МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Институт компьютерных наук и кибербезопасности Высшая школа технологий искусственного интеллекта Направление: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Дискретная математика ОТЧЁТ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Калькулятор «большой» конечной арифметики Вариант 11

Студент, группы 5130201/30002		Михайлова А. А.
Преподаватель		_ Востров А. В.
	« »	2024 г

Содержание

B	веден	ие	3
1	Maı	гематическое описание	4
	1.1	«Малая» и «большая» конечные арифметики	4
	1.2	Свойства операций в алгебре	
	1.3	Таблицы операций «малой» конечной арифметики	5
	1.4	Примеры вычислений	6
2	Oco	бенности реализации программы	7
	2.1	Функция print_menu	7
	2.2	Функция Menu	7
	2.3	Функция Compare	8
	2.4	Функция full	9
	2.5	Функция Print	9
	2.6	Функция Print_div	10
	2.7	Функция Input_char	11
	2.8	Функция Summa_with_negative	12
	2.9	Функция Summa	14
	2.10		
	2.11	Функция sup	17
	2.12	Функция Division	18
3	Рез	ультаты работы программы	21
За	клю	чение	25
\mathbf{C}_{1}	писон	к использованной литературы	26

Введение

Курсовая работа заключается в реализации калькулятора «большой» конечной арифметики $\langle Z_i; +; * \rangle$ на основе «малой» конечной арифметики, где задано правило «+1» и выполняются свойства коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности * относительно +, заданы аддитивная единица «а» и мультипликативная единица «b», а также выполняется свойство: для любого x: x*a = a.

Курсовая работа выполнена на языке C++ в среде разработки XCode. Правило «+1» указано в таблице 1.

Таблица 1: Правило +1										
n	a	b	c	d	е	f	g	h		
n + b	b	h	е	a	g	С	d	f		

1 Математическое описание

1.1 «Малая» и «большая» конечные арифметики

Алгебраическая структура – множество значений, над которыми определены операции и отношения.

Коммутативное кольцо с единицей — это алгебраическая структура $\langle M; +, * \rangle$, в которой:

1.
$$(a+b) + c = a + (b+c)$$

2.
$$\exists 0 \in M \ (a+0=0+a=a)$$

3.
$$\forall a \in M \ (a + (-a) = 0)$$

4.
$$a + b = b + a$$

5.
$$(a*b)*c = a*(b*c)$$

6.
$$a * (b + c) = a * b + a * c$$

7.
$$a * b = b * a$$

8.
$$\exists 1 \in M \ (a * 1 = 1 * a = a)$$

Множество M вместе с набором операций $\Sigma = \{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}, \ \varphi_i : M^{n_i} \to M$, где n_i — арность операции φ_i , называется алгебраической структурой, универсальной алгеброй или просто алгеброй.

«Малая» конечная арифметика — конечное коммутативное ассоциативное кольцо с единицей $\langle M_i; +, * \rangle$, на котором определены действия вычитания «—» и деления «÷», причём действие деления определено частично.

В нашем случае i=8 и «малая» конечная арифметика принимает вид $\langle M_8;+,* \rangle$.

«Большая» конечная арифметика — конечное коммутативное ассоциативное кольцо с единицей $\langle M_i^n; +, * \rangle$, на котором определены действия вычитания «—» и деления « \div », причём деление определено с остатком.

В нашем случае n=8, i=8, и «большая» конечная арифметика принимает вид $\langle M_8^8; +, * \rangle$.

1.2 Свойства операций в алгебре

1. Ассоциативность сложения:

$$\forall a, b, c \in M : a + (b + c) = (a + b) + c; \quad a * (b * c) = (a * b) * c;$$

2. Коммутативность сложения:

$$\forall a, b \in M : a + b = b + a; \quad a * b = b * a;$$

3. Дистрибутивность сложения относительно умножения:

$$\forall a, b, c \in M : a * (b + c) = (a * b) + (a * c);$$

4. Нейтральный элемент по сложению:

$$\exists a \in M : \forall x \in M : x + a = a + x = x;$$

5. Нейтральный элемент по умножению:

$$\exists a \in M : \forall x \in M : x * a = a * x = x.$$

1.3 Таблицы операций «малой» конечной арифметики

Введём отношение порядка в «малой» конечной арифметике, которое определяется правилом «+1»: a < b < h < f < c < e < g < d

На Рис. 1 представлены таблицы операции и переноса разряда для *+». На Рис. 2 представлены таблицы операции и переноса разряда для *».

/Users/alenamihajlova/Documents/taaabl.png

Рис. 1: Таблицы операции и переноса разряда «+»

1.4 Примеры вычислений

1.
$$a + c = c + a = c$$
;

2.
$$a * c = c * a = a;$$

3.
$$f * h = f * (b + b) = f * b + f * b = f + f = f + b + h = f + b + b + b = g;$$

4.
$$b + f = b + b + b + b + b + b = c;$$

5.
$$b * f = b * (h + b) = b * (b + b + b) = b + b + b = f$$
.



Рис. 2: Таблицы операции и переноса разряда «*»

2 Особенности реализации программы

2.1 Функция print menu

Вход: введённые числа vector<int> first и vector<int> second.

Выход: меню выбора действия.

Функция print_menu выводит на экран выбор следующего действия после ввода чисел для пользователя.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 1.

```
Листинг 1: Функция print_menu void print_menu() { printf("0_-ывыход\n"); printf("1_-ысложение\n");
```

```
 \begin{array}{l} \text{printf("2$_{\!\sqcup}$-$_{\!\sqcup}$вычитание$\n");} \\ \text{printf("3$_{\!\sqcup}$-$_{\!\sqcup}$умножение$\n");} \\ \text{printf("4$_{\!\sqcup}$-$_{\!\sqcup}$деление$\n");} \end{array}
```

2.2 Функция Мепи

Вход: введённые числа vector<int> first и vector<int> second.

Выход: результат выбранной операции.

Функция Menu служит основным меню программы. Реализует выбор операции и вызов функции вывода результата на экран.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 2.

Листинг 2: Функция Menu

```
void Menu()
{
        int action;
        string word;
        print_menu();
        cin.clear();
        cin.ignore(cin.rdbuf()->in_avail());
        getline(cin, word);
        while (!(word.find_first_not_of("01234") == string::npos))
        {
                cout << "выыввелиыцифруынеыизыдиапазона.ы
  попробуйте, снова." << endl;
                cin.clear();
                cin.ignore(cin.rdbuf()->in_avail());
                getline(cin, word);
        action=stoi(word);
        switch (action)
        {
                case 0:
                exit(0);
                case 1:
                Summa(first, second);
                Print();
                break:
                case 2:
                difference(first, second);
                Print();
```

```
break;
case 3:
Sup(first, second);
Print();
break;
case 4:
Division(first, second);
break;
default:
break;
}
```

2.3 Функция Сотраге

Вход: введённые числа vector<int>& vector1 и vector<int>& vector2. Выход: наибольшее из чисел.

Функция Compare служит поиском наибольшего из введённых чисел. Ознакомиться с кодом можно в Листинг 3.

```
Листинг 3: Функция Compare

vector<int> Compare(vector<int> vector1, vector<int> vector2)

{
    if (vector1.size() > vector2.size())
        return vector1;
        else return vector2;
}
```

2.4 Функция full

Вход: введённые числа vector<int>& vector1 и vector<int>& vector2.

Выход: заполненное нулями до нужного размера минимальное число.

Функция full предназначена для выравнивания двух векторов целых чисел vector1 и vector2 по длине, добавляя нули в меньший вектор.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 4.

```
Листинг 4: Функция full
void full(vector<int>& vector1, vector<int>& vector2)
{
   int diff = vector1.size() - vector2.size();
   diff = abs(diff);
```

```
if (diff!=0)
        {
                if (Compare(vector1, vector2) == vector1)
                 {
                         vector2.insert(vector2.end(), diff, 0);
                 }
                else
                 {
                         vector1.insert(vector1.end(), diff, 0);
                }
        }
        else return;
}
```

Функция Print 2.5

{

Вход: результат операции result.

Выход: печать результата.

Функция Print предназначена для печати результата операции в консоль. Ознакомиться с кодом можно в Листинг 5.

```
Листинг 5: Функция Print
```

```
void Print()
         if ((result.size() >= 10) && (result[0] == '-'))
                  cout << "переполнение. \squareдоступный \squareдиапазон: \square[-
   dddddddd;ddddddd].⊔попробуйте⊔снова.⊔" << endl;
         }
         else if (result.size() >=9 && (result[0] != '-'))
                  cout << "переполнение. _ доступный _ диапазон: _ [-
   dddddddd;ddddddd]. u попробуйте u снова. u " << endl;
         }
         else
         {
                  Cut(result);
                  cout << "ormer:";
                  for (int i = 0; i < result.size(); i++)</pre>
                  {
                           cout << result[i];</pre>
                  }
```

```
cout << endl;
}</pre>
```

2.6 Функция Print div

Bход: знак - bool znak, целая часть - vector<int> cel и остаток - vector <int> ostat.

Выход: печать результата при делении.

Функция Print_div предназначена для печати результата операции деления в консоль.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 6.

```
Листинг 6: Функция Print div
void Print_div(bool znak, vector<int> cel, vector<int> ostat)
{
        vector<char> celaya_chast;
        vector<char> ostatoc;
        cout << "orber:";
        for (int i = 0; i < cel.size(); i++)
                 celaya_chast.push_back(Arifmetic[cel[i]]);
        if ((znak1 == true && znak2 == false || znak2 == true &&
  znak1 == false)&&znak==false||
        ((znak1 == true && znak2 == false || znak2 == true &&
  znak1 == false) && first == second))
        {
                 celaya_chast.insert(celaya_chast.begin(), '-');
        for (int i = 0; i < ostat.size(); i++)</pre>
        {
                 ostatoc.push_back(Arifmetic[ostat[i]]);
        for (int i = 0; i < celaya_chast.size(); i++)</pre>
        {
                 cout << celaya_chast[i];</pre>
        Cut(ostatoc);
        cout << '(';
        for (int i = 0; i < ostatoc.size(); i++)</pre>
```

2.7 Функция Input char

Вход: вектор для хранения числа - vector<int>& vector и номер числа - int num.

Выход: заполненный числом вектор.

Функция Input_char предназначена для ввода пользователем числа.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 7.

```
Листинг 7: Функция Input char
void Input_char(vector<int> &vector, int num)
{
        vector.clear();
        string word;
        cin.clear();
        cin.ignore(cin.rdbuf()->in_avail());
        getline(cin, word);
        while(word.size()==0)
        {
                 cout << "Error" << endl;</pre>
                 vector.clear();
                 word.clear();
                 cin >> word;
        while ((word.size() >=9 && word[0]!='-')|| (word.size() >=
    10 && word[0] == '-'))
        {
                 cout << "Overflow! \( \) Acceptable \( \) range: \( \) [-ddddddd;</pre>
   ddddddd].Try⊔again.⊔" << endl;
                 vector.clear();
                 word.clear();
                 cin >> word;
        int i=0;
        bool znak_of=false;
        sign(word, num);
        num == 1 ? znak_of = znak1 : znak_of = znak2;
```

```
znak_of ? i = 1 : i = 0;
        for (i; i <= word.size()-1; i++)
                 char x = word[i];
                 if (x >= 'a' \&\& x <= 'h')
                          vector.push_back(Index(x));
                 }
                 else
                 ₹
                          cout << "Error" << endl;</pre>
                          vector.clear();
                          word.clear();
                          znak_of ? i = 0 : i = -1;
                          cin >> word;
                 }
        reverse(vector.begin(), vector.end());
}
```

2.8 Функция Summa with negative

Вход: введённые числа vector<int>& vector1 и vector<int>& vector2. Выход: результат операции.

Функция Summa_with_negative выполняет сложение двух векторов целых чисел vector1 и vector2, где один из множителей имеет отрицательное значение. Определяется максимальный тахіт и минимальный тіпіт векторы. Устанавливается флаг perenos, который отслеживает необходимость переноса при вычитании. Цикл проходит по каждому элементу векторов. Внутри используется указатель іt, который определяется как индекс в массиве Arifmetic, смещенный на значение текущего элемента из тахіт с учетом возможного переноса. Если текущий элемент равен нулю, указатель іt перемещается в конец массива Arifmetic, устанавливая флаг переноса. Для каждого элемента из тіпіт, выполняется вычитание: указатель іt уменьшается, при этом также учитывается возможность выхода за пределы, что снова приводит к перемещению в конец массива и установке флага переноса при необходимости. После завершения цикла вектор result переворачивается. Если тахіт равен значению, представляющему отрицательное число, то в начало result добавляется символ минус.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 8.

```
Листинг 8: Функция Summa with negative
vector<int> Summa_with_negative(vector<int>& vector1, vector<int>&
    vector2)
{
        val_result.clear();
        vector<int> maxim = Max_numb(vector1, vector2);
        vector<int> minim;
        maxim == vector1 ? minim = vector2 : minim = vector1;
        bool perenos = false;
        for (int i = 0; i < vector1.size(); i++)</pre>
        {
                auto it = begin(Arifmetic) + maxim[i] - (perenos ?
    1:0);
                if (*it == '\0')
                {
                         it = end(Arifmetic) - 1;
                         perenos = true;
                }
                else
                {
                         perenos = false;
                }
                for (int j = 0; j < minim[i]; j++)
                 {
                         if (it == begin(Arifmetic))
                         {
                                 it = end(Arifmetic) - 1;
                                 perenos = true;
                         }
                         else
                         {
                                 it--;
                         }
                }
                result.push_back(*it);
                val_result.push_back(Index(*it));
        }
```

```
reverse(result.begin(), result.end());

if (maxim == is_negative())
{
          result.insert(result.begin(), '-');
}

return val_result;
}
```

2.9 Функция Summa

Вход: введённые числа vector<int>& vector1 и vector<int>& vector2. Выход: результат операции.

Функция Summa выполняет сложение двух векторов целых чисел vector1 и vector2 с учетом возможного переноса и знака результата. Если одно из условий отрицательного числа выполнено, вызывается вспомогательная функция Summa_with_negative. В противном случае происходит поэлементное сложение: для каждого элемента из vector1 добавляется значение из Arifmetic, учитывая возможный перенос от предыдущего сложения.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 9.

```
Листинг 9: Функция Summa
```

```
perenos = true;
                         } else {
                                 perenos = false;
                         }
                         for (int j = 0; j < vector2[i]; j++) {
                                 it++;
                                 if (it == end(Arifmetic)) {
                                          it = begin(Arifmetic);
                                         perenos = true;
                                 }
                         }
                         result.push_back(*it);
                         ostat_result.push_back(Index(*it));
                }
                reverse(result.begin(), result.end());
                if (perenos) {
                         result.insert(result.begin(), Arifmetic
   [1]);
                         ostat_result.insert(ostat_result.end(), 1)
                }
                if (znak1 == true && znak2 == true) {
                         result.insert(result.begin(), '-');
                }
                return ostat_result;
        }
}
```

2.10 Функция difference

Вход: введённые числа vector<int>& vector1 и vector<int>& vector2. Выход: результат операции.

Функция difference рассчитывает разность между двумя векторами целых чисел vector1 и vector2, учитывая знаки операндов. Сначала создается пустой вектор res для хранения результата. Если второй знак отрицательный, а первый положительный, то znak2 устанавливается в положительное, и функция вызывает Summa, чтобы выполнить сложение, так как вычитание в этом случае эквивалентно сложению. Если первый знак отрицательный, а второй положительный, znak1 также устанавливается в положительное, производится сложение с помощью Summa, после чего в результат добавляется

символ «-», чтобы указать, что итоговое значение является отрицательным. В противном случае функции рассматривается вариант, когда оба числа отрицательные, и тогда вызывается Summa_with_negative для вычисления разницы с учетом отрицательных значений. В каждом из случаев функция возвращает итоговый вектор с результатом.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 10.

Листинг 10: Функция difference vector<int> difference(vector<int>& vector1, vector<int>& vector2) { vector<int> res; if (znak2 == true && znak1==false) znak2 = false;return Summa(vector1, vector2); } else if (znak1 == true && znak2==false) { znak1 = false;res=Summa(vector1, vector2); result.insert(result.begin(), '-'); return res; } else { return Summa_with_negative(vector1, vector2); } }

2.11 Функция sup

Вход: введённые числа vector<int>& vector1 и vector<int>& vector2. Выход: результат операции.

Функция Sup реализует операцию умножения двух векторов целых чисел vector1 и vector2. В начале функции определяется максимальный и минимальный множитель Если один из знаков (znak1 или znak2) отрицательный, устанавливается флаг minus, и оба знака сбрасываются. Затем начинается цикл, который продолжается, пока значение mnozhitel_min больше единицы. В каждой итерации вызывается функция full, чтобы обновить значения множителей, производя сложение mnozhitel_max с mnozhitel. При этом mnozhitel_max обновляется с помощью Summa, a mnozhitel_min уменьшает-

ся на единицу через difference. После завершения цикла очищается вектор result, и проверяется, не равен ли один из исходных векторов нулю. Если это так, в result добавляется символ 'a', указывающий на ошибку, и функция завершается. В противном случае в result добавляются символы из Arifmetic, соответствующие значениям вектора mnozhitel_max. В результате вектор result переворачивается, и, если установлен флаг minus, добавляется символ минус в начало.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 11.

Листинг 11: Функция sup void Sup(vector<int>& vector1, vector<int>& vector2){ vector<int> mnozhitel_max = Max_numb(vector1, vector2); vector<int> mnozhitel = Max_numb(vector1, vector2); vector<int> mnozhitel_min; vector<int> edinica(1, 1); mnozhitel_max == vector1 ? mnozhitel_min = vector2 : mnozhitel_min = vector1; bool minus = false; if (znak1 == true && znak2 == false || znak1 == false && znak2 == true) ₹ minus = true; znak1 = false;znak2 = false; } if (znak1 == true && znak2 == true) { znak1 = false;znak2 = false;while (Vector_to_value(mnozhitel_min) > 1) { full(mnozhitel_min, edinica); full(mnozhitel_max, mnozhitel); mnozhitel_max = Summa(mnozhitel_max, mnozhitel); int res = Vector_to_value(mnozhitel_max); mnozhitel_min = difference(mnozhitel_min, edinica) int res2 = Vector_to_value(mnozhitel_min); } result.clear(); if (Null_div(vector1) || Null_div(vector2))

{

```
result.push_back('a');
    return;
}
for (int i = 0; i < mnozhitel_max.size(); i++ )
{
    result.push_back(Arifmetic[mnozhitel_max[i]]);
}
reverse(result.begin(), result.end());
if (minus) { result.insert(result.begin(), '-'); }
}</pre>
```

2.12 Функция Division

Вход: введённые числа vector<int>& vector1 и vector<int>& vector2. Выход: результат операции.

Функция Division реализует операцию деления двух векторов целых чисел vector1 и vector2. Сначала она проверяет, не равны ли оба вектора нулю. Если это так, выводится сообщение об ошибке. Если нулевой только vector2, выводится сообщение о "пустом множестве". Функция использует цикл, который продолжается, пока значение res больше или равно delimoe. Внутри цикла вызывается full для увеличения счетчика schet на единицу, и происходит сложение с использованием Summa_with_negative, обновляющее значение chast. Затем результат обновляется, и счетчик schet увеличивается. Если оба знака znak1 и znak2 отрицательны и результат не равен нулю, происходит дополнительное увеличение счетчика и повторное уменьшение chast. Векторы chast и schet переворачиваются, и результат выводится с помощью функции Print_div.

Ознакомиться с кодом можно в Листинг 12.

```
Листинг 12: Функция Division

void Division(vector<int>& vector1, vector<int>& vector2)

{
    if (Null_div(vector1) && Null_div(vector2))
    {
        cout << "[-dddddddd;ddddddd]" << endl;
        return;
    }
    if (Null_div(vector2))
    {
        cout << "пустое」множество" << endl;
        return;
    }
```

```
bool men = false;
     int otv=0;
     int delimoe = Vector_to_value(vector2);
     vector<int> chast = vector1;
     int res = Vector_to_value(chast);
     vector<int> schet(1,0);
     vector<int> edinica(1, 1);
     if (Max_numb(vector1, vector2) == vector2&&znak1==false&&
znak2==true) {men = true;}
     while (res >=delimoe)
     {
             full(schet, edinica);
             if (otv == 1 &&res!= Vector_to_value(vector1)){
reverse(schet.begin(), schet.end()); }
             chast = Summa_with_negative(chast, vector2);
             res = Vector_to_value(chast);
             full(schet, edinica);
             schet = Summa(schet, edinica, false);
             otv= Vector_to_value(schet);
     }
     if ((znak1 == true||(znak1&&znak2==true))&&res!=0)
             full(schet, edinica);
             chast = Summa_with_negative(chast, vector2);
             res = Vector_to_value(chast);
             full(schet, edinica);
             schet = Summa(schet, edinica, false);
             otv = Vector_to_value(schet);
     }
     reverse(chast.begin(), chast.end());
     reverse(schet.begin(), schet.end());
     Print_div(men,schet, chast);
```

}

3 Результаты работы программы

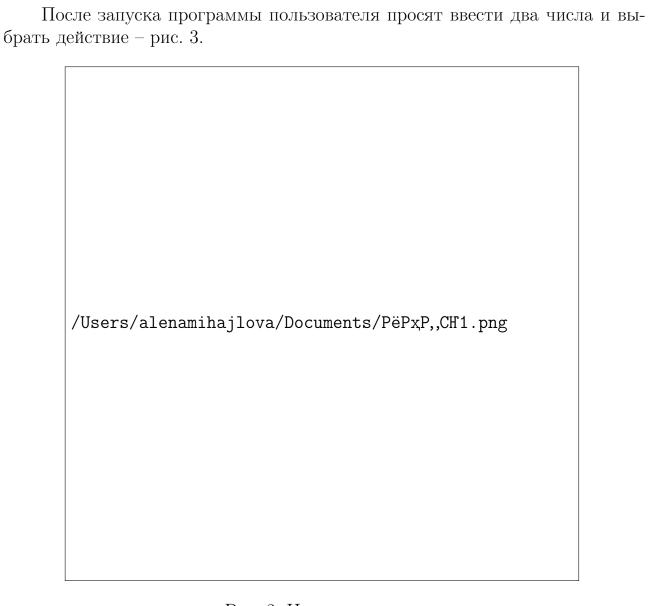


Рис. 3: Начальное меню

После выбора действия высвечивается результат выбранной операции и можно снова ввести числа — рис. 4.



Рис. 4: Результат выбранной операции

Результаты операций сложения, вычитания, умножения, деления – рис. 5.

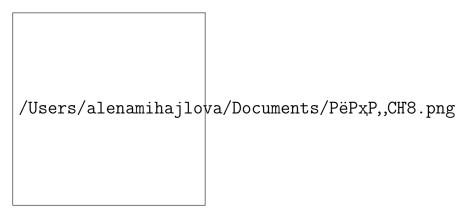


Рис. 5: Результаты операций сложения, вычитания, умножения, деления

В случае деления «а» на «а» ответом является диапазон – рис. 6.

/Users/alenamihajlova/Documents/PёРҳР,,СҤЗ.png

Рис. 6: Деление «а» на «а»

В случае деления числа на «а» ответом является пустое множество – рис. 7.



Рис. 7: Деление на «а»

В случае переполнения пользователь получает предупреждение – рис. 8.

При некорректном вводе выводится ошибка – рис. 9, рис 10.



Рис. 8: Переполнение

Заключение

В результате выполнения курсовой работы был реализован калькулятор «большой» конечной арифметики $\langle Z_8^8;+;*\rangle$ на основе «малой» конечной арифметики, где задано правило «+1» и выполняются свойства коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности * относительно +, заданы аддитивная единица «а» и мультипликативная единица «b», а также выполняется свойство: для любого х: $\mathbf{x}^*\mathbf{a} = \mathbf{a}$. Спроектированный калькулятор может выполнять следующие действия: сложение, вычитание, умножение, деление. Программа контролирует некорректный ввод, выходы за границы допустимых значений.

Достоинства программы:

- 1. Операции вычитания, умножения и деления реализованы при помощи операции сложения;
- 2. Отсутствие утечек памяти из-за использования контейнера STL vector. Недостатки программы:



Рис. 9: Некорректный ввод при вводе чисел

1. Хоть операции вычитания, умножения и деления и реализованы при помощи операции сложения, из-за использования циклов время выполнения операции значительно увеличивается.

Масштабирование:

- 1. Добавление графического интерфейса;
- 2. Дополнительно можно реализовать возведение в степень, поиск НОД и НОК для двух чисел;
- 3. Реализовать сохранение результатов вычисления.



Рис. 10: Некорректный ввод при выборе операции

Список литературы

- [1] Секция "Телематика"/ текст : электронный / URL: https://tema. spbstu.ru/dismath/ (Дата обращения 26.12.2024).
- [2] Кук Д., Бейз Г. КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА / М.: Наука, 1990 384 с.
- [3] Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. 3-е изд. Санкт-Петербург: Питер Пресс, 2009. 384 с.