru a dezvolta tema din titlu.

- Interpretarea grafică a efectului alias cu ajutorul spectrelor semnalelor.
  - Ilustrare cu ajutorul spectrelor de amplitudine ale unei familii de semnale alias de aceeași amplitudine, fiecare semnal fiind considerat independent; distingerea în planul figurii a fâșiilor de lățime  $f_s$  în care spectrele de amplitudine au aceeași componență; posibilitatea de suprapunere;
  - Extinderea discuției la semnale care au componente alias (sume de mai multe semnale alias de amplitudini diferite), efectul de folding;
  - Generalizare pentru semnale neperiodice cu spectru continuu;
- Intuirea condiției din teorema lui Shannon, teorema lui Shannon;
- Teorema Nyquist-Shannon care aduce instrumentul cantitativ necesar refacerii semnalelor.