Capítulo 2

1. A velocidade (suposta constante) é v = (90 km/h)(1000 m/km) × (3600 s/h) = 25 m/s. Assim, em 0,50 s, o carro percorre uma distância $d = vt$ = (25 m/s)(0,50 s) ≈ 13 m.

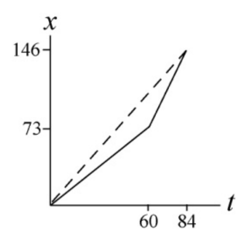
2. (a) Usando o fato de que tempo = distância/velocidade enquanto a velocidade é constante, temos:

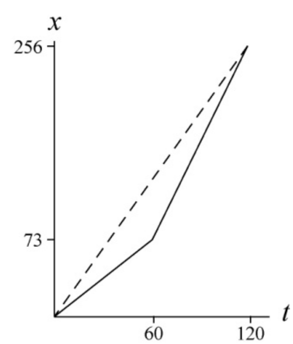
$$v_{\text{med}} = \frac{73{,}2\ \text{m} + 73{,}2\ \text{m}}{\frac{73{,}2\ \text{m}}{1{,}22\ \text{m/s}} + \frac{73{,}2\ \text{m}}{3{,}05\ \text{m}}} = 1{,}74\ \text{m/s}.$$

(b) Usando o fato de que distância = vt enquanto a velocidade é constante, temos:

$$v_{\text{med}} = \frac{(1{,}22\ \text{m/s})(60\ \text{s}) + (3{,}05\ \text{m/s})(60\ \text{s})}{120\ \text{s}} = 2{,}14\ \text{m/s}.$$

(c) Os gráficos são mostrados a seguir (com as distâncias em metros e os tempos em segundos). O primeiro é formado por dois segmentos de reta (linhas cheias), o primeiro com uma inclinação de 1,22 e o segundo com uma inclinação de 3,05. A inclinação da reta tracejada representa a velocidade média (nos dois gráficos). O segundo gráfico também é formado por dois segmentos de reta (linhas cheias), com a mesma inclinação que no primeiro. A diferença entre os dois gráficos é que, no segundo, a segunda fase durou muito mais tempo.





3. PENSE Este problema de cinemática unidimensional pode ser dividido em duas partes, e devemos calcular a velocidade média e a velocidade escalar média do carro.

FORMULE Como o percurso pode ser dividido em duas partes, vamos chamar de Δx_1 e Δx_2 o deslocamento durante a primeira e durante a segunda parte do movimento, e de Δt_1 e Δt_2 os intervalos de tempo correspondentes, respectivamente. Como o problema é unidimensional e os dois deslocamentos são na mesma direção e no mesmo sentido, o deslocamento total é simplesmente $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$, e o tempo total gasto no percurso é $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$. Usando a expressão da velocidade média dada pela Eq. 2-2, temos

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

Para calcular a velocidade escalar média, basta observar que, se durante um intervalo de tempo Δt a velocidade permanece constante, a velocidade escalar é o valor absoluto da velocidade, e a distância percorrida é igual ao valor absoluto do deslocamento, ou seja, $d = |\Delta x| = v\Delta t$.

ANALISE

(a) Durante a primeira parte do movimento, o deslocamento é Δx_1 = 40 km e o tempo gasto é

$$t_1 = \frac{(40\ \text{km})}{(30\ \text{km/h})} = 1{,}33\ \text{h}$$

Durante a segunda parte do movimento, o deslocamento é Δx_2 = 40 km e o tempo gasto é

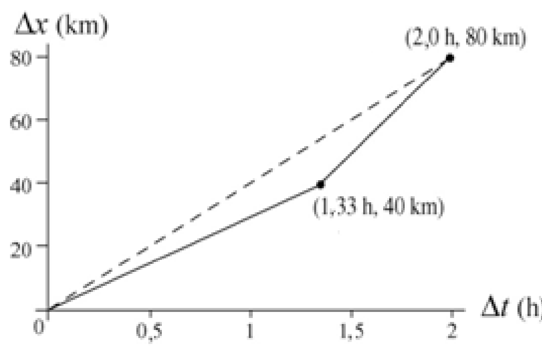
$$t_2 = \frac{(40 \text{ km})}{(60 \text{ km/h})} = 0{,}67 \text{ h}$$

Como o deslocamento total é $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 40 \text{ km} + 40 \text{ km} = 80 \text{ km}$, e o tempo total $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 2{,}00 \text{ h}$, a velocidade média é

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(80 \text{ km})}{(2{,}0 \text{ h})} = 40 \text{ km/h}$$

(b) Neste caso, a velocidade escalar média é igual à velocidade média: $v_{\text{esc méd}} = 40$ km/h.

(c) O gráfico da distância percorrida em função do tempo, que aparece na figura a seguir, é formado por dois segmentos de reta consecutivos, o primeiro com uma inclinação de 30 km/h, ligando a origem ao ponto $(\Delta t_1, \Delta x_1) = (1{,}33 \text{ h}, 40 \text{ km})$, e o segundo com uma inclinação de 60 km/h, ligando o ponto $(\Delta t_1, \Delta x_1)$ ao ponto $(\Delta t, \Delta x) = (2{,}00 \text{ h}, 80 \text{ km})$.



Graficamente, a inclinação da reta tracejada que liga a origem ao ponto $(\Delta t, \Delta x)$ representa a velocidade média.

APRENDA A velocidade média é uma grandeza vetorial que é função do deslocamento total (que também é um vetor) do ponto inicial ao ponto final e do tempo gasto para executar esse deslocamento.

4. Ao contrário da velocidade média, a velocidade escalar média está relacionada à distância total e não ao deslocamento total. Naturalmente, a distância D para subir a ladeira é igual à distância para descer a ladeira; como a velocidade escalar é constante (durante a subida e durante a descida), nos dois casos a velocidade escalar é D/t. Assim, a velocidade escalar média é dada por

$$\frac{D_{\text{subida}} + D_{\text{descida}}}{t_{\text{subida}} + t_{\text{descida}}} = \frac{2D}{\dfrac{D}{v_{\text{subida}}} + \dfrac{D}{v_{\text{descida}}}}$$

o que, depois de cancelar D e fazer $v_{\text{subida}} = 40$ km/h e $v_{\text{descida}} = 60$ km/h, nos dá uma velocidade escalar média de 48 km/h.

5. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, conhecemos a função posição, $x(t)$, de um objeto, e devemos calcular a posição e a velocidade do objeto em vários instantes de tempo.

FORMULE Se a função posição é $x(t) = (3 \text{ m/s})t - (4 \text{ m/s}^2)t^2 + (1 \text{ m/s}^3)t^3$, a posição do objeto no instante t_0 é dada por $x(t_0)$. No intervalo de tempo $t_1 \le t \le t_2$, o deslocamento do objeto é dado por $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$. De acordo com a Eq. 2-2, a velocidade média nesse intervalo é dada por

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

ANALISE (a) Fazendo $t = 1$ s na função $x(t)$, obtemos

$$x(1 \text{ s}) = (3 \text{ m/s})(1 \text{ s}) - (4 \text{ m/s}^2)(1 \text{ s})^2 + (1 \text{ m/s}^3)(1 \text{ s})^3 = 0.$$

(b) Para t = 2 s, obtemos x(2 s) = (3 m/s)(2 s) – (4 m/s²) (2 s)² + (1 m/s³)(2 s)³ = –2 m.

(c) Para t = 3 s, obtemos x (3 s) = (3 m/s)(3 s) – (4 m/s²) (3 s)² + (1 m/s³)(3 s)³ = 0 m.

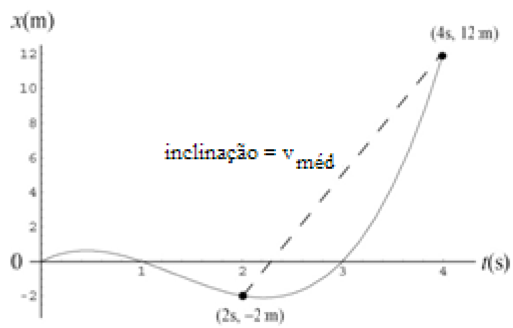
(d) Para t = 4 s, obtemos x(4 s) = (3 m/s)(4 s) – (4 m/s²)(4 s)² + (1 m/s³) (4 s)³ = 12 m.

(e) Como a posição do objeto em t = 0 é x = 0, o deslocamento entre t = 0 e t = 4 s é $\Delta x = x(4\text{ s}) - x(0) = 12\text{ m} - 0 = 12\text{ m}$.

(f) Como o deslocamento entre t = 2 s e t = 4 s é $\Delta x = x(4\text{ s}) - x(2\text{ s}) = 12\text{ m} - (-2\text{ m}) = 14\text{ m}$, a velocidade média é

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14\text{ m}}{2\text{ s}} = 7\text{ m/s}$$

(g) A figura a seguir mostra a posição do objeto em função do tempo no intervalo $0 \le t \le 4$. A inclinação da reta que liga o ponto (2 s, –2 m) ao ponto (4 s, 12 m) representa graficamente a velocidade média calculada no item (f).



APRENDA A representação gráfica mostra novamente que a velocidade média em um intervalo de tempo depende apenas do deslocamento entre o instante inicial e o instante final.

6. A velocidade de Huber foi

$$v_0 = (200\text{ m})/(6{,}509\text{ s}) = 30{,}72\text{ m/s} = 110{,}6\text{ km/h},$$

na qual usamos o fator de conversão 1 m/s = 3,6 km/h. Como Whittingham quebrou o recorde de Huber por 19,0 km/h, sua velocidade foi v_1 = (110,6 km/h + 19,0 km/h) = 129,6 km/h ou 36 m/s (1 km/h = 0,2778 m/s). Nesse caso, de acordo com a Eq. 2-2, o tempo gasto por Whittingham para percorrer os 200 m foi

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_1} = \frac{200\text{ m}}{36\text{ m/s}} = 5{,}554\text{ s}.$$

7. Como a distância entre os trens está diminuindo à taxa de 60 km/h, o tempo até o choque é t = (60 km)/(60 km/h) = 1,0 h. Durante esse tempo, o pássaro percorre uma distância $x = vt$ = (60 km/h)(1,0 h) = 60 km.

8. O tempo que cada pessoa leva para percorrer uma distância L com velocidade v_s é $\Delta t = L / v_s$. A cada pessoa que chega, a espessura da camada aumenta de uma espessura de corpo d.

(a) A taxa de aumento da camada de pessoas é

$$R = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{L / v_s} = \frac{dv_s}{L} = \frac{(0{,}25\text{ m})(3{,}50\text{ m/s})}{1{,}75\text{ m}} = 0{,}50\text{ m/s}$$

(b) O tempo necessário para que a espessura da camada chegue a $D = 5{,}0$ m é

$$t = \frac{D}{R} = \frac{5{,}0\text{ m}}{0{,}50\text{ m/s}} = 10\text{ s}$$

9. Convertidos para segundos, os tempos são t_1 = 147,95 s e t_2 = 148,15 s, respectivamente. Se os corredores fossem igualmente velozes, teríamos

$$s_{\text{med}1} = s_{\text{med}2} \quad \Rightarrow \quad \frac{L_1}{t_1} = \frac{L_2}{t_2}.$$

Isto nos dá

$$L_2 - L_1 = \left(\frac{148,15}{147,95} - 1\right) L_1 \approx 1,35 \text{ m}$$

na qual fizemos $L_1 \approx 1000$ m no último passo. Assim, se a diferença entre L_2 e L_1 for menor que aproximadamente 1,4 m, o corredor 1 é realmente mais rápido que o corredor 2. Entretanto, se a diferença entre L_2 e L_1 for maior que 1,4 m, o corredor 2 será o mais rápido.

10. Seja v_v a velocidade do vento e v_c a velocidade do carro.

(a) Suponha que, no intervalo de tempo t_1, o carro se move na mesma direção que o vento. Nesse caso, a velocidade efetiva do carro é dada por $v_{ef,1} = v_c + v_v$ e a distância percorrida é $d = v_{ef,1}t_1 = (v_c + v_v)t_1$. Na viagem de volta, durante o intervalo t_2, o carro se move no sentido contrário ao do vento e a velocidade efetiva é $v_{ef,2} = v_c - v_v$. Nesse caso, a distância percorrida é $d = v_{ef,2}t_2 = (v_c - v_v)t_2$. As duas expressões podem ser escritas na forma

$$v_c + v_v = \frac{d}{t_1} \quad \text{e} \quad v_c - v_v = \frac{d}{t_2}$$

Somando as duas equações e dividindo por dois, obtemos $v_c = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{t_1} + \frac{d}{t_2}\right)$. Assim, o método 1 fornece a velocidade do carro v_c na ausência de vento.

(b) No caso do método 2, o resultado é

$$v'_c = \frac{d}{(t_1 + t_2)/2} = \frac{2d}{t_1 + t_2} = \frac{2d}{\dfrac{d}{v_c + v_v} + \dfrac{d}{v_c - v_v}} = \frac{v_c^2 - v_v^2}{v_c} = v_c\left[1 - \left(\frac{v_v}{v_c}\right)^2\right].$$

A diferença relativa é

$$\frac{v_c - v'_c}{v_c} = \left(\frac{v_v}{v_c}\right)^2 = (0,0240)^2 = 5,76 \times 10^{-4}$$

e a diferença percentual é $5,76 \times 10^{-4} \times 100 \approx 0,06\%$

11. Os dados do problema deixam claro que a primeira parte da viagem (a 100 km/h) levou uma hora e a segunda parte (a 40 km/h) também levou 1 hora. Expresso em forma decimal, o tempo que resta é 1,25 hora e a distância restante é 160 km. Assim, a menor velocidade necessária é v = (160 km)/(1,25 h) = 128 km/h.

12. (a) Suponha que os carros rápidos e lentos estão separados por uma distância d no instante $t = 0$. Se durante o intervalo de tempo $t = L/v_1$ = (12,0 m)/(5,0 m/s) = 2,40 s no qual o carro lento percorreu uma distância L = 12,0 m, o carro rápido percorreu uma distância $vt = d + L$ para se juntar à fila de carros lentos, a onda de choque permanece estacionária. Essa condição exige uma separação de

$$d = vt - L = (25 \text{ m/s})(2,4 \text{ s}) - 12,0 \text{ m} = 48,0 \text{ m}.$$

(b) Suponha que a separação inicial em $t = 0$ seja d = 96,0 m. Em um instante posterior t, o carro lento percorreu uma distância $x = v_l t$ e o carro rápido se juntou à fila percorrendo uma distância $d + x$. Como

$$t = \frac{x}{v_s} = \frac{d+x}{v},$$

obtemos

$$x = \frac{v_l}{v - v_l} d = \frac{5,00 \text{ m/s}}{25,0 \text{ m/s} - 5,00 \text{ m/s}} (96,0 \text{ m}) = 24,0 \text{ m},$$

o que, por sua vez, nos dá $t = (24,0 \text{ m}) / (5,00 \text{ m/s}) = 4,80 \text{ s}$. Como o último carro da fila de carros lentos percorreu uma distância $\Delta x = x - L = 24,0 \text{ m} - 12,0 \text{ m} = 12,0 \text{ m}$, a velocidade do último carro da fila de carros lentos, que é igual à velocidade da onda de choque, é

$$v_{\text{choque}} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{12,0 \text{ m}}{4,80 \text{ s}} = 2,50 \text{ m/s}.$$

(c) Como $x > L$, o sentido da onda de choque é o sentido do movimento dos carros.

13. (a) Chamando o tempo de viagem e a distância entre Rio e São Paulo de T e D, respectivamente, a velocidade escalar média é

$$s_{\text{med1}} = \frac{D}{T} = \frac{(55 \text{ km/h})\frac{T}{2} + (90 \text{ km/h})\frac{T}{2}}{T} = 72,5 \text{ km/h}$$

que pode ser arredondada para 73 km/h.

(b) Usando o fato de que tempo = distância/velocidade se a velocidade for constante, obtemos

$$s_{\text{med2}} = \frac{D}{T} = \frac{D}{\dfrac{D/2}{55 \text{ km/h}} + \dfrac{D/2}{90 \text{ km/h}}} = 68,3 \text{ km/h}$$

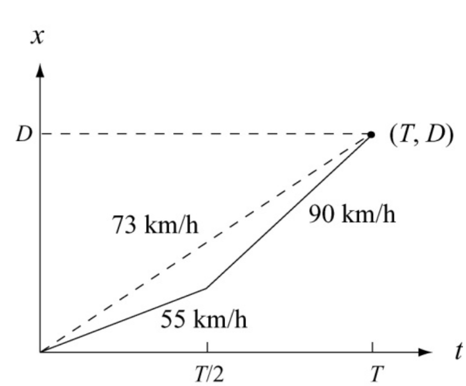
que pode ser arredondada para 68 km/h.

(c) A distância total percorrida ($2D$) não deve ser confundida com o deslocamento (zero). Obtemos, para a viagem de ida e volta,

$$s_{\text{med2}} = \frac{2D}{\dfrac{D}{72,5 \text{ km/h}} + \dfrac{D}{68,3 \text{ km/h}}} = 68,3 \text{ km/h}$$

(d) Como o deslocamento total é zero, a velocidade média na viagem inteira também é zero.

(e) Ao pedir um *gráfico*, o problema permite que o aluno escolha arbitrariamente a distância D (a intenção *não é* exigir que o aluno consulte um atlas); na verdade, o aluno pode escolher um valor para T em vez de D, como ficará claro na discussão a seguir. Vamos descrever sucintamente o gráfico. Ele é composto por dois segmentos de reta, o primeiro com uma inclinação de 55 km/h entre a origem e o ponto $(t_1, x_1) = (T/2, 55T/2)$, e o segundo com uma inclinação de 90 km/h entre os pontos (t_1, x_1) e (T, D), sendo $D = (55 + 90)T/2$. A velocidade média, do ponto de vista gráfico, é a inclinação da reta que liga a origem ao ponto (T, D). O gráfico (que não foi desenhado em escala) aparece a seguir.



14. Usando a identidade $\frac{d}{dx}\exp(bx) = b\exp(bx)$, obtemos

$$v = \frac{dx}{dt} = \left[\frac{d(19t)}{dt}\right] \cdot e^{-t} + (19t) \cdot \left(\frac{de^{-t}}{dt}\right).$$

Se o leitor ficou preocupado com a presença de um argumento na exponencial que não é adimensional ($-t$), pode introduzir um fator $1/T$ para o qual $T = 1$ segundo antes de executar os cálculos (o que não muda a resposta). O resultado da derivação é

$$v = 16(1 - t)e^{-t}$$

com t e v em unidades do SI (s e m/s, respectivamente). Vemos que esta função se anula para $t = 1$ s. Agora que sabemos em que instante o elétron para momentaneamente, podemos calcular *onde* o elétron para, fazendo $t = 1$ na função $x = 16te^{-t}$, com x em metros. O resultado é $x = 5{,}9$ m.

15. Usamos a Eq. 2-4 para resolver o problema.

(a) A velocidade da partícula é

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(4 - 12t + 3t^2\right) = -12 + 6t.$$

Assim, em $t = 1$ s, a velocidade é $v = (-12 + (6)(1)) = -6$ m/s.

(b) Como $v < 0$, a partícula está se movendo no sentido negativo do eixo x.

(c) Em $t = 1$ s, a *velocidade escalar* é $|v| = 6$ m/s.

(d) Para $0 < t < 2$ s, $|v|$ diminui até se anular. Para $2 < t < 3$ s, $|v|$ aumenta de zero até o valor do item (c). Isso significa que $|v|$ está aumentando.

(e) Sim, já que v varia continuamente de valores negativos (lembre-se do resultado para $t = 1$) para valores positivos (note que para $t \to +\infty$, temos $v \to +\infty$). É fácil verificar que $v = 0$ para $t = 2$ s.

(f) Não. Na verdade, como $v = -12 + 6t$, sabemos que $v > 0$ para $t > 2$ s.

16. Usamos a notação $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ nesta solução, na qual as duas últimas funções são obtidas por derivação:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -12t \quad \text{e} \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -12$$

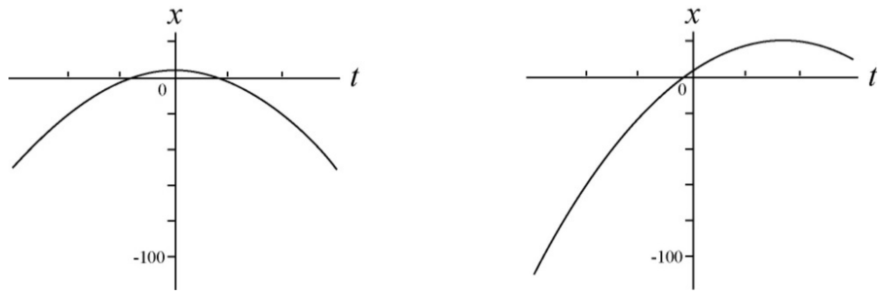
na qual está implícito que x e t estão em unidades do SI.

(a) Fazendo $v(t) = 0$, constatamos que a partícula está (momentaneamente) em repouso no instante $t = 0$.

(b) $x(0) = 4{,}0$ m.

(c) e (d) Fazendo $x(t) = 0$ na equação $x(t) = 4{,}0 - 6{,}0t^2$, obtemos $t = \pm 0{,}82$ s como os instantes em que a partícula passa pela origem.

(e) Mostramos a seguir tanto o gráfico pedido (do lado esquerdo) como o gráfico "deslocado" que está envolvido na resposta ao item (f). Nos dois casos, o eixo dos tempos cobre o intervalo $-3 \le t \le 3$ (com t em segundos).



(f) Chegamos ao gráfico da direita (mostrado acima) somando $20t$ à expressão de $x(t)$.

(g) Verificando em que pontos as inclinações dos gráficos se anulam, constatamos que o deslocamento faz com que o ponto em que $v = 0$ corresponda a um valor maior de x (o máximo da curva da direita está acima do máximo da curva da esquerda).

17. Usamos a Eq. 2-2 para calcular a velocidade média e a Eq. 2-4 para calcular a velocidade instantânea, trabalhando com as distâncias em centímetros e os tempos em segundos.

(a) Fazendo $t = 2{,}00$ s e $t = 3{,}00$ s na equação de $x(t)$, obtemos $x_2 = 21{,}75$ cm e $x_3 = 50{,}25$ cm, respectivamente. A velocidade média no intervalo $2{,}00 \le t \le 3{,}00$ s é

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50{,}25\ \text{cm} - 21{,}75\ \text{cm}}{3{,}00\ \text{s} - 2{,}00\ \text{s}}$$

o que nos dá $v_{\text{méd}} = 28{,}5$ cm/s.

(b) A velocidade instantânea é $v = dx/dt = 4{,}5t^2$, que, no instante $t = 2{,}00$ s, corresponde a $v = (4{,}5)(2{,}00)^2 = 18{,}0$ cm/s.

(c) Em $t = 3{,}00$ s, a velocidade instantânea é $v = (4{,}5)(3{,}00)^2 = 40{,}5$ cm/s.

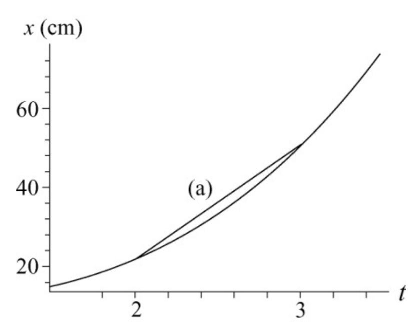
(d) Em $t = 2{,}50$ s, a velocidade instantânea é $v = (4{,}5)(2{,}50)^2 = 28{,}1$ cm/s.

(e) Chamando de t_m o instante em que a partícula está a meio caminho entre x_2 e x_3 (ou seja, o instante em que a partícula está em $x_m = (x_2 + x_3)/2 = 36$ cm), temos:

$$x_m = 9{,}75 + 1{,}5t_m^3 \quad \Rightarrow \quad t_m = 2{,}596$$

com t_m em segundos. A velocidade instantânea nesse instante é $v = 4{,}5(2{,}596)^2 = 30{,}3$ cm/s.

(f) A resposta do item (a) é dada pela inclinação da reta que liga os pontos $t = 2$ e $t = 3$ no gráfico de x em função de t a seguir. As respostas dos itens (b), (c), (d) e (e) correspondem às inclinações das retas tangentes à curva (que não foram traçadas mas são fáceis de imaginar) nos pontos apropriados.



18. (a) Derivando duas vezes a função $x(t) = 12t^2 - 2t^3$, obtemos as funções velocidade e aceleração:

$$v(t) = 24t - 6t^2 \quad \text{e} \quad a(t) = 24 - 12t$$

com a distância em metros e o tempo em segundos. Fazendo $t = 3$, obtemos $x(3) = 54$ m.

(b) Para $t = 3$, $v(3) = 18$ m/s.

(c) Para $t = 3$, $a(3) = -12$ m/s^2.

(d) No ponto em que x é máximo, $v = 0$; desprezando a solução $t = 0$, a equação da velocidade nos dá $t = 24/6 = 4$ s como o instante em que x é máximo. Fazendo $t = 4$ na equação de x, obtemos $x = 64$ m como a maior coordenada positiva atingida pela partícula.

(e) De acordo com o item (d), o valor de x é máximo no instante $t = 4{,}0$ s.

(f) No ponto em que v é máxima, $a = 0$, o que acontece em $t = 24/12 = 2{,}0$ s. Substituindo esse valor na equação da velocidade, obtemos $v_{max} = 24$ m/s.

(g) De acordo com o item (f), o valor de v é máximo no instante $t = 24/12 = 2{,}0$ s.

(h) No item (e), vimos que a partícula está (momentaneamente) em repouso no instante $t = 4$ s. A aceleração nesse instante é $24 - 12(4) = -24$ m/s^2.

(i) Para aplicar a definição de *velocidade média* (Eq. 2-2), precisamos conhecer os valores de x em $t = 0$ e $t = 3$ s, que são facilmente obtidos fazendo $t = 0$ e $t = 3$ na equação de x. O resultado é o seguinte:

$$v_{\text{méd}} = \frac{54-0}{3-0} = 18 \text{ m/s}.$$

19. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, conhecemos a velocidade de uma partícula em dois instantes de tempo e devemos calcular a aceleração média.

FORMULE Vamos supor que o sentido do movimento no instante inicial é o sentido positivo do eixo x. A aceleração média em um intervalo de tempo $t_1 \le t \le t_2$ é dada pela Eq. 2-7:

$$a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$$

ANALISE Seja $v_1 = +18$ m/s a velocidade da partícula no instante $t_1 = 0$ e seja $v_2 = -30$ m/s a velocidade da partícula no instante $t_2 = 2{,}4$ s. De acordo com a Eq. 2-7, temos

$$a_{\text{méd}} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{(-30 \text{ m/s}) - (+1 \text{ m/s})}{2{,}4 \text{ s} - 0} = -20 \text{ m/s}^2$$

APRENDA A aceleração média tem um módulo de 20 m/s^2 e aponta no sentido oposto ao da velocidade inicial da partícula. Isso faz sentido, já que a velocidade final da partícula tem o sentido oposto ao da velocidade inicial. Supondo que $t_1 = 0$, a velocidade da partícula em função do tempo é dada por

$$v = v_0 + at = (18 \text{ m/s}) - (20 \text{ m/s}^2)t$$

20. Usamos a notação $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ e determinamos as últimas duas funções por derivação:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{t} = -15t^2 + 20 \quad \text{e} \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -30t$$

nas quais está implícito que as distâncias e tempos estão em unidades do SI. Essas expressões são usadas na solução dos diferentes itens.

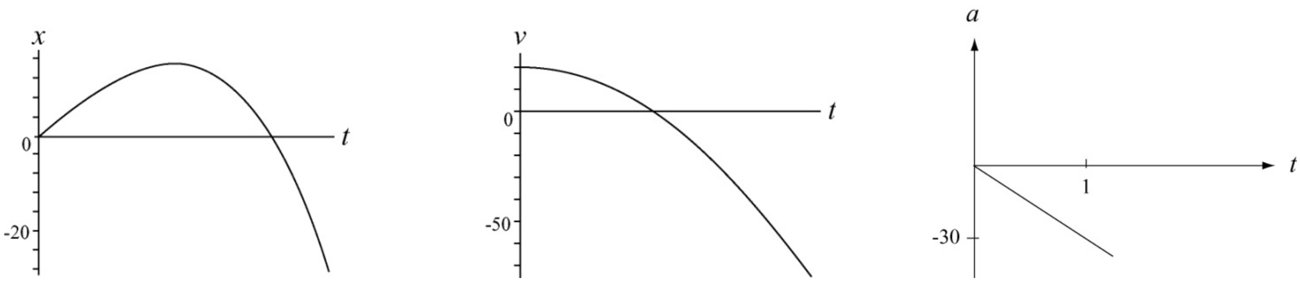
(a) Fazendo $0 = -15t^2 + 20$, vemos que o único valor positivo de t para o qual a partícula está (momentaneamente) em repouso é $t = \sqrt{20/15} = 1{,}2$ s.

(b) Fazendo $0 = -30t$, vemos que $a(0) = 0$ (ou seja, a aceleração é nula em $t = 0$).

(c) É claro que $a(t) = -30t$ é negativa para $t > 0$.

(d) É claro que $a(t) = -30t$ é positiva para $t < 0$.

(e) Os gráficos são mostrados a seguir. Está implícito que as distâncias estão em metros e os tempos em segundos.



21. Usamos a Eq. 2-2 para calcular a velocidade média e a Eq. 2-7 para calcular a aceleração média. A posição inicial do homem é tomada como a origem e o sentido do movimento no intervalo 5 min $\le t \le$ 10 min como sentido positivo do eixo x. Usamos também o fato de que $\Delta x = v\Delta t'$ se a velocidade é constante em um intervalo de tempo $\Delta t'$.

(a) O intervalo de tempo total considerado é $\Delta t = 8 - 2 = 6$ min, que equivale a 360 s, enquanto o subintervalo durante o qual o homem está *em movimento* é apenas $\Delta t' = 8 - 5 = 3$ min = 180 s. A posição do homem em $t = 2$ min é $x = 0$ e a posição em $t = 8$ min é $x = v\Delta t' =$ (2,2)(180) = 396 m. Assim,

$$v_{\text{med}} = \frac{396 \text{ m} - 0}{360 \text{ s}} = 1{,}10 \text{ m/s}.$$

(b) O homem está em repouso em $t = 2$ min e está se movendo com velocidade $v = +2{,}2$ m/s em $t = 8$ min. Assim, conservando apenas 3 algarismos significativos,

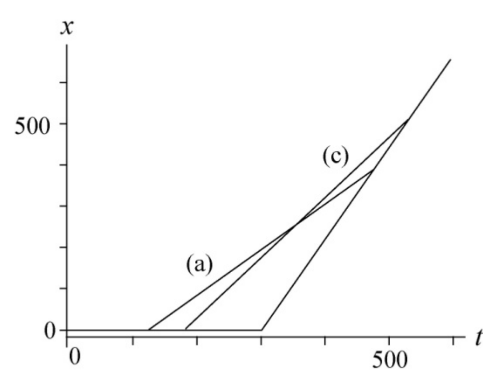
$$a_{\text{med}} = \frac{2{,}2 \text{ m/s} - 0}{360 \text{ s}} = 0{,}00611 \text{ m/s}^2.$$

(c) O intervalo inteiro é $\Delta t = 9 - 3 = 6$ min (360 s), enquanto o subintervalo no qual o homem está se movendo é $\Delta t' = 9 - 5 = 4$ min (240 s). A posição do homem em $t = 3$ min é $x = 0$ e a posição em $t = 9$ min é $x = v\Delta t' =$ (2,2)(240) = 528 m. Assim,

$$v_{\text{med}} = \frac{528 \text{ m} - 0}{360 \text{ s}} = 1{,}47 \text{ m/s}.$$

(d) O homem está em repouso em $t = 3$ min e está se movendo com velocidade $v = +2{,}2$ m/s em $t = 9$ min. Assim, $a_{\text{med}} = 2{,}2/360 = 0{,}00611$ m/s², como no item (b).

(e) A reta horizontal perto do eixo dos tempos neste gráfico de x em função de t representa o homem parado em $x = 0$ para $0 \le t <$ 300 s e a reta para $300 \le t \le 600$ s representa o homem se movendo com velocidade constante. A inclinação das outras retas é a solução dos itens (a) e (c).



O gráfico de v em função de t não foi desenhado, mas seria formado por dois "degraus" horizontais, um em $v = 0$ para $0 \le t < 300$ s e o outro em $v = 2{,}2$ m/s para $300 \le t \le 600$ s. As acelerações médias calculadas nos itens (b) e (d) seriam as inclinações das retas que ligam os pontos apropriados.

22. Nesta solução, fazemos uso da notação $x(t)$ para o valor de x para um certo valor de t. As notações $v(t)$ e $a(t)$ têm um significado análogo.

(a) Como o produto ct^2 tem dimensão de comprimento, a unidade de c deve ter dimensões de comprimento/tempo^2, ou seja, deve ser m/s^2 no SI.

(b) Como o produto bt^3 tem dimensão de comprimento, a unidade de b deve ter dimensões de comprimento/tempo^3, ou seja, deve ser m/s^3 no SI.

(c) Quando a partícula passa por uma coordenada máxima (ou mínima) a velocidade é zero. Como a velocidade é dada por $v = dx/dt = 2ct - 3bt^2$, $v = 0$ para $t = 0$ e para

$$t = \frac{2c}{3b} = \frac{2(3{,}0 \text{ m/s}^2)}{3(2{,}0 \text{ m/s}^3)} = 1{,}0 \text{ s} .$$

Para $t = 0$, $x = x_0 = 0$ e para $t = 1{,}0$ s, $x = 1{,}0$ m $> x_0$. Como estamos interessados no máximo, rejeitamos a primeira raiz ($t = 0$) e aceitamos a segunda ($t = 1$ s).

(d) Nos primeiros 4 s, a partícula se desloca da origem até o ponto $x = 1{,}0$ m, inverte o sentido do movimento e volta até o ponto

$$x(4 \text{ s}) = (3{,}0 \text{ m/s}^2)(4{,}0 \text{ s})^2 - (2{,}0 \text{ m/s}^3)(4{,}0 \text{ s})^3 = -80 \text{ m} .$$

A distância total percorrida é 1,0 m + 1,0 m + 80 m = 82 m.

(e) O deslocamento é $\Delta x = x_2 - x_1$, sendo que $x_1 = 0$ e $x_2 = -80$ m. Assim, $\Delta x = -80 \text{ m}$.

A velocidade é dada por $v = 2ct - 3bt^2 = (6{,}0 \text{ m/s}^2)t - (6{,}0 \text{ m/s}^3)t^2$.

(f) Fazendo $t = 1$ s, obtemos

$$v(1 \text{ s}) = (6{,}0 \text{ m/s}^2)(1{,}0 \text{ s}) - (6{,}0 \text{ m/s}^3)(1{,}0 \text{ s})^2 = 0.$$

(g) Da mesma forma, v(2s) = $(6{,}0 \text{ m/s}^2((2{,}0 \text{ s}) - (6{,}0 \text{ m/s}^3)(2{,}0 \text{ s})^2 = -12$ m/s.

(h) $v(3 \text{ s}) = (6{,}0 \text{ m/s}^2)(3{,}0 \text{ s}) - (6{,}0 \text{ m/s}^3)(3{,}0 \text{ s})^2 = -36 \text{ m/s}$.

(i) v(4s) = $(6{,}0 \text{ m/s}^2)(4{,}0 \text{ s}) - (6{,}0 \text{ m/s}^3)(4{,}0 \text{ s})^2 = -72$ m/s.

A aceleração é dada por $a = dv/dt = 2c - 6b = 6{,}0 \text{ m/s}^2 - (12{,}0 \text{ m/s}^3)t$.

(j) Fazendo $t = 1$ s, obtemos

$$a(1 \text{ s}) = 6{,}0 \text{ m/s}^2 - (12{,}0 \text{ m/s}^3)(1{,}0 \text{ s}) = -6{,}0 \text{ m/s}^2.$$

(k) $a(2 \text{ s}) = 6{,}0 \text{ m/s}^2 - (12{,}0 \text{ m/s}^3)(2{,}0 \text{ s}) = -18 \text{ m/s}^2$.

(l) $a(3 \text{ s}) = 6{,}0 \text{ m/s}^2 - (12{,}0 \text{ m/s}^3)(3{,}0 \text{ s}) = -30 \text{ m/s}^2$.

(m) $a(4\text{s}) = 6{,}0 \text{ m/s}^2 - (12{,}0 \text{ m/s}^3)(4{,}0 \text{ s}) = -42 \text{ m/s}^2$.

23. PENSE Conhecendo a velocidade inicial, a velocidade final, a distância percorrida, e sabendo que a aceleração é constante, podemos calcular o valor da aceleração do elétron.

FORMULE Como se trata de um problema de cinemática unidimensional em que a aceleração é constante, podemos analisar o movimento do elétron usando as equações da Tabela 2-1:

$$v = v_0 + at \qquad (2-11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (2-16)$$

Neste caso, como conhecemos a velocidade inicial, a velocidade final, e a distância percorrida, a equação mais conveniente é a Eq. 2-16.

ANALISE Para $v_0 = 1{,}50\times10^5$ m/s, $v = 5{,}70\times10^6$ m/s, $x_0 = 0$ e $x = 0{,}010$ m, temos

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5{,}7\times10^6\ \text{m/s})^2 - (1{,}5\times10^5\ \text{m/s})^2}{2(0{,}010\ \text{m})} = 1{,}62\times10^{15}\ \text{m/s}^2$$

APRENDA É sempre aconselhável usar outras equações da Tabela 2-1 para verificar se a solução obtida está correta. Assim, por exemplo, como agora conhecemos o valor da aceleração, podemos usar a Eq. 2-11 para calcular o tempo necessário para que o elétron atinja a velocidade final:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{5{,}70\times10^6\ \text{m/s} - 1{,}5\times10^5\ \text{m/s}}{1{,}62\times10^{15}\ \text{m/s}^2} = 3{,}426\times10^{-9}\ \text{s}$$

Substituindo esse valor de t na Eq. 2-15, podemos obter a distância percorrida pelo elétron:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + (1{,}5\times10^5\ \text{m/s})(3{,}426\times10^{-9}\ \text{s}) + \frac{1}{2}(1{,}62\times10^{15}\ \text{m/s}^2)(3{,}426\times10^{-9}\ \text{s})^2$$
$$= 0{,}01\ \text{m}$$

Como esse é o valor que aparece no enunciado do problema, sabemos que a solução está correta.

24. Neste problema, conhecemos a velocidade inicial, a velocidade final, o deslocamento e precisamos calcular a aceleração. Para isso, usamos a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$.

(a) Como $v_0 = 0$, $v = 1{,}6$ m/s e $\Delta x = 5{,}0\,\mu$m, a aceleração dos esporos durante o lançamento é

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5{,}7\times10^5)^2 - (1{,}5\times10^5)^2}{2(0{,}01)} = 1{,}62\times10^{15}\ \text{m/s}^2.$$

(b) Na fase de redução de velocidade, a aceleração é

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5{,}7\times10^5)^2 - (1{,}5\times10^5)^2}{2(0{,}01)} = 1{,}62\times10^{15}\ \text{m/s}^2.$$

O sinal negativo significa que a velocidade dos esporos está diminuindo.

25. Separamos o movimento em duas partes e tomamos o sentido do movimento como positivo. Na parte 1, o veículo acelera do repouso até a velocidade máxima; sabemos que $v_0 = 0$, $v = 20$ m/s e $a = 2{,}0$ m/s². Na parte 2, o veículo desacelera da velocidade máxima até o repouso; sabemos que $v_0 = 20$ m/s, $v = 0$ e $a = -1{,}0$ m/s² (a aceleração é negativa porque o vetor aceleração aponta no sentido contrário ao do movimento).

(a) Usando a Tabela 2-1, calculamos t_1 (a duração da parte 1) a partir da equação $v = v_0 + at$. Assim, $20 = 0 + 2{,}0t_1$ nos dá $t_1 = 10$ s. Obtemos a duração t_2 da parte 2 usando a mesma equação. Assim, $0 = 20 + (-1{,}0)t_2$ nos dá $t_2 = 20$ s e o tempo total é $t = t_1 + t_2 = 30$ s.

(b) Na parte 1, fazendo $x_0 = 0$, usamos a equação $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ da Tabela 2-1 para obter

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(20\ \text{m/s})^2 - (0)^2}{2(2,0\ \text{m/s}^2)} = 100\ \text{m}$$

Como essa posição é a posição *inicial* da parte 2, usamos a mesma equação na parte 2 para obter

$$x - 100\ \text{m} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(0)^2 - (20\ \text{m/s})^2}{2(-1,0\ \text{m/s}^2)}$$

Assim, a posição final é $x = 300$ m. O fato de que essa é também a distância total é evidente (o veículo não fez meia-volta em nenhum momento).

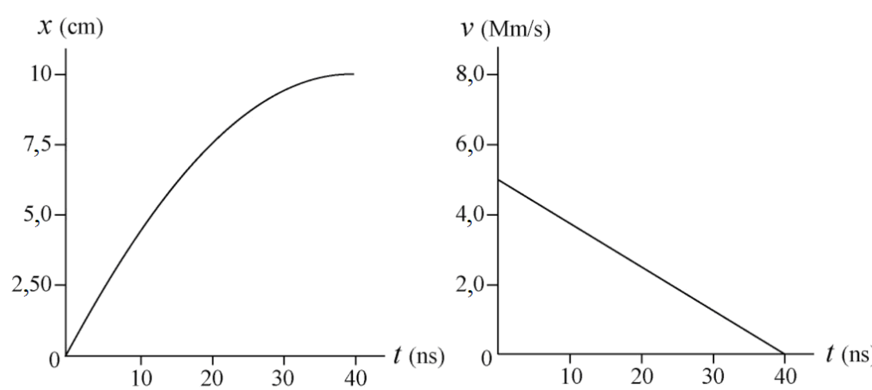
26. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1.

(a) Fazendo $v = 0$ e $x_0 = 0$ em $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, obtemos

$$x = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2}\left(\frac{5,00 \times 10^6}{-1,25 \times 10^{14}}\right) = 0,100\ \text{m}\ .$$

Como a velocidade do múon está diminuindo, a velocidade inicial e a aceleração têm sinais opostos.

(b) Os gráficos a seguir mostram a posição x e a velocidade v do múon em função do tempo. Como o cálculo do item (a) não envolveu o tempo, outras equações da Tabela 2-1 (como $v = v_0 + at$ e $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$) foram usadas para desenhar esses gráficos.



27. Usamos a equação $v = v_0 + at$, com $t = 0$ como o instante em que a velocidade é igual a +9,6 m/s.

(a) Como estamos interessados em calcular a velocidade em um instante *anterior* a $t = 0$, fazemos $t = -2,5$ s. Nesse caso, a Eq. 2-11 nos dá

$$v = (9,6\ \text{m/s}) + \left(3,2\ \text{m/s}^2\right)(-2,5\ \text{s}) = 1,6\ \text{m/s}.$$

(b) Para $t = +2,5$ s, temos:

$$v = (9,6\ \text{m/s}) + \left(3,2\ \text{m/s}^2\right)(2,5\ \text{s}) = 18\ \text{m/s}.$$

28. Tomamos $+x$ como o sentido do movimento, o que nos dá $v_0 = +24,6$ m/s e $a = -4,92$ m/s². Também fazemos $x_0 = 0$.

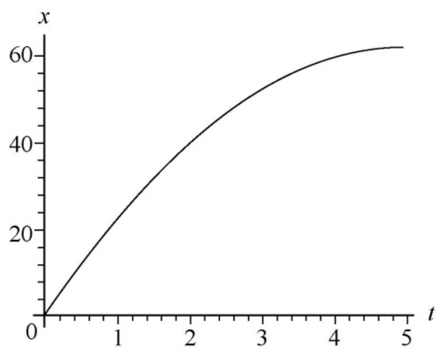
(a) O tempo que o carro leva para parar pode ser calculado usando a Eq. 2-11:

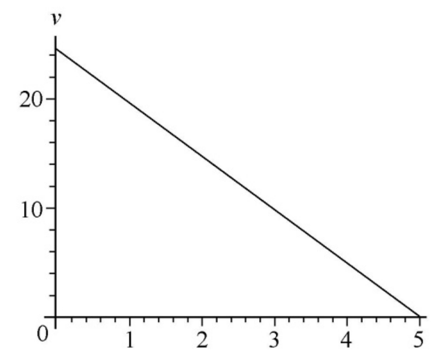
$$0 = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{24,6\ \text{m/s}}{-4,92\ \text{m/s}^2} = 5,00\ \text{s}.$$

(b) Entre as várias equações da Tabela 2-1 que poderíamos usar, escolhemos a Eq. 2-16 [que não depende da resposta do item (a)].

$$0 = v_0^2 + 2ax \Rightarrow x = -\frac{24{,}6\ \text{m/s})^2}{2(-4{,}92\ \text{m/s}^2)} = 61{,}5\ \text{m}.$$

(c) Usando esses resultados, plotamos $v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (gráfico a seguir, à esquerda) e $v_0 + at$ (gráfico à direita) no intervalo $0 \le t \le 5$ s. As unidades do SI estão implícitas.





29. Supomos que os períodos de aceleração (de duração t_1) e de desaceleração (de duração t_2) são períodos de a constante, de modo que as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas. Tomando o sentido do movimento como sendo $+x$, $a_1 = +1{,}22$ m/s² e $a_2 = -1{,}22$ m/s². Usando unidades do SI, a velocidade no instante $t = t_1$ é $v = 305/60 = 5{,}08$ m/s.

(a) Chamamos de Δx a distância percorrida no intervalo t_1 e usamos a Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_1\Delta x \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{5{,}08^2}{2(1{,}22)} = 10{,}59\ \text{m} \approx 10{,}6\ \text{m}.$$

(b) Usando a Eq. 2-11, temos:

$$t_1 = \frac{v - v_0}{a_1} = \frac{5{,}08}{1{,}22} = 4{,}17\ \text{s}.$$

Como o tempo de desaceleração t_2 é igual a t_1, $t_1 + t_2 = 8{,}34$ s. Como as distâncias percorridas nos intervalos de tempo t_1 e t_2 são iguais, a distância total é 2(10,59 m) = 21,18 m. Isso significa que em uma distância de 190 m – 21,18 m = 168,82 m, o elevador está se movendo com velocidade constante. O tempo que o elevador passa se movendo com velocidade constante é

$$t_3 = \frac{168{,}82\ \text{m}}{5{,}08\ \text{m/s}} = 33{,}21\ \text{s}.$$

Assim, o tempo total é 8,33 s + 33,21 s ≈ 41,5 s.

30. Escolhemos como sentido positivo o sentido da velocidade inicial do carro (o que significa que $a < 0$, já que a velocidade está diminuindo). Supomos que a aceleração é constante e usamos a Tabela 2-1.

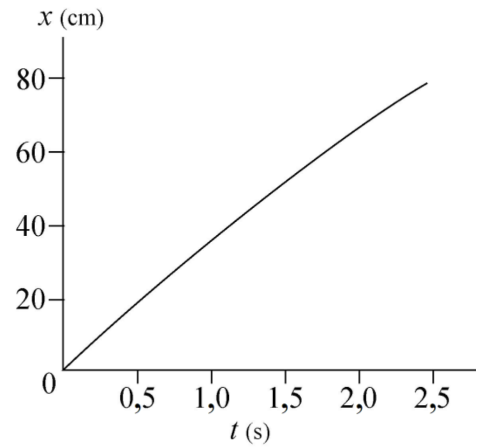
(a) Fazendo $v_0 = 137$ km/h = 38,1 m/s, $v = 90$ km/h = 25 m/s e $a = -5{,}2$ m/s² na equação $v = v_0 + at$, temos:

$$t = \frac{25\ \text{m/s} - 38\ \text{m/s}}{-5{,}2\ \text{m/s}^2} = 2{,}5\ \text{s}\ .$$

(b) Supomos que o carro está em $x = 0$ quando os freios são aplicados (no instante $t = 0$). Nesse caso, a posição do carro em função do tempo é dada por

$$x = (38)t + \frac{1}{2}(-5{,}2)t^2$$

em unidades do SI. Essa função está plotada no gráfico a seguir entre $t = 0$ e $t = 2{,}5$ s. Não mostramos o gráfico da velocidade em função do tempo; é uma linha reta de inclinação negativa entre v_0 e v.



31. PENSE A nave espacial é submetida a uma aceleração constante a partir do repouso, e devemos calcular o tempo gasto e a distância percorrida até que a nave atinja uma determinada velocidade.

FORMULE Como se trata de um problema de cinemática unidimensional em que a aceleração é constante, podemos analisar o movimento da nave usando as equações da Tabela 2-1:

$$v = v_0 + at \qquad (2-11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (2-16)$$

ANALISE (a) Para $a = 9{,}8\ \text{m/s}^2,\ v_0 = 0$ e $v = 0{,}1c = 3{,}0\times10^7\ \text{m/s},$ a Eq. 2-11 nos dá

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{3{,}0\times10^7\ \text{m/s} - 0}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 3{,}1\times10^6\ \text{s}$$

o que corresponde a aproximadamente 1 mês e 6 dias. Assim, o foguete leva pouco mais de um mês para atingir uma velocidade de $0{,}1c$ partindo do repouso com uma aceleração de $9{,}8\ \text{m/s}^2$.

(b) Para calcular a distância percorrida nesse intervalo de tempo, usamos a Eq. 2-15 com $x_0 = 0$ e $v_0 = 0.$ O resultado é

$$x = \frac{1}{2}\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)(3{,}1\times10^6\,\text{s})^2 = 4{,}6\times10^{13}\ \text{m}$$

APRENDA Para resolver os itens (a) e (b), não precisamos usar a Eq. 2-16: $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0).$ Agora podemos usá-la para verificar se as respostas estão corretas. De acordo com essa equação, a velocidade final é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} = \sqrt{0 + 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(4{,}6\times10^{13}\ \text{m} - 0)} = 3{,}0\times10^7\ \text{m/s},$$

Como esse é o valor que aparece no enunciado do problema, sabemos que a solução está correta.

32. A aceleração pode ser calculada usando a Eq. 2-11 (ou a Eq. 2-7, se interpretada corretamente):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(1020\ \text{km/h})\left(\dfrac{1000\ \text{m/km}}{3600\ \text{s/h}}\right)}{1{,}4\ \text{s}} = 202{,}4\ \text{m/s}^2.$$

Em termos de g, a aceleração da gravidade, temos:

$$a = \frac{202,4}{9,8} g = 21g.$$

33. PENSE Como o carro está sendo freado, a aceleração é negativa. Conhecendo a velocidade inicial, a distância percorrida, e sabendo que a aceleração é constante, podemos calcular a aceleração e a velocidade do carro antes do choque.

FORMULE Como se trata de um problema de cinemática unidimensional em que a aceleração é constante, podemos analisar o movimento do carro usando as equações da Tabela 2-1:

$$v = v_0 + at \qquad (2-11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (2-16)$$

Podemos supor que $x_0 = 0$ e $v_0 = 56,0$ km/h = 15,55 m/s são a posição inicial e a velocidade inicial do carro. Resolvendo a Eq. 2-15 para $t = 2,00$ s, obtemos a aceleração a. Conhecendo a, podemos usar a Eq. 2-11 para calcular a velocidade do carro no instante do choque.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 2-15, temos

$$a = \frac{2(x - v_0 t)}{t^2} = \frac{2\left[(24,0\text{ m}) - (15,55\text{ m/s})(2,00\text{ s})\right]}{(2,00\text{ s})^2} = -3,56\text{m/s}^2,$$

o que nos dá $|a| = 3,56\text{ m/s}^2$. O sinal negativo indica que a aceleração tem o sentido oposto ao da velocidade do carro, ou seja, que o carro está sendo freado.

(b) A velocidade do carro no instante do choque é

$$v = v_0 + at = 15,55\text{ m/s} + (-3,56\text{ m/s}^2)(2,00\text{ s}) = 8,43\text{ m/s}$$

o que equivale a $30,3$ km/h.

APRENDA Para resolver os itens (a) e (b), não precisamos usar a Eq. 2-16: $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$. Agora podemos usá-la para verificar se as respostas estão corretas. De acordo com essa equação, a velocidade final é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} = \sqrt{(15,55\text{ m/s})^2 + 2(-3,56\text{ m/s}^2)(24\text{ m} - 0)} = 8,43\text{ m/s}$$

Como esse é o valor calculado no item (b), sabemos que a solução está correta.

34. Seja d a distância de 220 m entre os carros no instante $t = 0$, v_1 a velocidade de 20 km/h = 50/9 m/s correspondente ao ponto x_1 = 44,5 m e v_2 a velocidade de 40 km/h =100/9 m/s correspondente ao ponto x_2 = 76,6 m. Temos duas equações (baseadas na Eq. 2-17):

$$d - x_1 = v_o t_1 + a\, t_1^2/2 \qquad \text{na qual } t_1 = x_1/v_1$$

$$d - x_2 = v_o t_2 + a\, t_2^2/2 \qquad \text{na qual } t_2 = x_2/v_2$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos os seguintes resultados:

(a) A velocidade inicial do carro verde é $v_o = -13,9$ m/s, ou aproximadamente –50 km/h (o sinal negativo indica que o carro se move no sentido negativo do eixo x).

(b) A aceleração do carro verde é $a = -2,0$ m/s² (o sinal negativo indica que a aceleração é no sentido negativo do eixo x).

35. As posições dos carros em função do tempo são dadas por

$$x_A(t) = x_{A0} + \frac{1}{2}a_A t^2 = (-35{,}0\ \text{m}) + \frac{1}{2}a_A t^2$$
$$x_B(t) = x_{B0} + v_B t = (270\ \text{m}) - (20\ \text{m/s})t$$

Os dois carros se cruzam no instante t = 12,0 s em que as retas se encontram. Isso significa que

$$(270\ \text{m}) - (20\ \text{m/s})(12{,}0\ \text{s}) = 30\ \text{m} = (-35{,}0\ \text{m}) + a_A(12{,}0\ \text{s})^2/2$$

o que nos dá $a_A = 0{,}90\ \text{m/s}^2$.

36. (a) Usamos a Eq. 2-15 para a parte 1 do percurso e a Eq. 2-18 para a parte 2:

$$\Delta x_1 = v_{01}t_1 + a_1 t_1^2/2 \quad \text{em que } a_1 = 2{,}25\ \text{m/s}^2 \text{ e } \Delta x_1 = \frac{900}{4}\text{m}$$

$$\Delta x_2 = v_2 t_2 - a_2 t_2^2/2 \quad \text{em que } a_2 = -0{,}75\ \text{m/s}^2 \text{ e } \Delta x_2 = \frac{3(900)}{4}\text{m}$$

Além disso, $v_{01} = v_2 = 0$. Resolvendo as duas equações e somando os tempos, obtemos $t = t_1 + t_2$ = 56,6 s.

(b) Usamos a Eq. 2-16 para a parte 1 do percurso:

$$v^2 = (v_{o1})^2 + 2a_1\Delta x_1 = 0 + 2(2{,}25)\left(\frac{900}{4}\right) = 1013\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

o que nos dá uma velocidade máxima v = 31,8 m/s.

37. (a) De acordo com a figura, x_0 = –2,0 m. Usamos a equação

$$x - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

com t = 1,0 s e também com t = 2,0 s. Isso nos dá duas equações com duas incógnitas, v_0 e a:

$$0{,}0 - (-2{,}0) = v_0(1{,}0) + \frac{1}{2}a(1{,}0)^2$$
$$6{,}0 - (-2{,}0) = v_0(2{,}0) + \frac{1}{2}a(2{,}0)^2 .$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos v_0 = 0 e a = 4,0 m/s².

(b) O fato de que a resposta é positiva significa que o vetor aceleração aponta no sentido positivo do eixo x.

38. Supomos que o trem acelera a partir do repouso ($v_0 = 0$ e $x_0 = 0$) com uma aceleração $a_1 = +1.34\ \text{m/s}^2$ até o ponto médio do percurso e depois desacelera com uma aceleração $a_2 = -1.34\ \text{m/s}^2$ até parar (v_2 = 0) na estação seguinte. O ponto médio é x_1 = 806/2 = 403 m.

(a) Chamando de v_1 a velocidade no ponto médio, temos, de acordo com a Eq. 2-16,

$$v_1^2 = v_0^2 + 2a_1x_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2(1{,}34)(403)} = 32{,}9\ \text{m/s}.$$

(b) O tempo t_1 que o trem passa acelerando é (usando a Eq. 2-15)

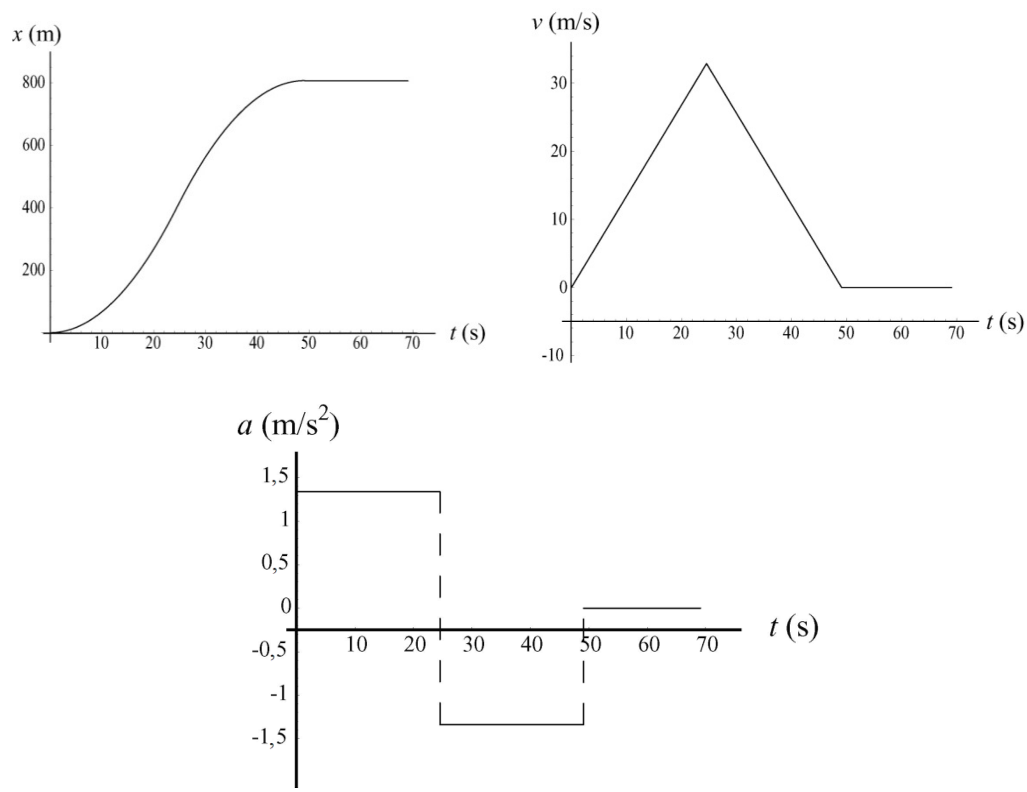
$$x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2(403)}{1{,}34}}.$$

Como o tempo que o trem passa desacelerando é igual, multiplicamos este resultado por dois para obter t = 49,1 s como tempo de percurso entre as estações.

(c) Com um "tempo morto" de 20 s, temos $T = t + 20$ = 69,1 s para o tempo total entre as partidas. Assim, a Eq. 2-2 nos dá

$$v_{\text{med}} = \frac{806\text{ m}}{69{,}1\text{ s}} = 11{,}7\text{ m/s}.$$

(d) A figura seguinte mostra os gráficos de x, v e a em função de t. O terceiro gráfico, $a(t)$, é formado por três "degraus" horizontais, um em 1,34 m/s² no intervalo $0 < t <$ 24,53 s, outro em –1,34 m/s² no intervalo 24,53 s $< t <$ 49,1 s e o último no "tempo morto" entre 49,1 s e 69,1 s.



39. (a) Notamos que v_A = 12/6 = 2 m/s (com dois algarismos significativos implícitos). Assim, com um valor inicial de x de 20 m, o carro A estará no ponto x = 28 m no instante t = 4 s. Este deve ser o valor de x para o carro B no mesmo instante; usamos a Eq. 2-15:

$$28\text{ m} = (12\text{ m/s})t + a_B t^2/2 \quad \text{para } t = 4{,}0\text{ s}.$$

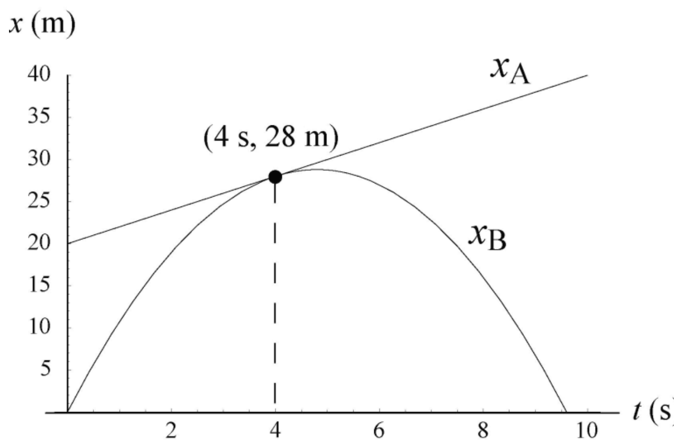
Isso nos dá a_B = – 2,5 m/s².

(b) A questão é a seguinte: usando o valor obtido para a_B no item (a), existem outros valores de t (além de t = 4 s) para os quais $x_A = x_B$? Em termos matemáticos, a condição é a seguinte:

$$20 + 2t = 12t + a_B t^2/2$$

em que $a_B = -5/2$. A equação possui duas raízes diferentes, a menos que o discriminante $\sqrt{10^2 - 2(-20)(aB)}$ seja nulo. Em nosso caso, o discriminante *é* nulo, o que significa que existe apenas uma raiz. Os carros ficam lado a lado apenas no instante t = 4 s.

(c) O gráfico pedido, que aparece a seguir, é formado por uma linha reta (x_A) tangente a uma parábola (x_B) no ponto t = 4.



(d) Estamos interessados apenas nas raízes *reais*, o que significa que $10^2 - 2(-20)(a_B) \geq 0$. Para $|a_B| > 5/2$, não existem soluções reais para a equação e, portanto, os carros nunca ficam lado a lado.

(e) Nesse caso, temos $10^2 - 2(-20)(a_B) > 0 \Rightarrow$ duas raízes reais. Os carros ficam lado a lado em duas ocasiões diferentes.

40. Tomando o sentido positivo do eixo x como o sentido do movimento, $a = -5{,}18$ m/s² e $v_0 = 55(1000/3600) = 15{,}28$ m/s.

(a) Como a velocidade durante o tempo de reação T é constante, a distância percorrida é

$$d_r = v_0 T - (15{,}28 \text{ m/s})\,(0{,}75 \text{ s}) = 11{,}46 \text{ m}.$$

Podemos usar a Eq. 2-16 (com $v = 0$) para calcular a distância d_f percorrida durante a frenagem:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad_b \;\Rightarrow\; d_b = -\frac{15{,}28^2}{2(-5{,}18)}$$

o que nos dá $d_f = 22{,}53$ m. Assim, a distância total é $d_r + d_f = 34{,}0$ m, o que significa que o motorista *consegue* parar a tempo. Se o motorista mantivesse a velocidade v_0, o carro chegaria ao cruzamento em $t = (40 \text{ m})/(15{,}28 \text{ m/s}) = 2{,}6$ s, um tempo apenas suficiente para passar pelo cruzamento antes de o sinal ficar vermelho.

(b) Nesse caso, a distância total para parar (que no item (a) foi calculada como sendo 34 m) é maior que a distância até o cruzamento, de modo que o motorista não conseguiria parar a tempo. Além disso, o tempo para chegar ao cruzamento sem frear seria 32/15,28 = 2,1 s, enquanto o sinal ficaria vermelho em 1,8 s. O motorista estaria entre a cruz e a caldeirinha.

41. O deslocamento Δx para cada trem é a área sob a curva, já que o deslocamento é a integral da velocidade. As áreas são triangulares e a área de um triângulo é 1/2(base) × (altura). Assim, em valor absoluto, o deslocamento de um dos trens é (1/2)(40 m/s)(5 s) = 100 m e o deslocamento do outro é (1/2)(30 m/s)(4 s) = 60 m. Como a distância inicial entre os trens era 200 m, a distância final é 200 – (100 + 60) = 40 m.

42. (a) Note que 110 km/h equivalem a 30,56 m/s. Em 2 s, seu carro percorre uma distância de 61,11 m. O carro da polícia, que está freando, percorre uma distância (dada pela Eq. 2-15) de 51,11 m. Como a distância inicial entre os dois carros era 25 m, isso significa que a distância diminuiu para 25 – (61,11 – 51,11) = 15 m.

(b) Primeiro somamos 0,4 s ao tempo do item (a). Durante um intervalo de 2,4 s, seu carro percorre uma distância de 73,33 m e o carro da polícia percorre uma distância (dada pela Eq. 2-15) de 58,93 m. A distância inicial entre os carros, que era de 25 m, diminui portanto para 25 – (73,33 – 58,93) = 10,6 m. A velocidade do carro da polícia nesse instante, que vamos chamar de t_0, é 30,56 – 5(2,4) = 18,56 m/s. A colisão ocorre no instante t no qual $x_{\text{você}} = x_{\text{polícia}}$ (escolhemos coordenadas tais que sua posição é $x = 0$ e a do carro de polícia é $x = 10{,}6$ m no instante t_0). Nesse caso, de acordo com a Eq. 2-15, temos:

$$x_{\text{polícia}} - 10{,}6 = 18{,}56(t - t_0) - (5)(t - t_0)^2/2$$
$$x_{\text{você}} = 30{,}56(t - t_0) - (5)(t - t_0)^2/2\,.$$

Subtraindo as equações membro a membro, obtemos

$$10{,}6 = (30{,}56 - 18{,}56)(t - t_0) \;\Rightarrow\; 0{,}883 \text{ s} = t - t_0.$$

No instante da colisão, sua velocidade é $30{,}56 + a(t - t_0) = 30{,}56 - 5(0{,}883) \approx 26$ m/s (ou 94 km/h).

43. Nesta solução, optamos por esperar até o final para converter as unidades para o SI. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. Começamos pela Eq. 2-17, chamando a velocidade inicial do trem de v_t e a velocidade da locomotiva de v_ℓ (que é também a velocidade final do trem, se a colisão for evitada por muito pouco). Note que a distância Δx é a soma da distância inicial, D, com a distância percorrida durante o tempo t pela locomotiva, $v_\ell t$. Assim,

$$\frac{v_t + v_\ell}{2} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{D + v_\ell t}{t} = \frac{D}{t} + v_\ell .$$

Podemos agora usar a Eq. 2-11 para eliminar o tempo da equação. Temos:

$$\frac{v_t + v_\ell}{2} = \frac{D}{(v_\ell - v_t)/a} + v_\ell$$

o que nos dá

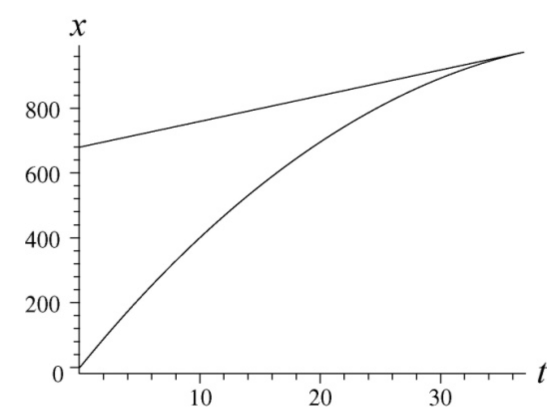
$$a = \left(\frac{v_t + v_\ell}{2} - v_\ell\right)\left(\frac{v_\ell - v_t}{D}\right) = -\frac{1}{2D}(v_\ell - v_t)^2 .$$

Assim,

$$a = -\frac{1}{2(0{,}676\text{ km})}\left(29\frac{\text{km}}{\text{h}} - 161\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 = -12888\text{ km/h}^2$$

que pode ser convertida da seguinte forma:

$$a = \left(-12.888\text{ km/h}^2\right)\left(\frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}}\right)\left(\frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}}\right)^2 = -0{,}994\text{ m/s}^2$$



de modo que o valor absoluto da aceleração é $|a| = 0{,}994$ m/s². O gráfico acima mostra o caso em que a colisão foi evitada por pouco (x está em metros e t em segundos). A reta mostra o movimento da locomotiva, e a curva mostra o movimento do trem.

O gráfico para o outro caso (no qual a colisão ocorre por pouco) seria semelhante, exceto pelo fato de que a inclinação da curva seria maior que a inclinação da reta no ponto em que as duas se encontram.

44. Desprezando a resistência do ar, fazemos $a = -g = -9{,}8$ m/s² (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração é constante. O nível do chão é tomado como sendo a origem do eixo y.

(a) Usando a equação $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ com $y = 0{,}544$ m e $t = 0{,}200$ s, temos

$$v_0 = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{t} = \frac{0{,}544 + \frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}200)^2}{0{,}200} = 3{,}70\text{ m/s}.$$

(b) A velocidade no ponto $y = 0{,}544$ m é

$$v = v_0 - gt = 3{,}70 - (9{,}8)(0{,}200) = 1{,}74\text{ m/s}.$$

(c) Usando a equação $v^2 = v_0^2 - 2gy$ (com valores diferentes de y e v), podemos encontrar o valor de y correspondente à altura máxima (na qual $v = 0$).

$$y = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{3,7^2}{2(9,8)} = 0,698 \text{ m} .$$

Assim, o tatu sobe mais 0,698 – 0,544 = 0,154 m.

45. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, uma bola lançada verticalmente para cima está sujeita à aceleração causada pela força gravitacional.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da bola é $a = -g = -9,8$ m/s², podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a:

$$v = v_0 - gt \qquad (2-11)$$

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (2-16)$$

Como a bola é lançada a partir do solo, $y_0 = 0$. Quando a bola atinge a altura máxima y, a velocidade da bola se anula momentaneamente ($v = 0$). Assim, a relação entre a velocidade inicial v_0 e a altura máxima y é dada pela equação $v_0^2 - 2gy = 0.$ Por outro lado, a relação entre o tempo que a bola leva para atingir a altura máxima e a velocidade inicial é dada pela equação $v_0 - gt = 0.$

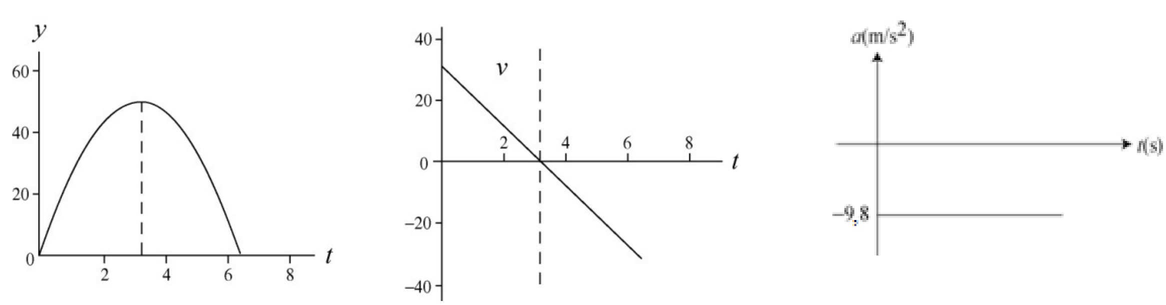
ANALISE (a) No ponto mais alto da trajetória $v = 0$ e $v_0 = \sqrt{2gy}$. Para $y = 50$ m, a velocidade inicial da bola é

$$v_0 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(50 \text{ m})} = 31,3 \text{ m/s}.$$

(b) Para o valor de v_0 calculado no item (a), o tempo total de permanência da bola no ar é

$$T = \frac{2v_0}{g} = \frac{2(31,3 \text{ m/s})}{9,8 \text{ m/s}^2} = 6,39 \text{ s}$$

(c) As figuras mostram os gráficos de y, v e a em função do tempo. Para $t = 3,19$ s, $y = 50$ m e $v = 0$. O gráfico da aceleração é uma reta horizontal.



APRENDA O tempo de permanência da bola no ar também poderia ser calculado com o auxílio da Eq. 2-15. Como, para $t = T > 0$, a bola está de volta ao ponto de partida ($y = 0$), temos

$$y = v_0 T - \frac{1}{2}gT^2 = 0 \;\Rightarrow\; T = \frac{2v_0}{g}$$

46. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9,8$ m/s² (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x).

(a) Usando a Eq. 2-16 e escolhendo a raiz negativa (já que a velocidade final é para baixo), temos:

$$v=-\sqrt{v_0^2-2g\Delta y}=-\sqrt{0-2(9{,}8)(-1700)}=-183\,.$$

A velocidade escalar das gotas seria, portanto, 183 m/s.

(b) É difícil dar uma resposta convincente sem uma análise mais profunda. A massa de uma gota de chuva não passa de um grama, de modo que a massa e a velocidade [calculada no item (a)] de uma gota de chuva são bem menores que as de uma bala de revólver, o que é animador. Entretanto, o fato de que estamos falando de *muitas* gotas nos leva a suspeitar que andar na chuva poderia ser perigoso. Levando em conta a resistência do ar, naturalmente, a velocidade final das gotas de chuva é bem menor, de modo que andar na chuva é perfeitamente seguro.

47. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, uma chave de grifo em queda livre está sujeita à aceleração causada pela força gravitacional.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da chave de grifo é $a = -g = -9{,}8\ \text{m/s}^2$, podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a:

$$v=v_0-gt \qquad (2-11)$$

$$y-y_0=v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2=v_0^2-2g(y-y_0) \qquad (2-16)$$

Neste caso, como conhecemos a velocidade inicial ($v_0 = 0$) e a velocidade final, a equação mais conveniente para determinar a altura de onde caiu a chave é a Eq. 2-16 e a equação mais adequada para determinar o tempo de queda é a Eq. 2-11.

ANALISE (a) Fazendo $\Delta y = y - y_0$ na Eq. 2-16 e explicitando Δy, obtemos

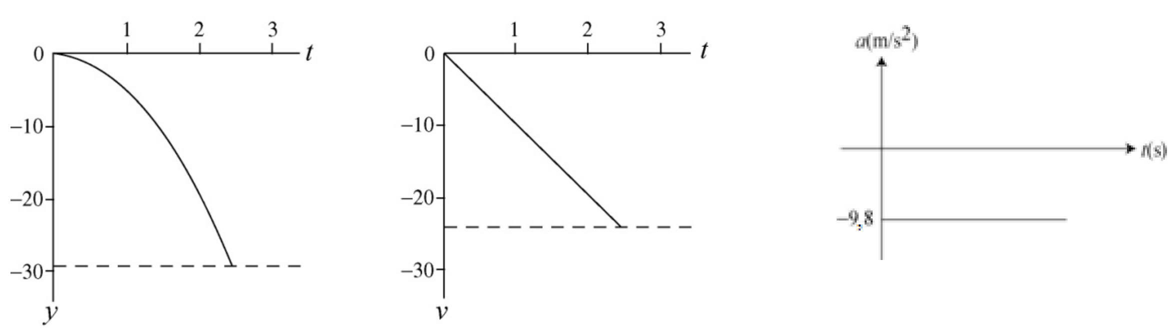
$$\Delta y=\frac{v_0^2-v^2}{2a}=\frac{0-(-24\ \text{m/s})^2}{2(-9{,}8\ \text{m/s}^2)}=29{,}4\ \text{m}$$

Isso significa que a chave de grifo caiu de uma altura de 29,4 m.

(b) Explicitando t na Eq. 2-11, obtemos

$$t=\frac{v_0-v}{g}=\frac{0-(-24\ \text{m/s})}{9{,}8\ \text{m/s}^2}=2{,}45\ \text{s}$$

(c) As figuras mostram os gráficos de y, v e a em função do tempo. O gráfico de y em função do tempo foi traçado tomando como origem a posição inicial da chave de grifo. O gráfico da aceleração é uma reta horizontal.



APRENDA Quando a chave de grifo cai, como $a=-g<$, a velocidade escalar aumenta, mas a velocidade se torna mais negativa, como mostra o gráfico do meio.

48. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x).

(a) Notando que $\Delta y = y - y_0 = -30$ m, usamos a Eq. 2-15 e a fórmula para calcular as raízes de uma equação do segundo grau (Apêndice E) para obter o valor de t:

$$\Delta y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

Fazendo $v_0 = -12$ m/s (já que o movimento é para baixo) e escolhendo a raiz positiva (já que $t > 0$), obtemos:

$$t = \frac{-12 + \sqrt{(-12)^2 - 2(9{,}8)(-30)}}{9{,}8} = 1{,}54 \text{ s.}$$

(b) Conhecendo o valor de t, poderíamos usar qualquer das equações da Tabela 2-1 para obter o valor de v; entretanto, a única equação que não usa o resultado do item (a) é a Eq. 2-16:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y} = 27{,}1 \text{ m/s}$$

na qual foi escolhida a raiz positiva para obter a *velocidade escalar* (que é o módulo do vetor velocidade).

49. PENSE Neste problema, um pacote é deixado cair de um balão que está subindo verticalmente, e devemos analisar o movimento do pacote sob a ação da gravidade.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da chave de grifo é $a = -g = -9{,}8$ m/s^2, podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a:

$$v = v_0 - gt \qquad (2-11)$$

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (2-16)$$

A velocidade inicial do pacote é igual à velocidade do balão, $v_0 = +12$ m/s. Tomando o solo como origem do sistema de coordenadas, a coordenada inicial do pacote é $y_0 = +80$ m. O tempo necessário para que o pacote chegue ao solo pode ser determinado resolvendo a Eq. 2-15 com $y = 0$. A velocidade do pacote ao atingir o solo pode ser determinada resolvendo a Eq. 2-11.

ANALISE (a) Para determinar o valor de t, resolvemos a equação do segundo grau $0 = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ com o auxílio da fórmula de Báskara e escolhemos a raiz positiva:

$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gy_0}}{g} = \frac{12 \text{ m/s} + \sqrt{(12 \text{ m/s})^2 + 2\left(9{,}8 \text{ m/s}^2\right)\left(80 \text{ m}\right)}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 5{,}45 \text{ s}$$

b) Explicitando v na Eq. 2-11, obtemos

$$v = v_0 - gt = 12 \text{ m/s} - (9{,}8 \text{ m/s}^2)(5{,}447 \text{ s}) = -41{,}38 \text{ m/s}$$

A *velocidade escalar* com a qual o pacote atinge o solo é de 41,38 m/s.

APRENDA Podemos verificar se as respostas estão corretas usando a Eq. 2-16, que não foi utilizada para resolver os itens (a) e (b). Substituindo os valores conhecidos na Eq. 2-16, obtemos

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)} = -\sqrt{(12 \text{ m/s})^2 - 2(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0 - 80 \text{ m})} = -41{,}38 \text{ m/s}$$

Como esse é o valor calculado no item (b), sabemos que a solução está correta.

50. A coordenada y da maçã 1 obedece à equação $y - y_{01} = -g\,t^2/2$, na qual $y = 0$ para $t = 2{,}0$ s. Explicitando y_{01}, obtemos $y_{01} = 19{,}6$ m.

A equação da coordenada y da maçã 2 (que, de acordo com o gráfico, foi lançada no instante $t = 1{,}0$ s com velocidade v_2) é

$$y - y_{02} = v_2(t - 1{,}0) - g\,(t - 1{,}0)^2/2$$

em que $y_{02} = y_{01} = 19{,}6$ m e $y = 0$ para $t = 2{,}25$ s. Assim, obtemos $|v_2| = 9{,}6$ m/s, aproximadamente.

51. (a) Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima, usamos a Eq. 2-11 para calcular a velocidade inicial do instrumento:

$$v = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 - (9{,}8 \text{ m/s}^2)(2{,}0 \text{ s})$$

o que nos dá $v_0 = 19{,}6$ m/s. Agora podemos usar a Eq. 2-15:

$$\Delta y = (19{,}6 \text{ m/s})(2{,}0 \text{ s}) + (-9{,}8 \text{ m/s}^2)(2{,}0 \text{ s})^2/2 \approx 20 \text{ m} .$$

Note que o "2,0 s" neste segundo cálculo se refere ao intervalo de tempo $2 < t < 4$ do gráfico, enquanto o "2,0 s" no primeiro cálculo se referia ao intervalo $0 < t < 2$ mostrado no gráfico.

(b) No cálculo do item (b), o intervalo de tempo "6,0 s" se refere ao intervalo $2 < t < 8$:

$$\Delta y = (19{,}6 \text{ m/s})(6{,}0 \text{ s}) + (-9{,}8 \text{ m/s}^2)(6{,}0 \text{ s})^2/2 \approx -59 \text{ m} ,$$

ou $|\Delta y| = 59$ m.

52. A queda do parafuso é descrita pela equação

$$y - y_0 = -g\,t^2/2$$

sendo $y - y_0 = -90$ m (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Assim, o tempo de queda é $t = 4{,}29$ s. O tempo gasto nos primeiros 80% da queda é dado por $-72 = -g\tau^2/2$ ou $\tau = 3{,}83$ s.

(a) Assim, os últimos 20% da queda são cobertos em um tempo $t - \tau = 0{,}45$ s.

(b) Podemos calcular a velocidade usando a equação $v = -g\tau$, que nos dá $|v| = 38$ m/s, aproximadamente.

(c) Da mesma forma, $v_{final} = -g\,t \;\Rightarrow\; |v_{final}| = 42$ m/s.

53. PENSE Este problema envolve dois objetos: uma chave deixada cair de uma ponte e um barco que se move com velocidade constante. Devemos determinar a velocidade do barco com base na informação de que a chave cai no barco.

FORMULE A velocidade do barco é dada por $v_b = d/t$, em que d é a distância entre o barco e a ponte no instante em que a chave começa a cair (12 m), e t é tempo que a chave leva para cair. O valor de t pode ser calculado usando a Eq. 2-16 com g no lugar de a.

ANALISE Vamos tomar o rio como origem do sistema de coordenadas. Como a velocidade inicial da chave é zero e a coordenada inicial da chave é 45 m, a Eq. 2-16 nos dá

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(45 \text{ m})}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 3{,}03 \text{ s}$$

A velocidade do barco é $v_b = \dfrac{12 \text{ m}}{3{,}03 \text{ s}} = 4{,}0$ m/s.

APRENDA De acordo com a expressão geral $v_b = \dfrac{d}{t} = \dfrac{d}{\sqrt{2y_0/g}} = d\sqrt{\dfrac{g}{2y_0}}$, $v_b \sim 1/\sqrt{y_0}$. Isso está de acordo com a ideia intuitiva de que quanto menor a altura da qual a chave é deixada cair, maior deve ser a velocidade do barco.

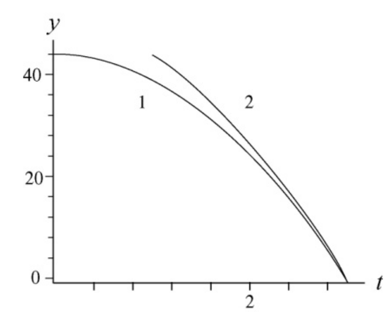
54. (a) Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x). Usamos variáveis com uma plica (exceto t) para a primeira pedra, que tem velocidade inicial zero, e variáveis sem uma plica para a segunda pedra, que tem velocidade inicial $-v_0$. As unidades são todas do SI.

$$\begin{aligned}\Delta y' &= 0(t) - \frac{1}{2}gt^2 \\ \Delta y &= (-v_0)\,(t-1) - \frac{1}{2}g(t-1)^2\end{aligned}$$

Como, de acordo com o enunciado, $\Delta y' = \Delta y = -43{,}9$ m, podemos obter o valor de t na primeira equação ($t = 2{,}99$ s) e usar este resultado na segunda equação para obter a velocidade inicial da segunda pedra:

$$-43{,}9 = (-v_0)(1{,}99) - \frac{1}{2}(9{,}8)(1{,}99)^2$$

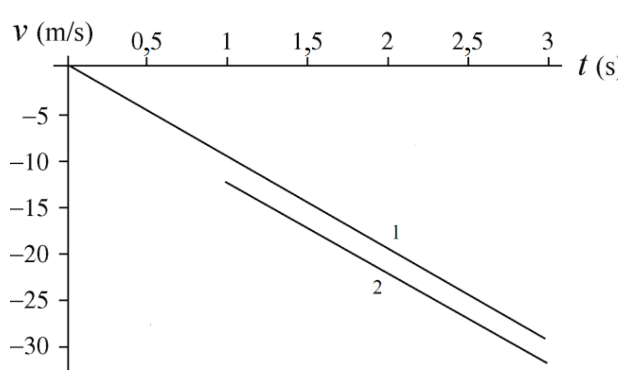
o que nos dá $v_0 = 12{,}3$ m/s. O gráfico da posição das pedras em função do tempo é mostrado a seguir.



(b) A velocidade das pedras é dada por

$$v'_y = \frac{d(\Delta y')}{dt} = -gt, \qquad v_y = \frac{d(\Delta y)}{dt} = -v_0 - g(t-1)$$

O gráfico da velocidade das pedras em função do tempo é mostrado a seguir.



55. PENSE A bola de argila chega ao solo com uma velocidade diferente de zero e sofre uma desaceleração até parar.

FORMULE A aceleração média da bola depois de atingir o solo é dada por $a_{\text{méd}} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, em que Δv é a variação de velocidade até a bola parar, e $\Delta t = 20{,}0 \times 10^{-3}$ s é o tempo que a bola leva para parar. Isso significa que, para calcular a aceleração, precisamos conhecer a velocidade da bola no instante em que ela atinge o solo.

ANALISE (a) Para determinar a velocidade da bola no instante em que ela atinge o solo, podemos usar a Eq. 2-16 com $v_0 = 0$, $a = -g$, $y = 0$ e $y_0 = 15{,}0$ m, o que nos dá

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)} = -\sqrt{0 - 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0 - 15\ \text{m})} = -17{,}15\ \text{m/s}$$

em que o sinal negativo significa que a bola está se movendo para baixo no momento do choque. A aceleração média da bola depois de se chocar com o solo é

$$a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-17{,}1\ \text{m/s})}{20{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s}} = 857\ \text{m/s}^2$$

(b) O sinal positivo indica que o sentido da aceleração média é para cima.

APRENDA Como Δt é muito pequeno, é natural que seja necessária uma aceleração muito grande para reduzir a zero a velocidade da bola. Em capítulos posteriores, vamos ver que a aceleração está relacionada diretamente ao módulo e direção da força exercida pelo solo sobre a bola durante a colisão.

56. Usamos a Eq. 2-16,

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a(y_B - y_A),$$

com $a = -9{,}8$ m/s², $y_B - y_A = 0{,}40$ m e $v_B = v_A/3$. O resultado é imediato: $v_A = 3{,}0$ m/s, aproximadamente.

57. A aceleração média durante o contato com o piso é $a_{med} = (v_2 - v_1)/\Delta t$, em que v_1 é a velocidade no momento em que a bola atinge o piso, v_2 é a velocidade da bola no momento em que deixa o piso e Δt é o tempo de contato com o piso (12×10^{-3} s).

(a) Tomando o sentido do eixo y como positivo para cima e colocando a origem no ponto de onde a bola foi deixada cair, calculamos primeiro a velocidade da bola no instante em que atinge o piso, usando a equação $v_1^2 = v_0^2 - 2gy$. Para $v_0 = 0$ e $y = -4{,}00$ m, o resultado é

$$v_1 = -\sqrt{-2gy} = -\sqrt{-2(9{,}8)(-4{,}00)} = -8{,}85\ \text{m/s}$$

no qual o sinal negativo foi escolhido porque o movimento da bola é para baixo. Para calcular a velocidade no momento em que a bola deixa o piso (a bola atinge uma altura de 2,00 m e vamos desprezar a resistência do ar), usamos a equação $v^2 = v_2^2 - 2g(y - y_0)$ com $v = 0$, $y = -2{,}00$ m (já que a bola atinge uma altura 2 m *abaixo* da altura inicial) e $y_0 = -4{,}00$ m. Assim,

$$v_2 = \sqrt{2g(y - y_0)} = \sqrt{2(9{,}8)(-2{,}00 + 4{,}00)} = 6{,}26\ \text{m/s}.$$

A aceleração média é, portanto,

$$a_{\text{med}} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{6{,}26 + 8{,}85}{12{,}0 \times 10^{-3}} = 1{,}26 \times 10^3\ \text{m/s}^2.$$

(b) O resultado positivo indica que o vetor aceleração aponta para cima. Em um capítulo posterior, este fato será relacionado diretamente ao módulo e orientação da força exercida pelo piso sobre a bola durante a colisão.

58. Tomamos o sentido do eixo y como positivo *para baixo* e a origem das coordenadas como o ponto de onde o objeto foi deixado cair (e como o instante $t = 0$). Representamos o intervalo de 1,00 s mencionado no problema como $t - t'$, no qual t é o instante em que o objeto atinge o solo e t' é o instante um segundo antes do instante da queda. A distância correspondente é $y - y' = 0{,}50h$, sendo que y é a coordenada do solo. Nesse caso, $y = h$ e, portanto, $h - y' = 0{,}50h$ ou $0{,}50h = y'$.

(a) Podemos calcular t' e t usando a Eq. 2-15 (com $v_0 = 0$):

$$y' = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{2y'}{g}}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}}.$$

Fazendo $y = h$ e $y' = 0{,}50h$ e dividindo as equações membro a membro, obtemos

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{2(0{,}50h)/g}{2h/g}} = \sqrt{0{,}50}\,.$$

Fazendo $t' = t - 1{,}00$ (as unidades do SI estão implícitas), temos:

$$t - 1{,}00 = t\sqrt{0{,}50} \;\Rightarrow\; t = \frac{1{,}00}{1 - \sqrt{0{,}50}}$$

o que nos dá $t = 3{,}41$ s.

(b) Substituindo este resultado na equação $y = \frac{1}{2}gt^2$, obtemos $h = 57$ m.

(c) Em nossos cálculos, não resolvemos uma equação do segundo grau, mas "escolhemos uma raiz" quando supusemos [no último cálculo do item (a)] que $\sqrt{0{,}50} = +0{,}707$ em vez de $-0{,}707$. Se tivéssemos usado a solução $\sqrt{0{,}50} = -0{,}707$, o tempo obtido seria aproximadamente $t = 0{,}6$ s, o que resultaria em um valor negativo para $t' = t - 1$ (ou seja, um instante *anterior* ao início da queda, o que constitui uma situação fisicamente inaceitável).

59. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x). Tomamos o nível do piso como origem do eixo y.

(a) Tomando o instante em que a gota 1 deixa o chuveiro como $t = 0$, o instante t_1 em que a gota atinge o piso pode ser calculado usando a Eq. 2-15 com $v_0 = 0$ e $y_1 = -2{,}00$ m:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \;\Rightarrow\; t_1 = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{-2(-2{,}00)}{9{,}8}} = 0{,}639 \text{ s.}$$

Esse é o instante no qual a quarta gota começa a cair. Pela regularidade com a qual as gotas caem, podemos concluir que a gota 2 sai do chuveiro em $t = 0{,}639/3 = 0{,}213$ s e a gota 3 sai do chuveiro em $t = 2(0{,}213\text{ s}) = 0{,}426$ s. Assim, o tempo de queda da gota 2 até o momento em que a gota 1 atinge o piso é $t_2 = t_1 - 0{,}213\text{ s} = 0{,}426$ s. A posição da gota 2 no momento em que a gota 1 atinge o piso é

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 = -\frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(0{,}426\text{ s})^2 = -0{,}889\text{ m},$$

ou aproximadamente 89 cm abaixo do chuveiro.

(b) O tempo de queda da gota 3 até o momento em que a gota 1 atinge o piso é $t_3 = t_1 - 0{,}426\text{ s} = 0{,}213$ s. A posição da gota 3 no momento em que a gota 1 atinge o piso é

$$\begin{aligned} y_2 &= -\frac{1}{2}gt_2^2 = -\frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}426)^2 = -0{,}889\text{ m} \\ \mathrm{y}_3 &= -\frac{1}{2}gt_3^2 = -\frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}213)^2 = -0{,}222\text{ m}\,, \end{aligned}$$

ou aproximadamente 22 cm abaixo do chuveiro.

60. Para calcular a "velocidade de lançamento" da pedra, aplicamos a Eq. 2-11 à altura máxima (na qual a velocidade é nula):

$$v = v_0 - gt \;\Rightarrow\; 0 = v_0 - (9{,}8)(2{,}5)$$

o que nos dá $v_0 = 24{,}5$ m/s (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Agora usamos a Eq. 2-15 para calcular a altura da torre (supondo que $y_0 = 0$ no nível do solo):

$$y - y_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \;\Rightarrow\; y - 0 = (24{,}5)(1{,}5) - \frac{1}{2}(9{,}8)(1{,}5)^2\,.$$

Assim, $y = 26$ m.

61. Supomos que o sentido positivo do eixo y é *para baixo* e que a origem das coordenadas está no alto do edifício (cuja altura é H). Durante a queda, a bola passa (com velocidade v_1) pelo alto da janela (que está na coordenada y_1) no instante t_1 e passa pelo peitoril da janela (que está na coordenada y_2) no instante t_2. Sabemos que $y_2 - y_1 = 1{,}20$ m e que $t_2 - t_1 = 0{,}125$ s. Usando a Eq. 2-15, temos:

$$y_2 - y_1 = v_1\left(t_2 - t_1\right) + g\left(t_2 - t_1\right)^2 / 2$$

o que nos dá

$$v_1 = \frac{1{,}20 - \frac{1}{2}(9{,}8)\left(0{,}125\right)^2}{0{,}125} = 8{,}99 \text{ m/s}.$$

Usando a Eq. 2-16 (com $v_0 = 0$), podemos obter o valor de y_1:

$$v_1^2 = 2gy_1 \;\Rightarrow\; y_1 = \frac{8{,}99^2}{2(9{,}8)} = 4{,}12 \text{ m}.$$

A bola chega ao solo ($y_3 = H$) no instante t_3. Por causa da simetria expressa no enunciado ("o movimento para cima corresponde exatamente ao inverso da queda"), sabemos que $t_3 - t_2 = 2{,}00/2 = 1{,}00$ s. Isso significa que $t_3 - t_1 = 1{,}00 \text{ s} + 0{,}125 \text{ s} = 1{,}125$ s. Assim, de acordo com a Eq. 2-15, temos

$$\begin{aligned} y_3 - y_1 &= v_1\,(t_3 - t_1) + \frac{1}{2}g\,(t_3 - t_1)^2 \\ y_3 - 4{,}12 &= (8{,}99)(1{,}125) + \frac{1}{2}(9{,}8)(1{,}125)^2 \end{aligned}$$

o que nos dá $y_3 = H = 20{,}4$ m.

62. A altura atingida pelo jogador é $y = 0{,}76$ m (supusemos que o sentido positivo do eixo y é para cima e tomamos a origem como o piso da quadra).

(a) Fazendo $v = 0$ na Eq. 2-16, vemos que a velocidade inicial v_0 do jogador é

$$v_0 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9{,}8)(0{,}76)} = 3{,}86 \text{ m/s}.$$

Quando o jogador atinge uma altura $y_1 = 0{,}76 \text{ m} - 0{,}15 \text{ m} = 0{,}61$ m, sua velocidade v_1 satisfaz a equação $v_0^2 - v_1^2 = 2gy_1$, o que nos dá

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gy_1} = \sqrt{(3{,}86)^2 - 2(9{,}80)(0{,}61)} = 1{,}71 \text{ m/s}.$$

O tempo t_1 que o jogador passa *subindo* os $\Delta y_1 = 0{,}15$ m mais altos do salto pode ser calculado usando a Eq. 2-17:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}\left(v_1 + v\right)t_1 \;\Rightarrow\; t_1 = \frac{2\left(0{,}15\right)}{1{,}71 + 0} = 0{,}175 \text{ s}$$

o que significa que o tempo total gasto nos 15 cm mais altos do salto (subindo e descendo) é 2(0,175 s) = 0,35 s = 350 ms.

(b) O instante t_2 em que o jogador atinge uma altura de 0,15 m pode ser calculado usando a Eq. 2-15:

$$0{,}15 = v_0t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = (3{,}86)t_2 - \frac{9{,}8}{2}t_2^2,$$

o que nos dá (resolvendo a equação do segundo grau e escolhendo a menor das raízes) t_2 = 0,041 s = 41 ms, o que significa que o tempo total gasto nos 15 cm mais baixos do salto (subindo e descendo) é 2(41 ms) = 82 ms.

63. O tempo t que o vaso leva para passar pela janela é 0,25 na subida e 0,25 na descida. Vamos chamar de v a velocidade do vaso ao passar (subindo) pelo alto da janela. Nesse caso, com $a = -g = -9{,}8\ \text{m/s}^2$ (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima), a Eq. 2-18 nos dá

$$L = vt - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{L}{t} - \frac{1}{2}gt.$$

A distância H percorrida pelo vaso acima do alto da janela é, portanto (usando a Eq. 2-16 com a *velocidade final* igual a zero),

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{(L/t - gt/2)^2}{2g} = \frac{\left(2{,}00/0{,}25 - (9{,}80)(0{,}25)/2\right)^2}{(2)(9{,}80)} = 2{,}34\ \text{m}.$$

64. O gráfico mostra que y = 25 m é o ponto mais alto da trajetória. A simetria do gráfico sugere que é razoável desprezar a "resistência do ar" (ou seja, supor que a influência da atmosfera do planeta é insignificante).

(a) Para calcular a aceleração da gravidade g_p no planeta, usamos a Eq. 2-15 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima):

$$y - y_0 = vt + \frac{1}{2}g_p t^2 \quad \Rightarrow \quad 25 - 0 = (0)(2{,}5) + \frac{1}{2}g_p(2{,}5)^2$$

o que nos dá $g_p = 8{,}0\ \text{m/s}^2$.

(b) O mesmo ponto de altura máxima do gráfico pode ser usado para calcular a velocidade inicial:

$$y - y_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \quad \Rightarrow \quad 25 - 0 = \frac{1}{2}(v_0 + 0)(2{,}5)$$

Assim, v_0 = 20 m/s.

65. A ideia principal é que a velocidade da cabeça em qualquer instante (o mesmo se aplica à velocidade do tronco) é igual à área sob a curva da aceleração da cabeça em função do tempo, de acordo com a Eq. 2-26:

$$v_1 - v_0 = \left(\begin{array}{c}\text{área entre a curva da aceleração}\\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1\end{array}\right)$$

(a) Na Figura 2-15a, vemos que a cabeça começa a acelerar a partir do repouso ($v_0 = 0$) no instante t_0 = 110 ms e a aceleração atinge o valor máximo de 90 m/s² no instante t_1 = 160 ms. A área dessa região é

$$\text{área} = \frac{1}{2}(160 - 110)\times 10^{-3}\text{s}\cdot\left(90\ \text{m/s}^2\right) = 2{,}25\ \text{m/s}$$

que é igual a v_1, a velocidade no instante t_1.

(b) Para calcular a velocidade do tronco no instante t_1=160 ms, dividimos a área em 4 regiões: de 0 a 40 ms, a região A tem área zero. De 40 ms a 100 ms, a região B tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_\text{B} = \frac{1}{2}(0{,}0600\ \text{s})(50{,}0\ \text{m/s}^2) = 1{,}50\ \text{m/s}.$$

De 100 a 120 ms, a região C tem a forma de um retângulo de área

$$\text{área} \qquad (0{,}0200\ \text{s})\ (50{,}0\ \text{m/s}\ \ ) = 1{,}00\ \text{m/s}.$$

De 110 a 160 ms, a região D tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}0400 \text{ s})\,(50{,}0 + 20{,}0) \text{ m/s}^2 = 1{,}40 \text{ m/s}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-26 e fazendo $v_0 = 0$, obtemos

$$v_1 - 0 = 0 + 1{,}50 \text{ m/s} + 1{,}00 \text{ m/s} + 1{,}40 \text{ m/s} = 3{,}90 \text{ m/s},$$

ou $v_1 = 3{,}90$ m/s.

66. A ideia principal é que a posição de um objeto em qualquer instante é igual à área sob a curva da velocidade em função do tempo, de acordo com a Eq. 2-30:

$$x_1 - x_0 = \begin{pmatrix} \text{área entre a curva da velocidade} \\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1 \end{pmatrix}.$$

(a) Para calcular a posição do punho em $t = 50$ ms, dividimos a área da Figura 2-34 em duas regiões. De 0 a 10 ms, a região A tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_A = \frac{1}{2}(0{,}010 \text{ s})\,(2 \text{ m/s}) = 0{,}01 \text{ m}.$$

De 10 a 50 ms, a região B tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_B = \frac{1}{2}(0{,}040 \text{ s})\,(2 + 4) \text{ m/s} = 0{,}12 \text{ m}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-25 e fazendo $x_0 = 0$, obtemos

$$x_1 - 0 = 0 + 0{,}01 \text{ m} + 0{,}12 \text{ m} = 0{,}13 \text{ m},$$

ou $x_1 = 0{,}13$ m.

(b) A velocidade do punho é máxima no instante $t_1 = 120$ ms. De 50 a 90 ms, a região C tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_C = \frac{1}{2}(0{,}040 \text{ s})\,(4 + 5) \text{ m/s} = 0{,}18 \text{ m}.$$

De 90 a 120 ms, a região D tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}030 \text{ s})\,(5 + 7{,}5) \text{ m/s} = 0{,}19 \text{ m}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-25 e fazendo $x_0 = 0$, obtemos

$$x_1 - 0 = 0 + 0{,}01 \text{ m} + 0{,}12 \text{ m} + 0{,}18 \text{ m} + 0{,}19 \text{ m} = 0{,}50 \text{ m},$$

ou $x_1 = 0{,}50$ m.

67. O problema pode ser resolvido usando a Eq. 2-26:

$$v_1 - v_0 = \begin{pmatrix} \text{área entre a curva da aceleração} \\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1 \end{pmatrix}$$

Para calcular a velocidade da cabeça sem capacete no instante $t_1 = 7{,}0$ ms, dividimos a área sob a curva de a em função de t em 4 regiões: de 0 a 2 ms, a região A tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_A = \frac{1}{2}(0{,}0020 \text{ s})\,(120 \text{ m/s}^2) = 0{,}12 \text{ m/s}.$$

De 2 ms a 4 ms, a região B tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_B = \frac{1}{2}(0{,}0020 \text{ s})\,(120 + 140) \text{ m/s}^2 = 0{,}26 \text{ m/s}.$$

De 4 a 6 ms, a região C tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_C = \frac{1}{2}(0{,}0020 \text{ s})\,(140 + 200) \text{ m/s}^2 = 0{,}34 \text{ m/s}.$$

De 6 a 7 ms, a região D tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}0010 \text{ s})\,(200 \text{ m/s}^2) = 0{,}10 \text{ m/s}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-26 e fazendo $v_0 = 0$, obtemos

$$v_{\text{sem capacete}} = 0{,}12 \text{ m/s} + 0{,}26 \text{ m/s} + 0{,}34 \text{ m/s} + 0{,}10 \text{ m/s} = 0{,}82 \text{ m/s}.$$

Fazendo um cálculo semelhante para a cabeça com capacete, obtemos os seguintes resultados: de 0 a 3 ms, a região A tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_A = \frac{1}{2}(0{,}0030 \text{ s})\,(40 \text{ m/s}^2) = 0{,}060 \text{ m/s}.$$

De 3 ms a 4 ms, a região B tem a forma de um retângulo de área

$$\text{área}_B = (0{,}0010 \text{ s})\,(40 \text{ m/s}^2) = 0{,}040 \text{ m/s}.$$

De 4 a 6 ms, a região C tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_C = \frac{1}{2}(0{,}0020 \text{ s})\,(40 + 80) \text{ m/s}^2 = 0{,}12 \text{ m/s}.$$

De 6 a 7 ms, a região D tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}0010 \text{ s})\,(80 \text{ m/s}^2) = 0{,}040 \text{ m/s}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-31 e fazendo $v_0 = 0$, obtemos

$$v_{\text{com capacete}} = 0{,}060 \text{ m/s} + 0{,}040 \text{ m/s} + 0{,}12 \text{ m/s} + 0{,}040 \text{ m/s} = 0{,}26 \text{ m/s}.$$

Assim, a diferença de velocidade é

$$\Delta v = v_{\text{sem capacete}} - v_{\text{com capacete}} = 0{,}82 \text{ m/s} - 0{,}26 \text{ m/s} = 0{,}56 \text{ m/s}.$$

68. Este problema pode ser resolvido observando que a velocidade pode ser determinada por integração gráfica da curva da aceleração em função do tempo. A velocidade da língua da salamandra é igual à área sob a curva da aceleração:

$$v = \text{área} = \frac{1}{2}(10^{-2}\text{ s})(100\text{ m/s}^2) + \frac{1}{2}(10^{-2}\text{ s})(100\text{ m/s}^2 + 400\text{ m/s}^2) + \frac{1}{2}(10^{-2}\text{ s})(400\text{ m/s}^2)$$
$$= 5{,}0\text{ m/s}.$$

69. Como $v = dx/dt$ (Eq. 2-4), $\Delta x = \int v\, dt$, que corresponde à área sob a curva de v em função de t. Dividindo a área total A em áreas retangulares (base × altura) e triangulares (base × altura)/2, temos:

$$\begin{aligned} A &= A_{0<t<2} + A_{2<t<10} + A_{10<t<12} + A_{12<t<16} \\ &= (2)(8)/2 + (8)(8) + \left[(2)(4) + (2)(4)/2\right] + (4)(4) \end{aligned}$$

com unidades do SI implícitas. Dessa forma, obtemos $\Delta x = 100$ m.

70. Para resolver este problema, observamos que a velocidade é a derivada em relação ao tempo da função posição e a integral em relação ao tempo da função aceleração, com a constante de integração igual à velocidade inicial. Assim, a velocidade da partícula 1 pode ser escrita na forma

$$v_1 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{d}{dt}\left(6{,}00t^2 + 3{,}00t + 2{,}00\right) = 12{,}0t + 3{,}00.$$

Por outro lado, a velocidade da partícula 2 é dada por

$$v_2 = v_{20} + \int a_2 dt = 20{,}0 + \int(-8{,}00t)dt = 20{,}0 - 4{,}00t^2.$$

Como $v_1 = v_2$, temos:

$$12{,}0t + 3{,}00 = 20{,}0 - 4{,}00t^2 \quad\Rightarrow\quad 4{,}00t^2 + 12{,}0t - 17{,}0 = 0$$

cuja solução (escolhendo a raiz positiva) é $t = (-3 + \sqrt{26})/2 = 1{,}05$ s. Assim, a velocidade nesse instante é

$$v_1 = v_2 = 12{,}0(1{,}05) + 3{,}00 = 15{,}6\text{ m/s}.$$

71. (a) A derivada em relação ao tempo da função dada mostra que a "velocidade" do ponto é

$$v(t) = 9 - 9t^2/4$$

no qual três algarismos significativos estão implícitos. É fácil mostrar que $v = 0$ para $t = 2{,}00$ s.

(b) No instante $t = 2$ s, $x = 9(2) - ¾(2)^3 = 12$. Assim, a posição do ponto para a qual $v = 0$ é a 12,0 cm da borda esquerda da tela.

(c) A derivada da velocidade é $a = -9t/2$, o que corresponde a uma aceleração de $-9{,}00\text{ cm/m}^2$ (o sinal negativo indica que a aceleração é para a esquerda) quando o ponto está a 12 cm de distância da borda esquerda da tela.

(d) Como $v > 0$ para tempos maiores que $t = 2$ s, o ponto está se movendo para a direita pouco antes de atingir o repouso.

(e) Como se pode concluir da resposta do item (c), o ponto está se movendo para a esquerda pouco depois de atingir o repouso. Na verdade, a equação do item (a) mostra que para $v < 0$ para $t > 2$ (ou seja, até que o ponto atinja uma borda da tela).

(f) Como mostra a discussão do item (e), a borda atingida pelo ponto em um instante $t > 2$ s não pode ser a borda direita; tem que ser a borda esquerda ($x = 0$). Resolvendo a equação do enunciado do problema para $x = 0$ e tomando a solução positiva, obtemos a resposta: o ponto chega à borda esquerda no instante $t = \sqrt{12}$ s ≈ 3,46 s.

72. Usamos a convenção usual de que o sentido positivo do eixo y é para cima.

(a) No ponto mais alto da trajetória, $v = 0$. Assim, com $t = 1{,}60$ s, a equação $v = v_0 - gt$ nos dá $v_0 = 15{,}7$ m/s.

(b) Uma equação que não depende do resultado do item (a) é $y - y_0 = vt + gt^2/2$, que nos dá $y_{máx} - y_0 = 12{,}5$ m como ponto mais alto em relação ao ponto de partida (o alto do edifício).

(c) Em seguida, usamos o resultado do item (a) na equação $y - y_0 = v_0t + gt^2/2$ com $t = 6{,}00$ s e $y = 0$ (o nível do solo), o que nos dá

$$0 - y_0 = (15{,}68 \text{ m/s})(6{,}00 \text{ s}) - (9{,}8 \text{ m/s}^2)(6{,}00 \text{ s})^2/2.$$

Assim, y_0 (a altura do edifício) e igual a 82,3 m.

73. Chamamos o instante em que o automóvel alcança o caminhão de t, definido como $t = 0$ o instante em que o sinal fica verde. No instante t, as distâncias percorridas pelos dois veículos devem ser iguais.

(a) Chamando a aceleração do automóvel de a e a aceleração (constante) do caminhão de v, temos:

$$\Delta x = \left(\frac{1}{2}at^2\right)_{\text{auto}} = (vt)_{\text{caminhão}}$$

o que nos dá

$$t = \frac{2v}{a} = \frac{2(9{,}5)}{2{,}2} = 8{,}6 \text{ s}.$$

Assim,

$$\Delta x = vt = (9{,}5)(8{,}6) = 82 \text{ m}.$$

(b) A velocidade do carro nesse instante é

$$v_{\text{auto}} = at = (2{,}2)(8{,}6) = 19 \text{ m/s}.$$

74. Se o avião (que voa com velocidade v) mantiver o curso e a inclinação do terreno continuar a ser de 4,3° para cima, o avião se chocará com o solo depois de percorrer uma distância dada por

$$\Delta \ = \frac{\ }{\tan} = \frac{35 \text{ m}}{\tan 4{,}3°} = 465{,}5 \text{ m} \approx 0{,}465 \text{ km}.$$

O tempo de voo correspondente pode ser calculado usando a Eq. 2-2 ($v = v_{méd}$, já que a velocidade é constante):

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0{,}465 \text{ km}}{1300 \text{ km/h}} = 0{,}000358 \text{ h} \approx 1{,}3 \text{ s}.$$

Este, portanto, é o tempo disponível para que o piloto faça alguma coisa.

75. Chamamos de t_r o tempo de reação e t_f o tempo de frenagem. O movimento durante o tempo de reação é com velocidade constante (que vamos chamar de v_0). A posição do carro é dada por

$$x = v_0t_r + v_0t_b + \frac{1}{2}at_b^2$$

na qual v_0 é a velocidade inicial e a é a aceleração (que tem sinal negativo, já que estamos supondo que a velocidade é no sentido positivo do eixo x e sabemos que o carro está freando). *Depois* que os freios são aplicados, a velocidade do carro é dada por $v = v_0 + at_f$. Usando esta equação com $v = 0$, eliminamos t_f da primeira equação, o que nos dá

$$x = v_0t_r - \frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = v_0t_r - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}.$$

Escrevemos esta equação para as duas velocidades iniciais:

$$x_1 = v_{01}t_r - \frac{1}{2}\frac{v_{01}^2}{a}$$

e

$$x_2 = v_{02}t_r - \frac{1}{2}\frac{v_{02}^2}{a}.$$

Resolvendo este sistema de equações, obtemos os valores desejados de t_r e a:

$$t_r = \frac{v_{02}^2 x_1 - v_{01}^2 x_2}{v_{01}v_{02}\left(v_{02} - v_{01}\right)}$$

e

$$a = -\frac{1}{2}\frac{v_{02}v_{01}^2 - v_{01}v_{02}^2}{v_{02}x_1 - v_{01}x_2}.$$

Fazendo x_1 = 56,7 m, v_{01} = 80,5 km/h = 22,4 m/s, x_2 = 24,4 m e v_{02} = 48,3 km/h = 13,4 m/s, obtemos:

(a)

$$t_r = \frac{13{,}4^2(56{,}7) - 22{,}4^2(24{,}4)}{(22{,}4)(13{,}4)(13{,}4 - 22{,}4)} = 0{,}74 \text{ s}$$

e

(b)

$$a = -\frac{1}{2}\frac{(13{,}4)22{,}4^2 - (22{,}4)13{,}4^2}{(13{,}4)(56{,}7) - (22{,}4)(24{,}4)} = -6{,}2 \text{ m/s}^2.$$

O *módulo* da desaceleração é, portanto, 6,2 m/s^2. Embora valores arredondados sejam mostrados nas substituições acima, os valores que lançamos na calculadora foram os valores "exatos" (como $v_{02} = \frac{161}{12}$ m/s).

76. (a) Uma velocidade constante é igual à razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo associado. Assim, no caso de um veículo que se move com velocidade constante v_p por uma distância D_{23}, o tempo gasto é dado por $t = D_{23} / v_p$.

(b) O tempo necessário para que um carro acelere a partir do repouso até atingir uma velocidade v_p é $t_0 = v_p / a$. A distância percorrida nesse intervalo de tempo é $\Delta x_0 = at_0^2/2 = v_p^2/2a$. Depois desse tempo, o carro passa a se mover com velocidade constante v_p por uma distância $D_{12} - \Delta x_0 - d$ até chegar ao cruzamento 2, e o tempo gasto nesse percurso é $t_1 = (D_{12} - \Delta x_0 - d) / v_p$. Assim, a diferença de tempo entre o sinal do cruzamento 2 deve ser ajustada para

$$\begin{aligned} t_{\text{total}} &= t_r + t_0 + t_1 = t_r + \frac{v_p}{a} + \frac{D_{12} - \Delta x_0 - d}{v_p} = t_r + \frac{v_p}{a} + \frac{D_{12} - (v_p^2/2a) - d}{v_p} \\ &= t_r + \frac{1}{2}\frac{v_p}{a} + \frac{D_{12} - d}{v_p} \end{aligned}$$

na qual t_r é o tempo de reação dos motoristas.

77. PENSE Se a velocidade do carro de corrida aumenta de zero até 60 km/h, é porque ele está sendo acelerado.

FORMULE Como a aceleração está sendo pedida em m/s^2, a velocidade final deve ser convertida de km/h para m/s. Supondo que o carro está se movendo no sentido positivo do eixo x, temos

$$v=(60\ \text{km/h})\left(\frac{1000\ \text{m/km}}{3600\ \text{s/h}}\right)=+16{,}7\ \text{m/s}$$

e $a > 0$. O ponto de partida pode ser tomado com o ponto $x_0 = 0$.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 2-7, a aceleração média é

$$a_{\text{méd}}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-v_0}{t-t_0}=\frac{16{,}7\ \text{m/s}-0}{5{,}4\ \text{s}-0}=3{,}09\ \text{m/s}^2$$

(b) Supondo uma aceleração constante $a = a_{\text{méd}} = 3{,}09\ \text{m/s}^2$, a distância total percorrida em um intervalo de tempo de 5,4 s é

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2=0+0+\frac{1}{2}(3{,}09\ \text{m/s}^2)(5{,}4\ \text{s})^2=45\ \text{m}$$

(c) De acordo com a Eq. 2-15, o tempo necessário para percorrer uma distância $x = 250$ m é

$$x=\frac{1}{2}at^2\ \Rightarrow\ t=\sqrt{\frac{2x}{a}}=\sqrt{\frac{2(250\ \text{m})}{3{,}1\ \text{m/s}^2}}=12{,}73\ \text{s}$$

APRENDA Podemos verificar se as respostas estão corretas usando a Eq. 2-17, que não foi utilizada para resolver o item (b). Substituindo os valores conhecidos na Eq. 2-17, obtemos

$$x=\frac{1}{2}(v_0+v)\,t=\frac{1}{2}(16{,}7\ \text{m/s})(5{,}4\ \text{s})=45\ \text{m}$$

Como esse é o valor calculado no item (b), sabemos que a solução está correta.

78. Tomamos o instante inicial, $t = 0$, como o instante em que os freios foram aplicados. Como a desaceleração é constante, as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas. As variáveis com plicas (como $v'_0 = 72\ \text{km/h} = 20\ \text{m/s}$) se referem ao trem que está se movendo no sentido positivo do eixo x e está na origem no instante $t = 0$, e as variáveis sem plicas se referem ao trem que está se movendo no sentido negativo do eixo x e está no ponto $x_0 = +950$ m no instante $t = 0$. Note que o vetor aceleração do segundo trem aponta no sentido *positivo* do eixo x, embora o trem esteja freando, já que a velocidade inicial desse trem é $v_0 = -144$ km/h $= -40$ m/s. Como a velocidade do primeiro trem é menor, o primeiro trem deve parar antes do segundo, a não ser que aconteça uma colisão. Usando a Eq. 2-16 com $v' = 0$, vemos que o primeiro trem irá parar no ponto

$$x'=\frac{(v')^2-(v'_0)^2}{2a'}=\frac{0-20^2}{-2}=200\ \text{m}\ .$$

De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade do segundo trem ao chegar ao mesmo ponto é

$$v=\sqrt{v_o^2+2a\Delta x}=\sqrt{(-40)^2+2(1{,}0)(200-950)}=\sqrt{100}=10\ \text{m/s}$$

Mais especificamente, a velocidade do segundo trem nesse momento é -10 m/s, já que ainda está se movendo no sentido negativo do eixo x; isso significa que os trens não conseguem frear a tempo de evitar uma colisão. Se não fosse possível obter um valor real para v (ou seja, se o radicando da equação acima fosse negativo), esse fato não seria suficiente para garantir que os trens escapassem da colisão, já que a colisão poderia acontecer antes de o primeiro trem parar. Entretanto, calculando o tempo que o primeiro trem leva para parar (20 s, de acordo com a Eq. 2-11) e calculando a posição do segundo trem nesse momento ($x = 350$ m), é possível mostrar que os trens estavam a uma distância considerável no momento da parada do primeiro trem.

79. A coordenada y do grampo 1 obedece à equação $y - y_{01} = -g\,t^2/2$, na qual, de acordo com o gráfico, $y = 0$ para $t = 3{,}0$ s. Resolvendo essa equação, obtemos $y_{01} = 44{,}1$ m. De acordo com o gráfico, a coordenada do grampo 2 (que foi lançado no instante $t = 1{,}0$ s com velocidade v_1) é dada por

$$y - y_{02} = v_1(t-1{,}0) - g\,(t - 1{,}0)^2/2$$

em que $y_{02} = y_{01} + 10 = 54{,}1$ m e na qual (novamente) $y = 0$ para $t = 3{,}0$ s. Assim, vemos que $|v_1| = 17$ m/s, aproximadamente.

80. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo o sentido do movimento e usar os índices 1 e 2 para os dados. Nesse caso, $v_1 = +30$ m/s, $v_2 = +50$ m/s e $x_2 - x_1 = +160$ m.

(a) De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)} = \frac{50^2 - 30^2}{2(160)} = 5{,}0 \text{ m/s}^2.$$

(b) Podemos calcular o intervalo de tempo correspondente ao deslocamento $x_2 - x_1$ usando a Eq. 2-17:

$$t_2 - t_1 = \frac{2(x_2 - x_1)}{v_1 + v_2} = \frac{2(160)}{30 + 50} = 4{,}0 \text{ s}.$$

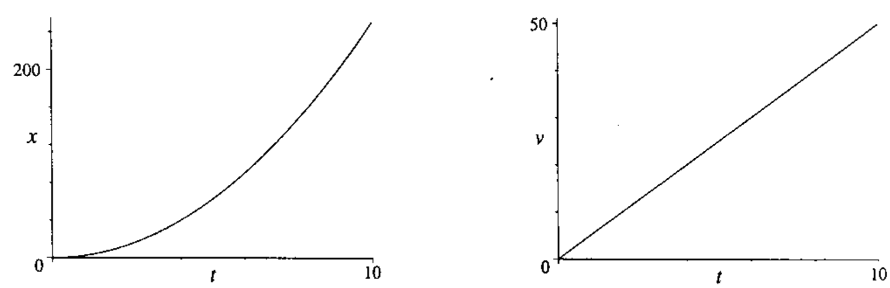
(c) Como o trem está em repouso ($v_0 = 0$) no instante inicial ($t = 0$), podemos calcular o valor de t_1 usando a Eq. 2-11:

$$v_1 = v_0 + at_1 \;\Rightarrow\; t_1 = \frac{30}{5.0} = 6{,}0 \text{ s}.$$

(d) A origem dos eixos coordenados foi tomada como sendo o local em que o trem estava em repouso (ou seja, $x_0 = 0$). Assim, precisamos apenas calcular o valor de x_1. Entre as várias equações que poderiam ser usadas, escolhemos a Eq. 2-17:

$$x_1 = \frac{1}{2}(v_0 + v_1)t_1 = \frac{1}{2}(30)(6{,}0) = 90 \text{ m}.$$

(e) Os gráficos são mostrados a seguir; o uso de unidades do SI está implícito.



81. PENSE Como a partícula sofre uma aceleração *variável* ao se mover no eixo x, a velocidade deve ser calculada por integração.

FORMULE No caso de uma aceleração variável $a(t) = dv/dt$, a velocidade da partícula no instante t_1 é dada pela Eq. 2-27: $v_1 = v_0 + \int_{t_0}^{t_1} a(t)dt$, em que v_0 é a velocidade no instante t_0. De acordo com os dados do problema, $a = 5{,}0t$. Além disso, sabemos que $v_0 = 17$ m/s para $t_0 = 2{,}0$ s.

ANALISE Integrando a aceleração de $t = 2$ s a $t = 4$ s e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\,dt = v_0 + \int_{t_0}^{t} (5{,}0t)dt = v_0 + \frac{1}{2}(5{,}0)(t^2 - t_0^2) = 17 + \tfrac{1}{2}(5{,}0)(4^2 - 2^2) = 47 \text{ m/s}$$

APRENDA A velocidade da partícula em função de t é dada por

$$v(t)=v_0+\frac{1}{2}(5{,}0)(t^2-t_0^2)=17+\frac{1}{2}(5{,}0)(t^2-4)=7+2{,}5t^2$$

em unidades do SI (m/s). Como a aceleração varia linearmente com o tempo, a velocidade varia com o quadrado do tempo, e o deslocamento varia com o cubo do tempo.

82. A velocidade v no instante $t = 6$ (o uso de unidades do SI e dois algarismos significativos está implícito) é $v_{\text{dado}}+\int_{-2}^{6} a\,dt$. Uma forma simples de calcular a integral é usar a expressão da área de um triângulo (base × altura)/2. O resultado é $v = 7$ m/s + 32 m/s = 39 m/s.

83. Depois de deixado cair ($v_0 = 0$), o objeto está em queda livre ($a = -g = -9{,}8$ m/s^2 supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima) e podemos usar repetidamente a Eq. 2-15.

(a) A distância D (positiva) entre o ponto de baixo e a marca correspondente a certo tempo de reação t é dada por $\Delta y = -D = gt^2/2$ ou $D = gt^2/2$. Assim, para $t_1 = 50{,}0$ ms,

$$D_1=\frac{\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)\left(50{,}0\times10^{-3}\ \text{s}\right)^2}{2}=0{,}0123\ \text{m}=1{,}23\ \text{cm}.$$

(b) Para $t_2 = 100$ ms, $D_2=\dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(100\times10^{-3}\ \text{s})^2}{2}=0{,}049\ \text{m}=4D_1.$

(c) Para $t_3 = 150$ ms, $D_3=\dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(150\times10^{-3}\ \text{s})^2}{2}=0{,}11\ \text{m}=9D_1.$

(d) Para $t_4 = 200$ ms, $D_4=\dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(200\times10^{-3}\ \text{s})^2}{2}=0{,}196\ \text{m}=16D_1.$

(e) Para $t_4 = 250$ ms, $D_5=\dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(250\times10^{-3}\ \text{s})^2}{2}=0{,}306\ \text{m}=25D_1.$

84. Tomando o sentido positivo do eixo x como o sentido do movimento e usando as unidades do SI, $v = 1600(1000/3600) = 444$ m/s.

(a) De acordo com a Eq. 2-11, $444 = a(1{,}8)$ ou $a = 247$ m/s^2. Em unidades de g, temos:

$$a=\left(\frac{247}{9{,}8}\right)g=25g.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-17, temos:

$$x=\frac{1}{2}\left(v_0+v\right)t=\frac{1}{2}\left(444\right)\left(1{,}8\right)=400\ \text{m}.$$

85. Como os deslocamentos têm o mesmo módulo e sentidos opostos, o deslocamento total é zero e, portanto, a velocidade média também é zero. A velocidade escalar média, por outro lado, é diferente de zero. Chamando de D a distância até o alto da encosta, temos:

$$\text{velocidade escalar média}=\frac{\text{distância total}}{\text{tempo de percurso}}=\frac{2D}{\dfrac{D}{20\ \text{km/h}}+\dfrac{D}{35\ \text{km/h}}}\approx 25\ \text{km/h}$$

86. Podemos calcular a velocidade integrando a aceleração:

$$v-v_0=\int_0^t (6{,}1-1{,}2t')\,dt'.$$

(a) O resultado da integração anterior é o seguinte

$$v = v_0 + 6{,}1t - 0{,}6t^2,$$

em que, de acordo com o enunciado, $v_0 = 2{,}7$ m/s. Para calcular a velocidade máxima, basta notar que o máximo da função acontece no ponto em que a derivada (a aceleração, no caso) é zero ($a = 0$ para $t = 6{,}1/1{,}2 = 5{,}1$ s) e substituir o valor de t assim encontrado na equação da velocidade. O resultado é $v = 18$ m/s.

(b) Integramos novamente para obter x em função de t:

$$x - x_0 = \int_0^t v\,dt' = \int_0^t (v_0 + 6{,}1t' - 0{,}6t'^2)\,dt' = v_0 t + 3{,}05t^2 - 0{,}2t^3.$$

Com $x_0 = 7{,}3$ m, obtemos $x = 83$ m para $t = 6$. É a resposta correta, mas isso não é tão óbvio como pode parecer. Afinal de contas, o problema pede a distância percorrida, e $(x - x_0)$ não é a distância e sim o *deslocamento*. Se a velocidade do ciclista tiver mudado de sinal durante o trajeto, a distância total será maior que o deslocamento. Assim, é justo que nos perguntemos: "A velocidade mudou de sinal?" Para isso, a velocidade teria que se anular (momentaneamente) em algum ponto do percurso, ou seja, a equação da velocidade teria que ter uma raiz no intervalo considerado no problema ($0 \le t \le 6$ s). Como as raízes da equação da velocidade são $t = -0{,}43$ s e $t = 10{,}59$ s, isso não acontece e a distância percorrida é igual ao deslocamento.

87. PENSE Neste problema, são dadas duas velocidades e devemos calcular a diferença entre os tempos de percurso correspondentes a essas velocidades.

FORMULE O tempo necessário para percorrer uma distância d a uma velocidade v_1 é $t_1 = d/v_1$, e a uma velocidade v_2 é $t_2 = d/v_2$. Neste problema, as duas velocidades são

$$v_1 = 55 \text{ mi/h} = (55 \text{ mi/h})\frac{1609 \text{ m/mi}}{3600 \text{ s/h}} = 24{,}58 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 65 \text{ mi/h} = (65 \text{ mi/h})\frac{1609 \text{ m/mi}}{3600 \text{ s/h}} = 29{,}05 \text{ m/s}$$

ANALISE Para $d = 700 \text{ km} = 7{,}0\times10^5$ m, a diferença entre os tempos de percurso é

$$\Delta t = t_1 - t_2 = d\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) = (7{,}0\times10^5 \text{ m})\left(\frac{1}{24{,}58 \text{ m/s}} - \frac{1}{29{,}05 \text{ m/s}}\right) = 4383 \text{ s}$$
$$= 73 \text{ min}$$

o que corresponde a cerca de 1,2 h.

APRENDA A redução do tempo de percurso é esperada sempre que a velocidade aumenta e a distância percorrida é a mesma.

88. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1.

(a) Tomando o primeiro ponto como origem das coordenadas e $t = 0$ como o instante em que o carro passou pelo primeiro ponto, a Eq. 2-17 nos dá

$$x = \frac{1}{2}(v + v_0)t = \frac{1}{2}(15{,}0 \text{ m/s} + v_0)(6{,}00 \text{ s}).$$

Fazendo $x = 60{,}0$ m (o que significa tomar o sentido positivo do eixo x como o sentido do movimento), obtemos $v_0 = 5{,}00$ m/s.

(b) Fazendo $v = 15{,}0$ m/s, $v_0 = 5{,}00$ m/s e $t = 6{,}00$ s da equação $a = (v - v_0)/t$ (Eq. 2-11), obtemos $a = 1{,}67$ m/s^2.

(c) Fazendo $v = 0$ na equação $v^2 = v_0^2 + 2ax$, obtemos

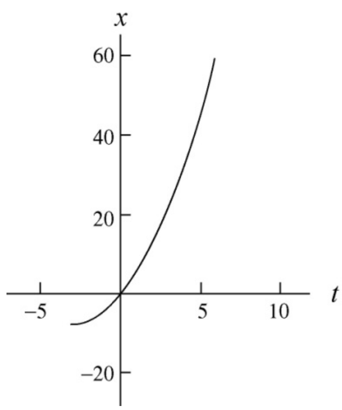
$$x = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{(5{,}00 \text{ m/s})^2}{2(1{,}67 \text{ m/s}^2)} = -7{,}50 \text{ m}$$

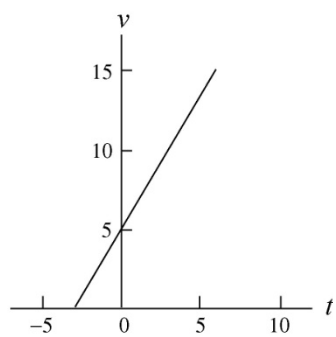
ou $|x| = 7{,}50$ m.

(d) Para traçar os gráficos, precisamos conhecer o instante em que $v = 0$. Usando a equação $v = v_0 + at' = 0$, obtemos:

$$t' = \frac{-v_0}{a} = \frac{-5{,}00 \text{ m/s}}{1{,}67 \text{ m/s}^2} = -3{,}0 \text{ s}$$

Nos gráficos a seguir, as unidades do SI estão implícitas.





89. PENSE Este problema trata da relação entre a altura máxima atingida por um objeto que está sujeito apenas à força da gravidade e o tempo que o objeto passa no ar.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da bola é $a = -g = -9{,}8$ m/s^2, podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a. Tomando o solo como origem do sistema de coordenadas, $y_0 = 0$. Quando a bola atinge a altura máxima $y = H$, a velocidade da bola se anula momentaneamente ($v = 0$). Assim, de acordo com a Eq. 2-17,

$$0 = v^2 = v_0^2 - 2gH \;\Rightarrow\; v_0 = \sqrt{2gH}$$

O tempo necessário para a bola atingir a altura máxima pode ser determinado usando a Eq. 2-11, que nos dá $v = v_0 - gt = 0$, ou $t = v_0/g = \sqrt{2H/g}$.

ANALISE Para que a bola passe o dobro do tempo no ar, ela deve levar o dobro do tempo para atingir a altura máxima, ou seja, o tempo que a bola leva para atingir a altura máxima deve ser $t' = 2t$; nesse caso, de acordo com o resultado anterior, a altura máxima H' será tal que $t' = \sqrt{2H'/g}$. Explicitando H', obtemos

$$H' = \frac{1}{2}gt'^2 = \frac{1}{2}g(2t)^2 = 4\left(\frac{1}{2}gt^2\right) = 4H$$

APRENDA Como $H \sim t^2$ para multiplicar t por dois, precisamos multiplicar H por quatro. Note que, para isso, devemos multiplicar por dois a velocidade de lançamento, ou seja, devemos aumentar a velocidade de lançamento para $v_0' = 2v_0$.

90. (a) Usando o fato de que a área de um triângulo é dada por $\frac{1}{2}$(base) (altura) (e o fato de que a integral corresponde à área sob a curva), calculamos que, de $t = 0$ a $t = 5$ s, a integral de v em relação a t é 15 m. Como sabemos que $x_0 = 0$, concluímos que $x =$ 15 m para $t = 5{,}0$ s.

(b) Vemos diretamente no gráfico que $v = 2{,}0$ m/s para $t = 5{,}0$ s.

(c) Como $a = dv/dt =$ inclinação do gráfico, vemos que a aceleração no intervalo $4 < t < 6$ é constante e igual a $-2{,}0$ m/s^2.

(d) Pensando em $x(t)$ em termos de área sob a curva, vemos que $x(1) = 1$ m; usando este fato e o resultado do item (a), temos, de acordo com a Eq. 2-2:

$$v_{\text{méd}} = \frac{x(5) - x(1)}{5 - 1} = \frac{15 - 1}{4} = 3{,}5 \text{ m/s}.$$

(e) De acordo com a Eq. 2-7 e usando valores de $v(t)$ lidos diretamente no gráfico, temos:

$$a_{\text{méd}} = \frac{v(5) - v(1)}{5 - 1} = \frac{2-2}{4} = 0.$$

91. Supondo que o sentido positivo do eixo y é *para baixo* e que $y_0 = 0$, temos $y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, o que (com $v_0 = 0$) nos dá $t = \sqrt{2y/g}$.

(a) No final desta parte da queda, $y_1 = 50$ m e, portanto,

$$t = \sqrt{\frac{2(50)}{9{,}8}} = 3{,}2 \text{ s}.$$

(b) No final desta parte da queda, o deslocamento total é $y_2 = 100$ m. Assim, o tempo total é

$$t = \sqrt{\frac{2(100)}{9{,}8}} = 4{,}5 \text{ s}.$$

A diferença entre este tempo e o tempo obtido no item (a) é o tempo que a pedra leva para cair os segundos 50 m: $\Delta t = t_2 - t_1 =$ 4,5 s – 3,2 s = 1,3 s.

92. O sentido positivo do eixo x está implícito no enunciado do problema. A posição inicial (em $t = 0$) é $x_0 = 0$ (onde, também, $v_0 = 0$), a aceleração positiva termina em $x_1 = 1100/2 = 550$ m e o trem para ($v_2 = 0$) em $x_2 = 1100$ m.

(a) De acordo com a Eq. 2-15, o instante em que o trem chega ao ponto x_1 é dado por

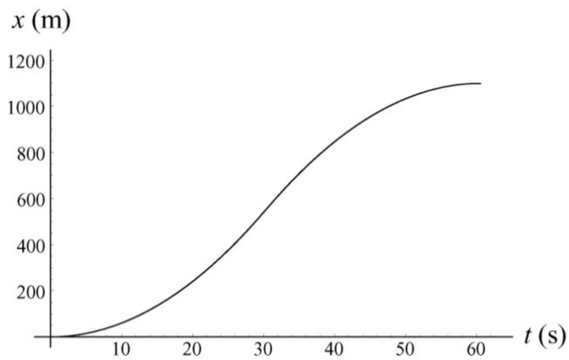
$$t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2(550)}{1{,}2}} = 30{,}3 \text{ s}.$$

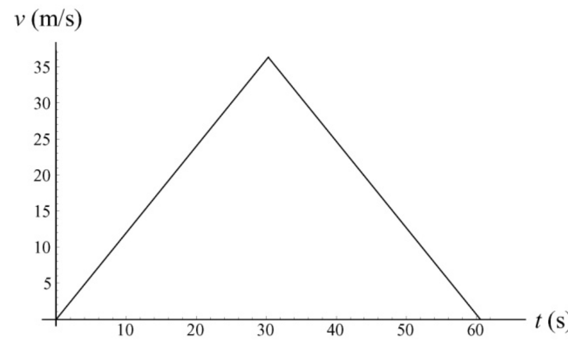
Como o intervalo de tempo $t_2 - t_1$ tem o mesmo valor (o que é fácil de demonstrar a partir da Eq. 2-18), o tempo total é $t_2 = 2(30{,}3) = 60{,}6$ s.

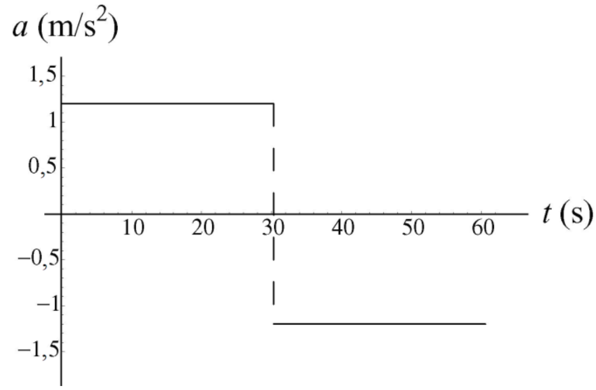
(b) A velocidade máxima é atingida no instante t_1 e é dada por

$$v_1 = v_0 + a_1 t_1 = 36{,}3 \text{ m/s}.$$

(c) Os gráficos são mostrados a seguir:







93. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima) durante todo o movimento. Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração da bola é constante (e, além disso, vamos supor que $y_0 = 0$).

(a) Aplicamos a Eq. 2-16 aos dados do problema, com as unidades do SI implícitas.

$$v_B^2 = v_0^2 - 2gy_B \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2}v\right)^2 + 2g\left(y_A + 3\right) = v_0^2$$
$$v_A^2 = v_0^2 - 2gy_A \quad \Rightarrow \quad v^2 + 2gy_A = v_0^2$$

Igualando as expressões do lado esquerdo das equações, já que ambas são iguais a v_0^2, obtemos

$$\frac{v^2}{4} + 2gy_A + 2g(3) = v^2 + 2gy_A \quad \Rightarrow \quad 2g(3) = \frac{3v^2}{4}$$

o que nos dá $v = \sqrt{2g(4)} = 8{,}85$ m/s.

(b) Um objeto que passa pelo ponto A com uma velocidade $v = 8{,}85$ m/s atinge uma altura máxima $y - y_A = v^2/2g = 4{,}00$ m acima do ponto A (isso também é uma consequência da Eq. 2-16, agora com a velocidade "final" igual a zero por se tratar do ponto mais alto da trajetória). Assim, o ponto mais alto da trajetória está 1,00 m acima do ponto B.

94. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima) durante todo o movimento. Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração da pedra é constante. Vamos tomar o nível do solo como origem do eixo y. O tempo total de queda pode ser calculado usando a Eq. 2-15:

$$\Delta y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

para a qual escolhemos a raiz positiva. Fazendo $y = 0$, $v_0 = 0$ e $y_0 = h = 60$ m, obtemos

$$t = \frac{\sqrt{2gh}}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3{,}5 \text{ s}.$$

Isso significa que "1,2 s antes de chegar ao solo" é o instante $t = 2{,}3$ s e, portanto,

$$y - h = v_0(2{,}3) - \frac{1}{2}g(2{,}3)^2 \quad \Rightarrow \quad y = 34 \text{ m}$$

para o qual novamente fizemos $h = 60$ m e $v_0 = 0$.

95. PENSE Este problema envolve a análise de um gráfico da posição de um trenó a vela em função do tempo. Sabemos que o vento imprime ao trenó uma aceleração constante.

FORMULE Como a aceleração é constante, as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas. Acontece, porém, que os valores de v_0 e a não são dados explicitamente, mas devem ser obtidos a partir de um gráfico. Para isso, aplicamos a equação $x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ a dois pontos convenientes do gráfico para obtermos um sistema de equações e resolvemos o sistema para obtermos os valores de v_0 e a.

ANALISE (a) Dois pontos convenientes do gráfico são os pontos $(2{,}0\text{ s}, 16\text{ m})$ e $(3{,}0\text{ s}, 27\text{ m})$. As equações correspondentes são

$$16\text{ m} - 0 = v_0(2{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}a(2{,}0\text{ s})^2$$
$$27\text{ m} - 0 = v_0(3{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}a(3{,}0\text{ s})^2$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos $v_0 = 6{,}0$ m/s e $a = 2{,}0$ m/s^2.

(b) De acordo com a Tabela 2-1,

$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad 27\text{ m} - 0 = v(3{,}0\text{ s}) - \frac{1}{2}(2{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2$$

o que nos dá $v = 12$ m/s.

(c) Supondo que a aceleração permanece a mesma no intervalo $3{,}0 \le t \le 6{,}0$, podemos aplicar a equação $x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ a esse intervalo usando o valor de a calculado no item (a) e usando para v_0 a velocidade calculada no item (b), 12,0 m/s, o que nos dá

$$\Delta x = (12{,}0\text{ m/s})(3{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}(2{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2 = 45\text{ m}$$

APRENDA Usando os resultados obtidos no item (a), podemos escrever equações gerais para a posição e velocidade do trenó a vela em função do tempo como

$$x(t) = (6{,}0\text{ m/s})t + \frac{1}{2}(2{,}0\text{ m/s}^2)t^2 \quad \text{e} \quad v(t) = (6{,}0\text{ m/s}) + (2{,}0\text{ m/s}^2)t$$

É fácil notar que essas expressões fornecem os mesmos valores para as respostas dos itens (b) e (c).

96. (a) Vamos chamar de h a altura do trampolim, supor que o sentido positivo do eixo y é para baixo e escolher como origem do eixo y o ponto de onde a bola foi deixada cair. Nesse caso, a bola atinge o lago no ponto $y = h$. Vamos chamar a profundidade do lago de D, e o tempo que a bola leva para chegar ao fundo do lago de T. Nesse caso, de acordo com a Eq. 2-16, a velocidade da bola ao chegar à superfície do lago é $v = \sqrt{2gh}$ e, de acordo com a Eq. 2-16, o tempo que a bola leva para chegar à superfície do lago é $t_1 = \sqrt{2h/g}$. O tempo que a bola passa descendo no lago (com velocidade constante v) é dado por

$$t_2 = \frac{D}{v} = \frac{D}{\sqrt{2gh}}\,.$$

Assim, $T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{D}{\sqrt{2gh}}$, o que nos dá

$$D = T\sqrt{2gh} - 2h = (4{,}80)\sqrt{(2)(9{,}80)(5{,}20)} - (2)(5{,}20) = 38{,}1\text{ m}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-2, o módulo da velocidade média é

$$v_{\text{méd}} = \frac{D + h}{T} = \frac{38{,}1 + 5{,}20}{4{,}80} = 9{,}02\text{ m/s}$$

(c) Com nossa escolha de coordenadas, o sinal positivo de $v_{méd}$ significa que a bola está descendo. Se tivéssemos escolhido o sentido positivo do eixo y para cima, o resultado do item (b) teria um valor negativo. Nos dois casos, porém, a interpretação seria a mesma.

(d) Podemos obter o valor de v_0 a partir da equação $\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$ com $t = T$ e $\Delta y = h + D$. O resultado é o seguinte:

$$v_0 = \frac{h+D}{T} - \frac{gT}{2} = \frac{5,20+38,1}{4,80} - \frac{(9,8)(4,80)}{2} = 14,5 \text{ m/s}$$

(e) Com nossa escolha de coordenadas, o sinal negativo de v_0 significa que a bola foi arremessada para cima.

97. Supomos que o sentido positivo do eixo y é para baixo e usamos as equações da Tabela 2-1 (substituindo x por y) com $a = +g$, $v_0 = 0$ e $y_0 = 0$. Usamos o índice 2 para o elevador no solo e 1 for para o elevador no ponto médio da queda.

(a) A Eq. 2-16, $v_2^2 = v_0^2 + 2a(y_2 - y_0)$, nos dá

$$v_2 = \sqrt{2gy_2} = \sqrt{2(9,8)(120)} = 48,5 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-15, o instante em que o elevador atinge o solo é

$$t_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = \sqrt{\frac{2(120)}{9,8}} = 4,95 \text{ s}.$$

(c) A Eq. 2-16, na forma $v_1^2 = v_0^2 + 2a(y_1 - y_0)$, nos dá

$$v_1 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(60 \text{ m})} = 34,3 \text{ m/s}.$$

(d) De acordo com a Eq. 2-15, o instante em que o elevador atinge o ponto médio da queda é

$$t_1 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = \sqrt{\frac{2(60)}{9,8}} = 3,50 \text{ s}.$$

98. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima e tomando a origem no ponto de onde os objetos são deixados cair, a posição do diamante 1 é dada por $y_1 = -gt^2/2$ e a posição do diamante 2 é dada por $y_2 = -g(t-1)^2/2$. Tomamos $t = 0$ como o instante em que o primeiro diamante é deixado cair e queremos calcular o instante no qual $y_2 - y_1 = 10$ m. Assim,

$$-\frac{1}{2}g(t-1)^2 + \frac{1}{2}gt^2 = 10 \quad \Rightarrow \quad t = (10/g) + 0,5 = 1,5 \text{ s}.$$

99. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima, temos $y_0 = 36,6$ m e $y = 12,2$ m. Assim, de acordo com a Eq. 2-18 (a última equação da Tabela 2-1),

$$y - y_0 = vt + \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad v = -22 \text{ m/s}$$

no instante $t = 2,00$ s. O sinal negativo significa que o sentido da velocidade é para baixo.

100. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima e desprezando a resistência do ar durante a queda livre, a Eq. 2-15 se torna $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$, na qual Δy é o *negativo* da distância percorrida. Assim, para simplificar, escrevemos a equação na forma $d = \frac{1}{2}gt^2$.

(a) O tempo t_1 durante o qual o paraquedista permanece em queda livre pode ser obtido com o auxílio da Eq. 2-15, segundo a qual

$$d_1 = 50 \text{ m} = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}(9,80 \text{ m/s}^2)\, t_1^2$$

Resolvendo a equação anterior, obtemos t_1 = 3,2 s. A velocidade escalar do paraquedista no momento em que abre o paraquedas é dada pela raiz positiva da equação $v_1^2 = 2gd_1$:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{(2)(9{,}80\ \text{m/s}^2)(50\ \text{m})} = 31\ \text{m/s}.$$

Chamando a velocidade final de v_2, o intervalo de tempo t_2 entre o instante em que o paraquedas é aberto e o instante em que o paraquedista chega ao solo é

$$t_2 = \frac{v_1 - v_2}{a} = \frac{31\ \text{m/s} - 3{,}0\ \text{m/s}}{2\ \text{m/s}^2} = 14\ \text{s}.$$

Este resultado pode ser obtido a partir da Eq. 2-11, usando velocidades escalares (e, portanto, valores positivos para v_1 e v_2). Observamos também que o vetor aceleração nessa parte da queda é positivo, já que o vetor aceleração aponta para cima (no sentido oposto ao do movimento, o que constitui uma desaceleração). O tempo total de queda é, portanto, $t_1 + t_2$ = 17 s.

(b) A distância que o paraquedista percorreu depois que o paraquedas foi aberto é dada por

$$d = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2a} = \frac{(31\ \text{m/s})^2 - (3{,}0\ \text{m/s})^2}{(2)(2{,}0\ \text{m/s}^2)} \approx 240\ \text{m}.$$

Nesse cálculo foi usada a Eq. 2-16 com os dois membros multiplicados por –1 (o que, do lado esquerdo, transforma Δy, um valor negativo, em d, um valor positivo, e, do lado direito, muda a ordem de v_1 e v_2). Assim, a queda começou em uma altura $h = 50 + d \approx 290$ m.

101. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima e desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s². Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração é constante. Supomos que o nível do solo corresponde a $y = 0$.

(a) Com $y_0 = h$ e v_0 substituída por $-v_0$, a Eq. 2-16 nos dá

$$v = \sqrt{(-v_0)^2 - 2g\,(y - y_0)} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}\,.$$

Escolhemos a raiz positiva porque estamos interessados no valor absoluto da velocidade.

(b) Para calcular o tempo, usamos a Eq. 2-15, com $-v_0$ no lugar de v_0:

$$\Delta y = -v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{-v_0 + \sqrt{(-v_0)^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

para a qual escolhemos a raiz positiva porque $t > 0$. Fazendo $y = 0$ e $y_0 = h$, obtemos

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g}.$$

(c) Se a bola fosse lançada para cima da altura h com a mesma velocidade inicial, passaria de novo por essa altura (desprezando a resistência do ar) com a mesma velocidade, dessa vez para baixo, e, portanto, chegaria ao solo com a mesma velocidade do item (a). Um conceito importante relacionado a este fato é discutido em outro capítulo do livro (no contexto da conservação da energia).

(d) Como a bola se move para cima antes de começar a cair, é óbvio que leva mais tempo para chegar ao solo que o valor calculado no item (b). O cálculo, porém, é praticamente igual; a única diferença é que agora temos $+v_0$ na equação, enquanto nos cálculos do item (b) tínhamos $-v_0$:

$$\Delta y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

para a qual novamente escolhemos a raiz positiva porque $t > 0$. Fazendo $y = 0$ e $y_0 = h$, obtemos

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} + v_0}{g}.$$

102. Supondo que a bola se move com velocidade constante, podemos usar a Eq. 2-2 (com $v_{\text{méd}} = v > 0$). O resultado é o seguinte:

$$\Delta x = v\Delta t = \left[303\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\left(\frac{1000\ \text{m/km}}{3600\ \text{s/h}}\right)\right]\left(100\times10^{-3}\ \text{s}\right) = 8{,}4\ \text{m}.$$

103. Supondo que a velocidade horizontal da bola é constante, o deslocamento horizontal é dado por $\Delta x = v\Delta t$, em que v é a velocidade horizontal e Δt é o tempo. Convertendo v para metros por segundo, temos 160 km/h = 44,4 m/s. Assim,

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{18{,}4\ \text{m}}{44{,}4\ \text{m/s}} = 0{,}414\ \text{s}$$

A conversão de km/h para m/s pode ser feita sem dificuldade, usando as relações 1000 m = 1 km e 3600 s = 1 h, ou consultando o Apêndice D.

104. Nesta solução, usamos a notação $x(t)$ para indicar o valor de x correspondente a um determinado valor de t. Assim, $x(t) = 50t + 10t^2$, em que x e t estão em unidades do SI, metros e segundos, respectivamente.

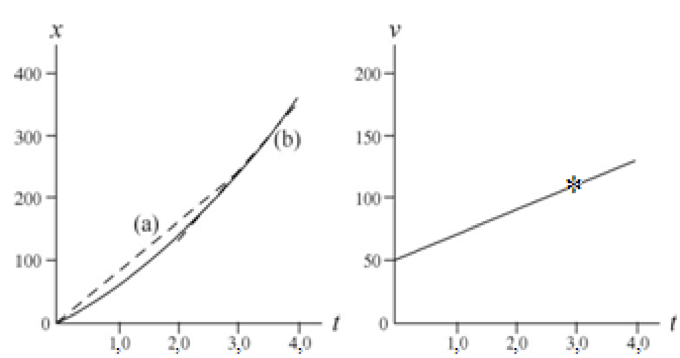
(a) A velocidade média nos primeiros 3 s é

$$v_{\text{méd}} = \frac{x(3) - x(0)}{\Delta t} = \frac{(50)(3) + (10)(3)^2 - 0}{3} = 80\ \text{m/s}$$

(b) A velocidade instantânea no instante t é dada por $v = dx/dt = 50 + 20t$. Para $t = 3{,}0$ s, $v = 50 + (20)(3{,}0) = 110$ m/s.

(c) A aceleração instantânea no instante t é dada por $a = dv/dt = 20\ \text{m/s}^2$. Como a aceleração é constante, ela é igual a $20\ \text{m/s}^2$ para qualquer valor de t.

(d), (e) e (f) Os gráficos mostram a posição x e a velocidade v do próton em função do tempo, em unidades do SI. A reta tracejada (a) do gráfico da esquerda liga o ponto $t = 0$, $x = 0$ ao ponto $t = 3{,}0$ s, $x = 240$ m. A inclinação dessa reta é a velocidade média do próton durante os primeiros 3,0 s do percurso. A reta tracejada (b) é tangente à curva da função $x(t)$ no ponto $t = 3{,}0$ s. A inclinação dessa reta é a velocidade instantânea do próton no instante $t = 3{,}0$ s. Essa velocidade corresponde também à ordenada do ponto assinalado no gráfico da direita.



105. Supondo que a motocicleta está se movendo no sentido positivo do eixo x, $v_0 = +30$ m/s, $v_1 = +15$ m/s e $a < 0$. A aceleração pode ser calculada com o auxílio da Eq. 2-11: $a = (v_1 - v_0)/t_1$, em que $t_1 = 3{,}0$ s. O resultado é $a = -5{,}0\ \text{m/s}^2$. O deslocamento (que, neste problema, é igual à distância percorrida) até o ponto em que a motocicleta para ($v_2 = 0$) pode ser calculado com o auxílio da Eq. 2-16:

$$v_2^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad\Rightarrow\quad \Delta x = -\frac{(30\ \text{m/s})^2}{2(-5\ \text{m/s}^2)} = 90\ \text{m}$$

106. O problema pode ser dividido em duas partes nas quais a aceleração é constante: a parte 1, em que $v_0 = 0$, $v = 6{,}0$ m/s, $x = 1{,}8$ m e $x_0 = 0$ (tomando como origem do eixo x a posição inicial da bola), e a parte 2, em que $v_0 = 6{,}0$ m/s, $v = 0$ e $a_2 = -2{,}5$ m/s^2 (a aceleração é negativa porque estamos supondo que o disco se move no sentido positivo do eixo x).

(a) Podemos usar a Eq. 2-17 para determinar a duração da primeira parte do movimento:

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)\, t_1 \quad \Rightarrow \quad 1{,}8 \text{ m} - 0 = \frac{1}{2}(0 + 6{,}0 \text{ m/s})\, t_1$$

que nos dá $t_1 = 0{,}6$ s. Para determinar a duração da segunda parte do movimento, usamos a Eq. 2-11:

$$v = v_0 + a_2 t_2 \quad \Rightarrow \quad 0 = 6{,}0 \text{ m/s} + (-2{,}5 \text{ m/s}^2)t_2$$

que nos dá $t_2 = 2{,}4$ s. Assim, o tempo total é $t_1 + t_2 = 3{,}0$ s.

(b) Já conhecemos a distância percorrida na primeira parte do movimento. Podemos determinar a distância percorrida na segunda parte usando várias equações, mas a que não faz uso dos resultados obtidos no item (a) é a Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_2\Delta x_2 \quad \Rightarrow \quad 0 = (6{,}0 \text{ m/s})^2 + 2(-2{,}5 \text{ m/s}^2)\Delta x_2$$

que nos dá $\Delta x_2 = 7{,}2$ m. Assim, a distância total percorrida pelo disco de *shuffleboard* é (1,8 + 7,2) m = 9,0 m.

107. O tempo necessário pode ser obtido com o auxílio da Eq. 2-11 (ou da Eq. 2-7, se ela for interpretada adequadamente). Primeiro, convertemos a variação de velocidade para unidades do SI:

$$\Delta v = (100 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 27{,}8 \text{ m/s}$$

Assim, $\Delta t = \Delta v/a = 27{,}8/50 = 0{,}556$ s.

108. A aceleração mínima pode ser determinada explicitando a na Eq. 2-16:

$$a_{\text{mín}} = \frac{v_2 - v_0^2}{2\Delta x_{\text{máx}}} = \frac{(360 \text{ km/h})^2}{2(1{,}80 \text{ km})} = 36000 \text{ km/h}^2$$

o que equivale a 2,78 m/s^2.

109. (a) No caso do automóvel, $\Delta v = 55 - 25 = 30$ km/h. Convertendo para unidades do SI, obtemos

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(30 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right)}{(0{,}50 \text{ min})(60 \text{ s/min})} = 0{,}28 \text{ m/s}^2$$

(b) Como a variação de velocidade da bicicleta, no mesmo intervalo de tempo, é igual à variação de velocidade do automóvel, a aceleração também é a mesma, 0,28 m/s^2.

110. Convertendo a velocidade para metros por segundo e o intervalo de tempo para segundos, obtemos $v = 3400(1000/3600) = 944$ m/s e $\Delta t = 0{,}10$ s. Assim, $\Delta x = v\Delta t = 94$ m.

111. Este problema pode ser dividido em duas partes: na parte 1, em que o atleta se move com aceleração constante (e, portanto, as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas), $v_0 = 0$, $v = 11{,}0$ m/s, $x = 12{,}0$ m e $x_0 = 0$ (tomando como origem a linha de largada); na parte 2, em que o atleta se move com velocidade constante (e, portanto, a equação $x - x_0 = vt$ pode ser usada), $v = 11{,}0$ m/s, $x_0 = 12{,}0$ e $x = 100{,}0$ m.

(a) Aplicando a Eq. 2-17 à parte 1 do movimento, temos

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)\, t_1 \quad \Rightarrow \quad 12{,}0 - 0 = \frac{1}{2}(0 + 11{,}0)t_1$$

e, portanto, $t_1 = 2{,}2$ s.

Para a parte 2 do movimento, podemos usar a relação 88,0 = 11,0t_2, o que nos dá t_2 = 8,0 s. Assim, o tempo total é $t_1 + t_2$ = 10,2 s.

(b) Neste caso, queremos que o tempo total seja de 10,0 s, e estamos interessados em determinar a coordenada do ponto x_p no qual o corredor deixa de acelerar e passa a se mover com aceleração constante. As equações das partes 1 e 2 do movimento passam a ser, portanto,

$$x_p - 0 = \tfrac{1}{2}\left(0 + 11{,}0\text{ m/s}\right)t_1$$
$$100{,}0\text{ m} - x_p = \left(11{,}0\text{ m/s}\right)\left(10{,}0\text{ s} - t_1\right)$$

em que, na segunda equação, usamos o fato de que $t_2 = 10{,}0 - t_1$. Resolvendo o sistema de equações, obtemos t_1 = 1,8 s e x_p = 10,0 m.

112. A bala parte do repouso ($v_0 = 0$) e, depois de passar pelo cano ($\Delta x = 1{,}2$ m), está se movendo com uma velocidade conhecida (v = 640 m/s). Uma vez que a aceleração é constante, podemos utilizar uma das equações da Tabela 2-1. A mais conveniente é a Eq. 2.17, que pode ser escrita na forma $\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)\,t$. Explicitando t e substituindo os valores conhecidos, obtemos t = 0,00375 s (ou 3,75 ms).

113. Como a queda acontece no vácuo, podemos fazer $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 durante a queda (tomando o sentido para cima como positivo). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com Δy em lugar de Δx). Também podemos usar as equações da Tabela 2-1 durante o processo de captura, mas desta vez a aceleração é $a_2 = +25g = 245$ m/s^2.

(a) O tempo de queda é dado pela Eq. 2-15 com $v_0 = 0$ e $y = 0$. Explicitando t, obtemos

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(145\text{ m})}{9{,}8\text{ m/s}^2}} = 5{,}44\text{ s}$$

(b) A equação mais conveniente para calcular a velocidade da esfera ao chegar à base da torre é a Eq. 2-16, que nos dá

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)} = -\sqrt{2gy_0} = -53{,}3\text{ m/s}$$

em que o sinal é negativo porque a velocidade é para baixo. Assim, a velocidade escalar é $|v| = 53{,}3$ m/s.

(c) No processo de captura, a resposta do item (b) é a velocidade *inicial* ($v_0 = -53{,}3$ m/s) e a velocidade final é zero. De acordo com a Eq. 2-16,

$$\Delta y_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_2} = \frac{-(-53{,}3\text{ m/s})^2}{2(245\text{ m/s}^2)} = -5{,}80\text{ m}$$

ou $|\Delta y_2| = 5{,}80$ m. O sinal de Δy_2 é negativo porque a distância é percorrida no sentido negativo do eixo y.

114. Durante um tempo T_r a velocidade v_0 é constante (em um sentido que escolhemos como positivo) e obedece à relação $v_0 = D_r/T_r$. Em unidades do SI, $v_0 = 200(1000/3600) = 55{,}6$ m/s. Durante um tempo T_p, a aceleração é constante e tem o sentido oposto ao de v_0 (no nosso caso, portanto, $a < 0$). A velocidade final do carro é $v = 0$.

(a) De acordo com a Eq. 2-16 (com Δx_b = 170 m), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x_b \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x_b}$$

o que nos dá $|a|$ = 9,08 m/s^2.

(b) Para expressar o módulo da aceleração em unidades de g, basta dividir o resultado do item (a) pela aceleração da gravidade:

$$a = \left(\frac{9{,}08\text{ m/s}^2}{9{,}8\text{ m/s}^2}\right)g = 0{,}926g$$

(c) Para determinar o tempo de frenagem, usamos a Eq. 2-17:

$$\Delta x_b = \frac{1}{2}(v_0 + v)T_b \quad \Rightarrow \quad T_b = \frac{2(170\ \text{m})}{55{,}6\ \text{m/s}} = 6{,}12\ \text{s}$$

(d) O tempo total é a soma do tempo de reação com o tempo de frenagem:

$$T_b = \left(\frac{6{,}12\ \text{s}}{400 \times 10^{-3}\ \text{s}}\right) T_r = 15{,}3 T_r$$

(e) Como $T_p > T_r$, a maior parte do tempo que o carro leva para parar se deve ao tempo de desaceleração.

(f) A distância adicional ΔD percorrida pelo carro quando o tempo de reação aumenta de $\Delta T_r = 0{,}100$ s é dada por

$$\Delta D = v_0 \Delta T_r = (55{,}6\ \text{m/s})(0{,}100\ \text{s}) = 5{,}56\ \text{m}$$

115. Como o tempo total da prova foi $\Delta t = 2\text{h}41\text{min} = 161\ \text{min}$ e o centro da corda sofreu um deslocamento $\Delta x = 3{,}70\ \text{m} = 370\ \text{cm}$, a velocidade média do ponto central da corda durante a prova foi

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{370\ \text{cm}}{161\ \text{min}} = 2{,}30\ \text{cm/min}$$

116. De acordo com a Eq. 2-11, $v = v_0 + at$, a velocidade inicial era

$$v_0 = v - at = 0 - (-3400)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(6{,}5 \times 10^{-3}\ \text{s}) = 216{,}6\ \text{m/s}$$

117. O número N de dias que Meegan passou caminhando (incluindo o primeiro dia, o último dia e o número de dias de um ano bissexto) foi

$$N = 340 + 365 + 365 + 366 + 365 + 365 + 261 = 2427$$

Portanto, a velocidade média da caminhada foi

$$s_{\text{méd}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{3{,}06 \times 10^7\ \text{m}}{(2427\ \text{dias})(86400\ \text{s/dia})} = 0{,}146\ \text{m/s}$$

118. (a) Seja d a distância percorrida. As velocidades médias com as asas estendidas e com as asas recolhidas são, respectivamente, $v_e = d/t_e$ e $v_r = d/t_r$. A razão entre as duas velocidades é

$$\frac{v_e}{v_r} = \frac{d/t_e}{d/t_r} = \frac{t_r}{t_e} = \frac{25{,}0\ \text{s}}{7{,}1\ \text{s}} = 3{,}52$$

(b) A diferença de tempo em função de v_e é dada por

$$\Delta t = t_r - t_e = \frac{d}{v_r} - \frac{d}{v_e} = \frac{d}{(v_e/3{,}52)} - \frac{d}{v_e} = 2{,}52\frac{d}{v_e} = 2{,}52\frac{(2{,}0\ \text{m})}{v_e} = \frac{5{,}04\ \text{m}}{v_e}$$

119. (a) Derivando $y(t) = (2{,}0\ \text{cm})\text{sen}(\pi t/4)$ em relação a t, obtemos a seguinte expressão para a velocidade:

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = \left(\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\cos(\pi t/4)$$

A velocidade média entre $t = 0$ e $t = 2{,}0$ s é

$$\begin{aligned} v_{\text{méd}} &= \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\int_0^2 v_y dt = \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\left(\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\int_0^2 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) dt \\ &= \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}(2\ \text{cm})\int_0^{\pi/2} \cos x\, dx = 1{,}0\ \text{cm/s} \end{aligned}$$

(b) As velocidades instantâneas da partícula nos instantes $t = 0$, 1,0 s e 2,0 s são, respectivamente,

$$\begin{aligned} v_y(0) &= \left(\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\cos(0) = \frac{\pi}{2}\ \text{cm/s} \\ v_y(1{,}0\ \text{s}) &= \left(\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\cos(\pi/4) = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}\ \text{cm/s} \\ v_y(2{,}0\ \text{s}) &= \left(\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\cos(\pi/2) = 0 \end{aligned}$$

(c) Derivando $v_y(t)$ em relação a t, obtemos a seguinte expressão para a aceleração:

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = \left(-\frac{\pi^2}{8}\ \text{cm/s}^2\right)\text{sen}(\pi t/4)$$

A aceleração média entre $t = 0$ e $t = 2{,}0$ s é

$$\begin{aligned} a_{\text{méd}} &= \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\int_0^2 a_y\, dt = \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\left(-\frac{\pi^2}{8}\ \text{cm/s}^2\right)\int_0^2 \text{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right) dt \\ &= \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\left(-\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\int_0^{\pi/2} \text{sen}\, x\, dx = \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\left(-\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right) = -\frac{\pi}{4}\ \text{cm/s}^2 \end{aligned}$$

(d) As acelerações instantâneas da partícula em $t = 0$, 1,0 s e 2,0 s são, respectivamente,

$$\begin{aligned} a_y(0) &= \left(-\frac{\pi^2}{8}\ \text{cm/s}^2\right)\text{sen}(0) = 0 \\ a_y(1{,}0\ \text{s}) &= \left(-\frac{\pi^2}{8}\ \text{cm/s}^2\right)\text{sen}(\pi/4) = -\frac{\pi^2\sqrt{2}}{16}\ \text{cm/s}^2 \\ a_y(2{,}0\ \text{s}) &= \left(-\frac{\pi^2}{8}\ \text{cm/s}^2\right)\text{sen}(\pi/2) = -\frac{\pi^2}{8}\ \text{cm/s}^2 \end{aligned}$$