

**1. Тип 15 № 55602**

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ .

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$(x \& 114 \neq 0 \vee x \& 94 \neq 0) \rightarrow (x \& 73 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

**2. Тип 15 № 9320**

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

(M. B. Кузнецова)

**3. Тип 15 № 46973**

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [69; 91]$  и  $Q = [77; 114]$ . Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка  $A$ , для которого формула

$$(x \in Q) \rightarrow (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ).

**4. Тип 15 № 28693**

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(2x + 3y < A) \vee (x > y) \vee (y > 24)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

**5. Тип 15 № 34542**

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [1, 39]$  и  $Q = [23, 58]$ . Какова наибольшая возможная длина интервала  $A$ , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

**6. Тип 15 № 59756**

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x < A) \vee (y < A) \vee (y > x - 5) \vee (y < 2x - 15)$$

тождественно истинно?

**7. Тип 15 № 29663**

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ».

Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(A < 50) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**8. Тип 15 № 36870**

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ .

Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ . Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$x \& 49 = 0 \rightarrow (x \& 28 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

**9. Тип 16 № [39245](#)**

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:  
 $F(0) = 0$ ;  
 $F(n) = F(n / 2)$ , если  $n > 0$  и при этом чётно;  
 $F(n) = 1 + F(n - 1)$ , если  $n$  нечётно.

Сколько существует таких чисел  $n$ , что  $1 \leq n \leq 900$  и  $F(n) = 9$ ?

**10. Тип 16 № [68517](#)**

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:  
 $F(n) = 1$  при  $n = 1$ ;  
 $F(n) = n \cdot F(n - 1)$  при  $n > 1$ .

Чему равно значение выражения  $(F(2024) - F(2023)) / F(2022)$ ?

**11. Тип 16 № [45250](#)**

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:  
 $F(n) = 2$  при  $n < 3$ ;  
 $F(n) = F(n - 2) + F(n - 1) - n$ , если  $n > 2$  и при этом  $n$  чётно;  
 $F(n) = F(n - 1) - F(n - 2) + 2 \times n$ , если  $n > 2$  и при этом  $n$  нечётно.

Чему равно значение функции  $F(32)$ ?

**12. Тип 16 № [6925](#)**

Алгоритм вычисления значений функций  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:  
 $F(1) = 1$ ;  
 $F(2) = 2$ ;  
 $F(3) = 3$ ;  
 $F(n) = F(n - 3) \cdot n$  при  $n > 3$ .

Чему равно значение функции  $F(11)$ ? В ответе запишите только натуральное число.

**13. Тип 16 № [5970](#)**

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:  
 $F(n) = 1$  при  $n \leq 2$ ;  
 $F(n) = F(n - 1) + 3 \cdot F(n - 2)$  при  $n > 2$ .

Чему равно значение функции  $F(7)$ ? В ответе запишите только натуральное число.

**14. Тип 16 № [60258](#)**

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:  
 $F(n) = n$  при  $n > 2024$ ;  
 $F(n) = n \cdot F(n + 1)$ , если  $n \leq 2024$ .

Чему равно значение выражения  $F(2022) / F(2024)$ ?

**15. Тип 16 № [59809](#)**

Задан алгоритм вычисления функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число:  
 $F(n) = 1$ , при  $n = 1$ ;  
 $F(n) = n - 2 + F(n - 1)$ , если  $n > 1$ .

Чему равно значение функции  $F(2023) - F(2021)$ ?

**16. Тип 16 № [58483](#)**

Функции  $F(n)$  и  $G(n)$ , где  $n$  — натуральное число, заданы следующими соотношениями:  
 $F(n) = n$ , если  $n > 1\ 000\ 000$ ;  
 $F(n) = n + F(2n)$ , если  $n \leq 1\ 000\ 000$ ;  
 $G(n) = \frac{F(n)}{n}$ .

Сколько существует таких натуральных чисел  $n$  (включая число 1000), для которых  $G(n) = G(1000)$ ?