№1. $(\lambda a.(\lambda b.((\lambda c.(((\lambda d.(da))c)))b)))$

$\downarrow$

$\lambda a.(\lambda b.((\lambda c.(((\lambda d.da)c)))b))$

$\lambda ab.(\lambda c.((\lambda d.da)c))b$

$\downarrow$

$\lambda ab.(\lambda c.((\lambda d.da)c))b$

$\downarrow$

$\lambda ab.(\lambda c.(\lambda d.da)c)b$

1. Ленивая: $\lambda ab.(\lambda c.(\lambda d.da)c)b \longrightarrow$
$\lambda ab.((\lambda d.da)b) \longrightarrow \lambda ab.(ba) \longrightarrow \lambda ab.ba$

2. Аппликативная: $\lambda ab.(\lambda c.(\lambda d.da)c)b \longrightarrow$
$\lambda ab.(\lambda c.ca)b \longrightarrow \lambda ab.ba$

нормальная фр-а.

№2.

а) $(1+1)*2$

$1 \equiv \lambda fx.fx$

$2 \equiv \lambda fx.f(fx)$

$plus = \lambda mnfx.mf(nfx)$

$(1+1)$:

$\text{plus } 1\ 1 \rightarrow (\lambda mnfx.\ mf(nfx))\ 1\ 1\ f'x'$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda nfx.\ 1f(nfx))\ 1\ f'x' \xrightarrow{\beta} (\lambda fx.\ 1f(1fx))f'x' \rightarrow$

$\rightarrow 1f'(1f'x') \rightarrow (\lambda fx.\ fx)f'(1f'x')$

$\rightarrow (\lambda x.\ f'x)(1f'x) \rightarrow f'(1f'x') \rightarrow$

$\rightarrow f'((\lambda fx.\ fx)\ f'x') \rightarrow f'(f'x') \rightarrow$

$\rightarrow \lambda fx.\ f(fx)$

$\bullet 2$:

$\text{mult} = \lambda mnfx.\ m\ (nf)\ x$

$2 = \lambda fx.\ f(fx)$

Берём рез-т предыд. пункта и подставляем его в функ-е НА2.

$(\lambda mnfx.\ m(nf)x)\ 2\ 2\ f'x' \longrightarrow$

$\rightarrow (\lambda nfx.\ 2(nf)x)\ 2f'x' \rightarrow$

$\rightarrow (\lambda fx.\ 2(2f)x)f'x' \rightarrow 2(2f')x' \rightarrow$

$\rightarrow [\lambda fx.\ f(fx)]\ (2f')\ x' \longrightarrow$

$$\rightarrow [\lambda x. (2f')((2f')x)] \, x' \rightarrow$$

$$\rightarrow (2f')((2f')x') \rightarrow$$

$$\rightarrow [(\lambda f x. f(fx))f'] \, ((2f')x') \rightarrow$$

$$\rightarrow [\lambda x. f'(f'x)] \, ((2f')x') \rightarrow$$

$$\rightarrow f'(f'[(2f')x']) \longrightarrow$$

$$f'(f'([\lambda f x. f(fx)]f')x') \rightarrow$$

$$\rightarrow f'(f'(f'(f'x')))$$

$$\lambda f x. f(f(f(fx))) = \boxed{4.}$$

б) (Not True) Or True

$True = \lambda xy.x$ $if = \lambda pxy.pxy$
$False = \lambda xy.y$
$Or = \lambda nm.$ if n true m
$Not = \lambda b.$ if b false true

Not True:
$(\lambda b.$ if b False True$)$ True $\rightarrow$

$\rightarrow$ if True False True $\rightarrow$

$\rightarrow (\lambda pxy.pxy)$ True False True $\rightarrow$

$\rightarrow$ True False True $\rightarrow$

$\rightarrow (\lambda xy.x)$ False True $\rightarrow \lambda y.$ False $\rightarrow$

$\rightarrow$ False.

or False True:
$(\lambda nm.$ if n True $m)$ False True $\rightarrow$

$\rightarrow (\lambda m.$ if False True $m)$ True $\rightarrow$

$\rightarrow$ if False True True $\rightarrow (\lambda pxy.pxy)$ FTT

$\rightarrow$ False True True $\rightarrow (\lambda xy.y)$ True True $\rightarrow$

$\rightarrow (\lambda y.y)$ True $\rightarrow$ True

№3. $\lambda z x y. (xy)z$

$\rceil$ $(xy)z : \gamma$

$(xy) : \alpha \to \gamma$

$z : \alpha$

$x : \beta \to (\alpha \to \gamma)$

$y : \beta$

$$\frac{\dfrac{(xy)z : \gamma}{\lambda y{:}\beta.(xy)z : \beta \to \gamma}}{\dfrac{\lambda x^{\beta \to (\alpha \to \gamma)} y^{\beta}. (xy)z : (\beta \to (\alpha \to \gamma)) \to (\beta \to \gamma)}{\lambda z^{\alpha} x^{\beta \to (\alpha \to \gamma)} y^{\beta}.(xy)z : \alpha \to (\beta \to (\alpha \to \gamma)) \to (\beta \to \gamma)}}$$

Рез-т в стиле Карри:

$\lambda z x y.(xy)z : \alpha \to (\beta \to (\alpha \to \gamma)) \to (\beta \to \gamma)$

Рез-т в стиле Черга:

$\lambda z^{\alpha} x^{\beta \to (\alpha \to \gamma)} y^{\beta}.(xy)z : \alpha \to (\beta \to (\alpha \to \gamma)) \to (\beta \to \gamma)$