

1. Тип 15 № [55602](#)

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ .

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$(x \& 114 \neq 0 \vee x \& 94 \neq 0) \rightarrow (x \& 73 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

2. Тип 15 № [9320](#)

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

(М. В. Кузнецова)

3. Тип 15 № [46973](#)

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [69; 91]$  и  $Q = [77; 114]$ . Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка  $A$ , для которого формула

$$(x \in Q) \rightarrow (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ).

4. Тип 15 № [28693](#)

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(2x + 3y < A) \vee (x > y) \vee (y > 24)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

5. Тип 15 № [34542](#)

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [1, 39]$  и  $Q = [23, 58]$ . Какова наибольшая возможная длина интервала  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

6. Тип 15 № [59756](#)

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x < A) \vee (y < A) \vee (y > x - 5) \vee (y < 2x - 15)$$

тождественно истинно?

7. Тип 15 № [29663](#)

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ».

Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(A < 50) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

8. Тип 15 № [36870](#)

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .

Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$x \& 49 = 0 \rightarrow (x \& 28 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

9. Тип 16 № [39245](#)

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 0;$$

$$F(n) = F(n/2), \text{ если } n > 0 \text{ и при этом чётно};$$

$$F(n) = 1 + F(n-1), \text{ если } n \text{ нечётно}.$$

Сколько существует таких чисел  $n$ , что  $1 \leq n \leq 900$  и  $F(n) = 9$ ?

10. Тип 16 № [68517](#)

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = n \cdot F(n-1) \text{ при } n > 1.$$

Чему равно значение выражения  $(F(2024) - F(2023)) / F(2022)$ ?

11. Тип 16 № [45250](#)

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \text{ при } n < 3;$$

$$F(n) = F(n-2) + F(n-1) - n, \text{ если } n > 2 \text{ и при этом } n \text{ чётно};$$

$$F(n) = F(n-1) - F(n-2) + 2 \times n, \text{ если } n > 2 \text{ и при этом } n \text{ нечётно}.$$

Чему равно значение функции  $F(32)$ ?

12. Тип 16 № [6925](#)

Алгоритм вычисления значений функций  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1;$$

$$F(2) = 2;$$

$$F(3) = 3;$$

$$F(n) = F(n-3) \cdot n \text{ при } n > 3.$$

Чему равно значение функции  $F(11)$ ? В ответе запишите только натуральное число.

13. Тип 16 № [5970](#)

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = F(n-1) + 3 \cdot F(n-2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции  $F(7)$ ? В ответе запишите только натуральное число.

14. Тип 16 № [60258](#)

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n > 2024;$$

$$F(n) = n \cdot F(n+1), \text{ если } n \leq 2024.$$

Чему равно значение выражения  $F(2022) / F(2024)$ ?

15. Тип 16 № [59809](#)

Задан алгоритм вычисления функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число:

$$F(n) = 1, \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = n - 2 + F(n-1), \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение функции  $F(2023) - F(2021)$ ?

16. Тип 16 № [58483](#)

Функции  $F(n)$  и  $G(n)$ , где  $n$  — натуральное число, заданы следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n > 1\,000\,000;$$

$$F(n) = n + F(2n), \text{ если } n \leq 1\,000\,000;$$

$$G(n) = \frac{F(n)}{n}.$$

Сколько существует таких натуральных чисел  $n$  (включая число 1000), для которых  $G(n) = G(1000)$ ?