Capítulo 8

1. PENSE Uma mola comprimida armazena energia. Este problema envolve a relação entre a energia armazenada e a constante elástica da mola.

FORMULE A energia potencial armazenada em uma mola é dada por $U = kx^2/2$, em que k é a constante elástica e x é o deslocamento da extremidade da mola em relação à posição de equilíbrio.

ANALISE Explicitando k na expressão anterior e substituindo U e x pelos seus valores, obtemos

$$k = \frac{2U}{x^2} = \frac{2(25\ \text{J})}{(0{,}075\ \text{m})^2} = 8{,}9\times10^3\ \text{N/m}$$

APRENDA A constante elástica é uma medida da rigidez de uma mola; quanto maior o valor de k, maior a força necessária para deformar a mola, e maior a energia U armazenada na mola.

2. Podemos usar a Eq. 7-12 para calcular W_g e a Eq. 8-9 para calcular U.

(a) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto A é horizontal, $\phi = 90{,}0°$ e $W_g = 0$ (pois cos 90,0° = 0).

(b) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto B possui uma componente vertical $h/2$ para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos:

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = \frac{1}{2}mgh = \frac{1}{2}(825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 1{,}70\times10^5\ \text{J}.$$

(c) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto C possui uma componente vertical h para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos:

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = \frac{1}{2}mgh = (825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 3{,}40\times10^5\ \text{J}.$$

(d) Usando o ponto C como referência, temos:

$$U_B = \frac{1}{2}mgh = \frac{1}{2}(825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 1{,}70\times10^5\ \text{J}.$$

(e) Usando o ponto C como referência, temos:

$$U_A = mgh = (825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 3{,}40\times10^5\ \text{J}.$$

(f) Todos os valores calculados são proporcionais à massa do carro; assim, se a massa for duplicada, todos os valores serão duplicados.

3. (a) Como o deslocamento vertical é 10,0 m – 1,50 m = 8,50 m para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), a Eq. 7-12 nos dá

$$W_g = mgd\cos\phi = (2{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(8{,}50\ \text{m})\cos 0° = 167\ \text{J}.$$

(b) Uma abordagem relativamente simples seria usar a Eq. 8-1, mas consideramos mais didático calcular ΔU a partir da definição $U = mgy$ (considerando o sentido "para cima" como positivo). O resultado é

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = (2{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}50\ \text{m} - 10{,}0\ \text{m}) = -167\ \text{J}.$$

(c) $U_i = mgy_i = 196$ J.

(d) $U_f = mgy_f = 29$ J.

(e) Como W_g não depende da referência para a energia potencial, $W_g = 167$ J.

(f) Como a variação de energia potencial não depende da referência, $\Delta U = -W_g = -167$ J.

(g) Usando a nova referência, temos:

$$U_i = mgy_i + U_0 = 296 \text{ J}.$$

(h) Usando a nova referência, temos:

$$U_f = mgy_f + U_0 = 129 \text{ J}.$$

Podemos verificar se o resultado do item (f) está correto calculando ΔU a partir dos novos valores de U_i e U_f.

4. (a) Como a força da haste é perpendicular à trajetória da bola, a única força que realiza trabalho sobre a bola é a força da gravidade. Ao passar da posição inicial para o ponto mais baixo da trajetória, a bola percorre uma distância vertical igual ao comprimento L da roda, e o trabalho realizado pela força da gravidade é

$$W = mgL = (0,341 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(0,452 \text{ m}) = 1,51 \text{ J} \cdot$$

(b) Ao passar da posição inicial para o ponto mais alto da trajetória, a bola também percorre uma distância vertical igual a L, mas desta vez o deslocamento é para cima, na direção oposta à da força da gravidade. Assim, o trabalho realizado pela força da gravidade é

$$W = mgL = (0,341 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(0,452 \text{ m}) = 1,51 \text{ J}$$

(c) Nesse caso, a posição final da bola está à mesma altura que a posição inicial e, portanto, o deslocamento é horizontal, perpendicular à força da gravidade, e o trabalho realizado pela força da gravidade é nulo.

(d) Como a força da gravidade é uma força conservativa, a variação da energia potencial é o negativo do trabalho realizado pela gravidade até o ponto mais baixo da trajetória:

$$\Delta U = -mgL = -(0,341 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(0,452 \text{ m}) = -1,51 \text{ J}.$$

(e) Usando o mesmo raciocínio do item anterior,

$$\Delta U = +mgL = (0,341 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(0,452 \text{ m}) = 1,51 \text{ J}.$$

(f) Usando o mesmo raciocínio dos itens anteriores,

$$\Delta U = 0.$$

(g) Como a variação da energia potencial depende apenas das posições inicial e final da bola, a variação é *a mesma* de quando a bola chegava ao ponto mais alto com velocidade zero.

5. PENSE Quando o floco de gelo escorrega, sem atrito, pela superfície da taça, ele está sujeito apenas à força gravitacional.

FORMULE Como a força gravitacional é vertical e praticamente constante, o trabalho realizado pela força sobre o floco de gelo é dado por $W = mgh$, em que m é a massa do floco, g é a aceleração da gravidade e h é a variação de altura do floco. Como a força gravitacional é conservativa, a variação da energia potencial do sistema floco-Terra tem o mesmo valor absoluto que o trabalho realizado pela força e o sinal oposto: $\Delta U = -W$.

ANALISE (a) Para os dados do problema, o trabalho realizado pela força gravitacional é

$$W = mgr = (2.00 \times 10^{-3} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(22,0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 4,31 \times 10^{-3} \text{ J}$$

(b) A variação da energia potencial do sistema floco-Terra é $\Delta U = -W = -4,31 \times 10^{-3}$ J.

(c) Como a energia potencial do floco é maior quando o floco está na borda da taça, se $U = 0$ no fundo da taça, $U = +\,4{,}31 \times 10^{-3}$ J no ponto em que o floco é liberado.

(d) Se $U = 0$ na borda da taça, o resultado é o mesmo do item (b): $U = -\,4{,}31 \times 10^{-3}$ J.

(e) Como todos os resultados são proporcionais à massa do floco, todas as respostas aumentariam de valor.

APRENDA Enquanto o valor da energia potencial depende da referência escolhida (ponto no qual $U = 0$), a variação de energia potencial $\Delta U = U_f - U_i$ não depende da referência. Tanto no caso do item (c) como no caso do item (d), $\Delta U = -4{,}31 \times 10^{-3}$ J.

6. Podemos usar a Eq. 7-12 para calcular W_g e a Eq. 8-9 para calcular U.

(a) Como o deslocamento entre o ponto inicial e Q tem uma componente vertical $h - R$ que aponta para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos (para $h = 5R$):

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = 4mgR = 4(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}15\ \text{J}\,.$$

(b) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto mais alto do loop tem uma componente vertical $h - 2R$ que aponta para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos (para $h = 5R$):

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = 3mgR = 3(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}11\ \text{J}\,.$$

(c) No ponto P, $y = h = 5R$ e

$$U = 5mgR = 5(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}19\ \text{J}\,.$$

(d) No ponto Q, $y = R$ e

$$U = mgR = (3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}038\ \text{J}\,.$$

(e) No alto do loop, $y = 2R$ e

$$U = 2mgR = 2(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}075\ \text{J}\,.$$

(f) Como nenhum dos cálculos precedentes envolve a velocidade inicial, as respostas permanecem as mesmas.

7. A principal dificuldade que os estudantes encontram para resolver problemas deste tipo parece estar relacionada ao cálculo da altura h da bola (em relação ao ponto mais baixo da trajetória) em função do ângulo entre a haste e a vertical, $h = L - L\cos\theta$, em que L é o comprimento da haste. Uma vez obtida esta relação (que não será demonstrada aqui, mas é fácil de deduzir usando um desenho simples no quadro-negro), o problema pode ser facilmente resolvido usando a Eq. 7-12 (para calcular W_g) e a Eq. 8-9 (para calcular U).

(a) Como a componente vertical do vetor deslocamento aponta para baixo e tem módulo h,

$$\begin{aligned} W_g &= \vec{F}_g \cdot \vec{d} = mgh = mgL(1-\cos\theta) \\ &= (5{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(2{,}00\ \text{m})(1-\cos 30°) = 13{,}1\ \text{J}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 8-1, $\Delta U = -W_g = -mgL(1 - \cos\theta) = -13{,}1$ J.

(c) Para $y = h$, a Eq. 8-9 nos dá $U = mgL(1 - \cos\theta) = 13{,}1$ J.

(d) Se o ângulo θ_0 aumenta, vemos intuitivamente que a altura h aumenta (matematicamente, $\cos\theta$ diminui e, portanto, $1 - \cos\theta$ aumenta). Em consequência, os valores das respostas dos itens (a) e (c) aumentam e o valor absoluto da resposta do item (b) também aumenta.

8. (a) Como a força da gravidade é constante, o trabalho realizado é dado por $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$, em que $\vec{F}$ é a força e $\vec{d}$ é o deslocamento. Como a força aponta verticalmente para baixo e tem módulo mg, em que m é a massa da bola de neve, a expressão do trabalho assume a forma $W = mgh$, na qual h é a altura do penhasco. Assim,

$$W = mgh = (1{,}50 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(12{,}5 \text{ m}) = 184 \text{ J} .$$

(b) Como a força da gravidade é conservativa, a variação da energia potencial do sistema bola de neve-Terra é o negativo do trabalho realizado: $\Delta U = -W = -184$ J.

(c) Como o valor absoluto da diferença entre a energia potencial do sistema quando a bola chega ao solo e a energia potencial quando a bola está na borda do penhasco é $|\Delta U|$, $U = 0 - |\Delta U| = 184$ J quando a bola de neve chega ao solo.

9. Como o atrito é desprezível, podemos usar a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-17.

(a) No Problema 8-2, calculamos que $U_A = mgh$ (usando o ponto C como referência). Observando a Fig. 8-27, vemos que $U_A = U_0$, o que significa que $K_A = K_0$ e, portanto,
que

$$v_A = v_0 = 17{,}0 \text{ m/s}.$$

(b) Também calculamos no Problema 8-2 que $U_B = mgh/2$. Nesse caso, temos:

$$K_0 + U_0 = K_B + U_B$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg\left(\frac{h}{2}\right)$$

o que nos dá

$$v_B = \sqrt{v_0^2 + gh} = \sqrt{(17{,}0 \text{ m/s})^2 + (9{,}80 \text{ m/s}^2)(42{,}0 \text{ m})} = 26{,}5 \text{ m/s}.$$

(c) Analogamente,

$$v_C = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{(17{,}0 \text{ m/s})^2 + 2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(42{,}0 \text{ m})} = 33{,}4 \text{ m/s}.$$

(d) Para determinar a altura "final", fazemos $K_f = 0$, o que nos dá o sistema de equações

$$K_0 + U_0 = K_f + U_f$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = 0 + mgh_f$$

cuja solução é

$$h_f = h + \frac{v_0^2}{2g} = 42{,}0 \text{ m} + \frac{(17{,}0 \text{ m/s})^2}{2(9{,}80 \text{ m/s}^2)} = 56{,}7 \text{ m}.$$

(e) Como os resultados acima não dependem da massa do carro, as respostas dos itens (a) a (d) seriam as mesmas se o carro tivesse uma massa duas vezes maior.

10. Como o atrito é desprezível, podemos usar a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-17.

(a) Na solução do Problema 8-3 (ao qual este problema se refere), obtivemos $U_i = mgy_i = 196$ J e $U_f = mgy_f = 29{,}0$ J (usando o nível do solo como referência). Como $K_i = 0$, temos:

$$0+196\text{ J}=K_f+29{,}0\text{ J}$$

o que nos dá K_f = 167 J e, portanto,

$$v=\sqrt{\frac{2K_f}{m}}=\sqrt{\frac{2(167\text{ J})}{2{,}00\text{ kg}}}=12{,}9\text{ m/s}.$$

(b) A partir dos resultados do item (a), obtemos $K_f = -\Delta U = mgh$, em que $h = y_i - y_f$. Assim,

$$v=\sqrt{\frac{2K_f}{m}}=\sqrt{2gh}$$

como poderíamos ter calculado usando as equações da Tabela 2-1 (em particular, a Eq. 2-16). Como a resposta não depende da massa do livro, a resposta do item (b) é a mesma do item (a), ou seja, v = 12,9 m/s.

(c) Se $K_i \neq 0$, $K_f = mgh + K_i$ (em que K_i é necessariamente positivo). Nesse caso, a energia cinética final K_f é maior que o valor encontrado no item (a) e, portanto, a velocidade final v também é maior.

11. PENSE Como foi visto no Problema 8-5, quando o floco de gelo escorrega, a energia potencial do floco diminui. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a energia mecânica do floco deve aumentar.

FORMULE Se K_i é a energia cinética do floco na borda da taça, K_f é a energia cinética do floco no fundo da taça, U_i é a energia potencial gravitacional do sistema floco-Terra quando o floco está na borda da taça, e U_f é a energia potencial gravitacional do sistema floco-Terra quando o floco está no fundo da taça, temos

$$K_f+U_f=K_i+U_i$$

Tomando a energia potencial como sendo zero no fundo da taça, a energia potencial quando o floco está na borda da taça é $U_i = mgr$, em que r é o raio da taça, e m é a massa do floco. Como o floco parte do repouso, $K_i = 0$ e $K_f = \mathrm{m}v^2/2$, em que v é a velocidade final do floco.

ANALISE (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_f+U_f=K_i+U_i \;\;\Rightarrow\;\; \frac{1}{2}mv^2+0=0+mgr$$

o que nos dá $v=\sqrt{2gr}=2{,}08\text{ m/s}$.

(b) Como a expressão da velocidade é $v=\sqrt{2gr}$, que não envolve a massa do floco, a velocidade seria a mesma que foi calculada no item (a).

(c) A energia cinética final é dada por $K_f = K_i + U_i - U_f$. Se o floco tivesse uma velocidade inicial, K_i seria maior, K_f seria maior e, portanto, a velocidade final do floco seria maior.

APRENDA A lei de conservação da energia mecânica também pode ser escrita na forma $\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = 0$.

12. Podemos resolver o problema usando a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-18. Escolhemos o solo como referência para a energia potencial U. O solo também é considerado a posição "final" da bola de neve.

(a) De acordo com a Eq. 8-9, a posição inicial da bola de neve é dada por $U_i = mgh$, em que h = 12,5 m e m = 1,50 kg. Assim, temos:

$$K_i+U_i=K_f+U_f$$
$$\frac{1}{2}mv_i^2+mgh=\frac{1}{2}mv^2+0$$

o que nos dá a velocidade da bola de neve ao chegar ao solo:

$$v=\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{1}{2}mv_i^2+mgh\right)}=\sqrt{v_i^2+2gh}$$

em que v_i = 14,0 m/s é o módulo da velocidade inicial (e não uma componente da velocidade). O resultado é v = 21,0 m/s.

(b) Como foi dito no item (a), v_i é o módulo da velocidade inicial e não uma componente; assim, a velocidade final da bola de neve não depende do ângulo de lançamento, e a resposta é a mesma do item (a): v = 21,0 m/s.

(c) Como a equação usada para calcular v no item (a) não envolve a massa, a resposta é a mesma do item (a): v = 21,0 m/s.

13. PENSE Quando a bola de gude sobe verticalmente, a energia potencial gravitacional da bola aumenta. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, esse aumento é igual à energia potencial elástica armazenada na mola da espingarda.

FORMULE A energia potencial gravitacional, quando a bola está no ponto mais alto da trajetória, é $U_g = mgh$ e a energia potencial elástica armazenada na mola é $U_m = kx^2/2$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, as duas energias devem ser iguais.

ANALISE (a) Para os dados do problema, a energia potencial gravitacional da bola no ponto mais alto da trajetória é

$$\Delta U_g = mgh = (5{,}0\times10^{-3}\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(20\text{ m}) = 0{,}98\text{ J}$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, como a energia cinética é zero no ponto de lançamento e no ponto mais alto da trajetória, $\Delta U_g + \Delta U_m = 0$, em que ΔU_m é a variação da energia potencial elástica da mola. Assim, $\Delta U_m = -\Delta U_g = -0{,}98$ J.

(c) Vamos tomar a energia potencial elástica da mola como zero quando a mola está relaxada. Nesse caso, o resultado do item (b) significa que a energia potencial inicial da mola é U_m = 0,98 J. Como a energia potencial elástica de uma mola é igual a $kx^2/2$, em que k é a constante elástica e x é o deslocamento da extremidade da mola em relação à posição no estado relaxado, temos

$$k=\frac{2U_s}{x^2}=\frac{0{,}98\text{ J}}{(0{,}080\text{ m})^2}=3{,}1\times10^2\text{ N/m}=3{,}1\text{ N/cm}$$

APRENDA Em um ponto qualquer da trajetória, em que a energia da bola é a soma da energia cinética com a energia potencial, a relação entre a energia armazenada na mola e a energia da bola é

$$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv^2+mgy$$

Quando a bola atinge a altura máxima $y_{\text{máx}}$, v = 0; portanto, $mgy_{\text{máx}} = kx^2/2$, o que nos dá

$$y_{\text{máx}}=\frac{kx^2}{2mg}.$$

14. Podemos resolver o problema usando a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-18.

(a) Quando a bola chega ao ponto mais alto da trajetória, a variação de energia potencial é $\Delta U = mgL$. Assim, temos:

$$\Delta K+\Delta U=0$$
$$K_{\text{alto}}-K_0+mgL=0$$

o que, para $K_{\text{alto}} = 0$, nos dá $K_0 = mgL$ e, portanto,

$$v_0=\sqrt{\frac{2K_0}{m}}=\sqrt{2gL}=\sqrt{2(9{,}80\text{ m/s}^2)(0{,}452\text{ m})}=2{,}98\text{ m/s}$$

(b) Também vimos no Problema 8-4 que a variação de energia potencial quando a bola chega ao ponto mais baixo da trajetória é $\Delta U = -mgL$. Assim, temos:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$
$$K_{\text{baixo}} - K_0 - mgL = 0$$

o que, com $K_0 = mgL$, nos dá $K_{\text{baixo}} = 2mgL$. Assim,

$$v_{\text{baixo}} = \sqrt{\frac{2K_{\text{baixo}}}{m}} = \sqrt{4gL} = \sqrt{4(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}452\ \text{m})} = 4{,}21\ \text{m/s}\,.$$

(c) Como, nesse caso, o ponto inicial e o ponto final estão na mesma altura, $\Delta U = 0$ e, portanto, $\Delta K = 0$. Assim, a velocidade é igual à velocidade inicial:

$$v_{\text{direita}} = v_0 = 2{,}98\ \text{m/s}\,.$$

(d) Como os resultados obtidos nos itens anteriores não dependem da massa da bola, as respostas dos itens (a) a (c) seriam as mesmas se a massa da bola fosse duas vezes maior.

15. PENSE Se um caminhão que perdeu os freios entra em uma rampa de emergência, ele só vai parar quando toda a energia cinética do caminhão for convertida em energia potencial gravitacional.

FORMULE De acordo com o enunciado, podemos ignorar as forças de atrito. A velocidade do caminhão ao chegar à rampa de emergência é $v_i = 130(1000/3600) = 36{,}1$ m/s. Quando o caminhão para, as energias potencial e cinética do caminhão são $K_f = 0$ e $U_f = mgh$, respectivamente. Podemos usar a lei de conservação da energia mecânica para resolver o problema.

ANALISE (a) De acordo com a lei de conservação da energia, $K_f + U_k = K_i + U_i$. Como $U_i = 0$ e $K_i = mv^2/2$, temos

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + 0 = 0 + mgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{(36{,}1\ \text{m/s})^2}{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 66{,}5\ \text{m}$$

Se L é o comprimento mínimo da rampa, devemos ter $L\,\text{sen}\,\theta = h$, o que nos dá

$$L = \frac{66{,}5\ \text{m}}{\text{sen}\,15^\circ} = 257\ \text{m}$$

(b) Como a expressão do comprimento mínimo da rampa, $L = h/\,\text{sen}\,\theta = v_i^2/2g\,\text{sen}\,\theta$, não envolve a massa do caminhão, o comprimento mínimo será o mesmo se a massa do caminhão for menor.

(c) Se a velocidade diminuir, L será menor (note que h é proporcional ao quadrado da velocidade e L é proporcional a h).

APRENDA O comprimento L diminui consideravelmente se o atrito entre os pneus e a rampa for levado em conta.

16. Vamos tomar como referência da energia potencial gravitacional a posição da mola no estado relaxado e chamar de x a deformação da mola, tomando o sentido para baixo como positivo (de modo que $x > 0$ significa que a mola está comprimida).

(a) Para $x = 0{,}190$ m, a Eq. 7-26 nos dá

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2 = -7{,}22\ \text{J} \approx -7{,}2\ \text{J}$$

para o trabalho realizado pela mola sobre o bloco. De acordo com a terceira lei de Newton, o trabalho realizado pelo bloco sobre a mola é 7,2 J.

(b) Como foi calculado no item (a), o trabalho realizado pela mola sobre o bloco é −7,2 J.

(c) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$mgh_0 = -mgx + \frac{1}{2}kx^2$$

o que, para $m = 0{,}70$ kg, nos dá $h_0 = 0{,}86$ m.

(d) Podemos calcular o valor de x para uma altura $h_0' = 2h_0 = 1,72$ m usando a fórmula da equação do segundo grau e escolhendo a raiz positiva, para que $x > 0$:

$$mgh_0' = -mgx + \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow \quad x = \frac{mg + \sqrt{(mg)^2 + 2mgkh_0'}}{k}$$

o que nos dá $x = 0,26$ m.

17. (a) No ponto Q, o bloco (que nesse ponto está descrevendo um movimento circular) experimenta uma aceleração centrípeta v^2/R que aponta para a esquerda. Podemos calcular o valor de v^2 usando a lei de conservação da energia:

$$K_P + U_P = K_Q + U_Q$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgR$$

Usando o fato de que $h = 5R$, obtemos $mv^2 = 8mgR$. Assim, a componente horizontal da força resultante que age sobre o bloco no ponto Q é

$$F = mv^2/R = 8mg = 8(0,032\text{ kg})(9,8\text{ m/s}^2) = 2,5\text{ N}.$$

A força aponta para a esquerda (na mesma direção de $\vec{a}$).

(b) A componente vertical da força que age sobre o bloco no ponto Q é a força da gravidade

$$F = mg = (0,032\text{ kg})(9,8\text{ m/s}^2) = 0,31\text{ N}.$$

(c) Quando o bloco está na iminência de perder contato com a superfície, a força centrípeta é igual à força da gravidade:

$$\frac{mv_t^2}{R} = mg \quad \Rightarrow \quad mv_t^2 = mgR.$$

Para obter o novo valor de h, usamos a lei de conservação da energia:

$$K_P + U_P = K_t + U_t$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_t^2 + mgh_t$$
$$mgh = \frac{1}{2}(mgR) + mg(2R)$$

Assim, $h = 2,5R = (2,5)(0,12\text{ m}) = 0,30$ m.

(d) De acordo com a segunda lei de Newton, a força normal F_N, para velocidades v_t maiores que $\sqrt{gR}$ (que são as únicas para as quais existe força normal; veja a solução do item anterior), é dada por

$$F_N = \frac{mv_t^2}{R} - mg$$

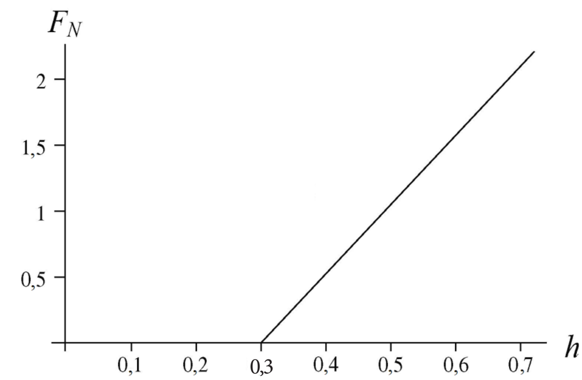
Como v_t^2 está relacionada a h pela lei de conservação da energia

$$K_P + U_P = K_t + U_t \quad \Rightarrow \quad gh = \frac{1}{2}v_t^2 + 2gR$$

a força normal em função de h (contanto que $h \geq 2,5R$; veja o item anterior) se torna

$$F_N = \frac{2mgh}{R} - 5mg.$$

Assim, o gráfico para $h \geq 2{,}5R = 0{,}30$ m, mostrado na figura a seguir, é uma linha reta de inclinação positiva $2mg/R$. Note que a força normal é zero para $h \leq 2{,}5R$.



18. Para resolver este problema, podemos usar a Eq. 8-18, escolhendo como referência para a energia potencial o ponto mais baixo da trajetória, que também será considerado a posição "final" da bola.

(a) Na posição mostrada na Fig. 8-32, que vamos considerar como posição inicial, a energia potencial é $U = mgL(1 - \cos\theta)$. Assim, temos:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$0 + mgL(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{\frac{2mgL(1-\cos\theta)}{m}} = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}.$$

Para $L = 2{,}00$ m e $\theta = 30{,}0°$, $v = 2{,}29$ m/s.

(b) Como o resultado do item anterior mostra que a velocidade não depende da massa, a velocidade permanece a mesma quando a massa aumenta.

19. Vamos converter a distância dada para unidades do SI e escolher o sentido para cima do eixo y como positivo. Além disso, vamos tomar a origem como a posição da extremidade superior da mola não comprimida. Nesse caso, a compressão inicial da mola (que define a posição de equilíbrio entre a força elástica e a força da gravidade) é $y_0 = -0{,}100$ m e a compressão adicional leva a extremidade superior da mola para a posição $y_1 = -0{,}400$ m.

(a) De acordo com a segunda lei de Newton, quando a pedra está na posição de equilíbrio ($a = 0$), temos:

$$\vec{F}_{\text{res}} = ma$$
$$F_{\text{mola}} - mg = 0$$
$$-k(-0{,}100) - (8{,}00)(9{,}8) = 0$$

Em que foi usada a lei de Hooke (Eq. 7-21). A última equação nos dá uma constante elástica $k = 784$ N/m .

(b) Quando a mola é comprimida por uma força adicional e depois liberada, a aceleração deixa de ser nula e a pedra começa a se mover para cima, transformando parte da energia potencial elástica (armazenada na mola) em energia cinética. De acordo com a Eq. 8-11, a energia potencial elástica no momento em que a mola é liberada é

$$U = \frac{1}{2}ky_1^2 = \frac{1}{2}(784\ \text{N/m})(-0{,}400)^2 = 62{,}7\ \text{J}$$
.

(c) A altura máxima y_2 está além do ponto em que a pedra se separa da mola e é caracterizada por uma velocidade momentânea igual a zero. Tomando a posição y_1 como referência para a energia potencial gravitacional, temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$
$$0 + \frac{1}{2}ky_1^2 = 0 + mgh$$

em que $h = y_2 - y_1$ é a distância entre o ponto de altura máxima e o ponto de lançamento. Assim, mgh (o ganho de energia potencial gravitacional) é igual à perda da energia potencial elástica calculada no item anterior, 62,7 J.

(d) A altura máxima é $h = k\,y_1^2\,/2mg = 0{,}800$ m ou 80,0 cm.

20. (a) Tomamos como referência para a energia potencial gravitacional o ponto mais baixo da trajetória da pedra. Seja θ o ângulo do fio do pêndulo com a vertical. Nesse caso, a altura y da pedra é dada por $L(1 - \cos\theta) = y$. Assim, a energia potencial gravitacional é

$$mgy = mgL(1 - \cos\theta).$$

Sabemos que para $\theta = 0°$ (ou seja, quando a pedra está no ponto mais baixo da trajetória) a velocidade é 8,0 m/s; de acordo com a Eq. 7-1, a energia cinética nessa posição é 64 J. Para $\theta = 60°$, a energia mecânica da pedra é

$$E_{\text{mec}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgL(1 - \cos\theta).$$

De acordo com a lei de conservação da energia, como não há atrito, essa energia é igual a 64 J. Explicitando a velocidade, obtemos $v = 5{,}0$ m/s.

(b) Para determinar o ângulo máximo atingido pelo pêndulo (conhecido como "ponto de retorno"), igualamos novamente a 64 J à expressão do item anterior, mas fazendo $v = 0$ e considerando θ como incógnita. Isso nos dá $\theta_{\text{máx}} = 79°$.

(c) Como foi visto no item (a), a energia mecânica total é 64 J.

21. Para resolver este problema, podemos usar a lei de conservação da energia mecânica (Eq. 8-18). Escolhemos como referência para a energia potencial U (e para a altura h) o ponto mais baixo da trajetória do peso, que também será considerado sua posição "final".

(a) Observando a Fig. 8-32, vemos que $h = L - L\cos\theta$, em que θ é o ângulo entre o fio do pêndulo e a vertical. Assim, a energia potencial gravitacional na posição mostrada na Fig. 8-32 (a posição inicial) é $U = mgL(1 - \cos\theta_0)$. Nesse caso, temos:

$$K_0 + U_0 = K_f + U_f$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1 - \cos\theta_0) = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}\left[\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1 - \cos\theta_0)\right]} = \sqrt{v_0^2 + 2gL(1 - \cos\theta_0)}$$

$$= \sqrt{(8{,}00\ \text{m/s})^2 + 2(9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}25\ \text{m})(1 - \cos 40°)} = 8{,}35\ \text{m/s}.$$

(b) Estamos interessados em encontrar o menor valor da velocidade inicial para o qual o peso chega à posição horizontal, ou seja, devemos ter $v_h = 0$ para $\theta = 90°$ (ou $\theta = -90°$, tanto faz, já que $\cos(-\phi) = \cos\phi$). Temos:

$$K_0 + U_0 = K_h + U_h$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1 - \cos\theta_0) = 0 + mgL$$

o que nos dá

$$v_0 = \sqrt{2gL\cos\theta_0} = \sqrt{2(9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}25\ \text{m})\cos 40°} = 4{,}33\ \text{m/s}.$$

(c) Para que a corda fique esticada na posição vertical, com o peso acima da corda, a força centrípeta deve ser, no mínimo, igual à força gravitacional:

$$\frac{mv_t^2}{r} = mg \quad \Rightarrow \quad mv_t^2 = mgL,$$

na qual levamos em conta que $r = L$. Substituindo na expressão da energia cinética (com $\theta = 180°$), temos:

$$K_0 + U_0 = K_t + U_t$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}mv_t^2 + mg(1-\cos 180°)$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}(mgL) + mg(2L)$$

o que nos dá

$$v_0 = \sqrt{gL(3+2\cos\theta_0)} = \sqrt{(9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}25\ \text{m})(3+2\cos 40°)} = 7{,}45\ \text{m/s}.$$

(d) Quanto maior a energia potencial inicial, menor a energia cinética necessária para chegar às posições dos itens (b) e (c). Aumentar θ_0 significa aumentar U_0; assim, a um maior valor de θ_0 correspondem menores valores de v_0 nos itens (b) e (c).

22. De acordo com a Eq. 4-24, a altura h do salto do esquiador pode ser obtida a partir da equação $v_y^2 = 0 = v_{0y}^2 - 2gh$ s, na qual $v_{0y} = v_0$ sen 28° é a componente vertical da "velocidade de lançamento" do esquiador. Para determinar v_0, usamos a lei de conservação da energia.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, como o esquiador parte do repouso $y = 20$ m acima do ponto de "lançamento", temos:

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2 \ \Rightarrow v = \sqrt{2gy} = 20\ \text{m/s}$$

que se torna a velocidade inicial v_0 do salto. Assim, a relação entre h e v_0 é

$$h = \frac{(v_0\ \text{sen}\ 28°)^2}{2g} = 4{,}4\ \text{m}.$$

(b) Como o resultado final não depende da massa do esquiador, a altura máxima h seria a mesma.

23. (a) Quando a bola chega ao ponto mais baixo, a energia potencial inicial $U = mgL$ (medida em relação ao ponto mais baixo) foi convertida totalmente em energia cinética. Assim,

$$mgL = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gL}.$$

Para $L = 1{,}20$ m, $v = \sqrt{2gL} = \sqrt{2(9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}20\ \text{m})} = 4{,}85\ \text{m/s}$.

(b) Nesse caso, a energia mecânica total se divide entre a energia cinética $mv_b^2/2$ e a energia potencial mgy_b. Sabemos que $y_b = 2r$, na qual $r = L - d = 0{,}450$ m. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$mgL = \frac{1}{2}mv_b^2 + mgy_b$$

o que nos dá $v_b = \sqrt{2gL - 2g(2r)} = 2{,}42$ m/s.

24. Vamos chamar de x a compressão da mola (considerada positiva) e usar como referência para a energia potencial gravitacional a posição inicial do bloco. O bloco desce uma distância total $h + x$ e a energia potencial gravitacional final é $-mg(h + x)$. A energia potencial elástica da mola é $kx^2/2$ na posição final e a energia cinética do bloco é zero tanto na posição inicial como na posição final. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$0 = -mg(h+x) + \frac{1}{2}kx^2$$

que é uma equação do segundo grau em x. Usando a fórmula da equação do segundo grau, obtemos

$$x = \frac{mg \pm \sqrt{(mg)^2 + 2mghk}}{k}.$$

Para $mg = 19{,}6$ N, $h = 0{,}40$ m, $k = 1960$ N/m e, escolhendo a raiz positiva para que $x > 0$, temos:

$$x = \frac{19{,}6 + \sqrt{19{,}6^2 + 2(19{,}6)(0{,}40)(1960)}}{1960} = 0{,}10 \text{ m.}$$

25. Como o tempo não aparece explicitamente nas expressões da energia, usamos primeiro uma das equações da Tabela 2-1 para calcular a variação de altura da bola durante a queda livre de $t = 6{,}0$ s:

$$\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

o que nos dá $\Delta y = -32$ m. Assim, $\Delta U = mg\Delta y = -318 \text{ J} \approx -3{,}2\times10^{-2} \text{ J}$.

26. (a) Com a energia em joules e o comprimento em metros, temos:

$$\Delta U = U(x) - U(0) = -\int_0^x (6x' - 12)dx'.$$

Assim, como sabemos que $U(0) = 27$ J, podemos obter $U(x)$ (escrita simplesmente como U) calculando a integral e reagrupando os termos:

$$U = 27 + 12x - 3x^2.$$

(b) Podemos maximizar a função acima igualando a derivada a zero ou usando o equilíbrio de forças. Vamos usar o segundo método.

$$F = 0 \Rightarrow 6x_{eq} - 12 = 0.$$

Assim, $x_{eq} = 2{,}0$ m e, portanto, $U = 39$ J.

(c) Usando a fórmula da equação do segundo grau, um computador ou uma calculadora científica, descobrimos que o valor negativo de x para o qual $U = 0$ é $x = -1{,}6$ m.

(d) Usando a fórmula da equação do segundo grau, um computador ou uma calculadora científica, descobrimos que o valor positivo de x para o qual $U = 0$ é $x = 5{,}6$ m.

27. (a) Para verificar se o cipó se rompe, basta analisar a situação no instante em que Tarzan passa pelo ponto mais baixo da trajetória, já que é nesse ponto que o cipó (se não se romper) estará submetido ao máximo esforço. Tomando o sentido para cima como positivo, a segunda lei de Newton nos dá

$$T - mg = m\frac{v^2}{r}$$

na qual r = 18,0 m e $m = W/g$ = 688/9,8 = 70,2 kg. Podemos obter o valor de v^2 a partir da lei de conservação da energia (tomando como referência para a energia potencial o ponto mais baixo da trajetória):

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh$$

na qual h = 3,20 m. Combinando esses resultados, obtemos

$$T = mg + m\frac{2gh}{r} = mg\left(1 + \frac{2h}{r}\right)$$

o que nos dá 933 N. Assim, o cipó não se rompe.

(b) Arredondando para o número apropriado de algarismos significativos, vemos que a maior força a que é submetido o cipó é $9{,}3 \times 10^2$ N.

28. A constante elástica é dada pela inclinação do gráfico:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} = 0{,}10 \text{ N/cm} = 10 \text{ N/m}.$$

(a) Igualando a energia potencial da mola comprimida à energia cinética da rolha no momento em que se separa da mola, temos:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = x\sqrt{\frac{k}{m}}$$

o que nos dá v = 2,8 m/s para m = 0,0038 kg e x = 0,055 m.

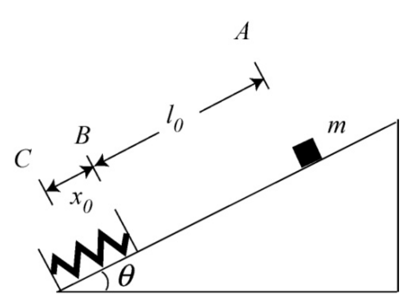
(b) Na nova situação, a energia potencial não é zero no instante em que a rolha se separa da mola. Para d = 0,015 m, temos:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kd^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}(x^2 - d^2)}$$

o que nos dá v = 2,7 m/s.

29. PENSE Para que o bloco pare momentaneamente, é preciso que toda a energia mecânica do bloco seja convertida em energia potencial elástica da mola.

FORMULE Vamos chamar de A o ponto inicial, de B o ponto em que o bloco se choca com a mola, e de C o ponto em que o bloco para momentaneamente (veja a figura que se segue). Vamos tomar a energia potencial do bloco como sendo zero quando o bloco está no ponto C.



A constante elástica da mola pode ser calculada a partir das informações contidas na segunda frase do enunciado. De acordo com a lei de Hooke,

$$k=\frac{F}{x}=\frac{270\ \text{N}}{0{,}02\ \text{m}}=1{,}35\times10^4\ \text{N/m}$$

Se a distância entre os pontos A é l_0, a distância percorrida pelo bloco até parar, l_0+x_0, está relacionada à altura inicial h_A do bloco em relação ao ponto C pela equação $\operatorname{sen}\theta=h_A/(l_0+x_0)$.

ANALISE (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_A+U_A=K_C+U_C \quad\Rightarrow\quad 0+mgh_A=\frac{1}{2}kx_0^2$$

o que nos dá

$$h_A=\frac{kx_0^2}{2mg}=\frac{(1{,}35\times10^4\ \text{N/m})(0{,}055\ \text{m})^2}{2(12\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}=0{,}174\ \text{m}$$

Assim, a distância percorrida pelo bloco até parar é

$$l_0+x_0=\frac{h_A}{\text{sen}\ 30°}=\frac{0{,}174\ \text{m}}{\text{sen}\ 30°}=0{,}347\ \text{m}\approx0{,}35\ \text{m}$$

(b) De acordo com o resultado do item (a), $l_0 = 0{,}347 - x_0 = 0{,}347 - 0{,}055 = 0{,}292$ m, o que significa que a distância vertical entre o ponto A e o ponto B é

$$|\Delta y|=h_A-h_B=l_0\operatorname{sen}\theta=(0.292\ \text{m})\text{sen}30°=0{,}146\ \text{m}$$

Assim, de acordo com a Eq. 8-18,

$$0+mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}mv_B^2=mg|\Delta y|$$

o que nos dá $v_B=\sqrt{2g|\Delta y|}=\sqrt{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}146\ \text{m})}=1{,}69\ \text{m/s}\approx1{,}7\ \text{m/s}$.

APRENDA A energia é conservada no processo. A energia total do bloco na posição B é

$$E_B=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B=\frac{1}{2}(12\ \text{kg})(1{,}69\ \text{m/s})^2+(12\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}028\ \text{m})=20{,}4\ \text{J}$$

que é igual à energia armazenada na mola quando o bloco chega ao ponto C:

$$\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}(1{,}35\times10^4\ \text{N/m})(0{,}055\ \text{m})^2=20{,}4\ \text{J}$$

30. Tomando a altura inicial da caixa como nível de referência, a altura da caixa (depois que desce uma distância d) é $y=-d\ \text{sen}\ 40°$.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_i+U_i=K+U\Rightarrow0+0=\frac{1}{2}mv^2+mgy+\frac{1}{2}kd^2.$$

Assim, para $d = 0{,}10$ m, $v = 0{,}81$ m/s.

(b) Devemos encontrar um valor de $d\neq0$ tal que $K = 0$. Temos:

$$K_i+U_i=K+U\Rightarrow0+mgy+\frac{1}{2}kd^2$$

o que nos dá mgd sen 40º $= kd^2/2$ ou $d = 0{,}21$ m.

(c) A força para cima é a força elástica da mola (lei de Hooke), cujo módulo é kd = 25,2 N. A força para baixo é a componente da gravidade $mg \operatorname{sen} 40°$ = 12,6 N. Assim, a força resultante que age sobre a caixa é (25,2 – 12,6) N = 12,6 N para cima e

$$a = F/m = (12{,}6 \text{ N})/(2{,}0 \text{ kg}) = 6{,}3 \text{ m/s}^2.$$

(d) A aceleração é para cima.

31. Vamos tomar como referência para a energia potencial gravitacional U_g (e para a altura h) o ponto em que a compressão da mola é máxima. Quando o bloco está se movendo para cima, primeiro é acelerado pela mola; em seguida, se separa da mola e, finalmente, chega a um ponto no qual a velocidade v_f é momentaneamente nula. Tomamos o eixo x como paralelo ao plano inclinado, com o sentido positivo para cima (de modo que a coordenada do ponto x_0 em que a compressão é máxima tem valor negativo; a origem é o ponto em que a mola está relaxada. Em unidades do SI, k = 1960 N/m e x_0 = –0,200 m.

(a) A energia potencial elástica é $kx_0^2/2$ = 39,2 J.

(b) Como, inicialmente, $U_g = 0$, a variação de U_g é igual ao valor final mgh, na qual m = 2,00 kg. De acordo com a lei de conservação da energia, esse valor deve ser igual ao obtido no item (a). Assim, ΔU_g = 39,2 J.

(c) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_0 + U_0 = K_f + U_f$$
$$0 + \frac{1}{2}kx_0^2 = 0 + mgh$$

o que nos dá h = 2,00 m. Como o problema pede a distância percorrida *ao longo do plano inclinado*, a resposta é $d = h/\operatorname{sen} 30°$ = 4,00 m.

32. O trabalho pedido é igual à variação da energia potencial gravitacional quando a corrente é puxada para cima da mesa. Dividindo a corrente em um grande número de segmentos infinitesimais de comprimento dy, vemos que a massa de um segmento é $(m/L)\,dy$ e a variação da energia potencial de um segmento, quando um segmento que está a uma distância $|y|$ abaixo do tampo da mesa é puxado para cima da mesa, é dada por

$$dU = (m/L)g|y|\,dy = -(m/L)gy\,dy,$$

já que y é negativo (o eixo y aponta para cima e a origem está no tampo da mesa). A variação total de energia potencial é

$$\Delta U = -\frac{mg}{L}\int_{-L/4}^{0} y\,dy = \frac{1}{2}\frac{mg}{L}\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{mgL}{32}.$$

O trabalho necessário para puxar a corrente é, portanto,

$$W = \Delta U = mgL/32 = (0{,}012 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}28 \text{ m})/32 = 0{,}0010 \text{ J}.$$

33. Vamos medir todas as alturas em relação à base do plano inclinado, que usamos como referência para a energia potencial gravitacional. Tomamos o eixo x paralelo ao plano inclinado, com o sentido para cima como positivo e a origem na extremidade da mola no estado relaxado. A altura que corresponde à posição inicial da mola é dada por $h_1 = (D + x)\operatorname{sen}\theta$, na qual θ é o ângulo do plano inclinado.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \Rightarrow \quad 0 + mg(D+x)\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgD\operatorname{sen}\theta,$$

o que nos dá, para m = 2,00 kg e k = 170 N/m,

$$v_2 = \sqrt{2gx\operatorname{sen}\theta + \frac{kx^2}{m}} = 2,40 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_1 + U_1 = K_3 + U_3$$
$$0 + mg(D+x)\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + 0,$$

o que nos dá $v_3 = \sqrt{2g(D+x)\operatorname{sen}\theta + kx^2/m} = 4,19$ m/s.

34. Seja $\vec{F}_N$ a força normal que o gelo exerce sobre o menino e seja m a massa do menino. A força radial é $mg\cos\theta - F_N$ e, de acordo com a segunda lei de Newton, é igual a mv^2/R, na qual v é a velocidade do menino. No ponto em que o menino perde contato com o gelo, $F_N = 0$ e, portanto, $g\cos\theta = v^2/R$. Queremos conhecer a velocidade v. Tomando como referência para a energia potencial gravitacional o alto do monte de gelo, a energia potencial do menino no instante em que perde contato com o gelo é

$$U = -mgR(1 - \cos\theta).$$

De acordo com a lei de conservação da energia, como o menino parte do repouso e sua energia cinética no momento em que perde contato com o gelo é $mv^2/2$,

$$0 = mv^2/2 - mgR(1 - \cos\theta)$$

ou $v^2 = 2gR(1 - \cos\theta)$. Como, de acordo com a segunda lei de Newton, $v^2/R = g\cos\theta$, obtemos a relação $g\cos\theta = 2g(1 - \cos\theta)$, o que nos dá $\cos\theta = 2/3$. A altura do menino em relação à base do monte de gelo é

$$h = R\cos\theta = \frac{2}{3}R = \frac{2}{3}(13,8 \text{ m}) = 9,20 \text{ m}.$$

35. (a) A energia potencial elástica da mola quando o bloco para momentaneamente é

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(431 \text{ N/m})(0,210 \text{ m})^2 = 9,50 \text{ J}.$$

Essa energia é igual à energia potencial gravitacional do bloco no instante em que começou a deslizar, mgy, em que $y = (d + x)$ sen(30°) é a altura inicial do bloco em relação ao ponto em que para momentaneamente. Assim,

$$mg(d + x)\operatorname{sen}(30^\circ) = 9,50 \text{ J} \quad \Rightarrow \quad d = 0,396 \text{ m}.$$

(b) Depois de se chocar com a mola, o bloco continua a acelerar por algum tempo, até que a força elástica da mola se torne igual à componente da força da gravidade paralela ao plano inclinado. No instante em que isso acontece,

$$kx = mg\operatorname{sen}30^\circ$$

o que nos dá $x = 0,0364$ m = 3,64 cm.

Nota: Isso acontece muito antes que o bloco pare momentaneamente (depois de se chocar com a mola, o bloco percorre uma distância de 21 cm até parar).

36. Vamos chamar de h a altura da mesa e de x a distância horizontal percorrida pela bola de gude. Nesse caso, $x = v_0 t$ e $h = gt^2/2$ (já que a componente vertical da "velocidade de lançamento" da bola é zero). Isso nos dá $x = v_0\sqrt{2h/g}$. Note que a distância horizontal percorrida pela bola é diretamente proporcional à velocidade inicial. Vamos chamar de v_{01} a velocidade inicial do primeiro lançamento e de $D_1 = (2,20 - 0,27)$ m = 1,93 m a distância horizontal percorrida. Supondo que o segundo lançamento acerta no alvo, vamos chamar de v_{02} a velocidade inicial do segundo lançamento e de $D = 2,20$ m a distância horizontal percorrida; nesse caso, temos:

$$\frac{v_{02}}{v_{01}} = \frac{D}{D_1} \Rightarrow v_{02} = \frac{D}{D_1} v_{01}$$

Quando a mola é comprimida de uma distância ℓ, a energia potencial elástica é $k\ell^2/2$. No instante do lançamento, a energia cinética da bola de gude é $mv_0^2/2$. De acordo com a lei de conservação da energia, $mv_0^2/2 = k\ell^2/2$, o que mostra que a velocidade inicial da bola é diretamente proporcional à compressão inicial da mola. Chamando de ℓ_1 a compressão usada no primeiro lançamento e de ℓ_2 a compressão usada no segundo, $v_{02} = (\ell_2/\ell_1)v_{01}$. Combinando este resultado com o anterior, obtemos:

$$\ell_2 = \frac{D}{D_1}\ell_1 = \left(\frac{2{,}20 \text{ m}}{1{,}93 \text{ m}}\right)(1{,}10 \text{ cm}) = 1{,}25 \text{ cm}.$$

37. Considere um elemento infinitesimal de comprimento dx situado a uma distância x de uma das extremidades da mola (a extremidade de cima quando a corda é colocada na vertical). Quando a corda é colocada na vertical, a variação de energia potencial desse elemento é

$$dU = -(\lambda dx)gx$$

em que $\lambda = m/h$ é a massa específica linear da corda e o sinal negativo mostra que a energia potencial diminuiu. Integrando ao longo de toda a corda, obtemos a variação total da energia potencial:

$$\Delta U = \int dU = -\int_0^h \lambda gx dx = -\frac{1}{2}\lambda gh^2 = -\frac{1}{2}mgh.$$

Para m = 15 g e h = 25 cm, obtemos ΔU = –0,018 J.

38. Neste problema, a energia mecânica (a soma de K e U) permanece constante.

(a) Como a energia mecânica é conservada, $U_B + K_B = U_A + K_A$, e a energia cinética da partícula na região A ($3{,}00 \text{ m} \le x \le 4{,}00 \text{ m}$) é

$$K_A = U_B - U_A + K_B = 12{,}0 \text{ J} - 9{,}00 \text{ J} + 4{,}00 \text{ J} = 7{,}00 \text{ J}\cdot$$

Como $K_A = mv_A^2/2$, a velocidade da partícula no ponto x = 3,5 m (dentro da região A) é

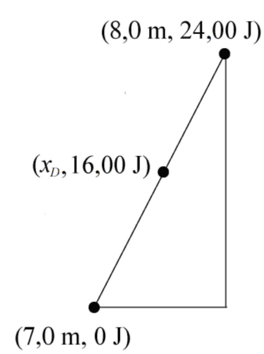
$$v_A = \sqrt{\frac{2K_A}{m}} = \sqrt{\frac{2(7{,}00 \text{ J})}{0{,}200 \text{ kg}}} = 8{,}37 \text{ m/s}.$$

(b) No ponto x = 6,5 m, $U = 0$ e $K = U_B + K_B = 12{,}0 \text{ J} + 4{,}00 \text{ J} = 16{,}0 \text{ J}$. Assim, a velocidade da partícula é

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(16{,}0 \text{ J})}{0{,}200 \text{ kg}}} = 12{,}6 \text{ m/s}.$$

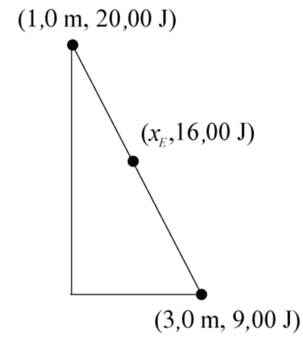
(c) No ponto de retorno, a velocidade da partícula é zero. Chamando de x_D a posição do ponto de retorno da direita, temos (veja a figura):

$$\frac{16{,}00 \text{ J} - 0}{x_D - 7{,}00 \text{ m}} = \frac{24{,}00 \text{ J} - 16{,}00 \text{ J}}{8{,}00 \text{ m} - x_D} \Rightarrow x_D = 7{,}67 \text{ m}.$$



(d) Chamando de x_E a posição do ponto de retorno da esquerda, temos (veja a figura):

$$\frac{16{,}00\text{ J}-20{,}00\text{ J}}{x_E-1{,}00\text{ m}}=\frac{9{,}00\text{ J}-16{,}00\text{ J}}{3{,}00\text{ m}-x_E}\quad\Rightarrow\quad x_E=1{,}73\text{ m}.$$



39. De acordo com o gráfico, a energia potencial da partícula no ponto x = 4,5 m é U_1 = 15 J. Se a velocidade neste ponto é v = 7,0 m/s, a energia cinética é

$$K_1 = mv^2/2 = (0{,}90\text{ kg})(7{,}0\text{ m/s})^2/2 = 22\text{ J}.$$

A energia total é $E_1 = U_1 + K_1$ = (15 + 22) J = 37 J.

(a) No ponto x = 1,0 m, a energia potencial é U_2 = 35 J. De acordo com a lei de conservação da energia, K_2 = 2,0 J > 0. Isso significa que a partícula chega a este ponto com uma velocidade

$$v_2=\sqrt{\frac{2K_2}{m}}=\sqrt{\frac{2(2{,}0\text{ J})}{0{,}90\text{ kg}}}=2{,}1\text{ m/s}.$$

(b) A força experimentada pela partícula está relacionada à energia potencial pela equação

$$F_x=-\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

De acordo com o gráfico da Fig. 8-48,

$$F_x=-\frac{35\text{ J}-15\text{ J}}{2\text{ m}-4\text{ m}}=+10\text{ N}.$$

(c) Como $F_x>0$, a força aponta no sentido positivo do eixo x.

(d) No ponto x = 7,0 m, a energia potencial é U_3 = 45 J, que é maior que a energia inicial total E_1 = 37 J. Assim, a partícula não chega a esse ponto. No ponto de retorno, a energia cinética é zero. Como entre x = 5,0 m e x = 6, 0 m a energia potencial é dada por

$$U(x)=15+30(x-5).$$

O ponto de retorno pode ser determinado resolvendo a equação $37=15+30(x-5)$, o que nos dá x = 5,7 m.

(e) No ponto x = 5,0 m, a força que age sobre a partícula é

$$F_x=-\frac{\Delta U}{\Delta x}=-\frac{(45-15)\text{ J}}{(6-5)\text{ m}}=-30\text{ N},$$

cujo módulo é $|F_x|=30\text{ N}$.

(f) O fato de que $F_x<0$ mostra que a força aponta no sentido negativo do eixo x.

40. (a) A força na distância de equilíbrio $r = r_{eq}$ é

$$F = -\left.\frac{dU}{dr}\right|_{r=r_{eq}} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{12A}{r_{eq}^{13}} + \frac{6B}{r_{eq}^{7}} = 0,$$

o que nos dá

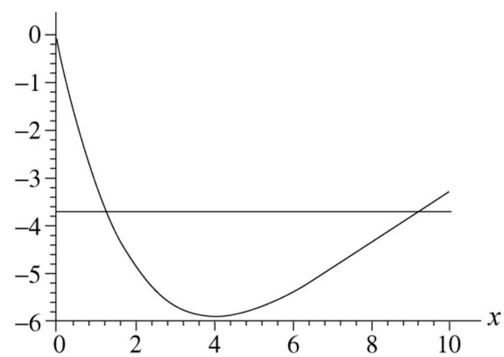
$$r_{eq} = \left(\frac{2A}{B}\right)^{1/2} = 1{,}12\left(\frac{A}{B}\right)^{1/2}.$$

(b) O fato de que o ponto $r = r_{eq}$ define um mínimo da curva de energia potencial (o que pode ser confirmado desenhando um gráfico ou derivando novamente a função e verificando que a concavidade aponta para cima) significa que para valores de r menores que r_{eq} a inclinação da curva de energia potencial é negativa e, portanto, a força é positiva, ou seja, repulsiva.

(c) Para valores de r maiores que r_{eq}, a inclinação da curva de energia potencial é positiva e, portanto, a força é negativa, ou seja, atrativa.

41. (a) A energia no ponto $x = 5{,}0$ m é $E = K + U = 2{,}0\text{ J} - 5{,}7\text{ J} = -3{,}7$ J.

(b) A figura mostra um gráfico da energia potencial $U(x)$ em função de x (em unidades do SI) e a reta horizontal que representa a energia E, para $0 \le x \le 10$ m.



(c) Devemos determinar graficamente os pontos de retorno, que são os pontos em que a energia potencial é igual à energia total do sistema, calculada no item (a). No gráfico, esses pontos correspondem às interseções da curva de $U(x)$ com a reta horizontal que representa a energia total. O resultado para o menor valor de x (determinado, na verdade, matematicamente) é $x = 1{,}3$ m.

(d) O resultado para o maior valor de x é $x = 9{,}1$ m.

(e) Como $K = E - U$ e E é constante, maximizar K equivale a minimizar U. Observando o gráfico, vemos que $U(x)$ passa por um mínimo em $x = 4{,}0$ m. Fazendo $x = 4{,}0$ na expressão $E - U = -3{,}7 - (-4xe^{-x/4})$, obtemos $K = 2{,}16\text{ J} \approx 2{,}2\text{ J}$. Outra forma de resolver o problema é medir no gráfico a distância vertical entre o mínimo da curva de $U(x)$ e a reta que representa a energia total.

(f) Como foi dito no item anterior, a energia cinética é máxima para $x = 4{,}0$ m.

(g) A força pode ser obtida a partir da energia potencial usando a Eq. 8-22 (e o Apêndice E, se houver necessidade, para calcular a derivada).

$$F = \frac{dU}{dx} = (4 - x)e^{-x/4}.$$

(h) Essa questão nos leva de volta à discussão dos itens (d) e (e), já que calcular a raiz da equação $F(x) = 0$ equivale a determinar o valor de x para o qual $U(x)$ passa por um mínimo, mas com a vantagem de podermos contar com o resultado matemático do item (g). Podemos ver que o valor de x para o qual $F(x) = 0$ é exatamente $x = 4{,}0$ m.

42. Como a velocidade é constante, $\vec{a}=0$ e a componente horizontal da força aplicada pelo operário, $F\cos\theta$, é igual ao módulo da força de atrito, $f_k=\mu_k F_N$. Além disso, as forças verticais se cancelam, e, portanto, a soma do peso do caixote, mg, com a componente vertical da força aplicada pelo operário, $F\operatorname{sen}\theta$, é igual à reação normal do piso, F_N. Isso nos dá o seguinte sistema de equações:

$$F\cos\theta=\mu_k F_N$$
$$F\operatorname{sen}\theta+mg=F_N$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos $F = 71$ N.

(a) De acordo com a Eq. 7-7, o trabalho realizado pelo operário sobre o bloco é

$$W = Fd\cos\theta = (71\text{ N})(9{,}2\text{ m})\cos 32^\circ = 5{,}6\times 10^2\text{ J}.$$

(b) Como $f_k=\mu_k(mg+F\operatorname{sen}\theta)$, $\Delta E_t=f_k d=(60\text{ N})(9{,}2\text{ m})=5{,}6\times 10^2$ J.

43. (a) De acordo com a Eq. 7-8,

$$W=(8{,}0\text{ N})(0{,}70\text{ m})=5{,}6\text{ J}.$$

(b) De acordo com a Eq. 8-31, o aumento de energia térmica é dado por

$$\Delta E_t=f_k d=(5{,}0\text{ N})(0{,}70\text{ m})=3{,}5\text{ J}.$$

44. (a) O trabalho realizado é $W = Fd = (35{,}0\text{ N})(3{,}00\text{ m}) = 105$ J.

(b) De acordo com a Eq. 6-2 e a Eq. 8-31, o aumento total de energia térmica é dado por

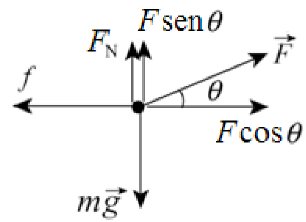
$$\Delta E_t = \mu_k mgd = (0{,}600)(4{,}00\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)(3{,}00\text{ m}) = 70{,}6\text{ J}.$$

Se a energia térmica do bloco aumentou de 40,0 J, a energia térmica do piso aumentou de (70,6 – 40,0) J = 30,6 J.

(c) Parte do trabalho total (105 J) foi "desperdiçada" (70,6 J transformaram-se em energia térmica), mas o restante, (105 – 70,6) J = 34,4 J, transformou-se em energia cinética. (Não houve aumento de energia potencial do bloco porque está implícito que o piso é horizontal.) Assim, o aumento da energia cinética do bloco é 34,4 J.

45. PENSE Para manter um bloco em movimento com velocidade constante em uma superfície com atrito, é preciso aplicar ao bloco uma força constante.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do bloco, tomando o eixo x como eixo horizontal e o eixo y como eixo vertical.



ANALISE (a) O trabalho realizado pela força sobre o bloco é $W=Fd\cos\theta$. Substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$W=Fd\cos\theta=(7{,}68\text{ N})(4{,}06\text{ m})\cos 15{,}0^\circ=30{,}1\text{ J}$$

(b) Como, de acordo com a lei de conservação da energia, o aumento da energia térmica deve ser igual ao trabalho realizado sobre o bloco, $\Delta E_t = W = 30{,}1$ J.

(c) Podemos usar a segunda lei de Newton para determinar a força de atrito e a força normal e, em seguida, usar a relação $\mu_k = f/F_N$ para calcular o coeficiente de atrito cinético.

Aplicando a segunda lei de Newton à componente x do movimento, obtemos

$$f = F\cos\theta = (7{,}68\text{ N})\cos 15{,}0° = 7{,}42\text{ N}$$

Aplicando a segunda lei de Newton à componente y do movimento, obtemos

$$F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta = (3{,}57\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - (7{,}68\text{ N})\text{sen}15{,}0° = 33{,}0\text{ N}$$

Assim, o coeficiente de atrito cinético é

$$\mu_k = \frac{f}{F_N} = \frac{7{,}42\text{ N}}{33{,}0\text{ N}} = 0{,}225$$

APRENDA O aumento da energia térmica do sistema bloco-piso é dado pela Eq. 8-31, $\Delta E_t = fd$. Substituindo f e d por valores numéricos, obtemos $\Delta E_t = (7{,}42\text{ N})(4{,}06\text{ m}) = 30{,}1$ J, o mesmo valor calculado no item (b).

46. Vamos resolver o problema usando unidades inglesas (tomando g = 32 pés/s), mas, para facilitar os cálculos, vamos primeiro converter o peso para libras:

$$mg = (9{,}0)\text{ onças}\left(\frac{1\ \ 1\,\text{libra}}{16\,\text{onças}}\right) = 0{,}56\,\text{libra}$$

o que nos dá $m = 0{,}018\text{ libras}\cdot\text{s}^2/\text{pé}$. Vamos também converter a velocidade inicial para pés por segundo:

$$v_i = (81{,}8\text{ mi/h})\left(\frac{5280\text{ pés/mi}}{3600\text{ s/h}}\right) = 120\text{ pés/s}$$

De acordo com a Eq. 8-33, a energia "perdida" é dada por $\Delta E_t = -\Delta E_{mec}$. Assim,

$$\Delta E_t = \frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + mg(y_i - y_f) = \frac{1}{2}(0{,}018)(120^2 - 110^2) + 0 = 20\text{ pés}\cdot\text{libras}.$$

47. Para trabalhar no SI, convertemos a massa m do disco de plástico para kg: m = 0,075 kg. De acordo com a Eq. 8-33, a energia "perdida" é dada por $\Delta E_t = -\Delta E_{mec}$. Assim,

$$\begin{aligned}\Delta E_t &= \frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + mg(y_i - y_f)\\ &= \frac{1}{2}(0{,}075\text{ kg})[(12\text{ m/s})^2 - (10{,}5\text{ m/s})^2] + (0{,}075\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(1{,}1\text{ m} - 2{,}1\text{ m})\\ &= 0{,}53\text{ J}.\end{aligned}$$

48. De acordo com a Eq. 8-31, temos:

$$\Delta E_t = f_k d = (10\,\text{N})(5{,}0\,\text{m}) = 50\ \text{J}$$

e, de acordo com a Eq. 7-8,

$$W = Fd = (2{,}0\,\text{N})(5{,}0\,\text{m}) = 10\ \text{J}.$$

De acordo com a Eq. 8-33,

$$W = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{t}} = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{t}}$$
$$10 = 35 + \Delta U + 50,$$

o que nos dá $\Delta U = -75$ J. Assim, de acordo com a Eq. 8-1, o trabalho realizado pela força gravitacional é $W = -\Delta U = 75$ J.

49. PENSE Quando o urso escorrega para baixo, parte da sua energia potencial é convertida em energia cinética e parte é convertida em energia térmica.

FORMULE Tomando a energia potencial do urso ao chegar ao chão como $U_f = 0$, sua energia potencial antes que comece a escorregar é $U_i = mgL$, em que m é a massa do urso e L é a altura inicial em relação ao solo. A energia cinética final pode ser calculada a partir da velocidade final e a força de atrito média pode ser determinada usando a lei de conservação da energia.

ANALISE (a) A variação do potencial gravitacional é

$$\Delta U = U_f - U_i = -mgL = -(25 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(12 \text{ m}) = -2{,}9\times10^3 \text{ J}$$

(b) A energia cinética final do urso é

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}(25 \text{ kg})(5{,}6 \text{ m/s})^2 = 3{,}9\times10^2 \text{ J}$$

(c) De acordo com a Eq. 8-31, a variação de energia térmica é $\Delta E_t = fL$, em que f é o módulo da força de atrito média. De acordo com a lei de conservação da energia, $\Delta E_t + \Delta K + \Delta U = 0$, o que nos dá

$$f = -\frac{\Delta K + \Delta U}{L} = -\frac{3{,}9\times10^2 \text{ J} - 2{,}9\times10^3 \text{ J}}{12 \text{ m}} = 2{,}1\times10^2 \text{ N}$$

APRENDA Explicitando a variação de energia cinética na última equação, obtemos $\Delta K = -\Delta U - \Delta E_t = (mg - f)L = (p - f)L$, em que p é o peso do urso. Assim, a força de atrito pode ser vista como uma força que se opõe ao peso do urso e assim reduz a velocidade (e a energia cinética) com a qual ele chega ao solo.

50. De acordo com a Eq. 8-33, a energia "perdida" é dada por $\Delta E_{\text{t}} = -\Delta E_{\text{mec}}$. Assim,

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{t}} &= \frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + mg(y_i - y_f)\\ &= \frac{1}{2}(60 \text{ kg})[(24 \text{ m/s})^2 - (22 \text{ m/s})^2] + (60 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(14 \text{ m})\\ &= 1{,}1\times10^4 \text{ J}.\end{aligned}$$

O fato de que o ângulo de 25° não é usado nos cálculos mostra que a energia é uma grandeza escalar.

51. (a) A energia potencial inicial é

$$U_i = mgy_i = (520 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(300 \text{ m}) = 1{,}53\times10^6 \text{ J},$$

em que $y = 0$ na base da montanha e o sentido positivo de y é para cima.

(b) Como $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$, a Eq. 8-31 nos dá $\Delta E_{\text{t}} = f_k d = \mu_k mgd\cos\theta$. Tratando a superfície da montanha (de comprimento $d = 500$ m) como a hipotenusa de um triângulo retângulo, obtemos a relação $\cos\theta = x/d$, em que $x = 400$ m. Assim,

$$\Delta E_t = \mu_k mgd\frac{x}{d} = \mu_k mgx = (0{,}25)(520)(9{,}8)(400) = 5{,}1\times10^5 \text{ J}.$$

(c) A Eq. 8-31 (com $W = 0$) nos dá

$$K_f = K_i + U_i - U_f - \Delta E_t = 0 + (1{,}53\times10^6 \text{ J}) - 0 - (5{,}1\times10^6 \text{ J}) = 1{,}02\times10^6 \text{ J}.$$

(d) Explicitando v na relação $K_f = mv^2/2$, obtemos v = 63 m/s.

52. (a) A situação do problema pode ser representada pela Fig. 8-3 do livro. Usamos a Eq. 8-31, $\Delta E_t = f_k d$, e relacionamos a energia cinética inicial K_i à energia potencial de "repouso" U_r:

$$K_i + U_i = f_k d + K_r + U_r \Rightarrow 20{,}0 \text{ J} + 0 = f_k d + 0 + \frac{1}{2}kd^2$$

em que f_k = 10,0 N e k = 400 N/m. Resolvendo a equação do segundo grau ou usando uma calculadora científica, obtemos d = 0,292 m, a única raiz positiva.

(b) Usamos a Eq. 8-31 para relacionar U_r à energia cinética K_s que o biscoito possui ao passar novamente pela posição de equilíbrio:

$$K_r + U_r = f_k d + K_s + U_s \Rightarrow \frac{1}{2}kd^2 = f_k d + K_s + 0$$

Usando o resultado do item (a), obtemos K_s = 14,2 J.

53. (a) As forças verticais que agem sobre o bloco são a força normal, que aponta para cima, e a força da gravidade, que aponta para baixo. Como a componente vertical da aceleração do bloco é zero, a segunda lei de Newton nos dá $F_N = mg$, em que m é a massa do bloco. Assim, $f = \mu_k F_N = \mu_k mg$. O aumento de energia térmica é dado por $\Delta E_t = fd = \mu_k mgD$, na qual D é a distância que o bloco percorre até parar. Substituindo por valores numéricos, obtemos

$$\Delta E_t = (0{,}25)(3{,}5 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(7{,}8 \text{ m}) = 67 \text{ J}.$$

(b) A energia cinética do bloco tem o valor máximo $K_{máx}$ no momento em que o bloco se separa da mola e passa a ser submetido a uma força de atrito. Assim, a energia cinética máxima é igual à energia térmica gerada até que o bloco entre em repouso, 67 J.

(c) A energia que se manifesta como energia cinética estava inicialmente na forma de energia potencial da mola comprimida. Assim, $K_{máx} = U_i = kx^2/2$, na qual k é a constante elástica e x é a compressão da mola. Assim,

$$x = \sqrt{\frac{2 . K_{máx}}{k}} = \sqrt{\frac{2(67 \text{ J})}{640 \text{ N/m}}} = 0{,}46 \text{ m}.$$

54. (a) Como a força normal que o escorrega exerce sobre a criança é dada por $F_N = mg\cos\theta$, temos:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \cos\theta.$$

Assim, a Eq. 8-31 nos dá

$$\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd \cos\theta = (0{,}10)(267)(6{,}1)\cos 20° = 1{,}5 \times 10^2 \text{ J}.$$

(b) A variação de energia potencial é

$$\Delta U = mg(-d \text{ sen } \theta) = (267 \text{ N})(-6{,}1 \text{ m}) \text{ sen } 20° = -5{,}6 \times 10^2 \text{ J}.$$

A energia cinética inicial é

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{267 \text{ N}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}\right)(0{,}457 \text{ m/s}^2) = 2{,}8 \text{ J}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 8-33 (com W = 0), a energia cinética final é

$$K_f = K_i - \Delta U - \Delta E_t = 2{,}8 - (-5{,}6 \times 10^2) - 1{,}5 \times 10^2 = 4{,}1 \times 10^2 \text{ J}.$$

Assim, a velocidade final é $v_f = \sqrt{2K_f/m} = 55$ m/s.

55. (a) Para x = 0,075 m e k = 320 N/m, a Eq. 7-26 nos dá $W_s = -kx^2/2 = -0{,}90$ J. Esse também é o valor de $-\Delta U$.

(b) Analisando as forças, descobrimos que $F_N = mg$, o que nos dá $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$. Para $d = x$, a Eq. 8-31 nos dá

$$\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgx = (0{,}25)(2{,}5)(9{,}8)(0{,}075) = 0{,}46 \text{ J}.$$

(c) De acordo com a Eq. 8-33 (com W = 0), a energia cinética inicial é

$$K_i = \Delta U + \Delta E_t = 0{,}90 + 0{,}46 = 1{,}36 \text{ J},$$

o que nos dá $v_i = \sqrt{2K_i/m} = 1{,}0$ m/s.

56. De acordo com a Eq. 8-33 (com W = 0), temos:

$$\Delta E_t = K_i - K_f + U_i - U_f \;\Rightarrow\; f_k d = 0 - 0 + \frac{1}{2}kx^2 - 0$$
$$\Rightarrow\; \mu_k mgd = \frac{1}{2}(200\,\text{N/m})(0{,}15\,\text{m})^2 \;\Rightarrow\; \mu_k(2{,}0\,\text{kg})(9{,}8\,\text{m/s}^2)(0{,}75\,\text{m}) = 2{,}25 \text{ J},$$

o que nos dá $\mu_k = 0{,}15$.

57. Como não há atrito no vale, a única razão pela qual a velocidade é menor quando o bloco chega ao nível mais elevado é o ganho de energia potencial $\Delta U = mgh$, em que h é a diferença entre a altura final e a altura inicial. Quando passa a se mover na superfície rugosa, o bloco perde velocidade porque a energia cinética se transforma em energia térmica. O aumento de energia térmica é dado por $\Delta E_t = f_k d = \mu mgd$. Podemos obter a distância d usando a Eq. 8-33 (com W = 0):

$$K_i = \Delta U + \Delta E_t = mg(h + \mu d),$$

sendo $K_i = mv_i^2/2$ e v_i = 6,0 m/s. Isso nos dá

$$d = \frac{v_i^2}{2\mu g} - \frac{h}{\mu} = 1{,}2 \text{ m}.$$

58. Este problema pode ser totalmente resolvido usando os métodos apresentados nos Capítulos 2 a 6; na solução apresentada a seguir, porém, usamos a lei de conservação da energia sempre que possível.

(a) Analisando as forças envolvidas, vemos que o valor absoluto da força normal é $F_N = mg\cos\theta$, o que significa que $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$. Assim, de acordo com a Eq. 8-31,

$$\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd\cos\theta.$$

Também é possível concluir, usando uma relação trigonométrica, que $\Delta U = mgd \operatorname{sen}\theta$. Nesse caso, a Eq. 8-33 (com W = 0 e K_f = 0) nos dá

$$K_i = \Delta U + \Delta E_t$$
$$\frac{1}{2}mv_i^2 = mgd(\operatorname{sen}\theta + \mu_k\cos\theta),$$

em que v_i é a velocidade inicial do pote. Dividindo ambos os membros pela massa e reagrupando os termos, obtemos

$$d = \frac{v_i^2}{2g(\operatorname{sen}\theta + \mu_k\cos\theta)} = 0{,}13\,\text{m}.$$

(b) Agora que sabemos em que ponto o pote para ($d' = 0{,}13 + 0{,}55 = 0{,}68$ m é a distância em relação à base do plano inclinado), podemos usar novamente a Eq. 8-33 (com $W = 0$ e agora com $K_i = 0$) para obter a energia cinética final (com o pote na base do plano inclinado):

$$K_f = -\Delta U - \Delta E_t$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgd'(\text{sen}\,\theta - \mu_k \cos\theta),$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{2gd'(\text{sen}\,\theta - \mu_k \cos\theta)} = 2{,}7 \text{ m/s}.$$

(c) O resultado do item (a) deixa claro que d aumenta quando μ_k diminui — tanto matematicamente (já que μ_k é positivo e está no denominador) como intuitivamente (menos atrito, menos energia "perdida"). No item (b), existem dois termos na expressão de v que mostram que a velocidade aumenta quando μ_k diminui: o aumento do valor de $d' = d_0 + d$ e o fator sen $\theta - \mu_k \cos\theta$, que mostra que um valor menor é subtraído de sen θ quando μ_k diminui (e, portanto, o valor do fator aumenta).

59. (a) Se h é a altura máxima alcançada pela pedra, a energia térmica gerada pela resistência do ar enquanto a pedra sobe até a altura h, de acordo com a Eq. 8-31, é $\Delta E_t = fh$. Nesse caso, a Eq. 8-33 (com $W = 0$) nos dá:

$$K_f + U_f + \Delta E_t = K_i + U_i$$

Tomando como referência para a energia potencial o ponto de lançamento (nível do solo), $U_i = 0$ e $U_f = wh$, em que $w = mg$ é o peso da pedra. Além disso, sabemos que a energia cinética inicial é $K_i = mv^2/2$ e a energia cinética final é $K_f = 0$. Assim, $wh + fh = mv_0^2/2$ e

$$h = \frac{mv_0^2}{2(w+f)} = \frac{v_0^2}{2g(1+f/w)}.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$h = \frac{(20{,}0 \text{ m/s})^2}{2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1+0{,}265/5{,}29)} = 19{,}4 \text{ m}.$$

(b) Note que a força de arrasto do ar é para baixo quando a pedra está subindo e para cima quando a pedra está descendo, já que tem o sentido contrário ao do movimento da pedra. O aumento da energia térmica em todo o percurso é $\Delta E_t = 2fh$. A energia cinética final é $K_f = mv^2/2$, em que v é a velocidade da pedra imediatamente antes de se chocar com o solo. A energia potencial final é $U_f = 0$. Assim, de acordo com a Eq. 8-31 (com $W = 0$), temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 + 2fh = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Substituindo h por seu valor, obtido no item (a), obtemos:

$$\frac{2fv_0^2}{2g(1+f/w)} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

o que nos dá

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2fv_0^2}{mg(1+f/w)} = v_0^2 - \frac{2fv_0^2}{w(1+f/w)} = v_0^2\left(1 - \frac{2f}{w+f}\right) = v_0^2\,\frac{w-f}{w+f}$$

na qual mg foi substituído por w e foram executadas algumas manipulações algébricas. Assim,

$$v = v_0\sqrt{\frac{w-f}{w+f}} = (20{,}0 \text{ m/s})\sqrt{\frac{5{,}29 \text{ N} - 0{,}265 \text{ N}}{5{,}29 \text{ N} + 0{,}265 \text{ N}}} = 19{,}0 \text{ m/s}.$$

60. A distância d percorrida ao longo do plano inclinado está relacionada ao aumento de altura através da equação $\Delta h = d$ sen θ. Analisando as forças envolvidas, usando os métodos do Capítulo 6, concluímos que o módulo da força normal é $F_N = mg\cos\theta$, o que significa que $f_k = \mu_k mg\cos\theta$. Assim, de acordo com a Eq. 8-33 (com $W = 0$), temos:

$$\begin{aligned} 0 &= K_f - K_i + \Delta U + \Delta E_t \\ &= 0 - K_i + mgd\,\text{sen}\,\theta + \mu_k mgd\cos\theta, \end{aligned}$$

o que nos dá

$$d = \frac{K_i}{mg(\text{sen}\,\theta + \mu_k\cos\theta)} = \frac{128}{(4,0)(9,8)(\text{sen}\,30° + 0,30\cos 30°)} = 4,3\text{ m.}$$

61. Antes do salto, a energia mecânica é $\Delta E_{\text{mec},0} = 0$. Na altura máxima h, em que a velocidade é zero, a energia mecânica é $\Delta E_{\text{mec},1} = mgh$. A variação da energia mecânica está relacionada à força externa através da equação

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta E_{\text{mec},1} - \Delta E_{\text{mec},0} = mgh = F_{\text{med}}\,d\cos\phi\,,$$

em que F_{med} é o valor médio do módulo da força externa exercida pelo piso sobre as costas do besouro.

(a) Explicitando Fmed na equação acima, obtemos

$$F_{\text{med}} = \frac{mgh}{d\cos\phi} = \frac{(4,0\times10^{-6}\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)(0,30\text{ m})}{(7,7\times10^{-4}\text{ m})(\cos 0°)} = 1,5\times10^{-2}\text{ N.}$$

(b) Dividindo o resultado do item (a) pela massa do besouro, temos:

$$a = \frac{F_{\text{med}}}{m} = \frac{h}{d\cos\phi}\,g = \frac{(0,30\text{ m})}{(7,7\times10^{-4}\text{ m})(\cos 0°)}\,g = 3,8\times10^2\,g.$$

62. Vamos chamar o ponto em que o bloco encontra o "terreno acidentado" de ponto C (esse ponto está a uma altura h em relação ao solo). De acordo com a Eq. 8-17, a velocidade do bloco no ponto C é

$$v_C = \sqrt{v_A^2 - 2gh} = \sqrt{(8,0)2 - 2(9,8)(2,0)} = 4,980 \approx 5,0\text{ m/s.}$$

Assim, a energia cinética do bloco ao chegar ao "terreno acidentado" (ou seja, ao chegar ao ponto B) é

$$K_C = \frac{1}{2}m(4,980\text{ m/s})^2 = 12,4m$$

(em unidades do SI). Note que deixamos o resultado em termos da massa, como se fosse uma grandeza conhecida; como vamos ver em seguida, a massa não aparece no resultado final. Usando a Eq. 8-37 (e a Eq. 6-2 com $F_N = mg\cos\theta$) e $y = d$ sen θ, notamos que, se $d < L$ (ou seja, se o bloco não chega ao ponto B), a energia cinética é totalmente transformada em energia térmica e potencial:

$$K_C = mgy + f_k d \;\Rightarrow\; 12,4m = mgd\,\text{sen}\theta + \mu_k mgd\cos\theta.$$

Para $\mu_k = 0,40$ e $\theta = 30°$, $d = 1,49$ m, que é maior que L (de acordo com o enunciado do problema, $L = 0,75$ m). Assim, a hipótese de que $d < L$ está errada. Qual é a energia cinética do bloco ao chegar ao ponto B? O cálculo é semelhante ao anterior, com d em lugar de L e a velocidade final v^2 como incógnita, em vez de ser nula:

$$\frac{1}{2}mv^2 = K_C - (mgL\,\text{sen}\theta + \mu_k mgL\cos\theta)\,.$$

Assim, a velocidade do bloco ao chegar ao ponto B é

$$v_B = \sqrt{v_C^2 - 2gL(\operatorname{sen}\theta + \mu_k \cos\theta)}$$
$$= \sqrt{(4{,}98\ \text{m/s})^2 - 2(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}75\ \text{m})(\operatorname{sen}30° + 0{,}4\cos 30°)} = 3{,}5\ \text{m/s}.$$

63. De acordo com a última linha do enunciado, a força de atrito estático deve ser desprezada. A força de atrito de módulo f = 4400 N é uma força de atrito cinético; de acordo com a Eq. 8-31, a variação de energia térmica associada a essa força é $\Delta E_t = fd$, na qual d = 3,7 m no item (a) (mas será um valor a ser calculado, x, no item (b).

(a) De acordo com a Eq. 8-33, fazendo W = 0 e usando como referência para a energia potencial a extremidade superior da mola no estado relaxado, temos:

$$U_i = K + \Delta E_t \Rightarrow v = \sqrt{2d\left(g - \frac{f}{m}\right)}$$

o que nos dá v = 7,4 m/s para m = 1800 kg.

(b) Vamos aplicar novamente a Eq. 8-33 (com W = 0), agora relacionando a energia cinética, no instante em que o elevador se choca com a mola, à energia do sistema no ponto mais baixo atingido pelo elevador. Usando a referência para a energia potencial escolhida na parte (a), a energia potencial do sistema no ponto mais baixo atingido pelo elevador é $mg(-x)$, na qual x é a redução de comprimento da mola. Assim, a energia cinética é dada por

$$K = mg(-x) + \frac{1}{2}kx^2 + fx$$

em que, usando a velocidade calculada no item (a), $K = mv^2/2 = 4{,}9 \times 10^4$ J. Fazendo $\zeta = mg - f = 1{,}3 \times 10^4$ N, a fórmula da equação do segundo grau nos dá

$$x = \frac{\xi \pm \sqrt{\xi^2 + 2kK}}{k} = 0{,}90\ \text{m}$$

em que escolhemos a raiz positiva.

(c) Usando como referência para a energia potencial o ponto mais baixo atingido pelo elevador, a energia do sistema elevador-mola nesse ponto é apenas a energia potencial elástica da mola, $kx^2/2$. Chamando de d' a distância máxima atingida pelo elevador quando sobe de volta no poço, a lei de conservação da energia nos dá

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgd' + fd' \Rightarrow d' = \frac{kx^2}{2(mg+d)} = 2{,}8\ \text{m}.$$

(d) A única força não conservativa (veja a Seção 8-2) é o atrito, e a energia "desperdiçada" pelo atrito é que determina a distância total percorrida pelo elevador, já que as energias associadas a forças conservativas dependem apenas das posições inicial e final. Como, na posição final de equilíbrio, o peso do elevador é equilibrado pela força elástica da mola, temos:

$$mg = kd_{\text{eq}} \Rightarrow d_{\text{eq}} = \frac{mg}{k} = 0{,}12\,\text{m}.$$

em que d_{eq} é a diferença entre o comprimento da mola na posição final e o comprimento da mola no estado relaxado.

Usando como referência para a energia potencial gravitacional o ponto final de equilíbrio do elevador, a energia do sistema na situação inicial é $U = mg(d_{\text{eq}} + d)$. Na posição final, a energia potencial gravitacional é zero e a energia potencial elástica é $kd_{\text{eq}}^2/2$. Assim, de acordo com a Eq. 8-33,

$$mg(d_{\text{eq}} + d) = \frac{1}{2}kd_{\text{eq}}^2 + fd_{\text{total}}$$
$$(1800)(9{,}8)(0{,}12 + 3{,}7) = \frac{1}{2}(1{,}5\times 10^5)(0{,}12)^2 + (4400)d_{\text{total}}$$

o que nos dá d_{total} = 5 m.

64. Nos trechos em que não existe atrito, ou seja, nas rampas, temos uma simples conversão de energia cinética (Eq. 7-1) para energia potencial (Eq. 8-9), e vice-versa. Nos trechos horizontais, por outro lado, o atrito faz com que parte da energia seja dissipada, de acordo com a Eq. 8-31 (juntamente com a Eq. 6-2, em que $\mu_k = 0{,}50$ e $F_N = mg$ nesta situação). Assim, depois de descer uma distância (vertical) d, o bloco está com uma energia cinética $K = mv^2/2 = mgd$, parte da qual ($\Delta E_t = \mu_k mgd$) é dissipada no primeiro trecho horizontal, de modo que o valor da energia cinética no final desse trecho é

$$K = mgd - \mu_k mgd = \frac{1}{2}mgd\ .$$

Quando o bloco desce para o segundo trecho horizontal, a energia cinética aumenta de $mgd/2$, mas parte dessa energia ($\mu_k mgd/2$) é dissipada no segundo trecho horizontal. Assim, quando o bloco chega à rampa ascendente do lado direito da Fig. 8-55, sua energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}mgd + \frac{1}{2}mgd - \frac{1}{2}\mu_k mgd = \frac{3}{4}mgd\ .$$

Igualando essa energia à energia potencial gravitacional na posição final (Eq. 8-9), obtemos $H = 3d/4$. Assim, o bloco para (momentaneamente) na rampa da direita quando a altura em relação ao trecho plano mais baixo é

$$H = 0{,}75d = 0{,}75\ (40\text{ cm}) = 30\text{ cm}.$$

65. As energias cinéticas inicial e final são nulas e podemos escrever a lei de conservação da energia na forma da Eq. 8-33 (com $W = 0$). É evidente que a partícula só pode parar na parte plana da pista, mas não sabemos de antemão se a partícula vai parar durante a primeira passagem (quando está indo para a direita), durante a segunda passagem (quando está indo para a esquerda), durante a terceira passagem (quando está indo novamente para a direita), e assim por diante. Se a parada acontecer durante a primeira passagem, a energia térmica gerada será $\Delta E_t = f_k d$, em que $d \le L$ e $f_k = \mu_k mg$. Se ocorrer durante a segunda passagem, será $\Delta E_t = \mu_k mg(L + d)$, na qual usamos novamente o símbolo d para representar a distância percorrida na última passagem (de modo que $0 \le d \le L$). Generalizando para a enésima passagem, temos:

$$\Delta E_t = \mu_k mg[(n - 1)L + d].$$

Assim,

$$mgh = \mu_k mg\left[(n-1)L + d\right],$$

o que nos dá (para $h = L/2$)

$$\frac{d}{L} = 1 + \frac{1}{2\mu_k} - n.$$

Como, para $\mu_k = 0{,}20$, $1 + 1/2\mu_k = 3{,}5$, a condição de que $0 \le d/L \le 1$ só pode ser satisfeita para $n = 3$. Assim, chegamos à conclusão de que $d/L = 1/2$, ou

$$d = \frac{1}{2}L = \frac{1}{2}(40\text{ cm}) = 20\text{ cm}$$

e de que essa distância é atingida na terceira passagem pela parte plana da pista.

66. (a) A Eq. 8-9 nos dá $U = mgh = (3{,}2\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ m}) = 94\text{ J}$.

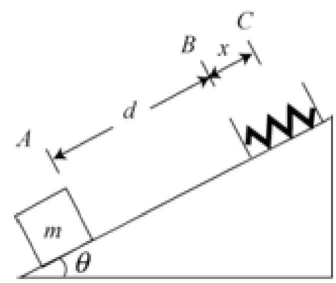
(b) Como a energia mecânica é conservada, $K = 94$ J.

(c) De acordo com a Eq. 7-1, a velocidade da preguiça no momento em que chega ao solo é

$$v = \sqrt{2K/m} = \sqrt{2(94\text{ J})/(32\text{ kg})} = 7{,}7\text{ m/s}.$$

67. PENSE Para que o bloco pare momentaneamente, é preciso que toda a energia mecânica do bloco seja convertida em energia potencial elástica da mola.

FORMULE Vamos chamar de *A* o ponto inicial, de *B* o ponto em que o bloco se choca com a mola, e de *C* o ponto em que o bloco para momentaneamente (veja a figura a seguir). Vamos tomar a energia potencial do bloco como sendo zero quando o bloco está no ponto *A*.



De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $K_A + U_A = K_B + U_B = K_C + U_C$. Note que

$$U = U_g + U_s = mgy + \frac{1}{2}kx^2$$

ou seja, a energia potencial total é a soma da energia potencial gravitacional com a energia potencial elástica da mola.

ANALISE (a) No instante em que $x = x_a = 0{,}20$ m, o bloco está a uma altura dada por

$$y_C = (d + x_C)\,\text{sen}\,\theta = (0{,}60\ \text{m} + 0{,}20\ \text{m})\,\text{sen}\,40° = 0{,}514\ \text{m}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_A + U_A = K_C + U_C \;\Rightarrow\; 16\ \text{J} + 0 = K_C + mgy_C + \frac{1}{2}kx_C^2$$

o que nos dá

$$\begin{aligned} K_C &= K_A - mgy_C - \frac{1}{2}kx_C^2 \\ &= 16\ \text{J} - (1{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}514\ \text{m}) - \frac{1}{2}(200\ \text{N/m})(0{,}20\ \text{m})^2 = 6{,}96\ \text{J} \approx 7{,}0\ \text{J} \end{aligned}$$

(b) No instante em que $x = x_b = 0{,}40$ m, o bloco está a uma altura dada por

$$y'_C = (d + x'_C)\,\text{sen}\,\theta = (0{,}60\ \text{m} + 0{,}40\ \text{m})\,\text{sen}\,40° = 0{,}64\ \text{m}$$

De acordo com a lei de conservação da emergia, $K'_A + U'_A = K'_C + U'_C$. Como $U'_A = 0$, a energia cinética inicial para a qual $K'_C = 0$ é

$$\begin{aligned} K'_A &= U'_C = mgy'_C + \frac{1}{2}kx'^2_C \\ &= (1{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}64\ \text{m}) + \frac{1}{2}(200\ \text{N/m})(0{,}40\ \text{m})^2 \\ &= 22\ \text{J} \end{aligned}$$

APRENDA Um cálculo semelhante ao do item (b), executado para a mesma energia cinética inicial do item (a), 16 J, mostra que o bloco fica momentaneamente parado depois de comprimir a mola 0,32 m. Comparando esse resultado com o do item (b), vemos que é preciso uma energia cinética quase 40% maior para obter um aumento de 25% no alongamento da mola. Isso acontece porque o bloco precisa de mais energia, tanto para comprimir mais a mola como para atingir uma altura maior no plano inclinado.

68. (a) No ponto em que a altura é máxima, $y = 140$ m, a componente vertical da velocidade é zero, mas a componente horizontal conserva o mesmo valor que possuía no instante do lançamento (desprezando a resistência do ar). A energia cinética no instante em que a altura é máxima é, portanto,

$$K = \frac{1}{2}(0,55\ \text{kg})v_x^2.$$

Tomando como referência a borda do penhasco, a energia potencial no instante em que a altura é máxima é $U = mgy = 755$ J. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K = K_i - U = 1550 - 755 \Rightarrow v_x = \sqrt{\frac{2(1550-755)}{0,55}} = 54\ \text{m/s}.$$

(b) Como $v_x = v_{ix}$, a energia cinética inicial

$$K_i = \frac{1}{2}m\left(v_{ix}^2 + v_{iy}^2\right)$$

pode ser usada para calcular v_{iy}. O resultado é $v_{iy} = 52$ m/s.

(c) Aplicando a Eq. 2-16 à direção vertical (com o eixo y apontando para cima), temos:

$$v_y^2 = v_{iy}^2 - 2g\Delta y \quad \Rightarrow \quad (65\ \text{m/s})^2 = (52\ \text{m/s})^2 - 2(9,8\ \text{m/s}^2)\Delta y$$

o que nos dá $\Delta y = -76$ m. O sinal negativo mostra que o deslocamento é para baixo em relação ao ponto de lançamento.

69. PENSE Como os dois blocos estão ligados por uma corda, a distância percorrida pelos dois blocos é sempre a mesma.

FORMULE Se a variação de altura do bloco B é $d = -0,25$ m, a variação de altura do bloco A é $h = d\,\text{sen}\,\theta$, em que θ é o ângulo do plano inclinado, e a variação de energia potencial gravitacional é

$$\Delta U = -m_B g d + m_A g h$$

Como, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $\Delta K + \Delta U = 0$, a variação de energia cinética do sistema é $\Delta K = -\Delta U$.

ANALISE Como a energia cinética inicial é zero, a energia cinética final é

$$\begin{aligned} K_f &= \Delta K = m_B g d - m_A g h = m_B g d - m_A g d\,\text{sen}\,\theta \\ &= (m_B - m_A\,\text{sen}\,\theta)gd = [2,0\ \text{kg} - (1,0\ \text{kg})\,\text{sen}\,30°](9,8\ \text{m/s}^2)(0,25\ \text{m}) \\ &= 3,7\ \text{J}. \end{aligned}$$

APRENDA De acordo com a expressão anterior, existem três possibilidades, dependendo dos valores relativos de m_A, m_B e θ. Se $m_A\,\text{sen}\,\theta < m_B$, como acontece neste problema, o bloco B desce e o bloco A sobe; se $m_A\,\text{sen}\,\theta = m_B$, os blocos permanecem em equilíbrio; se $m_A\,\text{sen}\,\theta > m_B$, o bloco A desce e o bloco B sobe.

70. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a energia mecânica é a mesma no instante inicial e no instante em que a bola atinge o ponto mais alto da circunferência. A segunda lei de Newton pode ser usada para determinar a velocidade, e portanto a energia cinética, no ponto mais alto da circunferência. Nesse ponto, a força de tração T da corda e a força da gravidade apontam para baixo, na direção do centro da circunferência. Como o raio da circunferência é $r = L - d$, temos:

$$T + mg = \frac{mv^2}{L-d},$$

na qual v é a velocidade e m é a massa da bola. Quando a bola passa pelo ponto mais alto da circunferência com a menor velocidade possível, a tração da corda é zero e, portanto,

$$mg = \frac{mv^2}{L-d} \Rightarrow v = \sqrt{g(L-d)}.$$

Tomando como referência para a energia potencial gravitacional do sistema bola-Terra o nível em que a bola está no ponto mais baixo da circunferência, a energia potencial inicial é mgL. Como a bola parte do repouso, a energia cinética inicial é zero. A energia potencial final, com a bola no ponto mais alto da circunferência, é $2mg(L - d)$ e a energia cinética final é $mv^2/2 = mg(L - d)/2$, usando o valor já calculado para a velocidade. De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$mgL = 2mg(L-d) + \frac{1}{2}mg(L-d) \Rightarrow d = 3L/5.$$

Para L = 1,20 m, d = 0,60(1,20 m) = 0,72 m.

Note que, se d for maior que esse valor, a altura do ponto mais alto da circunferência será menor e a bola passará por esse ponto sem dificuldade. Por outro lado, se d for menor que esse valor, a bola não chegará ao ponto mais alto da circunferência. Assim, o valor calculado para d é um limite inferior.

71. PENSE Quando o bloco escorrega para baixo no plano inclinado sem atrito, sua energia potencial gravitacional é convertida em energia cinética, e a velocidade do bloco aumenta.

FORMULE Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $K_A + U_A = K_B + U_B$, a variação de energia cinética quando o bloco se move do ponto A para o ponto B é

$$\Delta K = K_B - K_A = -\Delta U = -(U_B - U_A)$$

Nos dois casos, como a variação de energia potencial é a mesma, $\Delta K_1 = \Delta K_2$.

ANALISE Uma vez que $\Delta K_1 = \Delta K_2$, temos

$$\frac{1}{2}mv_{B,1}^2 - \frac{1}{2}mv_{A,1}^2 = \frac{1}{2}mv_{B,2}^2 \frac{1}{2}mv_{A,2}^2$$

e, portanto, a velocidade do bloco no ponto B no segundo caso é

$$v_{B,2} = \sqrt{v_{B,1}^2 - v_{A,1}^2 + v_{A,2}^2} = \sqrt{(2{,}60\text{ m/s})^2 - (2{,}00\text{ m/s})^2 + (4{,}00\text{ m/s})^2} = 4{,}33\text{ m/s}$$

APRENDA Em vez de supor que o bloco foi lançado para baixo com uma velocidade inicial diferente de zero, podemos supor que o bloco foi liberado, sem velocidade inicial, em um ponto do plano inclinado acima do ponto A. Nesse caso, o fato de que $v_{A,2} > v_{A,1}$ significaria que, no segundo caso, o bloco foi liberado de um ponto do plano inclinado mais distante do ponto A.

72. (a) Tomamos a energia potencial gravitacional do sistema esquiador-Terra como sendo zero quando o esquiador está no vale. A energia potencial inicial é $U_i = mgH$, na qual m é a massa do esquiador e H é a altura do pico mais alto. A energia potencial final é $U_f = mgh$, na qual h é a altura do pico mais baixo. A energia cinética inicial do esquiador é $K_i = 0$ e a energia cinética final é $K_f = mv^2/2$, em que v é a velocidade do esquiador no cume do pico mais baixo. Como a força normal que a encosta exerce sobre o esquiador não realiza trabalho e o atrito é desprezível, a energia mecânica é conservada:

$$U_i + K_i = U_f + K_f \quad \Rightarrow \quad mgH = mgh + \frac{1}{2}mv^2.$$

Assim,

$$v = \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2(9{,}8\text{ m/s}^2)(850\text{ m} - 750\text{ m})} = 44\text{ m/s}.$$

(b) A força normal que a encosta exerce sobre o esquiador é dada por $F_N = mg\cos\theta$, em que θ é o ângulo que a encosta faz com a horizontal. O módulo da força de atrito é dado por $f = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$. A energia térmica produzida pela força de atrito é $fd = \mu_k mgd\cos\theta$, em que d é a distância total coberta pelo esquiador. Como o esquiador chega ao cume do monte mais baixo sem energia cinética, o aumento da energia térmica é igual à redução da energia potencial, ou seja, $\mu_k mgd\cos\theta = mg(H - h)$. Assim,

$$\mu_k = \frac{H-h}{d\cos\theta} = \frac{(850\text{ m} - 750\text{ m})}{(3{,}2\times10^3\text{ m})\cos 30°} = 0{,}036.$$

73. PENSE Quando o cubo é empurrado, o trabalho realizado pela força que empurra o cubo é convertido em energia térmica, que é dividida entre o cubo e o piso.

FORMULE De acordo com a Eq. 8-33, $W = \Delta E_m + \Delta E_t$, em que W é o trabalho realizado e ΔE_m e ΔE_t são, respectivamente, a variação da energia mecânica e a variação da energia térmica do sistema cubo-piso. Como a velocidade é constante e o piso é horizontal, $\Delta E_m = \Delta K + \Delta U = 0$ e, portanto,

$$W = \Delta E_t = \Delta E_{t(\text{cubo})} + \Delta E_{t(\text{piso})}.$$

ANALISE Como $W = (15\text{ N})(3{,}0\text{ m}) = 45\text{ J}$ e $\Delta E_{t(\text{cubo})} = 20\text{ J}$, temos

$$\Delta E_{t(\text{piso})} = 45\text{ J} - 20\text{ J} = 25\text{ J}.$$

APRENDA Como será visto no Capítulo 18, o modo como a energia térmica é dividida entre o cubo e o piso depende das propriedades dos dois materiais.

74. Vamos tomar, como referência, a altura em que se encontra a esquiadora ao passar pelo ponto B. Nesse caso, a altura em que se encontra a esquiadora ao passar pelo ponto A é $y_A = R(1 - \cos 20°) = 1{,}2$ m, em que R é o raio do morro. A massa da esquiadora é $m = (600\text{ N})/(9{,}8\text{ m/s}^2) = 61\text{ kg}$.

(a) De acordo com a Eq. 8-17,

$$K_B + U_B = K_A + U_A \Rightarrow K_B + 0 = K_A + mgy_A.$$

Como $K_B = (61\text{ kg})(8{,}0\text{ m/s})^2/2$, $K_A = 1{,}2 \times 10^3$ J. Assim, a velocidade da esquiadora no alto do morro é

$$v_A = \sqrt{\frac{2K_A}{m}} = \sqrt{\frac{2(1{,}2\times 10^3\text{ J})}{61\text{ kg}}} = 6{,}4\text{ m/s}.$$

Nota: Alguém pode aventar a possibilidade de que a esquiadora perca contato com a neve ao passar pelo ponto A, mas é fácil demonstrar que isso não acontece no caso que estamos examinando. No ponto A, a aceleração centrípeta é $v^2/r \approx 2\text{ m/s}^2$, um valor bem menor que g.

(b) Para $K_A = 0$, temos:

$$K_B + U_B = K_A + U_A \Rightarrow K_B + 0 = 0 + mgy_A,$$

o que nos dá $K_B = 724$ J. A velocidade correspondente é

$$v_B = \sqrt{\frac{2K_B}{m}} = \sqrt{\frac{2(724\text{ J})}{61\text{ kg}}} = 4{,}9\text{ m/s}.$$

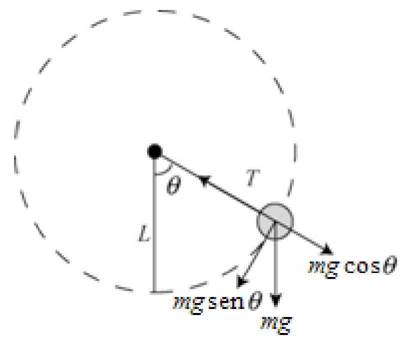
(c) Expressando as energias em termos da massa da esquiadora, temos:

$$K_B + U_B = K_A + U_A \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgy_B = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgy_A.$$

Assim, a massa m pode ser colocada em evidência e a razão entre as velocidades v_A e v_B não depende da massa e, portanto, não depende do peso da esquiadora.

75. PENSE Este problema envolve o movimento de um pêndulo. A energia cinética e a energia potencial da bola variam com o tempo, mas a energia mecânica total permanece constante.

FORMULE Seja L o comprimento da haste. A altura h da bola em relação ao ponto mais baixo do percurso (que será tomado como referência para a energia potencial) está relacionada ao ângulo θ entre a haste e a vertical pela equação $h = L(1 - \cos\theta)$.



Essa figura mostra o diagrama de corpo livre da bola. A altura máxima da bola é $h_1 = 2L$ e a altura mínima é $h_2 = 0$.

ANALISE (a) No ponto mais alto do percurso da bola, $h_1 = 2L$, $K_1 = 0$ e $U_1 = mgh_1 = mg(2L)$. No ponto mais baixo, $h_2 = 0$, $K_2 = mv_2^2/2$ e $U_2 = 0$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \Rightarrow \quad 0 + 2mgL = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

o que nos dá $v_2 = 2\sqrt{gL}$. Para $L = 0{,}62$ m, temos

$$v_2 = 2\sqrt{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}62\ \text{m})} = 4{,}9\ \text{m/s}$$

(b) De acordo com a Eq. 4-34, a aceleração centrípeta da bola no ponto mais baixo do percurso é dada por $a = v^2/r$, em que v é a velocidade da bola e r é o comprimento da haste. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento, temos

$$T - mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow T = m\left(g + \frac{4gL}{L}\right) = 5\ mg$$

Para $m = 0{,}092$ kg, a tração da haste é $T = 5(0{,}092)(9{,}80) \times 4{,}5$ N.

(c) Vamos considerar que a bola seja liberada (a partir do repouso) no ponto mais alto do percurso ($\theta = 90°$) e calcular o ângulo θ para o qual $T = mg$. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento da bola nessa posição, temos

$$\frac{mv^2}{r} = T - mg\cos\theta = mg(1 - \cos\theta)$$

o que, para $r = L$, nos dá $v^2 = gL(1 - \cos\theta)$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$\begin{aligned} K_i + U_i &= K + U \\ 0 + mgL &= \frac{1}{2}mv^2 + mgL\ (1 - \cos\theta) \\ gL &= \frac{1}{2}(gL(1 - \cos\theta)) + gL\ (1 - \cos\theta) \end{aligned}$$

o que nos dá

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 71°$$

(d) Como o valor de θ obtido no item (c) não depende da massa (nem, na verdade, de qualquer outro parâmetro ou constante física), a resposta permanece a mesma.

APRENDA Quando a haste faz um ângulo θ qualquer com a vertical, a tração da haste é

$$T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\cos\theta\right)$$

É a aceleração tangencial, $a_t = g\,\mathrm{sen}\,\theta$, que faz com que a velocidade e a energia cinética variem com o tempo. A energia mecânica total, por outro lado, permanece constante.

76. (a) A tabela mostra que a força é +(3,0 N) $\hat{\mathrm{i}}$ quando o deslocamento é no sentido positivo do eixo x [$\vec{d}$ = +(3,0 m) $\hat{\mathrm{i}}$] e é −(3,0 N) $\hat{\mathrm{i}}$ quando o deslocamento é no sentido negativo do eixo x. Usando a Eq. 7-8 para cada parte do percurso e somando os resultados, descobrimos que o trabalho realizado é 18 J. Este campo de força não é conservativo; se fosse, o trabalho realizado seria zero, já que a partícula voltou ao ponto de partida.

(b) Neste caso, o campo de força é conservativo, já que a força é a mesma para deslocamentos nos dois sentidos. Isso pode ser facilmente demonstrado calculando o trabalho realizado e mostrando que o resultado é zero.

(c) As duas integrais usadas para calcular o trabalho são $\int_1^4 x\,dx$ e $\int_4^1 (-x)\,dx$ e o resultado é o mesmo: $4^2 - 1^2 = 15$. Assim, o trabalho realizado é $2 \times 15 = 30$ J.

(d) Neste caso, o campo de força é conservativo, já que a força é a mesma para deslocamentos nos dois sentidos. Isso pode ser facilmente demonstrado calculando o trabalho realizado e mostrando que o resultado é zero.

(e) Nas situações (b) e (d), as forças são conservativas.

77. PENSE Este problema envolve a análise de um gráfico. A partir de um gráfico da energia potencial em função da posição, podemos calcular o valor de uma força conservativa.

FORMULE A relação entre a função energia potencial $U(x)$ e a força conservativa $F(x)$ correspondente é dada pela Eq. 8-22: $F(x) = -dU/dx$.

ANALISE (a) No ponto x = 2,0 m, a força é

$$F = -\frac{dU}{dx} \approx -\frac{\Delta U}{\Delta x} = -\frac{U(x=4\text{ m}) - U(x=1\text{ m})}{4{,}0\text{ m} - 1{,}0\text{ m}} = -\frac{-(17{,}5\text{ J}) - (-2{,}8\text{ J})}{4{,}0\text{ m} - 1{,}0\text{ m}} = 4{,}9\,\text{N}$$

(b) Como a inclinação de $U(x)$ no ponto x = 2,0 m é negativa, a força aponta no sentido positivo do eixo x.

(c) Como o valor estimado da energia potencial no ponto x = 2,0 m é

$$U(x = 2{,}0\text{ m}) \approx U(x = 1{,}0\text{ m}) + (-4{,}9\text{ J/m})(1{,}0\text{ m}) = -7{,}7\text{ J}$$

a energia mecânica total é

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + U = \frac{1}{2}(2{,}0\,\text{kg})(-1{,}5\,\text{m/s})^2 + (-7{,}7\text{ J}) = -5{,}5\text{ J}$$

Para esse valor da energia mecânica total (−5,5 J), o menor valor para o qual a energia potencial é igual à energia total é $x \approx 1{,}5$ m. Assim, x = 1,5 m é o ponto limite do movimento da partícula para a esquerda.

(d) Para o valor da energia mecânica total calculado no item anterior (−5,5 J), o maior valor para o qual a energia potencial é igual à energia total é $x \approx 13{,}5$ m. Assim, $x \approx 13{,}5$ m é o ponto limite do movimento da partícula para a direita.

(e) De acordo com o gráfico, no ponto x = 7,0 m, temos $U \approx -17{,}5$ J. Como a energia total (calculada anteriormente) é $E \approx -5{,}5$ J, temos

$$\frac{1}{2}mv^2 = E - U \approx 12\text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}(E - U)} \approx 3{,}5\text{ m/s}$$

APRENDA Como a energia mecânica total é negativa, a partícula está aprisionada em um poço de potencial e só pode se mover na região em que 1,5 m < x < 13,5 m. Nos pontos de retorno (1,5 m e 13,5 m), a energia cinética é zero e a partícula permanece momentaneamente em repouso.

78. (a) Como a velocidade do caixote aumenta de 0 para 1,20 m/s em relação ao piso da fábrica, a energia cinética fornecida ao caixote é

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(300\,\text{kg})(120\,\text{m/s})^2=216\ \text{J}.$$

(b) O módulo da força de atrito cinético é

$$f=\mu F_N=\mu mg=(0,400)(300\,\text{kg})(9,8\,\text{m/s}^2)=1,18\times10^3\ \text{N}.$$

(c) Seja d a distância percorrida pelo caixote em relação à esteira antes que pare de escorregar. De acordo com a Eq. 2-16, $v^2 = 2ad = 2fd/m$ e, portanto, $mv^2/2 = fd$. Assim, a Eq. 8-31 nos dá

$$\Delta E_t=fd=\frac{1}{2}mv^2=K$$

e a energia total fornecida pelo motor é

$$W=K+\Delta E_t=2K=(2)(216\,\text{J})=432\ \text{J}.$$

(d) A energia fornecida pelo motor, calculada no item (c), é maior que a energia cinética fornecida ao caixote, calculada no item (a), porque parte da energia fornecida pelo motor foi dissipada na forma de calor (ΔE_t) enquanto o caixote estava escorregando.

79. PENSE Quando o carro desce a ladeira, o atrito faz com que parte da energia mecânica seja convertida em energia térmica.

FORMULE Vamos tomar o eixo y como vertical, apontando para cima, com a origem na posição final do carro. Como o ângulo da ladeira é $\theta = 5,0°$, a variação de altura do carro do ponto inicial ao ponto final é $\Delta y = -(50\text{ m})\operatorname{sen}\theta = -4,4$ m. Tomando a energia potencial gravitacional como $U = 0$ no ponto $y = 0$, a variação da energia potencial gravitacional é dada por $\Delta U = mg\Delta y$. A variação de energia cinética é $\Delta K=m(v_f^2-v_i^2)/2$. A variação total de energia mecânica é $\Delta E_m = \Delta K + \Delta U$.

ANALISE (a) Convertendo as velocidades para m/s e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$\begin{aligned}\Delta E_m&=\Delta K+\Delta U=\frac{1}{2}m(v_f^2-v_i^2)+mg\Delta y\\&=\frac{1}{2}(1500\text{ kg})\left[(11,1\text{ m/s})^2-(8,3\text{ m/s})^2\right]+(1500\text{ kg})(9,8\text{ m/s}^2)(-4,4\text{ m})\\&=-23940\text{ J}\approx-2,4\times10^4\text{ J}\end{aligned}$$

(b) De acordo com as Eqs. 8-31 e Eq. 8-33, $\Delta E_t = f_k d = -\Delta E_m$. Para $d = 50$ m, temos

$$f_k=\frac{-\Delta E_m}{d}=\frac{-(-2,4\times10^4\text{ J})}{50\text{ m}}=4,8\times10^2\text{ N}$$

APRENDA A perda de energia mecânica é proporcional à força de atrito; se não houvesse atrito, a energia mecânica seria conservada.

80. Se, quando o bloco percorre uma distância horizontal $d_1 = 40$ m, o deslocamento vertical é $d_2 = 30$ m, o ângulo do plano inclinado é

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{30}{40}\right)=37°.$$

Note também que a força de atrito cinético é $f_k=\mu_k mg\cos\theta$. Nesse caso, de acordo com as Eqs. 8-31 e 8-33, o trabalho realizado pela força em um segundo é

$$W = mgh + f_k d = mgd(\operatorname{sen}\theta + \mu_k\cos\theta)$$

em que $d = 1{,}34$ m é a distância percorrida pelo bloco em um segundo. Substituindo valores conhecidos, obtemos $W = 1{,}69 \times 10^4$ J. Assim, a potência desenvolvida pela força é

$$P = \frac{1{,}69 \times 10^4 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1{,}69 \times 10^4 \text{ W} \approx 1{,}7 \times 10^4 \text{ W}.$$

81. (a) O trabalho realizado quando a partícula se move de $x = 3{,}00$ m até $x = 2{,}00$ m é

$$W = F_2 \Delta x = (5{,}00 \text{ N})(-1{,}00 \text{ m}) = -5{,}00 \text{ J}.$$

e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 2{,}00$ m é $U_2 = +5{,}00$ J.

(b) De acordo com o enunciado do problema, $E_{max} = 14{,}0$ J e, portanto, a energia cinética no ponto $x = 2{,}00$ m é

$$K_2 = E_{max} - U_2 = 14{,}0 - 5{,}00 = 9{,}00 \text{ J}.$$

(c) O trabalho realizado quando a partícula se move de $x = 2{,}00$ m até $x = 0$ é

$$W = F_1 \Delta x = (3{,}00 \text{ N})(-2{,}00 \text{ m}) = -6{,}00 \text{ J}$$

e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 0$ é

$$U_0 = 6{,}00 \text{ J} + U_2 = (6{,}00 + 5{,}00) \text{ J} = 11{,}0 \text{ J}.$$

(d) Um raciocínio semelhante ao do item (a) nos dá

$$K_0 = E_{max} - U_0 = (14{,}0 - 11{,}0) \text{ J} = 3{,}00 \text{ J}.$$

(e) O trabalho realizado quando a partícula se move do ponto $x = 8{,}00$ m até o ponto $x = 11{,}0$ m é

$$W = F_3 \Delta x = (-4{,}00 \text{ N})(3{,}00 \text{ m}) = -12{,}0 \text{ J}$$

e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 11{,}0$ m é $U_{11} = 12{,}0$ J.

(f) A energia cinética no ponto $x = 11{,}0$ m é, portanto,

$$K_{11} = E_{max} - U_{11} = (14{,}0 - 12{,}0) \text{ J} = 2{,}00 \text{ J}.$$

(g) Nesse caso, $W = F_4 \Delta x = (-1{,}00 \text{ N})(1{,}00 \text{ m}) = -1{,}00$ J e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 12{,}0$ m é

$$U_{12} = 1{,}00 \text{ J} + U_{11} = (1{,}00 + 12{,}0) \text{ J} = 13{,}0 \text{ J}.$$

(h) A energia cinética no ponto $x = 12{,}0$ m é, portanto,

$$K_{12} = E_{max} - U_{12} = (14{,}0 - 13{,}0) = 1{,}00 \text{ J}.$$

(i) Como o trabalho realizado no intervalo de $x = 12{,}0$ m até $x = 13{,}0$ m é nulo, a resposta é a mesma do item (g): $U_{12} = 13{,}0$ J.

(j) Como o trabalho realizado no intervalo de $x = 12{,}0$ m até $x = 13{,}0$ m é nulo, a resposta é a mesma do item (h): $K_{12} = 1{,}00$ J.

(k) Embora o gráfico não seja mostrado aqui, tem o aspecto de um "poço de potencial" formado por retas horizontais e inclinadas. De $x = 0$ até $x = 2$ (em unidades do SI) o gráfico de U é uma reta inclinada para baixo que vai de 11 a 5; de $x = 2$ até $x = 3$, é uma reta inclinada para baixo que vai de 5 a 0. De $x = 3$ até $x = 8$, é uma reta horizontal. De $x = 8$ até $x = 11$, é uma reta inclinada para cima que vai de 0 a 12; de $x = 11$ até $x = 12$, é uma reta inclinada para cima que vai de 12 a 13. A partir de $x = 12$, é uma reta horizontal (esta é a "borda direita do poço").

(l) Podemos imaginar que a partícula "cai" no poço até o nível mais baixo, que se estende de $x = 3$ até $x = 8$. Nesse nível, como $U = 0$, toda a energia potencial inicial (11 J) foi convertida em energia cinética e, portanto, $K = 11{,}0$ J.

(m) A energia cinética calculada no item (l) não é suficiente para que a partícula atinja a borda direita do poço, mas permite que chegue a uma "altura" de 11 no ponto $x = 10{,}8$ m. Como é discutido na Seção 8-6, este é um "ponto de retorno".

(n) Após atingir o ponto de retorno, a partícula "cai de volta" no poço de potencial e torna a subir do lado esquerdo até voltar à posição inicial. Uma análise mais detalhada mostra que, depois de parar (momentaneamente) no ponto $x = 10{,}8$ m, a partícula é acelerada para a esquerda pela força $\vec{F}_3$ e ganha velocidade suficiente para subir de volta até o ponto $x = 0$, onde para novamente.

82. (a) No ponto $x = 5{,}00$ m, a energia potencial é zero e a energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2{,}00\text{ kg})(3{,}45\text{ m/s})^2 = 11{,}9\text{ J}.$$

A energia total, portanto, é suficiente para que a partícula chegue ao ponto $x = 0$, onde $U = 11{,}0$ J, com uma pequena "reserva" (11,9 J – 11,0 J = 0,9025 J). Como essa sobra de energia está na forma de energia cinética, a velocidade em $x = 0$ é

$$v = \sqrt{2(0{,}9025\text{ J})/(2\text{ kg})} = 0{,}950\text{ m/s}.$$

Não existe, portanto, um ponto de retorno.

(b) A energia total (11,9 J) é igual à energia potencial no ponto $x = 10{,}9756 \approx 11{,}0$ m. Esse ponto pode ser determinado por interpolação ou com o auxílio do teorema do trabalho e energia cinética:

$$K_f = K_i + W = 0 \;\Rightarrow\; 11{,}9025 + (-4)d = 0 \;\Rightarrow\; d = 2{,}9756 \approx 2{,}98$$

[distância que, ao ser somada a $x = 8{,}00$ (o ponto no qual $\vec{F}_3$ começa a agir), fornece o resultado correto]. Assim, existe um ponto de retorno em $x = 11{,}0$ m.

83. PENSE Como uma força externa realiza trabalho sobre o bloco, a energia do bloco aumenta.

FORMULE De acordo com as Eqs. 8-25 e 8-26, o trabalho realizado por uma força externa é $W = \Delta E_m = \Delta K + \Delta U$. Como, neste caso, a energia potencial não varia, $\Delta U = 0$ e, portanto,

$$W = \Delta E_m = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

A potência média, ou taxa média com a qual a energia é transferida para o bloco, é dada pela Eq. 7-42, $P_{méd} = W/\Delta t$.

ANALISE (a) Substituindo os valores conhecidos na expressão anterior, obtemos

$$\Delta E_m = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}(15\text{ kg})[(30\text{ m/s})^2 - (10\text{ m/s})^2] = 6000\text{ J} = 6{,}0\times10^3\text{ J}$$

(b) A potência média, ou taxa média com a qual a energia é transferida para o bloco, é dada pela Eq. 7-42, $P_{méd} = W/\Delta t$, em que, de acordo com a Eq. 2-11, $\Delta t = \Delta v/a = 10$ s. Assim, temos

$$P_{méd} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{6{,}0\times10^3\text{ J}}{10{,}0\text{ s}} = 600\text{ W}$$

(c) e (d) De acordo com a segunda lei de Newton, a força aplicada ao bloco é $F = ma = 30$ N. De acordo com a Eq. 7-48, a potência instantânea é

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = \begin{cases} 300\text{ W} & \text{para } v = 10\text{ m/s} \\ 900\text{ W} & \text{para } v = 30\text{ m/s} \end{cases}$$

APRENDA A média aritmética dos valores calculados nos itens (c) e (d) é igual ao resultado obtido no item (b).

84. (a) Para distender uma mola, é preciso aplicar uma força de módulo igual e sentido oposto ao da força da mola. Como uma mola distendida no sentido positivo do eixo *x* exerce uma força no sentido negativo do eixo *x*, a força aplicada deve ser $F = 52{,}8\,x + 38{,}4\,x^2$, no sentido positivo do eixo *x*. O trabalho executado é

$$W = \int_{0,50}^{1,00} (52{,}8x + 38{,}4x^2)dx = \left(\frac{52{,}8}{2}x^2 + \frac{38{,}4}{3}x^3\right)\Bigg|_{0,50}^{1,00} = 31{,}0\ \text{J}.$$

(b) Como a mola realiza um trabalho de 31,0 J, esse é o aumento da energia cinética da partícula. A velocidade da partícula é, portanto,

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(31{,}0\ \text{J})}{2{,}17\ \text{kg}}} = 5{,}35\ \text{m/s}.$$

(c) A força é conservativa, já que o trabalho realizado pela força quando a partícula é deslocada de um ponto qualquer de coordenada x_1 para outro ponto qualquer de coordenada x_2 depende apenas dos valores das coordenadas x_1 e x_2.

85. PENSE Este problema envolve o uso da energia cinética da água para gerar energia elétrica.

FORMULE De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a variação da energia cinética da água em um segundo é

$$\Delta K = -\Delta U = mgh = \rho Vgh = (10^3\ \text{kg/m}^3)(1200\,\text{m}^3)(9{,}8\,\text{m/s}^2)(100\,\text{m}) = 1{,}176\times10^9\ \text{J}$$

ANALISE Supondo que a potência elétrica gerada é constante, temos

$$P_{\text{méd}} = \frac{(3/4)\Delta K}{t} = \frac{(3/4)(1{,}176\times10^9\ \text{J})}{1{,}0\,\text{s}} = 8{,}82\times10^8\ \text{W}$$

APRENDA As usinas hidrelétricas são responsáveis por 16% da eletricidade gerada em todo o mundo.

86. (a) De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade no ponto *B* é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh_1} = \sqrt{(7{,}0\ \text{m/s})^2 + 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(6{,}0\ \text{m})} = 13\ \text{m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade no ponto *C* é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{(7{,}0\ \text{m/s})^2 + 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(4{,}0\ \text{m})} = 11{,}29\ \text{m/s} \approx 11\ \text{m/s}.$$

(c) Como a partir do ponto *C* a pista é horizontal, a energia cinética do bloco no início do trecho “acidentado” é a mesma que o bloco possuía no ponto *C*, que podemos calcular usando o resultado do item (b): $K = mv^2/2 = m(11{,}29)^2/2 = 63{,}7m$ (em unidades do SI). Note que mantivemos a massa na equação como se fosse uma grandeza conhecida; no final, como vamos ver em seguida, a massa será cancelada. De acordo com a Eq. 8-33 e a Eq. 6-2 com $F_N = mg$ e supondo que toda a energia cinética é transformada em energia térmica, temos:

$$63{,}7m = \mu_k mgd$$

para $d < L$. Fazendo $\mu_k = 0{,}70$, obtemos $d = 9{,}3$ m, que é realmente menor que *L* (dado no problema como sendo 12 m). Concluímos que o bloco não chega ao ponto *D* e a distância que percorre no trecho com atrito é 9,3 m.

87. PENSE Este problema envolve o movimento de uma bola sujeita a uma força centrípeta, uma força gravitacional e uma força de atrito. Como não existe uma força externa aplicada, a energia final do sistema é igual à energia inicial.

FORMULE Tomando o ponto *A* como referência para a energia potencial, $U_A = 0$. A energia mecânica total nos pontos *A*, *B* e *D* é

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + U_A = \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + U_B = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgL$$
$$E_D = \frac{1}{2}mv_D^2 + U_D = mgL$$

em que $v_D = 0$. De acordo com a lei de conservação da energia, $E_A = E_B = E_D$.

ANALISE (a) Como $E_A = E_D$, temos

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgL \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2gL}$$

(b) Para determinar a tração da haste quando a bola passa pelo ponto B, calculamos primeiro a velocidade da bola nesse ponto. Como $E_B = E_D$, temos

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - mgL = mgL$$

o que nos dá $v_B = \sqrt{4gL}$. Como, quando a bola passa pelo ponto B, a tração da haste aponta verticalmente para cima, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento da bola, obtemos

$$T - mg = \frac{mv_B^2}{r} = \frac{m(4gL)}{L} = 4mg$$

o que nos dá $T = 5mg$.

(c) Como a diferença de altura entre os pontos C e D é L, a energia mecânica "perdida" (que é transformada em energia térmica) é $-mgL$.

(d) Como a diferença de altura entre os pontos B e D é $2L$, a energia mecânica "perdida" (que é transformada em energia térmica) é $-2mgL$.

APRENDA Outra forma de resolver o item (d) é notar que

$$E'_B = \frac{1}{2}mv'^2_B + U_B = 0 - mgL = -mgL$$

o que nos dá

$$\Delta E = E'_B - E_A = -mgL - mgL = -2mgL$$

88. (a) A energia cinética inicial é

$$K_i = \frac{1}{2}(1,5)(3)^2 = 6,75 \text{ J}.$$

(b) Desprezando a resistência do ar, o trabalho realizado pela força gravitacional é igual à variação da energia cinética. No ponto mais alto da trajetória, a energia cinética é zero e, portanto, o trabalho realizado pela força gravitacional é –6,75 J.

(c) Como a variação de energia potencial é igual ao negativo da variação de energia cinética, ΔU = 6,75 J.

(d) Se $U_i = 0$, a energia potencial no ponto mais alto da trajetória é $U_f = U_i + \Delta U = 0 + 6,75 = 6,75$ J

(e) Se $U_f = 0$, $U_i = U_f - \Delta U = 0 - 6,75 = -6,75$ J.

(f) Como $mg\Delta y = \Delta U$, $\Delta y = \Delta U/mg = 6,75/(1,5 \times 9,8) = 0,459$ m.

89. (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a energia cinética da lata ao chegar ao solo (que tomamos como referência para a energia potencial) é a soma da energia cinética inicial com a energia potencial inicial:

$$K = K_i + U_i = —(2{,}50\text{ kg})(3{,}00\text{ m/s})^2 + (2{,}50\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)(4{,}00\text{ m}) = 109\text{ J}.$$

Para uso futuro, notamos que a velocidade da lata ao chegar ao solo é

$$v = \sqrt{2K/m} = 9{,}35\text{ m/s}.$$

(b) Quando a lata se encontra a 4,00/2 = 2,00 m do solo, a energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}(2{,}50\text{ kg})(3{,}00\text{ m/s})^2 + (2{,}50\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)(2{,}00\text{ m}) = 60{,}3\text{ J}.$$

(c) Uma forma simples de resolver este item e o item seguinte é imaginar que a lata está sendo *lançada* do solo, no instante $t = 0$, com uma velocidade de 9,35 m/s [veja o item (a)], e calcular a altura e a velocidade da lata no instante $t = 0{,}200$ s, usando as Eqs. 2-15 e Eq. 2-11:

$$y = (9{,}35\text{ m/s})(0{,}200\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}80\text{ m/s}^2)(0{,}200\text{ s})^2 = 1{,}67\text{ m},$$

$$v = 9{,}35\text{ m/s} - (9{,}80\text{ m/s}^2)(0{,}200\text{ s}) = 7{,}39\text{ m/s}.$$

A energia cinética é

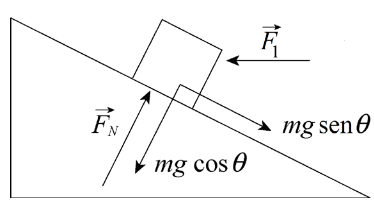
$$K = \frac{1}{2}(2{,}50\text{ kg})\,(7{,}39\text{ m/s})^2 = 68{,}2\text{ J}.$$

(d) A energia potencial gravitacional é

$$U = mgy = (2{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(1{,}67\text{ m}) = 41{,}0\text{ J}.$$

90. A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do baú. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y das forças envolvidas, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$F_1 \cos\theta - f_k - mg \operatorname{sen}\theta = ma$$
$$F_N - F_1 \operatorname{sen}\theta - mg\cos\theta = 0.$$



(a) Como o baú está se movendo com velocidade constante, $a = 0$. Fazendo $f_k = \mu_k F_N$ no sistema de equações acima, e resolvendo o sistema, obtemos

$$F_1 = \frac{mg(\operatorname{sen}\theta + \mu_k\cos\theta)}{\cos\theta - \mu_k\operatorname{sen}\theta}$$

O trabalho realizado pela força $\vec{F}_1$ quando o baú sobe uma distância d ao longo do plano inclinado é, portanto,

$$\begin{aligned} W_1 = F_1 d\cos\theta &= \frac{(mgd\cos\theta)(\operatorname{sen}\theta + \mu_k\cos\theta)}{\cos\theta - \mu_k\operatorname{sen}\theta} \\ &= \frac{(50\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(6{,}0\text{ m})(\cos 30°)(\operatorname{sen}30° + (0{,}20)\cos 30°)}{\cos 30° - (0{,}20)\operatorname{sen}30°} \\ &= 2{,}2\times 10^3\text{ J}. \end{aligned}$$

(b) O aumento da energia potencial gravitacional do baú é

$$\Delta U = mgd\,\text{sen}\,\theta = (50\,\text{kg})(9,8\,\text{m/s}^2)(6,0\,\text{m})\text{sen}\,30° = 1,5\times10^3\ \text{J}.$$

Como a velocidade (e, portanto, a energia cinética) do baú é constante, a Eq. 8-33 nos dá

$$W_1 = \Delta U + \Delta E_t.$$

Assim, usando números mais precisos que os mostrados acima, o aumento da energia térmica (produzido pelo atrito cinético) é $2,24 \times 10^3$ J – $1,47 \times 10^3$ J = $7,7 \times 10^2$ J. Outra forma de resolver o problema é usar a relação $\Delta E_t = f_k d$ (Eq. 8-31).

91. Vamos tomar como referência para a energia potencial a altura inicial do bloco 2*M* da Fig. 8-67. Quando o bloco 2*M* começa a descer, a energia potencial total é a soma da energia potencial gravitacional com a energia potencial elástica da mola. Note que a energia cinética total é a soma das energias cinéticas dos dois blocos.

(a) De acordo com a Eq. 8-17, temos:

$$K_i + U_i = K_{tot} + U_{tot} \;\Rightarrow\; 0 + 0 = K_{tot} + (2M)g(-0{,}090) + \frac{1}{2}\,k(0{,}090)^2\,.$$

Para M = 2,0 kg, obtemos K_{tot} = 2,7 J.

(b) A energia cinética do bloco 2*M* constitui uma fração conhecida da energia cinética total:

$$\frac{K_{2M}}{K_{tot}} = \frac{(2M)v^2/2}{(3M)v^2/2} = \frac{2}{3}.$$

Assim, $K_{2M} = \dfrac{2}{3}(2{,}7\ \text{J}) = 1{,}8\ \text{J}$.

(c) Para resolver este item, basta fazer $y = -d$, $K_{tot} = 0$ e calcular o valor de d.

$$K_i + U_i = K_{tot} + U_{tot} \;\Rightarrow\; 0 + 0 \;=\; 0 + (2M)g(-d) + \frac{1}{2}\,kd^2\,.$$

Para M = 2,0 kg, obtemos d = 0,39 m.

92. De acordo com a lei de conservação da energia, $mgh = mv^2/2$ e a velocidade da nuvem é dada por $v = \sqrt{2gh}$. Neste problema, a altura h está relacionada à distância d = 920 m ao longo da encosta pela relação trigonométrica $h = d\,\text{sen}\theta$, em que $\theta = 10°$ é a inclinação da encosta. Assim,

$$v = \sqrt{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(920\ \text{m})\,\text{sen}\,10°} = 56\ \text{m/s}.$$

93. (a) Como o escorrega representado na Fig. 8-68 tem a forma de um arco de circunferência que tangencia o solo, o movimento da criança é análogo ao do peso de um pêndulo de comprimento R = 12 m que é levantado de um ângulo θ (correspondente à posição da criança no alto do escorrega, a uma altura h = 4,0 m) e depois liberado, chegando ao ponto mais baixo da trajetória com uma velocidade v = 6,2 m/s . Examinando as relações trigonométricas exatamente como faríamos no problema do pêndulo, encontramos

$$h = R(1-\cos\theta) \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(1-\frac{h}{R}\right) = 48°$$

ou 0,84 radiano. Assim, o comprimento do escorrega é $s = R\theta$ = (12 m)(0,84) = 10 m.

(b) Para determinar o módulo f da força de atrito, usamos a Eq. 8-33 (com W = 0):

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta K + \Delta U + \Delta E_t \\ &= \frac{1}{2}mv^2 - mgh + fs \end{aligned}$$

o que (para m = 25 kg) nos dá f = 49 N.

(c) Voltando à analogia do pêndulo, a hipótese de que o alto do escorrega tangencia uma reta vertical, 12 m à esquerda do centro de curvatura, corresponde a liberar o pêndulo da horizontal (ou seja, de um ângulo θ_1 = 90° em relação à vertical), caso em que, ao chegar ao solo, o peso faz um ângulo θ_2 com a vertical e possui uma velocidade v = 6,2 m/s. A diferença de altura entre as duas posições (tanto no caso do pêndulo como no caso do escorrega) é

$$\Delta h = R(1 - \cos\theta_2) - R(1 - \cos\theta_1) = -R\cos\theta_2$$

em que usamos o fato de que $\cos\theta_1 = 0$. Fazendo Δh = –4,0 m, obtemos θ_2 = 70,5°, o que significa que o arco de circunferência subtende um ângulo $\Delta\theta$ = 19,5° ou 0,34 radianos. Multiplicando pelo raio, obtemos um comprimento s' = 4,1 m para o escorrega.

(d) Podemos obter o módulo f' da força de atrito usando a Eq. 8.33 (com W = 0):

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta K + \Delta U + \Delta E_t \\ &= \frac{1}{2}mv^2 - mgh + f's' \end{aligned}$$

o que nos dá $f' = 1{,}2 \times 10^2$ N.

94. Usamos a equação $P = Fv$ para calcular a força:

$$F = \frac{P}{v} = \frac{92\times10^6\ \text{W}}{(32{,}5\,\text{nós})\left(1{,}852\,\dfrac{\text{km/h}}{\text{nó}}\right)\left(\dfrac{1000\,\text{m/km}}{3600\,\text{s/h}}\right)} = 5{,}5\times10^6\ \text{N}.$$

95. Este problema pode ser totalmente resolvido usando os métodos apresentados nos Capítulos 2 a 6; na solução apresentada a seguir, porém, usamos a lei de conservação da energia sempre que possível.

(a) Analisando as forças envolvidas, descobrimos que o módulo da força normal é $F_N = mg\cos\theta$, em que θ é a inclinação da rampa, o que nos dá uma força de atrito $f_k = \mu_k mg\cos\theta$, em que μ_k é o coeficiente de atrito cinético. Assim, de acordo com a Eq. 8-31, temos: $\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd\cos\theta$.

Além disso, uma relação trigonométrica simples mostra que $\Delta U = -mgd\,\text{sen}\,\theta$, em que d é o comprimento da rampa. Como K_i = 0, a Eq. 8-33 (com W = 0) mostra que a energia cinética final é

$$K_f = -\Delta U - \Delta E_t = mgd\,(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta)$$

o que nos permite calcular a velocidade do caixote ao chegar ao final da rampa:

$$v = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{2gd(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta)} = 55\ \text{m/s}.$$

(b) Depois de chegar ao piso com a velocidade calculada no item (a), o caixote passa a se mover horizontalmente sob a ação de uma força de atrito $f_k = \mu_k mg$ e percorre uma distância d' antes de parar. De acordo com a Eq. 8-33 (com W = 0),

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta K + \Delta U + \Delta E_t \\ &= 0 - \frac{1}{2}mv^2 + 0 + \mu_k mgd' \\ &= -\frac{1}{2}[2gd(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta)] + \mu_k gd' \end{aligned}$$

na qual dividimos ambos os membros pela massa e substituímos a velocidade pelo valor calculado no item (a). Assim,

$$d' = \frac{d(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta)}{\mu_k} = 5{,}4 \text{ m}.$$

(c) As expressões obtidas nos itens (a) e (b) mostram que as respostas não dependem da massa. Um caixote de 90 kg teria a mesma velocidade ao chegar ao final da rampa e percorreria a mesma distância no piso. É interessante notar que a aceleração da gravidade também não aparece na expressão de d'. Isso quer dizer que a distância percorrida no piso pelo caixote seria a mesma se o acidente tivesse acontecido em Marte!

96. (a) Como a velocidade final (e, portanto, a energia cinética final) é zero, o decréscimo de energia cinética é $\Delta K = mv^2/2$ = (70 kg)(10 m/s)^2/2 = 3500 J = 3,5 kJ.

(b) Como toda a energia cinética é transformada em energia térmica, ΔE_t = 3500 J = 3,5 kJ.

97. De acordo com a Eq. 8-33, $mgy_f = K_i + mgy_i - \Delta E_t$, ou

$$(0{,}50 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}80 \text{ m}) = \frac{1}{2}(0{,}50 \text{ kg})(4{,}00\text{ /s})^2 + (0{,}50 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0) - \Delta E_t$$

o que nos dá ΔE_t = 4,00 J – 3,92 J = 0,080 J.

98. Como o período T é (2,5 rev/s)$^{-1}$ = 0,40 s, a Eq. 4-35 nos dá v = 3,14 m/s. De acordo com a Eq. 6-2, o módulo da força de atrito é

$$f = \mu_k F_N = (0{,}320)(180 \text{ N}) = 57{,}6 \text{ N}.$$

Como a potência dissipada pelo atrito é igual à potência fornecida pelo motor, a Eq. 7-48 nos dá P = (57,6 N)(3,14 m/s) = 181 W.

99. Se a força de arrasto média é 110 N, o nadador deve exercer sobre a água uma força de 110 N para manter a velocidade constante. Como a velocidade relativa entre o nadador e a água é 0,22 m/s, a Eq. 7-48 nos dá

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = Fv = (110\,\text{N})(0{,}22\,\text{m/s}) = 24\,\text{W}.$$

100. A energia cinética inicial do automóvel é $K_i = mv^2/2$, em que m = 16400/9,8 = 1673 kg. De acordo com as Eqs. 8-31 e 8-33, supondo que a estrada é plana, $K_i = fd$, na qual f é o módulo da força de atrito e d é a distância percorrida pelo carro antes de parar. Usando

$$v_i = (113 \text{ km/h}) = (113 \text{ km/h})(1000 \text{ m/km})(1 \text{ h}/3600 \text{ s}) = 31{,}4 \text{ m/s},$$

obtemos

$$d = \frac{K_i}{f} = \frac{mv_i^2}{2f} = \frac{(1673\,\text{kg})(31{,}4 \text{ m/s})^2}{2(8230\,\text{N})} = 100\,\text{m}.$$

101. Usando como referência para a energia potencial o ponto de onde a bola foi lançada, temos (em unidades do SI):

$$\Delta E = mgh - \frac{1}{2}mv_0^2 = m\left[(9{,}8)(8{,}1) - \frac{1}{2}(14)^2\right]$$

o que, para m = 0,63 kg, nos dá ΔE = –12 J. Esta "perda" de energia mecânica se deve presumivelmente à resistência do ar.

102. (a) A energia (interna) que o alpinista teria que converter em energia potencial gravitacional seria

$$\Delta U = mgh = (90 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(8850 \text{ m}) = 7{,}8\times10^6 \text{ J}.$$

(b) O número de barras de chocolate seria

$$N = \frac{7,8\times10^6\ \text{J}}{1,25\times10^6\ \text{J/barra}} \approx 6,2\ \text{barras.}$$

103. (a) De acordo com a Eq. 2-15, a aceleração do velocista é

$$a = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{(2)(7,0\,\text{m})}{(1,6\,\text{s})^2} = 5,47\,\text{m/s}^2\,.$$

A velocidade no instante t = 1,6 s é, portanto,

$$v = at = (5,47\,\text{m/s}^2)(1,6\,\text{s}) = 8,8\,\text{m/s}.$$

O problema também pode ser resolvido usando a Eq. 2-16.

(b) A energia cinética do velocista é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{w}{g}\right)v^2 = \frac{1}{2}\left[670\ \text{N}/(9,8\ \text{m/s}^2)\right](8,8\ \text{m/s})^2 = 2,6\times10^3\ \text{J}$$

em que m é a massa e w é o peso do velocista.

(c) A potência média é

$$P_{\text{med}} = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{2,6\times10^3\ \text{J}}{1,6\ \text{s}} = 1,6\times10^3\ \text{W}\,.$$

104. De acordo com a Eq. 8-6, temos (em unidades do SI):

$$U(\xi) = -\int_0^{\xi}(-3x - 5x^2)\,dx = \frac{3}{2}\xi^2 + \frac{5}{3}\xi^3.$$

(a) Usando a expressão acima, obtemos $U(2) \approx 19$ J.

(b) Sabemos que, quando a velocidade do objeto é v = 4 m/s, a energia mecânica é $mv^2/2 + U(5)$. De acordo com a lei de conservação da energia, o objeto deve ter a mesma energia mecânica na origem:

$$\frac{1}{2}mv^2 + U(5) = \frac{1}{2}mv_0^2 + U(0).$$

Assim, a velocidade na origem é

$$v_0 = \sqrt{v^2 + \frac{2}{m}[U(5) - U(0)]}.$$

Para $U(5)$ = 246 J, $U(0)$ = 0 e m = 20 kg, obtemos v_0 = 6,4 m/s.

(c) Neste caso, a expressão obtida para U no item (a) muda para

$$U(x) = -8 + \frac{3}{2}\xi^2 + \frac{5}{3}\xi^3$$

Assim, a resposta do item (a) muda para $U(2) = 2$ J. Por outro lado, a resposta do item (b) permanece a mesma, pois depende apenas da diferença entre dois valores da energia potencial, $U(5)$ e $U(0)$, que não é afetada pela mudança da referência escolhida para a energia potencial.

105. (a) Aplicando a segunda lei de Newton e a Eq. 6-2 às componentes das forças envolvidas, obtemos

$$F_{\text{maq}} - mg\,\text{sen}\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma.$$

Como o tronco se move com velocidade constante, $a = 0$ e, portanto,

$$F_{\text{maq}} = mg\,\text{sen}\theta + \mu_k mg\cos\theta = 372 \text{ N}.$$

Assim, o trabalho realizado pela máquina é $F_{\text{maq}}d = 744 \text{ J} = 7{,}4 \times 10^2$ J.

(b) A energia térmica produzida é $\mu_k mg\cos\theta\, d = 240 \text{ J} = 2{,}4 \times 10^2$ J.

106. (a) No ponto mais alto da trajetória da bola, a componente vertical v_y da velocidade é zero e a componente horizontal v_x é igual à componente horizontal da velocidade de lançamento (veja a Seção 4-6): $v_{0x} = v_0\cos\theta$, em que θ é o ângulo de lançamento. A energia cinética no ponto mais alto da trajetória está relacionada à energia cinética no ponto de lançamento através da Eq. 8-17:

$$mgy + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \frac{1}{2}mv_{0y}^2,$$

em que y é a altura máxima atingida pela bola. Como o termo $mv_{0x}^2/2$ no lado esquerdo da equação cancela o termo $mv^2/2$ no lado direito, $v_{0y} = \sqrt{2gy} \approx 6$ m/s. Como $v_{0y} = v_0\,\text{sen}\theta$, temos:

$$v_0 = 11{,}98 \text{ m/s} \approx 12 \text{ m/s}.$$

(b) A lei de conservação da energia (incluindo a energia elástica da mola comprimida, dada pela Eq. 8-11) também pode ser aplicada ao movimento no interior do cano da espingarda (levando em conta o fato de que uma distância d percorrida no interior do cano corresponde a um aumento de altura de d senθ):

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}v_0^2 + mgd\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow d = 0{,}11 \text{ m}.$$

107. O trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ é o negativo da variação de energia potencial (veja a Eq. 8-6); assim, $U_B = U_A - 25 = 15$ J.

108. (a) Vamos supor que a massa do alpinista está entre $m_1 = 50$ kg e $m_2 = 70$ kg (o que corresponde a um peso entre 490 e 686 N). O aumento de energia potencial do alpinista está, portanto, no intervalo

$$m_1gh \le \Delta U \le m_2gh \quad \Rightarrow \quad 2\times10^5 \le \Delta U \le 3\times10^5$$

em unidades do SI (J), em que $h = 443$ m.

(b) Como o problema pede apenas o valor da energia interna que é convertida em energia potencial gravitacional, o resultado é o mesmo do item (a). Entretanto, se fôssemos considerar a energia interna *total* (boa parte da qual é convertida em calor), a energia despendida para escalar o prédio seria bem maior do que se o alpinista simplesmente subisse as escadas.

109. (a) A Eq. 8-37 nos dá

$$K_f = K_i + mgy_i - f_k d = 0 + (60 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(4{,}0 \text{ m}) - 0 = 2{,}35 \times 10^3 \text{ J}.$$

(b) Incluindo o atrito, temos:

$$K_f = K_i + mgy_i - f_k d = 0 + (60 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(4{,}0 \text{ m}) - (500 \text{ N})(4{,}0 \text{ m}) = 352 \text{ J}.$$

110. Vamos usar a base do plano inclinado como referência. A distância d ao longo do plano está relacionada à altura y pela equação $y = d$ sen θ.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_0 + U_0 = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgy$$

sendo v_0 = 5,0 m/s. Isso nos dá y = 1,3 m e, portanto, d = 2,6 m.

(b) Analisando as forças envolvidas (veja o Capítulo 6), concluímos que o módulo da força de atrito é $f_k = \mu_k mg \cos\theta$. De acordo com a Eq. 8-33,

$$\begin{aligned} K_0 + U_0 &= K_1 + U_1 + f_k d \\ \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 &= 0 + mgy + f_k d \\ \frac{1}{2}mv_0^2 &= mgd \operatorname{sen}\theta + \mu_k mgd \cos\theta. \end{aligned}$$

Dividindo ambos os membros pela massa e explicitando d, obtemos:

$$d = \frac{v_0^2}{2g(\mu_k \cos\theta + \operatorname{sen}\theta)} = 1{,}5 \text{ m}.$$

(c) A energia térmica produzida pelo atrito é $\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd \cos\theta$ = 26 J.

(d) A descida de volta, da altura y = 1,5 sen 30° até a base do plano inclinado, também pode ser analisada com o auxílio da Eq. 8-33. Temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + \Delta E_t \Rightarrow 0 + mgy = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 + 26,$$

o que nos dá v_2 = 2,1 m/s.

111. De acordo com a Eq. 8-8,

$$\Delta y = \frac{68.000 \text{ J}}{(9{,}4 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 738 \text{ m}.$$

112. Vamos supor que a energia cinética inicial (no instante em que o homem pula) é desprezível. Nesse caso, desprezando a resistência do ar, a energia potencial elástica da rede estimada é igual à diferença de energia potencial gravitacional entre o local do salto e o solo. Assim,

$$U_{\text{rede}} = U_{\text{grav}} = mgh$$

sendo h = 11,0 m + 1,5 m = 12,5 m. Para m = 70 kg, obtemos U_{rede} = 8580 J.

113. Em unidades do SI, m = 0,030 kg e d = 0,12 m.

(a) Como não há variação de altura (e, presumivelmente, também não há variação de energia potencial elástica), ΔU = 0. Como v_0 = 500 m/s e a velocidade final é zero, temos:

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = -\frac{1}{2}mv_0^2 = -3{,}8 \times 10^3 \text{ J}$$

(b) De acordo com a Eq. 8-33 (com $W = 0$), temos $\Delta E_t = 3{,}8 \times 10^3$ J, o que nos dá

$$f = \frac{\Delta E_t}{d} = 3{,}1 \times 10^4 \text{ N}$$

usando a Eq. 8-31 com f no lugar de f_k (o que significa generalizar a equação para incluir forças dissipativas às quais não se aplica necessariamente a Eq. 6-2).

114. (a) A energia cinética K do carro no instante $t = 30$ s é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1500\,\text{kg})\left[(72\,\text{km/h})\left(\frac{1000\,\text{m/km}}{3600\,\text{s/h}}\right)\right]^2 = 3{,}0 \times 10^5 \text{ J}.$$

(b) A potência média desenvolvida é

$$P_{\text{méd}} = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{3{,}0 \times 10^5 \text{ J}}{30\,\text{s}} = 1{,}0 \times 10^4 \text{ W}.$$

(c) Como a aceleração é constante, a potência instantânea é dada por $P = Fv = mav = ma(at) = ma^2t$. Por outro lado, como foi visto no item (b), a potência média é $P_{\text{méd}} = \Delta K/\Delta t = mv^2/2t = m(at)^2/2t = ma^2t/2$. Assim, a potência instantânea após qualquer intervalo de tempo é duas vezes maior que a potência média no mesmo intervalo. No caso de um intervalo de 30 s, $P_{\text{med}} = 1{,}0 \times 10^4$ W e

$$P = 2P_{\text{méd}} = (2)(1{,}0 \times 10^4 \text{ W}) = 2{,}0 \times 10^4 \text{ W}.$$

115. (a) A energia cinética inicial é $K_i = (1{,}5 \text{ kg})(20 \text{ m/s})^2/2 = 300$ J.

(b) No ponto de altura máxima, a componente vertical da velocidade é zero, mas a componente horizontal (desprezando a resistência do ar) é a mesma do instante do "lançamento". A energia cinética no ponto de altura máxima é, portanto,

$$K = \frac{1}{2}(1{,}5 \text{ kg})\left[(20 \text{ m/s})\cos 34°\right]^2 = 206 \text{ J}.$$

Assim, $\Delta U = K_i - K = 300 \text{ J} - 206 \text{ J} = 93{,}8$ J.

(c) Como $\Delta U = mg\Delta y$, temos:

$$\Delta y = \frac{94 \text{ J}}{(1{,}5 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 6{,}38 \text{ m}.$$

116. (a) A taxa de variação da energia potencial gravitacional é

$$\frac{dU}{dt} = mg\frac{dy}{dt} = -mg|v| = -(68)(9{,}8)(59) = -3{,}9 \times 10^4 \text{ J/s}.$$

Assim, a energia potencial gravitacional está sendo reduzida à taxa de $3{,}9 \times 10^4$ W.

(b) Como a velocidade é constante, a taxa de variação da energia cinética é zero. Assim, a taxa de variação da energia mecânica é igual à taxa de variação da energia potencial gravitacional, $3{,}9 \times 10^4$ W.

117. (a) Usando a Eq. 8-31 para descrever o efeito do atrito em termos da energia dissipada, $\Delta E_t = f_k d$, temos:

$$\Delta E = K + \frac{1}{2}k(0{,}08)^2 - \frac{1}{2}k(0{,}10)^2 = -f_k(0{,}02)$$

em que as distâncias estão em metros e as energias em joules. Para k = 4000 N/m e $f_k = 80$ N, obtemos K = 5,6 J.

(b) Neste caso, d = 0,10 m e, portanto,

$$\Delta E = K + 0 - \frac{1}{2}k(0{,}10)^2 = -f_k(0{,}10)$$

o que nos dá K = 12 J.

(c) Podemos resolver o problema de duas formas. No primeiro método, começamos por escrever uma expressão para a energia em função da distância percorrida d,

$$\Delta E = K + \frac{1}{2}k(d_0 - d)^2 - \frac{1}{2}kd_0^2 = -f_k d,$$

na qual d_0 é a distensão inicial da mola. Explicitando K, obtemos:

$$K = -\frac{1}{2}kd^2 + (kd_0)d - f_k d.$$

Derivando a expressão acima em relação a d e igualando o resultado a zero, obtemos um valor de d que, substituído na expressão de K, fornece o resultado:

$$K_{\max} = \frac{1}{2k}(kd_0 - f_k)^2 = 12{,}8 \text{ J}.$$

No segundo método (talvez mais simples), notamos que, para que a energia cinética K seja máxima, basta que a velocidade v seja máxima, o que acontece quando a velocidade é constante, ou seja, quando as forças estão em equilíbrio. Assim, o segundo método consiste em encontrar a situação de equilíbrio na qual a força aplicada pela mola é igual à força de atrito:

$$|F_{mola}| = f_k \Rightarrow kx = 80.$$

Para k = 4000 N/m, obtemos x = 0,02 m. Acontece que $x = d_0 - d$, de modo que esse valor corresponde a d = 0,08 m, o mesmo valor obtido no primeiro método, que, substituído na expressão de K, leva à mesma resposta, $K_{máx}$ = 12,8 J ≈ 13 J.

118. Vamos trabalhar em unidades do SI e realizar a conversão para horsepower no final. Temos:

$$v = (80 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 22{,}2 \text{ m/s}.$$

De acordo com a segunda lei de Newton, a força F_{ac} necessária para acelerar o carro (de peso w e massa $m = w/g$) obedece à equação

$$F_{res} = F_{ac} - F = ma = \frac{wa}{g}$$

na qual $F = 300 + 1{,}8v^2$ em unidades do SI. Assim, a potência necessária é

$$P = \vec{F}_{ac} \cdot \vec{v} = \left(F + \frac{wa}{g}\right)v = \left(300 + 1{,}8(22{,}2)^2 + \frac{(12.000)(0{,}92)}{9{,}8}\right)(22{,}2) = 5{,}14 \times 10^4 \text{ W}$$
$$= (5{,}14 \times 10^4 \text{ W})\left(\frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}}\right) = 69 \text{ hp}.$$

119. PENSE Este problema envolve o uso da lei de conservação da energia para resolver um problema de movimento balístico.

FORMULE Vamos tomar a posição inicial da bola como referência para o cálculo da energia potencial. Nesse caso, a energia inicial da bola é $E_0 = mv_0^2/2.$ No ponto mais alto da trajetória, a componente vertical da velocidade é zero e a componente horizontal (desprezando a resistência do ar) é igual à componente horizontal da velocidade inicial: $v_x = v_0 \cos\theta$. A uma distância h abaixo do ponto inicial, a energia da bola é

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$$

em que v é a velocidade da bola.

ANALISE (a) A energia cinética da bola no ponto mais alto da trajetória é

$$K_a = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m(v_0\cos\theta)^2 = \frac{1}{2}(0{,}050\ \text{kg})[(8{,}0\ \text{m/s})\cos 30°]^2 = 1{,}2\ \text{J}$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, quando a bola está a uma distância h = 3,0 m abaixo do ponto inicial, temos

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{(8{,}0\ \text{m/s})^2 + 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(3{,}0\ \text{m})} = 11{,}1\ \text{m/s}$$

(c) Como mostra a expressão anterior, $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh},$ a velocidade não depende da massa da bola.

(d) Como mostra a expressão anterior, $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh},$ a velocidade não depende do ângulo de lançamento.

APRENDA É natural que a velocidade final da bola não dependa da massa, já que a aceleração de um corpo pela força gravitacional não depende da massa do corpo. É natural também que a velocidade final não dependa do ângulo de lançamento, já que ela pode ser calculada a partir da energia cinética, e a energia cinética depende apenas do módulo do vetor velocidade.

120. (a) De acordo com a Eq. 8-11, a distensão da mola na situação inicial era

$$x_i = \sqrt{2(1{,}44)/3200} = 0{,}030\ \text{m (ou 3,0 cm).}$$

Na nova situação, a distensão é apenas 2,0 cm (ou 0,020 m) e, portanto, a energia potencial elástica é menor que na situação inicial. Especificamente,

$$\Delta U = \frac{1}{2}(3200\ \text{N/m})(0{,}020\ \text{m})^2 - 1{,}44\ \text{J} = -0{,}80\ \text{J}.$$

(b) A energia potencial elástica depende apenas da diferença entre o comprimento da mola no estado deformado e no estado relaxado; o fato de a mola estar distendida ou comprimida não faz diferença. Assim, a resposta é a mesma do item (a),

$$\Delta U = -0{,}80\ \text{J}.$$

(c) Agora, $|x|$ = 0,040 m, que é maior que x_i, de modo que a energia potencial elástica é maior que a situação inicial. Especificamente,

$$\Delta U = \frac{1}{2}(3200\ \text{N/m})(0{,}040\ \text{m})^2 - 1{,}44\ \text{J} = +1{,}12\ \text{J} \approx 1{,}1\ \text{J}.$$

121. (a) De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$W = Pt = \Delta K = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right).$$

Substituindo os valores conhecidos e explicitando a massa, obtemos:

$$m = \frac{2Pt}{v_f^2 - v_i^2} = \frac{(2)\left(1{,}5\times10^6\ \text{W}\right)(360\,\text{s})}{(25\,\text{m/s})^2 - (10\,\text{m/s})^2} = 2{,}1\times10^6\ \text{kg}.$$

(b) Considerando t variável e explicitando $v = v(t)$ na equação $Pt = (v^2 - v_i^2)/2$, obtemos:

$$v(t) = \sqrt{v_i^2 + \frac{2Pt}{m}} = \sqrt{(10)^2 + \frac{(2)\left(1{,}5\times10^6\right)t}{2{,}1\times10^6}} = \sqrt{100 + 1{,}5t}$$

em unidades do SI (v em m/s e t em s).

(c) A força em função do tempo é dada por

$$F(t) = \frac{P}{v(t)} = \frac{1{,}5\times10^6}{\sqrt{100+1{,}5t}}$$

em unidades do SI (F em N e t em s).

(d) A distância d percorrida pelo trem é dada por

$$d = \int_0^t v(t')dt' = \int_0^{360}\left(100 + \frac{3}{2}t\right)^{1/2} dt = \frac{4}{9}\left(100 + \frac{3}{2}t\right)^{3/2}\Bigg|_0^{360} = 6{,}7\times10^3\ \text{m}.$$

122. PENSE Este problema envolve um corpo que é acelerado por uma força externa e depois desacelerado por uma força de atrito até parar.

FORMULE De acordo com o teorema do trabalho e energia, na presença de uma força de atrito, o trabalho realizado por uma força externa sobre um sistema é $W = \Delta E_m + \Delta E_t$, em que $\Delta E_m = \Delta K + \Delta U$, e $\Delta E_t = f_k d$. Neste problema, o taco realiza trabalho apenas nos primeiros 2,0 m do percurso do disco; nos outros 12 m do percurso, o sistema não está submetido a nenhuma força externa e, portanto, a energia é constante.

ANALISE (a) Vamos usar o índice 1 para representar os valores de K e de U, no instante em que o taco perde contato com o disco, e o índice 2 para representar os valores de K e de U no instante em que o disco para. Como a energia total é constante nessa parte do percurso, temos

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + f_k d$$
$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + 0 + f_k d$$

o que nos dá $\Delta E_t = f_k d = mv^2/2 = (0{,}42)(4{,}2)^2/2 = 3{,}7$ J.

(b) De acordo com o item (a), $f_k d = 3{,}7$ J para $d = 12$ m, o que nos dá $f_k = 3{,}7/12 = 0{,}31$ N. Assim, a energia térmica total gerada pelo atrito é

$$\Delta E_{t,\text{total}} = f_k d_{\text{total}} = (0{,}31\ \text{N})(14\ \text{m}) = 4{,}3\ \text{J}$$

(c) Nos primeiros $d' = 2$ m do percurso do disco, temos

$$W = \Delta E_{\text{m}} + \Delta E'_{\text{t}} = \Delta K + \Delta U + f_k d' = \frac{1}{2}mv^2 + 0 + f_k d'$$

e, portanto,

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + f_k d' = \frac{1}{2}(0{,}42\ \text{kg})(4{,}2\ \text{m/s})^2 + (0{,}31\ \text{N})(2{,}0\ \text{m}) = 4{,}3\ \text{J}$$

APRENDA A resposta do item (c) é igual à do item (b), como era esperado, já que, no instante em que o disco para, toda a energia fornecida pelo taco foi convertida em energia térmica.

123. Na descida, 10 kg de água ganham

$$\Delta K = \frac{1}{2}\ (10\ \text{kg})(13\ \text{m/s})^2 - \frac{1}{2}\ (10\ \text{kg})(3.2\ \text{m/s})^2 = 794\ \text{J}$$

de energia cinética e perdem

$$\Delta U = (10\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(15\ \text{m}) = 1470\ \text{J}$$

de energia potencial (a diferença pode ser atribuída a perdas por atrito). A razão entre os dois valores é 0,54 = 54%. Como as massas se cancelam quando a razão é calculada, o resultado não depende da massa usada nos cálculos.

124. (a) De acordo com a Eq. 8-6, fazendo $x_1 = x$, $x_2 = \infty$ e tomando como referência para a energia potencial $U(x) = 0$, obtemos

$$U(x) = -\int_x^\infty G\frac{m_1 m_2}{x^2}\,dx = -G\frac{m_1 m_2}{x}$$

(b) Como, de acordo com a Eq. 8-1, $W = -\Delta U$, usando o resultado do item (a), obtemos

$$W = \frac{G\,m_1\,m_2}{x_1} - \frac{G\,m_1\,m_2}{x_1 + d} = \frac{G\,m_1\,m_2\,d}{x_1(x_1 + d)}$$

125. (a) Durante um segundo, o decréscimo de energia potencial é

$$-\Delta U = mg(-\Delta y) = (5{,}5\times 10^6\ \text{kg})\left(9{,}8\,\text{m/s}^2\right)(50\ \text{m}) = 2{,}7\times 10^9\ \text{J}$$

(b) Para resolver este item não é necessário conhecer a relação entre a massa e o volume da água. De acordo com a Eq. 8-40,

$$P = (2{,}7\times 10^9\ \text{J})/(1\ \text{s}) = 2{,}7\times 10^9\ \text{W}$$

(c) Como um ano equivale a $24 \times 365{,}25 = 8766$ h $\approx 8{,}77$ kh, a receita anual seria

$$(2{,}7\times 10^9\,\text{W})(8{,}77\ \text{kh})\left(\frac{1\ \text{cent}}{1\ \text{kWh}}\right) = 2{,}4\times 10^{10}\,\text{cents} = \$2{,}4\times 10^8$$

126. A relação entre o ângulo θ (em relação à vertical) e a altura h (em relação ao ponto mais baixo do percurso da bola, que vamos tomar como referência para o cálculo da energia potencial gravitacional) é dada por $h = L(1 - \cos\theta)$, em que L é o comprimento da corda.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$0 + mgL(1-\cos\theta_1) = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgL(1-\cos\theta_2)$$

o que nos dá

$$v_2 = \sqrt{2gL(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)} = 1{,}4\ \text{m/s}$$

(b) A velocidade máxima v_3 é atingida quando a bola está no ponto mais baixo do percurso. Nesse ponto, $U = U_3 = 0$. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_3 + U_3$$
$$0 + mgL(1 - \cos\theta_1) = \frac{1}{2}mv_3^2 + 0$$

o que nos dá $v_3 = 1{,}9$ m/s.

(c) Estamos interessados em determinar o ângulo θ_4 para o qual a velocidade da bola é $v_4 = v_3/3$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_4 + U_4$$
$$0 + mgL(1 - \cos\theta_1) = \frac{1}{2}mv_4^2 + mgL(1 - \cos\theta_4)$$
$$mgL(1 - \cos\theta_1) = \frac{1}{2}m\frac{v_3^2}{9} + mgL(1 - \cos\theta_4)$$
$$-gL\cos\theta_1 = \frac{1}{2}\frac{2gL(1 - \cos\theta_1)}{9} - gL\cos\theta_4$$

o que nos dá

$$\theta_4 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{9} + \frac{8}{9}\cos\theta_1\right) = 28{,}2° \approx 28°$$

127. Igualando a energia mecânica do palhaço na posição inicial (ao sair da boca do canhão, que vamos tomar como referência para o cálculo da energia potencial) à energia final (no ponto em que o palhaço cai na rede), temos

$$K_i = K_f + U_f$$
$$\frac{1}{2}(60\,\text{kg})(16\,\text{m/s})^2 = K_f + (60\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(3.9\,\text{m})$$

o que nos dá $K_f = 5{,}4 \times 10^3$ J.

128. (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, tomando o nível do solo como referência, temos

$$K_i + U_i = K + U \Rightarrow 0 + mgy_i = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

o que nos dá $v = \sqrt{2gy_i} = 9{,}2$ m/s.

(b) De acordo com as Eqs. 8-31 e 8-33,

$$K_i + U_i = K + U \Rightarrow 0 + mgy_i = \frac{1}{2}mv^2 + 0 + f_k d$$

o que nos dá $v = \sqrt{2y_i(mg - f_k)/m} = 4{,}8$ m/s.

129. De acordo com os dados do problema, a massa total da água da chuva que cai nos Estados Unidos continentais durante um ano é

$$m_{\text{total}} = \rho A \Delta z = (1000)(8 \times 10^{12})(0{,}75) = 6 \times 10^{15}\,\text{kg}$$

em que ρ é a massa específica da água, A é a área da parte continental dos Estados Unidos e Δz é a precipitação média anual. Se um terço dessa massa chega até o oceano, a massa a ser usada para calcular o decréscimo de energia potencial mgh é $m = 2 \times 10^{15}$ kg e, de acordo com a Eq. 7-42 e levando em conta o fato de que 1 ano corresponde a aproximadamente $3{,}2 \times 10^7$ s, a potência média correspondente é

$$P_{\text{méd}} = \frac{(2\times10^{15})(9{,}8)(500)}{3{,}2\times10^7} = 3{,}1\times10^{11}\,\text{W}$$

130. De acordo com a Eq. 8-11, se a mola está relaxada para $y = 0$, a energia potencial elástica da mola é $U_e = ky^2/2$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, temos

$$0 = K + U_g + U_e \quad\Rightarrow\quad K = -U_g - U_e$$

em que $U_g = mgy$ é a energia potencial gravitacional do bloco. Os resultados podem ser colocados em uma tabela:

posição y	−0,05	−0,10	−0,15	−0,20
K	(a) 0,75	(d) 1,0	(g) 0,75	(j) 0
U_g	(b) −1,0	(e) −2,0	(h) −3,0	(k) −4,0
U_e	(c) 0,25	(f) 1,0	(i) 2,25	(l) 4,0

131. Seja x o alongamento da mola. Para que o repolho esteja em equilíbrio,

$$kx - mg = 0 \Rightarrow x = mg/k$$

Para esse valor de x, o aumento da energia potencial elástica da mola é

$$\Delta U_e = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{m^2g^2}{2k}$$

e a redução de energia potencial gravitacional do sistema é

$$-\Delta U_g = mgx = mg\left(\frac{mg}{k}\right) = \frac{m^2g^2}{k}$$

Comparando os dois valores, vemos que $|\Delta U_g| = 2|\Delta U_e|$. A razão pela qual $|\Delta U_g| \neq |\Delta U_e|$ é que, para baixar o repolho lentamente, é necessário aplicar uma força externa para cima. Essa força realiza um trabalho negativo sobre o repolho, reduzindo a energia mecânica do sistema. (Se a força para cima não fosse aplicada, o repolho passaria do ponto de equilíbrio, e o sistema entraria em oscilação por um tempo que, na ausência de forças de atrito e de arrasto, seria ilimitado.)

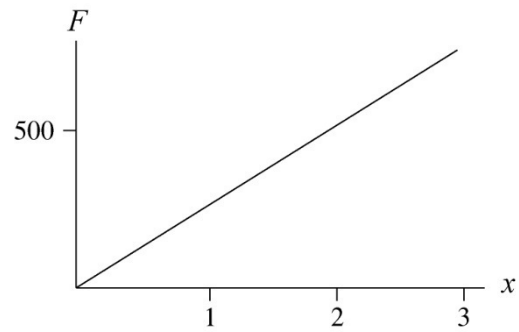
132. (a) Como o caramelo "age como uma mola" ao resistir à mordida, a compressão do caramelo está relacionada à força da mordida pela lei de Hooke. Assim, temos:

$$F_x = kx \Rightarrow x = \frac{750}{2{,}5\times10^5} = 0{,}0030\,\text{m}$$

(b) De acordo com o teorema do trabalho e energia, o trabalho é igual à energia armazenada na mola. Assim, de acordo com a Eq. 8-11,

$$W = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(2{,}5\times10^5)(0{,}0030)^2 = 1{,}1\,\text{J}$$

(c) De acordo com a terceira lei de Newton, a força F exercida pelo dente sobre o caramelo é igual, em módulo, à força elástica exercida pelo caramelo sobre o dente. Isso significa que o gráfico da força F em função da compressão x é uma reta de inclinação k como a que aparece na figura a seguir, em que F está em newtons e x está em milímetros.



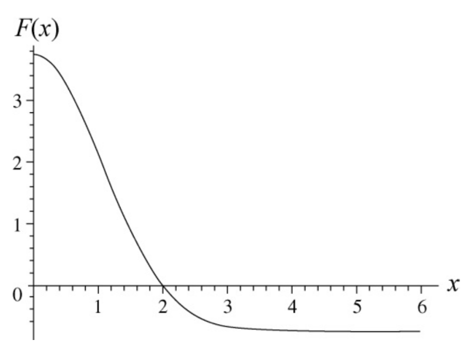
(d) Mesmo que a resistência do caramelo à compressão seja semelhante à de uma mola, o caramelo sofre uma deformação permanente ao ser mordido e, portanto, não existe uma energia potencial associada à compressão.

(e) Como estimativa grosseira, podemos dizer que a área sob a curva da Fig. 8-71 é metade da área da região de plotagem (8000 N por 12 mm), o que nos dá um trabalho

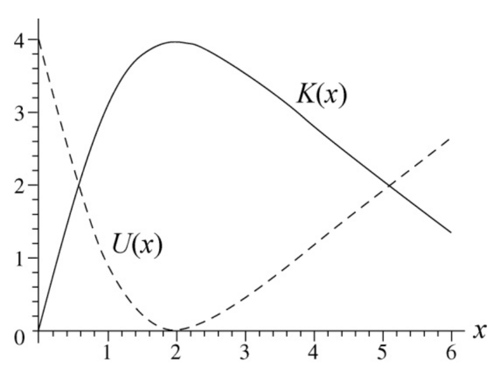
$$W \leq (8000)\ (0{,}012\ \text{m})/2 \approx 50\ \text{J}.$$

(f) Como o osso sofre uma deformação permanente ao ser mordido, não existe uma energia potencial associada a esse ensaio.

133. (a) A figura a seguir mostra um esboço da curva de $F(x)$ (em newtons) em função de x (em metros) obtida usando a Eq. 8-22.



(b) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $U(x) + K(x) = E = 4$ J e, portanto, $K(x) = 4\ \text{J} - U(x)$. A figura a seguir mostra os gráficos de $U(x)$ e $K(x)$.



134. O raciocínio usado para resolver este problema é o mesmo usado para analisar a Fig. 8-9 do livro.

(a) A reta horizontal que representa a energia E_1 intercepta a curva da energia potencial no ponto $r \approx 0{,}07$ nm. Assim, se m se mover em direção a M vindo da direita com energia E_1, sofrerá uma parada momentânea no ponto $r \approx 0{,}7$ nm e depois começará a se mover no sentido oposto.

(b) A reta horizontal que representa a energia E_2 intercepta a curva da energia potencial em dois pontos: $r_1 \approx 0{,}16$ nm e $r_2 \approx 0{,}28$ nm. Assim, se m partir da região $r_1 < r < r_2$ com energia E_2, oscilará indefinidamente entre os pontos r_1 e r_2.

(c) De acordo com o gráfico, no ponto $r = 0{,}3$ nm, a energia potencial é $U = -1{,}1 \times 10^{-19}$ J.

(d) Como $M >> m$, a energia cinética do sistema é praticamente igual à energia cinética de m. Como $E = 1 \times 10^{-19}$ J, a energia cinética é $K = E - U \approx 2{,}1 \times 10^{-19}$ J.

(e) Como a força é o negativo da inclinação da curva de $U(r)$, podemos estimar que $F = -1 \times 10^{-9}$ N nesse ponto.

(f) A inclinação da curva de $U(r)$ é negativa (e, portanto, a força F é positiva, ou seja, repulsiva) para $r < 0{,}2$ nm.

(g) A inclinação da curva de $U(r)$ é positiva (e, portanto, a força F é negativa, ou seja, atrativa) para $r > 0{,}2$ nm.

(h) A inclinação da curva de $U(r)$ é zero (e, portanto, a força F é nula) para $r = 0{,}2$ nm.

135. A distância percorrida pelo bloco pode ser determinada usando a Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \;\; \rightarrow \Delta x = 200 \text{ m}$$

Isso corresponde a um aumento de altura $h = 200$ sen θ, em que θ é o ângulo do plano inclinado. Vamos tomar a referência de altura como sendo a base do plano inclinado.

(a) De acordo com a Eq. 8-26,

$$W_{\text{ap}} \;=\; \Delta E = \frac{1}{2}m\left(v^2 - v_0^2\right) + mgy$$

o que nos dá $\Delta E = 8{,}6 \times 10^3$ J.

(b) De acordo com a Eq. 2-11, $\Delta t = \Delta v/a = 10$ s. Assim, de acordo com a Eq. 7-42,

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{8{,}6 \times 10^3}{10} = 860 \text{ W}$$

(c) e (d) Levando em conta a componente da força da gravidade ao longo da superfície do plano inclinado, a força aplicada é $ma + mg$ sen $\theta = 43$ N e, portanto, de acordo com a Eq. 7-48,

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = \begin{cases} 430 \text{ W} & \text{para} \;\; v = 10 \text{ m/s} \\ 1300 \text{ W} & \text{para} \;\; v = 30 \text{ m/s} \end{cases}$$

em que as respostas foram arredondadas (de 428 e 1284, respectivamente). Note que a média dos dois valores é igual ao resultado do item (b).

136. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_i + U_i = K_f + U_f \;\;\Rightarrow\;\; 0 + \frac{1}{2}ky_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}k(y_f - y_i)^2 + mgy_f$$

em que y_i é a posição inicial da mola e $y_f - y_i$ é o deslocamento da mola em relação à posição inicial quando a mola está na posição y_f. Assim, a energia cinética do bloco é dada por

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f$$

(a) Para $y_f = 0$, $K_f = 0$.

(b) Para $y_f = 0{,}050$ m,

$$K_f = \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f$$

(c) Para $y_f = 0{,}100$ m,

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f \\ &= \frac{1}{2}(620\text{ N/m})\left[(0{,}250\text{ m})^2 - (0{,}100\text{ m} - 0{,}250\text{ m})^2\right] - (50\text{ N})(0{,}100\text{ m}) = 7{,}40\text{ J} \end{aligned}$$

(d) Para $y_f = 0{,}150$ m,

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f \\ &= \frac{1}{2}(620\text{ N/m})\left[(0{,}250\text{ m})^2 - (0{,}150\text{ m} - 0{,}250\text{ m})^2\right] - (50\text{ N})(0{,}150\text{ m}) = 8{,}78\text{ J} \end{aligned}$$

(e) Para $y_f = 0{,}200$ m,

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f \\ &= \frac{1}{2}(620\text{ N/m})\left[(0{,}250\text{ m})^2 - (0{,}200\text{ m} - 0{,}250\text{ m})^2\right] - (50\text{ N})(0{,}200\text{ m}) = 8{,}60\text{ J} \end{aligned}$$

(f) Para $y_f = y_i$, a mola deixa de estar comprimida e, portanto, toda a sua energia potencial elástica foi convertida em energia cinética do bloco. Por outro lado, quando o bloco atinge a altura máxima, $K = 0$, e toda a sua energia cinética foi convertida em energia potencial gravitacional. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$\frac{1}{2}ky_i^2 = mgy_{\text{máx}} \quad \Rightarrow \quad y_{\text{máx}} = \frac{ky_i^2}{2mg} = \frac{(620\text{ N/m})(0{,}250\text{ m})^2}{2(50\text{ N})} = 0{,}388\text{ m}$$