Capítulo 10

1. De acordo com o enunciado, v_{CM} e ω são constantes. Em unidades do SI, temos:

$$v_{CM} = (85 \text{ mi/h})\left(\frac{1609 \text{ m/mi}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 38 \text{ m/s}$$

$$\omega = (1800 \text{ rev/min}) / (60 \text{ s/min}) = 30 \text{ rev/s}$$

$$\Delta x = (60 \text{ ft})\ (0{,}3048 \text{ ft/m}) = 18{,}3 \text{ m}$$

O tempo de percurso é, portanto,

$$t = \Delta x / v_{CM} = (18{,}3 \text{ m})/(38 \text{ m/s}) = 0{,}481 \text{ s}$$

Durante esse tempo, o deslocamento angular de um ponto da superfície da bola é

$$\theta = \omega t = (30 \text{ rev/s}0(0{,}481 \text{ s}) \approx 14 \text{ rev.}$$

2. (a) O ponteiro dos segundos de um relógio completa uma volta (2π rad) em 60 s. Assim,

$$\omega = \frac{2\pi}{60} = 0{,}105 \text{ rad/s.}$$

(b) O ponteiro dos minutos de um relógio completa uma volta (2π rad) em $(60)(60) = 3600$ s. Assim,

$$\omega = \frac{2\pi}{3600} = 1{,}75 \times 10^{-3} \text{ rad/s.}$$

(c) O ponteiro das horas de um relógio completa uma volta (2π rad) em (12)(60)(60) = 43.200 s. Assim,

$$\omega = \frac{2\pi}{43.200} = 1{,}45 \times 10^{-4} \text{rad/s.}$$

3. De acordo com as equações do movimento uniformemente acelerado, discutidas no Capítulo 2, o tempo que a torrada leva para chegar ao chão é

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(0{,}76 \text{ m})}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 0{,}394 \text{ s.}$$

(a) O menor ângulo para o qual a torrada cai com a manteiga para baixo é $\Delta\theta_{\text{min}} = 0{,}25 \text{ rev} = \pi/2 \text{ rad.}$ A velocidade angular correspondente é

$$\omega_{\text{min}} = \frac{\Delta\theta_{\text{min}}}{\Delta t} = \frac{\pi/2 \text{ rad}}{0{,}394 \text{ s}} = 4{,}0 \text{ rad/s.}$$

(b) O maior ângulo (menor que 1 revolução) para o qual a torrada cai com a manteiga para baixo é $\Delta\theta_{\text{max}} = 0{,}75 \text{ rev} = 3\pi/2 \text{ rad.}$ A velocidade angular correspondente é

$$\omega_{\text{max}} = \frac{\Delta\theta_{\text{max}}}{\Delta t} = \frac{3\pi/2 \text{ rad}}{0{,}394 \text{ s}} = 12{,}0 \text{ rad/s.}$$

4. (a) Fazendo $t = 0$ na função dada, obtemos $\theta_0 = 2{,}0$ rad.

(b) A velocidade angular em função do tempo é dada pela Eq. 10-6:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 8{,}0t + 6{,}0t^2 .$$

Fazendo $t = 0$ na função acima, obtemos $\omega_0 = 0$.

(c) Para $t = 4{,}0$ s, função do item (b) nos dá

$$\theta_4 = (8{,}0)(4{,}0) + (6{,}0)(4{,}0)^2 = 128 \text{ rad/s} = 1{,}3 \times 10^2 \text{ rad/s}.$$

(d) A aceleração angular em função do tempo é dada pela Eq. 10-8:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 8{,}0 + 12{,}0t$$

Para $t = 2{,}0$, a equação acima nos dá $\alpha_2 = 8{,}0 + (12{,}0)(2{,}0) = 32 \text{ rad/s}^2$

(e) De acordo com a equação obtida no item (d), a aceleração angular varia com o tempo e, portanto, não é constante.

5. De acordo com as equações do movimento uniformemente acelerado, discutidas no Capítulo 2, o tempo que o mergulhador leva para chegar à água é

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(10 \text{ m})}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 1{,}4 \text{ s}.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 10-5, o módulo da velocidade angular média do mergulhador é

$$\omega_{\text{med}} = \frac{(2{,}5 \text{ rev})(2\pi \text{ rad/rev})}{1{,}4 \text{ s}} = 11 \text{ rad/s}.$$

6. (a) De acordo com a Eq. 10-6, temos:

$$\omega = \frac{d}{dt}\left(4t - 3t^2 + t^3\right) = 4 - 6t + 3t^2.$$

Fazendo $t = 2$ s na expressão fornecida obtemos $\omega_2 = 4{,}0$ rad/s.

(b) Fazendo $t = 4$ s na expressão do item (a), obtemos $\omega_4 = 28$ rad/s.

(c) De acordo com a Eq. 10-7, temos:

$$\alpha_{\text{med}} = \frac{\omega_4 - \omega_2}{4 - 2} = 12 \text{ rad/s}^2.$$

(d) De acordo com a Eq. 10-8, temos:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(4 - 6t + 3t^2\right) = -6 + 6t.$$

Fazendo $t = 2$ s na expressão acima, obtemos $\alpha_2 = 6{,}0 \text{ rad/s}^2$.

(e) Fazendo $t = 4$ s na expressão do item (d), obtemos $\alpha_4 = 18$ rad/s^2. Note que, neste problema, α_{med} é igual à média aritmética de α_2 e α_4, mas isso só acontece nos casos em que a aceleração é uma função linear do tempo.

7. (a) Para não se chocar com os raios, a flecha deve passar pela roda em um tempo menor que

$$\Delta t = \frac{(1/8)\text{ rev}}{2{,}5\text{ rev/s}} = 0{,}050\text{ s.}$$

A velocidade mínima da flecha é, portanto,

$$v_{min} = \frac{20\text{ cm}}{0{,}050\text{ s}} = 400\text{ cm/s} = 4{,}0\text{ m/s.}$$

(b) Não; o cálculo do item (a) não envolve a posição radial do ponto por onde a flecha passa.

8. (a) Integrando em relação ao tempo a expressão dada para a aceleração e levando em conta que a velocidade inicial é 2,0 rad/s, obtemos:

$$\omega = 1{,}2\,t^5 - 1{,}33\,t^3 + 2{,}0.$$

(b) Integrando novamente e levando em conta que a posição angular inicial é 1 rad, obtemos;

$$\theta = 0{,}20t^6 - 0{,}33\,t^4 + 2{,}0\,t + 1{,}0.$$

9. (a) Para $\omega = 0$ e $\omega = -4{,}2$ rad/s^2, a Eq. 10-12 nos dá $t = -\omega_o/\omega = 3{,}00$ s.

(b) A Eq. 10-4 nos dá $\theta - \theta_o = -\omega_o^2/2\alpha = 18{,}9$ rad.

10. Supomos que o disco está girando no sentido anti-horário; nesse caso, como o disco parte do repouso, todas as grandezas (deslocamento angular, velocidade, etc.) são positivas.

(a) A aceleração angular satisfaz a Eq. 10-13:

$$25\text{ rad} = \frac{1}{2}\alpha(5{,}0\text{ s})^2 \quad\Rightarrow\quad \alpha = 2{,}0\text{ rad/s}^2.$$

(b) A velocidade angular média é dada pela Eq. 10-5:

$$\omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{25\text{ rad}}{5{,}0\text{ s}} = 5{,}0\text{ rad/s.}$$

(c) De acordo com a Eq. 10-12, a velocidade angular no instante $t = 5{,}0$ s é

$$\omega = \left(2{,}0\text{ rad/s}^2\right)(5{,}0\text{ s}) = 10\text{ rad/s}\ .$$

(d) De acordo com a Eq. 10-13, o deslocamento angular no instante $t = 10$ s é

$$\theta = \omega_0 + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2}(2{,}0\text{ rad/s}^2)(10\text{ s})^2 = 100\text{ rad.}$$

Assim, o deslocamento angular entre os instantes $t = 5$ s e $t = 10$ s é $\Delta\theta = 100$ rad – 25 rad = 75 rad.

11. Supomos que o disco está girando inicialmente no sentido anti-horário (positivo). Nesse caso, como o disco é freado, a aceleração é negativa: $\alpha = -4{,}0$ rad/s^2.

(a) Usamos a Eq. 10-12 para obter o valor de t.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{0 - 120\ \text{rad/s}}{-4{,}0\ \text{rad/s}^2} = 30\ \text{s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 10-15, temos:

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(120\ \text{rad/s} + 0)(30\ \text{s}) = 1{,}8 \times 10^3\ \text{rad}.$$

12. (a) Vamos supor que o motor está girando no sentido anti-horário. De acordo com a Eq. 10-12, temos:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{(3000 - 1200)\ \text{rev/min}}{(12/60)\ \text{min}} = 9{,}0 \times 10^3\ \text{rev/min}^2.$$

(b) A Eq. 10-15 nos dá

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(1200\ \text{rev/min} + 3000\ \text{rev/min})\left(\frac{12}{60}\ \text{min}\right) = 4{,}2 \times 10^2\ \text{rev}.$$

13. Sabemos que ω_0 = 1,5 rad/s = 0,239 rev/s no instante t = 0 e que $\alpha < 0$, já que a roda desacelera até parar. Vamos chamar de t_1 o instante em que o deslocamento angular é θ_1 = 20 rev e de t_2 o instante em que o deslocamento angular é θ_2 = 40 rev e a velocidade angular é $\omega_2 = 0$.

(a) Podemos calcular t_2 a partir da Eq. 10-15:

$$\theta_2 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega_2)t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{2(40\ \text{rev})}{0{,}239\ \text{rev/s}} = 335\ \text{s},$$

que arredondamos para $t_2 \approx 3{,}4 \times 10^2\ \text{s}$.

(b) Qualquer equação da Tabela 10-1 que envolva α pode ser usada para calcular a aceleração angular; escolhemos a Eq. 10-16.

$$\theta_2 = \omega_2 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha = -\frac{2(40\ \text{rev})}{(335\ \text{s})^2} = -7{,}12 \times 10^{-4}\ \text{rev/s}^2$$

que convertemos para $\alpha = -4{,}5 \times 10^{-3}$ rad/s².

(c) Usando $\theta_1 = \omega_0 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2$ (Eq. 10-13) e resolvendo a equação do segundo grau, obtemos:

$$= \frac{-\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0 + \ \theta_1\alpha}}{} = \frac{-(0{,}239\ \text{rev/s}) \pm \sqrt{(0{,}239\ \text{rev/s})^2 + 2(20\ \text{rev})(-7{,}12 \times 10\ ^4\ \text{rev/s}^2)}}{-7{,}12 \times 10\ ^4\ \text{rev/s}^2}$$

que nos dá duas raízes positivas: 98 s e 572 s. Como a solução faz sentido apenas se $t_1 < t_2$, concluímos que a resposta correta é t_1 = 98 s.

14. Vamos supor que o disco está girando no sentido anti-horário (positivo). O disco parte do repouso (ω_0 = 0) no instante t = 0, e, como a velocidade angular aumenta com o tempo, sabemos que a aceleração angular α é positiva. No instante t_1, a velocidade angular é ω_1 = +10 rev/s e no instante t_2 a velocidade angular é ω_2 = +15 rev/s. No intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$, o disco descreve $\Delta\theta$ = 60 rev.

(a) Podemos calcular α usando a Eq. 10-14:

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{(15\ \text{rev/s})^2 - (10\ \text{rev/s})^2}{2(60\ \text{rev})} = 1{,}04\ \text{rev/s}^2$$

que arredondamos para 1,0 rev/s².

(b) Podemos calcular Δt usando a Eq. 10-15:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2(60 \text{ rev})}{10 \text{ rev/s} + 15 \text{ rev/s}} = 4{,}8 \text{ s}.$$

(c) Podemos calcular t_1 usando a Eq. 10-12:

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{10 \text{ rev/s}}{1{,}04 \text{ rev/s}^2} = 9{,}6 \text{ s}.$$

(d) Qualquer equação da Tabela 10-1 que envolva θ pode ser usada para calcular θ_1 (o deslocamento angular no intervalo $0 \le t \le t_1$); escolhemos a Eq. 10-14.

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \frac{(10 \text{ rev/s})^2}{2(1{,}04 \text{ rev/s}^2)} = 48 \text{ rev}.$$

15. PENSE O problema envolve uma roda que gira com aceleração angular constante. Podemos usar as equações da Tabela 10-1 para analisar o movimento da roda.

FORMULE Como a roda parte do repouso, o deslocamento angular em função do tempo é dado pela relação $\theta = at^2/2$. Chamando de t_1 e t_2 os instantes inicial e final do intervalo, respectivamente, os deslocamentos angulares nesses instantes são

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2, \quad \theta_2 = \frac{1}{2}\alpha t_2^2$$

ANALISE Combinando as expressões anteriores, obtemos

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \frac{1}{2}\alpha\left(t_2^2 - t_1^2\right) = \frac{1}{2}\alpha(t_2 + t_1)(t_2 - t_1)$$

Para $\Delta\theta = 120$ rad, $\theta = 3{,}0$ rad/s^2 e $t_2 - t_1 = 4{,}0$ s, obtemos

$$t_2 + t_1 = \frac{2(\Delta\theta)}{\alpha(t_2 - t_1)} = \frac{2(120 \text{ rad})}{(3{,}0 \text{ rad/s}^2)(4{,}0 \text{ s})} = 20 \text{ s}$$

o que nos dá $t_2 = 12{,}0$ s e $t_1 = 8{,}0$ s. Isso significa que a roda começou a girar 8,0 s antes do início do intervalo de 4,0 s.

APRENDA Podemos verificar se o resultado está correto calculando os valores de θ_1 e θ_2:

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 = \frac{1}{2}(3{,}0 \text{ rad/s}^2)(8{,}0 \text{ s})^2 = 96 \text{ rad}$$
$$\theta_2 = \frac{1}{2}\alpha t_2^2 = \frac{1}{2}(3{,}0 \text{ rad/s}^2)(12{,}0 \text{ s})^2 = 216 \text{ rad}$$

Isso mostra que a roda descreve realmente um ângulo $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 120$ rad no intervalo de tempo dado.

16. (a) De acordo com a Eq. 10-13,

$$\theta - \theta_o = \theta_o t + \alpha t^2/2 = 0 + (1{,}5 \text{ rad/s}^2)\, t_1^2/2$$

em que $\theta - \theta_o = (2 \text{ rev})(2\pi \text{ rad/rev})$. Assim, $t_1 = 4{,}09$ s.

(b) Podemos calcular o tempo t_2 necessário para que o carrossel descreva 4 revoluções, usando a mesma equação do item (a), e subtrair o tempo t_1 calculado no item (a) para obter o valor desejado.

$$(4 \text{ rev})(2\pi \text{ rad/rev}) = 0 + (1{,}5 \text{ rad/s}^2)\, t_2^2/2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 5{,}789 \text{ s}.$$

A resposta é 5,789 s – 4,093 s ≈ 1,70 s.

17. (a) O ângulo $\theta_{máx}$ é definido pela condição $\omega = 0$ (que acontece no instante em que a roda para momentaneamente de girar no sentido positivo antes de começar a girar no sentido negativo). Podemos calcular $\theta_{máx}$ usando a Eq. 10-14:

$$\theta_{max} = -\frac{\omega_o^2}{2\alpha} = -\frac{(4,7 \text{ rad/s})^2}{2(-0,25 \text{ rad/s}^2)} = 44 \text{ rad.}$$

(b) De acordo com a Eq. 10-13, temos:

$$\theta_1 = \omega_o t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1 = \frac{-\omega_o \pm \sqrt{\omega_o^2 + 2\theta_1\alpha}}{\alpha}$$

Fazendo $\theta_1 = \theta_{máx}/2 = 22$ rad, obtemos dois valores para t_1, 5,5 s e 32 s. Assim, o primeiro instante em que a reta de referência passa pelo ângulo $\theta_{máx}/2$ é $t = 5,5$ s.

(c) De acordo com o resultado do item (b), o segundo instante em que a reta de referência passa pelo ângulo $\theta_{máx}/2$ é $t = 32$ s.

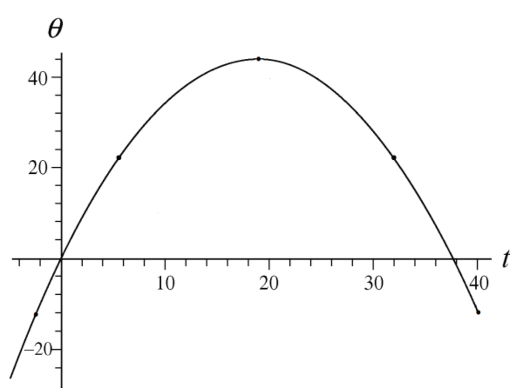
(d) De acordo com a Eq. 10-13, temos:

$$\theta_2 = \omega_o t_2 + \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{-\omega_o \pm \sqrt{\omega_o^2 + 2\theta_2\alpha}}{\alpha}$$

Fazendo $\theta_2 = -10,5$ rad, obtemos dois valores para t_2, $-2,1$ s e 40 s. Assim, o instante negativo em que a reta de referência passa pelo ângulo $-10,5$ rad é $-2,1$ s.

(e) De acordo com o resultado do item (d), o instante positivo em que a reta de referência passa pelo ângulo $-10,5$ rad é 40 s.

(f) O gráfico pedido é mostrado na figura a seguir, com os resultados dos itens anteriores assinalados por pontos.



18. (a) Como uma revolução completa corresponde a um deslocamento angular $\theta = 2\pi$ rad, a velocidade angular em rad/s é dada por $\omega = \Delta\theta/T = 2\pi/T$ e a aceleração angular é dada por

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -\frac{2\pi}{T^2}\frac{dT}{dt}$$

De acordo com os dados do problema,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1,26\times10^{-5} \text{ s/ano}}{3,16\times10^{7} \text{ s/ano}} = 4,00\times10^{-13}$$

e, portanto,

$$\alpha = -\left(\frac{2\pi}{(0,033 \text{ s})^2}\right)(4,00\times10^{-13}) = -2,3\times10^{-9} \text{ rad / s}^2$$

O sinal negativo indica que a aceleração angular tem o sentido oposto ao da velocidade angular e, portanto, a velocidade angular do pulsar está diminuindo.

(b) Fazendo $\omega = 0$ na expressão $\omega = \omega_0 + \alpha t$ e explicitando t, obtemos

$$t = -\frac{\omega_0}{\alpha} = -\frac{2\pi}{\alpha T} = -\frac{2\pi}{(-2{,}3\times10^{-9}\ \text{rad/s}^2)(0{,}033\ \text{s})} = 8{,}3\times10^{10}\ \text{s} \approx 2{,}6\times10^3\ \text{anos}$$

(c) O pulsar foi criado há 1992 – 1054 = 938 anos, o que equivale a (938 anos)($3{,}16 \times 10^7$ s/ano) = $2{,}96 \times 10^{10}$ s. A velocidade angular do pulsar naquele instante era

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = \frac{2\pi}{T} + \alpha t = \frac{2\pi}{0{,}033\ \text{s}} + (-2{,}3\times10^{-9}\ \text{rad/s}^2)(-2{,}96\times10^{10}\ \text{s}) = 258\ \text{rad/s}$$

e o período era

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{258\ \text{rad/s}} = 2{,}4\times10^{-2}\ \text{s}$$

19. (a) Supondo que a velocidade angular é positiva e usando a Eq. 10-18, temos:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\left(2{,}90\times10^4\ \text{km/h}\right)\left(1000\ \text{h}/3600\ \text{s}\right)}{3{,}22\times10^3\ \text{km}} = 2{,}50\times10^{-3}\ \text{rad/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 10-23, temos:

$$\alpha_r = \omega^2 r = (250\times10^{-3}\ \text{rad/s})^2)(3{,}22\times10^6\ \text{m}) = 20{,}2\ \text{m/s}^2.$$

(c) Se a velocidade tangencial v_t é constante, a velocidade angular $\omega = v_t/r$ é constante, a aceleração angular α é nula e a aceleração tangencial α_t é nula, já que

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \text{e} \quad \alpha_t = r\alpha = 0.$$

20. A função $\theta = \xi e^{\beta t}$ é usada para descrever a posição angular de uma reta. Derivando a função duas vezes em relação ao tempo, obtemos:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \zeta\beta e^{\beta t} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \zeta\beta^2 e^{\beta t}.$$

(a) De acordo com a Eq. 10-22,

$$\alpha_t = \alpha r = r\frac{d^2\theta}{dt^2} = r\zeta\beta^2 e^{\beta t}.$$

Fazendo $r = 0{,}04$ m, $\zeta = 0{,}40$ m, $\beta = 2\ \text{s}^{-1}$ e $t = 0$, obtemos $\alpha_t = 0{,}064\ \text{m/s}^2$.

(b) De acordo com a Eq. 10-23,

$$a_r = \omega^2 r = r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = r\zeta^2\beta^2 e^{2\beta t}.$$

Fazendo $r = 0{,}04$ m, $\zeta = 0{,}40$ m, $\beta = 2\ \text{s}^{-1}$ e $t = 0$, obtemos $a_r = 0{,}026\ \text{m/s}^2$.

21. Vamos supor que a taxa de 1,2 mm/ano = $1{,}2 \times 10^{-3}$ m/ano é a velocidade tangencial de um ponto situado no alto da torre; também seria possível interpretar essa informação como a componente horizontal da velocidade tangencial, mas a diferença entre as duas interpretações não modifica substancialmente o resultado final. De acordo com a Eq. 10-18, temos:

$$\omega = \frac{1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{m/ano}}{55\ \text{m}} = 2{,}18 \times 10^{-5}\ \text{rad/ano}$$

Como um ano possui aproximadamente $3{,}16 \times 10^7$ s, $\omega = 6{,}9 \times 10^{-13}$ rad/s.

22. (a) De acordo com a Eq. 10-6, a velocidade angular no instante $t = 5{,}0$ s é

$$\omega = \left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{t=5{,}0} = \left.\frac{d}{dt}(0{,}30t^2)\right|_{t=5{,}0} = 2(0{,}30)(5{,}0) = 3{,}0\ \text{rad/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 10-18, a velocidade linear no instante $t = 5{,}0$ é

$$v = \omega r = (3{,}0\ \text{rad/s})(10\ \text{m}) = 30\ \text{m/s}.$$

(c) De acordo a Eq. 10-8, a aceleração angular é

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(0{,}60t) = 0{,}60\ \text{rad/s}^2.$$

Assim, de acordo com a Eq. 10-22, a aceleração tangencial é

$$\alpha_t = r\alpha = (10\ \text{m})(0{,}60\ \text{rad/s}^2) = 6{,}0\ \text{m/s}^2.$$

(d) De acordo com a Eq. 10-23, a aceleração radial é

$$a_r = \omega^2 r = (3{,}0\ \text{rad/s})^2(10\ \text{m}) = 90\ \text{m/s}.$$

23. PENSE Para que a velocidade angular da roda aumente, ela deve ser submetida a uma aceleração angular positiva.

FORMULE A velocidade linear da roda está relacionada à velocidade angular por meio da equação $v = \omega r$, em que r é o raio da roda. Quando a roda é submetida a uma aceleração angular, a velocidade angular em um instante posterior t é dada por $\omega = \omega_0 + \alpha t$.

ANALISE (a) A velocidade angular da roda em rad/s é

$$\omega_0 = \frac{(200\ \text{rev/min})(2\pi\ \text{rad/rev})}{60\ \text{s/min}} = 20{,}9\ \text{rad/s}$$

(b) A velocidade linear da roda é

$$v = r\omega_0 = (0{,}60\ \text{m})(20{,}9\ \text{rad/s}) = 12{,}5\ \text{m/s}$$

(c) A aceleração angular da roda deve ser

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = 800\ \text{rev/min}^2$$

(d) De acordo com a Eq. 10-15,

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(200\ \text{rev/min} + 1000\ \text{rev/min})(1.0\ \text{min}) = 600\ \text{rev}$$

APRENDA O item (d) também pode ser resolvido usando a Eq. 10-13:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + (200\ \text{rev/min})(1{,}0\ \text{min}) + \frac{1}{2}(800\ \text{rev/min}^2)(1{,}0\ \text{min})^2 = 600\ \text{rev}$$

24. Convertendo 33 e 1/3 rev/min em radianos por segundo, obtemos ω = 3,49 rad/s. Cominando a Eq. 10-18, $v = \omega r$, com $\Delta t = d/v$, em que Δt é o intervalo de tempo entre os instantes em que duas saliências sucessivas atingem a agulha e d é a distância média entre as saliências, obtemos a taxa pedida:

$$\text{taxa} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\omega r}{d} \approx 199\,/\,\text{s}$$

25. PENSE A velocidade linear de um ponto da superfície da Terra depende da distância entre o ponto e o eixo de rotação da Terra.

FORMULE Para determinar a velocidade linear, podemos usar a relação $v = \omega r$, em que r é o raio do movimento circular. Um ponto da superfície da Terra na latitude 40° descreve uma circunferência de raio $r = R\cos 40°$, em que R é o raio da Terra ($6{,}4 \times 10^6$ m). Por outro lado, um ponto situado no equador descreve uma circunferência de raio $r = R$.

ANALISE (a) Como a Terra descreve uma rotação por dia, e 1 dia corresponde a (24 h) (3600 s/h) = $8{,}64 \times 10^4$ s, a velocidade angular da Terra, em qualquer latitude, é

$$\omega = \frac{2\pi\ \text{rad}}{8{,}64 \times 10^4\ \text{s}} = 7{,}3 \times 10^{-5}\ \text{rad/s}$$

(b) Na latitude 40° (N ou S), a velocidade linear é

$$v = \omega(R\cos 40°) = (7{,}3 \times 10^{-5}\ \text{rad/s})(6{,}4 \times 10^6\ \text{m})\cos 40° = 3{,}5 \times 10^2\ \text{m/s}$$

(c) A velocidade angular da Terra no equador, como em todas as outras latitudes, tem o valor calculado no item (a): $7{,}3 \times 10^{-5}$ rad/s.

(d) Na latitude do equador, 0°, a velocidade linear é

$$v = \omega R = (7{,}3 \times 10^{-5}\ \text{rad/s})(6{,}4 \times 10^6\ \text{m}) = 4{,}6 \times 10^2\ \text{m/s}$$

APRENDA A velocidade linear nos polos é zero, já que $r = R\cos 90^\circ = 0$.

26. (a) A aceleração angular é

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 150\ \text{rev/min}}{(2{,}2\ \text{h})(60\ \text{min}/1\ \text{h})} = -1{,}14\ \text{rev/min}^2.$$

(b) Usando a Eq. 10-13 com t = (2,2) (60) = 132 min, temos:

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (150\ \text{rev/min})(132\ \text{min}) + \frac{1}{2}\left(-1{,}14\ \text{rev/min}^2\right)\left(132\ \text{min}\right)^2 = 9{,}9 \times 10^3\ \text{rev}.$$

(c) Para r = 500 mm, a aceleração tangencial é

$$a_t = \alpha r = (-1{,}14\ \text{rev/min}^2)\left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}}\right)\left(\frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right)^2 (500\ \text{mm}),$$

o que nos dá $a_t = -0{,}99\ \text{mm/s}^2$.

(d) A velocidade angular do volante é

$$= (75\ \text{rev/min})(2\pi\ \text{rad/rev})(1\ \text{min}/\ 60\ \text{s}) = 7{,}85\ \text{rad/s}.$$

Para r = 0,50 m, a aceleração radial (ou centrípeta) é dada pela Eq. 10-23:

$$a_r = \omega^2 r = (7{,}85 \text{ rad/s})^2 \, (0{,}50 \text{ m}) \approx 31 \text{ m/s}^2$$

que é muito maior que a_t. Assim, o módulo da aceleração é

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} \approx a_r = 31 \text{ m/s}^2.$$

27. (a) A velocidade angular em rad/s é

$$\omega = \left(33\frac{1}{3} \text{ rev/min}\right)\left(\frac{2\pi \text{ rad/rev}}{60}\right) = 3{,}49 \text{ rad/s}.$$

De acordo com a Eq. 10-23, a aceleração radial (centrípeta) é

$$a = \omega^2 r = (3{,}49 \text{ rad/s})^2 (6{,}0\times 10^{-2} \text{ m}) = 0{,}73 \text{ m/s}^2.$$

(b) Usando os métodos do Capítulo 6, obtemos $ma = f_s \le f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg$, o que nos dá

$$\mu_{s,\min} = \frac{a}{g} = \frac{0{,}73}{9{,}8} = 0{,}075.$$

(c) A aceleração radial do prato é $a_r = \omega^2 r$ e a aceleração tangencial é $a_t = \alpha r$. Assim,

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(\omega^2 r)^2 + (\alpha r)^2} = r\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}.$$

Para que a semente não escorregue, é preciso que

$$f_{s,\text{ máx}} = \mu_s mg = ma_{\text{máx}} = mr\sqrt{\omega_{\text{máx}}^4 + \alpha^2}.$$

Como, de acordo com a Eq. 10-12, $\alpha = \omega/t$, temos:

$$\mu_{s,\text{mín}} = \frac{r\sqrt{\omega_{\text{máx}}^4 + \alpha^2}}{g} = \frac{r\sqrt{\omega_{\text{máx}}^4 + (\omega_{\text{máx}}/t)^2}}{g} = \frac{(0{,}060)\sqrt{3{,}49^4 + (3{,}4/0{,}25)^2}}{9{,}8} = 0{,}11.$$

28. Como a correia não desliza, um ponto da borda da roda C tem a mesma aceleração tangencial que um ponto da borda da roda A. Isso significa que $\alpha_A r_A = \alpha_C r_C$, onde α_A é a aceleração angular da roda A e α_C é a aceleração angular da roda C. Assim,

$$\alpha_C = \left(\frac{r_A}{r_C}\right)\alpha_A = \left(\frac{10 \text{ cm}}{25 \text{ cm}}\right)(1{,}6 \text{ rad/s}^2) = 0{,}64 \text{ rad/s}^2.$$

Com a velocidade angular da roda C dada por $\omega_C = \alpha_C t$, o tempo para que a roda C atinja uma velocidade angular ω = 100 rev/min = 10,5 rad/s a partir do repouso é

$$t = \frac{\omega_C}{\alpha_C} = \frac{10{,}5 \text{ rad/s}}{0{,}64 \text{ rad/s}^2} = 16 \text{ s}.$$

29. (a) No tempo que a luz leva para ir da roda ao espelho e voltar à roda, a roda gira um ângulo $\theta = 2\pi/500 = 1{,}26 \times 10^{-2}$ rad. Esse tempo é

$$t = \frac{2L}{c} = \frac{2(500\text{ m})}{2,998\times 10^{8}\text{ m/s}} = 3,34\times 10^{-6}\text{ s}$$

e, portanto, a velocidade angular da roda é

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{1,26\times 10^{-2}\text{ rad}}{3,34\times 10^{-6}\text{ s}} = 3,8\times 10^{3}\text{ rad/s.}$$

(b) Se r é o raio da roda, a velocidade linear de um ponto da borda é

$$v = \omega r = \left(3,8\times 10^{3}\text{ rad/s}\right)\left(0,050\text{ m}\right) = 1,9\times 10^{2}\text{ m/s.}$$

30. (a) De acordo com a Eq. 10-22, a aceleração tangencial é

$$\alpha_t = \alpha r = (14,2\text{ rad/s}^2)(2,83\text{ cm}) = 40,2\text{ cm/s}^2.$$

(b) Em rad/s, a velocidade angular é ω = (2760)(2π/60) = 289 rad/s; assim,

$$a_r = \omega^2 r = (289\text{ rad/s}^2)(0,0283\text{ m}) = 2,36\times 10^{3}\text{ m/s}^2.$$

(c) De acordo com a Eq. 10-14, o deslocamento angular é

$$\theta = \frac{\omega^2}{2\alpha} = \frac{(289\text{ rad/s})^2}{2(14,2\text{ rad/s}^2)} = 2,94\times 10^{3}\text{ rad.}$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 10-1, a distância percorrida é

$$s = r\theta = (0,0283\text{ m})(2,94\times 10^{3}\text{ rad}) = 83,2\text{ m.}$$

31. (a) O limite superior da aceleração centrípeta estabelece um limite superior para a velocidade angular através da relação $a = r\omega^2$, em que r é a distância entre o ponto considerado e o eixo de rotação. Considerando o caso mais desfavorável, que é o de um ponto na borda do disco (r = 0,25 m), temos $\omega_{\max} = \sqrt{a/r}$ = 40 rad/s. Aplicando a Eq. 10-15 à fase em que o disco está ganhando velocidade, temos:

$$\theta - \theta_o = (\omega_o + \omega)t/2 \;\Rightarrow\; 400\text{ rad} = (0 + 40\text{ rad/s})t/2$$

o que nos dá t = 20 s. A fase em que o disco está perdendo velocidade leva exatamente o mesmo tempo (já que o valor da desaceleração é igual ao da aceleração); assim, o tempo total é 40 s.

(b) Na fase em que o disco está ganhando velocidade, a Eq. 10-11 nos dá

$$\omega = \omega_o + \alpha t \;\Rightarrow\; \alpha = (40\text{ rad/s})/(20\text{ s}) = 2,0\text{ rad/s}^2.$$

32. (a) A velocidade linear do carro no instante t = 15,0 s é

$$v = a_t t = \left(0,500\,\text{m/s}^2\right)\left(15,0\,\text{s}\right) = 7,50\,\text{m/s}$$

A aceleração radial (centrípeta) nesse instante é

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(7,50\,\text{m/s})^2}{30,0\,\text{m}} = 1,875\,\text{m/s}^2$$

O módulo da aceleração total é, portanto,

$$a=\sqrt{a_t^2+a_r^2}=\sqrt{\left(0.500\,\text{m/s}^2\right)^2+\left(1{,}875\,\text{m/s}^2\right)^2}=1{,}94\,\text{m/s}^2$$

(b) Como $\vec{a}_t \parallel \vec{v}$, o ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{a}$ é

$$\tan^{-1}\left(\frac{a_r}{a_t}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{1{,}875}{0{,}5}\right)=75{,}1°$$

e, portanto, o vetor aceleração aponta mais para o centro da pista do que para a direção do movimento.

33. PENSE Este problema envolve o cálculo do momento de inércia de uma roda a partir da energia cinética e da velocidade de rotação.

FORMULE A energia cinética (em J) é dada por $K = I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia (em kg · m²) e ω é a velocidade angular (em rad/s).

ANALISE De acordo com os dados do problema, a velocidade angular da roda é

$$\omega=\frac{(602\text{ rev/min})(2\pi\,\text{rad/rev})}{60\text{ s/min}}=63{,}0\text{ rad/s}$$

e, portanto, o momento de inércia é

$$I=\frac{2K}{\omega^2}=\frac{2(24.400\text{ J})}{63{,}0\text{ rad/s})^2}=12{,}3\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

APRENDA Note a semelhança entre a energia cinética de rotação $I\omega^2/2$ e a energia cinética associada ao movimento linear $mv^2/2$.

34. (a) De acordo com a Eq. 10-12, o módulo da aceleração angular, α, é a inclinação do gráfico de ω em função de t. Assim, $\alpha = 9/6 = 1{,}5$ rad/s².

(b) De acordo com a Eq. 10-34, a energia cinética de rotação K é proporcional a ω^2. Como a velocidade angular no instante $t = 0$ é –2 rad/s e a velocidade angular no instante $t = 4$ s é 4 rad/s, a razão entre as energias cinéticas nesses dois instantes é

$$\frac{K_0}{K_4}=\frac{4}{16}\quad\Rightarrow\quad K_0=\frac{K_4}{4}=0{,}40\text{ J.}$$

35. PENSE O momento de inércia de um corpo rígido depende da distribuição de massa.

FORMULE Uma vez que, de acordo com a Tabela 10-2(c), o momento de inércia de um cilindro é $I = MR^2/2$, a energia cinética de rotação é

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{4}MR^2\omega^2$$

ANALISE (a) No caso do cilindro menor,

$$K_1=\frac{1}{4}(1{,}25\text{ kg})(0{,}25\text{ m})^2(235\text{ rad/s})^2=1{,}08\times10^3\text{ J}$$

(b) No caso do cilindro maior,

$$K_2=\frac{1}{4}(1{,}25\text{ kg})(0{,}75\text{ m})^2(235\text{ rad/s})^2=9{,}71\times10^3\text{ J}$$

APRENDA Como os dois cilindros têm a mesma massa e a mesma velocidade angular, a razão entre as energias cinéticas de rotação é igual ao quadrado da razão entre os raios:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{0{,}75\text{ m}}{0{,}25\text{ m}}\right)^2 = (3)^2 = 9$$

36. De acordo com o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36), I aumenta com h. A expressão "até a borda do disco" no enunciado do problema indica que o maior valor de h mostrado no gráfico corresponde ao raio R do disco. Assim, R = 0,20 m. Agora podemos tomar, por exemplo, o valor de I para h = 0 e usar a fórmula de I_{CM} para um disco homogêneo [Tabela 10-2(c)] ou (o que talvez seja melhor, porque não depende da hipótese de que trata de um disco homogêneo) tomar a diferença entre o valor de I para h = 0 e o valor de I para $h = h_{max} = R$ e aplicar o teorema dos eixos paralelos [a diferença é $M(h_{max})^2 = 0{,}10\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$]. Qualquer dos dois métodos nos dá M = 2,5 kg.

37. PENSE Este problema envolve o cálculo do momento de inércia de uma régua em relação a um eixo que é perpendicular à régua, mas não passa pelo centro da régua.

FORMULE Podemos usar o teorema dos eixos paralelos $I = I_{CM} + Mh^2$, em que I_{CM} é o momento de inércia da régua em relação ao centro de massa, dado na Tabela 10-2(e), M é a massa e h é a distância entre o centro de massa e o eixo de rotação. Como o centro de massa está no centro da régua, h = 0,50 m – 0,20 m = 0,30 m.

ANALISE Para M = 0,56 kg e L = 1,0 m, temos

$$I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2 = \frac{1}{12}(0{,}56\text{ kg})(1{,}0\text{ m})^2 = 4{,}67\times10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Assim, de acordo com o teorema dos eixos paralelos,

$$I = 4{,}67\times10^{-2}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 + (0{,}56\text{ kg})(0{,}30\text{ m})^2 = 9{,}7\times10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

APRENDA O fato de que $I > I_{CM}$ para qualquer valor de h mostra que é mais difícil fazer girar uma régua em torno de um eixo quando o eixo não passa pelo centro da régua.

38. De acordo com a Eq. 10-33, temos:

$$I_{total} = md^2 + m(2d)^2 + m(3d)^2 = 14\,md^2.$$

(a) Se a partícula removida for a que está mais próxima do ponto O, o novo momento de inércia será $m(2d)^2 + m(3d)^2 = 13\,md^2$. A redução percentual será, portanto, (14 – 13)/14 = 0,0714 ≈ 7,1%.

(b) Se a partícula removida for a que está mais distante do ponto O, o novo momento de inércia será $md^2 + m(2d)^2 = 5\,md^2$. A redução percentual será, portanto, (14 – 5)/14 = 0,643 ≈ 64%.

39. (a) De acordo com a Tabela 10-2(c) e a Eq. 10-34, a energia cinética de rotação é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega^2 = \frac{1}{4}(500\,\text{kg})(200\pi\ \text{rad/s})^2(1{,}0\,\text{m})^2 = 4{,}9\times10^7\ \text{J}.$$

(b) Usando a equação $P = K/t$, na qual P é a potência média, temos:

$$t = \frac{K}{P} = \frac{4{,}9\times10^7\ \text{J}}{8{,}0\times10^3\ \text{W}} = 6{,}2\times10^3\ \text{s},$$

o que corresponde a aproximadamente 1 h 40 min.

40. (a) Considere três dos discos (começando pelo que está no ponto O): ⊕OO. De acordo com a Tabela 10-2(c), o primeiro (o que está no ponto O, assinalado por uma cruz) tem um momento de inércia $I = mR^2/2$. De acordo com o teorema dos eixos paralelos, o segundo tem um momento de inércia

$$I = mR^2/2 + mh^2$$

sendo $h = 2R$. O terceiro tem um momento de inércia

$$I = mR^2/2 + m(4R)^2.$$

Se tivéssemos considerado cinco discos, OO⊕OO, com o que está no ponto O no centro, o momento de inércia total seria

$$I = 5(mR^2/2) + 2[m(2R)^2 + m(4R)^2].$$

O padrão agora está claro e podemos escrever para o conjunto de quinze discos:

$$I = 15(mR^2/2) + 2[m(2R)^2 + m(4R)^2 + m(6R)^2 + \ldots + m(14R)^2] = 2255mR^2/2.$$

A generalização para N discos (em que N é um número ímpar) seria

$$I = (2N^2 + 1)NmR^2/6.$$

Fazendo $m = M/15$ e $R = L/30$, em que M é a massa total e L é o comprimento total da barra, temos:

$$I = 0{,}083519ML^2 \approx (0{,}08352)(0{,}1000\text{ kg})(1{,}0000\text{ m})^2 = 8{,}352 \times 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) Comparando com a fórmula (e) da Tabela 10-2 (que nos dá aproximadamente $I = 0{,}08333\ ML^2$), vemos que a resposta do item (a) é 0,22% menor.

41. As partículas são tratadas como "pontuais", no sentido de que o momento de inércia é calculado usando a Eq. 10-33, e o momento de inércia das barras é calculado usando a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36).

(a) Usando o índice 1 para a barra mais próxima do eixo e o índice 4 para a partícula mais afastada do eixo, temos:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = \left[\frac{1}{12}Md^2 + M\left(\frac{1}{2}d\right)^2\right] + md^2 + \left[\frac{1}{12}Md^2 + M\left(\frac{3}{2}d\right)^2\right] + m(2d)^2 \\ &= \frac{8}{3}Md^2 + 5md^2 = \frac{8}{3}(1{,}2\text{ kg})(0{,}056\text{ m})^2 + 5(0{,}85\text{ kg})(0{,}056\text{ m})^2 \\ &= 0{,}023\text{ kg}\cdot\text{m}^2. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 10-34, temos:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}I\omega^2 = \left(\frac{4}{3}M + \frac{5}{2}m\right)d^2\omega^2 = \left[\frac{4}{3}(1{,}2\text{ kg}) + \frac{5}{2}(0{,}85\text{ kg})\right](0{,}056\text{ m})^2(0{,}30\text{ rad/s})^2 \\ &= 1{,}1\times10^{-3}\text{ J}. \end{aligned}$$

42. (a) De acordo com a Eq. 10-33,

$$I_x = \sum_{i=1}^{4} m_i y_i^2 = \left[50(2{,}0)^2 + (25)(4{,}0)^2 + 25(-3{,}0)^2 + 30(4{,}0)^2\right]\text{g}\cdot\text{cm}^2 = 1{,}3\times10^3\text{ g}\cdot\text{cm}^2.$$

(b) O momento de inércia em relação ao eixo y é dado por

$$I_y = \sum_{i=1}^{4} m_i x_i^2 = (50)(2{,}0)^2 + (25)(0)^2 + 25(3{,}0)^2 + 30(2{,}0)^2 = 5{,}5\times10^2\text{ g}\cdot\text{cm}^2.$$

(c) O momento de inércia em relação ao eixo z (levando em conta o fato de que a distância do eixo z é $\sqrt{x^2 + y^2}$) é

$$I_z = \sum_{i=1}^{4} m_i(x_i^2 + y_i^2) = I_x + I_y = 1{,}3\times10^3 + 5{,}5\times10^2 = 1{,}9\times10^2 \text{ g}\cdot\text{cm}^2.$$

(d) Por inspeção, é fácil ver que a resposta do item (c) é $A + B$.

43. PENSE Este problema envolve o cálculo do momento de inércia de um bloco em relação a um eixo que não passa pelo centro do bloco.

FORMULE Podemos usar o teorema dos eixos paralelos $I = I_{CM} + Mh^2$, em que I_{CM} é o momento de inércia do bloco em relação ao centro de massa, dado na Tabela 10-2(i), M é a massa e h é a distância entre o centro de massa e o eixo de rotação. Como o centro de massa está no centro do bloco, $h = \sqrt{(a/2)^2 + (b/2)^2}$. Assim,

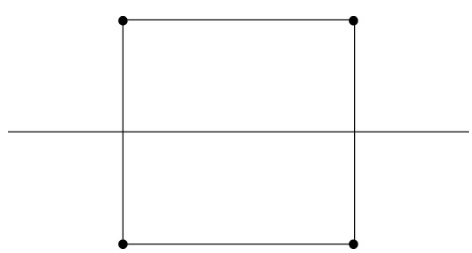
$$I = I_{\text{CM}} + Mh^2 = \frac{M}{12}\left(a^2 + b^2\right) + \frac{M}{4}\left(a^2 + b^2\right) = \frac{M}{3}\left(a^2 + b^2\right)$$

ANALISE Para $M = 0{,}172$ kg, $a = 3{,}5$ cm e $b = 8{,}4$ cm,

$$I = \frac{M}{3}\left(a^2 + b^2\right) = \frac{0{,}172 \text{ kg}}{3}[(0{,}035 \text{ m})^2 + (0{,}084 \text{ m})^2] = 4{,}7\times10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

APRENDA O fato de que $I > I_{CM}$ para qualquer valor de h mostra que é mais difícil fazer girar um bloco em torno de um eixo quando o eixo não passa pelo centro do bloco.

44. (a) A figura mostra as partículas, as barras e o eixo de rotação (reta horizontal).



Note que todas as cargas estão a uma distância $r = 1{,}0$ m do eixo. Assim, de acordo com a Eq. 10-33,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 4\ (0{,}50 \text{ kg})\ (1{,}0 \text{ m})^2 = 2{,}0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) Nesse caso, as duas cargas mais próximas do eixo estão a uma distância $r = 1{,}0$ m do eixo e as duas mais afastadas estão a uma distância $r = \sqrt{(1{,}0 \text{ m})^2 + (2{,}0 \text{ m})^2}$ do eixo. Assim, de acordo com a Eq. 10-33,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2(0{,}50 \text{ kg})(1{,}0 \text{ m}^2) + 2(0{,}50 \text{ kg})(5{,}0 \text{ m}^2) = 6{,}0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(c) Nesse caso, duas das massas estão sobre o eixo (e, portanto, $r = 0$) e as outras duas estão a uma distância $r = \sqrt{(1{,}0 \text{ m})^2 + (1{,}0 \text{ m})^2}$ do eixo. Assim, de acordo com a Eq. 10-33,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2(0{,}50 \text{ kg})(2{,}0 \text{ m}^2) = 2{,}0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

45. PENSE O torque é o produto da força aplicada pelo braço de alavanca. Quando um corpo está submetido a mais de um torque, o torque resultante pode ser calculado somando vetorialmente os torques.

FORMULE Vamos considerar como positivo o torque que tende a fazer o corpo girar no sentido anti-horário. Nesse caso, a força $\vec{F}_1$ produz um torque positivo de módulo r_1F_1 sen θ_1, e a força $\vec{F}_2$ produz um torque r_2F_2 sen θ_2. O torque resultante é, portanto,

$$\tau = r_1 F_1 \operatorname{sen}\theta_1 - r_2 F_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

ANALISE Substituindo os valores dados, obtemos

$$\begin{aligned}\tau &= r_1 F_1 \operatorname{sen}\theta_1 - r_2 F_2 \operatorname{sen}\theta_2 = (1{,}30\text{ m})(4{,}20\text{ N})\operatorname{sen}75° - (2{,}15\text{ m})(4{,}90\text{ N})\operatorname{sen}60° \\ &= -3{,}85\text{ N}\cdot\text{m}.\end{aligned}$$

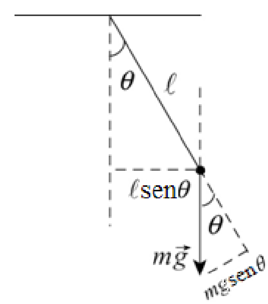
APRENDA Como $\tau < 0$, o corpo vai girar em torno do eixo no sentido horário.

46. O torque resultante é

$$\begin{aligned}\tau &= \tau_A + \tau_B + \tau_C = F_A r_A \operatorname{sen}\phi_A - F_B r_B \operatorname{sen}\phi_B + F_C r_C \operatorname{sen}\phi_C \\ &= (10)(8,0)\operatorname{sen}135° - (16)(4,0)\operatorname{sen}90° + (19)(3,0)\operatorname{sen}160° \\ &= 12\text{ N}\cdot\text{m}.\end{aligned}$$

47. PENSE Neste problema, a bola está submetida a duas forças: a força de tração da barra e a força gravitacional.

FORMULE O torque que a força de tração da barra exerce sobre a bola é zero, já que a linha de ação da força passa pelo eixo de rotação. Como se pode ver na figura, a componente da força gravitacional perpendicular à bola, a única que exerce torque sobre a barra, é mg sen θ. Se ℓ é o comprimento da barra, o módulo do torque que a força gravitacional exerce sobre a barra é, portanto, $\tau = mg\ell$ sen θ.



ANALISE Para m = 0,75 kg, ℓ = 1,25 m e θ = 30º, o módulo do torque é

$$\tau = mg\ell\operatorname{sen}\theta = (0{,}75)(9{,}8)(1{,}25)\operatorname{sen}30° = 4{,}6\text{ N}\cdot\text{m}$$

APRENDA Em vez de dizer que ℓ é o braço de alavanca da componente mg sen θ da força gravitacional, podemos dizer que ℓ sen θ é o braço de alavanca da força gravitacional mg. As duas interpretações levam ao mesmo resultado: $\tau = (mg \operatorname{sen}\theta)\ell = (mg)(\ell \operatorname{sen}\theta)$.

48. Calculamos os torques usando a equação $\tau = rF$ sen ϕ.

(a) Para $\phi = 30°$, $\tau_a = (0{,}152\text{ m})(111\text{ N})\operatorname{sen}30° = 8{,}4\text{ N}\cdot\text{m}$.

(b) Para $\phi = 90°$, $\tau_b = (0{,}152\text{ m})(111\text{ N})\operatorname{sen}90° = 17\text{ N}\cdot\text{m}$.

(c) Para $\phi = 180°$, $\tau_c = (0{,}152\text{ m})(111\text{N})\operatorname{sen}180° = 0$.

49. PENSE Como a velocidade angular da nadadora varia com o tempo, a aceleração angular é diferente de zero.

FORMULE Para calcular a aceleração angular ω, podemos usar a equação $\omega = \omega_0 + \alpha t$, em que ω_0 é a velocidade angular inicial, ω é a velocidade angular final e t é o tempo. Se I é o momento de inércia da mergulhadora, o módulo do torque que age sobre a mergulhadora está relacionado à aceleração angular pela equação $\tau = I\alpha$.

ANALISE (a) De acordo com os dados do problema, a aceleração angular é

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{6{,}20\text{ rad/s}}{220\times10^{-3}\text{ s}} = 28{,}2\text{ rad/s}^2$$

(b) O módulo do torque que age sobre a mergulhadora é

$$\tau = I\alpha = (12{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(28{,}2\ \text{rad/s}^2) = 3{,}38\times10^2\ \text{N}\cdot\text{m}$$

APRENDA De acordo com a equação $\tau = I\alpha$, quanto maior o momento de inércia I de um corpo, maior o torque necessário para imprimir ao corpo uma aceleração angular α.

50. De acordo com a Eq. 10-45, temos:

$$I = \frac{\tau}{\alpha} = \frac{32{,}0}{25{,}0} = 1{,}28\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

51. (a) Tomando o sentido para baixo como positivo e chamando de a a aceleração do bloco 2, a coordenada y do bloco 2 é dada por $y = at^2/2$ e, portanto,

$$\alpha = \frac{2y}{t^2} = \frac{2(0{,}750\ \text{m})}{(5{,}00\ \text{s})^2} = 6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2.$$

A aceleração do bloco 1 é $6{,}00 \times 10^{-2}\ \text{m/s}^2$ para cima.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 2, obtemos a equação $m_2 g - T_2 = m_2 a$, em que m_2 é a massa do bloco 2 e T_2 é a tensão a que o bloco 2 está submetido. Assim,

$$T_2 = m_2(g-a) = (0{,}500\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m/s}^2 - 6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2\right) = 4{,}87\ \text{N}.$$

(c) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 1, obtemos a equação $m_1 g - T_1 = -m_1 a$, em que m_1 é a massa do bloco 1 e T_1 é a tensão a que o bloco 1 está submetido. Assim,

$$T_1 = m_1(g+a) = (0{,}460\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m/s}^2 + 6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2\right) = 4{,}54\ \text{N}.$$

(d) Como a aceleração tangencial de um ponto situado na borda da polia é igual à aceleração dos blocos,

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2}{5{,}00\times10^{-2}\ \text{m}} = 1{,}20\ \text{rad/s}^2$$

(e) O torque resultante que age sobre a polia é $\tau = (T_2 - T_1)R$. Igualando a $I\alpha$ e explicitando o momento de inércia, obtemos:

$$I = \frac{(T_2 - T_1)R}{\alpha} = \frac{(4{,}87\ \text{N} - 4{,}54\ \text{N})(5{,}00\times10^{-2}\ \text{m})}{1{,}20\ \text{rad/s}^2} = 1{,}38\times10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

52. De acordo com as convenções de sinal adotadas no livro, o módulo do torque resultante a que o cilindro está submetido é

$$\tau_{\text{res}} = F_1R - F_2R - F_3r = (6{,}0\ \text{N})(0{,}12\ \text{m}) - (4{,}0\ \text{N})(0{,}12\ \text{m}) - (2{,}0\ \text{N})(0{,}050\ \text{m}) = 71\ \text{N}\cdot\text{m}.$$

(a) A aceleração do cilindro [para $I = \frac{1}{2}MR^2$, de acordo com a Tabela 10-2(c)] é

$$\alpha = \frac{\tau_{\text{res}}}{I} = \frac{71\ \text{N}\cdot\text{m}}{\frac{1}{2}(2{,}0\ \text{kg})(0{,}12\ \text{m})^2} = 9{,}7\ \text{rad/s}^2$$

(b) Como a aceleração é positiva, o sentido da aceleração é o sentido anti-horário e o vetor aceleração aponta para fora do papel na Fig. 10.39.

53. Combinando a Eq. 10-45 com a Eq. 10-38, obtemos $RF_2 - RF_1 = I\alpha$, em que, de acordo com a Eq. 10-12 (com $\omega_o = 0$), $\alpha = \omega/t$. Usando o item (c) da Tabela 10-2 e explicitando F_2 obtemos

$$F_2 = \frac{MR\omega}{2t} + F_1 = \frac{(0,02)(0,02)(250)}{2(1,25)} + 0,1 = 0,140 \text{ N}.$$

54. (a) Nesse caso, a força é mg = (70 kg)(9,8 m/s^2) e o "braço de alavanca" (a distância perpendicular entre o ponto O e a linha de ação da força) é 0,28 m. Assim, o valor absoluto do torque é (70 kg)(9,8 m/s^2)(0,28 m). Como o momento de inércia é I = 65 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$, a Eq. 10-45 nos dá $|\alpha|$ = 2,955 ≈ 3,0 rad/s^2.

(b) Nesse caso, como temos uma nova contribuição (1,4 m × 300 N) para o torque, o torque resultante passa a ser

$$|\tau_{res}| = (70 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,28 \text{ m}) + (1,4 \text{ m})(300 \text{ N}) = (65 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)\,|\alpha|,$$

o que nos dá $|\alpha|$ = 9,4 rad/s^2.

55. Combinando a Eq. 10-34 com a Eq. 10-45, obtemos $RF = I\alpha$, onde, de acordo com a Eq. 10-12 com $\omega_o = 0$, $\alpha = \omega/t$. Também podemos usar o fato de que

$$I = I_{\text{placa}} + I_{\text{disco}}$$

em que $I_{\text{disco}} = MR^2/2$ [item (c) da Tabela 10-2]. Assim,

$$I_{\text{placa}} = RFt/\omega - MR^2/2 = 2,51 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

56. Tomando como positivo o sentido anti-horário e combinando as Eqs. 10-33, 10-39 e 10-45, obtemos:

$$\tau = mgL_1 - mgL_2 = I\alpha = \left(mL_1^2 + mL_2^2\right)\alpha.$$

Assim, em unidades do SI,

$$\alpha = \frac{g\left(L_1 - L_2\right)}{L_1^2 + L_2^2} = \frac{\left(9,8 \text{ m/s}^2\right)\left(0,20 \text{ m} - 0,80 \text{ m}\right)}{(0,20 \text{ m})^2 + (0,80 \text{ m})^2} = -\,8,65 \text{ rad/s}^2$$

em que o sinal negativo indica que o sistema começa a girar no sentido anti-horário. A componente radial do vetor aceleração é nula, já que, como se trata do instante inicial, a velocidade instantânea é zero. Assim, aplicando a Eq. 10-22, temos:

(a) $|\vec{a}_1| = |\alpha| L_1 = \left(8,65 \text{ rad/s}^2\right)\left(0,20 \text{ m}\right) = 1,7 \text{ m/s}.$

(b) $|\vec{a}_2| = |\alpha| L_2 = \left(8,65 \text{ rad/s}^2\right)\left(0,80 \text{ m}\right) = 6,9 \text{ m/s}^2.$

57. Como a força é aplicada tangencialmente a uma distância r = 0,10 m do eixo, a aceleração angular (supostamente positiva) é

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Fr}{I} = \frac{(0,5t + 0,3t^2)(0,10)}{1,0 \times 10^{-3}} = 50t + 30t^2$$

em unidades do SI (rad/s^2).

(a) Para o instante t = 3 s, a expressão acima nos dá α = 4,2 × 10^2 rad/s^2.

(b) Integrando a expressão acima e levando em conta o fato de que $\omega_o = 0$, obtemos a velocidade angular da polia no instante t = 3 s:

$$\omega = \int_0^3 \alpha\,dt = \left(25t^2 + 10t^3\right)\Big|_0^3 = 5,0 \times 10^2 \text{ rad/s}.$$

58. (a) A velocidade v do bloco após ter descido uma distância d a partir do repouso é dada por $v^2 = 2ad$ (Eq. 2-16). Assim, para $g = 980$ cm/s^2, temos:

$$v=\sqrt{2ad}=\sqrt{\frac{2(2mg)d}{M+2m}}=\sqrt{\frac{4(50)(980)(50)}{400+2(50)}}=1,4\times10^2 \text{ cm/s}.$$

(b) A resposta é a mesma do item (a), $1,4 \times 10^2$ cm/s, já que a velocidade do bloco não depende de R.

59. Aplicamos a Eq. 10-55 com $\omega = (1800)(2\pi/60) = 188,5$ rad/s:

$$P=\tau\omega \quad \Rightarrow \quad \tau=\frac{74.600 \text{ W}}{188,5 \text{ rad/s}}=396 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

60. (a) Aplicamos a Eq. 10-34:

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}mL^2\right)\omega^2=\frac{1}{6}mL^2\omega^2$$
$$=\frac{1}{6}(0,42 \text{ kg})(0,75 \text{ m})^2(4,0 \text{ rad/s})^2=0,63 \text{ J}.$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $K = mgh$. Assim, o centro de massa alcança uma altura

$$h=\frac{K}{mg}=\frac{mL^2\omega^2}{6mg}=\frac{L^2\omega^2}{6g}=\frac{(0,75 \text{ m})^2(4,0 \text{ rad/s})^2}{6(9,8 \text{ m/s}^2)}=0,153 \text{ m}\approx0,15 \text{ m}.$$

61. A velocidade angular inicial é ω = (280 rev/min)(2π/60) = 29,3 rad/s.

(a) Como o momento de inércia, de acordo com a Tabela 10-2(a), é $I=(32 \text{ kg})(1,2 \text{ m})^2=46,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, o trabalho necessário é

$$W=\Delta K=0-\frac{1}{2}I\omega^2=-\frac{1}{2}(46,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(29,3 \text{ rad/s})^2=-1,98\times10^4 \text{ J}.$$

(b) A potência média (em valor absoluto) é, portanto,

$$|P|=\frac{|W|}{\Delta t}=\frac{19,8\times10^3}{15}=1,32\times10^3 \text{ W}.$$

62. (a) De acordo com a Eq. 10-33, temos:

$$I_{\text{total}} = md^2 + m(2d)^2 + m(3d)^2 = 14\, md^2,$$

em que $d = 0,020$ m e $m = 0,010$ kg. O trabalho necessário é

$$W = \Delta K = I\omega_f^2/2 - I\omega_i^2/2,$$

em que $\omega_f = 20$ rad/s e $\omega_i = 0$. Isso nos dá $W = 11,2$ mJ.

(b) Nesse caso, $\omega_f = 40$ rad/s e $\omega_i = 20$ rad/s, o que nos dá $W = 33,6$ mJ.

(c) Nesse caso, $\omega_f = 60$ rad/s e $\omega_i = 40$ rad/s, o que nos dá $W = 56,0$ mJ.

(d) De acordo com a Eq. 10-34, a inclinação é $I/2$. Assim, temos:

$$\text{inclinação} = 7md^2 = 2,80 \times 10^{-5} \text{ J}\cdot\text{s}^2/\text{rad}^2.$$

63. PENSE Durante a rotação da régua, a energia potencial é convertida em energia cinética de rotação.

FORMULE Vamos chamar de ℓ o comprimento da régua. Como a régua está inicialmente em repouso, a energia cinética inicial é zero. Como o centro de massa da régua está a uma distância $\ell/2$ das extremidades, a energia potencial inicial (tomando como referência o nível do solo) é $U_g = mg\ell/2$, em que m é a massa da régua. Imediatamente antes de atingir o solo, a energia potencial da régua é zero e a energia cinética de rotação é $I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia da régua em relação a um eixo que passa por uma das extremidades da régua, e ω é a velocidade angular. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\frac{1}{2}mg\ell = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mg\ell}{I}}$$

De acordo com a Eq. 10-18, a velocidade da extremidade livre da régua imediatamente antes de se chocar com o solo é

$$v = \omega\ell = \sqrt{\frac{mg\ell^3}{I}}$$

ANALISE Como, de acordo com a Tabela 10-2 e o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia da régua é $m\ell^2/12 + m(\ell/2)^2 = m\ell^2/3$,

$$v = \sqrt{3g\ell} = \sqrt{3(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(1{,}00\ \mathrm{m})} = 5{,}42\ \mathrm{m/s}$$

APRENDA A velocidade linear de um ponto qualquer da régua depende da distância entre o ponto e o eixo de rotação. A velocidade do centro de massa, por exemplo, é

$$v_{\mathrm{CM}} = \omega(\ell/2) = \frac{1}{2}\sqrt{3g\ell}$$

64. (a) Usamos o teorema dos eixos paralelos para calcular o momento de inércia:

$$I = I_{\mathrm{CM}} + Mh^2 = \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 = \frac{1}{2}(20\ \mathrm{kg})(0{,}10\ \mathrm{m})^2 + (20\ \mathrm{kg})(0{,}50\ \mathrm{m})^2 = 0{,}15\ \mathrm{kg\cdot m^2}.$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, $Mgh = \frac{1}{2}I\omega^2$, em que ω é a velocidade angular do cilindro ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória. Assim,

$$\omega = \sqrt{\frac{2Mgh}{I}} = \sqrt{\frac{2(20\ \mathrm{kg})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(0{,}050\ \mathrm{m})}{0{,}15\ \mathrm{kg\cdot m^2}}} = 11\ \mathrm{rad/s}.$$

65. (a) Usamos a lei de conservação da energia mecânica para escrever uma expressão para ω^2 em função do ângulo θ que a chaminé faz com a vertical. A energia potencial da chaminé é dada por $U = Mgh$, em que M é a massa da chaminé e h é a altura do centro de massa da chaminé em relação ao solo. Quando a chaminé faz um ângulo θ com a vertical, $h = (H/2)\cos\theta$. Inicialmente, a energia potencial é $U_i = Mg(H/2)$ e a energia cinética é zero. Quando a chaminé faz um ângulo θ com a vertical, a energia cinética é $\frac{1}{2}I\omega^2$, na qual I é o momento de inércia da chaminé em relação à aresta da base. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$MgH/2 = Mg(H/2)\cos\theta + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = (MgH/I)(1-\cos\theta).$$

De acordo com a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia da chaminé em relação à aresta da base é $I = MH^2/3$. Assim,

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{H}(1-\cos\theta)} = \sqrt{\frac{3(9{,}80\ \mathrm{m/s^2})}{55{,}0\ \mathrm{m}}(1-\cos 35{,}0°)} = 0{,}311\ \mathrm{rad/s}.$$

(b) Como a componente radial da aceleração do topo da chaminé é $a_r = H\omega^2$, temos:

$$a_r = 3g\,(1 - \cos\theta) = 3\,(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1 - \cos 35{,}0°) = 5{,}32 \text{ m/s}^2 .$$

(c) A componente tangencial da aceleração do topo da chaminé é dada por $a_t = H\alpha$, em que α é a aceleração angular. Não podemos usar a Tabela 10-1 porque a aceleração não é constante. Em vez disso, derivamos

$$\omega^2 = (3g/H)(1 - \cos\theta)$$

em relação ao tempo e substituímos $d\omega/dt$ por α e $d\theta/dt$ por ω, o que nos dá

$$\frac{d}{dt}(\omega^2) = 2\omega\alpha = \frac{3g}{H}\omega \operatorname{sen}\theta \Rightarrow \alpha = \frac{3g}{2H}\operatorname{sen}\theta.$$

Assim,

$$a_t = H\alpha = \frac{3g}{2}\operatorname{sen}\theta = \frac{3(9{,}80 \text{ m/s}^2)}{2}\operatorname{sen} 35{,}0° = 8{,}43 \text{ m/s}^2.$$

(d) O ângulo θ para o qual $a_t = g$ é a solução da equação $\frac{3g}{2}\operatorname{sen}\theta = g$. Assim, sen $\theta = 2/3$ e $\theta = 41{,}8°$.

66. De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia de uma casca esférica é $2MR^2/3$ e, portanto, a energia cinética (depois de o objeto descer uma distância h) é

$$K = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\omega^2_{\text{casca}} + \frac{1}{2}I\omega^2_{\text{polia}} + \frac{1}{2}mv^2.$$

Como o objeto partiu do repouso, essa energia deve ser igual (na ausência de atrito) à energia potencial mgh do sistema no instante em que o objeto foi liberado. Substituindo a velocidade angular da casca esférica por v/R e a velocidade angular da polia por v/r, temos:

$$v = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}\frac{I}{r^2} + \frac{M}{3}}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + I/mr^2 + 2M/3m}}$$
$$= \sqrt{\frac{2(9{,}8)(0{,}82)}{1 + 3{,}0\times10^{-3}/(0{,}60)(0{,}050)^2 + 2(4{,}5)/3(0{,}60)}} = 1{,}4 \text{ m/s}.$$

67. De acordo com o teorema dos eixos paralelos e os itens (e) e (h) da Tabela 10-2, o momento de inércia do corpo é

$$I = mL^2/12 + m(L/2)^2 + mR^2/2 + m(R + L)^2 = 10{,}83mR^2 ,$$

em que usamos a relação $L = 2R$. Tomando a base da barra como origem do sistema de coordenadas ($x = 0$, $y = 0$) a ordenada do centro de massa é

$$y = \frac{mL/2 + m(L + R)}{m \quad M} = 2R.$$

Comparando a posição mostrada na Fig. 10-45 com a posição invertida, vemos que a variação da ordenada do centro de massa, em valor absoluto, é $|\Delta y| = 4R$. A perda correspondente de energia potencial gravitacional é convertida em energia cinética. Assim,

$$K = (2m)g(4R) \quad \Rightarrow \quad \omega = 9{,}82 \text{ rad/s}$$

em que foi usada a Eq. 10-34.

68. Escolhemos o sentido de rotação para que a velocidade angular inicial seja $\omega_0 = -317$ rad/s e os valores de α, τ e F sejam positivos.

(a) Combinando a Eq. 10-12 com a Eq. 10-45 e a Tabela 10-2(f) (e usando o fato de que $\omega = 0$), chegamos à expressão

$$\tau = \left(\frac{2}{5}MR^2\right)\left(-\frac{\omega_0}{t}\right) = -\frac{2}{5}\frac{MR^2\omega_0}{t}.$$

Para $t = 15{,}5$ s, $R = 0{,}226$ m e $M = 1{,}65$ kg, obtemos $\tau = 0{,}689$ N·m.

(b) De acordo com a Eq. 10-40, $F = \tau / R = 3{,}05$ N.

(c) Usando novamente a expressão do item (a), mas desta vez com $R = 0{,}854$ m, obtemos $\tau = 9{,}84\ \text{N}\cdot\text{m}$.

(d) $F = \tau / R = 11{,}5$ N.

69. O volume de cada disco é $\pi r^2 h$, sendo que h é a espessura. Chamando de R o raio do disco maior e de r o raio do disco menor, as massas dos discos são $m = \rho\pi r^2 h$ e $M = \rho\pi R^2 h$, em que ρ é a massa específica. Podemos usar o teorema dos eixos paralelos e o item (c) da Tabela 10-2 para calcular o momento angular do conjunto:

$$I = MR^2/2 + mr^2/2 + m(r+R)^2 = \rho\pi h[R^4/2 + r^4/2 + r^2(r+R)^2] = 6{,}16 \times 10^{-5}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\,.$$

70. A roda partiu do repouso ($\omega_0 = 0$) no instante $t = 0$ com uma aceleração constante α. Durante um intervalo de tempo Δt, que começou em um certo instante t_1, descreveu um ângulo $\Delta\theta$. Vamos resolver primeiro o item (b).

(b) Usamos a Eq. 10-13 (com uma pequena mudança de notação) para descrever o movimento durante o intervalo de tempo Δt:

$$\Delta\theta = \omega_1 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \Rightarrow \omega_1 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} - \frac{\alpha\Delta t}{2}$$

Substituindo na Eq. 10-12, temos:

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha t_1 \quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta\theta}{\Delta t} - \frac{\alpha\Delta t}{2} = \alpha t_1 \quad\Rightarrow\quad \frac{90{,}0}{3{,}00} - \frac{(2{,}00)(3{,}00)}{2} = (2{,}00)\,t_1$$

o que nos dá $t_1 = 13{,}5$ s.

(a) Substituindo na expressão de ω_1 já obtida, temos:

$$\omega_1 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} - \frac{\alpha\Delta t}{2} = \frac{90{,}0}{3{,}00} - \frac{(2{,}00)(3{,}00)}{2} = 27{,}0\ \text{rad/s}.$$

71. PENSE Como a corda não escorrega na polia, o movimento dos blocos faz a polia girar.

FORMULE Escolhendo sistemas de coordenadas diferentes para os dois blocos de tal forma que a aceleração dos dois blocos seja positiva, podemos escrever $a_2 = a_1 = a = R\alpha$. Para isso, escolhemos como positivo o sentido para a direita do bloco 2 (o bloco que está sobre a mesa), escolhemos como positivo o sentido para baixo do bloco 1 (o bloco que está pendurado na corda) e escolhemos (ao contrário da convenção usual) o sentido horário como sentido de rotação da polia. Isso significa que podemos interpretar o ângulo de rotação que aparece no enunciado do problema como uma grandeza positiva. Aplicando a segunda lei de Newton para translações aos dois blocos e a segunda lei de Newton para rotações à polia, obtemos as seguintes equações:

$$\begin{aligned} m_1 g - T_1 &= m_1 a_1 \\ T_2 - f_2 &= m_2 a_2 \\ T_1 R - T_2 R &= I\alpha \end{aligned}$$

em que T_1 e T_2 são as forças de tração que a corda exerce sobre os blocos 1 e 2, respectivamente, e f_2 é a força de atrito entre o bloco 2 e a superfície da mesa.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 10-13 (com $\omega_0 = 0$), o módulo da aceleração angular da polia é

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{2\theta}{t^2} = \frac{2(0{,}130\text{ rad})}{(0{,}0910\text{ s})^2} = 31{,}4\text{ rad/s}^2$$

(b) Como $a = R\alpha$, a aceleração dos blocos é

$$a = \frac{2R\theta}{t^2} = \frac{2(0{,}024\text{ m})(0{,}130\text{ rad})}{(0{,}0910\text{ s})^2} = 0{,}754\text{ m/s}^2$$

(c) De acordo com a primeira das equações anteriores, a força de tração T_1 é

$$T_1 = m_1(g - a_1) = M\left(g - \frac{2R\theta}{t^2}\right) = (6{,}20\text{ kg})\left(9{,}80\text{ m/s}^2 - \frac{2(0{,}024\text{ m})(0{,}130\text{ rad})}{(0{,}0910\text{ s})^2}\right) = 56{,}1\text{ N}$$

(d) De acordo com a terceira das equações anteriores, a força de tração T_2 é

$$T_2 = T_1 - \frac{I\alpha}{R} = 56{,}1\text{ N} - \frac{(7{,}40\times10^{-4}\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(31{,}4\text{ rad/s}^2)}{0{,}024\text{ m}} = 55{,}1\text{ N}$$

APRENDA O torque que age sobre a polia é $t = I\alpha = (T_1 - T_2)R$. Se a massa da polia fosse desprezível, $I = 0$ e $T_1 = T_2$. De acordo com a segunda das equações anteriores, a força de atrito entre o bloco 2 e a mesa é $f_2 = T_2 - m_2 a_2 = 50{,}4$ N.

72. (a) Chamando de α a aceleração angular, de ω_0 a velocidade angular inicial e de t o tempo que a barra leva para parar, a equação $\omega_0 + \alpha t = 0$ nos dá

$$\alpha = -\frac{\omega_0}{t} = -\frac{39{,}0\text{ rev/s}}{32{,}0\text{ s}} = -1{,}22\text{ rev/s}^2 = -7{,}66\text{ rad/s}^2\,.$$

(b) Usamos a equação $\tau = I\alpha$, em que τ é o torque e I é o momento de inércia do sistema. A contribuição da barra para o momento de inércia é $M\ell^2/12$ [Tabela 10-2(e)], na qual M é a massa e ℓ o comprimento da barra. A contribuição de cada bola é $m(\ell/2)^2$, em que m é a massa da bola. O momento de inércia total é

$$I = \frac{M\ell^2}{12} + 2\frac{m\ell^2}{4} = \frac{(6{,}40\text{ kg})(1{,}20\text{ m})}{12} + \frac{(1{,}06\text{ kg})(1{,}20\text{ m})^2}{2}\,,$$

o que nos dá $I = 1{,}53$ kg · m². O torque, portanto, é

$$\tau = (1{,}53\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(-7{,}66\text{ rad/s}^2) = -117\text{ N}\cdot\text{m}.$$

(c) Como o estado final do sistema é o repouso, a energia mecânica que é convertida em energia térmica é igual à energia cinética inicial:

$$E_t = K_i = \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}(1{,}53\text{ kg}\cdot\text{m}^2)\left[(2\pi)(39{,}0)\text{ rad/s}\right]^2 = 4{,}59\times10^4\text{ J}.$$

(d) De acordo com a Eq. 10-13,

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \left[(2\pi)(39{,}0)\text{rad/s}\right](32{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}(-7{,}66\text{ rad/s}^2)(32{,}0\text{ s})^2,$$

o que nos dá 3920 rad ou (dividindo por 2π) 624 rev.

(e) Apenas a energia mecânica que é transformada em energia térmica pode ser calculada sem informações adicionais. O valor dessa energia é $4{,}59 \times 10^4$ J independentemente do modo como o torque varia com o tempo, contanto que o estado final do sistema seja o repouso.

73. A sugestão proposta no enunciado facilita a solução do item (a), mas apresentamos uma solução mais detalhada para que o leitor possa confirmar que a sugestão está correta.

(a) De acordo com a Segunda Lei de Newton, a força centrípeta exercida sobre uma parte infinitesimal da pá, de massa *dm*, situada a uma distância *r* do eixo de rotação, é dada por $dF = (dm)\omega^2 r$ e a velocidade angular é

$$\omega = (320)(2\pi/60) = 33{,}5 \text{ rad/s}.$$

Assim, chamando de *M* e de *L* a massa e o comprimento da pá, respectivamente, e levando em conta a relação $dm = (M/L)\,dr$, a força total a que está submetida a pá é

$$F = \int dF = \int \omega^2 r\,dm = \frac{M}{L}\int_0^L \omega^2 r\,dr = \frac{M\omega^2 L}{2} = \frac{(110\,\text{kg})\,(33{,}5 \text{ rad/s})^2\,(7{,}80\,\text{m})}{2}$$
$$= 4{,}81\times 10^5\,\text{N}.$$

(b) De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia da pá em relação ao centro de massa é $I = ML^2/12$. Quando usamos o teorema dos eixos paralelos para "transferir" o eixo de rotação para a extremidade da pá, o momento de inércia se torna $I = ML^2/3$. De acordo com a Eq. 10-45, o torque (suposto constante) é

$$\tau = I\alpha = \left(\frac{1}{3}ML^2\right)\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right) = \frac{1}{3}(110 \text{ kg})(7{,}8\,\text{m})^2\left(\frac{33{,}5 \text{ rad/s}}{6{,}7 \text{ s}}\right) = 1{,}12\times 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

(c) De acordo com a Eq. 10-52, o trabalho realizado é

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}I\omega^2 - 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 = \frac{1}{6}(110 \text{ kg})(7{,}80 \text{ m})^2\,(33{,}5 \text{ rad/s})^2 = 1{,}25\times 10^6\,\text{J}.$$

74. O deslocamento angular dos discos *A* e *B* é dado por

$$\theta_A = \omega_A t, \quad \theta_B = \frac{1}{2}\alpha_B t^2.$$

(a) O instante em que $\theta_A = \theta_B$ é dado por

$$\omega_A t = \frac{1}{2}\alpha_B t^2 \quad\Rightarrow\quad t = \frac{2\omega_A}{\alpha_B} = \frac{2(9{,}5 \text{ rad/s})}{(2{,}2 \text{ rad/s}^2)} = 8{,}6 \text{ s}.$$

(b) A diferença entre os deslocamentos angulares é

$$\Delta\theta = \theta_A - \theta_B = \omega_A t - \frac{1}{2}\alpha_B t^2 = 9{,}5t - 1{,}1t^2.$$

Para que as linhas de referência dos dois discos estejam alinhadas, é preciso apenas que $\Delta\theta = 2\pi N$, em que *N* é um número inteiro. Resolvendo a equação do segundo grau acima, obtemos:

$$t_N = \frac{9{,}5 \pm \sqrt{(9{,}5)^2 - 4(1{,}1)(2\pi N)}}{2(1{,}1)} = \frac{9{,}5 \pm \sqrt{90{,}25 - 27{,}6N}}{2{,}2}.$$

A solução $t_0' = 8{,}63$ s, obtida fazendo $N = 0$ e escolhendo o sinal positivo para a raiz quadrada, coincide com o resultado obtido no item (a), enquanto a solução $t_0'' = 0$, obtida escolhendo o sinal negativo para a raiz quadrada, é o momento em que os discos começam a girar. Fazendo $N = 1$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos $t_1' = 7{,}92$ s; escolhendo a raiz negativa, obtemos $t_1'' = 0{,}72$. Fazendo $N = 2$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos $t_2' = 7{,}01$ s; escolhendo a raiz negativa, obtemos $t_2'' = 1{,}63$; fazendo $N = 3$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos $t_3' = 5{,}56$ s; escolhendo a raiz negativa, obtemos $t_3'' = 3{,}08$. Para valores de N maiores que 3, o radicando se torna negativo e a equação não tem solução real. Assim, a resposta é não.

75. O módulo do torque é o produto do módulo da força pelo braço de alavanca. Neste caso, a força é a força gravitacional, que passa pelo centro de massa. Assim,

$$\tau = I\alpha = rF = rmg,$$

em que r é a distância horizontal entre o centro de massa do equilibrista e o arame.

(a) Sem a vara, para $I = 15$ kg · m², a aceleração angular é

$$\alpha = \frac{rF}{I} = \frac{rmg}{I} = \frac{(0{,}050\ \text{m})(70\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}{15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2} = 2{,}3\ \text{rad/s}^2.$$

(b) Quando o equilibrista carrega uma vara, o torque aplicado à vara pela força gravitacional tem o sentido oposto ao torque aplicado ao equilibrista pela força gravitacional. Assim, o torque resultante é

$$\tau_{\text{res}} = \sum_i r_i F_i = (0{,}050\ \text{m})(70\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) - (0{,}10\ \text{m})(14\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 20{,}58\ \text{N}\cdot\text{m}\ ,$$

e a aceleração angular resultante é

$$\alpha = \frac{\tau_{\text{res}}}{I} = \frac{20{,}58\ \text{N}\cdot\text{m}}{15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2} \approx 1{,}4\ \text{rad/s}^2.$$

76. O movimento acontece em duas etapas. Na primeira, no intervalo $0 \le t \le 20$ s, a roda se move com uma aceleração angular constante dada por

$$\alpha = \frac{5{,}0\ \text{rad/s}}{2{,}0\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{rad/s}^2.$$

Na segunda, no intervalo $20 < t \le 40$ s, a roda se move com uma velocidade angular constante dada por $\omega = \Delta\theta/\Delta t$. Analisando o primeiro estágio, obtemos:

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha t^2\Big|_{t=20} = 500\ \text{rad}, \qquad \omega = \alpha t\big|_{t=20} = 50\ \text{rad/s}.$$

Analisando o segundo estágio, obtemos:

$$\theta_2 = \theta_1 + \omega\Delta t = 500\ \text{rad} + (50\ \text{rad/s})(20\ \text{s}) = 1{,}5\times10^3\ \text{rad}.$$

77. PENSE Como a aceleração angular do prato do toca-discos é constante, podemos usar as equações da Tabela 10-1 para analisar o movimento de rotação do prato.

FORMULE Vamos tomar o sentido inicial de rotação do prato como positivo. Nesse caso, como a velocidade angular inicial é positiva e a velocidade final é zero, a aceleração angular é negativa. De acordo com a Eq. 10-12, $\alpha = (\omega - \omega_0)/t$, e de acordo com a Eq. 10-13, $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha t^2/2$.

ANALISE (a) Convertendo o tempo para minutos e substituindo os valores conhecidos na primeira das equações anteriores, obtemos

$$\alpha = -\frac{33{,}33\ \text{rev/min}}{0{,}50\,\text{min}} = -66{,}7\ \text{rev/min}^2 \approx -67\ \text{rev/min}^2$$

(b) Substituindo o valor de α na segunda das equações anteriores, obtemos

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (33{,}33\ \text{rev/min})(0{,}50\ \text{min}) + \frac{1}{2}(-66{,}7\text{rev/min}^2)(0{,}50\ \text{min})^2 = 8{,}33\ \text{rev}$$

APRENDA Também podemos usar a Eq. 10-15 para resolver o item (b):

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(33.33\ \text{rev/min} + 0)(0{,}50\ \text{min}) = 8{,}33\ \text{rev}$$

78. Usamos a lei de conservação da energia. O centro de massa está no ponto médio da barra transversal e desce uma distância $L/2$, em que L é o comprimento das barras. A energia potencial gravitacional diminui de $MgL/2$, na qual M é a massa do corpo. A energia cinética inicial é zero e a energia cinética final é $I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia do corpo e ω é a velocidade angular no instante em que o corpo está na vertical. Assim,

$$0 = -MgL/2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{MgL/I}.$$

Como as barras são finas, a barra que coincide com o eixo de rotação não contribui para o momento de inércia. Como todos os pontos da outra barra longitudinal estão à mesma distância do eixo de rotação, a contribuição da outra barra longitudinal para o momento de inércia é $(M/3)L^2$, sendo que $M/3$ é a massa da barra. A barra transversal é uma barra que gira e torno de uma das extremidades e, portanto, sua contribuição é $(M/3)L^2/3 = ML^2/9$. O momento de inércia total é, portanto,

$$I = (ML^2/3) + (ML^2/9) = 4ML^2/9.$$

Assim, a velocidade angular é

$$\omega = \sqrt{\frac{MgL}{I}} = \sqrt{\frac{MgL}{4ML^2/9}} = \sqrt{\frac{9g}{4L}} = \sqrt{\frac{9(9{,}800\ \text{m/s}^2)}{4(0{,}600\ \text{m})}} = 6{,}06\ \text{rad/s}.$$

79. PENSE Este problema envolve a comparação entre os momentos de inércia de um cilindro maciço e de um aro fino.

FORMULE De acordo com a Tabela 10-2, as expressões do momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R e de um aro fino de massa M e raio r são

$$I_C = \frac{1}{2}MR^2, \quad I_A = Mr^2$$

Fazendo $I_C = I_A$, podemos obter uma relação entre R e r.

ANALISE (a) Como o cilindro e o aro têm massas iguais, eles terão o mesmo momento de inércia ($I_C = I_A$), se $R^2/2 = r^2$, o que nos dá $r = R/\sqrt{2}$.

(b) Explicitando k na relação $I = Mk^2$, em que M é a massa do corpo e k é o raio do aro equivalente, obtemos $k = \sqrt{I/M}$.

APRENDA No caso de uma esfera, temos

$$I_E = \frac{2}{5}MR^2 = M\left(R\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad k_E = R\sqrt{\frac{2}{5}}$$

80. (a) De acordo com a Eq. 10-15, 60,0 rad = $(\omega_1 + \omega_2)$(6,00 s)/2. Para ω_2 = 15,0 rad/s, ω_1 = 5,00 rad/s.

(b) De acordo com a Eq. 10-12, α = (15,0 rad/s – 5,0 rad/s)/(6,00 s) = 1,67 rad/s^2.

(c) Interpretando ω como ω_1 e θ como θ_1 = 10,0 rad (e fazendo ω_o = 0), a Eq. 10-14 nos dá

$$\theta_o = -\frac{\omega_1^2}{2\alpha} + \theta_1 = 2{,}50 \text{ rad}.$$

81. O centro de massa está à altura $h = (L/2)$ sen 40º quando a barra é liberada. A energia potencial correspondente, Mgh, é convertida em energia cinética de rotação $I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia da barra em relação ao pino, quando a barra passa pela posição horizontal. De acordo com a Tabela 10-2 (e) e o teorema dos eixos paralelos, temos:

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2.$$

Assim,

$$Mg\frac{L}{2}\operatorname{sen}40° = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 \quad\Rightarrow\quad \omega = \sqrt{\frac{3g\operatorname{sen}40°}{L}} = 3{,}1 \text{ rad/s}.$$

82. O momento de inércia dos passageiros é dado (com boa aproximação) pela Eq. 10-53: $I = \sum mR^2 = NmR^2$, em que N é o número de passageiros e m é a massa (média) por pessoa. De acordo com a Eq. 10-52,

$$W = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}NmR^2\omega^2$$

Como a velocidade de rotação é constante, $\omega = \theta/t$, o que nos dá $\omega = 2\pi/120$ = 0,052 rad/s. Como a massa média por pessoa está quase certamente no intervalo $50 \le m \le 100$, o trabalho realizado está no intervalo

$$\frac{1}{2}(2160)(50)(38)^2(0,052)^2 \le W \le \frac{1}{2}(2160)(100)(38)^2(0,052)^2$$

$$2\times10^5 \text{ J} \le W \le 4\times10^5 \text{ J}.$$

83. Escolhemos o sentido dos eixos e o sentido da rotação para que as acelerações sejam positivas, o que nos permite fazer $a_1 = a_2 = a$. Para isso, escolhemos o sentido para cima como positivo para o bloco 1, o sentido para baixo como positivo para o bloco 2 e o sentido horário como positivo para a rotação do disco. Aplicando a segunda lei de Newton, obtemos um sistema de três equações:

$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$

$$T_2 R - T_1 R = I\alpha$$

(a) Substituindo o momento de inércia do disco na terceira equação pelo seu valor, $I = MR^2/2$ [veja a Tabela 10-2(c)], dividindo a terceira equação por R, e somando as equações, obtemos:

$$m_2 g - m_1 g = \left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M\right)a$$

o que nos dá $a = \frac{4}{25}g = 1{,}57 \text{ m/s}^2$.

(b) Substituindo a pelo seu valor na primeira equação e fazendo m_1 = 0,40 kg, obtemos

$$T_1 = \frac{29}{25}m_1 g = 4{,}55 \text{ N}.$$

(c) Para m_2 = 0,60 kg, obtemos

$$T_2 = \frac{5}{6} m_2 g = 4.94 \text{ N}.$$

84. (a) A distância em longitude entre Helsinki e o local da explosão é $\Delta\theta = 102^o - 25^o = 77^o$. Como a velocidade de rotação da Terra é

$$\omega = \frac{1 \text{ rev}}{1 \text{ dia}} = \frac{360°}{24 \text{ h}},$$

um deslocamento angular de $\Delta\theta$ corresponde a um intervalo de tempo de

$$\Delta t = (77°)\left(\frac{24 \text{ h}}{360°}\right) = 5{,}1 \text{ h}.$$

(b) Nesse caso, $\Delta\theta = 102^o - (-20^o) = 122^o$, de modo que o intervalo de tempo pedido seria

$$\Delta t = (122°)\left(\frac{24 \text{ h}}{360°}\right) = 8{,}1 \text{ h}.$$

85. Para calcular o tempo necessário para a bola atingir a altura máxima, usamos a Eq. 4-23, fazendo o lado direito igual a zero. O resultado é o seguinte:

$$t = \frac{(60 \text{ m/s}) \operatorname{sen}(20^o)}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 2{,}094 \text{ s}.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 10-13 (com $\alpha = 0$), temos:

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t = (90 \text{ rad/s})(2{,}094 \text{ s}) = 188 \text{ rad},$$

o que equivale a aproximadamente 30 rev.

86. No cálculo a seguir, M_1 e M_2 são as massas dos anéis, R_{1i} e R_{2i} são os raios internos e R_{1e} e R_{2e} são os raios externos. De acordo com a Tabela 10-2 (b), temos:

$$I = \frac{1}{2} M_1 (R_{1i}^2 + R_{1e}^2) + \frac{1}{2} M_2 (R_{2i}^2 + R_{2e}^2) = 0{,}00346 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Nesse caso, de acordo com as Eqs. 10-39 ($\tau = rF$, em que $r = R_{2e}$) e 10-45 ($\tau = I\alpha$), temos:

$$\alpha = \frac{(0{,}140)(12{,}0)}{0{,}00346} = 485 \text{ rad/s}^2,$$

e a Eq. 10-12 nos dá $\omega = \alpha t$ = 146 rad/s.

87. Escolhemos o sentido do eixo de referência e o sentido da rotação para que as acelerações sejam positivas. Aplicando a segunda lei de Newton, obtemos as seguintes equações, em que a é a aceleração da caixa e θ é o ângulo do plano inclinado:

$$mg \operatorname{sen}\theta - T = ma$$
$$TR = I\alpha$$

Como, de acordo com o enunciado, a = 2,0 m/s^2, a primeira equação nos dá:

$$T = m\,(g \operatorname{sen} \theta - a) = 2{,}7 \text{ N}.$$

Substituindo T e R por seus valores na segunda equação (e usando a relação $\alpha = a/R$), obtemos

$$I = TR^2/a = 0{,}054 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

88. (a) Usando a relação $\tau = I\alpha$, na qual τ é o torque resultante que age sobre a casca, I é o momento de inércia da casca e α é a aceleração angular, temos:

$$I = \frac{\tau}{\alpha} = \frac{960 \text{ N} \cdot \text{m}}{6{,}20 \text{ rad/s}^2} = 155 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(b) Como, de acordo com a Tabela 10-2 (g), o momento de inércia da casca é dado por $I = (2/3)\, MR^2$, temos:

$$M = \frac{3I}{2R^2} = \frac{3(155 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)}{2(1{,}90 \text{ m})^2} = 64{,}4 \text{ kg}.$$

89. De acordo com a Eq. 10-40, $\tau = mgr = (70 \text{ kg})\,(9{,}8 \text{ m/s}^2)\,(0{,}20 \text{ m}) = 1{,}4 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$.

90. (a) De acordo com a Eq. 10-12, $\alpha = -\omega_o/t = -(25{,}0 \text{ rad/s})(20{,}0 \text{ s}) = -1{,}25 \text{ rad/s}^2$.

(b) De acordo com a Eq. 10-15, $\theta = \frac{1}{2}\omega_o t = \frac{1}{2}(25{,}0 \text{ rad/s})(20{,}0 \text{ s}) = 250 \text{ rad}$.

(c) Dividindo o resultado do item (b) por 2π, obtemos $\theta = 39{,}8$ rev.

91. PENSE Quando a caixa é liberada, a força gravitacional produz um torque que faz a roda girar.

FORMULE Podemos usar a lei de conservação da energia para resolver o problema, caso em que as convenções adotadas para o sentido dos eixos e para o sentido de rotação da roda são irrelevantes.

(a) A energia cinética da caixa é dada por $K_{caixa} = m_{caixa}v^2/2$, em que v é a velocidade da caixa. A velocidade da caixa está relacionada à velocidade angular da roda pela equação $v = R\omega$. A energia cinética rotacional da roda é dada por $K_{roda} = I\omega^2/2$.

ANALISE (a) Explicitando a velocidade na equação da energia cinética da caixa, obtemos

$$K_{caixa} = \frac{1}{2} m_{caixa} v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K_{caixa}}{m_{caixa}}} = \sqrt{\frac{2(6{,}0 \text{ J})}{6{,}0 \text{ kg}}} = 1{,}41 \text{ m/s}$$

e, portanto, a velocidade angular é $\omega = v/r = (1{,}41 \text{ m/s})/(0{,}20 \text{ m}) = 7{,}07$ rad/s e a energia cinética de rotação é

$$K_{roda} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(0{,}40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(7{,}07 \text{ rad/s})^2 = 10{,}0 \text{ J}$$

(b) Como a caixa foi liberada a partir do repouso, vamos tomar a posição inicial como ponto de referência para a energia potencial gravitacional. De acordo com a lei de conservação da energia, temos

$$K_0 + U_0 = K + U \quad \Rightarrow \quad 0 + 0 = (6{,}0 \text{ J} + 10{,}0 \text{ J}) + m_{caixa} g(-h)$$

Assim,

$$h = \frac{K}{m_{caixa} g} = \frac{6{,}0 \text{ J} + 10{,}0 \text{ J}}{(6{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 0{,}27 \text{ m}$$

APRENDA Enquanto a caixa está caindo, a energia potencial gravitacional da caixa é convertida em energia cinética da caixa e em energia cinética rotacional da roda, mas a energia total é conservada.

92. (a) O tempo T que o Sol leva para completar uma revolução é igual à circunferência da órbita dividida pela velocidade v do Sol: $T = 2\pi R/v$, na qual R é o raio da órbita. Vamos converter o raio para quilômetros:

$$R = (2,3\times10^{4}\ \text{anos-luz})(9,46\times10^{12}\ \text{km/ano-luz}) = 2,18\times10^{17}\ \text{km},$$

sendo que a relação entre ano-luz e quilômetro pode ser encontrada no Apêndice D ou deduzida a partir da velocidade da luz. Assim, temos:

$$T = \frac{2\pi(2,18\times10^{17}\ \text{km})}{250\ \text{km/s}} = 5,5\times10^{15}\ \text{s}.$$

(b) O número N de revoluções é o tempo total t dividido pelo tempo T necessário para completar uma revolução, ou seja, $N = t/T$. Convertendo o tempo total de anos para segundos, obtemos

$$N = \frac{(4,5\times10^{9}\ \text{anos})(3,16\times10^{7}\ \text{s/ano})}{5,5\times10^{15}\ \text{s}} = 26.$$

93. PENSE A força aplicada P acelera o bloco e, além disso, produz um torque que faz a roda sofrer uma aceleração angular.

FORMULE Vamos tomar como positivo o sentido para a direita do movimento do bloco e o sentido anti-horário para a rotação da roda. Aplicando a segunda lei de Newton ao bloco, obtemos a relação $P - T = ma$, em que T é a força de tração da corda, m é a massa do bloco e a é a aceleração do bloco. Aplicando a segunda lei de Newton para rotações à roda, obtemos a relação $-TR = I\alpha$, em que R é o raio da roda, I é o momento de inércia da roda e α é a aceleração angular da roda. Multiplicando essa equação por R e levando em conta o fato de que a aceleração tangencial da corda $-a_t = -R\alpha$ na extremidade enrolada na roda deve ser igual à aceleração da corda na extremidade ligada ao bloco, obtemos

$$-TR^2 = -Ia \;\Rightarrow\; T = a\frac{I}{R^2}$$

Substituindo T pelo seu valor na equação $P - T = ma$ e explicitando a, obtemos $a = PR^2/(mR^2 + I)$, o que nos dá

$$\alpha = -\frac{a}{R} = -\frac{P}{(m + I/R^2)R}$$

ANÁLISE Substituindo os parâmetros pelos seus valores numéricos, obtemos

$$\alpha = -\frac{P}{(m + I/R^2)R} = -\frac{3,0\ \text{N}}{[2,0\ \text{kg} + (0,050\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)/(0,20\ \text{m})^2](0,20\ \text{m})} = -4,62\ \text{rad/s}^2$$

o que nos dá $|\alpha| = 4,62$ rad/s^2.

APRENDA Quanto maior a força aplicada P, maior o módulo da aceleração angular. Note que o sinal negativo de α não deve ser interpretado como uma desaceleração; ele indica apenas que a roda está girando no sentido horário.

94. Em primeiro lugar, convertemos a velocidade angular para radianos por segundo: $\omega = (2000\ \text{rev/min})(2\pi/60) = 209$ rad/s, e convertemos a velocidade do avião para unidades do SI units: $v_a = (480)(1000/3600) = 133$ m/s. Em seguida, usamos a Eq. 10-18, para resolver o item (a), e o teorema de Pitágoras, para resolver o item (b).

(a) A velocidade de um ponto da ponta da hélice em relação ao piloto é $v_t = \omega r = (209\ \text{rad/s})(1,5\ \text{m}) = 314$ m/s, que (como o comprimento das pás da hélice foi dado com apenas dois algarismos significativos) pode ser escrita na forma $v_t = 3,1\times10^2$ m/s.

(b) Como a velocidade $\vec{v}_a$ do avião e a velocidade $\vec{v}_p$ da ponta da hélice são mutuamente perpendiculares, a velocidade de um ponto da ponta da hélice do ponto de vista de um observador no solo é

$$v = \sqrt{v_p^2 + v_t^2} = \sqrt{(133\,\text{m/s})^2 + (314\,\text{m/s})^2} = 3{,}4 \times 10^2\ \text{m/s}$$

95. As distâncias que separam o ponto P das três partículas são:

$r_1 = a$ para a partícula situada no vértice inferior esquerdo (partícula 1)

$r_2 = \sqrt{b^2 - a^2}$ para a partícula situada no vértice superior (partícula 2)

$r_3 = a$ para a partícula situada no vértice inferior direito (partícula 3)

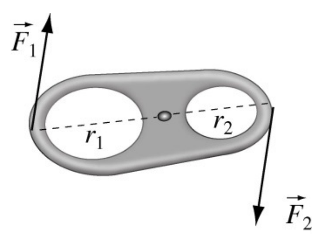
O momento de inércia do sistema em relação ao ponto P é

$$I = \sum_{i=1}^{3} m_i r_i^2 = \left(3a^2 + b^2\right) M,$$

o que nos dá $I = 0{,}208$ kg · m^2 para $M = 0{,}40$ kg, $a = 0{,}30$ m e $b = 0{,}50$. De acordo com a Eq. 10-52, temos:

$$W = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(0{,}208\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(5{,}0\ \text{rad/s})^2 = 2{,}6\ \text{J}.$$

96. A figura a seguir mostra o anel de puxar de uma lata de refrigerante. Como a peça é articulada, ao puxar uma das extremidades com uma força $\vec{F}_1$, exercemos uma força $\vec{F}_2$ sobre a outra extremidade. Para que a peça não gire, o torque produzido pela força $\vec{F}_1$ deve ser igual ao torque produzido pela força $\vec{F}_2$.



A igualdade dos torques significa que

$$r_1 F_1 = r_2 F_2$$

em que $r_1 \approx 1{,}8$ cm e $r_2 \approx 0{,}73$ cm. Assim, para $F_1 = 10$ N,

$$F_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right) F_1 \approx \left(\frac{1{,}8\ \text{cm}}{0{,}73\ \text{cm}}\right)(10\ \text{N}) \approx 25\ \text{N}.$$

97. A aceleração centrípeta em um ponto P situado a uma distância r do eixo de rotação é dada pela Eq. 10-23: $a = v^2/r = \omega^2 r$.

(a) Se os pontos A e P estão a distâncias radiais $r_A = 1{,}50$ m e $r = 0{,}150$ m do eixo de rotação, a diferença entre as acelerações centrípetas é

$$\Delta a = a_A - a = \omega^2 (r_A - r) = (209{,}4\ \text{rad/s})^2 (1{,}50\ \text{m} - 0{,}150\ \text{m}) \approx 5{,}92 \times 10^4\ \text{m/s}^2.$$

(b) A inclinação é $a/r = \omega^2 = 4{,}39 \times 10^4\ \text{s}^{-2}$.

98. Seja T a tensão da corda. De acordo com a segunda lei de Newton, temos:

$$T - mg = ma \ \Rightarrow\ T = m(g + a).$$

Como a caixa tem uma aceleração para cima $a = 0{,}80$ m/s^2, a tensão é

$$T = (30\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2 + 0{,}8\text{ m/s}^2) = 318\text{ N}.$$

Aplicando a segunda lei de Newton à rotação do mecanismo, temos:

$$FR - Tr = I\alpha = Ia/r\,\cdot$$

O momento de inércia é, portanto,

$$I = \frac{r(FR - Tr)}{a} = \frac{(0{,}20\text{ m})[(140\text{ N})(0{,}50\text{ m}) - (318\text{ N})(0{,}20\text{ m})]}{0{,}80\text{ m/s}^2} = 1{,}6\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

99. (a) O momento de inércia do sistema é

$$I = Mr^2 = (1{,}30\text{ kg})(0{,}780\text{ m})^2 = 0{,}791\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) O torque que deve ser aplicado para equilibrar a força de arrasto é

$$\tau = rf = (0{,}780\text{ m})(2{,}30\times10^{-2}\text{ N}) = 1{,}79\times10^{-2}\text{ N}\cdot\text{m}.$$

100. Podemos usar a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36). O índice 1 será usado para designar a barra mais curta e o índice 2 para designar a barra mais comprida.

(a) O momento de inércia é

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{12}m_1L_1^2 + \frac{1}{3}m_2L_2^2 = 0{,}019\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) Nesse caso, o momento de inércia é

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{12}m_1L_1^2 + m_1h^2 + \frac{1}{12}m_2L_2^2$$

em que $h = 0{,}26$ m é a distância entre o eixo e o centro da barra mais curta. Substituindo por valores numéricos, obtemos novamente $I = 0{,}019$ kg · m^2.

101. (a) A velocidade tangencial de um ponto da polia 1 é

$$v_1 = r_A\omega_A = (15\text{ cm})(10\text{ rad/s}) = 1{,}5\times10^2\text{ cm/s}\,.$$

(b) A velocidade angular da polia B é

$$r_B\omega_B = r_A\omega_A \quad\Rightarrow\quad \omega_B = \frac{r_A\omega_A}{r_B} = \left(\frac{15\text{ cm}}{10\text{ cm}}\right)(10\text{ rad/s}) = 15\text{ rad/s}\,.$$

(c) Como as duas polias estão rigidamente acopladas, a velocidade angular da polia B' é igual à da polia B, ou seja, $\omega'_B = 15$ rad/s .

(d) A velocidade tangencial de um ponto da polia 2 é

$$v_2 = r_{B'}\omega'_B = (5\text{ cm})(15\text{ rad/s}) = 75\text{ cm/s}\,\cdot$$

(e) A velocidade angular da polia C é

$$r_C\omega_C = r_{B'}\omega'_B \quad\Rightarrow\quad \omega_C = \frac{r_{B'}\omega'_B}{r_C} = \left(\frac{5\text{ cm}}{25\text{ cm}}\right)(15\text{ rad/s}) = 3{,}0\text{ rad/s}$$

102. (a) O momento de inércia em relação ao eixo especificado é

$$I = \sum m_i r_i^2 = (2M)L^2 + (2M)L^2 + M(2L)^2 = 5ML^2 = 8(1,6)(0,6)^2 = 4,6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

A energia cinética é dada pela Eq. 10-34:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = 3,3 \text{ J}.$$

(b) Neste caso, as bolas de massa $2M$ estão a uma distância $r = L\cos 30° = L\sqrt{3}/2$ do eixo e o momento de inércia é

$$I = \sum m_i r_i^2 = (2M)\left(\frac{3}{4}\right)L^2 + (2M)\left(\frac{3}{4}\right)L^2 + M(2L)^2 = 7ML^2 = 4,0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

A energia cinética é dada pela Eq. 10-34:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = 2,9 \text{ J}.$$

103. Podemos usar a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36).

(a) O momento de inércia é

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + Mh^2 = \frac{1}{12}(3,0 \text{ kg})(4,0 \text{ m})^2 + (3,0 \text{ kg})(1,0 \text{ m})^2 = 7,0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) A energia cinética de rotação é

$$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2K_{\text{rot}}}{I}} = \sqrt{\frac{2(20 \text{ J})}{7 \text{ kg}\cdot\text{m}^2}} = 2,4 \text{ rad/s}.$$

A velocidade linear da extremidade B da barra ao passar pela posição vertical é dada por $v_B = \omega r_{AB}$ = (2,4 rad/s)(3,00 m) = 7,2 m/s, sendo que r_{AB} é a distância entre os pontos A e B.

(c) O ângulo θ_{max} no qual a barra para momentaneamente é o ângulo para o qual toda a energia cinética de rotação é transformada em energia potencial. Quando a barra passa da posição vertical ($\theta = 0$) para o ângulo θ_{max}, o centro de massa sobe uma distância $\Delta y = d_{AC}(1-\cos\theta)$, na qual d_{AC} é a distância entre o ponto A e o centro de massa da barra. Assim, a variação de energia potencial é

$$\Delta U = mg\Delta y = mgd_{AC}(1-\cos\theta) \quad \Rightarrow \quad 20 \text{ J} = (3,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(1,0 \text{ m})(1-\cos\theta)$$

o que nos dá $\cos\theta = 0,32$, ou $\theta \approx 71°$.

104. (a) A distância entre a partícula A e o eixo de rotação é $r = 0$. A distância entre a partícula B e o eixo de rotação é $r = L$; a distância entre a partícula que está acima de A e o eixo também é $r = L$. A distância entre a partícula que está acima de B e o eixo é $r = L\sqrt{2}$. Assim,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2mL^2 + m\left(L\sqrt{2}\right)^2 = 4mL^2 = 4(0,2)(0,25) = 0,20 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) Quando o conjunto gira 90° no sentido horário em torno do eixo A, o centro de massa desce uma distância L. Tomando como referência para a energia potencial gravitacional a altura do centro de massa no instante em que a barra AB está na vertical, temos:

$$K_0 + U_0 = K + U \quad \Rightarrow \quad 0 + (4m)gh_0 = K + 0.$$

Como $h_0 = L = 0{,}50$ m, $K = 3{,}9$ J. Assim, de acordo com a Eq. 10-34,

$$K = \frac{1}{2} I_A \omega^2 \Rightarrow \omega = 6{,}3 \text{ rad/s.}$$

105. (a) De acordo com a Eq. 10-18, usando o índice *J* para indicar que os valores se referem ao jipe, temos

$$\omega = \frac{v_J}{r_J} = \frac{114 \text{ km/h}}{0{,}100 \text{ km}}$$

o que nos dá ω = 1140 rad/h ou, dividindo por 3600, ω = 0,32 rad/s.

(b) Como o guepardo se move com a mesma velocidade angular, podemos utilizar novamente a Eq. 10-18, usando o índice *g* para indicar que os valores se referem ao guepardo, o que nos dá

$$v_c = r_c \omega = (92\,\text{m})\,(1140 \text{ rad/h}) = 1{,}048 \times 10^5 \text{ m/h} \approx 1{,}0 \times 10^2 \text{ km/h}$$

para a velocidade do guepardo.

106. De acordo com as Eqs. 10-7 e 10-18, a aceleração angular média é

$$\alpha_{\text{méd}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{r\Delta t} = \frac{25 - 12}{(0{,}75/2)(6{,}2)} = 5{,}6 \,\text{rad / s}^2$$

107. (a) De acordo com a Eq. 10-1, o deslocamento angular é

$$\theta = \frac{5{,}6\,\text{m}}{8{,}0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 1{,}4 \times 10^2 \text{ rad}$$

(b) Explicitando *t* na Eq. 10-13, obtemos

$$t = \sqrt{\frac{2\theta}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2(1{,}4 \times 10^2 \text{ rad})}{1{,}5\,\text{rad/s}^2}} = 14\,\text{s}$$

108. (a) A velocidade angular é dada por

$$\omega = \frac{(33{,}33 \text{ rev / min})\ (2\pi \text{ rad/rev})}{60 \text{ s/min}} = 3{,}5 \text{ rad/s}$$

(b) De acordo com a Eq. 10-18, $v = r\omega$ = (15)(3,49) = 52 cm/s.

(c) Para r = 7,4 cm, $v = r\omega$ = (7,4)(3,49) = 26 cm/s.

O objetivo deste exercício é mostrar o que varia e o que não varia de um ponto para outro de um corpo que gira em torno de um eixo (ω é a mesma para todos os pontos, enquanto v depende da distância entre o ponto e o eixo de rotação), além de ressaltar a importância de converter os ângulos para radianos ao trabalhar com equações como a Eq. 10-18.