САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и механики

Высшая школа прикладной математики и
вычислительной физики

Отчет
по лабораторной работе
по дисциплине
«Вычислительные комплексы»
Тема: Интервальная линейная задача о допусках.

Выполнил студент:
Смирнова Дарья
группа: 5030102/80201

Проверил:
к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2022 г.

Оглавление

Список иллюстраций

0.1 Постановка задачи

Дана ИСЛАУ

$$\begin{cases} [1,2]x_1 + [1,3]x_2 = [-1,4] \\ x_1 - [1,3] \cdot x_2 = 0 \\ [1,2]x_1 = [2,7] \end{cases} \tag{1}$$

Эта система является несовместной. Для нее необходимо провести вычисления и привести иллюстрации:

- Максимума распознающего функционала
- Достижения разрешимости ИСЛАУ за счет коррекции правой части
- Достижения разрешимости ИСЛАУ за счет коррекции матрицы
- Оценок вариабельности решения
- Управления положением максимума распознающего функционала за счет коррекции матрицы ИСЛАУ в целом
- Управления положением максимума распознающего функционала за счет коррекции матрицы ИСЛАУ построчно

0.2 Теория

0.2.1 Распознающий функционал

Функционал

$$\mathrm{Tol}(x) = \mathrm{Tol}(x, A, b) = \min_{1 \le i \le m} \left\{ b_i - \left| b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \right| \right\}$$

$$x \in \Xi_{\mathrm{tol}} \Leftrightarrow \mathrm{Tol}(x) \ge 0$$

называется распознающим. Он ограничен, вогнут, а значит всегда всегда достигает конечного максимума на R^n. Найдя максимум данного функционала, можно судить о пустоте допускового множества решений ИСЛАУ. Если $\max\limits_{x \in R^n} \mathrm{Tol}(x) \geq 0$, то допусковое множество Ξ_{tol} не пусто, иначе - пусто. Также верно обратное.

0.2.2 Достижение разрешимости ИСЛАУ за счет коррекции правой части

Достигаем разрешимость путем расширения интервалов правой части. К каждой компоненте правой части ИСЛАУ добавляем величины $K\nu_i[-1, 1]$, где

- i - номер компоненты
- ν_i - вес, задающий относительное расширение i-й компоненты
- K - общий коэффициент расширения вектора b

Мы используем значение $\nu_i = 1 \ \forall i = \overline{1, 3}$ и подбираем K таким образом, чтобы выполнялось

$$K + \max_{x \in R^n} \mathrm{Tol}(x) \geq 0$$

Тогда получим разрешимую систему с непустым допусковым множеством.

0.2.3 Достижение разрешимости ИСЛАУ за счет коррекции матрицы

Производим замену A на $A \ominus K \cdot N \cdot E$ где

- $N = \{\nu_i\}$ - матрица весов
- K - общий коэффициент сужения **A**
- E состоит из $[-e_{ij},\ e_{ij}]$

При выполнении процедуры необходимо следить за тем, чтобы мы оставались в рамках IR.

При выполнении задания достижения разрешимости рекомендуется выполнять корректировку пропорционально координатам точки, в которой достигается максимум распознающего функционала.

При выполнении задания управления положением максимума распознающего функционала в случае коррекции матрицы в целом N - единичная матрица, в случае построчной - $N = \mathrm{diag}\{\nu_i\}$.

0.2.4 Оценки вариабельности решения

Для оценки вариабельности решений предлагается использовать абсолютную и относительную оценки:

$$\mathrm{ive}(A, b) = \min_{A \in A} \mathrm{cond}\, A \cdot ||\mathrm{argmax}\, \mathrm{Tol}(x)|| \frac{\max_{x \in R^n} \mathrm{Tol}(x)}{||b||}$$

$$\mathrm{rve}(A, b) = \min_{A \in A} \mathrm{cond}\, A \cdot \max_{x \in R^n} \mathrm{Tol}(x)$$

0.3 Реализация

Лабораторная работа выполнена в среде MATLAB2021b.

0.4 Результаты

0.4.1 Достижение разрешимости ИСЛАУ

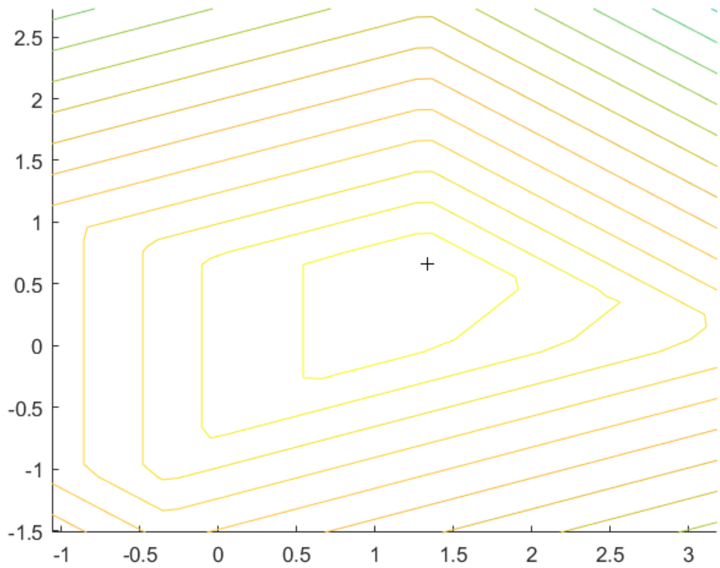

Рис. 1: Точка максимума значения распознающего функционала

Разрешимость ИСЛАУ достигнута корректировкой правой части, соответствующее допусковое множество изображено на графике. Так же на графике отмечены брусы, составленные из значений оценок вариабельности решений.

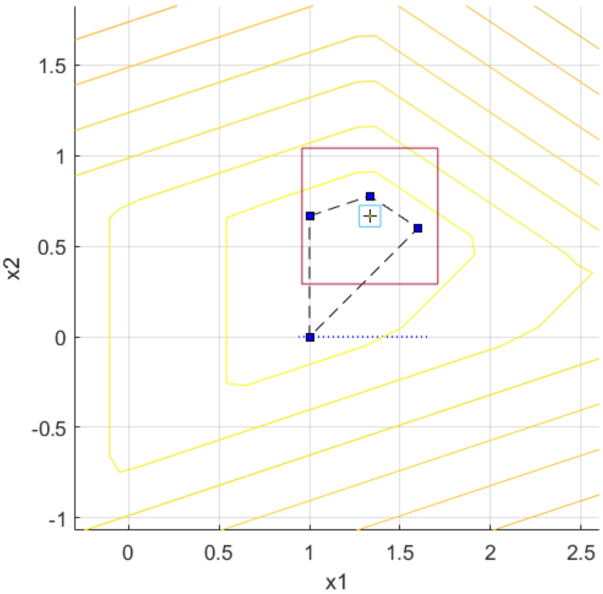

Рис. 2: Точка максимума значения распознающего функционала после корриктировки $\mathbf{b}$

Так как нарушины условия применения метода коррекции матрицы системы для достижения разрешимости (все элементы правой части системы должны быть интервалами с ненулевыми радиусами), то модифицируем задачу, заменив элемент $b_1 = 0$ на интервал $b_1 = [-2, 2]$ и применим алгоритм достижения разрешимости для такой системы.

Разрешимость ИСЛАУ достигнута корректировкой правой части, соответствующее допусковое множество изображено на графике. Так же на графике отмечены брусы, составленные из значений оценок вариабельности решений.

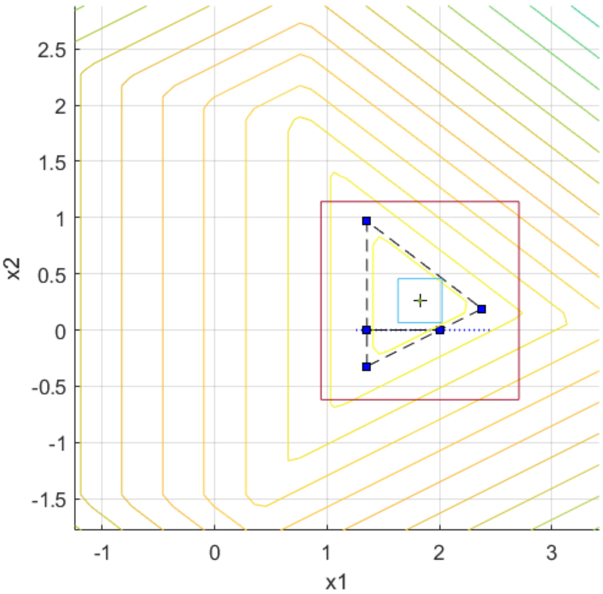

Рис. 3: Точка максимума значения распознающего функционала после корриктировки **A**

0.4.2 Управление положением максимума распознающего функционала

Будем сжимать интервалы правой части ИСЛАУ в два раза на каждой итерации в каждой строке матрицы, тогда получим следующую последовательность аргументов, сообщающих максимум распознающему функционалу.

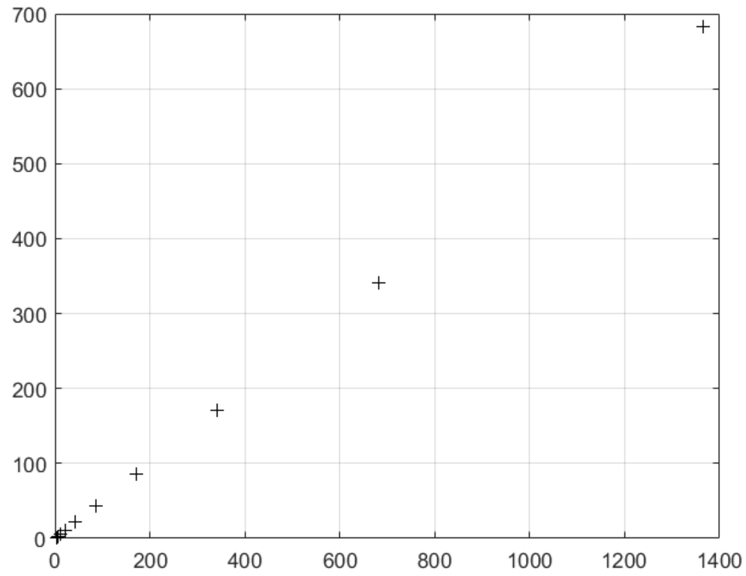

Рис. 4: Положение максимумов Tol при корректировки матрицы в целом

При построчном сжатии матрицы **A** получаем слудеющую последовательность аргументов:

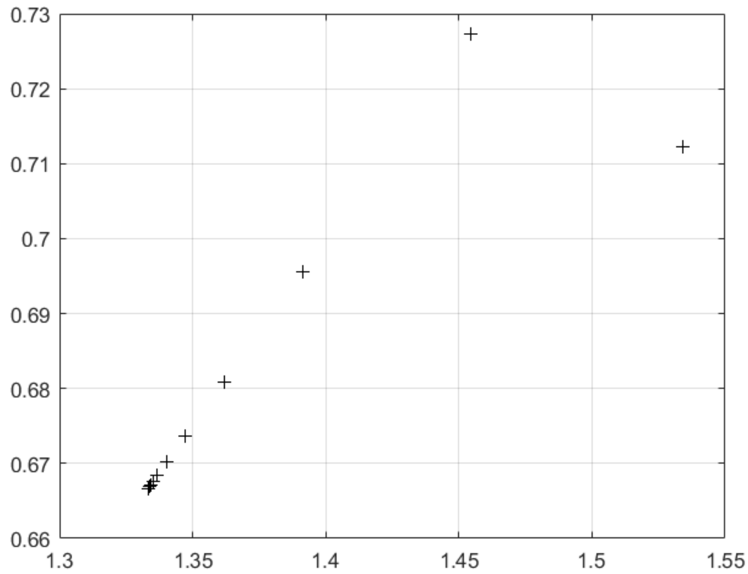

Рис. 5: Положение максимумов Tol при корректировки матрицы построчно

0.5 Обсуждение

Коррекция правой части с коэффициентом расширения K влечет увеличение значения максимума распознающего функционала на K, при этом положение максимума не меняется, так же как и линии уровня распознающего функционала. В случае с коррекцией матрицы A форма распознающего функционала и положение максимума наоборот меняются. При этом при коррекции матрицы оценки вариабельности имеют меньшие значения. При этом в данном случае брусы, соответствующие оценкам вариабельности, хорошо оценили допусковое множество получившейся ИСЛАУ.

Примечание

С кодом работы можно ознакомиться по ссылке:
`https://github.com/DariaWelt/IntAnalysis`