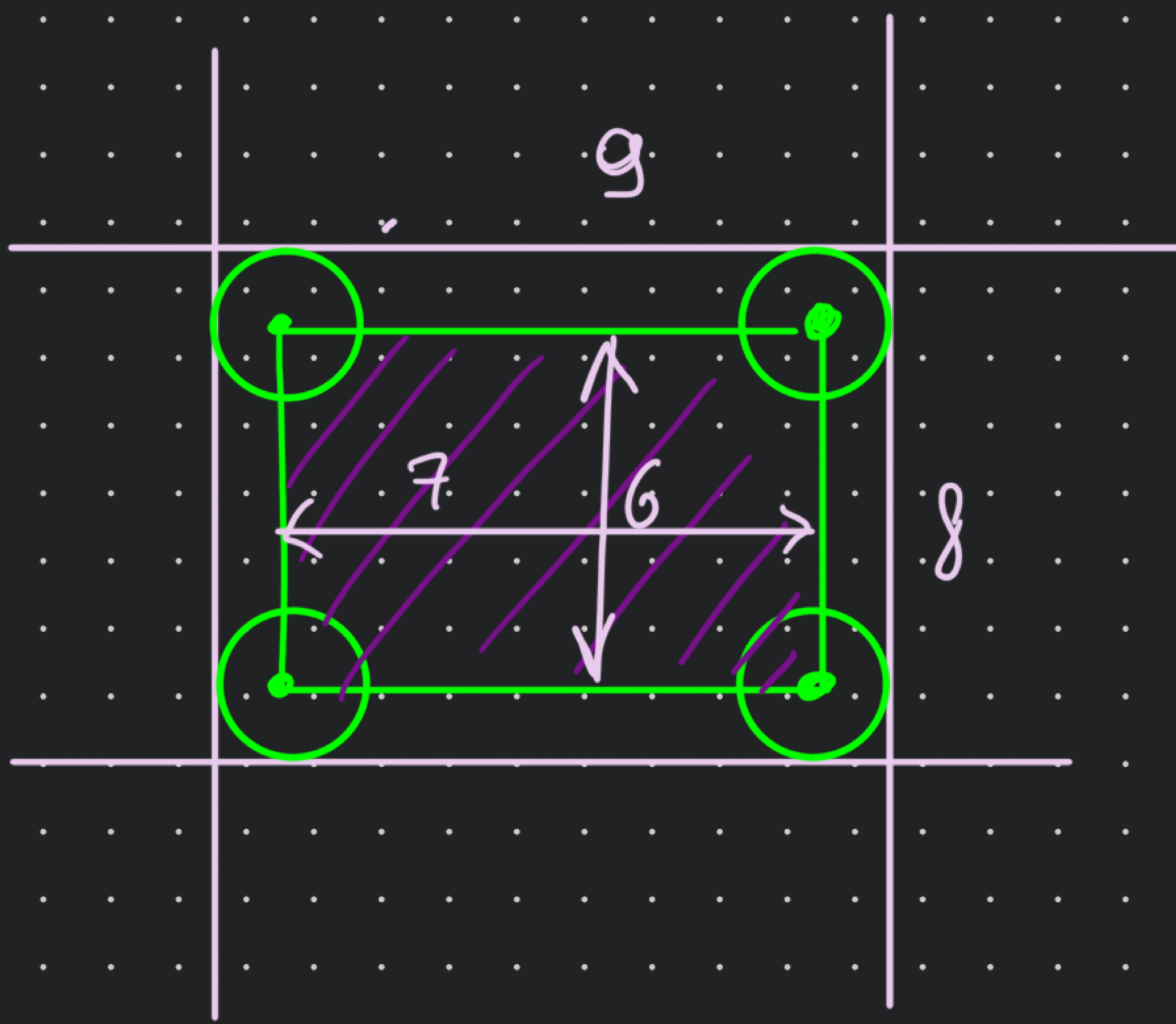
Вар. 6 (513203224)

1. На плоскости расчерчена прямоугольная сетка, величина ячейки 8×9 ед. Определить вероятность того, что монета диаметра 2, наугад брошенная на плоскость, не пересечет ни одной прямой.



$$\frac{6 \cdot 7}{8 \cdot 9}$$

$$P = \frac{6 \cdot 7}{8 \cdot 9}$$

2. Распределение случайной величины ξ задано таблицей

k	1	2	4	5
p_k	3/7	1/7	1/7	2/7

. Вычислить $\mathbf{E}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, энтропию ξ и распределение $\eta = \cos(\pi\xi/4)$.

$$E\xi = \frac{3}{7} + \frac{2}{7} + \frac{4}{7} + \frac{10}{7} = \frac{19}{7}$$

$$D\xi = \frac{3}{7} + \frac{4}{7} + \frac{16}{7} + \frac{50}{7} - \left(\frac{19}{7}\right)^2$$

$$= \frac{73}{7} - \left(\frac{19}{7}\right)^2$$

$\cos\frac{\pi}{4}k$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	-1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
p_k	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$

3. Дана функция распределения абс. непр. случайной величины ξ: $F(x) = \begin{cases} C\exp(3x+3), & x \le -1, \\ 1 - C\exp(-3x-3), & x > -1 \end{cases}$. Вычислить C, $\mathbf{E}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, энтропию ξ и распределение $\eta = \exp(4\xi)$.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{3x+3}, & x \le -1 \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-3x-3} & x > -1 \end{cases}$$

$$p(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} e^{3x+3}, & x \le -1 \\ \frac{3}{2} e^{-3x-3}, & x > -1 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{-1} 3Ce^{3x+3} + \int_{-1}^{+\infty} 3Ce^{-3x-3} =$$

$$= Ce^{3x+3}\Big|_{-\infty}^{-1} + \left(1 - Ce^{-3x-3}\right)\Big|_{-1}^{\infty} =$$

$$= C + (1 - (1 - C)) =$$

$$= C + C = 2C = 1 \Rightarrow C = 0{,}5$$

$$\eta = e^{4\xi} \quad \operatorname{supp} \xi = (-\infty, +\infty)$$

$$\operatorname{supp} \eta = [0; \infty]$$

$$F_\eta = P(\eta < x) =$$

$$= P(e^{4\xi} < x) = P(e^{4\xi} < e^{\ln x}) =$$

$$= P(4\xi < \ln x) = P\left(\xi < \frac{\ln x}{4}\right)$$

$$= F_\xi\left(\frac{\ln x}{4}\right) =$$

$$\frac{\ln x}{4} > -1$$

$$\ln x > -4$$

$$x > e^{-4}: \quad F_\eta = \frac{1}{2} e^{3 \cdot \frac{\ln x}{4} + 3}$$

$$x < e^{-4}: \quad F_\eta = 1 - \frac{1}{2} e^{-3\frac{\ln x}{4} - 3}$$