

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и механики  
**Кафедра «Прикладная математика»**

**ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
СТАТИСТИКА»**

Выполнил  
студент группы 3630102/70201

Крупкина Д.А.

Проверил  
к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2020

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
1.1	Задание 1 . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Теория</b>	<b>2</b>
2.1	Распределения . . . . .	2
2.2	Гистограмма . . . . .	3
2.2.1	Определение . . . . .	3
2.2.2	Графическое описание . . . . .	3
2.2.3	Использование . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Реализация</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Результаты</b>	<b>3</b>
4.1	Гистограмма и график плотности распределения . . . . .	3
<b>5</b>	<b>Обсуждение</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Приложения</b>	<b>6</b>

# Список иллюстраций

1	Нормальное распределение. . . . .	4
2	Распределение Коши. . . . .	4
3	Распределение Лапласа. . . . .	4
4	Распределение Пуассона. . . . .	5
5	Равномерное распределение. . . . .	5

# 1 Постановка задачи

Для 5 распределений:

1.  $N(x, 0, 1)$  – нормальное распределение
2.  $C(x, 0, 1)$  – распределение Коши
3.  $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$  – распределение Лапласа
4.  $P(k, 10)$  – распределение Пуассона
5.  $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$  – равномерное распределение

## 1.1 Задание 1

Сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов.

Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.

# 2 Теория

## 2.1 Распределения

1. Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} \quad (1)$$

2. Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1} \quad (2)$$

3. Распределение Лапласа

$$L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (3)$$

4. Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (4)$$

5. Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (5)$$

## 2.2 Гистограмма

### 2.2.1 Определение

*Гистограмма* в математической статистике — это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него [1].

### 2.2.2 Графическое описание

Графически гистограмма строится следующим образом. Сначала множество значений, которое может принимать элемент выборки, разбивается на несколько интервалов. Чаще всего эти интервалы берут одинаковыми, но это не является строгим требованием. Эти интервалы откладываются на горизонтальной оси, затем над каждым рисуется прямоугольник. Если все интервалы были одинаковыми, то высота каждого прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки, попадающих в соответствующий интервал. Если интервалы разные, то высота прямоугольника выбирается таким образом, чтобы его площадь была пропорциональна числу элементов выборки, которые попали в этот интервал [1].

### 2.2.3 Использование

Гистограммы применяются в основном для визуализации данных на начальном этапе статистической обработки.

Построение гистограмм используется для получения эмпирической оценки плотности распределения случайной величины. Для построения гистограммы наблюдаемый диапазон изменения случайной величины разбивается на несколько интервалов и подсчитывается доля от всех измерений, попавшая в каждый из интервалов. Величина каждой доли, отнесенная к величине интервала, принимается в качестве оценки значения плотности распределения на соответствующем интервале [1].

## 3 Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью встроенных средств языка программирования Python в среде разработки PyCharm. Используются библиотеки `numpy` для генерации выборки и `matplotlib` для визуализации данных. Исходный код лабораторной работы приведён в приложении в виде ссылки на репозиторий GitHub.

## 4 Результаты

### 4.1 Гистограмма и график плотности распределения

Ниже представлены полученные результаты: для каждого распределения график и гистограмма находятся в одних осях.

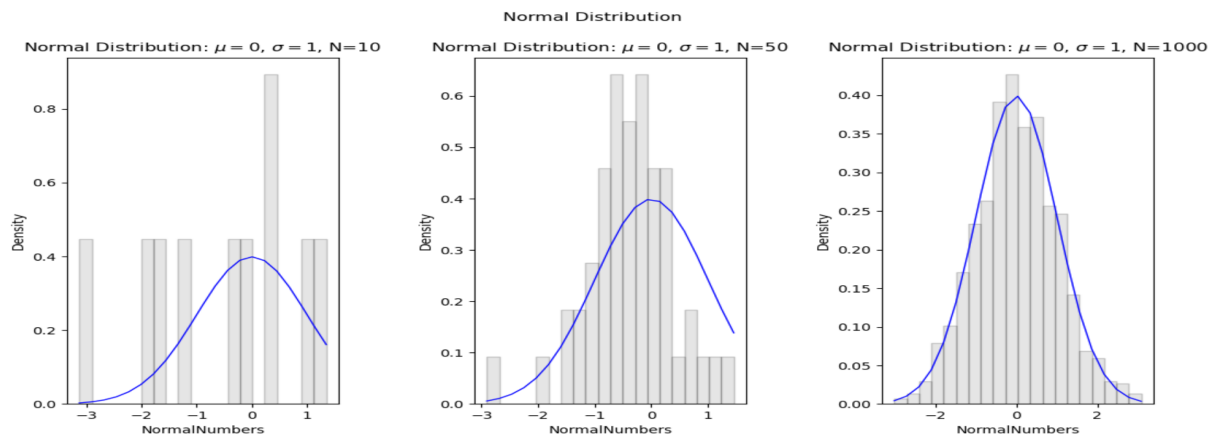


Рис. 1: Нормальное распределение.

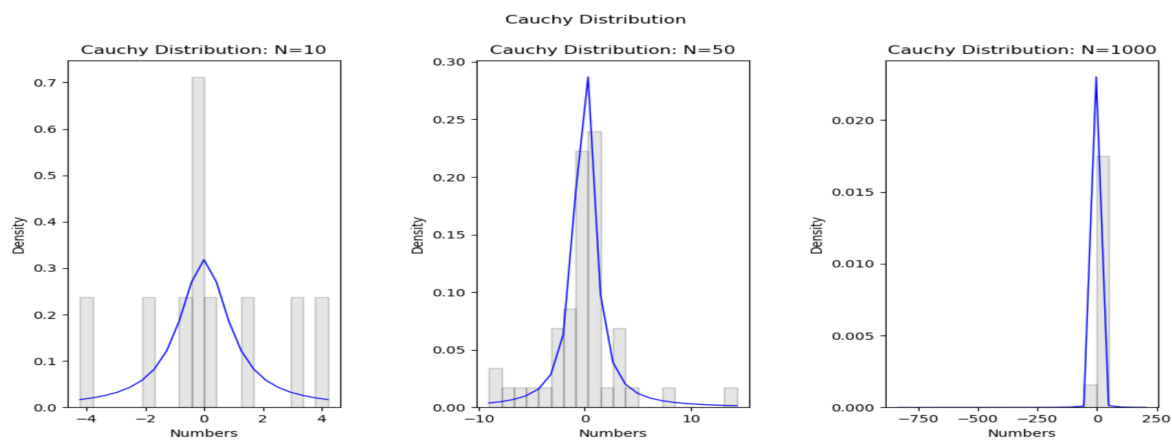


Рис. 2: Распределение Коши.

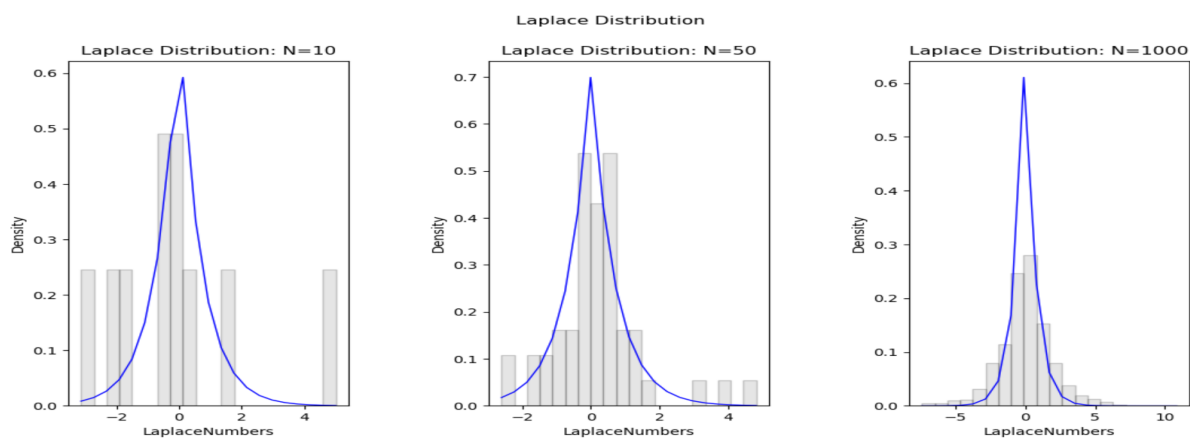


Рис. 3: Распределение Лапласа.

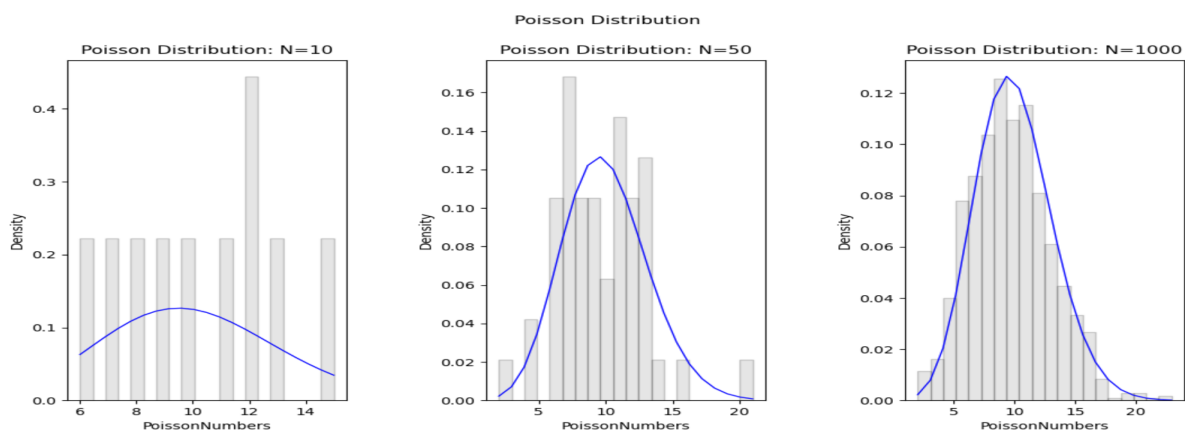


Рис. 4: Распределение Пуассона.

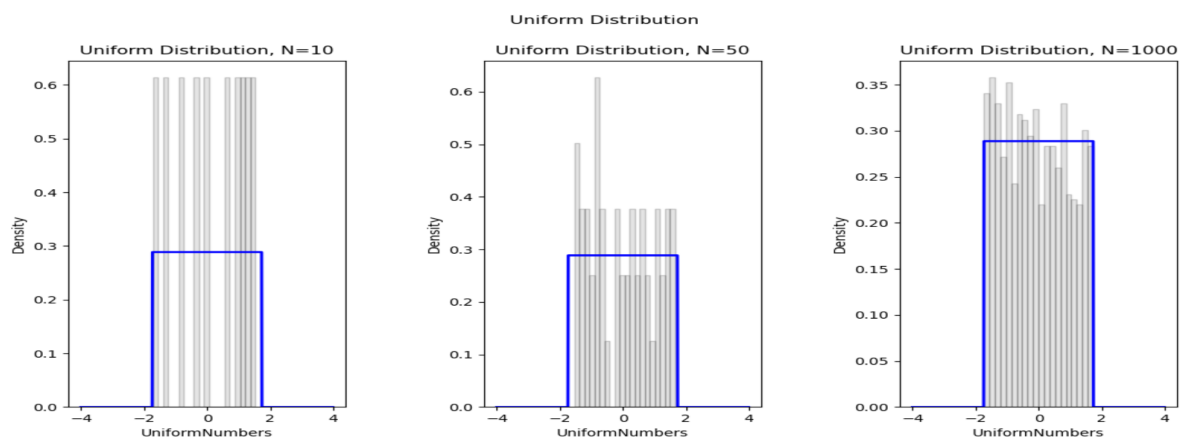


Рис. 5: Равномерное распределение.

## 5 Обсуждение

По полученным результатам можно сделать вывод, что размер выборки для каждого из распределений влияет на расположение гистограммы по отношению к графику плотности вероятности данного распределения: чем больше данных в выборке, тем ближе гистограмма к графику.

Также становится ясным, что выборка из 10 элементов не является достаточной для того, чтобы судить о характере распределения.

## 6 Приложения

Код программы на GitHub, URL: <https://github.com/DariaKrup/Statistics>

## Список литературы

[1] Histogram. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Histogram>