

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

**Институт прикладной математики и механики**

Высшая школа прикладной математики и  
вычислительной физики

Отчет  
по лабораторной работе  
по дисциплине  
«Вычислительные комплексы»  
Тема: Статистика данных с интервальной  
неопределенностью. Интервальная регрессия.

Выполнил студент:  
Смирнова Дарья  
группа: 5030102/80201

Проверил:  
к.ф.-м.н., доцент  
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2022 г.

# Оглавление

	<b>Страница</b>
0.1 Постановка задачи . . . . .	3
0.2 Теория . . . . .	3
0.2.1 Решение задачи восстановления зависимости . .	3
0.2.2 Информационное множество . . . . .	3
0.2.3 Коридор совместных зависимостей . . . . .	3
0.3 Оценка параметров регрессии . . . . .	4
0.4 Реализация . . . . .	4
0.5 Результаты . . . . .	4
0.6 Обсуждение . . . . .	6

## Список иллюстраций

	Страница
1 Информационное множество с точечными оценками . .	5
2 Коридор совместных зависимостей и исходные измерения	6

## 0.1 Постановка задачи

Для задачи восстановления зависимостей с уравнением вида  $\mathbf{y} = X\beta$  необходимо задать набор значений  $x$  (точечный) и  $\mathbf{y}$  с некоторыми ошибками измерений по отклику (интервальный). Для данной системы:

- Построить интервальное множество решений  $\beta$ , сделать точечные оценки параметров.
- Построить коридор совместных зависимостей.
- Задать набор предсказания внутри и вне  $x$ , построить набор значений выходной переменной  $\mathbf{y}$ .

## 0.2 Теория

### 0.2.1 Решение задачи восстановления зависимости

Решением задачи восстановления зависимости назовем любое решение, для которого есть пересечение с каждым из брусов  $[y_i - \varepsilon_i, y_i + \varepsilon_i]$ .

### 0.2.2 Информационное множество

Множество значений параметров зависимости, совместных с данными называется информационным множеством. Для случая линейной зависимости информационное множество является выпуклым и ограничено гиперплоскостями в  $\mathbb{R}^n$ .

### 0.2.3 Коридор совместных зависимостей

Коридором совместных зависимостей называется множество, образованное всеми решениями с параметрами из информационного множества.

### 0.3 Оценка параметров регрессии

Решение задачи восстановления линейной зависимости можно найти, решая задачу линейного программирования:

$$\begin{aligned} \min_{B,w} \sum_{i=1}^n w_i \\ mid\ y_i - w_i\ rad\ y_i \leq (XB)_i \leq mid\ y_i + w_i\ rad\ y_i \\ \beta_j \geq 0, \ j = \overline{1,2} \\ w_i \geq 0, \ i = \overline{1,n}, \end{aligned}$$

где  $w_i$  - масштабирующие множители для радиусов интервалов правой части. Они нужны для того, чтобы понять, насколько для каждого измерения нужно увеличить интервал для совместности.

### 0.4 Реализация

Лабораторная работа выполнена в среде Octave с использованием библиотеки С. И. Жилина.

### 0.5 Результаты

Исследуем восстановление зависимости по точкам  $x = \{3, 5, 11, 15\}$ . В качестве отклика  $y$  были взяты значения  $[y_i - \varepsilon_i, y_i + \varepsilon_i]$ , где  $y = \{2, 7, 12, 20\}$ ,  $\varepsilon = \{6, 9, 12, 8\}$ .

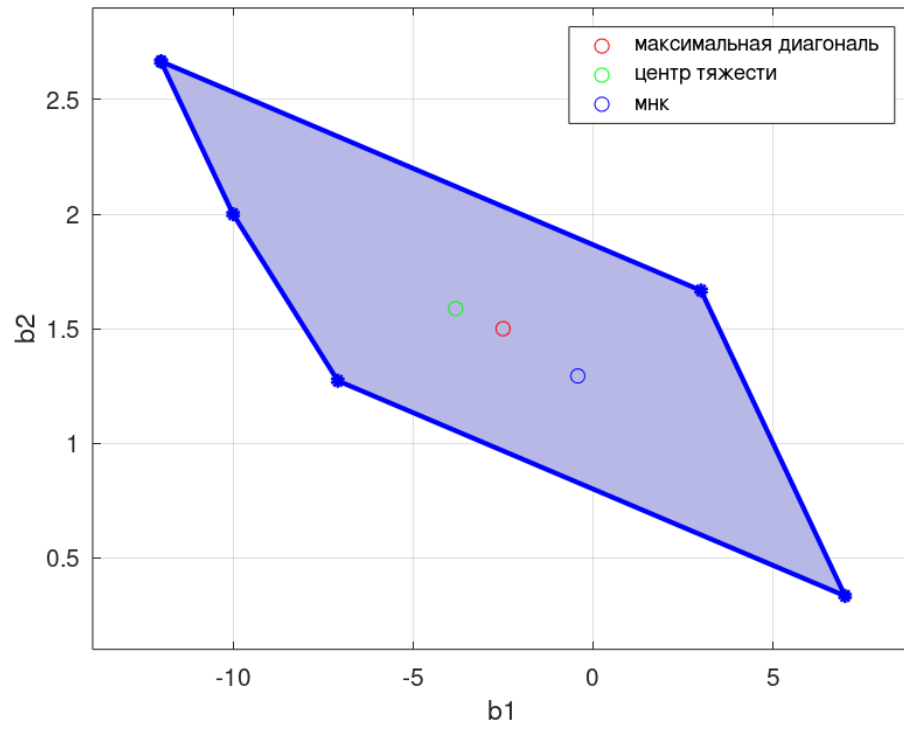


Рис. 1: Информационное множество с точечными оценками

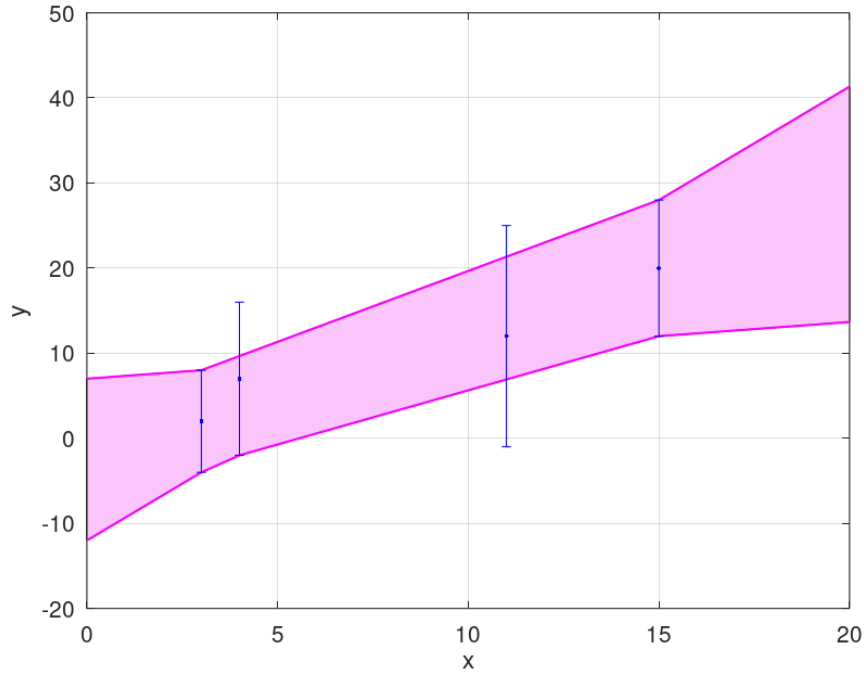


Рис. 2: Коридор совместных зависимостей и исходные измерения

Оценка параметров зависимости следующая:

$$\beta_0 = [-12, 7], \beta_1 = [0.333, 2.667]$$

Предсказания измерений в точках  $x_p = \{10, 12, 16, 22.5\}$  представляют собой сечение коридора совместных зависимостей и равны соответственно

$$y_p = \{[5.6364, 19.6667], [8.1818, 23.0000], [12.3333, 30.6667], [14.5000, 48.0000]\}$$

## 0.6 Обсуждение

Точечные оценки информационного множества дали различные результаты, но все три оценки лежат внутри множества вдали от границ. Исходные данные имеют значительную неопределенность (даже относительно самого значения середины интервалов  $y$ ). Коридор

совместных зависимостей испытывает влияние всех интервалов, кроме третьего (т.к. ни одна из границ третьего интервала не касается коридора зависимостей). Причем коридор уже внутри отрезка, на котором определены исходные данные и расширяется при выходе за границы отрезка.

## Примечание

С кодом работы можно ознакомиться по ссылке:  
<https://github.com/DariaWelt/IntAnalysis>