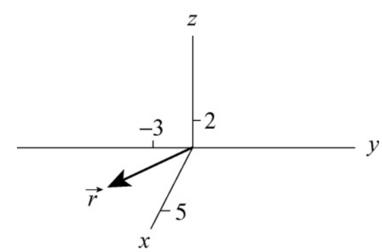
Capítulo 4

1. (a) O módulo de $\vec{r}$ é

$$|\vec{r}| = \sqrt{(5{,}0\ \text{m})^2 + (-3{,}0\ \text{m})^2 + (2{,}0\ \text{m})^2} = 6{,}2\ \text{m}.$$

(b) O desenho aparece ao lado. Os valores das coordenadas estão em metros.



2. (a) O vetor posição, de acordo com a Eq. 4-1, é $\vec{r} = (-5{,}0\ \text{m})\,\hat{\text{i}} + (8{,}0\ \text{m})\hat{\text{j}}$.

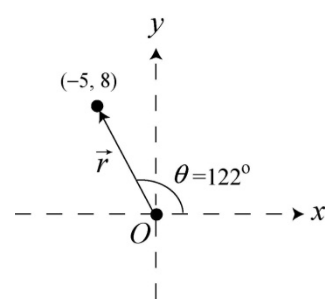
(b) O módulo é $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(-5{,}0\ \text{m})^2 + (8{,}0\ \text{m})^2 + (0\ \text{m})^2} = 9{,}4\ \text{m}.$

(c) De acordo com a Eq. 3-6, temos:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{8{,}0\ \text{m}}{-5{,}0\ \text{m}}\right) = -58°\ \text{ ou }\ 122°$$

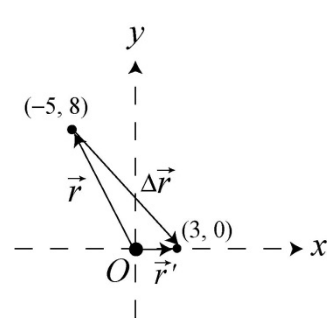
Escolhemos a segunda possibilidade (122° no sentido anti-horáro a partir do semieixo *x* positivo) porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no segundo quadrante.

(d) O desenho aparece ao lado.



(e) O deslocamento é $\Delta\vec{r} = \vec{r}\,' - \vec{r}$, em que $\vec{r}$ foi obtido no item (a) e $\vec{r}\,' = (3{,}0\ \text{m})\hat{\text{i}}$. Assim, $\Delta\vec{r} = (8{,}0\ \text{m})\hat{\text{i}} - (8{,}0\ \text{m})\hat{\text{j}}$.

(f) O módulo do deslocamento é



$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(8{,}0\ \text{m})^2 + (-8{,}0\ \text{m})^2} = 11\ \text{m}.$$

(g) De acordo com a Eq. 3-6, o ângulo do deslocamento é

$$\tan^{-1}\left(\frac{8{,}0\ \text{m}}{-8{,}0\ \text{m}}\right) = -45°\ \text{ ou }\ 135°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (–45°, ou 45° no sentido *horário* a partir do semieixo *x* positivo) porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no quarto quadrante. Um desenho de $\Delta\vec{r}$ aparece ao lado.

3. O vetor posição inicial $\vec{r}_o$ satisfaz a equação $\vec{r} - \vec{r}_o = \Delta\vec{r}$, o que nos dá

$$\vec{r}_o = \vec{r} - \Delta\vec{r} = (3{,}0\hat{j} - 4{,}0\hat{k})\text{ m} - (2{,}0\hat{i} - 3{,}0\hat{j} + 6{,}0\hat{k})\text{ m} = (-2{,}0\text{ m})\hat{i} + (6{,}0\text{ m})\hat{j} + (-10\text{ m})\hat{k}$$

4. Escolhemos um sistema de coordenadas com a origem no centro do relógio, o semieixo *x* positivo para a direita (na direção das "3 horas") e o semieixo *y* positivo para cima (na direção das "12 horas").

(a) Na notação dos vetores unitários, temos $\vec{r}_1 = (10\text{ cm})\hat{i}$ e $\vec{r}_2 = (-10\text{ cm})\hat{j}$. Assim, de acordo com a Eq. 4-2,

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-10\text{ cm})\hat{i} + (-10\text{ cm})\hat{j}.$$

O módulo é dado por $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(-10\text{ cm})^2 + (-10\text{ cm})^2} = 14\text{ cm}.$

(b) De acordo com a Eq. 3-6, o ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-10\text{ cm}}{-10\text{ cm}}\right) = 45°\text{ ou } -135°.$$

Escolhemos $-135°$ porque sabemos que o vetor está no terceiro quadrante. Na notação módulo-ângulo, o vetor é

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-10\text{ cm})\hat{i} + (-10\text{ cm})\hat{j} \rightarrow (14\text{ cm}\angle -135°).$$

(c) Nesse caso, $\vec{r}_1 = (-10\text{ cm})\hat{j}$, $\vec{r}_2 = (10\text{ cm})\hat{j}$ e $\Delta\vec{r} = (20\text{ cm})\hat{j}$. Assim, $|\Delta\vec{r}| = 20$ cm.

(d) De acordo com a Eq. 3-6, o ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{20\text{ cm}}{0\text{ cm}}\right) = 90°.$$

(e) Em uma hora, o ponteiro volta à posição inicial e o deslocamento da ponta é zero.

(f) O ângulo correspondente ao deslocamento da ponta durante uma hora também é zero.

5. PENSE Este problema envolve o movimento de um trem em duas dimensões. O percurso pode ser dividido em três partes, e estamos interessados em determinar a velocidade média para o percurso.

FORMULE A velocidade média para o percurso é dada pela Eq. 4-8, $\vec{v}_{\text{méd}} = \Delta\vec{r}/\Delta t$, em que o deslocamento total $\Delta\vec{r}$ é a soma de três deslocamentos (todos com velocidade constante), e $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$ é o tempo total de viagem. Vamos usar um sistema de coordenadas no qual o semieixo *x* positivo aponta para leste e o semieixo *y* positivo aponta para o norte.

ANALISE (a) Na notação dos vetores unitários, o primeiro deslocamento é

$$\Delta\vec{r}_1 = \left(60{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)\left(\frac{40{,}0\text{ min}}{60\text{ min/h}}\right)\hat{i} = (40{,}0\text{ km})\hat{i}$$

O segundo deslocamento tem um módulo de $60\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{20\text{ min}}{60\text{ min/h}} = 20\text{ km}$, e acontece em uma direção 40° ao norte do leste. Assim,

$$\Delta\vec{r}_2 = (20{,}0\text{ km})\cos(40{,}0°)\hat{i} + (20{,}0\text{ km})\operatorname{sen}(40{,}0°)\hat{j} = (15{,}3\text{ km})\hat{i} + (12{,}9\text{ km})\hat{j}$$

O terceiro deslocamento é

$$\Delta\vec{r}_3 = -\left(60{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)\left(\frac{50{,}0\ \text{min}}{60\ \text{min/h}}\right)\hat{\text{i}} = (-50{,}0\ \text{km})\hat{\text{i}}$$

Assim, o deslocamento total é

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \Delta\vec{r}_3 = (40{,}0\ \text{km})\hat{\text{i}} + (15{,}3\ \text{km})\hat{\text{i}} + (12{,}9\ \text{km})\hat{\text{j}} - (50{,}0\ \text{km})\hat{\text{i}} \\ &= (5{,}30\ \text{km})\hat{\text{i}} + (12{,}9\ \text{km})\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

O tempo total de viagem é Δt = (40,0 + 20,0 + 50,0) min = 110 min, que é equivalente a 1,83 h. De acordo com a Eq. 4-8,

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{(5{,}30\ \text{km})\hat{\text{i}} + (12{,}9\ \text{km})\hat{\text{j}}}{1{,}83\ \text{h}} = (2{,}90\ \text{km/h})\hat{\text{i}} + (7{,}01\ \text{km/h})\hat{\text{j}}$$

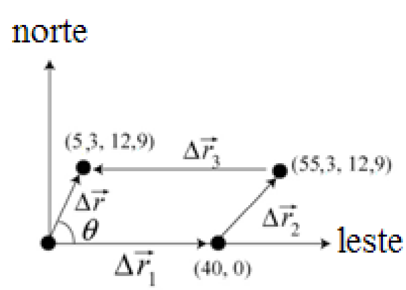
O módulo de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é $|\vec{v}_{\text{méd}}| = \sqrt{(2{,}90\ \text{km/h})^2 + (7{,}01\ \text{km/h})^2} = 7{,}59\ \text{km/h}$.

(b) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{\text{méd},y}}{v_{\text{méd},x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{7{,}01\ \text{km/h}}{2{,}90\ \text{km/h}}\right) = 67{,}5°\ \text{(norte de leste)},$$

ou $22{,}5°$ a leste do norte.

APRENDA A figura a seguir mostra o deslocamento do trem.



Note que o deslocamento $\Delta\vec{r}$ é a soma vetorial de $\Delta\vec{r}_1$, $\Delta\vec{r}_2$ e $\Delta\vec{r}_3$.

6. Para chamar atenção para o fato de que a velocidade é função do tempo, usamos a notação $v(t)$ para dx/dt.

(a) De acordo com a Eq. 4-10, temos:

$$v(t) = \frac{d}{dt}\,(3{,}00t\hat{\text{i}} - 4{,}00t^2\hat{\text{j}} + 2{,}00\hat{\text{k}}) = (3{,}00\ \text{m/s})\hat{\text{i}} - (8{,}00t\ \text{m/s})\hat{\text{j}}$$

(b) Fazendo t = 2,00 s na expressão do item (a), obtemos $\vec{v} = (3{,}00\hat{\text{i}} - 16{,}0\hat{\text{j}})$ m/s.

(c) A velocidade escalar no instante t = 2,00 s é

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{(3{,}00\ \text{m/s})^2 + (-16{,}0\ \text{m/s})^2} = 16{,}3\ \text{m/s}.$$

(d) O ângulo de $\vec{v}$ nesse instante é

$$\tan^{-1}\left(\frac{-16,0 \text{ m/s}}{3,00 \text{ m/s}}\right) = -79,4° \text{ ou } 101°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (79,4° no sentido *horário* a partir do semieixo x positivo, ou 281° no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo) porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no quarto quadrante.

7. De acordo com as Eqs. 4-3 e 4-8, temos:

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{(-2,0\hat{\text{i}} + 8,0\hat{\text{j}} - 2,0\hat{\text{k}}) \text{ m} - (5,0\hat{\text{i}} - 6,0\hat{\text{j}} + 2,0\hat{\text{k}}) \text{ m}}{10 \text{ s}} = (-0,70\hat{\text{i}} + 1,40\hat{\text{j}} - 0,40\hat{\text{k}}) \text{ m/s}.$$

8. Escolhemos um sistema de coordenadas com $\hat{\text{i}}$ apontando para leste e $\hat{\text{j}}$ apontando para o norte. O primeiro deslocamento é $\vec{r}_{AB} = (483 \text{ km})\hat{\text{i}}$ e o segundo é $\vec{r}_{BC} = (-966 \text{ km})\hat{\text{j}}$.

(a) O deslocamento total é

$$\vec{r}_{AC} = \vec{r}_{AB} + \vec{r}_{BC} = (483 \text{ km})\hat{\text{i}} - (966 \text{ km})\hat{\text{j}}$$

o que nos dá $|\vec{r}_{AC}| = \sqrt{(483 \text{ km})^2 + (-966 \text{ km})^2} = 1,08 \times 10^3$ km.

(b) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-966 \text{ km}}{483 \text{ km}}\right) = -63,4°.$$

Note que esse ângulo pode ser expresso como 63,4° ao sul do leste ou como 26,6° a leste do sul.

(c) Dividindo o módulo de $\vec{r}_{AC}$ pelo tempo total (2,25 h), obtemos

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{(483 \text{ km})\hat{\text{i}} - (966 \text{ km})\hat{\text{j}}}{2,25 \text{ h}} = (215 \text{ km/h})\hat{\text{i}} - (429 \text{ km/h})\hat{\text{j}}$$

cujo módulo é $|\vec{v}_{\text{méd}}| = \sqrt{(215 \text{ km/h})^2 + (-429 \text{ km/h})^2} = 480$ km/h.

(d) A direção de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é 26,6° a leste do sul, a mesma do item (b). Na notação módulo-ângulo, $\vec{v}_{\text{méd}} = (480 \text{ km/h} \angle -63,4°)$.

(e) Supondo que o avião voou em linha reta da cidade A para a cidade B e da cidade B para a cidade C, $|\vec{r}_{AB}|$ é a distância do trecho AB e $|\vec{r}_{BC}|$ é a distância do trecho BC. Como a velocidade escalar média é a distância total dividida pelo tempo total, temos:

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{483 \text{ km} + 966 \text{ km}}{2,25 \text{ h}} = 644 \text{ km/h}.$$

9. As coordenadas dos pontos (em metros) são A = (15, –15), B = (30, –45), C = (20, –15) e D = (45, 45). Os tempos correspondentes são $t_A = 0$, $t_B = 300$ s, $t_C = 600$ s e $t_D = 900$ s. A velocidade média é definida pela Eq. 4-8. Todos os deslocamentos $\Delta\vec{r}$ começam no ponto A.

(a) A velocidade média de menor módulo (5,0 m/600 s) é a do deslocamento que termina no ponto C: $|\vec{v}_{\text{méd}}| = 0,0083$ m/s.

(b) A direção de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é 0° (em relação ao semieixo x positivo).

(c) A velocidade média de maior módulo ($\sqrt{(15\text{ m})^2+(30\text{ m})^2}/300\text{ s}$) é a do deslocamento que termina no ponto *B*: $|\vec{v}_{\text{méd}}| = 0{,}11$ m/s.

(d) A direção de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é 297° (no sentido anti-horário, a partir do semieixo *x* positivo) ou −63° (no sentido *horário*, a partir do semieixo *x* positivo).

10. (a) O movimento da partícula é dado pela derivada de $\vec{r}$ em relação ao tempo: $\vec{v} = 5{,}00\hat{\text{i}} + (e + 2ft)\hat{\text{j}}$. O ângulo no qual se dá o movimento é, portanto,

$$\theta = \tan^{-1}(v_y/v_x) = \tan^{-1}[(e + 2ft)/5{,}00].$$

De acordo com o gráfico, $\theta(0) = 35{,}0°$, o que determina o valor do parâmetro *e*:

$$e = (5{,}00\text{ m/s})\tan(35{,}0°) = 3{,}50\text{ m/s}.$$

(b) O gráfico mostra também que $\theta = 0$ para $t = 14{,}0$ s. Isso significa que $e + 2ft = 0$ nesse instante, o que determina o valor do parâmetro *f*:

$$f = \frac{-e}{2t} = \frac{-3{,}5\text{ m/s}}{2(14{,}0\text{ s})} = -0{,}125\text{ m/s}^2.$$

11. Nos itens (b) e (c), usamos a Eq. 4-10 e a Eq. 4-16. No item (d), calculamos a direção da velocidade encontrada no item (b), já que representa a inclinação da reta tangente pedida no enunciado.

(a) Fazendo $t = 2{,}00$ s na expressão dada, obtemos:

$$\vec{r}\Big|_{t=2{,}00} = [2{,}00(8) - 5{,}00(2)]\hat{\text{i}} + [6{,}00 - 7{,}00(16)]\hat{\text{j}} = (6{,}00\hat{\text{i}} - 106\hat{\text{j}})\text{ m}$$

(b) Derivando a expressão dada em relação ao tempo, obtemos

$$\vec{v}(t) = (6{,}00t^2 - 5{,}00)\,\hat{\text{i}} - 28{,}0t^3\,\hat{\text{j}}$$

na qual usamos a notação $v(t)$ para chamar atenção para o fato de que a velocidade varia com o tempo. No instante $t = 2{,}00$ s,

$$\vec{v} = (19{,}0\hat{\text{i}} - 224\hat{\text{j}})\text{ m/s}.$$

(c) Derivando $\vec{v}(t)$ em relação ao tempo, obtemos $12{,}0t\,\hat{\text{i}} - 84{,}0t^2\,\hat{\text{j}}$, o que nos dá $\vec{a} = (24{,}0\hat{\text{i}} - 336\hat{\text{j}})\text{ m/s}^2$ no instante $t = 2{,}00$ s.

(d) O ângulo de $\vec{v}$ é

$$\tan^{-1}\left(\frac{-224\text{ m/s}}{19{,}0\text{ m/s}}\right) = -85{,}2° \text{ ou } 94{,}8°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (−85,2°, que equivale a 275° no sentido anti-horário, a partir do semieixo *x* positivo) porque os sinais das componentes mostram que $\vec{v}$ está no quarto quadrante.

12. Escolhemos um sistema de coordenadas no qual $\hat{\text{i}}$ aponta para leste e $\hat{\text{j}}$ aponta para o norte; a origem está no mastro. As informações dadas no enunciado são "traduzidas" para a notação dos vetores unitários da seguinte forma:

$$\vec{r}_o = (40{,}0\text{ m})\hat{\text{i}} \quad \text{e} \quad \vec{v}_o = (-10{,}0\text{ m/s})\hat{\text{j}}$$
$$\vec{r} = (40{,}0\text{ m})\hat{\text{j}} \quad \text{e} \quad \vec{v} = (10{,}0\text{ m/s})\hat{\text{i}}.$$

(a) De acordo com a Eq. 4-2, o deslocamento $\Delta\vec{r}$ é

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_o = (-40{,}0\ \text{m})\hat{\text{i}} + (40{,}0\ \text{m})\hat{\text{j}}$$

com um módulo $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(-40{,}0\ \text{m})^2 + (40{,}0\ \text{m})^2} = 56{,}6\ \text{m}$.

(b) A direção de $\Delta\vec{r}$ é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40{,}0\ \text{m}}{-40{,}0\ \text{m}}\right) = -45{,}0° \text{ ou } 135°.$$

Como o ângulo desejado está no segundo quadrante, escolhemos a segunda possibilidade, 135° (45° ao norte do oeste). Note que o deslocamento pode ser escrito como $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_o = (56{,}6\angle 135°)$ na notação módulo-ângulo.

(c) O módulo de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é simplesmente o módulo do deslocamento dividido pelo tempo gasto no deslocamento (Δt = 30,0 s). Assim, o módulo da velocidade média é (56,6 m)/(30,0 s) = 1,89 m/s.

(d) De acordo com a Eq. 4-8, $\vec{v}_{\text{méd}}$ aponta na mesma direção que $\Delta\vec{r}$, ou seja, a 135° (45° ao norte do oeste).

(e) De acordo com a Eq. 4-15, temos:

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_o}{\Delta t} = (0{,}333\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} + (0{,}333\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}.$$

O módulo do vetor aceleração média é, portanto,

$$|\vec{a}_{\text{méd}}| = \sqrt{(0{,}333\ \text{m/s}^2)^2 + (0{,}333\ \text{m/s}^2)^2} = 0{,}471\ \text{m/s}^2.$$

(f) A direção de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}333\ \text{m/s}^2}{0{,}333\ \text{m/s}^2}\right) = 45° \text{ ou } -135°.$$

Como o ângulo desejado está no primeiro quadrante, escolhemos 45°, ou seja, o ângulo de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é 45° ao norte do leste.

13. PENSE Se a função que descreve a variação, com o tempo, da posição de uma partícula é conhecida, podemos calcular a velocidade da partícula derivando essa função em relação ao tempo e podemos calcular a aceleração da partícula derivando a velocidade em relação ao tempo.

FORMULE Se o vetor posição da partícula é $\vec{r}(t)$, a velocidade e a aceleração da partícula são, respectivamente,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

ANALISE (a) Derivando o vetor posição $\vec{r}(t) = \hat{\text{i}} + (4t^2)\hat{\text{j}} + t\hat{\text{k}}$ em relação ao tempo, obtemos, em unidades do SI (m/s),

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(\hat{\text{i}} + 4t^2\hat{\text{j}} + t\hat{\text{k}}) = 8t\hat{\text{j}} + \hat{\text{k}}.$$

(b) Derivando novamente em relação ao tempo, obtemos, em unidades do SI (m/s²),

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(8t\,\hat{\jmath} + \hat{k}) = 8\,\hat{\jmath}$$

APRENDA A partícula sofre uma aceleração constante no sentido positivo do eixo y. Isso está de acordo com o fato de que a componente y de $\vec{r}(t)$ é $4t^2$, uma função que varia com o quadrado do tempo.

14. Usamos a Eq. 4-15, chamando de $\vec{v}_1$ a velocidade inicial e de $\vec{v}_2$ a velocidade final.

(a) A aceleração média no intervalo $\Delta t = 4$ s é

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{(-2{,}0\,\hat{\imath} - 2{,}0\,\hat{\jmath} + 5{,}0\,\hat{k})\text{ m/s} - (4{,}0\,\hat{\imath} - 22\,\hat{\jmath} + 3{,}0\,\hat{k})\text{ m/s}}{4\text{ s}} = (-1{,}5\text{ m/s}^2)\,\hat{\imath} + (0{,}5\text{ m/s}^2)\,\hat{k}.$$

(b) O módulo de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é $\sqrt{(-1{,}5\text{ m/s}^2)^2 + (0{,}5\text{ m/s}^2)^2} = 1{,}6\text{ m/s}^2$.

(c) O ângulo da aceleração no plano xz (medido a partir do semieixo x positivo) é

$$\tan^{-1}\left(\frac{0{,}5\text{ m/s}^2}{-1{,}5\text{ m/s}^2}\right) = -18° \text{ ou } 162°$$

Escolhemos a segunda possibilidade porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no segundo quadrante.

15. PENSE Dadas a velocidade inicial e a aceleração de uma partícula, estamos interessados em calcular a velocidade e a posição da partícula em um determinado instante.

FORMULE Como a aceleração, $\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} = (-1{,}0\text{ m/s}^2)\hat{\imath} + (-0{,}50\text{ m/s}^2)\hat{\jmath}$, é constante, tanto na direção x como na direção y, podemos usar as equações da Tabela 2-1 para analisar o movimento da partícula nas duas direções. A análise pode ser realizada separadamente para as componentes x e y da posição da partícula, ou globalmente, usando a notação dos vetores unitários e o vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$.

Como a partícula partiu da origem, as coordenadas da partícula no instante t são dadas por $\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$. A velocidade da partícula no instante t é dada por $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, em que $\vec{v}_0$ é a velocidade inicial e $\vec{a}$ é aceleração (constante). Na direção x, temos

$$x(t) = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2, \qquad v_x(t) = v_{0x} + a_x t$$

e, na direção y, temos

$$y(t) = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2, \qquad v_y(t) = v_{0y} + a_y t\,.$$

Dados: $v_{0x} = 3{,}0$ m/s, $v_{0y} = 0$, $a_x = -1{,}0\text{ m/s}^2$, $a_y = -0{,}5\text{ m/s}^2$.

ANALISE (a) Substituindo os valores conhecidos, obtemos as seguintes equações para as componentes da velocidade:

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t = (3{,}0\text{ m/s}) - (1{,}0\text{ m/s}^2)t$$
$$v_y(t) = v_{0y} + a_y t = -(0{,}50\text{ m/s}^2)t$$

Quando a partícula atinge o valor máximo da coordenada x, no instante $t = t_m$, devemos ter $v_x = 0$. De acordo com uma das equações anteriores, isso significa que $3{,}0 - 1{,}0t_m = 0$, o que nos dá $t_m = 3{,}0$ s. A componente y da velocidade nesse instante é

$$v_y(t = 3{,}0\text{ s}) = -(0{,}50\text{ m/s}^2)(3{,}0) = -1{,}5\text{ m/s}$$

Assim, $\vec{v}_m = (-1,5 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$.

(b) No instante t = 3,0 s, as componentes da posição são

$$x(t = 3,0\text{ s}) = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (3,0\text{ m/s})(3,0\text{ s}) + \frac{1}{2}(-1,0\text{ m/s}^2)(3,0\text{ s})^2 = 4,5\text{ m}$$
$$y(t = 3,0\text{ s}) = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 + \frac{1}{2}(-0,5\text{ m/s}^2)(3,0\text{ s})^2 = -2,25\text{ m}$$

O vetor posição da partícula nesse instante é, portanto, $\vec{r}_m = (4,50\text{ m})\hat{\text{i}} - (2,25\text{ m})\hat{\text{j}}$.

APRENDA Neste problema, o movimento da partícula é bidimensional, e as componentes do movimento nas direções x e y podem ser analisadas separadamente.

16. (a) De acordo com a Eq. 4-16, a aceleração é dada por

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\left(6,0t - 4,0t^2\right)\hat{\text{i}} + 8,0\,\hat{\text{j}}\right) = \left(6,0 - 8,0t\right)\hat{\text{i}}$$

em unidades do SI. Para $t = 3,0$ s, $\vec{a} = \left(6,0 - 8,0(3,0)\right)\hat{\text{i}} = (-18\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}}$.

(b) Fazendo $\vec{a} = (6,0 - 8,0t)\hat{\text{i}} = 0$, obtemos t = 0,75 s.

(c) Como a componente y da velocidade, v_y = 8,0 m/s, é uma constante diferente de zero, a velocidade não pode se anular para nenhum valor de t.

(d) Como a velocidade escalar é o módulo da velocidade, temos:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{\left(6,0t - 4,0t^2\right)^2 + \left(8,0\right)^2} = 10$$

em unidades do SI (m/s). Elevando ambos os membros da equação ao quadrado, temos:

$$(6,0t - 4,0t^2)^2 + 64 = 100 \quad \Rightarrow \quad (6,0t - 4,0t^2)^2 = 36$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros, temos:

$$6,0t - 4,0t^2 = \pm 6,0 \quad \Rightarrow \quad 4,0t^2 - 6,0t \pm 6,0 = 0$$

o que nos dá

$$t = \frac{6,0 \pm \sqrt{36 - 4(4,0)(\pm 6,0)}}{2(8,0)}$$

Como o resultado deve ser positivo, t = 2,2 s.

17. Podemos determinar o valor de t aplicando a Eq. 2-11 à componente y do movimento e fazendo v_y = 0:

$$0 = (12\text{ m/s}) + (-2,0\text{ m/s}^2)t \quad \Rightarrow \quad t = 6,0\text{ s}.$$

Em seguida, aplicamos a Eq. 2-11 à componente x do movimento e usamos o valor de t calculado:

$$v_x = (8,0\text{ m/s}) + (4,0\text{ m/s}^2)(6,0\text{ s}) = 32\text{ m/s}.$$

Assim, a velocidade do carro ao atingir a maior coordenada y é (32 m/s) $\hat{\mathrm{i}}$.

18. Podemos obter o valor de t usando a equação $\Delta x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$:

$$12,0 \text{ m} = 0 + (4,00 \text{ m/s})t + \frac{1}{2}(5,00 \text{ m/s}^2)t^2$$

em que fizemos Δx = 12,0 m, v_x = 4,00 m/s e a_x = 5,00 m/s^2. Resolvendo a equação do segundo grau, obtemos t = 1,53 s. Em seguida, aplicamos a Eq. 2-11 (na verdade, uma extensão da Eq. 2-11 para duas dimensões) usando este valor de t. O resultado (com Δx = 12,00 m) é

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t = (4,00 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (5,00 \text{ m/s}^2)(1,53 \text{ s})\hat{\mathrm{i}} + (7,00 \text{ m/s}^2)(1,53 \text{ s})\hat{\mathrm{j}} \\ &= (11,7 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (10,7 \text{ m/s})\hat{\mathrm{j}}.\end{aligned}$$

Assim, o módulo de $\vec{v}$ é $|\vec{v}| = \sqrt{(11,7 \text{ m/s})^2 + (10,7 \text{ m/s})^2} = 15,8$ m/s.

(b) O ângulo de $\vec{v}$ em relação ao semieixo x positivo é

$$\tan^{-1}\left(\frac{10,7 \text{ m/s}}{11,7 \text{ m/s}}\right) = 42,6°.$$

19. Usamos as Eqs. 4-10 e 4-16.

A velocidade (em m/s) é dada por

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}\, dt = (5,00\hat{\mathrm{i}} + 2,00\hat{\mathrm{j}}) + \int_0^t (3t\hat{\mathrm{i}} + 4t\hat{\mathrm{j}})\, dt = \left(5,00 + 3t^2/2\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(2,00 + 2t^2\right)\hat{\mathrm{j}}$$

O deslocamento (em m) é dado por

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}dt = (20,0\hat{\mathrm{i}} + 40,0\hat{\mathrm{j}}) + \int_0^t [(5,00 + 3t^2/2)\hat{\mathrm{i}} + (2,00 + 2t^2)\hat{\mathrm{j}}]dt \\ &= (20,0\hat{\mathrm{i}} + 40,0\hat{\mathrm{j}}) + (5,00t + t^3/2)\hat{\mathrm{i}} + (2,00t + 2t^3/3)\hat{\mathrm{j}} \\ &= (20,0 + 5,00t + t^3/2)\hat{\mathrm{i}} + (40,0 + 2,00t + 2t^3/3)\hat{\mathrm{j}}\end{aligned}$$

(a) No instante $t = 4,00$ s, temos $\vec{r}(t = 4,00 \text{ s}) = (72,0 \text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (90,7 \text{ m})\hat{\mathrm{j}}$.

(b) $\vec{v}(t = 4,00 \text{ s}) = (29,0 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (34,0 \text{ m/s})\hat{\mathrm{j}}$. Assim, o ângulo entre a direção do movimento e o semieixo x positivo é $\theta = \tan^{-1}[(34,0 \text{ m/s})/(29,0 \text{ m/s})] = 49,5°$.

20. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. De acordo com a Eq. 2-15 e notando que θ é medido em relação ao eixo y, a componente y do movimento da partícula B é dada por

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad 30 \text{ m} = \frac{1}{2}\left[(0,40 \text{ m/s}^2)\cos\theta\right]t^2.$$

Como as componentes x do movimento das partículas A e B devem ser iguais em um certo instante t,

$$vt = \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \Rightarrow \quad (3,0 \text{ m/s})t = \frac{1}{2}\left[(0,40 \text{ m/s}^2)\text{ sen }\theta\right]t^2.$$

Explicitando t na última equação, temos:

$$t = \frac{2v}{a_x} = \frac{2(3,0 \text{ m/s})}{(0,40 \text{ m/s}^2) \text{ sen } \theta}$$

Substituindo esse valor de t na equação anterior, temos:

$$30 \text{ m} = \frac{1}{2}\left[(0,40 \text{ m/s}^2)\cos\theta\right]\left(\frac{2(3,0 \text{ m/s})}{(0,40 \text{ m/s}^2)\text{sen } \theta}\right)^2$$

Fazendo $\text{sen}^2\, \theta = 1 - \cos^2 \theta$, temos:

$$30 = \frac{9,0}{0,20}\frac{\cos\theta}{1-\cos^2\theta} \Rightarrow 1-\cos^2\theta = \frac{9,0}{(0,20)(30)}\cos\theta.$$

Resolvendo a equação do segundo grau em $\cos \theta$, temos:

$$\cos\theta = \frac{-1,5+\sqrt{1,5^2-4(1,0)(-1,0)}}{2} = \frac{1}{2}$$

o que nos dá $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$.

21. Como a velocidade inicial é horizontal, $v_{0y} = 0$ e $v_{0x} = v_0 = 10$ m/s.

(a) Com a origem no ponto inicial da trajetória, a coordenada y do dardo é dada por $y = -\frac{1}{2}gt^2$; fazendo $y = -PQ$, temos $PQ = \frac{1}{2}\left(9,8 \text{ m/s}^2\right)\left(0,19 \text{ s}\right)^2 = 0,18$ m.

(b) Como $x = v_0 t$, $x = (10 \text{ m/s})(0,19 \text{ s}) = 1,9$ m.

22. (a) Com a origem no ponto inicial (borda da mesa), a coordenada da bola é dada por $y = -\frac{1}{2}gt^2$. Se t é o tempo que a bola fica no ar e $y = -1,20$ m é a coordenada y do ponto em que a bola atinge o chão, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2(-1,20 \text{ m})}{-9,80 \text{ m/s}^2}} = 0,495 \text{ s}.$$

(b) A velocidade inicial da bola é $\vec{v} = v_0\,\hat{\text{i}}$. Como $x = 1,52$ m é a coordenada x do ponto em que a bola atinge o chão, temos:

$$v_0 = \frac{x}{t} = \frac{1,52 \text{ m}}{0,495 \text{ s}} = 3,07 \text{ m/s}.$$

23. (a) De acordo com a Eq. 4-22 (com $\theta_0 = 0$), o tempo que o projétil permanece no ar é

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(45,0 \text{ m})}{9,80 \text{ m/s}^2}} = 3,03 \text{ s}.$$

(b) A distância horizontal é dada pela Eq. 4-21:

$$\Delta x = v_0 t = (250 \text{ m/s})(3,03 \text{ s}) = 758 \text{ m}.$$

(c) De acordo com a Eq. 4-23, temos:

$$\left|v_y\right| = gt = (9,80 \text{ m/s}^2)(3,03 \text{ s}) = 29,7 \text{ m/s}.$$

24. Usamos a Eq. 4-26

$$R_{max} = \left(\frac{v_0^2}{g}\text{sen } 2\theta_0\right)_{max} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{(9,50 \text{ m/s})^2}{9,80 \text{ m/s}^2} = 9,209 \text{ m} \approx 9,21 \text{ m}$$

para fazer a comparação com o salto de Powell; a diferença é de apenas ΔR = (9,21m – 8,95m) = 0,259 m.

25. Usando a Eq. 4-26, a velocidade inicial do motociclista foi

$$v_0 = \sqrt{\frac{gR}{\text{sen } 2\theta_0}} = \sqrt{\frac{(9,80 \text{ m/s}^2)(77,0 \text{ m})}{\text{sen } 2(12,0°)}} = 43,1 \text{ m/s}$$

26. Escolhemos como origem a posição inicial da pedra. A componente x da velocidade inicial é dada por $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$ e a componente y é dada por $v_{0y} = v_0 \text{ sen } \theta_0$, em que v_0 = 20 m/s é a velocidade escalar inicial e θ_0 = 40,0° é o ângulo de lançamento.

(a) No instante t = 1,10 s, a coordenada x da pedra é

$$x = v_0 t \cos\theta_0 = (20,0 \text{ m/s})(1,10 \text{ s}) \cos 40,0° = 16,9 \text{ m}$$

(b) Nesse instante, a coordenada y é

$$y = v_0 t \text{ sen } \theta_0 - \frac{1}{2}gt^2 = (20,0 \text{ m/s})(1,10s) \text{ sen } 40,0° - \frac{1}{2}(9,80 \text{ m/s}^2)(1,10 \text{ s})^2 = 8,21 \text{ m}.$$

(c) No instante t' = 1,80 s, a coordenada x da pedra é

$$x = (20,0 \text{ m/s})(1,80 \text{ s}) \cos 40,0° = 27,6 \text{ m}.$$

(d) Nesse instante, a coordenada y é

$$y = (20,0 \text{ m/s})(1,80 \text{ s}) \text{sen } 40,0° - \frac{1}{2}(9,80 \text{ m/s}^2)(1,80 \text{ s}^2) = 7,26 \text{ m}.$$

(e) A pedra chega ao solo antes do instante t = 5,0 s. Para determinar o instante em que a pedra atinge o solo, calculamos o valor de t na equação $y = v_0 t \text{ sen } \theta_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 0$. O resultado é

$$t = \frac{2v_0}{g}\text{sen } \theta_0 = \frac{2(20,0 \text{ m/s})}{9,8 \text{ m/s}^2}\text{sen } 40° = 2,62 \text{ s}.$$

A coordenada x do ponto em que a pedra atinge o solo é

$$x = v_0 t \cos\theta_0 = (20,0 \text{ m/s})(2,62 \text{ s}) \cos 40° = 40,2 \text{ m}.$$

(f) Supondo que a pedra não quica, a componente vertical no instante t = 5,00 s é y = 0.

27. Vamos escolher como origem o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto de lançamento. De acordo com a convenção adotada neste livro, vamos usar θ_0 = –30,0°, já que o ângulo mostrado na figura é medido no sentido horário a partir do semieixo x positivo. A velocidade inicial do chamariz é igual à velocidade do avião no instante do lançamento: v_0 = 290 km/h, que convertemos para unidades do SI: (290)(1000/3600) = 80,6 m/s.

(a) Usamos a Eq. 4-12 para calcular o tempo que o chamariz passou no ar:

$$\Delta x = (v_0 \cos\theta_0)\, t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{700 \text{ m}}{(80,6 \text{ m/s})\cos(-30,0°)} = 10,0 \text{ s}.$$

(b) Usamos a Eq. 4-22 para calcular a altura inicial y_0:

$$y - y_0 = (v_0 \text{ sen}\,\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad 0 - y_0 = (-40{,}3 \text{ m/s})(10{,}0 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)(10{,}0 \text{ s})^2$$

o que nos dá $y_0 = 897$ m.

28. (a) De acordo com a Eq. 4-22, para $y = h$, temos:

$$h = y_0 + v_0 \text{ sen}\,\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

o que nos dá $h = 51{,}8$ m para $y_0 = 0$, $v_0 = 42{,}0$ m/s, $\theta_0 = 60{,}0°$ e $t = 5{,}50$ s.

(b) Como a componente horizontal da velocidade é constante, $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$. A componente vertical varia de acordo com a Eq. 4-23. A velocidade escalar da pedra no momento do impacto é

$$v = \sqrt{(v_0 \cos\theta_0)^2 + (v_0 \text{ sen}\,\theta_0 - gt)^2} = 27{,}4 \text{ m/s}.$$

(c) Usamos a Eq. 4-24 com $v_y = 0$ e $y = H$:

$$H = \frac{(v_0 \text{ s sen}\,\theta_0)^2}{2g} = 67{,}5 \text{ m}.$$

29. Escolhemos como origem o ponto de lançamento. Na altura máxima, $v_y = 0$ e, portanto, $v = v_x = v_{0x}$. De acordo com o enunciado, $v_0 = 5v$. Como $v_0 \cos \theta_0 = v_{0x} = v$, temos:

$$(5v)\cos\theta_0 = v \;\Rightarrow\; \theta_0 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = 78{,}5°.$$

30. Embora fosse possível usar a Eq. 4-26 para determinar o ponto em que a bola toca o gramado, preferimos trabalhar com as Eqs. 4-21 e 4-22 porque elas permitem calcular o ponto e o instante em que a bola toca o gramado e são consideradas mais fundamentais que a Eq. 4-26. Fazendo $\Delta y = 0$, temos:

$$0 = (v_0 \text{ sen}\,\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t = \frac{(19{,}5 \text{ m/s})\,\text{sen}\,45{,}0°}{(9{,}80 \text{ m/s}^2)/2} = 2{,}81 \text{ s}.$$

De acordo com a Eq. 4-21, $\Delta x = (v_0 \cos \theta_0)t = 38{,}7$ m. Assim, usando a Eq. 4-8, concluímos que o jogador deve ter uma velocidade média

$$\vec{v}_{\text{med}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(38{,}7 \text{ m})\hat{\text{i}} - (55 \text{ m})\hat{\text{i}}}{2{,}81 \text{ s}} = (-5{,}8 \text{ m/s})\hat{\text{i}}$$

o que significa que a velocidade escalar média do jogador (supondo que ele corra em linha reta para o ponto onde a bola vai tocar o gramado) deve ser 5,8 m/s.

31. Primeiro calculamos o tempo que a bola leva para chegar ao chão. De acordo com a Eq. 4-22, temos:

$$y - y_0 = (v_0 \text{ sen}\,\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad 0 - 2{,}30 \text{ m} = (-20{,}0 \text{ m/s})\,\text{sen}(18{,}0°)t - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)t^2$$

o que nos dá $t = 0{,}30$ s . Assim, a distância horizontal coberta pela bola é

$$R = (v_0 \cos\theta_0)t = (20{,}0 \text{ m/s})\cos 18{,}0°(0{,}30 \text{ s}) = 5{,}71 \text{ m}$$

Se o ângulo diminuir para $\theta_0' = 8{,}00°$, teremos

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0')\, t' - \frac{1}{2} g t'^2 \;\Rightarrow\; 0 - 2{,}30 \text{ m} = (-20{,}0 \text{ m/s})\operatorname{sen}(8{,}00°)t' - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)t'^2$$

O novo tempo será $t' = 0{,}46$ s e a nova distância será

$$R' = (v_0 \cos\theta_0)t' = (20{,}0 \text{ m/s})\cos 18{,}0°(0{,}46 \text{ s}) = 9{,}06 \text{ m}$$

Assim, a distância adicional coberta pela bola será

$$\Delta R = R' - R = 9{,}06 \text{ m} - 5{,}71 \text{ m} = 3{,}35 \text{ m}$$

32. Escolhemos como origem o ponto de lançamento e chamamos de θ_0 o ângulo de lançamento (mostrado na figura). Como a componente horizontal da velocidade da bola é $v_x = v_0 \cos 40{,}0°$, o tempo que a bola leva para se chocar com a parede é

$$t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{22{,}0 \text{ m}}{(25{,}0 \text{ m/s})\cos 40{,}0°} = 1{,}15 \text{ s}.$$

(a) A distância vertical é

$$\Delta y = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 = (25{,}0 \text{ m/s})\operatorname{sen} 40{,}0°(1{,}15 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1{,}15 \text{ s})^2 = 12{,}0 \text{ m}.$$

(b) A componente horizontal da velocidade no instante em que a bola se choca com a parede é igual ao valor inicial: $v_x = v_0 \cos 40{,}0° = 19{,}2$ m/s.

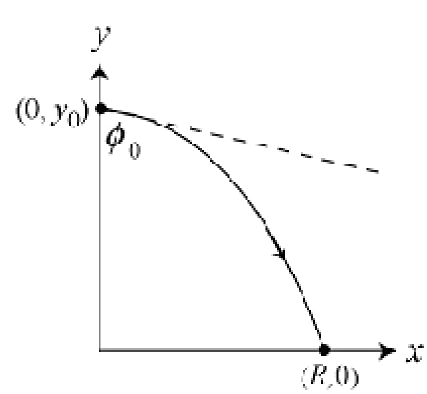
(c) De acordo com a Eq. 4-23, a componente vertical é

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt = (25{,}0 \text{ m/s})\operatorname{sen} 40{,}0° - (9{,}80 \text{ m/s}^2)(1{,}15 \text{ s}) = 4{,}80 \text{ m/s}.$$

(d) Como $v_y > 0$ quando a bola se choca com a parede, a bola ainda não atingiu o ponto mais alto da trajetória.

33. PENSE Este é um problema de movimento balístico. Devemos determinar o deslocamento horizontal e a velocidade do projétil no momento em que atinge o solo.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22. A origem do sistema de coordenadas é o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto de lançamento do projétil. Vamos usar $\theta_0 = -37{,}0°$ como ângulo de lançamento em relação ao semieixo x positivo, já que o ângulo $\phi_0 = 53{,}0°$ dado no enunciado foi medido em relação ao semieixo y negativo. A figura (que não está em escala) mostra as condições iniciais do problema.



ANALISE (a) A velocidade inicial do projétil é a velocidade do avião no instante do lançamento. Como sabemos que $y_0 = 730$ m, e $y = 0$ no instante $t = 5{,}00$ s, podemos usar a Eq. 4-22 para determinar v_0:

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; 0 - 730 \text{ m} = v_0 \operatorname{sen}(-37{,}0°)(5{,}00 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)(5{,}00 \text{ s})^2$$

o que nos dá $v_0 = 202$ m/s.

(b) A distância horizontal que o projétil percorre é

$$R = v_x t = (v_0 \cos\theta_0)t = [(202 \text{ m/s})\cos(-37{,}0°)](5{,}00 \text{ s}) = 806$$

(c) A componente x da velocidade no momento em que o projétil chega ao solo é

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 = (202 \text{ m/s})\cos(-37{,}0°) = 161 \text{ m/s}$$

(d) A componente y da velocidade no momento em que o projétil chega ao solo é

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt = (202 \text{ m/s})\operatorname{sen}(-37{,}0°) - (9{,}80 \text{ m/s}^2)(5{,}00 \text{ s}) = -171 \text{ m/s}$$

APRENDA Neste problema de movimento balístico, as componentes do movimento nas direções x e y são independentes e podem ser analisadas separadamente. A componente x da velocidade, $v_x = v_0 \cos\theta_0$, não varia com o tempo, já que não existe aceleração horizontal.

34. (a) Como a componente y da velocidade da pedra no ponto mais alto da trajetória é zero, a velocidade escalar é

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v_x = v_0 \cos\theta_0 = (28{,}0 \text{ m/s})\cos 40{,}0° = 21{,}4 \text{ m/s}.$$

(b) Usando o fato de que $v_y = 0$ na altura máxima $y_{\text{máx}}$, o tempo que a pedra leva para atingir $y_{\text{máx}}$ é dado pela Eq. 4-23:

$$0 = v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt \;\Rightarrow\; t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}.$$

Substituindo a expressão acima na Eq. 4-22, temos:

$$y_{\text{máx}} = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g}.$$

Para calcular o tempo que a pedra leva para cair até uma altura $y = y_{\text{máx}}/2$, resolvemos a equação do segundo grau dada pela Eq. 4-22:

$$y = \frac{1}{2}y_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{4g} = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t_\pm = \frac{(2 \pm \sqrt{2})v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{2g}.$$

Escolhendo $t = t_+$ (porque a pedra já está descendo), temos:

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 = (28{,}0 \text{ m/s})\cos 40{,}0° = 21{,}4 \text{ m/s}$$
$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g\frac{(2+\sqrt{2})v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{2g} = -\frac{\sqrt{2}}{2}v_0 \operatorname{sen}\theta_0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}(28{,}0 \text{ m/s})\operatorname{sen} 40{,}0° = -12{,}7 \text{ m/s}$$

Assim, a velocidade da pedra no instante em que $y = y_{max}/2$ é

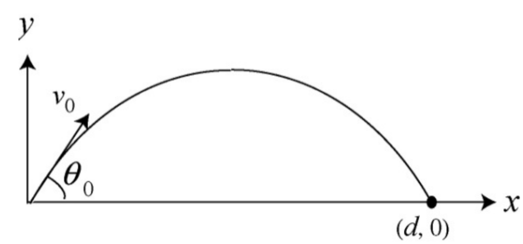
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(21{,}4\ \text{m/s})^2 + (-12{,}7\ \text{m/s})^2} = 24{,}9\ \text{m/s}\,.$$

(c) A diferença percentual é

$$\frac{24{,}9\ \text{m/s} - 21{,}4\ \text{m/s}}{21{,}4\ \text{m/s}} = 0{,}163 = 16{,}3\%\,.$$

35. PENSE Este é um problema típico de movimento balístico. Estamos interessados em determinar o ângulo de lançamento para que um projétil atinja um alvo situado a uma dada distância.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22. Vamos tomar como origem do sistema de coordenadas a extremidade do cano do rifle (ponto em que começa o movimento balístico descrito no Módulo 4-4 do livro) e chamar de θ_0 o ângulo que o cano do rifle faz com a horizontal no instante do disparo. Se o alvo está a uma distância d, suas coordenadas são $x = d$, $y = 0$.



De acordo com as equações do movimento balístico,

$$d = (v_0 \cos\theta_0)t, \qquad 0 = v_0 t \,\text{sen}\,\theta_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

em que θ_0 é o ângulo inicial. A figura anterior (que não foi desenhada em escala) mostra a trajetória da bala.

ANALISE Explicitando t na primeira das equações anteriores, obtemos $t = d/(v_0 \cos\theta_0)$. Substituindo t pelo seu valor na segunda equação, obtemos a relação $2v_0^2 \text{sen}\,\theta_0 \cos\theta_0 - gd = 0$. Usando a identidade sen θ_0 cos $\theta_0 = \frac{1}{2}$ sen (2 θ_0), temos

$$v_0^2\ \text{sen}(2\theta_0) = gd \ \Rightarrow \text{sen}(2\theta_0) = \frac{gd}{v_0^2} = \frac{(9{,}80\ \text{m/s}^2)(45{,}7\ \text{m})}{(460\ \text{m/s})^2}$$

o que nos dá $\text{sen}(2\theta_0) = 2{,}11\times10^{-3}$, ou $\theta_0 = 0{,}0606°$. Se o rifle for apontado para um ponto situado a uma distância ℓ acima do alvo, tan $\theta_0 = \ell/d$; assim,

$$\ell = d\tan\theta_0 = (45{,}7\ \text{m})\tan(0{,}0606°) = 0{,}0484\ \text{m} = 4{,}84\ \text{cm}$$

APRENDA Como a bala sofre uma aceleração para baixo, devido à atração gravitacional para que a bala atinja o alvo o rifle deve ser apontado para um ponto ligeiramente acima do alvo.

36. Escolhemos como origem o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto onde a bola foi golpeada pela raquete.

(a) Queremos saber a que altura está a bola ao passar pelo ponto $x = 12{,}0$ m. Para começar, usamos a Eq. 4-21 para calcular o tempo que a bola leva para chegar a esse ponto:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0} = \frac{12{,}0\ \text{m}}{(23{,}6\ \text{m/s})\cos 0°} = 0{,}508\ \text{s}.$$

A altura em que se encontra a bola nesse instante é

$$y = y_0 + (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 = 1{,}10 \text{ m}$$

o que mostra que a bola passa pela rede.

(b) No instante t = 0,508 s, o centro da bola está (1,10 m – 0,90 m) = 0,20 m acima do alto da rede.

(c) Repetindo o cálculo do item (a) com θ_0 = –5,0°, obtemos t = 0,510 s e $y = 0{,}040$ m, o que mostra que a bola não passa pela rede.

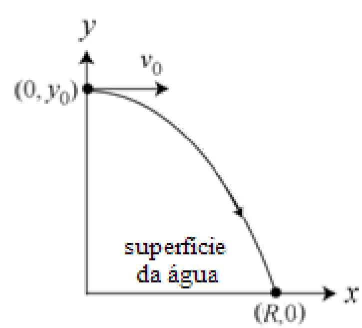
(d) No instante t = 0,510 s, o centro da bola está 0,90 m – 0,040 m = 0,86 m abaixo do alto da rede.

37. PENSE A trajetória do mergulhador é uma trajetória balística. Estamos interessados em determinar alguns pontos da trajetória.

FORMULE Como a velocidade inicial não tem uma componente vertical (θ_0 = 0), as Eqs. 4-21 e 4-22 podem ser escritas na forma

$$x - x_0 = v_{0x}t$$
$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}gt^2$$

em que $x_0 = 0$, $v_{0x} = v_0 = +2{,}0$ m/s e y_0 = +10,0 m (supondo que a origem do sistema de eixos está na superfície da água). A figura mostra a trajetória do mergulhador.



ANALISE (a) De acordo com a primeira das equações anteriores, no instante $t = 0{,}80$ s a distância horizontal entre o mergulhador e a borda da plataforma é

$$x = x_0 + v_{0x}t = 0 + (2{,}0 \text{ m/s})(0{,}80 \text{ s}) = 1{,}60 \text{ m}$$

(b) De acordo com a segunda dessas equações, no instante t = 0,80 s a distância vertical entre o mergulhador e a superfície da água é

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 10{,}0 \text{ m} - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}80 \text{ s})^2 = 6{,}86 \text{ m}$$

(c) No instante que o mergulhador atinge a água, y = 0. Explicitando t na segunda das equações anteriores, obtemos

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(10{,}0 \text{ m})}{9{,}80 \text{ m/s}^2}} = 1{,}43 \text{ s}$$

Substituindo t pelo seu valor na primeira das equações anteriores, obtemos $R = x$ = (2,00 m/s)(1,43 s) = 2,86 m.

APRENDA Usando a Eq. 4-25 com (θ_0 = 0), obtemos a seguinte relação:

$$y = y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

A resposta do item (c) pode ser obtida a partir desta relação:

$$y = y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = R = \sqrt{\frac{2v_0^2 y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(2{,}0\ \text{m/s})^2(10{,}0\ \text{m})}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 2.86\ \text{m}$$

38. Neste problema de movimento balístico, temos $v_0 = v_x$ = constante e o que é plotado é $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Vemos no gráfico que, no instante t = 2,5 s, a bola atinge a altura máxima, na qual v_y = 0. Assim, concluímos que $v_x = v_a$ = 19 m/s.

(a) Por simetria, a bola leva t = 5 s para tocar novamente o solo, tempo durante o qual percorre uma distância horizontal $x - x_0 = v_x t$ = 95 m.

(b) Como $\sqrt{(19\ \text{m/s})^2 + v_{0y}^2} = 31\ \text{m/s}$ (o primeiro ponto do gráfico), sabemos que $v_{0y} = 24{,}5$ m/s. Assim, com t = 2,5 s, podemos usar a equação $y_{\max} - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ ou a a equação $v_y^2 = 0 = v_{0y}^2 - 2g\left(y_{\max} - y_0\right)$ ou a equação $y_{\max} - y_0 = \frac{1}{2}\left(v_y + v_{0_y}\right)t$ para calcular $y_{\max}$. Optamos pela terceira:

$$y_{\max} - y_0 = \frac{1}{2}(v_y + v_{0y})\ t \Rightarrow y_{\max} = \frac{1}{2}(0 + 24{,}5\text{m/s})(2{,}5\ \text{s}) = 31\ \text{m}$$

onde tomamos y_0 = 0 como o nível do solo.

39. Seguindo a sugestão, invertemos o movimento e supusemos que a bola foi lançada do solo, para a direita, a 60º com o semieixo x positivo.

(a) A equação da componente x (com x_0 = 0 e x = 25,0 m) leva a

$$25{,}0\ \text{m} = (v_0 \cos 60{,}0°)(1{,}50\ \text{s}),$$

o que nos dá v_0 = 33,3 m/s. Com y_0 = 0 e $y = h > 0$ para t = 1,50 s, temos $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, na qual $v_{0y} = v_0$ sen 60,0°. Isso nos dá h = 32,3 m.

(b) Temos:

$$v_x = v_{0x} = (33{,}3\ \text{m/s})\cos 60{,}0° = 16{,}7\ \text{m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = (33{,}3\ \text{m/s})\text{sen}\ 60{,}0° - (9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}50\ \text{s}) = 14{,}2\ \text{m/s}.$$

O módulo de $\vec{v}$ é dado por

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(16{,}7\ \text{m/s})^2 + (14{,}2\ \text{m/s})^2} = 21{,}9\ \text{m/s}.$$

(c) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{14{,}2\ \text{m/s}}{16{,}7\ \text{m/s}}\right) = 40{,}4°.$$

(d) Interpretamos este resultado ("desfazendo" a inversão do tempo) como uma velocidade inicial (no terraço do edifício) de módulo 21,9 m/s e ângulo (para a esquerda e para baixo) 40,4°.

40. (a) Calculando o valor de t na Eq. 4-22,

$$y - y_0 = (v_0 \,\text{sen}\,\theta_0)\ t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad 0 - 2{,}160\ \text{m} = (15{,}00\ \text{m/s})\,\text{sen}(45{,}00°)t - \frac{1}{2}(9{,}800\ \text{m/s}^2)t^2,$$

vemos que o tempo que o peso passa no ar é $t = 2{,}352$ s. Assim, a distância horizontal percorrida é

$$R = \left(v_0 \cos\theta_0\right)t = (15{,}00\ \text{m/s})\cos 45{,}00°(2{,}352\ \text{s}) = 24{,}95\ \text{m}.$$

(b) Fazendo o mesmo cálculo para $\theta_0 = 42,00°$, temos:

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad 0 - 2,160 \text{ m} = (15,00 \text{ m/s})\operatorname{sen}(42,00°)t - \frac{1}{2}(9,800 \text{ m/s}^2)t^2$$

e o tempo que o peso passa no ar é $t = 2,245$ s. Assim, a nova distância horizontal é

$$R = (v_0 \cos\theta_0)t = (15,00 \text{ m/s})\cos 42,00°(2,245 \text{ s}) = 25,02 \text{ m}.$$

41. Tomando como origem a posição do peixe-arqueiro, a posição do inseto é dada por (x, y), em que $x = R/2 = v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0 / 2g$ e y corresponde à altura máxima da trajetória parabólica: $y = y_{max} = v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0 / 2g$. De acordo com a figura, temos:

$$\tan\phi = \frac{y}{x} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0 / 2g}{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0 / 2g} = \frac{1}{2}\tan\theta_0$$

Como $\phi = 36,0°$, o ângulo de lançamento deve ser

$$\theta_0 = \tan^{-1}(2\tan\phi) = \tan^{-1}(2\tan 36,0°) = \tan^{-1}(1,453) = 55,46° \approx 55,5° \cdot$$

Note que θ_0 depende de ϕ, mas não depende de d.

42. (a) Usando o fato de que Zacchini (tratado como um projétil) atinge a altura máxima ao passar pela roda do meio, situada no ponto situado a uma distância horizontal $x = 23 \text{ m} + (23/2) \text{ m} = 34,5 \text{ m}$ do ponto de lançamento, podemos calcular a velocidade escalar inicial usando a Eq. 4-26:

$$x = \frac{R}{2} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{2g} \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2gx}{\operatorname{sen} 2\theta_0}} = \sqrt{\frac{2(9,8 \text{ m/s}^2)(34,5 \text{ m})}{\operatorname{sen}(2,53°)}} = 26,5 \text{ m/s}.$$

Substituindo esse valor na Eq. 4-25, obtemos

$$y = y_0 + x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} = 3,0 \text{ m} + (23 \text{ m})\tan 53° - \frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(23 \text{ m})^2}{2(26,5 \text{ m/s})^2(\cos 53°)^2} = 23,3 \text{ m}.$$

Como a altura das rodas é $h_r = 18$ m, Zacchini passou a uma distância $\Delta y = y - h_r = 23,3 \text{ m} - 18 \text{ m} = 5,3 \text{ m}$ da primeira roda.

(b) A distância a que Zacchini passou da segunda roda pode ser calculada resolvendo a Eq. 4-24. Como a segunda roda está em $x = 23 \text{ m} + (23/2) \text{ m} = 34,5$ m, temos:

$$y = y_0 + x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} = 3,0 \text{ m} + (34,5 \text{ m})\tan 53° - \frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(34,5 \text{ m})^2}{2(26,52 \text{ m/s})^2(\cos 53°)^2}$$
$$= 25,9 \text{ m}.$$

Assim, Zacchini passou a uma distância $\Delta y = y - h_r = 25,9 \text{ m} - 18 \text{ m} = 7,9 \text{ m}$ da segunda roda.

(c) A posição do centro da rede é dada por

$$0 = y - y_0 = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g} = \frac{(26,52 \text{ m/s})^2 \operatorname{sen}(2,53°)}{9,8 \text{ m/s}^2} = 69 \text{ m}.$$

43. Chamamos a velocidade dada, $\vec{v} = (7,6 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (6,1 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$, de $\vec{v}_1$, para distingui-la da velocidade da bola quando atinge a altura máxima, $\vec{v}_2$, e da velocidade da bola ao atingir o solo, $\vec{v}_3$, e chamamos a velocidade inicial de $\vec{v}_0$, como de costume. Escolhemos como origem o ponto de lançamento.

(a) Várias abordagens são possíveis, mas como será útil (para resolver o resto do problema) conhecer a componente vertical da velocidade inicial, vamos começar por este cálculo. De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$v_{1y}^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y \;\Rightarrow\; (6{,}1 \text{ m/s})^2 = v_{0y}^2 - 2(9{,}8 \text{ m/s}^2)(9{,}1 \text{ m})$$

o que nos dá $v_{0y} = 14{,}7$ m/s. Sabendo que $v_{2y} = 0$, usamos novamente a Eq. 2-16, mas agora com $\Delta y = h$, a altura máxima:

$$v_{2y}^2 = v_{0y}^2 - 2gh \;\Rightarrow\; 0 = (14{,}7 \text{ m/s})^2 - 2(9{,}8 \text{ m/s}^2)h$$

o que nos dá $h = 11$ m.

(b) Usando a Eq. 4-26 com v_{0y} no lugar de v_0 sen θ_0 e v_{0x} no lugar de $v_0 \cos\theta_0$, temos:

$$0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2, \quad R = v_{0x}t$$

o que nos dá $R = 2v_{0x}v_{0y}/g$. Como $v_{0x} = v_{1x} = 7{,}6$ m/s, temos:

$$R = 2(7{,}6 \text{ m/s})(14{,}7 \text{ m/s})/(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 23 \text{ m}.$$

(c) Como $v_{3x} = v_{1x} = 7{,}6$ m/s e $v_{3y} = -v_{0y} = -14{,}7$ m/s, temos:

$$v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{(7{,}6 \text{ m/s})^2 + (-14{,}7 \text{ m/s})^2} = 17 \text{ m/s}.$$

(d) O cálculo do ângulo de $\vec{v}_3$ (medido em relação à horizontal) leva a duas possibilidades:

$$\tan^{-1}\left(\frac{-14{,}7 \text{ m}}{7{,}6 \text{ m}}\right) = -63° \text{ ou } 117°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (–63°, que é equivalente a 297°) porque os sinais das componentes mostram que $\vec{v}_3$ está no quarto quadrante.

44. Como a velocidade inicial é horizontal, $v_{0y} = 0$ e $v_0 = v_{0x} = 161$ km/h. Convertendo para unidades do SI, $v_0 = 44{,}7$ m/s.

(a) Escolhendo como origem o ponto de lançamento, a coordenada y da bola é dada por $y = -\frac{1}{2}gt^2$ e a coordenada x é dada por $x = v_0t$. A última equação nos dá uma proporcionalidade simples entre distância horizontal e tempo, que significa que o tempo para percorrer metade da distância total é igual à metade do tempo total. Mais especificamente, se $x = 18{,}3/2$ m, $t = (18{,}3/2 \text{ m})/(44{,}7 \text{ m/s}) = 0{,}205$ s.

(b) O tempo necessário para percorrer os 18,3/2 m seguintes também deve ser 0,205 s. Pode ser interessante escrever a equação da componente horizontal do deslocamento na forma $\Delta x = v_0\Delta t$ para ver este resultado mais claramente.

(c) Usando a equação $y = -\frac{1}{2}gt^2$, vemos que a bola caiu $\left|-\frac{1}{2}\left(9{,}80 \text{ m/s}^2\right)\left(0{,}205 \text{ s}\right)^2\right| = 0{,}205$ m em metade do percurso.

(d) A altura da bola no final do percurso é $-\frac{1}{2}\left(9{,}80 \text{ m/s}^2\right)\left(0{,}409 \text{ s}\right)^2 = -0{,}820$ m, que, quando comparada com o resultado anterior, mostra que a bola caiu mais 0,615 m na segunda metade do percurso. Como y não varia linearmente com t, não podemos esperar que tempos iguais correspondam a variações iguais de altura; fisicamente, isso se deve ao fato de que a "velocidade inicial" da segunda metade da queda é maior que a velocidade inicial da primeira metade da queda.

45. (a) Seja $m = d_2/d_1 = 0{,}600$ a inclinação da rampa, de modo que $y = mx$. Escolhemos como origem o ponto de lançamento e usamos a Eq. 4-25. Temos:

$$y=\tan(50,0°)x-\frac{(9,80\ \text{m/s}^2)x^2}{2(10,0\ \text{m/s})^2(\cos 50,0°)^2}=0,600x$$

o que nos dá x = 4,99 m. Como esse valor é menor que d_1, a bola cai na rampa.

(b) Usando o valor de x calculado no item (a), obtemos $y = mx$ = 2,99 m. Assim, de acordo com o teorema de Pitágoras, o módulo do deslocamento é $\sqrt{x^2+y^2}$ = 5,82 m.

(c) O ângulo do deslocamento, naturalmente, é o ângulo da rampa: $\tan^{-1}(m)$ = 31,0º.

46. Usando o fato de que $v_y=0$ quando o jogador atinge a altura máxima $y_{\text{máx}}$, o tempo necessário para atingir $y_{\text{máx}}$ pode ser calculado usando a Eq. 4-23:

$$0=v_y=v_0\,\text{sen}\,\theta_0-gt \quad\Rightarrow\quad t_{\text{máx}}=\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}.$$

Substituindo essa expressão na Eq. 4-22, vemos que a altura máxima é dada por

$$y_{\text{máx}}=(v_0\,\text{sen}\,\theta_0)\,t_{\text{máx}}-\frac{1}{2}gt_{\text{máx}}^2=v_0\,\text{sen}\,\theta_0\left(\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}\right)-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}\right)^2=\frac{v_0^2\,\text{sen}^2\,\theta_0}{2g}.$$

Para calcular o instante em que o jogador está em $y = y_{\text{máx}}/2$, resolvemos a equação do segundo grau dada pela Eq. 4-22:

$$y=\frac{1}{2}y_{\text{máx}}=\frac{v_0^2\,\text{sen}^2\,\theta_0}{4g}=(v_0\,\text{sen}\,\theta_0)\,t-\frac{1}{2}gt^2 \quad\Rightarrow\quad t_\pm=\frac{(2\pm\sqrt{2})v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{2g}.$$

Escolhendo a solução $t=t_-$ (ou seja, durante a subida), o tempo que o jogador passa a uma altura $y\geq y_{\text{máx}}/2$ é

$$\Delta t=t_{\text{máx}}-t_-=\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}-\frac{(2-\sqrt{2})v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{2g}=\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{\sqrt{2}g}=\frac{t_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta t}{t_{\text{máx}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=0,707.$$

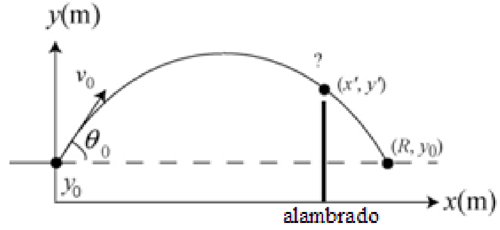
Assim, o jogador passa 70,7% na metade mais alta do salto. Note que a razão $\Delta t/t_{\text{máx}}$ não depende de v_0 e θ_0, embora Δt e $t_{\text{máx}}$ dependam desses parâmetros.

47. PENSE A bola de beisebol descreve um movimento balístico depois de ser golpeada pelo taco. Devemos determinar se a bola consegue passar por um alambrado situado a uma dada distância.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro, para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22, e tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto em que o taco atinge a bola. Sabemos que o ângulo de lançamento é $\theta_0=45°$; sabemos também que o alcance horizontal, se o alambrado não estivesse presente, seria $R=107$ m. Para determinar a que altura está a bola ao atingir uma distância horizontal $x'=97,5$ m do ponto de partida, precisamos conhecer a velocidade inicial. A trajetória da bola pode ser descrita pela Eq. 4-25:

$$y-y_0=(\tan\theta_0)x-\frac{gx^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2}$$

A figura a seguir (que não foi desenhada em escala) mostra a trajetória da bola.



ANALISE (a) Vamos primeiro calcular a velocidade inicial v_0. De acordo com a Eq. 4-26,

$$v_0 = \sqrt{\frac{gR}{\text{sen } 2\theta_0}} = \sqrt{\frac{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(107 \text{ m})}{\text{sen } (2{,}45°)}} = 32{,}4 \text{ m/s}$$

Assim, o instante em que a bola chega ao alambrado é

$$x' = (v_0 \cos\theta_0)t' \quad \Rightarrow \quad t' = \frac{x'}{v_0 \cos\theta_0} = \frac{97{,}5 \text{ m}}{(32{,}4 \text{ m/s}) \cos 45°} = 4{,}26 \text{ s}$$

Nesse instante, a altura em que está a bola (em relação ao solo) é

$$\begin{aligned} y' &= y_0 + (v_0 \text{ sen } \theta_0)t' - \frac{1}{2}gt'^2 \\ &= 1{,}22 \text{ m} + [(32{,}4 \text{ m/s}) \text{sen} 45°](4{,}26 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)(4{,}26 \text{ s})^2 \\ &= 9{,}88 \text{ m} \end{aligned}$$

o que significa que a bola consegue passar por cima do alambrado de 7,32 m de altura.

(b) No instante $t' = 4{,}26$ s, o centro da bola está 9,88 m – 7,32 m = 2,56 m acima do alambrado.

APRENDA Usando a equação da trajetória, é fácil mostrar que a velocidade mínima necessária para que bola passe por cima do alambrado é dada por

$$y' - y_0 = (\tan\theta_0)x' - \frac{gx'^2}{2(v_0 \cos\theta_0)^2}$$

o que nos dá aproximadamente 31,9 m/s.

48. Seguindo a sugestão, invertemos o movimento e supusemos que a bola foi lançada do alto do edifício, para a esquerda, a 60° no sentido horário com um eixo apontando para a esquerda. Nesta situação invertida, é conveniente considerar como sentido positivo do eixo x o sentido da *direita para a esquerda* e como sentido positivo dos ângulos o sentido horário. As distâncias estão em metros e os tempos em segundos.

(a) Com $y_0 = 20{,}0$ m e $y = 0$ em $t = 4{,}00$ s, temos $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, em que $v_{0y} = v_0 \text{ sen } 60°$. Isso nos dá $v_0 = 16{,}9$ m/s. Substituindo na equação da componente x do movimento, $x - x_0 = v_{0x}t$ (com $x_0 = 0$ e $x = d$), obtemos

$$d = (16{,}9 \text{ m/s}).\cos 60°.(4{,}00 \text{ s}) = 33{,}7 \text{ m}.$$

(b) Temos:

$$v_x = v_{0x} = (16{,}9 \text{ m/s})\cos 60° = 8{,}45 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = (16{,}9 \text{ m/s}) \text{sen } 60° - (9{,}80 \text{m/s}^2)(4{,}00 \text{ s}) = -24{,}6 \text{ m/s}.$$

O módulo de $\vec{v}$ é $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(8{,}45 \text{ m/s})^2 + (-24{,}56 \text{ m/s})^2} = 26{,}0$ m/s.

(c) O ângulo em relação à horizontal é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-24{,}6 \text{ m/s}}{8{,}43 \text{ m/s}}\right) = -71{,}1°.$$

Podemos converter o vetor velocidade da forma retangular para a forma módulo-ângulo:

$$\vec{v} = (8{,}45,\ -24{,}6)\ \rightarrow\ (26{,}0\ \angle -71{,}1°)$$

e interpretar o resultado ("desfazendo" a inversão do movimento) como uma velocidade inicial de módulo 26,0 m/s e ângulo (para cima e para a direita) de 71,1°.

49. PENSE Neste problema, uma bola de futebol americano recebe uma velocidade inicial e passa a descrever uma trajetória balística. Estamos interessados em determinar para que ângulos de elevação da bola o jogador consegue marcar um *field goal*.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro, para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22, e tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto em que a bola foi chutada. Usamos x e y para representar as coordenadas da bola ao passar pelo plano da meta e vamos determinar os valores máximo e mínimo do ângulo inicial do movimento da bola, θ_0, para que $y = 3{,}44$ m a uma distância $x = 50$ m do ponto em que a bola foi chutada. Escrevendo as equações do movimento balístico,

$$x = v_0 \cos\theta_0, \quad y = v_0 t \text{ sen } \theta_0 - \tfrac{1}{2} g t^2$$

vemos que a primeira equação nos dá $t = x/v_0 \cos \theta_0$. Substituindo t pelo seu valor na segunda equação, obtemos

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

ANALISE Poderíamos resolver essa equação por tentativas, variando sistematicamente o valor de θ_0 até encontrar os dois valores que satisfazem a equação. Entretanto, também é possível obter uma solução analítica depois de recorrer a algumas transformações algébricas. Usando a identidade trigonométrica

$$1 / \cos^2 \theta_0 = 1 + \tan^2 \theta_0$$

obtemos

$$\frac{1}{2}\frac{g x^2}{v_0^2} \tan^2 \theta_0 - x \tan \theta_0 + y + \frac{1}{2}\frac{g x^2}{v_0^2} = 0$$

que é uma equação do segundo grau em $\tan \theta_0$. Para facilitar os cálculos, vamos fazer

$$c = \frac{1}{2} g x^2 / v_0^2 = \frac{1}{2}\left(9{,}80 \text{ m/s}^2\right)\left(50 \text{ m}\right)^2 / \left(25 \text{ m/s}\right)^2 = 19{,}6 \text{ m}$$

Nesse caso, a equação do segundo grau se torna $c \tan^2 \theta_0 - x \tan \theta_0 + y + c = 0$. De acordo com a fórmula de Báskara, as soluções dessa equação são

$$\tan \theta_0 = \frac{x \pm \sqrt{x^2 - 4(y+c)c}}{2c} = \frac{50 \text{ m} \pm \sqrt{(50 \text{ m})^2 - 4(3{,}44 \text{ m} + 19{,}6 \text{ m})(19{,}6 \text{ m})}}{2(19{,}6 \text{ m})}$$

As soluções são, portanto, $\tan \theta_0 = 1{,}95$ e $\tan \theta_0 = 0{,}605$. Os ângulos correspondentes (limitando as soluções ao primeiro quadrante) são $\theta_0 = 63°$ e $\theta_0 = 31°$. Assim,

(a) O menor ângulo de elevação é $\theta_0 = 31°$.

(b) O maior ângulo de elevação é $\theta_0 = 63°$.

APRENDA Se a bola for chutada com qualquer ângulo entre 31° e 63°, ela passará pela meta acima do travessão.

50. Usamos as Eqs. 4-21, 4-22 e 4-23.

(a) A partir de $\Delta x = v_{0x} t$, obtemos $v_{0x} = 40 \text{ m} / 2 \text{ s} = 20$ m/s.

(b) A partir de $\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, obtemos $v_{0y} = \left(53 \text{ m} + \frac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s})^2\right)/2 = 36 \text{ m/s}$.

(c) A partir de $v_y = v_{0y} - gt'$ com $v_y = 0$ como a condição de altura máxima, obtemos $t' = (36 \text{ m/s})/(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 3{,}7 \text{ s}$. Como durante esse tempo a componente x da velocidade é constante, $x' - x_0 = (20 \text{ m/s})(3{,}7 \text{ s}) = 74 \text{ m}$.

51. (a) Como o esquiador salta com um ângulo $\theta_0 = 9{,}0°$ para cima com a horizontal, seu vetor velocidade ao voltar ao nível de onde saltou faz um ângulo de 9,0º para baixo com a horizontal. Como, nesse ponto, a encosta faz um ângulo $\alpha = 11{,}3°$ para baixo com a horizontal, o ângulo entre a encosta e o vetor velocidade do esquiador é $\phi = \alpha - \theta_0 = 11{,}3° - 9{,}0° = 2{,}3°$.

(b) Suponha que o esquiador toca a neve a uma distância d do início da encosta, medida paralelamente à encosta. Usando a Eq. 4-25 com $x = d\cos\alpha$ e $y = -d\,\text{sen}\,\alpha$ (escolhendo como origem o ponto onde começa a encosta), temos:

$$-d\,\text{sen}\,\alpha = d\cos\alpha\,\tan\theta_0 - \frac{g(d\cos\alpha)^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0}.$$

Explicitando d, obtemos:

$$d = \frac{2v_0^2\cos^2\theta_0}{g\cos^2\alpha}\left(\cos\alpha\,\tan\theta_0 + \text{sen}\,\alpha\right) = \frac{2v_0^2\cos\theta_0}{g\cos^2\alpha}\left(\cos\alpha\,\text{sen}\,\theta_0 + \cos\theta_0\,\text{sen}\,\alpha\right)$$

$$= \frac{2v_0^2\cos\theta_0}{g\cos^2\alpha}\text{sen}(\theta_0 + \alpha).$$

Substituindo os valores dados, obtemos:

$$d = \frac{2(10 \text{ m/s})^2\cos(9{,}0°)}{(9{,}8 \text{ m/s}^2)\cos^2(11{,}3°)}\text{sen}(9{,}0° + 11{,}3°) = 7{,}27 \text{ m}$$

o que nos dá

$$y = -d\,\text{sen}\,\alpha = -(7{,}27 \text{ m})\,\text{sen}(11{,}3°) = -1{,}42 \text{ m}.$$

Assim, o esquiador toca a neve aproximadamente 1,4 m abaixo do ponto de onde saltou.

(c) O tempo que o esquiador passa no ar é

$$t = \frac{x}{v_x} = \frac{d\cos\alpha}{v_0\cos\theta_0} = \frac{(7{,}27 \text{ m})\cos(11{,}3°)}{(10 \text{ m/s})\cos(9{,}0°)} = 0{,}72 \text{ s}.$$

De acordo com a Eq. 4-23, as componentes x e y da velocidade no final do salto são

$$v_x = v_0\cos\theta_0 = (10 \text{ m/s})\cos(9{,}0°) = 9{,}9 \text{ m/s}$$
$$v_y = v_0\,\text{sen}\,\theta_0 - gt = (10 \text{ m/s})\,\text{sen}(9{,}0°) - (9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}72 \text{ s}) = -5{,}5 \text{ m/s}$$

Assim, a direção na qual o esquiador está se movendo quando toca a neve é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-5{,}5 \text{ m/s}}{9{,}9 \text{ m/s}}\right) = -29{,}1°.$$

ou seja, um ângulo de $29{,}1°$ para baixo com a horizontal. De acordo com esse resultado, o ângulo entre a encosta e o vetor velocidade do esquiador é $\phi = 29{,}1° - 11{,}3° = 17{,}8°$ ou aproximadamente $18°$.

52. De acordo com a Eq. 4-21, $t = x/v_{0x}$. Nesse caso, a Eq. 4-23 nos dá

$$v_y = v_{0y} - gt = v_{0y} - \frac{gx}{v_{0x}}.$$

Como a inclinação do gráfico é –0,500, temos:

$$\frac{g}{v_{0x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_{ox} = 19{,}6 \text{ m/s}.$$

Sabemos que o ponto em que a reta "intercepta" o eixo y é v_{oy} = 5,00 m/s. Assim,

$$\theta_o = \tan^{-1}(v_{oy}/v_{ox}) = 14{,}3° \approx 14°.$$

53. Sejam $x_0 = 0$ e $y_0 = h_0 = 1{,}00$ m as coordenadas do ponto no qual a bola é golpeada. Sejam x_1 e $y_1 = h$ (altura do muro) as coordenadas do ponto no qual a bola passa pela primeira vez pelo ponto mais alto do muro, 1,00 s após ter sido golpeada, e sejam x_2 e $y_2 = h$ as coordenadas do ponto no qual a bola passa novamente pelo ponto mais alto do muro, 4,00 s depois. Sejam $x_f = R$ e $y_f = 1{,}00$ m as cooordenadas do ponto no qual a bola é apanhada. As distâncias estão em metros e os tempos em segundos.

(a) Lembrando que v_x é constante, temos $x_2 - x_1 = 50{,}0 \text{ m} = v_{1x}$ (4,00 s), o que nos dá v_{1x} = 12,5 m/s. Assim, após seis segundos, temos:

$$x_f - x_0 = R = v_x(6{,}00 \text{ s}) = 75{,}0 \text{ m}.$$

(b) Aplicando a equação $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ à componente vertical do movimento da bola no trecho em que está acima do ponto mais alto do muro, temos:

$$y_2 - y_1 = 0 = v_{1y}(4{,}00 \text{ s}) - \frac{1}{2}g(4{,}00 \text{ s})^2$$

da qual v_{1y} = 19,6 m/s. Um segundo antes, usando a equação $v_{1y} = v_{0y} - g(1{,}00 \text{ s})$, obtemos $v_{0y} = 29{,}4$ m/s . Assim, a velocidade inicial da bola é

$$\vec{v} = v_{0x}\hat{\text{i}} + v_{0y}\hat{\text{j}} = (12{,}5 \text{ m/s})\ \hat{\text{i}} + (29{,}4 \text{ m/s})\ \hat{\text{j}}$$

O módulo da velocidade é $|\vec{v}| = \sqrt{(12{,}5 \text{ m/s})^2 + (29{,}4 \text{ m/s})^2} = 31{,}9$ m/s.

(c) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{29{,}4 \text{ m/s}}{12{,}5 \text{ m/s}}\right) = 67{,}0°.$$

Interpretamos este resultado como uma velocidade de módulo 31,9 m/s e ângulo (para a direita e para cima) de 67,0°.

(d) Durante o primeiro 1,00 s do movimento, $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ e, portanto,

$$h = 1{,}0 \text{ m} + (29{,}4 \text{ m/s})(1{,}00 \text{ s}) - \tfrac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)(1{,}00 \text{ s})^2 = 25{,}5 \text{ m}.$$

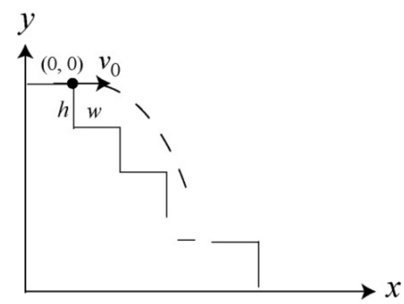
54. Para $\Delta y = 0$, a Eq. 4-22 nos dá $t = 2v_o \text{sen}\,\theta_o/g$, ou seja, $t_{\text{máx}} = 2v_o/g$ (para uma bola lançada verticalmente para cima: $\theta_o = 90°$). Assim,

$$\frac{1}{2}t_{\max} = \frac{v_0}{g} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \text{sen}\,\theta_0 = \text{sen}\theta_o.$$

Portanto, o ângulo para o qual o tempo de percurso corresponde à metade do tempo máximo é $\theta_o = 30{,}0°$. Como a velocidade é mínima no ponto mais alto da trajetória, onde a componente vertical da velocidade é zero, a menor velocidade que a bola possui durante o percurso é $v_x = v_o\cos\theta_o = v_o\cos 30° = 0{,}866v_0$. Para determinar o valor de v_0, observamos no gráfico que o alcance R é 240 m para $\theta_o = 45{,}0°$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 4-26, $v_o = 48{,}5$ m/s. A resposta é, portanto, (0,866)(48,5) = 42,0 m/s.

55. PENSE Neste problema, uma bola é lançada do alto de uma escada, com uma velocidade horizontal dada, e estamos interessados em determinar em que degrau a bola bate primeiro.

FORMULE Vamos chamar de h a altura dos degraus de h e de w a largura dos degraus. Para atingir o degrau n, a bola precisa cair uma distância nh e percorrer ao mesmo tempo uma distância horizontal entre $(n-1)w$ e nw. Vamos tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto em que a bola deixa o alto da escada e tomar como positivo o sentido para cima do eixo y, como mostra a figura



As coordenadas da bola no instante t são dadas por $x = v_{0x}t$ e $y = -\frac{1}{2}gt^2$ (já que $v_{0y} = 0$).

ANALISE Igualando y a $-nh$ e explicitando t, podemos calcular o tempo que a bola leva para chegar ao nível do degrau n:

$$t = \sqrt{\frac{2nh}{g}}$$

A coordenada x é, portanto,

$$x = v_{0x}\sqrt{\frac{2nh}{g}} = (1{,}52\text{ m/s})\sqrt{\frac{2n(0{,}203\text{ m})}{9{,}8\text{ m/s}^2}} = (0{,}309\text{ m})\sqrt{n}$$

Como n é um número inteiro, o modo mais simples de resolver o problema consiste em experimentar valores crescentes de n na equação anterior, a partir de $n = 1$, até encontrar um valor para o qual x/w seja menor que n e maior que $n - 1$. Para $n = 1$, $x = 0{,}309$ m e $x/w = 1{,}52$, que é maior que n. Para $n = 2$, $x = 0{,}437$ m e $x/w = 2{,}15$, que também é maior que n. Para $n = 3$, $x = 0{,}535$ m e $x/w = 2{,}64$. Como esse valor é menor que n e maior que $n - 1$, chegamos à conclusão de que a bola bate primeiro no terceiro degrau.

APRENDA Para verificar se os cálculos estão corretos, fazemos $n = 3$ nas equações anteriores. Os resultados são $t = 0{,}353$ s, $y = 0{,}609$ m e $x = 0{,}535$ m, o que realmente corresponde ao terceiro degrau.

56. Usamos a Eq. 4-35 para determinar a velocidade v e a Eq. 4-34 para calcular a aceleração a.

(a) Como o raio da Terra é $6{,}37 \times 10^6$ m, o raio da órbita do satélite é

$$r = (6{,}37 \times 10^6 + 640 \times 10^3)\text{ m} = 7{,}01 \times 10^6\text{ m}.$$

Assim, a velocidade do satélite é

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\left(7{,}01\times10^6\text{ m}\right)}{(98{,}0\text{ min})(60\text{ s/min})} = 7{,}49\times10^3\text{ m/s}.$$

(b) O módulo da aceleração é

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(7{,}49\times10^3\text{ m/s}\right)^2}{7{,}01\times10^6\text{ m}} = 8{,}00\text{ m/s}^2.$$

57. (a) Como $|\vec{a}| = v^2/|\vec{r}|$, temos: $|\vec{r}| = v^2/a = (3{,}66\ \text{m/s})^2/(1{,}83\ \text{m/s}^2) = 7{,}32\ \text{m}$.

(b) Como $\vec{r}$ e $\vec{a}$ têm sentidos opostos, se $\vec{a}$ aponta para leste, $\vec{r}$ aponta para oeste.

(c) Pelo mesmo raciocínio do item anterior, se $\vec{a}$ aponta para o sul, $\vec{r}$ aponta para o norte.

58. (a) A distância é o perímetro da circunferência $c = 2\pi r = 2\pi(0{,}15\ \text{m}) = 0{,}94\ \text{m}$.

(b) Se $T = (60\ \text{s})/1200 = 0{,}050\ \text{s}$, a velocidade escalar é $v = c/T = (0{,}94\ \text{m})/(0{,}050\ \text{s}) = 19\ \text{m/s}$. Isso equivale a usar a Eq. 4-35.

(c) O módulo da aceleração é $a = v^2/r = (19\ \text{m/s})^2/(0{,}15\ \text{m}) = 2{,}4 \times 10^3\ \text{m/s}^2$.

(d) O período do movimento é $(1200\ \text{rev/min})^{-1} = 8{,}3 \times 10^{-4}$ min; em unidades do SI, $T = 0{,}050\ \text{s} = 50\ \text{ms}$.

59. (a) Como a roda completa 5 voltas a cada minuto, o período do movimento é 60 s/5 = 12 s.

(b) O módulo da aceleração centrípeta é $a = v^2/R$, na qual R é o raio da roda e v a velocidade da passageira. Como a passageira percorre uma distância $2\pi R$ a cada volta, sua velocidade escalar é

$$v = \frac{2\pi(15\ \text{m})}{12\ \text{s}} = 7{,}85\ \text{m/s}$$

e sua aceleração centrípeta é $a = \dfrac{(7{,}85\ \text{m/s})^2}{15\ \text{m}} = 4{,}1\ \text{m/s}^2$.

(c) Como a roda-gigante está girando com velocidade constante, a aceleração centrípeta não varia. Assim, no ponto mais alto do percurso, $a = 4{,}1\ \text{m/s}^2$.

(d) Pelo mesmo raciocínio do item anterior, $a = 4{,}1\ \text{m/s}^2$.

(e) O sentido é para cima, em direção ao centro da roda.

60. (a) No movimento circular uniforme, o vetor velocidade é sempre perpendicular ao vetor aceleração. Assim, $\vec{v}\cdot\vec{a} = 0$.

(b) No movimento circular uniforme, o vetor aceleração e o vetor posição têm a mesma direção e sentidos opostos; assim, $\vec{r}\times\vec{a} = 0$.

61. Usamos a Eq. 4-35 para calcular a velocidade v e a Eq. 4-34 para calcular a aceleração centrípeta a.

(a) $v = 2\pi r/T = 2\pi(20\ \text{km})/1{,}0\ \text{s} = 126\ \text{km/s} = 1{,}3 \times 10^5\ \text{m/s}$.

(b) $a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(126\ \text{km/s})^2}{20\ \text{km}} = 7{,}9\times 10^5\ \text{m/s}^2$.

(c) De acordo com as Eqs. 4-35 e 4-34, se a estrela girar mais depressa, v e a vão aumentar.

62. O módulo da aceleração é

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(10\ \text{m/s})^2}{25\ \text{m}} = 4{,}0\ \text{m/s}^2.$$

63. Notamos primeiro que $\vec{a}_1$ (a aceleração da partícula no instante $t_1 = 2{,}0$ s) é perpendicular a $\vec{a}_2$ (a aceleração no instante $t_2 = 5{,}00$ s), calculando o produto escalar das duas acelerações:

$$\vec{a}_1\cdot\vec{a}_2 = [(6{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} + (4{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}]\cdot[(4{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} + (-6{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}] = 0.$$

Como os vetores aceleração apontam para o centro da circunferência, isso significa que as duas posições estão separadas por um quarto de circunferência (ou três quartos de circunferência, dependendo do sentido em que a diferença é medida). É fácil constatar, acompanhando o movimento da partícula, que se o movimento é no sentido anti-horário (como afirma o enunciado), a partícula descreve três quartos de circunferência ao se deslocar da posição que ocupa no instante t_1 para a posição que ocupa no instante t_2. Chamando o período de T, temos $t_2 - t_1 = 3{,}00$ s = $3T/4$, o que nos dá $T = 4{,}00$ s. O módulo da aceleração é

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(6{,}00\ \text{m/s}^2)^2 + (4{,}00\ \text{m/s})^2} = 7{,}21\ \text{m/s}^2.$$

De acordo com as Eqs. 4-34 e 4-35, $a = 4\pi^2 r / T^2$, o que nos dá

$$r = \frac{aT^2}{4\pi^2} = \frac{(7{,}21\ \text{m/s}^2)(4{,}00\ \text{s})^2}{4\pi^2} = 2{,}92\ \text{m}.$$

64. No movimento circular uniforme, o vetor aceleração instantânea aponta sempre para o centro da circunferência. Assim, o centro está "verticalmente acima" do ponto citado (em um sistema de eixos convencional, com o eixo x na horizontal e o eixo y na vertical).

(a) Como o centro está "verticalmente acima" do ponto (4,00 m, 4,00 m), a coordenada x do centro é 4,00 m.

(b) Para calcular a coordenada y, precisamos conhecer o raio da circunferência. De acordo com a Eq. 4-34,

$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{(5{,}00\ \text{m/s})^2}{12{,}5\ \ \text{m/s}^2} = 2{,}00\ \text{m}.$$

Assim, a coordenada y do centro é 2,00 m + 4,00 m = 6,00 m e o centro é um ponto de coordenadas (x, y) = (4,00 m, 6,00 m).

65. Como o período do movimento circular uniforme é $T = 2\pi r / v$, em que r é o raio e v é a velocidade escalar, a aceleração centrípeta pode ser escrita na forma

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{1}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Com base nessa expressão, a razão entre as acelerações da carteira e da bolsa é igual à razão entre as distâncias a que se encontram do centro: $a_{\text{carteira}}/a_{\text{bolsa}}$ = 3,00/2,00 = 1,50. Como as duas acelerações estão sobre a mesma linha radial, temos:

$$a_{\text{carteira}} = 1{,}50[(2{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} + (4{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}] = (3{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} + (6{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}.$$

66. O fato de que a velocidade está na direção $+y$ e a aceleração na direção $+x$ no instante $t_1 = 4{,}00$ s significa que o movimento é no sentido horário. A posição corresponde à posição das "9 horas". Por outro lado, a posição no instante $t_2 = 10{,}0$ s corresponde à posição das "6 horas", já que a velocidade aponta na direção $-x$ e a aceleração na direção $+y$. Isso significa que o intervalo de tempo $\Delta t = 10{,}0\ \text{s} - 4{,}00\ \text{s} = 6{,}00\ \text{s}$ é igual a 3/4 de período:

$$6{,}00\ \text{s} = \frac{3}{4}T \quad \Rightarrow \quad T = 8{,}00\ \text{s}.$$

De acordo com a Eq. 4-35, temos:

$$r = \frac{vT}{2\pi} = \frac{(3{,}00\ \text{m/s})(8{,}00\ \text{s})}{2\pi} = 3{,}82\ \text{m}.$$

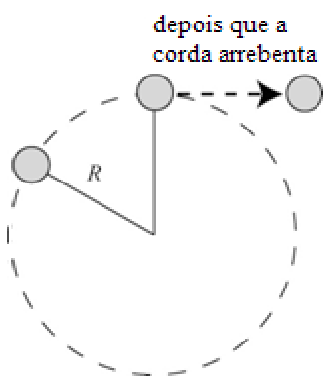
(a) A coordenada x do centro da trajetória circular é $x = 5{,}00\ \text{m} + 3{,}82\ \text{m} = 8{,}82\ \text{m}$.

(b) A coordenada y do centro da trajetória circular é $y = 6{,}00\ \text{m}$.

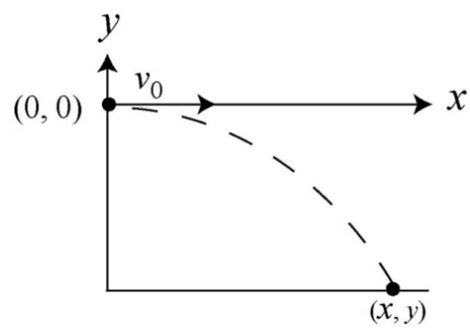
Assim, o centro da circunferência está no ponto (x,y) = (8,82 m, 6,00 m).

67. PENSE Neste problema, uma pedra está girando em círculos em um plano horizontal, presa a uma corda. Quando a corda arrebenta, a pedra passa a descrever uma trajetória balística.

FORMULE A pedra está descrevendo inicialmente uma trajetória circular (vista superior na figura da esquerda), mas passa a descrever uma trajetória balística a partir do instante em que a corda arrebenta (vista lateral na figura da direita). Como $a = v^2/R$, para calcular a aceleração centrípeta da pedra precisamos conhecer a velocidade tangencial da pedra durante o movimento circular (que é igual à velocidade inicial da pedra quando a corda arrebenta). Podemos usar as equações do movimento balístico (discutidas no Módulo 4-4 do livro) para calcular essa velocidade.



(vista superior)



(vista lateral)

Vamos tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto em que a pedra inicia o movimento balístico e tomar como positivo o sentido para cima do eixo y, como mostra a figura da direita. Nesse caso, as coordenadas da pedra durante o movimento balístico são dadas por $x = v_0 t$ e $y = -\frac{1}{2}gt^2$ (já que $v_{0y} = 0$). De acordo com os dados do problema, a pedra atinge o solo no ponto em que x = 10 m e $y = -2{,}0$ m .

ANALISE Explicitando o tempo t na equação da componente y do movimento, obtemos $t = \sqrt{-2y/g}$. Substituindo t pelo seu valor na equação da componente x do movimento e explicitando a velocidade v_0, obtemos

$$v_0 = x\sqrt{-\frac{g}{2y}} = (10\text{ m})\sqrt{-\frac{9{,}8\text{ m/s}^2}{2(-2{,}0\text{ m})}} = 15{,}7\text{ m/s}$$

Assim, o módulo da aceleração centrípeta é

$$a = \frac{v_0^2}{R} = \frac{(15{,}7\text{ m/s})^2}{1{,}5\text{ m}} = 160\text{ m/s}^2$$

APRENDA Podemos combinar essas equações para obter a relação $x = \sqrt{-2yRa/g}$. De acordo com essa relação, quanto maior a aceleração centrípeta, maior a distância atingida pela pedra antes de se chocar com o solo. Isso é razoável, já que, de acordo com a relação $a = v^2/R$, quanto maior a aceleração centrípeta, maior a velocidade inicial do movimento balístico.

68. De acordo com o enunciado, depois de três segundos ($t_2 - t_1$ = 3,00 s), a velocidade tem a mesma direção e o sentido oposto. Isso significa que o gato leva três segundos para percorrer metade da circunferência. Assim, T = 2(3,00 s) = 6,00 s.

(a) Usando a Eq. 4-35, $r = vT/2\pi$, em que $v = \sqrt{(3{,}00\text{ m/s})^2 + (4{,}00\text{ m/s})^2} = 5{,}00\text{ m/s}$, obtemos $r = 4{,}77$ m . O módulo da aceleração centrípeta do gato é, portanto, $a = v^2/r$ = 5,24 m/s².

(b) A aceleração média do gato é dada pela Eq. 4-15:

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-3{,}00\hat{\text{i}} - 4{,}00\hat{\text{j}})\text{ m/s} - (3{,}00\hat{\text{i}} + 4{,}00\hat{\text{j}})\text{ m/s}}{5{,}00\text{ s} - 2{,}00\text{ s}} = (-2{,}00\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (-2{,}67\text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}$$

e, portanto, $|\vec{a}_{\text{méd}}| = \sqrt{(-2{,}00\ \text{m/s}^2)^2 + (-2{,}67\ \text{m/s}^2)^2} = 3{,}33\ \text{m/s}^2$.

69. Usamos a Eq. 4-15 primeiro para as velocidades em relação à picape (índice *p*) e depois em relação ao solo (índice *s*). Como vamos trabalhar usando unidades do SI, fazemos as conversões 20 km/h → 5,6 m/s, 30 km/h → 8,3 m/s e 45 km/h → 12,5 m/s. Escolhemos o eixo $+\hat{\text{i}}$ como a direção leste.

(a) De acordo com a Eq. 4-44, a velocidade do guepardo (índice *c*) no final do intervalo de 2,0 s é

$$\vec{v}_{\text{gp}} = \vec{v}_{\text{gs}} - \vec{v}_{\text{ps}} = (12{,}5\ \text{m/s})\ \hat{\text{i}} - (-5{,}6\ \text{m/s})\ \hat{\text{i}} = (18{,}1\ \text{m/s})\ \hat{\text{i}}$$

em relação à picape. Como a aceleração do guepardo em relação à picape no início do intervalo de 2,0 s é $(-8{,}3\ \text{m/s})\hat{\text{i}}$, o vetor aceleração média do guepardo em relação ao cinegrafista (que está na picape) é

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{(18{,}1\ \text{m/s})\hat{\text{i}} - (-8{,}3\ \text{m/s})\hat{\text{i}}}{2{,}0\ \text{s}} = (13\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}},$$

o que nos dá $|\vec{a}_{\text{méd}}| = 13\ \text{m/s}^2$.

(b) A direção de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é $+\hat{\text{i}}$, ou seja, a direção leste.

(c) De acordo com a Eq. 4-44, a velocidade do guepardo no início do intervalo de 2,0 s é

$$\vec{v}_{0\text{gs}} = \vec{v}_{0\text{gp}} + \vec{v}_{0\text{ps}} = (-8{,}3\ \text{m/s})\hat{\text{i}} + (-5{,}6\ \text{m/s})\hat{\text{i}} = (-13{,}9\ \text{m/s})\hat{\text{i}}$$

em relação ao solo. O vetor aceleração média em relação ao membro da equipe que está na margem da estrada é

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{(12{,}5\ \text{m/s})\hat{\text{i}} - (-13{,}9\ \text{m/s})\hat{\text{i}}}{2{,}0\ \text{s}} = (13\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}}, \quad |\vec{a}_{\text{méd}}| = 13\ \text{m/s}^2$$

o mesmo resultado do item (a).

(d) A direção de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é $+\hat{\text{i}}$, ou seja, a direção leste.

70. Usamos a Eq. 4-44, notando que o sentido rio acima corresponde à direção $+\hat{\text{i}}$.

(a) Vamos usar o índice *b* para o barco, o índice *a* para a água e o índice *m* para a margem.

$$\vec{v}_{\text{bm}} = \vec{v}_{\text{ba}} + \vec{v}_{\text{am}} = (14\ \text{km/h})\ \hat{\text{i}} + (-9\ \text{km/h})\ \hat{\text{i}} = (5\ \text{km/h})\ \hat{\text{i}}.$$

Assim, $|\vec{v}_{\text{bm}}| = 5\ \text{km/h}$.

(b) A orientação de $\vec{v}_{\text{bm}}$ é $+x$, ou seja, rio acima.

(c) Usando o índice *c* para a criança, temos:

$$\vec{v}_{\text{cm}} = \vec{v}_{\text{cb}} + \vec{v}_{\text{bm}} = (-6\ \text{km/h})\ \hat{\text{i}} + (5\ \text{km/h})\ \hat{\text{i}} = (-1\ \text{km/h})\ \hat{\text{i}}\cdot$$

Assim, $|\vec{v}_{\text{cm}}| = 1\ \text{km/h}$.

(d) A orientação de $\vec{v}_{\text{cm}}$ é $-x$, ou seja, rio abaixo.

71. Enquanto o homem se move no sentido da esteira rolante (cobrindo uma distância *d* em relação ao solo em um tempo t_1 = 2,50 s), a Eq. 4-44 nos dá

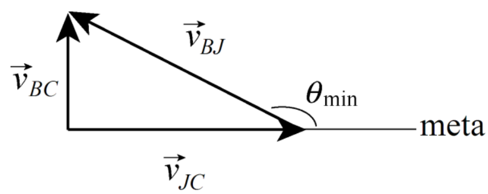
$$v_{\text{esteira}} + v_{\text{homem}} = \frac{d}{t_1}.$$

Quando o homem corre no sentido oposto (levando um tempo $t_2 = 10{,}0$ s), temos:

$$v_{\text{esteira}} - v_{\text{homem}} = -\frac{d}{t_2}.$$

Resolvendo esse sistema de equações e calculando a razão pedida, temos:

$$\frac{v_{\text{homem}}}{v_{\text{esteira}}} = \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2} = \frac{12{,}5}{7{,}5} = \frac{5}{3} = 1{,}67.$$



72. Chamamos a velocidade do jogador em relação ao campo de $\vec{v}_{JC}$ e a velocidade relativa da bola em relação ao jogador de $\vec{v}_{BJ}$. Nesse caso, a velocidade $\vec{v}_{BC}$ da bola em relação ao campo é dada por $\vec{v}_{BC} = \vec{v}_{JC} + \vec{v}_{BJ}$. O menor ângulo, $\theta_{\text{mín}}$, corresponde ao caso em que $\vec{v}_{BC} \perp \vec{v}_{JC}$. Assim,

$$\theta_{\text{mín}} = 180° - \cos^{-1}\left(\frac{|\vec{v}_{JC}|}{|\vec{v}_{BJ}|}\right) = 180° - \cos^{-1}\left(\frac{4{,}0 \text{ m/s}}{6{,}0 \text{ m/s}}\right) = 130°.$$

73. Usamos os índices p e m para designar o policial e o motorista. O sistema de coordenadas é o da Fig. 4-46.

(a) A velocidade do motorista em relação ao policial é

$$\vec{v}_{mp} = \vec{v}_m - \vec{v}_p = (-60 \text{ km/h})\hat{\jmath} - (-80 \text{ km/h})\hat{\imath} = (80 \text{ km/h})\hat{\imath} - (60 \text{ km/h})\hat{\jmath}.$$

(b) $\vec{v}_{mp}$ tem a mesma direção que a reta que liga os dois carros. Observando a Fig. 4-46, vemos que o vetor que aponta de um carro para o outro é $\vec{r} = (800 \text{ m})\hat{\imath} - (600 \text{ m})\hat{\jmath}$ (de M para P). Como a razão entre os componentes de $\vec{r}$ é igual à razão entre os componentes de $\vec{v}_{mp}$, os dois vetores têm a mesma direção.

(c) Não, as respostas permanecem as mesmas.

74. Supondo que a velocidade do avião e a velocidade do vento são constantes, a velocidade do avião em relação ao solo é

$$\vec{v}_{AS} = (55 \text{ km})/(1/4 \text{ hora})\,\hat{\jmath} = (220 \text{ km/h})\hat{\jmath}.$$

Além disso,

$$\vec{v}_{ArS} = (42 \text{ km/h})(\cos 20°\hat{\imath} - \text{sen } 20°\hat{\jmath}) = (39 \text{ km/h})\hat{\imath} - (14 \text{ km/h})\hat{\jmath}.$$

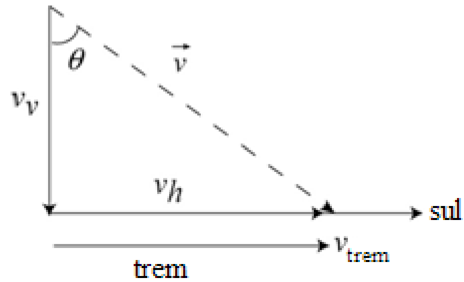
Usando a relação $\vec{v}_{AS} = \vec{v}_{AAr} + \vec{v}_{ArS}$, temos:

$$\vec{v}_{AAr} = \vec{v}_{AS} - \vec{v}_{ArS} = -(39 \text{ km/h})\hat{\imath} + (234 \text{ km/h})\hat{\jmath}.$$

o que significa que $|\vec{v}_{AAr}| = 237$ km/h ou aproximadamente 240 km/h.

75. PENSE Este problema envolve o movimento relativo em duas dimensões. As gotas de chuva parecem cair verticalmente do ponto de vista de um observador a bordo de um trem em movimento.

FORMULE Para que as gotas de chuva caiam verticalmente em relação ao trem, a componente horizontal da velocidade das gotas de chuva, v_h = 30 m/s, deve ser igual à velocidade do trem, ou seja, $v_h = v_{\text{trem}}$ (veja a figura).



Por outro lado, se v_v é a componente vertical da velocidade das gotas de chuva e θ é o ângulo entre a direção do movimento e a vertical, tan $\theta = v_h/v_v$. Conhecendo θ e v_h, podemos determinar v_v; conhecendo v_v e v_h, podemos calcular a velocidade das gotas de chuva.

ANALISE Para $\theta = 70°$, temos

$$v_v = v_h/\tan\theta = (30 \text{ m/s})/\tan 70° = 10{,}9 \text{ m/s}$$

Assim, a velocidade das gotas de chuva é

$$v = \sqrt{v_h^2 + v_v^2} = \sqrt{(30 \text{ m/s})^2 + (10{,}9 \text{ m/s})^2} = 32 \text{ m/s}$$

APRENDA Para que os passageiros do trem tenham a impressão de que as gotas de chuva estão caindo verticalmente, basta que a velocidade do trem seja igual à componente horizontal da velocidade das gotas de chuva.

76. Escolhendo os eixos de tal forma que o semieixo y positivo aponta para o norte e o semieixo x positivo aponta para leste, a orientação do ponto de destino é $\vec{D} = 800 \text{ km } \hat{\text{j}}$. Como a viagem leva duas horas, a velocidade do avião em relação ao solo é $\vec{v}_{AS}$ = (400 km/h) $\hat{\text{j}}$. Essa velocidade é a soma vetorial da velocidade do avião em relação ao ar, cujas componentes são (500 cos70º, 500 sen70º), com a velocidade do ar (vento) em relação ao solo, $\vec{v}_{\text{ArS}}$. Assim,

$$(400 \text{ km/h})\ \hat{\text{j}} = (500 \text{ km/h}) \cos 70^\circ\ \hat{\text{i}} + (500 \text{ km/h}) \text{ sen } 70^\circ\ \hat{\text{j}} + \vec{v}_{\text{ArS}},$$

o que nos dá

$$\vec{v}_{\text{ArS}} = (-171 \text{ km/h})\,\hat{\text{i}} - (70{,}0 \text{ km/h})\,\hat{\text{j}}.$$

(a) O módulo de $\vec{v}_{\text{ArS}}$ é $|\vec{v}_{\text{ArS}}| = \sqrt{(-171 \text{ km/h})^2 + (-70{,}0 \text{ km/h})^2} = 185$ km/h.

(b) A orientação de $\vec{v}_{\text{ArS}}$ é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-70{,}0 \text{ km/h}}{-171 \text{ km/h}}\right) = 22{,}3^\circ \ \text{(ao sul do oeste).}$$

77. PENSE Este problema envolve o movimento relativo em duas dimensões. Flocos de neve que caem verticalmente parecem cair fazendo um ângulo com a vertical, do ponto de vista de um observador em movimento.

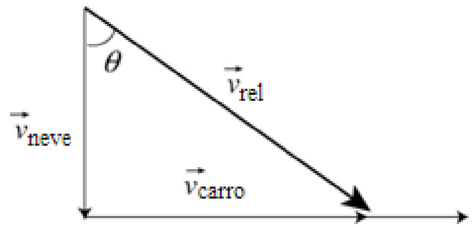
FORMULE Do ponto de vista do motorista, a velocidade dos flocos de neve tem uma componente vertical $v_v = 8{,}0$ m/s e uma componente horizontal $v_h = 50 \text{ km/h} = 13{,}9$ m/s.

ANALISE O ângulo θ que a trajetória aparente dos flocos de neve faz com a vertical obedece à relação

$$\tan\theta = \frac{v_h}{v_v} = \frac{13{,}9 \text{ m/s}}{8{,}0 \text{ m/s}} = 1{,}74$$

o que nos dá $\theta = 60°$.

APRENDA O problema também pode ser resolvido usando uma soma vetorial: $\vec{v}_{\text{rel}} = \vec{v}_{\text{carro}} + \vec{v}_{\text{neve}}$, como mostra a figura.



78. Usamos as Eqs. 4-44 e 4-45.

A velocidade do jipe P em relação a A no instante considerado é

$$\vec{v}_{PA} = (40{,}0 \text{ m/s})(\cos 60°\hat{\text{i}} + \text{sen } 60°\hat{\text{j}}) = (20{,}0 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (34{,}6 \text{ m/s})\hat{\text{j}}.$$

A velocidade do jipe B em relação a A no mesmo instante é

$$\vec{v}_{BA} = (20{,}0 \text{ m/s})(\cos 30°\hat{\text{i}} + \text{sen } 30°\hat{\text{j}}) = (17{,}3 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (10{,}0 \text{ m/s})\hat{\text{j}}.$$

Assim, a velocidade de P em relação a B é

$$\vec{v}_{PB} = \vec{v}_{PA} - \vec{v}_{BA} = (20{,}0\hat{\text{i}} + 34{,}6\hat{\text{j}}) \text{ m/s} - (17{,}3\hat{\text{i}} + 10{,}0\hat{\text{j}}) \text{ m/s} = (2{,}68 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (24{,}6 \text{ m/s})\hat{\text{j}}.$$

(a) O módulo de $\vec{v}_{PB}$ é $|\vec{v}_{PB}| = \sqrt{(2{,}68 \text{ m/s})^2 + (24{,}6 \text{ m/s})^2} = 24{,}8 \text{ m/s}.$

(b) A orientação de $\vec{v}_{PB}$ é $\theta = \tan^{-1}[(24{,}6 \text{ m/s})/(2{,}68 \text{ m/s})] = 83{,}8°$ ao norte do leste (ou 6,2° a leste do norte).

(c) A aceleração do jipe P é

$$\vec{a}_{PA} = (0{,}400 \text{ m/s}^2)(\cos 60{,}0°\hat{\text{i}} + \text{sen } 60{,}0°\hat{\text{j}}) = (0{,}200 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (0{,}346 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}},$$

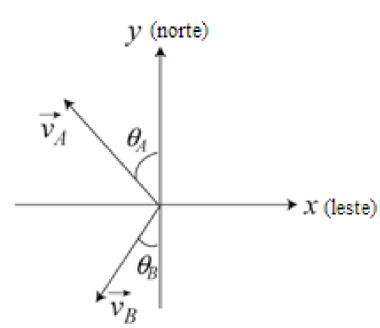
e $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$. Assim, $|\vec{a}_{PB}| = 0{,}400 \text{ m/s}^2$.

(d) A orientação é 60,0° ao norte do leste (ou 30,0° ao leste do norte).

79. PENSE Este problema envolve o movimento relativo de embarcações que navegam em direções diferentes.

FORMULE Para $\theta_A = 45°$ e $\theta_B = 40°$, como mostra a figura, os vetores velocidade (em relação à costa) dos navios A e B são

$$\vec{v}_A = -(v_A \cos 45°)\,\hat{\text{i}} + (v_A \text{sen } 45°)\,\hat{\text{j}}$$
$$\vec{v}_B = -(v_B \text{sen } 40°)\,\hat{\text{i}} - (v_B \cos 40°)\,\hat{\text{j}}$$



em que v_A = 24 nós e v_B = 28 nós. Tomamos o leste como sendo $+\hat{\text{i}}$ e o norte como sendo $+\hat{\text{j}}$.

A velocidade do navio A em relação ao navio B é dada por $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$.

ANALISE (a) A velocidade relativa é

$$\begin{aligned}\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B &= (v_B \operatorname{sen} 40° - v_A \cos 45°)\hat{\mathrm{i}} + (v_B \cos 40° + v_A \operatorname{sen} 45°)\,\hat{\mathrm{j}} \\ &= (1{,}03 \text{ nó})\hat{\mathrm{i}} + (38{,}4 \text{ nó})\hat{\mathrm{j}}\end{aligned}$$

cujo módulo é $|\vec{v}_{AB}| = \sqrt{(1{,}03 \text{ nó})^2 + (38{,}4 \text{ nós})^2} \approx 38{,}4$ nós.

(b) O ângulo θ_{AB} que $\vec{v}_{AB}$ faz com a direção norte é dado por

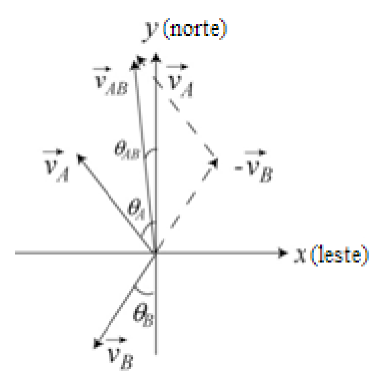
$$\theta_{AB} = \tan^{-1}\left(\frac{v_{AB,x}}{v_{AB,y}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}03 \text{ nós}}{38{,}4 \text{ nós}}\right) = 1{,}5°$$

o que significa que a direção de $\vec{v}_{AB}$ faz um ângulo de 1,5° a leste do norte.

(c) Como os dois navios deixaram o porto ao mesmo tempo, a velocidade relativa é uma medida da taxa de aumento com o tempo da distância entre eles. Como a taxa é constante, temos

$$t = \frac{|\Delta r_{AB}|}{|\vec{v}_{AB}|} = \frac{160 \text{ milhas náuticas}}{38{,}4 \text{ nós}} = 4{,}2 \text{ h}$$

(d) Neste problema, a velocidade $\vec{v}_{AB}$ não varia com o tempo, e $\vec{r}_{AB}$ tem a mesma direção que $\vec{v}_{AB}$, já que os navios partiram ao mesmo tempo. Invertendo os pontos de vista, $\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{BA}$ e, portanto, $\vec{r}_{AB} = -\vec{r}_{BA}$ (ou seja, os vetores apontam em sentidos opostos). Assim, concluímos que *B* segue uma rota 1,5° a oeste do sul em relação a *A* durante a viagem (desprezando a curvatura da Terra).



APRENDA A velocidade relativa é mostrada na figura anterior. Diagramas vetoriais como esse podem ser muito úteis no caso de movimentos relativos em duas dimensões.

80. Este é um problema clássico que envolve movimento relativo em duas dimensões. Escolhemos os eixos de tal forma que o semieixo *x* positivo corresponde a leste e o semieixo *y* positivo corresponde ao norte. Escrevemos a equação da soma de vetores como $\vec{v}_{BM} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{AM}$. Sabemos que $\vec{v}_{AM} = (2{,}0\angle 0°)$ na notação módulo ângulo (com unidades do SI implícitas) ou $\vec{v}_{AM} = 2{,}0\hat{\mathrm{i}}$ na notação dos vetores unitários. Temos também $\vec{v}_{BA} = (8{,}0\angle 120°)$, em que o ângulo foi medido da forma "convencional" (no sentido anti-horário a partir do semieixo *x* positivo), ou, na notação dos vetores unitários, $\vec{v}_{BA} = (-4{,}0\hat{\mathrm{i}}+6{,}9\hat{\mathrm{j}})$.

(a) Podemos obter $\vec{v}_{BM}$ através de uma soma vetorial:

$$\vec{v}_{BM} = v_{BA} + \vec{v}_{AM} = (2{,}0 \text{ m/s})\,\hat{\mathrm{i}} + (-4{,}0\hat{\mathrm{i}}+6{,}9\hat{\mathrm{j}}) \text{ m/s} = (-2{,}0 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (6{,}9 \text{ m/s})\,\hat{\mathrm{j}}.$$

Assim, $|\vec{v}_{BM}| = 7{,}2$ m/s.

(b) A orientação de $\vec{v}_{BM}$ é $\theta = \tan^{-1}[(6{,}9 \text{ m/s})/(-2{,}0 \text{ m/s})] = 106°$ (medido no sentido anti-horário a partir do semieixo *x* positivo) ou 16° a oeste do norte.

(c) Como as velocidades são constantes, podemos usar a equação $y - y_0 = v_y t$ em qualquer referencial. No referencial da margem temos $(200 \text{ m}) = (7{,}2 \text{ m/s})\operatorname{sen}(106°)t \rightarrow t = 29$ s. Nota: se um aluno obteve como resposta "28 s", é provável que não tenha usado corretamente a equação da componente *y* (um erro comum).

81. Vamos usar o subscrito *M* para indicar o mar e escolher os eixos de tal forma que o semieixo *x* positivo corresponde a leste e o semieixo *y* positivo corresponde ao norte. Assim, o ângulo que corresponde a leste é 0° e o ângulo que corresponde ao sul é –90° ou 270°. A unidade de comprimento utilizada é o quilômetro.

(a) Como $\vec{v}_{AM} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BM}$,

$$\vec{v}_{AB} = (22 \angle -90°) - (40 \angle 37°) = (56 \angle -125°)$$

na notação módulo-ângulo (que é mais conveniente para resolver problemas de vetores usando calculadoras). Convertendo para a notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{v}_{AB} = (-32\,\text{km/h})\,\hat{\text{i}} - (46\ \text{km/h})\,\hat{\text{j}}\,.$$

Naturalmente, poderíamos ter trabalhado na notação dos vetores unitários desde o começo.

(b) Como as componentes da velocidade são constantes, é fácil integrá-las em relação ao tempo para obter o vetor posição $(\vec{r} - \vec{r}_0 = \int \vec{v}\ dt)$:

$$\vec{r} = (2{,}5 - 32t)\ \hat{\text{i}} + (4{,}0 - 46t)\,\hat{\text{j}}$$

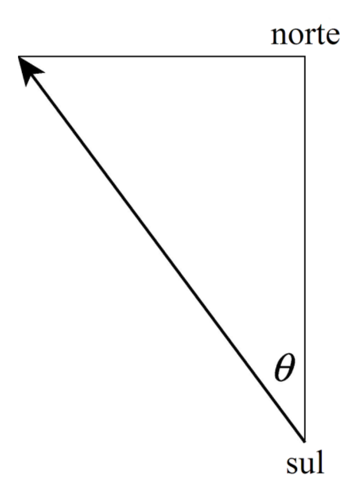
com as distâncias em quilômetros e o tempo em horas.

(c) O módulo do vetor posição é $r = \sqrt{(2{,}5-32t)^2 + (4{,}0-46t)^2}$. Para determinar o instante em que *r* é mínimo, derivamos a expressão de *r* em relação ao tempo e igualamos o resultado a zero:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2}\frac{6286t - 528}{\sqrt{(2{,}5-32t)^2 + (4{,}0-46t)^2}} = 0$$

o que nos dá $t = 0{,}084$ h.

(d) Substituindo o valor de *t* obtido no item (c) na expressão de *r*, obtemos $r = 0{,}2$ km. Naturalmente, se realizarmos os cálculos em uma calculadora, obteremos um número maior de algarismos ($r = 0{,}225\ldots$), mas eles não são importantes; na verdade, dada a imprecisão inevitável dos dados do problema, os capitães dos navios certamente ficariam preocupados com a possibilidade de uma colisão.



82. Construímos um triângulo retângulo começando na clareira da margem sul, traçando uma reta de 200 m de comprimento na direção norte (para cima, na figura), que atravessa o rio, e uma reta na direção oeste (rio acima, para a esquerda no desenho), ao longo da margem norte do rio, por uma distância de $(82 \text{ m}) + (1{,}1 \text{ m/s})t$, na qual o termo que depende de t é a distância que o barco irá percorrer paralelamente às margens durante o tempo t por causa da correnteza do rio.

A hipotenusa desse triângulo retângulo (indicada por uma seta na figura) também depende de t e da velocidade do barco (em relação à água) e deve ser igual à "soma" pitagórica dos lados do triângulo:

$$(4{,}0)t = \sqrt{200^2 + (82 + 1{,}1t)^2}$$

o que leva a uma equação do segundo grau em t,

$$46.724 + 180{,}4t - 14{,}8t^2 = 0.$$

(b) Resolvendo a equação acima, encontramos apenas um valor positivo: $t = 62{,}6$ s.

(a) O ângulo entre o cateto norte (200 m) do triângulo e a hipotenusa (que é medido "a oeste do norte") é dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{82 + 1{,}1t}{200}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{151}{200}\right) = 37°.$$

83. Escolhemos os eixos de tal forma que $\hat{\text{i}}$ aponta para a outra margem do rio (perpendicularmente à correnteza) e $\hat{\text{j}}$ aponta na direção da correnteza. Sabemos que o módulo (presumivelmente constante) da velocidade do barco em relação à água é $|\vec{v}_{ba}| = 6{,}4$ km/h. O ângulo da velocidade do barco em relação ao eixo x é θ. A velocidade da água em relação à margem é $\vec{v}_{am} = (3{,}2 \text{ km/h})\hat{\text{j}}$.

(a) Para que a mulher chegue a um ponto "diametralmente oposto" ao ponto de partida, a velocidade do barco em relação à margem deve ser $\vec{v}_{bm} = v_{bm}\hat{\text{i}}$, na qual $v_{bm} > 0$ é desconhecida. Assim, todas as componentes $\hat{\text{j}}$ devem se cancelar na soma vetorial $\vec{v}_{ba} + \vec{v}_{am} = \vec{v}_{bm}$, o que significa que $\vec{v}_{bm} \operatorname{sen}\theta = (-3{,}2 \text{ km/h})\hat{\text{j}}$; assim,

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1} [(-3{,}2 \text{ km/h})/(6{,}4 \text{ km/h})] = -30°.$$

(b) Usando o resultado do item (a), temos $v_{bm} = v_{ba} \cos\theta = 5{,}5$ km/h. Assim, o tempo necessário para que o barco percorra uma distância $\ell = 6{,}4$ km é (6,4 km)/(5,5 km/h) = 1,15 h ou 69 min.

(c) Se a mulher rema na direção do eixo y (como afirma o enunciado) e sabendo que a velocidade da água em relação à margem é $v_{am} = 3{,}2$ km/h, temos:

$$t_{\text{total}} = \frac{D}{v_{ba} + v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} = 1{,}33 \text{ h}$$

em que $D = 3{,}2$ km. Esse tempo equivale a 80 min.

(d) Como

$$\frac{D}{v_{ba} + v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} = \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} + v_{am}},$$

o resultado é o mesmo do item (c), $_{\text{total}} = 80 \text{ min}$.

(e) O ângulo para atravessar o rio no menor tempo possível é $\theta = 0°$. Isso pode ser demonstrado notando que no caso de um ângulo qualquer θ

$$\vec{v}_{bm} = \vec{v}_{ba} + \vec{v}_{am} = v_{ba}\cos\theta\ \hat{\text{i}} + (v_{ba}\operatorname{sen}\theta + v_{am})\ \hat{\text{j}}$$

em que a componente x de $\vec{v}_{bm}$ é igual a l/t. Assim,

$$t = \frac{l}{v_{ba}\cos\theta}$$

que pode ser minimizado fazendo $dt/d\theta = 0$.

(f) A expressão do item (e) nos dá t = (6,4 km)/(6,4 km/h) = 1,0 h ou 60 min.

84. A velocidade de lançamento da bola de gelo em relação ao trenó é $\vec{v}_{0\text{rel}} = v_{0x}\hat{\text{i}} + v_{0y}\hat{\text{j}}$. Como o trenó está se movendo no sentido negativo do eixo x com velocidade v_s (note que estamos tratando v_s como um número positivo e, portanto, a velocidade do trenó é $-v_s\hat{\text{i}}$), a velocidade de lançamento em relação ao solo é $\vec{v}_0 = (v_{0x} - v_s)\hat{\text{i}} + v_{0y}\hat{\text{j}}$. Os deslocamentos horizontal e vertical em relação ao solo são, portanto,

$$x_{\text{solo}} - x_{\text{lançamento}} = \Delta x_{\text{bs}} = (v_{\text{ox}} - v_{\text{t}})\, t_{voo}$$

$$y_{\text{solo}} - y_{\text{lançamento}} = 0 = v_{0y} t + \frac{1}{2}(-g)(t)^2 .$$

Combinando as duas equações, obtemos

$$\Delta x_{bs} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} - \left(\frac{2v_{0y}}{g}\right)v_t .$$

O primeiro termo corresponde à “interseção com o eixo y” do gráfico e o segundo termo (entre parênteses) corresponde ao valor absoluto da “inclinação”. De acordo com a figura, temos:

$$\Delta x_{bt} = 40 - 4v_t .$$

Isso significa que v_{oy} = (4,0 s)(9,8 m/s^2)/2 = 19,6 m/s, o que nos fornece informações suficientes para calcular v_{ox}.

(a) $v_{ox} = 40g/2v_{oy}$ = (40 m)(9,8 m/s^2)/(39,2 m/s) = 10 m/s.

(b) Como vimos acima, v_{oy} = 19,6 m/s.

(c) Como o deslocamento em relação ao trenó, Δx_{bt}, não depende da velocidade do trenó, $\Delta x_{bt} = v_{ox}\, t_{voo}$ = 40 m.

(d) Como no item (c), o deslocamento Δx_{bs} não depende da velocidade do trenó e, portanto, Δx_{bs} = 40 m.

85. Usando a relação deslocamento = velocidade × tempo para os diferentes trechos do percurso, temos a seguinte soma vetorial:

(1667 m ∠ 0°) + (1333 m ∠ –90°) + (333 m ∠ 180°) + (833 m ∠ –90°) + (667 m ∠ 180°) + (417 m ∠ –90°) = (2668 m ∠ –76°).

(a) O módulo do deslocamento é 2,7 km.

(b) A direção do deslocamento é 76° no sentido horário (em relação à direção inicial do movimento).

86. Usamos um sistema de coordenadas com o semieixo x positivo para leste e o semieixo y positivo para o norte.

(a) Notamos que, como 123° é o ângulo entre a posição inicial e a posição final, o ângulo entre o semieixo x positivo e a posição final é 40° + 123° = 163°. Na notação dos vetores unitários, os vetores posição da posição inicial e da posição final são

$$\vec{r}_1 = (360\text{ m})\cos(40°)\,\hat{\text{i}} + (360\text{ m})\text{sen}(40°)\,\hat{\text{j}} = (276\text{ m})\hat{\text{i}} + (231\text{ m})\,\hat{\text{j}}$$
$$\vec{r}_2 = (790\text{ m})\cos(163°)\,\hat{\text{i}} + (790\text{ m})\text{sen}(163°)\,\hat{\text{j}} = (-755\text{ m})\hat{\text{i}} + (231\text{ m})\hat{\text{j}}$$

respectivamente. Assim, de acordo com a Eq. 4-3,

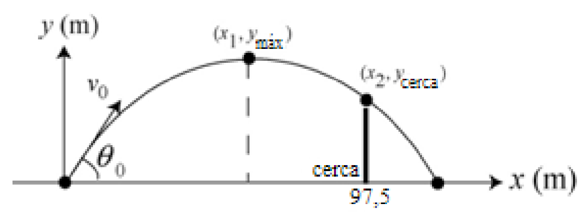
$$\Delta\vec{r} = [(-755\text{ m}) - (276\text{ m})]\hat{\text{i}} + (231\text{ m} - 231\text{ m})\hat{\text{j}} = -(1031\text{ m})\,\hat{\text{i}}.$$

O módulo do deslocamento $\Delta\vec{r}$ é $|\Delta\vec{r}| = 1031$ m.

(b) A orientação de $\Delta\vec{r}$ é $-\hat{\text{i}}$, ou seja, na direção oeste.

87. PENSE Este problema envolve a trajetória balística de uma bola de beisebol. Dada a posição da bola em dois instantes de tempo, devemos calcular os parâmetros da trajetória.

FORMULE A figura mostra a trajetória da bola. De acordo com o enunciado do problema, no instante $t_1 = 3{,}0$ s, a bola atinge a altura máxima $y_{\text{máx}}$ e, no instante $t_2 = t_1 + 2{,}5\text{ s} = 5{,}5\text{ s}$, passa rente a uma cerca situada no ponto $x_2 = 97{,}5$ m.



A Eq. 2-18 pode ser aplicada à componente vertical do movimento; substituindo *x* por *y*, tomando o solo como origem, e fazendo $v = v_y$ e $a = -g$, a equação se torna

$$y = v_y t - \frac{1}{2}gt^2$$

ANALISE (a) Quando a bola atinge a altura máxima, $t_1 = 3$ s, $v_y = 0$ e, portanto,

$$y_{\text{máx}} = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2 = 44{,}1\text{ m}$$

(b) Depois de atingir a altura máxima, a bola começa a descer e atinge a altura da cerca no instante t_2. De acordo com a Eq. 2-18, a distância vertical percorrida entre os instantes t_1 e t_2 é dada por

$$y_{\text{cerca}} - y_{\text{máx}} = 0 - \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)^2$$

Assim, para $y_{\text{máx}} = 44{,}1$ m e $t_2 - t_1 = 2{,}5$ s, temos

$$y_{\text{cerca}} = y_{\text{máx}} - \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)^2 = 44{,}1\text{ m} - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(2{,}5\text{ s})^2 = 13{,}48\text{ m}$$

(c) Como a componente horizontal da velocidade é constante (desprezando a resistência do ar), a relação 97,5 m = v_{0x}(5,5 s) nos dá v_{0x} = 17,73 m/s. Além disso, por simetria, sabemos que o tempo total de percurso é duas vezes maior que o tempo necessário para atingir a altura máxima, ou seja, $T = 2t_1 = 2(3{,}0\text{ s}) = 6{,}0$ s. Assim, a distância horizontal percorrida pela bola até se chocar com o solo é

$$R = v_{0x}T = (17{,}7\text{ m/s})(6{,}0\text{ s}) = 106{,}4\text{ m}$$

o que significa que, depois de passar pela cerca, a bola percorre uma distância

$$\Delta x = R - x_2 = 106{,}4\text{ m} - 97{,}5\text{ m} = 8{,}86\text{ m}$$

até se chocar com o solo.

APRENDA O item (c) também pode ser resolvido observando que, por simetria, depois de passar pela cerca, a bola leva $t_1 - 2{,}5$ s = 0,5 s para se chocar com o solo. Uma vez que v_{0x} = 17,73 m/s, então Δx = (17,73 m/s)(0,5 s) = 8,9 m.

88. Quando o avião está voando no mesmo sentido que a corrente de jato (cuja velocidade é v_c), o tempo é

$$t_1 = \frac{d}{v_a + v_c},$$

em que d é a distância entre as cidades e v_a é a velocidade do avião em relação ao ar.

Quando o avião está voando no sentido contrário ao da corrente de jato, o tempo é

$$t_2 = \frac{d}{v_a - v_c}.$$

Sabemos ainda que $t_2 - t_1$ = 70,0 min = 1,17 h. Combinando as três equações, resolvendo a equação do segundo grau resultante e substituindo os valores numéricos, obtemos v_c = 43 km/h.

89. PENSE Este problema envolve uma partícula que se move em um plano com aceleração constante. Como as componentes x e y da aceleração são constantes, podemos usar as equações da Tabela 2-1 para as duas componentes do movimento.

FORMULE Usando a notação vetorial com $\vec{r}_0 = 0$, a posição e a velocidade da partícula em função do tempo são dadas por $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ e $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$. respectivamente.

ANALISE (a) Uma vez que a velocidade inicial é $\vec{v}_0 = (8{,}0\text{ m/s})\hat{\text{j}}$ e a aceleração é $\vec{a} = (4{,}0\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (2{,}0\text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}$, o vetor posição da partícula é

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = \left(8{,}0\hat{\text{j}}\right)t + \frac{1}{2}\left(4{,}0\hat{\text{i}} + 2{,}0\hat{\text{j}}\right)t^2 = \left(2{,}0t^2\right)\hat{\text{i}} + \left(8{,}0t + 1{,}0t^2\right)\hat{\text{j}}$$

O instante de tempo, que corresponde a x = 29 m, poderá ser determinado resolvendo a equação $2{,}0t^2 = 29$, o que vai nos dar t = 3,8 s. A coordenada y nesse instante é

$$y = (8{,}0\text{ m/s})(3{,}8\text{ s}) + (1{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}8\text{ s})^2 = 45\text{ m}$$

(b) A velocidade da partícula é dada por $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$. No instante t = 3,8 s, a velocidade é

$$\vec{v} = (8{,}0\text{ m/s})\,\hat{\text{j}} + \left((4{,}0\text{ m/s}^2)\,\hat{\text{i}} + (2{,}0\text{ m/s}^2)\,\hat{\text{j}}\right)(3{,}8\text{ s}) = (15{,}2\text{ m/s})\,\hat{\text{i}} + (15{,}6\text{ m/s})\,\hat{\text{j}}$$

e a velocidade escalar é $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(15{,}2\text{ m/s})^2 + (15{,}6\text{ m/s})^2} = 22$ m/s.

APRENDA Em vez de usar a notação vetorial, poderíamos resolver o problema analisando separadamente as componentes x e y do movimento.

90. Usando o mesmo sistema de coordenadas usado para formular a Eq. 4-25, explicitamos a velocidade inicial v_0 na equação, o que nos dá:

$$v_0 = \frac{x}{\cos\theta_0}\sqrt{\frac{g}{2\,(x\tan\theta_0 - y)}}.$$

Fazendo g = 32 ft/s², x = 13 ft, y = 3 ft e θ_0 = 55°, obtemos v_0 = 23 ft/s.

91. Usamos a Eq. 4-25.

(a) Explicitando v_0 na Eq. 4-25, obtemos a velocidade inicial:

$$v_0 = \frac{x}{\cos\theta_0}\sqrt{\frac{g}{2(x\tan\theta_0 - y)}}$$

o que nos dá $v_0 = 255{,}5 \approx 2{,}6 \times 10^2$ m/s para $x = 9400$ m, $y = -3300$ m e $\theta_0 = 35°$.

(b) Usamos a Eq. 4-21 para calcular o tempo que a bomba vulcânica permanece no ar:

$$t = \frac{x}{v_0\cos\theta_0} = \frac{9400\text{ m}}{(255{,}5\text{ m/s})\cos 35°} = 45\text{ s.}$$

(c) Como esperamos que o ar ofereça uma certa resistência ao movimento mas praticamente nenhuma sustentação, seria necessária uma maior velocidade de lançamento para atingir a mesma distância.

92. Usamos a Eq. 4-34 para calcular a velocidade v e a Eq. 4-35 para calcular o período T.

(a) Temos:

$$v = \sqrt{ra} = \sqrt{(5{,}0\text{ m})(7{,}0)(9{,}8\text{ m/s}^2)} = 19\text{ m/s.}$$

(b) O tempo necessário para completar uma revolução (o período) é $T = 2\pi r/v = 1{,}7$ s. Assim, em um minuto ($t = 60$ s), o astronauta completa

$$\frac{t}{T} = \frac{60\text{ s}}{1{,}7\text{ s}} = 35\text{ revoluções.}$$

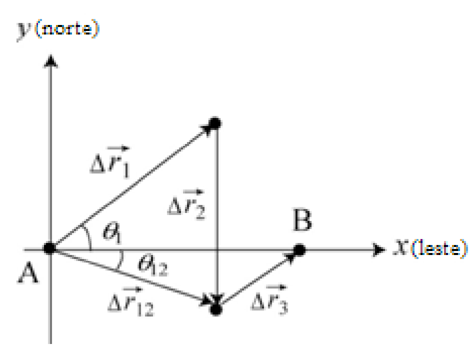
Portanto, 35 rev/min são necessárias para produzir uma aceleração centrípeta de $7g$ em uma centrífuga com 5,0 m de raio.

(c) Como foi calculado no item (b), $T = 1{,}7$ s.

93. PENSE Este problema envolve o movimento bidimensional de um camelo ao se deslocar de um oásis A para um oásis B.

FORMULE A viagem do camelo está ilustrada na figura, na qual foi usado o sistema de coordenadas "padrão", com o eixo x apontando para leste e o eixo y apontando para o norte. Usando a notação vetorial, os deslocamentos do camelo nas duas primeiras partes do percurso são os seguintes:

$$\Delta\vec{r}_1 = (75\text{ km})\cos(37°)\,\hat{\imath} + (75\text{ km})\,\text{sen}(37°)\,\hat{\jmath}$$
$$\Delta\vec{r}_2 = (-65\text{ km})\,\hat{\jmath}$$



O deslocamento total é $\Delta\vec{r}_{12} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2$. Como mostra a figura, para chegar ao oásis B, o camelo precisa executar um deslocamento adicional $\Delta\vec{r}_3$.

ANALISE (a) Para determinar o deslocamento total do camelo nas duas primeiras partes da viagem, basta executar uma soma vetorial: O módulo do deslocamento é

$$|\Delta\vec{r}_{12}| = \sqrt{(60\text{ km})^2 + (-20\text{ km})^2} = 63\text{ km}$$

(b) O ângulo do deslocamento é $\theta_{12} = \tan^{-1}[(-20\text{ km})/(60\text{ km})] = -18°$, ou 18° ao sul do leste.

(c) Para calcular a velocidade média do camelo nas duas primeiras partes da viagem (incluindo o tempo de descanso), podemos usar a Eq. 4-8 com $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_{12} = (60\text{ km})\hat{\text{i}} - (20\text{ km})\hat{\text{j}}$ e $\Delta t = \Delta t_{12}$, em que

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_{\text{descanso}} = 50\text{ h} + 35\text{ h} + 5{,}0\text{ h} = 90\text{ h}$$

Na notação dos vetores unitários,

$$\vec{v}_{12,\text{méd}} = \frac{(60\,\hat{\text{i}} - 20\,\hat{\text{j}})\text{ km}}{90\text{ h}} = (0{,}67\,\hat{\text{i}} - 0{,}22\,\hat{\text{j}})\text{ km/h},$$

o que nos dá $|\vec{v}_{12,\text{méd}}| = 0{,}70\text{ km/h}$.

(d) O ângulo da velocidade média é $\theta_{12} = \tan^{-1}[(-0{,}22\text{ km/h})/(0{,}67\text{ km/h})] = -18°$, ou $18°$ ao sul do leste.

(e) A diferença entre a velocidade escalar média e o módulo da velocidade média é que a velocidade escalar média depende da distância total percorrida e não do módulo do deslocamento. Como o camelo levou 90 h para percorrer 75 km + 65 km = 140 km, a velocidade escalar média é (140 km)/(90 h) = 1,56 km/h $\approx$1,6 km/h.

(f) O deslocamento total de *A* até *B* deve ser de 90 km para leste, ou, na notação dos vetores unitários, de (90 km) $\hat{\text{i}}$. Chamando de $\Delta\vec{r}_3$ o deslocamento do ponto de descanso até *B*, temos

$$\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \Delta\vec{r}_3 = (90\text{ km})\,\hat{\text{i}}$$

o que nos dá $\Delta\vec{r}_3 = (30\text{ km})\hat{\text{i}} + (20\text{ km})\hat{\text{j}}$ na notação dos vetores unitários ou $(36 \angle 33°)$ na notação módulo-ângulo. Assim, de acordo com a Eq. 4-8,

$$|\vec{v}_{3,\text{ méd}}| = \frac{36\,\text{km}}{(120-90)\text{ h}} = 1{,}2\,\text{km/h}$$

(g) O ângulo de $\vec{v}_{3,\text{méd}}$ é o mesmo de $\Delta\vec{r}_3$, 33° ao norte do leste.

APRENDA Usando uma calculadora científica no modo polar, podemos somar os dois primeiros deslocamentos executando a operação $(75 \angle 37°) + (65 \angle -90°) = (63 \angle -18°)$. Note a diferença entre velocidade média e velocidade escalar média.

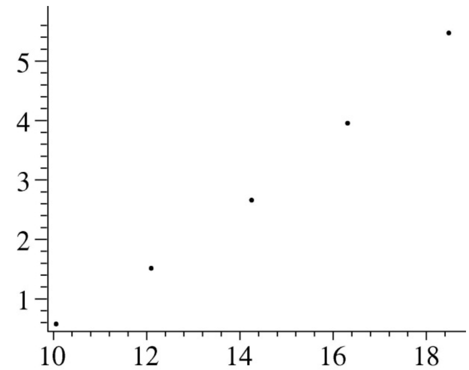
94. Podemos calcular os pares de coordenadas (x, y) a partir das equações $x = (v_0 \cos\theta t$ e $y = v_0 \text{ sen } \theta t - \frac{1}{2} g t^2$ para t = 20 s e os ângulos e velocidades dados no problema.

(a) Temos:

$$(x_A, y_A) = (10{,}1\text{ km}, 0{,}556\text{ km}) \qquad (x_B, y_B) = (12{,}1\text{ km}, 1{,}51\text{ km})$$
$$(x_C, y_C) = (14{,}3\text{ km}, 2{,}68\text{ km}) \qquad (x_D, y_D) = (16{,}4\text{ km}, 3{,}99\text{ km})$$

e (x_E, y_E) = (18,5 km, 5,53 km), que serão plotados no item (b).

(b) Os eixos vertical (y) e horizontal (x) estão em quilômetros. O gráfico não começa na origem. A curva que se “ajusta” aos dados não é mostrada, mas pode ser facilmente imaginada (e forma a “cortina da morte”).



95. (a) Com $\Delta x = 8{,}0$ m, $t = \Delta t_1$, $a = a_x$, e $v_{ox} = 0$, a Eq. 2-15 nos dá

$$\Delta x = 8{,}0 \text{ m} = \frac{1}{2} a_x (\Delta t_1)^2,$$

e a expressão correspondente para o movimento ao longo do eixo y é

$$\Delta y = 12m = \frac{1}{2} a_y (\Delta t_1)^2.$$

Dividindo a segunda expressão pela primeira, obtemos $a_y / a_x = 3/2 = 1{,}5$.

(b) Fazendo $t = 2\Delta t_1$, a Eq. 2-15 nos dá $\Delta x = (8{,}0 \text{ m})(2)^2 = 32$ m, o que significa que a coordenada x da partícula agora é (4,0 + 32) m = 36 m. Analogamente, $\Delta y = (12 \text{ m})(2)^2 = 48$ m, o que significa que a coordenada y da partícula agora é (6,0 + 48) m = 54 m.

96. Como foi dito que a velocidade inicial da bola é horizontal, sabemos que é perpendicular ao plano da rede. Escolhemos as coordenadas de tal forma que $(x_0, y_0) = (0; 3{,}0)$ m e $v_x > 0$ (note que $v_{0y} = 0$).

(a) Para que a bola passe rente à rede, devemos ter

$$y - y_0 = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad 2{,}24 \text{ m} - 3{,}0 \text{ m} = 0 - \frac{1}{2}\left(9{,}8 \text{ m/s}^2\right) t^2$$

o que nos dá $t = 0{,}39$ s para o instante em que a bola ultrapassa a rede. Substituindo na equação da componente x do movimento, vemos que a velocidade inicial mínima para que a bola ultrapasse a rede é $v_x = (8{,}0 \text{ m})/(0{,}39 \text{ s}) = 20{,}3$ m/s.

(b) Fazemos $y = 0$ e calculamos o tempo t na equação $y - y_0 = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$. Em seguida, substituímos esse valor

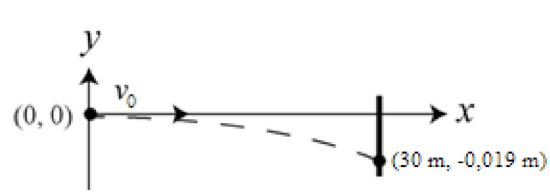
$$\left(t = \sqrt{2\left(3{,}0 \text{ m}\right)/(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 0{,}78 \text{ s}\right)$$

na equação da componente x do movimento para obter a velocidade inicial máxima. O resultado é

$$v_x = (17{,}0 \text{ m})/(0{,}78 \text{ s}) = 21{,}7 \text{ m/s}.$$

97. PENSE Sabendo que uma bala disparada horizontalmente por um rifle atinge o alvo um pouco abaixo da horizontal, devemos determinar o tempo de percurso e a velocidade da bala.

FORMULE A figura (que não foi desenhada em escala) mostra a trajetória da bala. Observe que a origem é a extremidade do cano do rifle. Com essa convenção, a coordenada y da bala é dada por $y = -gt^2/2$. Conhecendo as coordenadas (x, y) da bala ao chegar ao plano do alvo, podemos calcular o tempo de percurso e a velocidade da bala.



ANALISE (a) Se t é o tempo de percurso e a bala atinge o plano do alvo 0,019 m abaixo da horizontal , temos

$$t=\sqrt{\frac{-2y}{g}}=\sqrt{\frac{-2\left(-0{,}019\text{ m}\right)}{9{,}8\text{ m/s}^2}}=6{,}2\times10^{-2}\text{ s}$$

(b) A velocidade da bala ao sair do rifle é a velocidade inicial v_0 (horizontal) do movimento balístico. Como o plano do alvo está a uma distância x = 30 m do ponto inicial, $x = v_0t$. Assim,

$$v_0=\frac{x}{t}=\frac{30\text{ m}}{6{,}3\times10^{-2}\text{ s}}=4{,}8\times10^{2}\text{ m/s}$$

APRENDA A velocidade inicial também pode ser calculada fazendo $\theta_0=0$ na Eq. 4-25, o que nos dá a relação $y=-\dfrac{gx^2}{2v_0^2}$; explicitando v_0, obtemos

$$v_0=\sqrt{-\frac{gx^2}{2y}}=\sqrt{-\frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)(30\text{ m})^2}{2(-0{,}019\text{ m})}}=4{,}8\times10^{2}\text{ m/s}$$

que é o mesmo valor calculado no item (b).

98. Como se trata de movimento circular uniforme, $\vec{v}$ é perpendicular a $\vec{r}$ e $v=2\pi r/T$, em que $r=\sqrt{(2{,}00\text{ m})^2+(-3{,}00\text{ m})^2}$ e $T=7{,}00$ s . O vetor $\vec{r}$ (dado no enunciado do problema) especifica um ponto do quarto quadrante; como o movimento é no sentido horário, os dois componentes da velocidade são negativos. O resultado, que obedece a essas três condições (usando a notação dos vetores unitários, que torna mais fácil verificar que $\vec{r}\cdot\vec{v}=0$), é $\vec{v}$ = (–2,69 m/s) $\hat{\text{i}}$ + (–1,80 m/s) $\hat{\text{j}}$.

99. Seja v_o = 2π(0,200 m)/(0,00500 s) 251 m/s (usando a Eq. 4-35) a velocidade tangencial da bola e θ_o = (1 h)(360°/12 h) = 30,0° (em relação à horizontal). Nesse caso, a Eq. 4-25 nos dá

$$y=(2{,}50\text{ m})\tan 30{,}0°-\frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)(2{,}50\text{ m})^2}{2(251\text{ m/s})^2(\cos 30{,}0°)^2}\approx 1{,}44\text{ m}$$

o que significa que a bola bate na parede a uma altura de 1,44 m + 1,20 m = 2,64 m.

100. Notando que $\vec{v}_2=0$ e usando a Eq. 4-15, a aceleração média é

$$\vec{a}_{\text{med}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{0-\left(6{,}30\,\hat{\text{i}}-8{,}42\,\hat{\text{j}}\right)\text{ m/s}}{3\text{ s}}=\left(-2{,}1\,\hat{\text{i}}+2{,}8\,\hat{\text{j}}\right)\text{ m/s}^2$$

101. Usando a Eq. 2-16, obtemos $v^2=v_0^2-2gh$ ou $h=(v_0^2-v^2)/2g$.

(a) Como $v=0$ na altura máxima e v_0 = 7,00 m/s, temos:

$$h=(7{,}00\text{ m/s})^2/2(9{,}80\text{ m/s}^2)=2{,}50\text{ m.}$$

(b) A velocidade relativa é $v_r=v_0-v_e=7{,}00\text{ m/s}-3{,}00\text{ m/s}=4{,}00\text{ m/s}$ em relação ao piso do elevador. Usando a equação acima, obtemos

$$h=(4{,}00\text{ m/s})^2/2(9{,}80\text{ m/s}^2)=0{,}82\text{ m.}$$

(c) A taxa de variação da velocidade da bola em relação ao solo é a aceleração da gravidade, 9,80 m/s^2.

(d) Como o elevador está se movendo com velocidade constante, a taxa de variação da velocidade da bola em relação ao elevador também é 9,80 m/s^2.

102. (a) Com r = 0,15 m e $a = 3{,}0 \times 10^{14}$ m/s^2, a Eq. 4-34 nos dá

$$v = \sqrt{ra} = 6{,}7 \times 10^6 \text{ m/s.}$$

(b) O período é dado pela Eq. 4-35:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 1{,}4 \times 10^{-7} \text{ s.}$$

103. (a) O módulo do vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$ é dado por

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(21{,}5 \text{ km})^2 + (9{,}7 \text{ km})^2 + (2{,}88 \text{ km})^2} = 23{,}8 \text{ km.}$$

Assim,

$$|\vec{v}_{\text{med}}| = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \frac{23{,}8 \text{ km}}{3{,}50 \text{ h}} = 6{,}79 \text{ km/h.}$$

(b) O ângulo pedido é dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2{,}88 \text{ km}}{\sqrt{(21{,}5 \text{ km})^2 + (9{,}7 \text{ km})^2}}\right) = 6{,}96°.$$

104. A velocidade inicial tem módulo v_0 e, como é horizontal, é igual a v_x, a componente horizontal da velocidade no momento do impacto. Assim, a velocidade no momento do impacto é

$$\sqrt{v_0^2 + v_y^2} = 3v_0$$

em que $v_y = \sqrt{2gh}$ e usamos a Eq. 2-16 com $x - x_0$ substituído por h. Elevando ao quadrado ambos os membros da primeira igualdade e substituindo na segunda, obtemos

$$v_0^2 + 2gh = (3v_0)^2$$

o que nos dá $gh = 4v_0^2$ e, portanto, para h = 20 m, $v_0 = \sqrt{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})}/2 = 7{,}0$ m/s.

105. Escolhemos um eixo x horizontal e um eixo y vertical tais que as duas componentes de $\vec{v}_0$ sejam positivas. Os ângulos são considerados positivos no sentido anti-horário em relação ao semieixo x positivo. Na notação dos vetores unitários, a velocidade do projétil em qualquer instante $t \geq 0$ é dada por

$$\vec{v} = v_0 \cos\theta_0\, \hat{\text{i}} + (v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt)\, \hat{\text{j}}.$$

(a) Para v_0 = 30 m/s, θ_0 = 60° e t = 2,0 s, $\vec{v} = (15\hat{\text{i}} + 6{,}4\hat{\text{j}})$ m/s. O módulo de $\vec{v}$ é

$$|\vec{v}| = \sqrt{(15 \text{ m/s})^2 + (6{,}4 \text{ m/s})^2} = 16 \text{ m/s.}$$

(b) O ângulo de $\vec{v}$ é $\theta = \tan^{-1}[(6{,}4 \text{ m/s})/(15 \text{ m/s})] = 23°$, medido no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo.

(c) Como o ângulo é positivo, é acima da horizontal.

(d) Para t = 5,0 s, $\vec{v} = (15\hat{\text{i}} - 23\hat{\text{j}})$ m/s, o que nos dá

$$|\vec{v}| = \sqrt{(15 \text{ m/s})^2 + (-23 \text{ m/s})^2} = 27 \text{ m/s.}$$

(e) O ângulo de $\vec{v}$ é $\theta = \tan^{-1}[(-23\ \text{m/s})/(15\ \text{m/s})] = -57°$, ou 57° se a medida for feita no sentido *horário* a partir do semieixo x positivo.

(f) Como o ângulo é negativo, é abaixo da horizontal.

106. Usamos as Eqs. 4-2 e 4-3.

(a) Chamando o vetor posição inicial de $\vec{r}_1$ e o vetor posição final de $\vec{r}_2$, a Eq. 4-3 nos dá

$$\Delta r = [(-2,0\ \text{m}) - 5,0\ \text{m}]\hat{\text{i}} + [(6,0\ \text{m}) - (-6,0\ \text{m})]\hat{\text{j}} + (2,0\ \text{m} - 2,0\ \text{m})\hat{\text{k}} = (-7,0\ \text{m})\hat{\text{i}} + (12\ \text{m})\hat{\text{j}}$$

para o vetor deslocamento na notação dos vetores unitários.

(b) Como não existe componente z (já que o coeficiente de $\hat{\text{k}}$ é zero), o vetor deslocamento está no plano xy.

107. Escrevemos os vetores na forma módulo-ângulo $(R \angle \theta)$ com unidades do SI implícitas (m para distâncias, m/s para velocidades e m/s² para aceleração). Os ângulos θ são medidos no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo, mas vamos ocasionalmente nos referir a ângulos ϕ que são medidos no sentido anti-horário a partir do semieixo y negativo. Note que a velocidade da partícula é $v = 2\pi r/T$ em que r = 3,00 m e T = 20,0 s; assim, v = 0,942 m/s. De acordo com a Fig. 4-56, a partícula está se movendo no sentido anti-horário.

(a) No instante t = 5,0 s, a partícula percorreu uma fração

$$\frac{t}{T} = \frac{5,00\ \text{s}}{20,0\ \text{s}} = \frac{1}{4}$$

de uma revolução completa (começando no ponto O da figura, ou seja, no semieixo y negativo). Assim, o ângulo descrito pela partícula em relação ao semieixo y negativo é

$$\phi = \frac{1}{4}(360°) = 90°$$

Como se pode ver na Fig. 4-56, as coordenadas desse ponto (que corresponde à ponta do ponteiro quando está na posição de "3 horas" no mostrador de um relógio) são x = 3,0 m e y = 3,0 m no sistema de coordenadas da Fig. 4.56. Na notação módulo-ângulo, o vetor posição desse ponto é $(R\angle\theta) = (4,2\angle 45°)$. Embora essa posição seja fácil de analisar sem recorrer a relações trigonométricas, será útil (para os cálculos que se seguem) notar que esses valores das coordenadas x e y podem ser obtidos a partir do ângulo ϕ usando as relações

$$x = r\,\text{sen}\,\phi, \quad y = r - r\cos\phi\,.$$

Naturalmente, os valores do módulo e do ângulo foram obtidos usando as equações $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ (no segundo caso, foi preciso escolher o ângulo correto entre duas possibilidades).

(b) No instante t = 7,5 s, a partícula percorreu uma fração 7,5/20 = 3/8 de revolução. O ângulo descrito pela partícula é ϕ = 3/8 (360°) = 135°. As coordenadas desse ponto são x = (3,0 m) sen 135° = 2,1 m e y = (3,0 m) – (3,0 m) cos 135° = 5,1 m; o vetor posição do ponto é (5,5 ∠ 68°).

(c) No instante t = 10,0 s, a partícula percorreu uma fração 10/20 = 1/2 de revolução. O ângulo descrito pela partícula é ϕ = 180°. As coordenadas desse ponto são x = 0 e y = 6,0 m; o vetor posição do ponto é (6,0∠90°).

(d) Subtraímos o vetor posição obtido no item (a) do vetor posição obtido no item (c):

$$(6,0\angle 90°) - (4,2\angle 45°) = (4,2\angle 135°)$$

usando a notação módulo-ângulo (que é mais conveniente quando trabalhamos com calculadoras científicas). Na notação dos vetores unitários, teríamos

$$\Delta\vec{R} = (0 - 3{,}0\text{ m})\,\hat{\mathrm{i}} + (6{,}0\text{ m} - 3{,}0\text{ m})\,\hat{\mathrm{j}} = (-3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$$

o que levaria ao mesmo resultado, $|\Delta\vec{R}| = 4{,}2$ m e $\theta = 135°$.

(e) De acordo com a Eq. 4-8, $\vec{v}_{\text{med}} = \Delta\vec{R}/\Delta t$. Para $\Delta t = 5{,}0$ s, temos:

$$\vec{v}_{\text{med}} = (-0{,}60\text{ m/s})\,\hat{\mathrm{i}} + (0{,}60\text{ m/s})\,\hat{\mathrm{j}}$$

na notação dos vetores unitários ou ($0{,}85\ \angle\ 135°$) na notação módulo-ângulo.

(f) O módulo da velocidade da partícula já foi calculado ($v = 0{,}94$ m/s); para conhecer a direção, basta observar a Fig. 4-56. Como o vetor velocidade é tangente à circunferência na posição de "3 horas" [veja o item (a)], isso significa que $\vec{v}$ é vertical. Assim, a resposta é $(0{,}94\ \angle\ 90°)$.

(g) Mais uma vez, o módulo da velocidade é conhecido ($v = 0{,}94$ m/s) e a direção pode ser determinada observando $x = r\,\text{sen}\,\phi$, $y = r - r\cos\phi$ Fig. 4-56. O vetor velocidade é tangente à circunferência na posição de "12 horas" [veja o item (c)], o que significa que $\vec{v}$ é horizontal. Assim, a resposta é $(0{,}94\ \angle\ 180°)$.

(h) A aceleração tem módulo $a = v^2/r = 0{,}30$ m/s^2, e no instante inicial [veja o item (a)] é horizontal (na direção do centro da circunferência). Assim, a resposta é $(0{,}30\ \angle\ 180°)$.

(i) Mais uma vez, $a = v^2/r = 0{,}30$ m/s^2, mas nesse instante [veja o item (c)] a aceleração é vertical (na direção do centro da circunferência). Assim, a resposta é $(0{,}30\ \angle\ 270°)$.

108. De acordo com a Eq. 4-34, existe uma relação inversa entre r e a: quanto menor o raio, maior a aceleração. Assim, a um limite superior para a aceleração corresponde um limite inferior para o raio.

(a) Nas condições do problema, o raio mínimo da curva é dado por

$$r_{\text{min}} = \frac{v^2}{a_{\text{max}}} = \frac{(216\text{ km/h})^2}{(0{,}050)(9{,}8\text{ m/s}^2)} = 7{,}3\times10^3\text{ m.}$$

(b) A velocidade máxima do trem deve ser

$$v = \sqrt{a_{\text{max}}r} = \sqrt{0{,}050(9{,}8\text{ m/s}^2)(1{,}00\times10^3\text{ m})} = 22\text{ m/s}$$

o que equivale a aproximadamente 80 km/h.

109. (a) Usando o mesmo sistema de coordenadas usado para formular a Eq. 4-25, temos:

$$y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2} = -\frac{gx^2}{2v_0^2} \quad \text{para } \theta_0 = 0.$$

Assim, para $v_0 = 3{,}0\times10^6$ m/s e $x = 1{,}0$ m, obtemos $y = -5{,}4\times10^{-13}$ m, uma distância menor que o raio atômico (o que mostra por que os processos gravitacionais normalmente são desprezados nos campos da física atômica e da física subatômica).

(b) A expressão do item (a) mostra que $|y|$ diminui quando v_0 aumenta.

110. Quando a escada está parada, a velocidade da pessoa é $v_p = \ell/t$, sendo que ℓ é o comprimento da escada e t é o tempo que a pessoa gasta para subir. Para os dados do problema, v_p = (15 m)/(90 s) = 0,167 m/s. A velocidade da escada rolante é v_e = (15 m)/(60 s) = 0,250 m/s. A velocidade da pessoa ao subir a escada rolante em movimento é, portanto,

$$v = v_p + v_e = 0{,}167 \text{ m/s} + 0{,}250 \text{ m/s} = 0{,}417 \text{ m/s}$$

e o tempo gasto na subida é

$$t = \frac{\ell}{v} = \frac{(15 \text{ m})}{(0{,}417 \text{ m/s})} = 36 \text{ s}.$$

Em termos de ℓ(em metros), a velocidade (em metros por segundo) da pessoa que sobe a escada parada é $\ell/90$, a velocidade da escada rolante é $\ell/60$, e a velocidade da pessoa que sobe a escada em movimento é $v = (\ell/90) + (\ell/60) = 0{,}0278\ell$. O tempo gasto é $t = \ell/v = \ell/0{,}0278\ell = 36\,\text{s}$ e não depende de ℓ.

111. O raio da Terra está no Apêndice C.

(a) A velocidade de um objeto no equador da Terra é $v = 2\pi R/T$, sendo que R é o raio da Terra ($6{,}37 \times 10^6$ m) e T é a duração do dia ($8{,}64 \times 10^4$ s):

$$v = 2\pi(6{,}37 \times 10^6 \text{ m})/(8{,}64 \times 10^4 \text{ s}) = 463 \text{ m/s}.$$

O módulo da aceleração é dado por

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(463 \text{ m/s})^2}{6{,}37 \times 10^6 \text{ m}} = 0{,}034 \text{ m/s}^2.$$

(b) Se T é o período, $v = 2\pi R/T$ é a velocidade e o módulo da aceleração é dado por

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi R/T)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Assim,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{a}} = 2\pi\sqrt{\frac{6{,}37 \times 10^6 \text{ m}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 5{,}1 \times 10^3 \text{ s} = 84 \text{ min}.$$

112. De acordo com a Eq. 4-26,

$$R_M - R_B = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g_M} - \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g_B} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g_B}\left(\frac{g_B}{g_M} - 1\right)$$

em que os índices M e B se referem a Melbourbe e Berlim, respectivamente. Para g_M = 9,7999 e g_B = 9,8128, temos:

$$R_M - R_B = R_B\left(\frac{9{,}8128 \text{ m/s}^2}{9{,}7999 \text{ m/s}^2} - 1\right)$$

o que nos dá (fazendo R_B = 8,09 m) $R_M - R_B$ = 0,01 m = 1 cm. Assim, em Melbourne, Jesse Owens teria pulado 8,10 m.

113. De acordo com a figura, os três deslocamentos foram

$$\vec{d}_1 = d_1(\cos\theta_1\hat{\text{i}} + \operatorname{sen}\theta_1\hat{\text{j}}) = (5{,}00 \text{ m})(\cos 30°\hat{\text{i}} + \operatorname{sen} 30°\hat{\text{j}}) = (4{,}33 \text{ m})\hat{\text{i}} + (2{,}50 \text{ m})\hat{\text{j}}$$

$$\begin{aligned}\vec{d}_2 &= d_2[\cos(180° + \theta_1 - \theta_2)\hat{\text{i}} + \operatorname{sen}(180° + \theta_1 - \theta_2)\hat{\text{j}}] = (8{,}00 \text{ m})(\cos 160°\hat{\text{i}} + \operatorname{sen} 160°\hat{\text{j}})\\ &= (-7{,}52 \text{ m})\hat{\text{i}} + (2{,}74 \text{ m})\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{d}_3 &= d_3[\cos(360° - \theta_3 - \theta_2 + \theta_1)\hat{\text{i}} + \operatorname{sen}(360° - \theta_3 - \theta_2 + \theta_1)\hat{\text{j}}] = (12{,}0 \text{ m})(\cos 260°\hat{\text{i}} + \operatorname{sen} 260°\hat{\text{j}})\\ &= (-2{,}08 \text{ m})\hat{\text{i}} - (11{,}8 \text{ m})\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

Em que todos os ângulos são medidos a partir do semieixo x positivo. O deslocamento total é

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = (-5,27 \text{ m})\hat{\text{i}} - (6,58 \text{ m})\hat{\text{j}}.$$

(a) O módulo do deslocamento total é

$$|\vec{d}| = \sqrt{(-5,27 \text{ m})^2 + (-6,58 \text{ m})^2} = 8,43 \text{ m}.$$

(b) O ângulo de $\vec{d}$ é $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{d_y}{d_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-6,58 \text{ m}}{-5,27 \text{ m}}\right) = 51,3° \text{ ou } 231°.$

Escolhemos $231°$ porque sabemos que o ângulo procurado está no terceiro quadrante. Uma resposta equivalente é $-129°$.

114. Derivando duas vezes o vetor posição $\vec{r} = 2t\hat{\text{i}} + 2\,\text{sen}(\pi t/4)\hat{\text{j}}$ (com as distâncias em metros, o tempo em segundos e os ângulos em radianos), obtemos expressões para a velocidade e a aceleração:

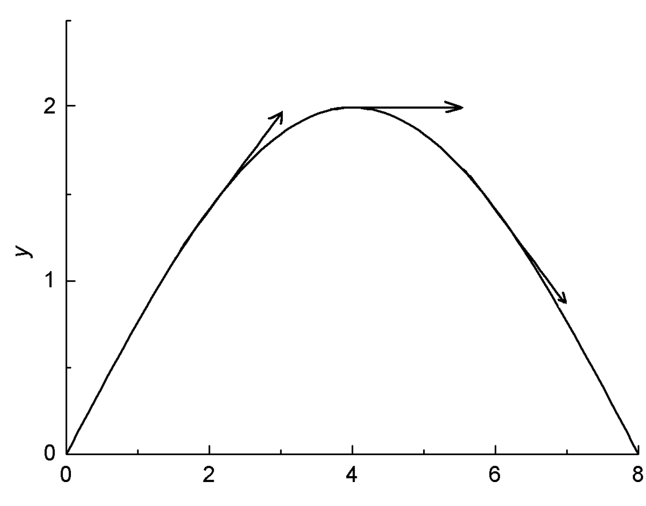
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{\text{i}} + \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)\hat{\text{j}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\pi^2}{8}\,\text{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right)\hat{\text{j}}.$$

Substituindo nessas equações os valores de t dados no enunciado, temos:

tempo t (s)			0,0	1,0	2,0	3,0	4,0
(a)	$\vec{r}$ (posição)	x (m)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0
		y (m)	0,0	1,4	2,0	1,4	0,0
(b)	$\vec{v}$ (velocidade)	v_x(m/s)		2,0	2,0	2,0	
		v_y (m/s)		1,1	0,0	−1,1	
(c)	$\vec{a}$ (aceleração)	a_x (m/s^2)		0,0	0,0	0,0	
		a_y (m/s^2)		−0,87	−1,2	−0,87	

O gráfico pedido aparece a seguir.



115. Como este problema envolve uma aceleração constante para baixo de módulo *a*, semelhante ao movimento balístico, podemos usar as equações da Seção 4-6 substituindo *g* por *a*. Como a velocidade inicial é horizontal, $v_{0y} = 0$ e

$$v_{0x} = v_0 = 1,00\times10^9 \text{ cm/s}.$$

(a) Se ℓ é o comprimento das placas e *t* é o tempo que o elétron passa entre as placas, $\ell = v_0 t$, em que v_0 é a velocidade inicial. Assim,

$$t = \frac{\ell}{v_0} = \frac{2,00 \text{ cm}}{1,00\times10^9 \text{ cm/s}} = 2,00\times10^{-9} \text{ s}.$$

(b) O deslocamento vertical do elétron é

$$y = -\frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}(1,00\times10^{17} \text{ cm/s}^2)(2,00\times10^{-9} \text{ s})^2 = -0,20 \text{ cm} = -2,00 \text{ mm}$$

ou $|y| = 2,00$ mm.

(c) A componente *x* da velocidade é constante:

$$v_x = v_0 = 1,00 \times 10^9 \text{ cm/s} = 1,00 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

(d) A componente *y* da velocidade é

$$v_y = a_y t = (1,00\times10^{17} \text{ cm/s}^2)(2,00\times10^{-9} \text{ s}) = 2,00\times10^8 \text{ cm/s}$$
$$= 2,00\times10^6 \text{ m/s}.$$

116. Desprezando a resistência do ar, a aceleração da bola é $-g = -9,8$ m/s^2 (tomando o sentido positivo do eixo *y* como sendo para cima). Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (substituindo *x* por *y*) porque a aceleração da bola é constante. Usamos variáveis com plicas (exceto *t*) para o elevador (como $v' = 10$ m/s) e variáveis sem plicas para a bola (cuja velocidade inicial em relação ao solo, por exemplo, é $v_0 = v' + 20 = 30$ m/s). As unidades são todas do SI.

(a) Fazendo $t = 0$ como o instante em que a bola é arremessada, calculamos a altura máxima atingida pela bola fazendo $v = 0$ na equação $v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$. O resultado é o seguinte:

$$y = y_o + \frac{v_0^2}{2g} = 76 \text{ m}$$

fazendo $y_o = y'_o + 2 = 30$ m ($y'_o = 28$ m é um dado do problema) e $v_0 = 30$ m/s em relação ao solo, como foi visto acima.

(b) Existem várias abordagens para esse item. Uma é continuar a trabalhar no referencial do item (a) (que trata o solo como "fixo"); nesse caso, descrevemos o movimento do elevador através da equação $y' = y'_o + v't$, o movimento da bola através da Eq. 2-15, e resolvemos o sistema de equações obtido quando impomos que o piso do elevador e a bola cheguem simultaneamente ao mesmo ponto. Outra é trabalhar no referencial do elevador (o menino que arremessou a bola pode ignorar o fato de que o elevador está em movimento, já que o elevador não está acelerando). Nesse caso, temos:

$$\Delta y_e = v_{0_e} t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_{0_e} + \sqrt{v_{0e}^2 - 2g\Delta y_e}}{g}$$

em que $v_{0e} = 20$ m/s é a velocidade inicial da bola em relação ao elevador e $\Delta y_e = -2,0$ m é o deslocamento da bola em relação ao piso do elevador. Escolhemos a raiz positiva porque é a única que fornece um valor positivo de *t*; o resultado é $t = 4,2$ s.

117. Escolhemos os eixos da forma convencional para podermos usar as equações do movimento balístico da Seção 4-6. A origem é tomada como sendo a posição inicial da bola; θ_0 é o ângulo da velocidade inicial com o semieixo *x* positivo, medido no sentido anti-horário, e o instante $t = 0$ é tomado como sendo o instante em que o jogador chutou a bola.

(a) As coordenadas do ponto em que a bola toca o gramado são $x = 46$ m e $y = -1{,}5$ m e a bola toca o gramado no instante $t = 4{,}5$ s. Como $x = v_{0x}t$,

$$v_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{46\text{ m}}{4{,}5\text{ s}} = 10{,}2\text{ m/s}.$$

Como $y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$,

$$v_{0y} = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{t} = \frac{(-1{,}5\text{ m}) + \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(4{,}5\text{ s})^2}{4{,}5\text{ s}} = 21{,}7\text{ m/s}.$$

O módulo da velocidade inicial é

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{(10{,}2\text{ m/s})^2 + (21{,}7\text{ m/s})^2} = 24\text{ m/s}.$$

(b) Como o ângulo da velocidade inicial satisfaz a relação $\tan\theta_0 = v_{0y}/v_{0x}$, temos:

$$\theta_0 = \tan^{-1}[(21{,}7\text{ m/s})/(10{,}2\text{ m/s})] = 65°.$$

118. Vamos chamar a velocidade de Lauro de v_1, a velocidade de Cora de v_2 e o comprimento do corredor de L. Lauro leva um tempo $t_1 = 150$ s para atravessar o corredor (que é igual a L/v_1) e Cora leva um tempo $t_2 = 70$ s (que é igual a L/v_2). O tempo que Marta leva para atravessar o corredor é

$$t = \frac{L}{v_1 + v_2} = \frac{1}{v_1/L + v_2/L} = \frac{1}{\frac{1}{150\text{ s}} + \frac{1}{70\text{ s}}} = 48\text{s}.$$

119. A velocidade do vagão em relação à linha férrea é $\vec{v}_{vl} = v_1\,\hat{\text{i}}$ e a velocidade da bala em relação à linha férrea, antes de entrar no vagão (desprezando o efeito da gravidade sobre a bala), é

$$\vec{v}_{0bl} = v_2\cos\theta\,\hat{\text{i}} + v_2\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}$$

Depois que a bala entra no vagão, sua velocidade se torna

$$\vec{v}_{bl} = 0{,}8v_2\cos\theta\,\hat{\text{i}} + 0{,}8v_2\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}$$

devido à redução de 20% mencionada no enunciado. O enunciado informa também que os furos de entrada e saída ficam à mesma distância das extremidades do vagão, o que significa que a velocidade da bala *em relação ao vagão* é $\vec{v}_{bv} = v_3\,\hat{\text{j}}$, em que v_3 não é dado. De acordo com a Eq. 4-44, temos:

$$\vec{v}_{bl} = \vec{v}_{bv} + \vec{v}_{vl}$$
$$0{,}8v_2\cos\theta\,\hat{\text{i}} + 0{,}8v_2\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}} = v_3\,\hat{\text{j}} + v_1\,\hat{\text{i}}$$

e, portanto, igualando as componentes x (ou seja, as componentes $\hat{\text{i}}$), podemos obter o valor de θ sem conhecer o valor de v_3 nem a largura do vagão. O resultado é o seguinte:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{v_1}{0{,}8v_2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{85\text{ km/h}\left(\frac{1000\text{ m/km}}{3600\text{ s/h}}\right)}{0{,}8\ (650\text{ m/s})}\right)$$

o que nos dá 87° para o ângulo de $\vec{v}_{bl}$ (medido a partir de $\hat{\text{i}}$, que é a direção do movimento do vagão). Como o problema pergunta "de que direção a bala foi disparada", a resposta não é 87° e sim o ângulo suplementar, 93° (medido a partir da direção do movimento do vagão). Em outras palavras, no sistema de coordenadas que usamos para resolver o problema, o vetor velocidade da bala está no primeiro quadrante e faz um ângulo de 87° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo (que é a direção do movimento do vagão), o que significa que a direção de onde veio a bala (ou seja, o vetor posição do franco-atirador) está no terceiro quadrante e faz um ângulo de –93° com o semieixo x positivo (o que equivale a um ângulo de 93° no sentido horário com o semieixo x positivo).

120. (a) Usando a relação $a = v^2/R$, obtemos

$$R = \frac{v^2}{a} = \frac{(9{,}20 \text{ m/s})^2}{3{,}80 \text{ m/s}^2} = 22{,}3 \text{ m}$$

(b) Usando a relação $T = 2\pi R/v$, obtemos

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi(22{,}3 \text{ m})}{9{,}20 \text{ m/s}} = 15{,}2 \text{ s}$$

121. (a) Para $v = c/10 = 3\times10^7$ m/s e $a = 20g = 196 \text{ m/s}^2$, a Eq. 4-34 nos dá

$$r = v^2/a = 4{,}6\times10^{12} \text{ m}$$

(b) O período é dado pela Eq. 4-35: $T = \dfrac{2\pi r}{v} = 9.6\times10^5$ s. Assim, o tempo necessário para completar um quarto de volta é $T/4$ = 2,4 × 10^5 s ou cerca de 2,8 dias.

122. Como $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$, e $v_y = 0$ no instante em que a bola atinge o alvo, temos

$$v_{0y} = \sqrt{2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(5{,}00 \text{ m})} = 9{,}90 \text{ m/s}$$

(a) Como v_0 sen $\theta_0 = v_{0y}$, para v_0 = 12,0 m/s, θ_0 = 55,6°.

(b) Como $v_y = v_{0y} - gt$, t = (9,90 m/s)/(9,80 m/s^2) = 1,01 s. Assim,

$$\Delta x = (v_0 \cos \theta_0)t = 6{,}85 \text{ m}$$

(c) Como $v_y = 0$ no instante em que a bola atinge o alvo, a velocidade da bola ao atingir o alvo tem o mesmo valor que a componente v_x, que é dada por $v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$ = 6,78 m/s.

123. Para v_0 = 30,0 m/s e R = 20,0 m, a Eq. 4-26 nos dá

$$\text{sen}\, 2\theta_0 = \frac{gR}{v_0^2} = 0{,}218$$

Como sen ϕ = sen (180° – ϕ), a equação anterior tem duas raízes:

$$2\theta_0 = \text{sen}^{-1}(0{,}218) = 12{,}58° \quad \text{e} \quad 167{,}4°$$

que correspondem a dois possíveis ângulos de lançamento.

(a) O menor ângulo é θ_0 = 6,29°.

(b) O maior ângulo é θ_0 = 83,7°.

Também é possível resolver o problema usando a Eq. 4-25 (com $y = 0$ e $1/\cos^2\phi = 1 + \tan^2\phi$), o que leva a uma equação de segundo grau em tan θ_0 cujas raízes fornecem os mesmos valores de θ_0 já calculados.

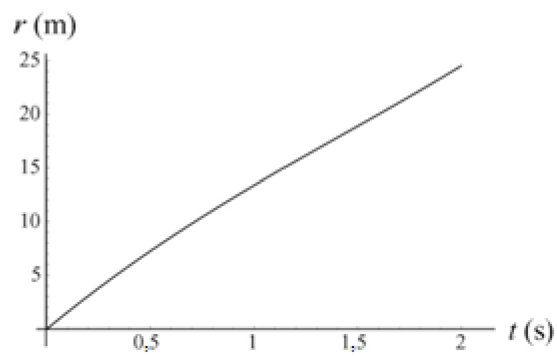
124. Podemos usar as Eqs. 4-21 e Eq.4-22.

(a) Elevando as Eqs. 4-21 e Eq. 4-22 ao quadrado, somando as equações e extraindo a raiz quadrada do resultado, obtemos, de acordo com o teorema de Pitágoras,

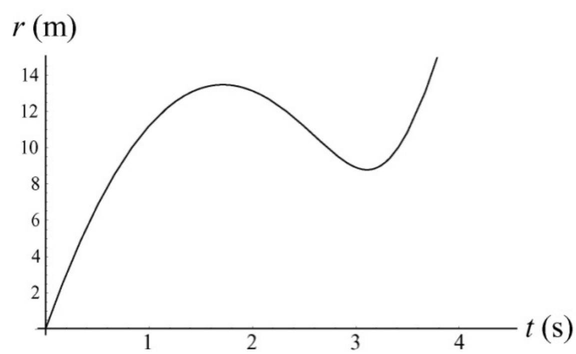
$$r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\sqrt{(v_0\cos\theta_0 t)^2+(v_0\,\text{sen}\,\theta_0 t-gt^2/2)^2}$$

$$=t\sqrt{v_0^2-v_0 g\,\text{sen}\,\theta_0 t+g^2t^2/4}$$

A figura a seguir mostra o gráfico de r em função de t para v_0 = 16 m/s e θ_o = 40,0º.



(b) A figura a seguir mostra o gráfico de r em função de t para v_0 = 16 m/s e θ_o = 80,0º.



(c) Derivando r em relação a t, obtemos

$$\frac{dr}{dt}=\frac{v_0^2-3v_0 gt\,\text{sen}\,\theta_0/2+g^2t^2/2}{\sqrt{v_0^2-v_0 g\,\text{sen}\,\theta_0 t+g^2t^2/4}}$$

Fazendo $dr/dt = 0$, com v_0 = 16,0 m/s e θ_0 = 40,0º, obtemos a equação do segundo grau $256 - 151t - 48t^2 = 0$. Como essa equação não tem raízes reais, o valor máximo de r é atingido no final da trajetória e, portanto,

$$t_{\text{total}}=2v_0\,\text{sen}\,\theta_0/g=2(16{,}0\text{ m/s})\text{sen}(40{,}0°)/(9{,}80\text{ m/s}^2)=2{,}10\text{ s}$$

(d) O valor de r é dado por

$$r=(2{,}10)\sqrt{(16{,}0)^2-(16{,}0)(9{,}80)\sin 40{,}0°(2{,}10)+(9{,}80)^2(2{,}10)^2/4}=25{,}7\text{ m}$$

(e) A distância horizontal é $r_x=v_0\cos\theta_0 t=(16{,}0\text{ m/s})\cos 40{,}0°(2{,}10\text{ s})=25{,}7\text{ m}$.

(f) A distância vertical é $r_y=0$.

(g) Fazendo $dr/dt = 0$, com v_0 = 16,0 m/s e θ_0 = 80,0º, obtemos a equação do segundo grau $256 - 232t + 48t^2 = 0$, o que nos dá t = 1,71 s (a outra raiz, t = 3,13 s, corresponde a um mínimo).

(h) O valor de r é dado por

$$r=(1{,}71)\sqrt{(16{,}0)^2-(16{,}0)(9{,}80)\text{sen}\,80{,}0°(1{,}71)+(9{,}80)^2(1{,}71)^2/4}=13{,}5\text{ m}$$

(i) A distância horizontal é

$$r_x = v_0 \cos\theta_0 t = (16{,}0 \text{ m/s})\cos 80{,}0°(1{,}71 \text{ s}) = 4{,}75 \text{ m}$$

(j) A distância vertical é

$$r_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 t - \frac{gt^2}{2} = (16{,}0 \text{ m/s}) \operatorname{sen} 80°(1{,}71 \text{ s}) - \frac{(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1{,}71 \text{ s})^2}{2} = 12{,}6 \text{ m}$$

125. De acordo com a Eq. 4-25, a trajetória da bala disparada pelo canhão elevado é descrita pela equação

$$y = x \tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos\theta_0)^2} \quad \text{em que } y = -30 \text{ m}$$

Usando a fórmula de Báskara e escolhendo a raiz positiva, obtemos

$$x = v_0 \cos\theta_0 \left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0 + \sqrt{(v_0 \operatorname{sen}\theta_0)^2 - 2gy}}{g} \right)$$

o que nos dá $x = 715$ m para $v_0 = 82$ m/s e $\theta_0 = 45°$. O aumento da distância seria, portanto, de 715 m – 686 m = 29 m.

126. Como, no instante em que o projétil atinge a altura máxima, a componente y da velocidade é zero, a componente x (constante) da velocidade tem o mesmo valor que o módulo da velocidade, ou seja, 10 m/s.

(a) Chamando de v_{0y} a componente y da velocidade 1,0 s antes de o projétil atingir a altura máxima, a equação $v_y = v_{0y} - gt$ (com $v_y = 0$) nos dá $v_{0y} = 9{,}8$ m/s. O módulo da velocidade (ou seja, a velocidade escalar) do projétil nesse instante é, portanto,

$$\sqrt{v_x^2 + v_{0y}{}^2} = \sqrt{(10 \text{ m/s})^2 + (9{,}8 \text{ m/s})^2} = 14 \text{ m/s}$$

(b) Por simetria, a velocidade escalar do projétil 1,0 s depois de atingir a altura máxima é igual à velocidade escalar 1,0 s antes de atingir a altura máxima, 14 m/s. Essa conclusão pode ser confirmada usando novamente a equação $v_y = v_{0y} - gt$, mas tomando como instante inicial o instante em que o projétil atinge a altura máxima, ou seja, fazendo $v_{0y} = 0$ e $t = 1{,}0$ s. Isso nos dá $v_y = -9{,}8$ m/s e $\sqrt{(10 \text{ m/s})^2 + (-9{,}8 \text{ m/s})^2} = 14 \text{ m/s}$.

(c) O valor de x pode ser obtido usando a relação $x + (10 \text{ m/s})(1{,}0 \text{ s}) = 0$, que nos dá $x = -10$ m.

(d) O valor de y pode ser obtido usando a relação $y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 0$ com $v_{0y} = 9{,}8$ e $t = 0{,}1$ s, que nos dá $y_0 = -4{,}9$ m.

(e) O valor de x pode ser obtido utilizando a relação $x + x_0 = (10 \text{ m/s})(1{,}0 \text{ s})$, com $x_0 = 0$, que nos dá $x = 10$ m.

(f) O valor de y pode ser obtido usando a relação $y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 0$ com $y_0 = v_{0y} = 0$, que nos dá, para $t = 1{,}0$ s,

$$y = -(9{,}8 \text{ m/s}^2)(1{,}0 \text{ s})^2/2 = -4{,}9 \text{ m}$$

127. Como a aceleração na direção x é zero e a aceleração na direção y é 1,40 m/s², a posição do coelho (em metros) em função do tempo (em segundos) é dada por

$$\vec{r} = (6{,}00t)\hat{\mathrm{i}} + \left(\frac{1}{2}(1{,}40)t^2\right)\hat{\mathrm{j}}$$

e $\vec{v}$ é a derivada de $\vec{r}$ em relação a t.

(a) Para $t = 3{,}00$ s, $\vec{v} = (6{,}00\hat{\mathrm{i}} + 4{,}20\hat{\mathrm{j}})$ m/s.

(b) Para $t = 3{,}00$ s, $\vec{r} = (18{,}0\hat{\mathrm{i}} + 6{,}30\hat{\mathrm{j}})$ m.

128. Sabemos que a equação vetorial

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$$

descreve um triângulo retângulo, no qual um cateto é $\vec{v}_2$ (que aponta para o leste), o outro cateto é $\vec{v}_3$ (que aponta para o sul), e a hipotenusa é $\vec{v}_1$ (cujo módulo é 70 km/h). De acordo com o teorema de Pitágoras,

$$|\vec{v}_1| = \sqrt{|\vec{v}_2|^2 + |\vec{v}_3|^2} \Rightarrow 70\ \text{km/h} = \sqrt{|\vec{v}_2|^2 + (20\ \text{km/h})^2}$$

o que nos dá a velocidade do avião em relação ao solo: $|\vec{v}_2| = 67$ km/h.

129. A figura mostra alguns pontos notáveis que devem ser analisados, enquanto outros, como a altura máxima atingida pela bola, podem ser facilmente interpretados. Vamos começar com o ponto final da trajetória (1,25 s após o lançamento da bola), que é o ponto no qual a bola volta à altura inicial. Em unidades inglesas, $g = 32$ ft/s^2.

(a) Usando a equação $x - x_0 = v_x t$, obtemos $v_x = v_{0x} = (40\ \text{ft})/(1{,}25\ \text{s}) = 32$ ft/s. Usando a equação $y - y_0 = 0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, obtemos $v_{0y} = \frac{1}{2}\left(32\ \text{ft/s}^2\right)\left(1{,}25\ \text{s}\right) = 20$ ft/s. Assim, o módulo da velocidade inicial da bola é

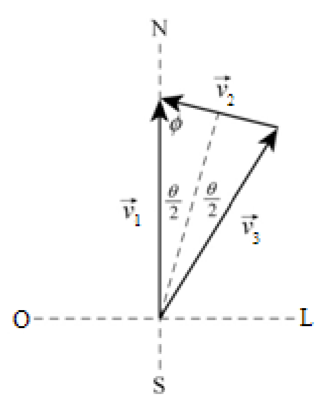
$$v_0 = |\vec{v}_0| = \sqrt{(32\ \text{ft/s})^2 + (20\ \text{ft/s})^2} = 38\ \text{ft/s}$$

(b) Como $v_y = 0$ no instante em que a bola atinge a altura máxima e a velocidade horizontal é constante, o módulo da velocidade da bola no instante em que atinge a altura máxima tem o mesmo valor que v_x, 32 ft/s.

(c) Podemos observar na figura (ou calcular usando a equação $v_y = 0 = v_{0y} - gt$) que o tempo necessário para a bola atingir a altura máxima é 0,625 s. Nesse caso, podemos usar a equação $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, com $y_0 = 3$ ft, para obter $y_{\text{máx}} = 9{,}3$ ft. Uma abordagem alternativa seria usar a equação $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y - y_0)$.

130. Vamos chamar de $\vec{v}_1$ a velocidade do avião em relação ao solo, de $\vec{v}_2$ a velocidade do ar em relação ao solo, e de $\vec{v}_3$ a velocidade do avião em relação ao ar.

(a) A figura a seguir mostra o diagrama vetorial: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$. Como os módulos de $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_3$ são iguais, os vetores formam um triângulo isósceles.



Considere um dos triângulos retângulos que são formados quando traçamos a bissetriz do ângulo θ (reta tracejada). Como a bissetriz de θ é a mediatriz de $\vec{v}_2$,

$$\text{sen}\left(\theta/2\right) = \frac{\vec{v}_2}{2\vec{v}_1} = \frac{70{,}0\ \text{mi/h}}{2\left(135\ \text{mi/h}\right)}$$

o que nos dá $\theta = 30°$. Como $\vec{v}_2$ é perpendicular à bissetriz, faz o mesmo ângulo com a direção L-O que a bissetriz faz com a direção N-S. Isso significa que o vento está soprando na direção 15,0° ao norte do oeste, ou seja, *da* direção 75,0° a leste do sul.

(b) O nariz do avião está apontado na direção de $\vec{v}_3$, ou seja, na direção 30,0° a leste do norte. Existe outra solução, com o nariz do avião apontando 30,0° a oeste do norte e o vento soprando na direção 15° ao norte do leste (ou seja, 75° a oeste do sul).

131. Podemos usar as Eqs. 4-24 e 4-25.

(a) Para x = 180 m, θ_o = 30° e v_o = 43 m/s, a Eq. 4-25 nos dá

$$y = \tan(30°)(180 \text{ m}) - \frac{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(180 \text{ m})^2}{2(43 \text{ m/s})^2(\cos 30°)^2} = -11 \text{ m}$$

ou $|y| = 11$ m. Isso significa que a elevação está 11 m acima do campo.

(b) O valor da componente horizontal da velocidade é constante e é dado por $v_x = v_0 \cos\theta$ = 43 cos 30° ≈ 37 m/s. De acordo com a Eq. 4-24, o valor da componente vertical no momento em que a bola atinge o solo é dado por $v_y = \sqrt{(v_0 \operatorname{sen}\theta_0)^2 - 2g(y - y_0)}$ = $\sqrt{21{,}5^2 + 19{,}6 \times 11{,}0} = 26$ m. Conforme o teorema de Pitágoras, a velocidade da bola ao tocar o solo foi de $\sqrt{37^2 + 26^2} = 45$ m/s.

132. Vamos chamar de g_p o módulo da aceleração gravitacional na superfície do planeta. A figura mostra alguns pontos notáveis que devem ser analisados, enquanto outros, como a altura máxima atingida pela bola, podem ser facilmente interpretados. Para futura referência, vamos rotular o ponto inicial (0, 2) em t_0 = 0 como (x_0, y_0) e o ponto final (25, 2) em t_f = 2,5 como (x_f, y_f), com os comprimentos em metros e o tempo em segundos.

(a) A componente x da velocidade inicial pode ser obtida usando a equação $x_f - x_0 = v_{0x} t_f$, que nos dá $v_{0x} = 25/2{,}5 = 10$ m/s. Quando tentamos obter a componente y usando a equação

$$y_f - y_0 = 0 = v_{0y} t_f - \tfrac{1}{2} g_p t_f^2$$

obtemos $v_{0y} = 1{,}25 g_p$, o que mostra que precisamos de outra equação. Para isso, escolhemos outro ponto, como, por exemplo, o penúltimo, que nos dá $y - y_0 = v_{0_y} t - \frac{1}{2} g_p t^2$ com y = 6 e t = 2; o resultado é uma segunda equação, $v_{0y} = 2 + g_p$. Resolvendo esse sistema de equações, obtemos v_{0y} = 10 e g_p = 6. Assim, a velocidade inicial em termos dos vetores unitários é $\vec{v} = 10\hat{\text{i}} + 10\hat{\text{j}}$

(b) Como foi visto na solução do item (a), g_p = 8,0 m/s^2.

(c) Explicitando t_s (tempo necessário para atingir o solo) na equação $y_s = 0 = y_0 + v_{0y} t_s - g_p t_s^2/2$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos t_s = 2,7 s.

(d) Para g = 9,8 m/s^2, a mesma equação usada no item (c) nos dá $-4{,}9 t_s^2 + 10 t_s + 2 = 0$, cuja raiz positiva é t_s = 2,2 s.

133. (a) Como a velocidade do helicóptero em relação ao solo é v' = 6,2 m/s, a velocidade do engradado em relação ao solo é $v_0 = 12 - v'$ = 5,8 m/s.

(b) Definindo o sentido positivo do eixo x como o sentido da velocidade inicial do engradado e o sentido positivo do eixo y como o sentido para baixo, o movimento do engradado é descrito pelas equações

$$\Delta x = v_0 t \qquad \text{e} \qquad \Delta y = \frac{1}{2} g t^2$$

em que Δy = 9,5 m. Isso nos dá t = 1,39 s e Δx = 8,08 m para o engradado, enquanto, para o helicóptero (que está de movendo no sentido oposto), $\Delta x' = -v' t$ = –8,63 m. Assim, a distância horizontal entre o engradado e o helicóptero é 8,08 – (–8,63) = 16,7 m ≈ 17 m.

(c) As componentes de $\vec{v}$ no instante em que o engradado atinge o solo são (v_x, v_y) = (5,8, 13,6) em unidades do SI. A componente vertical foi calculada usando a Eq. 2-11. O ângulo (para baixo, em relação à horizontal) desse vetor é tan^{-1}(13,6/5,8) = 67°.

134. Como, no caso de um movimento circular com velocidade constante, a aceleração centrípeta é dada por $a = v^2/r$, o raio da circunferência é $r = (12)^2/3$ = 48 m. A aceleração aponta sempre para o centro da circunferência.

(a) Se o carro estiver se movendo no *sentido horário*, o carro está 48 m a oeste do centro da circunferência.

(b) Se o carro estiver se movendo no *sentido anti-horário*, o carro também está 48 m a oeste do centro da circunferência.

135. (a) Usando o mesmo sistema de coordenadas das Eqs. 4-21 e Eq. 4-22 (para o qual $\theta_0 = -20{,}0°$), o deslocamento horizontal da bola no instante $t = 2{,}30$ s é

$$\Delta x = (v_0 \cos\theta_0)t = 32{,}4 \text{ m}$$

(b) O deslocamento vertical é $\Delta y = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 = -37{,}7$ m.

136. Vamos tomar a coordenada inicial da bola como (0,000; 0,762) m e o sentido positivo do eixo x como a direção do "monstro verde". As componentes da velocidade inicial são $(33{,}53\angle 55°) \rightarrow (19{,}23;\ 27{,}47)$ m/s.

(a) Para $t = 5{,}00$ s, $x = x_0 + v_x t = 96{,}2$ m.

(b) Nesse instante, $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 15{,}59$ m. A distância vertical entre a bola e o muro nesse instante é, portanto, $15{,}59 - 11{,}28 = 4{,}31$ m.

(c) O instante em questão corresponde a $t = 4{,}50$ s. Nesse instante, $x - x_0 = (19{,}23)(4{,}50) = 86{,}5$ m.

(d) O deslocamento vertical é $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 25{,}1$ m.

137. Quando o avião está voando no mesmo sentido que a corrente de jato (cuja velocidade é v_c), o tempo de viagem é $t = d/(v_a + v_c)$, em que $d = 4350$ km é a distância percorrida, e $v_a = 966$ km/h é a velocidade do avião em relação ao ar. Quando o avião está voando no sentido oposto ao da corrente de jato, o tempo de viagem é $t' = d/(v_a - v_c)$, e sabemos que $t' - t = 50 \text{ min} = (5/6)\text{h}$. Combinando essas expressões, obtemos

$$t' - t = \frac{d}{v_a - v_c} - \frac{d}{v_a + v_c} = \frac{2dv_s}{v_a^2 - v_c^2} = \frac{5}{6} \text{ h}$$

Explicitando v_c na equação anterior, obtemos $v_c = 88{,}63$ km/h.

138. Vamos definir um vetor unitário $\hat{\mathrm{i}}$ apontando para a outra margem do rio (ou seja, perpendicular à correnteza) e um vetor unitário $\hat{\mathrm{j}}$ apontando na direção da correnteza. Sabemos que o módulo da velocidade do barco em relação à água do rio é $v = |\vec{v}_{bw}| = u = 6.4$ km/h. Vamos chamar de θ o ângulo da velocidade do barco com o eixo x. Sabemos que a velocidade da correnteza em relação às margens do rio é $\vec{v}_{am} = 3{,}2\hat{\mathrm{j}}$ km/h.

(a) Para que o barco atinja um ponto "diretamente oposto" ao ponto de partida, a velocidade do barco em relação às margens deve ser $\vec{bg} = v\,\hat{\mathrm{i}}$, ou seja, as componentes $\hat{\mathrm{j}}$ da soma vetorial

$$\vec{v}_{ba} + \vec{v}_{am} = \vec{v}_{bm}$$

devem se cancelar, o que nos dá $v \operatorname{sen}\theta = -3{,}2$ km/h e, portanto, $\theta = \operatorname{sen}^{-1}(-3{,}2/6{,}4) = -30°$.

(b) Usando o resultado do item (a), obtemos $v_{bm} = v_{ba}\cos\theta = 5{,}5$ km/h. Assim, o tempo necessário para percorrer uma distância $\ell = 6{,}4$ km é $6{,}4/5{,}5 = 1{,}15$ hora ou 69 minutos.

(c) Se o movimento do barco for paralelo ao eixo y,

$$t_{\text{total}} = \frac{D}{v_{ba} + v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} = 1{,}33 \text{ h}$$

em que $D = 3{,}2$ km.

(d) Como

$$\frac{D}{v_{ba}+v_{am}}+\frac{D}{v_{ba}-v_{am}}=\frac{D}{v_{ba}-v_{am}}+\frac{D}{v_{ba}+v_{am}}$$

a resposta é a mesma do item anterior, t_{total} = 80 minutos.

(e) Para o barco atravessar o rio no menor tempo possível, a proa do barco deve ser mantida perpendicular à correnteza, ou seja, fazendo um ângulo θ = 0 com o eixo x. Isso pode ser demonstrado escrevendo uma expressão para a velocidade do barco em relação às margens em termos do ângulo θ:

$$\vec{v}_{bm}=\vec{v}_{ba}+\vec{v}_{am}=v_{ba}\cos\theta\,\hat{\text{i}}+(v_{ba}\,\text{sen}\,\theta+v_{am})\,\hat{\text{j}}$$

em que a componente x de $\vec{v}_{bm}$ é igual a l/t. Assim, $t=\dfrac{l}{v_{ba}\cos\theta}$. Derivando essa expressão em relação a θ e igualando o resultado a 0, obtemos a equação $\dfrac{dt}{d\theta}=\dfrac{-l\,\text{sen}\,\theta}{v_{ba}\cos^2\theta}=0,$ cuja solução é θ = 0. Fazendo θ = 0 na expressão de t anterior, obtemos t = 6,4/6,4 = 1,0 hora ou 60 minutos.