Capítulo 9

1. Podemos usar a Eq. 9-5 para determinar x_3 e y_3.
(a) A coordenada x do centro de massa do sistema é

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(2,00\text{ kg})(-1,20\text{ m}) + (4,00\text{ kg})(0,600\text{ m}) + (3,00\text{ kg})x_3}{2,00\text{ kg} + 4,00\text{ kg} + 3,00\text{ kg}}$$

$$= -0,500\text{ m},$$

o que nos dá $x_3 = -1,50$ m.

(b) A coordenada y do centro de massa do sistema é

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(2,00\text{ kg})(0,500\text{ m}) + (4,00\text{ kg})(-0,750\text{ m}) + (3,00\text{ kg})y_3}{2,00\text{ kg} + 4,00\text{ kg} + 3,00\text{ kg}}$$

$$= -0,700\text{ m},$$

o que nos dá $y_3 = -1,43$ m.

2. Vamos usar a seguinte notação: $x_1 = 0$ e $y_1 = 0$ são as coordenadas da partícula de massa $m_1 = 3,0$ kg; $x_2 = 2,0$ m e $y_2 = 1,0$ m são as coordenadas da partícula de massa $m_2 = 4,0$ kg; $x_3 = 1,0$ m e $y_3 = 2,0$ m são as coordenadas da partícula de massa $m_3 = 8,0$ kg.

(a) A coordenada x do centro de massa é

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0 + (4,0\text{ kg})(2,0\text{ m}) + (8,0\text{ kg})(1,0\text{ m})}{3,0\text{ kg} + 4,0\text{ kg} + 8,0\text{ kg}} = 1,1\text{ m}.$$

(b) A coordenada y do centro de massa é

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0 + (4,0\text{ kg})(1,0\text{ m}) + (8,0\text{ kg})(2,0\text{ m})}{3,0\text{ kg} + 4,0\text{ kg} + 8,0\text{ kg}} = 1,3\text{ m}.$$

(c) se a massa m_3 aumenta, o centro de massa é deslocado para cima, na direção da partícula 3. No limite em que m_3 tem uma massa muito maior que as outras partículas, o centro de massa praticamente coincide com a posição da partícula 3.

3. Usamos a Eq. 9-5 para determinar as coordenadas do centro de massa.

(a) Por simetria, $x_{CM} = -d_1/2 = -(13\text{ cm})/2 = -6,5$ cm. O valor negativo se deve a nossa escolha da origem.

(b) A coordenada y_{CM} é dada por

$$y_{CM} = \frac{m_i y_{CM,i} + m_a y_{CM,a}}{m_i + m_a} = \frac{\rho_i V_i y_{CM,i} + \rho_a V_a y_{CM,a}}{\rho_i V_i + \rho_a V_a}$$
$$= \frac{(11\text{ cm}/2)(7,85\text{ g/cm}^3) + 3(11\text{ cm}/2)(2,7\text{ g/cm}^3)}{7,85\text{ g/cm}^3 + 2,7\text{ g/cm}^3} = 8,3\text{ cm}.$$

(c) Por simetria, $z_{CM} = (2,8\text{ cm})/2 = 1,4$ cm.

4. Vamos chamar este arranjo de "mesa". Escolhemos para origem das coordenadas a extremidade esquerda do tampo da mesa (como mostra a Fig. 9-37). Tomando o sentido positivo do eixo x para a direita e o sentido positivo do eixo y para cima, o centro de massa da perna direita da mesa está no ponto (+L, –L/2), o centro de massa da perna direita está no ponto (0, –L/2) e o centro de massa do tampo da mesa está no ponto (L/2, 0).

(a) A coordenada x da mesa inteira é

$$x_{\text{CM}} = \frac{M(+L) + M(0) + 3M(+L/2)}{M + M + 3M} = \frac{L}{2}.$$

Para L = 22 cm, x_{CM} = (22 cm)/2 = 11 cm.

(b) A coordenada y do centro de massa da mesa inteira é

$$y_{\text{CM}} = \frac{M(-L/2) + M(-L/2) + 3M(0)}{M + M + 3M} = -\frac{L}{5},$$

ou y_{CM} = – (22 cm)/5 = – 4,4 cm.

As coordenadas mostram que o centro de massa da mesa inteira está 4,4 cm abaixo do centro do tampo da mesa.

5. Como a placa é homogênea, podemos dividi-la em três peças retangulares, com a massa de cada peça proporcional à área e o centro de massa coincidindo com o centro geométrico. Vamos chamar a peça maior, de 35 cm × 10 cm (mostrada do lado esquerdo do eixo y na Fig. 9-38), de Peça 1; ela representa 63,6% da área total e o centro de massa está no ponto (x_1, y_1) = (–5,0 cm, –2,5 cm). A peça de 20 cm × 5 cm (Peça 2, situada no primeiro quadrante) representa 18,2% da área total; o centro de massa está no ponto (x_2,y_2) = (10 cm, 12,5 cm). A peça de 10 cm × 10 cm (Peça 3, situada no quarto quadrante) também representa 18,2% da área total; o centro de massa está no ponto (x_3,y_3) = (5 cm, –15 cm).

(a) A coordenada x do centro de massa da placa é

$$x_{\text{CM}} = (0{,}636)x_1 + (0{,}182)x_2 + (0{,}182)x_3 = -\,0{,}45 \text{ cm}.$$

(b) A coordenada y do centro de massa da placa é

$$y_{\text{CM}} = (0{,}636)y_1 + (0{,}182)y_2 + (0{,}182)y_3 = -\,2{,}0 \text{ cm}.$$

6. As coordenadas dos centros de massa (em centímetros) das cinco faces são:

$$\begin{array}{ll}
(x_1, y_1, z_1) = (0, 20, 20) & \text{para a face no plano } yz \\
(x_2, y_2, z_2) = (20, 0, 20) & \text{para a face no plano } xz \\
(\mathrm{x}_3, y_3, z_3) = (20, 20, 0) & \text{para a face no plano } xy \\
(x_4, y_4, z_4) = (40, 20, 20) & \text{para a face paralela ao plano } yz \\
(\mathrm{x}_5, y_5, z_5) = (20, 40, 20) & \text{para a face paralela ao plano } xz
\end{array}$$

Como todas as faces têm a mesma massa m, podemos substituir essas coordenadas na Eq. 9-5 para obter os resultados a seguir (os dois primeiros resultados poderiam ser obtidos apenas por considerações de simetria).

(a) A coordenada x do centro de massa é

$$x_{\text{CM}} = \frac{mx_1 + mx_2 + mx_3 + mx_4 + mx_5}{5m} = \frac{0 + 20 + 20 + 40 + 20}{5} = 20 \text{ cm}$$

(b) A coordenada y do centro de massa é

$$y_{\text{CM}} = \frac{my_1 + my_2 + my_3 + my_4 + my_5}{5m} = \frac{20 + 0 + 20 + 20 + 40}{5} = 20 \text{ cm}$$

(c) A coordenada z do centro de massa é

$$z_{\text{CM}} = \frac{mz_1 + mz_2 + mz_3 + mz_4 + mz_5}{5m} = \frac{20+20+0+20+20}{5} = 16 \text{ cm}$$

7. (a) Por simetria, o centro de massa está localizado no eixo de simetria da molécula, que é o eixo y. Assim, $x_{\text{CM}} = 0$.

(b) Para determinar y_{CM}, basta notar que $3m_{\text{H}}y_{\text{CM}} = m_{\text{N}}(y_{\text{N}} - y_{\text{CM}})$, em que y_{N} é a distância entre o átomo de nitrogênio e o plano dos três átomos de hidrogênio:

$$y_{\text{N}} = \sqrt{\left(10{,}14\times10^{-11}\,\text{m}\right)^2 - \left(9{,}4\times10^{-11}\,\text{m}\right)^2} = 3{,}803\times10^{-11} \text{ m.}$$

Assim,

$$y_{\text{CM}} = \frac{m_{\text{N}}y_{\text{N}}}{m_{\text{N}} + 3m_{\text{H}}} = \frac{(14{,}0067)\left(3{,}803\times10^{-11}\text{ m}\right)}{14{,}0067 + 3(1{,}00797)} = 3{,}13\times10^{-11} \text{ m,}$$

em que o valor das massas foi obtido no Apêndice F.

8. (a) Como a lata é homogênea, o centro de massa está no centro geométrico, a uma distância $H/2$ acima da base. O centro de massa do refrigerante está no seu centro geométrico, a uma distância $x/2$ acima da base da lata. Quando a lata está cheia, os dois centros geométricos coincidem. Assim, o centro de massa do conjunto está no eixo do cilindro e a uma distância h acima da base dada por

$$h = \frac{M(H/2) + m(H/2)}{M+m} = \frac{H}{2}.$$

Para $H = 12$ cm, obtemos $h = 6{,}0$ cm.

(b) No caso da lata vazia, o centro de massa está no eixo do cilindro, a uma distância $H/2 = 6{,}0$ cm acima da base.

(c) Quando x diminui, o centro de massa do conjunto diminui a princípio e depois aumenta até atingir novamente uma altura $h = H/2 = 6{,}0$ quando a lata fica totalmente vazia.

(d) Quando a superfície do refrigerante está a uma altura x acima da base da lata, a massa de refrigerante contida na lata é $m_p = m(x/H)$, na qual m é a massa de refrigerante quando a lata está cheia, e o centro de massa do refrigerante está a uma distância $x/2$ acima da base da lata. Assim,

$$h = \frac{M(H/2) + m_p(x/2)}{M + m_p} = \frac{M(H/2) + m(x/H)(x/2)}{M + (mx/H)} = \frac{MH^2 + mx^2}{2(MH + mx)}.$$

Para determinar o valor de x para o qual o centro de massa atinge o ponto mais baixo, derivamos h em relação a x e igualamos o resultado a 0. A derivada é

$$\frac{dh}{dx} = \frac{2mx}{2(MH+mx)} - \frac{(MH^2 + mx^2)m}{2(MH+mx)^2} = \frac{m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2}{2(MH+mx)^2}.$$

A solução da equação $m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2 = 0$ é

$$x = \frac{MH}{m}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{m}{M}}\right).$$

A raiz positiva foi escolhida porque x deve ser um número positivo. Substituindo esse valor de x na expressão $h = (MH^2 + mx^2)/2(MH + mx)$, obtemos, após algumas manipulações algébricas,

$$h=\frac{HM}{m}\left(\sqrt{1+\frac{m}{M}}-1\right)=\frac{(12\text{ cm})(0{,}14\text{ kg})}{0{,}354\text{ kg}}\left(\sqrt{1+\frac{0{,}354\text{ kg}}{0{,}14\text{ kg}}}-1\right)=4{,}2\text{ cm}.$$

9. Para resolver o problema, usamos uma das equações da Tabela 2-1 (com o sentido positivo do eixo y para baixo e a origem no ponto em que a pedra é liberada), as Eqs. 9-5 e 9-17.

(a) A coordenada da primeira pedra (de massa m_1) no instante $t = 300 \times 10^{-3}$ s é

$$y_1 = (1/2)gt^2 = (1/2)(9{,}8\text{ m/s}^2)\,(300 \times 10^{-3}\text{ s})^2 = 0{,}44\text{ m}$$

e a coordenada da segunda pedra (de massa $m_2 = 2m_1$) no mesmo instante é

$$y_2 = (1/2)gt^2 = (1/2)(9{,}8\text{ m/s}^2)(300 \times 10^{-3}\text{ s} - 100 \times 10^{-3}\text{ s})^2 = 0{,}20\text{ m}.$$

Assim, a coordenada do centro de massa é

$$y_{\text{CM}}=\frac{m_1y_1+m_2y_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1(0{,}44\text{ m})+2m_1(0{,}20\text{ m})}{m_1+2m_2}=0{,}28\text{ m}.$$

(b) A velocidade da primeira pedra no instante t é $v_1 = gt$ e a da segunda pedra é

$$v_2 = g(t - 100 \times 10^{-3}\text{ s}).$$

Assim, a velocidade do centro de massa no instante $t = 300 \times 10^{-3}$ s é

$$\begin{aligned}v_{\text{CM}}&=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}\\&=\frac{m_1(9{,}8\text{ m/s}^2)(300\times10^{-3}\text{ s})+2m_1(9{,}8\text{ m/s}^2)(300\times10^{-3}\text{ s}-100\times10^{-3}\text{ s})}{m_1+2m_1}\\&=2{,}3\text{ m/s}.\end{aligned}$$

10. Para resolver o problema, usamos uma das equações da Tabela 2-1 (com a origem no sinal de trânsito), as Eqs. 9-5 e 9-17. No instante $t = 3{,}0$ s, a coordenada do automóvel é

$$x_1=\tfrac{1}{2}at^2=\tfrac{1}{2}(4{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2=18\text{ m}$$

e a do caminhão é

$$x_2 = vt = (8{,}0\text{ m/s})(3{,}0\text{s}) = 24\text{ m}.$$

A velocidade do automóvel nesse instante é $v_1=at=(4{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})=12\text{ m/s},$ enquanto a velocidade do caminhão é $v_2 = 8{,}0$ m/s.

(a) A coordenada do centro de massa é

$$x_{\text{CM}}=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}=\frac{(1000\text{ kg})(18\text{ m})+(2000\text{ kg})(24\text{ m})}{1000\text{ kg}+2000\text{ kg}}=22\text{ m}.$$

(b) A velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}}=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}=\frac{(1000\text{ kg})(12\text{ m/s})+(2000\text{ kg})(8.0\text{ m/s})}{1000\text{ kg}+2000\text{ kg}}=9{,}3\text{ m/s}.$$

11. Embora o problema pudesse ser resolvido analisando separadamente as forças que agem sobre a azeitona e a castanha-do-pará, vamos analisar o movimento do sistema como um todo a partir da Eq. 9-14. A força resultante a que o sistema formado pela azeitona e a castanha-do-pará está submetido é $\vec{F}_a + \vec{F}_c = (-\hat{\mathrm{i}} + \hat{\mathrm{j}})\ \mathrm{N}$. De acordo com a Eq. 9-14,

$$(-\hat{\mathrm{i}} + \hat{\mathrm{j}})\ \mathrm{N} = M\vec{a}_{\mathrm{CM}}$$

em que M = 2,0 kg. Assim, $\vec{a}_{\mathrm{CM}} = (-\frac{1}{2}\hat{\mathrm{i}} + \frac{1}{2}\hat{\mathrm{j}})\ \mathrm{m/s^2}$. Como as duas componentes da aceleração são constantes, podemos usar as equações discutidas nos Capítulos 2 e 4 para obter

$$\Delta\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{2}\vec{a}_{\mathrm{CM}}t^2 = (-4{,}0\ \mathrm{m})\hat{\mathrm{i}} + (4{,}0\ \mathrm{m})\hat{\mathrm{j}}$$

para t = 4,0 s. Para ter uma ideia da vantagem de usar a Eq. 9.14, o leitor pode experimentar resolver o problema *da forma mais trabalhosa*, analisando separadamente as forças a que a azeitona e a castanha-do-pará estão submetidas e depois aplicando a Eq. 9-5.

12. Como o centro de massa do sistema de dois patinadores não se move, os patinadores se encontram no centro de massa do sistema. Chamando de x a distância entre o patinador de 40 kg e o centro de massa, temos:

$$(65\ \mathrm{kg})(10\ \mathrm{m} - x) = (40\ \mathrm{kg})x \Rightarrow x = 6{,}2\ \mathrm{m}.$$

Assim, a distância percorrida pelo patinador de 40 kg é 6,2 m.

13. PENSE Um projétil explode em dois fragmentos no ponto mais alto da trajetória. Conhecendo a trajetória de um dos fragmentos após a explosão, podemos determinar a trajetória do outro fragmento usando a lei de conservação do momento.

FORMULE Precisamos determinar as coordenadas do ponto em que o projétil explodiu e a velocidade do fragmento que não caiu verticalmente. Vamos usar um sistema de coordenadas com a origem no ponto do disparo, o eixo x horizontal, apontando para a direita, e o eixo y vertical, apontando para cima. A componente y da velocidade é dada por $v = v_{0y} - gt$ e é zero no instante $t = v_{0y}/g = (v_0/g)\,\mathrm{sen}\,\theta_0$, em que v_0 é a velocidade inicial e θ_0 é o ângulo do disparo. As coordenadas do ponto mais alto da trajetória são

$$x = v_{0x}t = v_0 t\cos\theta_0 = \frac{v_0^2}{g}\mathrm{sen}\theta_0\cos\theta_0 = \frac{(20\ \mathrm{m/s})^2}{9.8\ \mathrm{m/s^2}}\mathrm{sen}60°\cos 60° = 17{,}7\ \mathrm{m}$$

e

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}\mathrm{sen}^2\,\theta_0 = \frac{1}{2}\frac{(20\ \ \mathrm{m/s})^2}{9{,}8\ \mathrm{m/s^2}}\mathrm{sen}^2\,60° = 15{,}3\ \mathrm{m}$$

Como, depois do lançamento, o projétil não está sujeito a forças horizontais, a componente horizontal do momento é conservada. Como a velocidade horizontal de um dos fragmentos é zero após a explosão, a componente horizontal do momento do outro fragmento após a explosão é igual à componente horizontal do projétil antes da explosão, $v_0\cos\theta_0$. Como a componente vertical da velocidade do projétil é zero no momento em que atinge a altura máxima e a velocidade inicial do fragmento que cai verticalmente é zero, a componente vertical da velocidade do outro fragmento também é zero logo após a explosão. Seja M a massa do projétil e seja V_0 a velocidade (horizontal) do segundo fragmento. Como as massas dos dois fragmentos são iguais, a massa do segundo fragmento é $M/2$. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$Mv_0\cos\theta_0 = MV_0/2$$

e, portanto,

$$V_0 = 2v_0\cos\theta_0 = 2(20\ \mathrm{m/s})\cos 60° = 20\ \mathrm{m/s}$$

Essa informação pode ser usada como uma das condições iniciais para determinar a trajetória do segundo fragmento.

ANALISE Vamos agora mudar o instante inicial e analisar o movimento do segundo fragmento como o movimento de um projétil lançado horizontalmente no instante $t = 0$ com uma velocidade de 20 m/s a partir de um ponto de coordenadas $x_0 = 17,7$ m, $y_0 = 15,3$ m. A coordenada y do fragmento é dada por $y = y_0 - gt^2/2$ e é zero no instante em que o fragmento atinge o solo. O tempo que o fragmento leva para atingir o solo é $t = \sqrt{2y_0/g}$ e a coordenada x do ponto em que o fragmento se choca com o solo é

$$x = x_0 + V_0 t = x_0 + V_0\sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 17,7 \text{ m} + (20 \text{ m/s})\sqrt{\frac{2(15,3 \text{ m})}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 53 \text{ m}$$

APRENDA Se a explosão não tivesse acontecido, o projétil teria se chocado com o solo a uma distância

$$R = 2x_0 = \frac{v_0^2}{g}\text{sen}2\theta_0 = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{9,8 \text{ m/s}^2}\text{sen}[2(60°)] = 35,3 \text{ m}$$

do canhão, muito menor que a distância atingida pelo fragmento. Isso é razoável, já que o fragmento possui uma velocidade horizontal maior que o projétil.

14. (a) A expressão usada no enunciado "tal que [a partícula 2] se mantém verticalmente acima da partícula 1" significa que a sombra (como se houvesse uma lâmpada verticalmente acima das partículas) da partícula 2 coincide sempre com a posição da partícula 1. Em outras palavras, as partículas estão sempre alinhadas na vertical. Esse alinhamento significa que $v_{2x} = v_1 = 10,0$ m/s. Como o valor inicial de v_2 é 20,0 m/s, o teorema de Pitágoras nos dá

$$v_{2y} = \sqrt{v_2^2 - v_{2x}^2} = \sqrt{300} \text{ m/s}$$

para o valor inicial da componente y da velocidade da partícula 2. Nesse caso, a Eq. 2-16 (ou a lei de conservação da energia) nos dá $y_{\text{máx}} = 300/19,6 = 15,3$ m. Assim, temos:

$$H_{\text{máx}} = m_2 y_{\text{máx}}/m_{\text{total}} = (3,00 \text{ g})(15,3 \text{ m})/(8,00 \text{ g}) = 5,74 \text{ m}.$$

(b) Como as duas partículas têm a mesma velocidade horizontal e a velocidade vertical da partícula 2 é zero no ponto mais alto da trajetória, a velocidade do centro de massa é $(10,0 \text{ m/s})\hat{\text{i}}$ (como é fácil de verificar usando a Eq. 9-17).

(c) Como apenas a partícula 2 sofre aceleração (a aceleração de queda livre), a Eq. 9-18 (ou a Eq. 9-19) nos dá

$$a_{\text{CM}} = m_2 g/m_{\text{total}} = (3,00 \text{ g})(9,8 \text{ m/s}^2)/(8,00 \text{ g}) = 3,68 \text{ m/s}^2$$

para o módulo da aceleração vertical para baixo do centro de massa do sistema. Assim, $\vec{a}_{\text{CM}} = (-3,68 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}$.

15. (a) A força resultante a que o *sistema* (cuja massa total é $m_1 + m_2$) está submetido é $m_2 g$. De acordo com a Segunda Lei de Newton, $a = g[m_2/(m_1 + m_2)] = 0,4g$. No caso do bloco 1, a aceleração é para a direita (na direção $\hat{\text{i}}$); no caso do bloco 2, a aceleração é para baixo (na direção $-\hat{\text{j}}$). Assim, a Eq. 9-18 nos dá

$$\vec{a}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(0,6)(0,4g\hat{\text{i}}) + (0,4)(-0,4g\hat{\text{j}})}{0,6 + 0,4} = (2,35\hat{\text{i}} - 1,57\hat{\text{j}}) \text{ m/s}^2.$$

(b) Integrando a Eq. 4-16, obtemos

$$\vec{v}_{\text{CM}} = (2,35\hat{\text{i}} - 1,57\hat{\text{j}})t$$

(em unidades do SI), já que o sistema partiu do repouso. Note que a *razão* das componentes do vetor velocidade do centro de massa não varia com o tempo, e, de acordo com a Eq. 3-6, é essa razão que determina o ângulo do vetor velocidade, e, portanto, a direção do movimento do centro de massa do sistema.

(c) Como a razão entre as componentes do vetor velocidade é constante (veja o item anterior), o gráfico da trajetória do centro de massa é uma linha reta.

(d) A Eq. 3-6 nos dá $\theta = -34°$. A trajetória do centro de massa é portanto uma reta que faz um ângulo, para baixo, de 34° com a horizontal.

16. Vamos chamar a massa de Ricardo de M_R e a massa de Carmelita de M_C. Se o centro de massa do sistema formado pelos dois jovens (vamos supor que está mais próximo de Ricardo) se encontra a uma distância x do centro da canoa, temos:

$$M_R(L/2 - x) = mx + M_C(L/2 + x)$$

em que L é a distância entre os bancos e m é a massa da canoa.

Quando o casal troca de posição, o centro da canoa de desloca de uma distância $2x$ em relação à posição inicial. Assim, x = 40 cm/2 = 0,20 m. Explicitando M_C na equação acima e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$M_C = \frac{M_R(L/2-x)-mx}{L/2+x} = \frac{(80)\left(\frac{3,0}{2}-0,20\right)-(30)(0,20)}{(3,0/2)+0,20} = 58 \text{ kg}.$$

17. Como não existe nenhuma força horizontal agindo sobre o sistema cachorro-barco, o centro de massa do sistema permanece em repouso. Assim, de acordo com a Eq. 9-16, $M\Delta x_{\text{CM}} = 0 = m_b \Delta x_b + m_c \Delta x_c$, o que nos dá

$$|\Delta x_b| = \frac{m_d}{m_b}|\Delta x_c|.$$

Vamos agora expressar a condição geométrica de que o cachorro se deslocou de uma distância d = 2,4 m *em relação ao barco*:

$$|\Delta x_b| + |\Delta x_c| = d,$$

o que mostra que o cachorro e o barco se deslocam em sentidos opostos. Combinando as duas equações, obtemos:

$$\frac{m_c}{m_b}|(\Delta x_c)| + |\Delta x_c| = d$$

o que nos dá $|\Delta x_c| = \dfrac{d}{1+m_c/m_b} = \dfrac{2,4 \text{ m}}{1+(4,5/18)} = 1,92 \text{ m}.$

O cachorro está, portanto, 1,9 m mais próximo da margem do que na situação inicial (em que a distância era D = 6,1 m). Assim, a nova distância é $D - |\Delta x_c|$ = 4,2 m.

18. O módulo da variação do momento linear da bola é

$$\Delta p = m|v_i - v_f| = (0,70 \text{ kg})|(5,0 \text{ m/s}) - (-2,0 \text{ m/s})| = 4,9 \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

19. (a) A variação da energia cinética é

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(2100 \text{ kg})\left[(51 \text{ km/h})^2 - (41 \text{ km/h})^2\right]$$

$$= 9,66\times10^4 \text{ kg}\cdot(\text{km/h})^2\left[(10^3 \text{ m/km})(1 \text{ h}/3600 \text{ s})\right]^2$$

$$= 7,5\times10^4 \text{ J}.$$

(b) O módulo da variação de velocidade é

$$|\Delta\vec{v}| = \sqrt{(-v_i)^2 + (v_f)^2} = \sqrt{(-41 \text{ km/h})^2 + (51 \text{ km/h})^2} = 65,4 \text{ km/h}$$

e, portanto, o módulo da variação de momento é

$$|\Delta\vec{p}| = m|\Delta\vec{v}| = (2100 \text{ kg})(65,4 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 3,8\times10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(c) O vetor $\Delta\vec{p}$ faz um ângulo θ para o sul em relação à direção leste, sendo

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_i}{v_f}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{41 \text{ km/h}}{51 \text{ km/h}}\right) = 39°.$$

20. De acordo com o gráfico, a componente horizontal do momento, p_x, é 4,0 $\text{kg}\cdot\text{m/s}$, já que, no instante em que o momento é mínimo, a componente vertical é zero e, portanto, a componente horizontal é igual ao momento total. Como a componente horizontal é constante e o módulo do momento inicial, de acordo com o gráfico, é 6,0 $\text{kg}\cdot\text{m/s}$, temos:

$$\cos\theta_0 = \frac{p_x}{p_0} \quad\Rightarrow\quad \theta_0 = 48°.$$

21. Escolhemos um eixo x horizontal, apontando para o batedor, e um eixo y vertical, apontando para cima. Os ângulos são medidos no sentido anti-horário, a partir do semieixo x positivo. As unidades de massa, velocidade e momento são as unidades do SI. Nesse caso, o momento inicial, na notação módulo-ângulo, é $\vec{p}_0 = (4,5\angle 215°)$.

(a) Na notação módulo-ângulo, a variação do momento é

$$(6,0\ \angle -90°) - (4,5\ \angle\ 215°) = (5,0\ \angle -43°)$$

(essa soma vetorial pode ser feita com uma calculadora científica no modo polar). O módulo da variação de momento é, portanto, 5,0 $\text{kg}\cdot\text{m/s}$.

(b) Nesse caso, a variação de momento é $(6,0\ \angle\ 0°) - (4,5\ \angle\ 215°) = (10\ \angle\ 15°)$. O módulo da variação do momento é, portanto, 10 $\text{kg}\cdot\text{m/s}$.

22. (a) Como a força do choque da bola com a tabela aponta na direção y, a componente p_x do momento é conservada:

$$p_{xi} = p_{xf} \quad\Rightarrow\quad mv_i \operatorname{sen}\theta_1 = mv_i \operatorname{sen}\theta_2 .$$

Para $\theta_1 = 30,0°$, obtemos $\theta_2 = 30,0°$.

(b) A variação do momento é

$$\begin{aligned}\Delta\vec{p} &= mv_i\cos\theta(-\hat{\text{j}}) - mv_i\cos\theta(+\hat{\text{j}})\\ &= -2(0,165 \text{ kg})(2,00 \text{ m/s})(\cos 30°)\hat{\text{j}}\\ &= -0,572\hat{\text{j}} \text{ kg}\cdot\text{m/s}.\end{aligned}$$

23. Vamos estimar a massa de LaMothe em 70 kg e calcular a força de empuxo F usando a segunda lei de Newton: $F - mg = ma$, em que escolhemos um eixo y vertical e apontando para cima, de modo que $a > 0$ (a aceleração é para cima, já que representa uma desaceleração do movimento de LaMothe ao entrar na água). Sua velocidade ao chegar à superfície da água pode ser calculada usando a Eq. 2-16 ou a lei de conservação da energia: $v = \sqrt{2gh}$, onde $h = 12$ m; como a desaceleração a reduz a velocidade a zero em uma distância $d = 0,30$ m, obtemos também $v = \sqrt{2ad}$. Igualando as duas expressões de v, obtemos $a = gh/d$. A força de empuxo, portanto, é dada por

$$F = mg + m\left(g\frac{h}{d}\right) = mg\left(1 + \frac{h}{d}\right),$$

o que nos dá $F \approx 2{,}8 \times 10^4$ kg. Como a massa é apenas uma estimativa, vamos expressar o valor da força de empuxo como um intervalo (em kN): $25 < F < 30$.

Como $F >> mg$, o impulso $\vec{J}$ devido à força resultante (enquanto LaMothe está em contato com a água) se deve quase totalmente à força de empuxo, ou seja, $\int F\,dt = \vec{J}$ é uma boa aproximação. Assim, de acordo com a Eq. 9-29,

$$\int F dt = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 - m\left(-\sqrt{2gh}\right)$$

(o sinal negativo da velocidade inicial se deve ao fato de que o eixo de referência aponta para cima), o que nos dá $\sqrt{2(9{,}8)(12)} = 1{,}1\times10^3\,\text{kg}\cdot\text{m/s}$. Expressando esse valor como um intervalo, temos:

$$1{,}0\times10^3\ \text{kg}\cdot\text{m/s} < \int F\ dt < 1{,}2\times10^3\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

24. Escolhemos um eixo y vertical apontando para cima, o que significa que $a > 0$ (a aceleração é para cima porque representa uma desaceleração causada pela neve).

(a) De acordo com a segunda lei de Newton, a desaceleração a do paraquedista está relacionada à força exercida pela neve através da equação

$$F - mg = ma$$

sendo $F = 1{,}2 \times 10^5$ N. Podemos usar a Eq. 2-16, $v^2 = 2ad$, para calcular a profundidade mínima da neve para que o homem não sofra ferimentos graves:

$$d = \frac{v^2}{2a} = \frac{mv^2}{2(F - mg)} \approx \frac{(85\text{kg})(56\,\text{m/s})^2}{2\left(1{,}2\times10^5\,\text{N}\right)} = 1{,}1\ \text{m}.$$

(b) Supondo que a profundidade da neve é maior que o valor calculado no item (a), a variação do momento do paraquedista causada pela neve é

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 - (85\ \text{kg})(-56\ \text{m/s}) = 4{,}8\times10^3\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

O valor negativo da velocidade inicial se deve ao fato de que o sentido positivo do eixo y é para cima. De acordo com o teorema do impulso e momento linear, essa variação é igual ao impulso produzido pela força resultante, $F - mg$. Entretanto, como $F >> mg$, podemos dizer que o impulso produzido pela neve é aproximadamente igual à variação do momento, $4{,}8 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$.

25. Escolhemos um eixo y vertical apontando para cima, o que significa que $\vec{v}_i = -25\,\text{m/s}$ e $\vec{v}_f = +10\,\text{m/s}$. Durante a colisão, adotamos a hipótese razoável de que a força resultante que age sobre a bola é igual a $F_{\text{méd}}$, a força média que o piso exerce sobre a bola.

(a) De acordo com o teorema do impulso e do momento linear (Eq. 9-31), temos:

$$\vec{J} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = (1{,}2)(10) - (1{,}2)(-25) = 42\,\text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 9-35,

$$F_{\text{méd}} = \frac{\vec{J}}{\Delta t} = \frac{42}{0{,}020} = 2{,}1\times10^3\,\text{N}.$$

26. (a) De acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade da vítima ao chegar ao chão é

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \ \Rightarrow\ v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}50\ \text{m})} = 3{,}1\,\text{m/s}.$$

Assim, o módulo do impulso é

$$J=|\Delta p|=m|\Delta v|=mv=(70\text{ kg})(3{,}1\text{ m/s})\approx 2{,}2\times 10^2\text{ N}\cdot\text{s}.$$

(b) Se a duração da colisão é $\Delta t=0{,}082\text{ s}$, a força média é

$$F_{\text{med}}=\frac{J}{\Delta t}=\frac{2{,}2\times 10^2\text{ N}\cdot\text{s}}{0{,}082\text{ s}}\approx 2{,}7\times 10^3\text{ N}.$$

27. PENSE A velocidade da bola variou porque ela foi submetida a uma força externa. Podemos aplicar o teorema do momento linear e impulso.

FORMULE A bola está se movendo inicialmente no sentido positivo do eixo x. O módulo da força média $F_{\text{méd}}$ é

$$F_{\text{méd}}=\frac{J}{\Delta t}=\frac{32{,}4\text{ N}\cdot\text{s}}{2{,}70\times 10^{-2}\text{ s}}=1{,}20\times 10^3\text{ N}$$

A força aponta no sentido negativo do eixo x. De acordo com o teorema do momento linear e impulso (Eq. 9-31), temos

$$-F_{\text{méd}}\Delta t=J=\Delta p=m(v_f-v_i)$$

em que m é a massa, v_i é a velocidade inicial e v_f é a velocidade final da bola. A equação pode ser usada para determinar o valor de v_f.

ANALISE (a) Explicitando v_f na equação anterior, obtemos

$$v_f=\frac{mv_i-F_{\text{méd}}\Delta t}{m}=\frac{(0{,}40\text{ kg})(14\text{ m/s})-(1200\text{ N})(27\times 10^{-3}\text{ s})}{0{,}40\text{ kg}}=-67\text{ m/s}.$$

O módulo da velocidade da bola imediatamente após a aplicação da força é, portanto, $|v_f|$ = 67 m/s.

(b) O sinal negativo de v_f indica que a velocidade aponta no sentido negativo do eixo x, ou seja, no sentido oposto ao do movimento inicial.

(c) De acordo com o resultado obtido anteriormente, a intensidade média da força é $F_{\text{méd}} = 1{,}20\times 10^3$ N.

(d) O impulso aplicado à bola aponta no mesmo sentido que a força, ou seja, no sentido negativo do eixo x.

APRENDA Em notação vetorial, $\vec{F}_{\text{méd}}\Delta t=\vec{J}=\Delta\vec{p}=m(\vec{v}_f-\vec{v}_i)$, o que nos dá

$$\vec{v}_f=\vec{v}_i+\frac{\vec{J}}{m}=\vec{v}_i+\frac{\vec{F}_{\text{méd}}\Delta t}{m}$$

Como $\vec{J}$ aponta no sentido contrário ao de $\vec{v}_i$ e $|\vec{J}/m|>|v_i|$, o impulso tem intensidade suficiente para fazer a velocidade mudar de sentido.

28. (a) O módulo do impulso é

$$J=|\Delta p|=m|\Delta v|=mv=(0{,}70\text{ kg})(13\text{ m/s})\approx 9{,}1\text{ kg}\cdot\text{m/s}=9{,}1\text{ N}\cdot\text{s}.$$

(b) Para um choque com uma duração de $\Delta t=5{,}0\times 10^{-3}\text{ s}$, a força média é

$$F_{\text{méd}}=\frac{J}{\Delta t}=\frac{9{,}1\text{ N}\cdot\text{s}}{5{,}0\times 10^{-3}\text{ s}}\approx 1{,}8\times 10^3\text{ N}.$$

29. Escolhendo como positivo o sentido do movimento das balas após ricochetearem, $\vec{v}_f > 0$ e $\vec{v}_i < 0$. Como a velocidade escalar é a mesma, vamos fazer $|\vec{v}_f| = v$ e $|\vec{v}_i| = -v$. A variação do momento de uma das balas é, portanto, $\Delta\vec{p} = m\Delta v = 2mv$. Assim a variação total do momento de 100 balas disparadas em um minuto é $\Delta\vec{P} = 100\Delta\vec{p} = 200mv$. A força média é, portanto,

$$\vec{F}_{\text{med}} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{(200)(3\times10^{-3}\,\text{kg})(500\,\text{m/s})}{(1\,\text{min})(60\,\text{s/min})} \approx 5\text{N}.$$

30. (a) De acordo com a Eq. 9-30, é possível determinar o impulso calculando a área sob a curva de $F(t)$. Como a área de um triângulo é (base)(altura)/2, o impulso neste caso é $(10^{-2})(2 \times 10^{-2})/2 = 1{,}00\ \text{N}\cdot\text{s}$.

(b) Por definição (da média de uma função, no sentido matemático), a força média é o resultado do item (a) dividido pelo intervalo (0,010 s). Assim, a força média é 100 N.

(c) Considere dez choques. Pensando nos dez choques como 10 triângulos de $F(t)$, o intervalo de tempo total é 10(0,050 s) = 0,50 s e a área total é $10(1{,}0\ \text{N}\cdot\text{s})$. Assim, a força média é 10/0,50 = 20,0 N. Se considerássemos 15 choques, 17 choques ou qualquer outro número de choques, chegaríamos à mesma resposta.

31. (a) De acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade do passageiro quando o elevador chega ao fundo do poço é

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(36\ \text{m})} = 26{,}6\ \text{m/s}.$$

Assim, o módulo do impulso é

$$J = |\Delta p| = m|\Delta v| = mv = (90\ \text{kg})(26{,}6\ \text{m/s}) \approx 2{,}39\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}.$$

(b) Se a duração do choque é $\Delta t = 5{,}0\times10^{-3}$ s, a força média é

$$F_{\text{méd}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{2{,}39\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}}{5{,}0\times10^{-3}\ \text{s}} \approx 4{,}78\times10^5\ \text{N}.$$

(c) Se o passageiro pulasse com uma velocidade $v' = 7{,}0$ m/s, a velocidade resultante para baixo seria

$$v'' = v - v' = 26{,}6\ \text{m/s} - 7{,}0\ \text{m/s} = 19{,}6\ \text{m/s},$$

e o módulo do impulso passaria a ser

$$J'' = |\Delta p''| = m|\Delta v''| = mv'' = (90\ \text{kg})(19{,}6\ \text{m/s}) \approx 1{,}76\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}.$$

(d) A força média correspondente seria

$$F''_{\text{méd}} = \frac{J''}{\Delta t} = \frac{1{,}76\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}}{5{,}0\times10^{-3}\ \text{s}} \approx 3{,}52\times10^5\ \text{N}.$$

32. (a) De acordo com o teorema do impulso e do momento linear (Eq. 9-31), a variação do momento é igual à área sob a curva de $F(t)$. Sabendo que a área de um triangulo é (base)(altura)/2 e que a área de um retângulo é (base)(altura), calculamos que o momento no instante t = 4 s é $(30\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\,\hat{\text{i}}$.

(b) Da mesma forma (mas sem esquecer que as áreas abaixo do eixo do tempo têm sinal negativo) calculamos que o momento no instante t = 7 s é $(38\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\,\hat{\text{i}}$.

(c) No instante t = 9 s, um cálculo análogo nos dá $\vec{v} = (6{,}0\ \text{m/s})\hat{\text{i}}$.

33. Vamos escolher um eixo x horizontal, apontando para a direita, e um eixo y vertical, apontando para cima, com a convenção usual para medir os ângulos (de modo que o ângulo inicial é 180 + 35 = 215°). Usando unidades do SI e a notação módulo-ângulo (que é a mais conveniente se o problema for resolvido usando uma calculadora científica), a variação do momento é

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = (3{,}00\angle 90^\circ) - (3{,}60\angle 215^\circ) = (5{,}86\angle 59{,}8^\circ).$$

(a) O módulo do impulso é $J = \Delta p = 5{,}86\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 5{,}86\ \text{N}\cdot\text{s}$.

(b) O vetor $\vec{J}$ faz um ângulo de 59,8° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

(c) A Eq. 9-35 nos dá

$$\vec{J} = F_{\text{méd}}\Delta t = 5{,}86\ \text{N}\cdot\text{s} \Rightarrow F_{\text{méd}} = \frac{5{,}86\ \text{N}\cdot\text{s}}{2{,}0\times10^{-3}\ \text{s}} \approx 2{,}93\times10^3\ \text{N}.$$

Note que esta força é muito maior que o peso da bola, o que justifica nossa suposição (implícita) de que a influência da gravidade na colisão pode ser desprezada.

(d) A orientação de $\vec{F}_{\text{méd}}$ é a mesma de $\vec{J}$: $\vec{F}_{\text{méd}}$ faz um ângulo de 59,8° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

34. (a) Escolhendo o sentido para cima como positivo, a variação do momento da pata é

$$\Delta\vec{p} = 0 - m_{\text{pata}}\vec{v}_i = -(0{,}003\ \text{kg})\ (-1{,}5\ \text{m/s}).$$

(b) Usando a Eq. 9-35 e considerando agora o sentido *para baixo* como positivo, temos:

$$\vec{J} = \vec{F}_{\text{méd}}\Delta t = m_{\text{lagarto}}g\ \Delta t = (0{,}090)(9{,}8)(0{,}6)$$

(c) O principal mecanismo de sustentação é o de bater a pata na água.

35. Escolhemos como positivo o sentido de movimento da bola depois de ricochetear (o que faz com que a velocidade inicial da bola seja negativa). Calculamos a integral $J = \int F\,dt$ somando as áreas apropriadas (de um triângulo, um retângulo e outro triângulo) mostradas no gráfico (mas com o tempo t convertido para segundos). Com m = 0,058 kg e v = 34 m/s, aplicamos o teorema do impulso e momento linear:

$$\int F_{\text{parede}}\,dt = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i \quad\Rightarrow\quad \int_0^{0{,}002} F\,dt + \int_{0{,}002}^{0{,}004} F\,dt + \int_{0{,}004}^{0{,}006} F\,dt = m(+v) - m(-v)$$

$$\Rightarrow\quad \frac{1}{2}F_{\text{máx}}(0{,}002\text{s}) + F_{\text{máx}}(0{,}002\text{s}) + \frac{1}{2}F_{\text{máx}}(0{,}002\text{s}) = 2mv$$

o que nos dá $F_{\text{máx}}(0{,}004\ \text{s}) = 2(0{,}058)(34\ \text{m/s}) = 9{,}9\times10^2$ N.

36. (a) Calculando a integral (do instante a ao instante b) indicada na Eq. 9-30, obtemos

$$\int_a^b (12 - 3t^2)\,dt = 12(b-a) - (b^3 - a^3)$$

em unidades do SI. Para b = 1,25 s e a = 0,50 s, obtemos $|\vec{J}| = 7{,}17\ \text{N}\cdot\text{s}$.

(b) A integral calculada no item (a) está relacionada à variação do momento pela Eq. 9-31. Sabemos que a força é zero no instante t = 2,00 s. Calculando o valor da integral para a = 0 e b = 2,00, obtemos $\Delta\vec{p} = 16{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$.

37. PENSE Neste problema, devemos conhecer o impulso, a força média e a força máxima a partir de uma equação que descreve a variação da força com o tempo.

FORMULE Como o movimento é unidimensional, podemos trabalhar com os módulos das grandezas vetoriais. O impulso J associado a uma força $F(t)$ aplicada a um corpo é dado por

$$J=\int_{t_i}^{t_f} F(t)dt = F_{\text{méd}}\Delta t$$

em que $F_{\text{méd}}$ é a força média e $\Delta t = t_f - t_i$. Para determinar o instante no qual a força é máxima, basta derivar a função $F(t)$ em relação ao tempo, igualar o resultado a zero e explicitar t.

ANALISE (a) De acordo com a equação anterior,

$$J=\int_0^{3,0\times10^{-3}} F dt = \int_0^{3,0\times10^{-3}} \left[(6,0\times10^6)\,t-(2,0\times10^9)t^2\right]dt$$

$$=\left[\frac{1}{2}(6,0\times10^6)t^2-\frac{1}{3}(2,0\times10^9)t^3\right]\Bigg|_0^{3,0\times10^{-3}} = 9,0\,\text{N}\cdot\text{s}$$

(b) Como $J = F_{\text{méd}}\Delta t$, a força média é

$$F_{\text{méd}}=\frac{J}{\Delta t}=\frac{9,0\ \text{N}\cdot\text{s}}{3,0\times10^{-3}\ \text{s}}=3,0\times10^3\text{N}.$$

(c) Derivando $F(t)$ em relação a t e igualando o resultado a zero, obtemos

$$\frac{dF}{dt}=\frac{d}{dt}\left[(6,0\times10^6)\,t-(2,0\times10^9)t^2\right]=(6,0\times10^6)-(4,0\times10^9)t=0$$

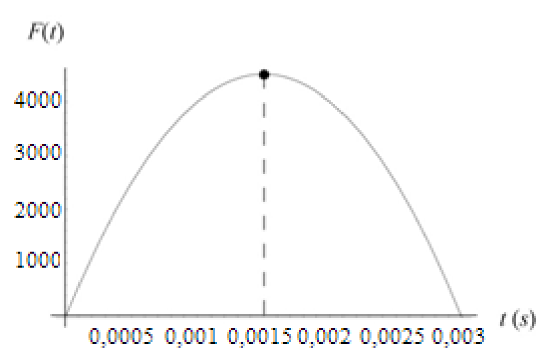
que nos dá $t = 1,5 \times 10^{-3}$ s. Nesse instante, a força é

$$F_{\text{máx}}=\left(6,0\times10^6\right)\left(1,5\times10^{-3}\right)-\left(2,0\times10^9\right)\left(1,5\times10^{-3}\right)^2=4,5\times10^3\ \text{N}$$

(d) Como a bola parte do repouso, seu momento, no instante em que perde contato com o pé do jogador, é igual ao impulso fornecido. Se m é a massa da bola, a velocidade v da bola imediatamente após perder contato com o pé do jogador é

$$v=\frac{p}{m}=\frac{J}{m}=\frac{9,0\ \text{N}\cdot\text{s}}{0,45\ \text{kg}}=20\ \text{m/s}$$

APRENDA A figura a seguir mostra a força em função do tempo. A área sob a curva é o impulso J. O gráfico mostra que $F(t)$ passa pelo valor máximo de 4500 N no instante $t = 0,0015$ s.



38. Na Fig. 9-54, y é um eixo perpendicular à parede, que aponta para longe da parede, e x é um eixo paralelo à parede, que aponta para a direita. Na notação dos vetores unitários, as velocidades inicial e final da bola são

$$\vec{v}_i = v\cos\theta\,\hat{\text{i}} - v\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}} = 5,2\,\hat{\text{i}} - 3,0\,\hat{\text{j}}$$

$$\vec{v}_f = v\cos\theta\,\hat{\text{i}} + v\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}} = 5,2\,\hat{\text{i}} + 3,0\,\hat{\text{j}}$$

respectivamente (em unidades do SI).

(a) Para m = 0,30 kg, o teorema do impulso e do momento linear (Eq. 9-31) nos dá

$$\vec{J} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = 2(0,30)(3,0\,\hat{\mathrm{j}}).$$

(b) De acordo com a Eq. 9-35, a força que a parede exerce sobre a bola é $\vec{J}/\Delta t = (1,8/0,010)\hat{\mathrm{j}} = (180\,\mathrm{N})\,\hat{\mathrm{j}}$. De acordo com a terceira lei de Newton, a força que a bola exerce sobre a parede é $(-180\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}}$ (ou seja, o módulo é 180 N e a força aponta na direção da parede, ou seja, "para baixo" na vista superior da Fig. 9-54).

39. PENSE Este problema pode ser resolvido usando a lei de conservação do momento. Como não existem forças externas com componentes horizontais agindo sobre o sistema homem-pedra, a componente horizontal do momento do sistema é conservada.

FORMULE Como o homem e a pedra estão inicialmente em repouso, a componente horizontal do momento deve ser zero antes e depois que a pedra é arremessada. Sejam m_p a massa da pedra e v_p a velocidade (horizontal) da pedra e sejam m_h a massa do homem e v_h a velocidade (horizontal) do homem após o arremesso. Nesse caso, de acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_s v_s + m_m v_m = 0 \quad \Rightarrow \quad v_m = -\frac{m_s}{m_m} v_s$$

ANALISE Tomando como positivo o sentido do movimento da bola, temos

$$v_m = -\frac{m_s}{m_m} v_s = -\frac{0,068\ \mathrm{kg}}{91\ \mathrm{kg}}(4,0\ \mathrm{m/s}) = -3,0\times10^{-3}\ \mathrm{m/s}$$

ou $|v_m| = 3,0\times10^{-3}\ \mathrm{m/s}$

APRENDA O sinal negativo de v_h mostra que o homem se move no sentido oposto ao do movimento da pedra. Note também que a velocidade do homem é muito menor que a velocidade da pedra porque a massa do homem é muito maior que a massa da pedra.

40. Vamos usar a seguinte notação: a massa do motor é M; a massa do módulo é m; a velocidade inicial do sistema é v_0; a velocidade relativa entre o motor e o módulo é v_r; a velocidade do módulo em relação à Terra após a separação é v. De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$(M + m)v_0 = mv + M(v - v_r).$$

Assim,

$$v = v_0 + \frac{Mv_r}{M+m} = 4300\ \mathrm{km/h} + \frac{(4m)(82\ \mathrm{km/h})}{4m+m} = 4,4\times10^3\ \mathrm{km/h}.$$

41. (a) Em unidades do SI, a velocidade do bloco E (no referencial da Fig. 9-55) é $(v_1 - 3)\,\hat{\mathrm{i}}$. Assim, de acordo com a lei de conservação do momento (no caso da explosão que aconteceu no instante t = 0), temos:

$$m_E(v_1 - 3) + (m_C + m_D)v_1 = 0,$$

o que nos dá

$$v_1 = \frac{3m_E}{m_E + m_C + m_D} = \frac{3(2\ \mathrm{kg})}{10\ \mathrm{kg}} = 0,60\ \mathrm{m/s}.$$

No instante t = 0,80 s (o instante da segunda explosão), a lei de conservação do momento nos dá

$$m_C v_2 + m_D(v_2 + 3) = (m_C + m_D)v_1 = (8\ \mathrm{kg})(0,60\ \mathrm{m/s}) = 4,8\ \mathrm{kg{\cdot}m/s},$$

ou $v_2 = -0,15$. Assim, a velocidade do bloco C após a segunda explosão é

$$v_2 = -(0,15\ \mathrm{m/s})\,\hat{\mathrm{i}}.$$

(b) Entre os instantes t = 0 e t = 0,80 s, a distância percorrida pelo bloco C é $v_1\Delta t$ = (0,60 m/s)(0,80 s) = 0,48 m. Entre os instantes t = 0,80 s e t = 2,80 s, o bloco percorre uma distância

$$v_2\Delta t = (-0,15\ \mathrm{m/s})(2,00\ \mathrm{s}) = -0,30\ \mathrm{m}.$$

A distância total percorrida pelo bloco *C* desde o instante $t = 0$ é, portanto, $0{,}48\ \text{m} - 0{,}30\ \text{m} = 0{,}18\ \text{m}$.

42. Nossa notação (e, implicitamente, nossa escolha do sistema de coordenadas) será a seguinte: a massa do objeto original é m; a velocidade do objeto original é $\vec{v}_0 = v\,\hat{\text{i}}$; a massa do pedaço de menor massa é m_1; a velocidade desse pedaço é $\vec{v}_1 = 0$; a massa do pedaço de maior massa é m_2. Note que as condições $m_2 = 3m_1$ (especificada no enunciado) e $m_1 + m_2 = m$ (que é válida na mecânica clássica e será usada neste problema, mas não pode ser aplicada às reações nucleares) levam às relações

$$m_1 = \frac{1}{4}m \ \text{ e } \ m_2 = \frac{3}{4}m.$$

De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \ \Rightarrow \ mv\,\hat{\text{i}} = 0 + \frac{3}{4}m\vec{v}_2$$

o que nos dá $\vec{v}_2 = \frac{4}{3}v\,\hat{\text{i}}$. O aumento da energia cinética do sistema é, portanto,

$$\Delta K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}m\right)\left(\frac{4}{3}v\right)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{6}mv^2.$$

43. Se $\vec{v}_0 = (9{,}5\,\hat{\text{i}} + 4{,}0\,\hat{\text{j}})\ \text{m/s}$, a velocidade inicial é

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} = \sqrt{(9{,}5\ \text{m/s})^2 + (4{,}0\ \text{m/s})^2} = 10{,}31\ \text{m/s}$$

e o ângulo inicial da velocidade do atleta é

$$\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}0}{9{,}5}\right) = 22{,}8°.$$

De acordo com a Eq. 4-26, a distância coberta pelo atleta sem usar halteres é

$$R_0 = \frac{v_0^2 \,\text{sen}\, 2\theta_0}{g} = \frac{(10{,}31\ \text{m/s})^2 \,\text{sen}\, 2(22{,}8°)}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 7{,}75\ \text{m}.$$

Por outro lado, de acordo com a lei de conservação do momento, se dois halteres de massa $m = 5{,}50$ kg fossem arremessados horizontalmente para trás quando o atleta atingisse a altura máxima, a velocidade subsequente do atleta seria

$$(M + 2m)v_{x0} = Mv'_x \quad \Rightarrow v'_x = \frac{M + 2m}{M}v_{x0}$$

Assim, o aumento da componente x da velocidade seria

$$\Delta v_x = v'_x - v_{x0} = \frac{M + 2m}{M}v_{x0} - v_{x0} = \frac{2m}{M}v_{x0} = \frac{2(5{,}5\ \text{kg})}{78\ \text{kg}}(9{,}5\ \text{m/s}) = 1{,}34\ \text{m/s}.$$

Na altura máxima, $v_y = v_{y0} - gt = 0$. O tempo necessário para atingir a altura máxima é, portanto,

$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{4{,}0\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}41\ \text{s}.$$

Como o tempo necessário para chegar ao solo após atingir a altura máxima é igual ao tempo para atingir a altura máxima, o aumento da distância coberta pelo atleta por estar usando halteres é

$$\Delta R = (\Delta v'_x)t = (1{,}34\ \text{m/s})(0{,}41\ \text{s}) = 0{,}55\ \text{m}.$$

44. Podemos pensar em um bloco deslizando até parar como um exemplo de conversão de energia cinética em energia térmica (veja a Eq. 8-31 e a Eq. 6-2, com $F_N = mg$). Isso nos leva à conclusão de que a relação $v^2 = 2\mu gd$ é verdadeira, separadamente, para os dois pedaços. Assim, temos:

$$\left(\frac{v_E}{v_D}\right)^2 = \frac{2\mu_E g d_E}{2\mu_D g d_D} = \frac{12}{25}.$$

Por outro lado, de acordo com a lei de conservação do momento, como o momento do bloco completo era nulo, a razão das velocidades dos fragmentos é inversamente proporcional à razão das massas. Assim,

$$\left(\frac{m_D}{m_E}\right)^2 = \frac{12}{25} \quad \Rightarrow \quad m_D = \frac{2\sqrt{3}}{5} m_E = 0,69 \times 2 = 1,38 \text{ kg}.$$

Assim, a massa total é $m_D + m_E = 1,38 + 2,0 \approx 3,4$ kg.

45. PENSE Como o corpo em movimento é um sistema isolado, ou seja, não está submetido a nenhuma força externa, o momento é conservado quando o corpo se quebra em três pedaços.

FORMULE De acordo com a lei de conservação do momento,

$$M\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3$$

em que M é a massa do corpo, $\vec{v}_0$ é a velocidade inicial, m_1, m_2 e m_3 são as massas dos três fragmentos, e $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ são as velocidades do três fragmentos. De acordo com a lei de conservação da energia, a energia liberada pela explosão é igual à diferença ΔK entre a energia cinética do corpo antes da explosão e a soma das energias cinéticas dos três fragmentos.

ANALISE (a) Explicitando $\vec{v}_3$ na equação anterior, obtemos

$$\begin{aligned}\vec{v}_3 &= \frac{M\vec{v}_0 - m_1\vec{v}_1 - m_2\vec{v}_2}{m_3} \\ &= \frac{(20,0\text{ kg})(200\text{ m/s})\hat{\text{i}} - (10,0\text{ kg})(100\text{ m/s})\hat{\text{j}} - (4,0\text{ kg})(-500\text{ m/s})\hat{\text{i}}}{6,00\text{ kg}} \\ &= (1,00\times 10^3\text{ m/s})\,\hat{\text{i}} - (0,167\times 10^3\text{ m/s})\,\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

(b) A energia liberada na explosão é

$$\Delta K = K_f - K_i = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2\right) - \frac{1}{2}Mv_0^2 = 3,23\times 10^6 \text{ J}$$

APRENDA A energia liberada na explosão é transformada de energia química em energia cinética.

46. Escolhemos um eixo x na direção leste e um eixo y na direção norte. Em relação a esses eixos, os momentos lineares dos dois fragmentos são

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = mv_1\,\hat{\text{j}}$$

e

$$\vec{p}_2 = m\vec{v}_2 = m\left(v_{2x}\,\hat{\text{i}} + v_{2y}\,\hat{\text{j}}\right) = mv_2\left(\cos\theta\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}\right).$$

O momento linear resultante é

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = mv_1\,\hat{\text{j}} + mv_2\left(\cos\theta\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}\right) = \left(mv_2\cos\theta\right)\hat{\text{i}} + \left(mv_1 + mv_2\,\text{sen}\,\theta\right)\hat{\text{j}} \\ &= (2,0\text{ kg})(5,0\text{ m/s})(\cos 30°)\,\hat{\text{i}} + (2,0\text{ kg})\left[3,0\text{ m/s} + (5,0\text{ m/s})(\text{sen}\,30°)\right]\hat{\text{j}} \\ &= \left(8,66\,\hat{\text{i}} + 11\,\hat{\text{j}}\right)\text{ kg}\cdot\text{m/s}.\end{aligned}$$

De acordo com a lei de conservação do momento linear, este era também o momento linear do balde antes da explosão. Assim, a velocidade escalar do balde antes da explosão era

$$v=\frac{P}{M}=\frac{\sqrt{p_x^2+p_y^2}}{M}=\frac{\sqrt{(8{,}66\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2+(11\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2}}{4{,}0\ \text{kg}}=3{,}5\ \text{m/s}.$$

47. Nossa notação (e, implicitamente, nossa escolha do sistema de coordenadas) será a seguinte: a massa de um dos pedaços é $m_1 = m$; a velocidade desse pedaço é $\vec{v}_1=-30\,\hat{\text{i}}$; a massa do segundo pedaço é $m_2 = m$; a velocidade desse pedaço é $\vec{v}_2=-30\,\hat{\text{j}}$; a massa do terceiro pedaço é $m_3 = 3m$.

(a) De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$m\vec{v}_0=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3 \quad\Rightarrow\quad 0=m\left(-30\hat{\text{i}}\right)+m\left(-30\hat{\text{j}}\right)+3m\vec{v}_3$$

o que nos dá $\vec{v}_3=10\hat{\text{i}}+10\hat{\text{j}}$. O módulo de $\vec{v}_3$ é $v_3=10\sqrt{2}\approx 14\,\text{m/s}$.

(b) O vetor $\vec{v}_3$ faz um ângulo de 45º *no sentido anti-horário* com o semieixo x positivo (no sistema escolhido, em que o pedaço de massa m_1 se move no sentido do semieixo x negativo e o pedaço de massa m_2 se move no sentido do semieixo y negativo).

48. Este problema envolve tanto a lei de conservação da energia mecânica,

$$U_m = K_A + K_B,$$

como a lei de conservação do momento,

$$0=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2,$$

em que $m_A = 2m_B$. A segunda equação nos dá $|\vec{v}_B|=2|\vec{v}_A|$, o que, por sua vez, significa que

$$K_B=\frac{1}{2}m_Bv_B^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_A\right)(2v_A)^2=2\left(\frac{1}{2}m_Av_A^2\right)=2K_A.$$

(a) Fazendo $K_B = 2K_A$ na primeira equação, obtemos

$$U_i=K_A+2K_A\Rightarrow K_A=\frac{1}{3}U_m=20\ \text{J}.$$

(b) $K_B = 2K_A = 2(20) = 40$ J.

49. Este problema é semelhante ao Exemplo "Conservação do momento: pêndulo balístico". Usando a mesma equação que aparece no final do exemplo, temos (em unidades do SI):

$$v=\frac{m+M}{m}\sqrt{2gh}=\frac{2{,}010}{0{,}010}\sqrt{2(9{,}8)(0{,}12)}=3{,}1\times10^2\ \text{m/s}.$$

50. (a) Escolhendo um eixo x na direção do movimento da bala e aplicando a lei de conservação do momento, temos:

$$m_{\text{bala}}\vec{v}_i=m_{\text{bala}}\vec{v}_1+m_{\text{bloco}}\vec{v}_2$$

$$(5{,}2\ \text{g})(672\ \text{m/s})=(5{,}2\ \text{g})(428\ \text{m/s})+(700\ \text{g})\vec{v}_2$$

o que nos dá $v_2 = 1{,}81$ m/s.

(b) Uma das consequências da lei de conservação do momento é o fato de que a velocidade do centro de massa não é afetada pela colisão. Assim, tanto faz calcularmos a velocidade do centro de massa antes ou depois da colisão. Vamos realizar o cálculo antes da colisão:

$$\vec{v}_{\text{CM}} = \frac{m_{\text{bala}}\vec{v}_i}{m_{\text{bala}} + m_{\text{bloco}}} = \frac{(5{,}2\text{ g})(672\text{ m/s})}{5{,}2\text{ g} + 700\text{ g}} = 4{,}96\text{ m/s}.$$

51. Vamos escolher um eixo x horizontal apontando para a direita (o que faz com que todas as velocidades tenham valores positivos).

(a) Vamos usar a lei de conservação do momento para relacionar a situação quando a bala está prestes a se chocar com o segundo bloco com a situação quando a bala fica alojada no segundo bloco.

$$(0{,}0035\text{ kg})v = (1{,}8035\text{ kg})(1{,}4\text{ m/s}) \;\Rightarrow\; v = 721\text{ m/s}.$$

(b) Vamos usar a lei de conservação do momento para relacionar a situação quando a bala está prestes a se chocar com o primeiro bloco com a situação quando a bala acabou de atravessar o primeiro bloco e está com a velocidade v calculada no item (a).

$$(0{,}0035\text{ kg})v_0 = (1{,}2\text{ kg})(0{,}63\text{ m/s}) + (0{,}0035\text{ kg})(721\text{ m/s}),$$

o que nos dá v_0 = 937 m/s.

52. Podemos pensar neste problema como composto de duas partes: a primeira é a colisão em si, na qual a bala passa pelo bloco tão depressa que o bloco não tem tempo de se mover; a segunda é o "salto" do bloco, que sofre um deslocamento vertical h antes de voltar a cair. Aplicando a lei de conservação do momento à primeira parte, com o eixo y apontando para cima, temos:

$$(0{,}01\,\text{kg})(1000\,\text{m/s}) = (5{,}0\,\text{kg})\vec{v} + (0{,}01\,\text{kg})(400\,\text{m/s}),$$

o que nos dá $\vec{v} = 1{,}2\,\text{m/s}$. Para resolver a segunda parte, podemos usar as equações de queda livre do Capítulo 2 (já que estamos desprezando a resistência do ar) ou a lei de conservação da energia do Capítulo 8. Usando a segunda abordagem, temos:

$$\frac{1}{2}(5{,}0\,\text{kg})(1{,}2\,\text{m/s})^2 = (5{,}0\,\text{kg})(9{,}8\,\text{m/s}^2)h,$$

o que nos dá h = 0,073 m.

53. Se a velocidade do carro antes de atropelar o alce é v_i, a energia cinética do carro é $K_i = m_c v_i^2/2$. De acordo com a lei de conservação do momento, depois de uma colisão totalmente inelástica com um alce de massa m_a, a velocidade do sistema carro + alce é

$$m_c v_i = (m_c + m_a)v_f \;\Rightarrow\; v_f = \frac{m_c v_i}{m_c + m_a},$$

e a energia cinética do sistema é

$$K_f = \frac{1}{2}(m_c + m_a)v_f^2 = \frac{1}{2}(m_c + m_a)\left(\frac{m_c v_i}{m_c + m_a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{m_c^2}{m_c + m_a}v_i^2.$$

(a) A perda percentual de energia cinética em consequência da colisão é

$$\frac{\Delta K}{K_i} = \frac{K_i - K_f}{K_i} = 1 - \frac{K_f}{K_i} = 1 - \frac{m_c}{m_c + m_a} = \frac{m_a}{m_c + m_a} = \frac{500\,\text{kg}}{1000\,\text{kg} + 500\,\text{kg}} = \frac{1}{3} = 33{,}3\%.$$

(b) Se a colisão fosse com um camelo com uma massa $m_{\text{camelo}} = 300\,\text{kg}$, a perda percentual de energia cinética seria

$$\frac{\Delta K}{K_i} = \frac{m_{\text{camelo}}}{m_c + m_{\text{camelo}}} = \frac{300\,\text{kg}}{1000\,\text{kg} + 300\,\text{kg}} = \frac{3}{13} = 23\%.$$

(c) Quando a massa do animal diminui, a perda percentual de energia cinética também diminui.

54. O momento total imediatamente antes da colisão, com o eixo x apontando verticalmente para cima, é

$$p_i = (3{,}0 \text{ kg})(20 \text{ m/s}) + (2{,}0 \text{ kg})(-12 \text{ m/s}) = 36 \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

O momento imediatamente após a colisão, quando as bolas formam um objeto único de massa M = 5,0 kg, é $p_f = (5{,}0 \text{ kg})\vec{v}$. De acordo com lei de conservação do momento, $\vec{v}$ = 7,2 m/s, que se torna a velocidade "inicial" do movimento de queda livre subsequente. Podemos usar os métodos do Capítulo 2 ou a lei de conservação da energia do Capítulo 8 para analisar esse movimento; escolhemos a segunda abordagem. Usando a altura em que ocorre a colisão como referência para a energia potencial gravitacional, temos:

$$K_0 + U_0 = K + U \quad \Rightarrow \quad M v_0^2/2 + 0 = 0 + Mgy_{\text{máx}}.$$

Assim, para v_0 = 7,2 m/s, obtemos $y_{\text{máx}}$ = 2,6 m.

55. Escolhemos um eixo x apontando no sentido inicial de movimento dos blocos.

(a) De acordo com a lei de conservação do momento, temos:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$(5 \text{ kg})(3{,}0 \text{ m/s}) + (10 \text{ kg})(2{,}0 \text{ m/s}) = (5 \text{ kg})v_{1f} + (10 \text{ kg})(2{,}5 \text{ m/s})$$

o que nos dá $v_{1f} = 2$ m/s. Assim, a velocidade do bloco de 5,0 kg imediatamente após a colisão é 2,0 m/s.

(b) A variação da energia cinética total é

$$K_i - K_f = \frac{1}{2}(5)(3)^2 + \frac{1}{2}(10)(2)^2 - \frac{1}{2}(5)(2)^2 - \frac{1}{2}(10)(2{,}5)^2$$

$$= -1{,}25 \text{ J} \approx -1{,}3 \text{ J}.$$

(c) Nessa nova situação em que v_{2f} = 4,0 m/s, a lei de conservação do momento nos dá v_{1f} = −1,0 m/s e obtemos ΔK = +40 J.

(d) O aumento de energia cinética é possível se, por exemplo, existir um pouco de pólvora no local do impacto (nesse caso, a energia química poderá se transformar em energia mecânica).

56. (a) O módulo da desaceleração de cada carro é $a = f/m = \mu_k mg/m = \mu_k g$. Se um dos carros para depois de percorrer uma distância d, a velocidade v do carro logo após o choque é dada pela Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow v = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\mu_k gd},$$

já que $v_0 = 0$ (este resultado também poderia ser obtido usando a Eq. 8-28). Assim,

$$v_A = \sqrt{2\mu_k gd_A} = \sqrt{2(0{,}13)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(8{,}2 \text{ m})} = 4{,}6 \text{ m/s}.$$

(b) Da mesma forma,

$$v_B = \sqrt{2\mu_k gd_B} = \sqrt{2(0{,}13)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(6{,}1 \text{ m})} = 3{,}9 \text{ m/s}.$$

(c) Seja v a velocidade do carro B imediatamente antes do choque. De acordo com a lei de conservação do momento linear, $m_B v = m_A v_A + m_B v_B$, o que nos dá

$$v=\frac{(m_A v_A+m_B v_B)}{m_B}=\frac{(1100)(4,6)+(1400)(3,9)}{1400}=7,5 \text{ m/s}.$$

(d) A conservação do momento linear em uma colisão depende do fato de que a única força importante (durante o tempo Δt de duração do choque) é a força de contato entre os objetos. Neste caso, isso significa que a força de atrito exercida pelo asfalto sobre os carros pode ser desprezada durante o intervalo Δt. Essa hipótese pode introduzir um certo erro na análise. Uma hipótese correlata é a de que a transferência de momento acontece em apenas um local, ou seja, que a distância percorrida pelos carros durante o intervalo de tempo Δt é desprezível, o que é certamente uma aproximação (embora seja provavelmente uma aproximação razoável). Outra fonte de erro é a aplicação da Eq. 6-2 ao movimento dos carros após o choque; o atrito é uma força complexa, que é descrita de forma apenas aproximada pela Eq. 6-2.

57. (a) Seja v a velocidade final do sistema bola-canhão. Como o momento total do sistema é conservado, $mv_i = (m + M)v$. Assim,

$$v=\frac{mv_i}{m+M}=\frac{(60 \text{ g})(22 \text{ m/s})}{60 \text{ g}+240 \text{ g}}=4,4 \text{ m/s}.$$

(b) A energia cinética inicial é $K_i = mv_i^2/2$ e a energia cinética final é

$$K_f=\tfrac{1}{2}\left(m+M\right)v^2=\tfrac{1}{2}m^2v_i^2\big/\left(m+M\right).$$

Como, de acordo com o enunciado, $\Delta E_t = 0$, a diferença $K_i - K_f$ é igual à energia U_m armazenada na mola:

$$U_m=\frac{1}{2}mv_i^2-\frac{1}{2}\frac{m^2v_i^2}{\left(m+M\right)}=\frac{1}{2}mv_i^2\left(1-\frac{m}{m+M}\right)=\frac{1}{2}mv_i^2\,\frac{M}{m+M}.$$

Assim, a fração da energia cinética inicial que fica armazenada na mola é

$$\frac{U_m}{K_i}=\frac{M}{m+M}=\frac{240}{60+240}=0,80.$$

58. Podemos pensar nesse processo como sendo composto por duas partes: a primeira é a colisão em si, na qual os blocos se unem tão depressa que o bloco de 1,0 kg não tem tempo de se deslocar de uma distância significativa, e a segunda é o movimento subsequente do sistema de 3,0 kg que comprime a mola até que atinja o comprimento mínimo x_m. Aplicando a lei de conservação do momento à primeira parte (com o eixo x apontando para a direita), temos:

$$m_1v_1 = (m_1+m_2)v \quad\Rightarrow\quad (2,0 \text{ kg})(4,0 \text{ m/s})=(3,0 \text{ kg})\vec{v},$$

o que nos dá v = 2,7 m/s. Aplicando a lei de conservação da energia mecânica à segunda parte, temos:

$$\frac{1}{2}(3,0 \text{ kg})\,(2,7 \text{ m/s})^2=\frac{1}{2}\,(200 \text{ N/m})x_\text{m}^2$$

o que nos dá x_m = 0,33 m.

59. De acordo com o enunciado, a velocidade v do sistema como um todo, quando a mola atinge a máxima compressão x_m, satisfaz a equação

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)v.$$

A variação de energia cinética do sistema é, portanto,

$$\Delta K=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2-\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2-\frac{1}{2}m_2v_{2i}^2=\frac{(m_1v_{1i}+m_2v_{2i})^2}{2(m_1+m_2)}-\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2-\frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

o que nos dá $\Delta K = -35$ J. Embora não seja necessário para resolver o problema, vale a pena notar que a expressão acima também nos dá

$$|\Delta K| = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{\text{rel}}^2$$

sendo $v_{\text{rel}} = v_1 - v_2$.

De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$\frac{1}{2}kx_{\text{m}}^2 = -\Delta K \Rightarrow x_{\text{m}} = \sqrt{\frac{-2\Delta K}{k}} = \sqrt{\frac{-2(-35\text{ J})}{1120\text{ N/m}}} = 0,25\text{ m}.$$

60. (a) Seja m_A a massa do bloco da esquerda, seja v_{Ai} a velocidade inicial desse bloco e seja v_{Af} a velocidade final desse bloco. Seja m_B a massa do bloco da direita, seja v_{Bi} a velocidade inicial desse bloco e seja v_{Bf} a velocidade final desse bloco. Como o momento do sistema de dois blocos é conservado,

$$m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf}$$

e

$$v_{Af} = \frac{m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} - m_B v_{Bf}}{m_A} = \frac{(1,6\text{ kg})(5,5\text{ m/s}) + (2,4\text{ kg})(2,5\text{ m/s}) - (2,4\text{ kg})(4,9\text{ m/s})}{1,6\text{ kg}}$$

$$= 1,9\text{ m/s}.$$

(b) O bloco continua a se mover para a direita após a colisão.

(c) Para verificar se a colisão é elástica, comparamos a energia cinética total antes da colisão com a energia cinética total após a colisão. A energia cinética total antes da colisão é

$$K_i = \frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}(1,6)(5,5)^2 + \frac{1}{2}(2,4)(2,5)^2 = 31,7\text{ J}.$$

A energia cinética total após a colisão é

$$K_f = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2}(1,6)(1,9)^2 + \frac{1}{2}(2,4)(4,9)^2 = 31,7\text{ J}.$$

Como $K_i = K_f$, a colisão é elástica.

61. PENSE Este problema envolve um carrinho em movimento que se choca com um carrinho em repouso. Como a colisão é elástica, a energia cinética total é a mesma antes e depois da colisão.

FORMULE Sejam m_1 a massa do carrinho que estava inicialmente em movimento, v_{1i} a velocidade desse corpo antes da colisão, e v_{1f} a velocidade desse corpo após a colisão. Sejam m_2 a massa do carrinho que estava inicialmente em repouso, e v_{2f} a velocidade desse carrinho após a colisão. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i}, \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i}$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos

$$v_{com} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

ANALISE (a) Explicitando m_2 em uma dessas equações e substituindo os valores conhecidos de m_1, v_{1i} e v_{1f}, obtemos

$$m_2 = \frac{v_{1i} - v_{1f}}{v_{1i} + v_{1f}} m_1 = \left(\frac{1{,}2 \text{ m/s} - 0{,}66 \text{ m/s}}{1{,}2 \text{ m/s} + 0{,}66 \text{ m/s}}\right)(0{,}34 \text{ kg}) = 0.0987 \text{ kg} \approx 0{,}099 \text{ kg}.$$

(b) A velocidade do segundo carrinho é

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \left(\frac{2(0{,}34 \text{ kg})}{0.34 \text{ kg} + 0{,}099 \text{ kg}}\right)(1{,}2 \text{ m/s}) = 1{,}9 \text{ m/s}$$

(c) A velocidade do centro de massa é

$$v_{CM} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{(0{,}34 \text{ kg})(1{,}2 \text{ m/s}) + 0}{0{,}34 \text{ kg} + 0{,}099 \text{ kg}} = 0{,}93 \text{ m/s}$$

APRENDA Para calcular v_{CM}, usamos os valores da velocidade dos dois carrinhos antes da colisão. Como o sistema é isolado e a colisão é elástica, a velocidade do centro de massa é a mesma antes e depois da colisão e, portanto, o resultado será o mesmo, se usarmos os valores da velocidade dos dois carrinhos depois da colisão:

$$v_{CM} = \frac{m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}}{m_1 + m_2} = \frac{(0{,}34 \text{ kg})(0{,}66 \text{ m/s}) + (0{,}099 \text{ kg})(1{,}9 \text{ m/s})}{0{,}34 \text{ kg} + 0{,}099 \text{ kg}} = 0{,}93 \text{ m/s}$$

62. (a) Seja m_1 a massa de uma das esferas, seja v_{1i} a velocidade dessa esfera antes da colisão e seja v_{1f} a velocidade dessa esfera depois da colisão. Seja m_2 a massa da outra esfera, seja v_{2i} a velocidade dessa esfera antes da colisão e seja v_{2f} a velocidade dessa esfera depois da colisão. Nesse caso, de acordo com a Eq. 9-75,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}.$$

Suponha que a esfera 1 está se movendo inicialmente no sentido positivo do eixo e depois da colisão permanece em repouso. Nesse caso, a esfera 2 está se movendo inicialmente no sentido negativo do eixo. Substituindo v_{1i} por v, v_{2i} por $-v$ e v_{1f} por zero, obtemos $0 = m_1 - 3m_2$ e, portanto,

$$m_2 = m_1/3 = (300 \text{ g})/3 = 100 \text{ g}.$$

(b) Podemos usar as velocidades antes da colisão para calcular a velocidade do centro de massa:

$$v_{CM} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{(300 \text{ g})(2{,}0 \text{ m/s}) + (100 \text{ g})(-2{,}0 \text{ m/s})}{300 \text{ g} + 100 \text{ g}}.$$

63. (a) Como, na ausência de forças externas, a velocidade do centro de massa permanece constante, a velocidade do centro de massa é 3,00 m/s antes e depois da colisão.

(b) Podemos calcular a velocidade v_{1i} do bloco 1 antes da colisão (supondo que a velocidade do bloco 2 antes da colisão é zero) usando a Eq. 9-17:

$$(m_1 + m_2)v_{CM} = m_1 v_{1i} + 0 \quad \Rightarrow \quad v_{1i} = 12{,}0 \text{ m/s}.$$

Agora podemos usar a Eq. 9-68 para calcular v_{2f}:

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = 6{,}00 \text{ m/s}.$$

64. Em primeiro lugar, calculamos a velocidade v da bola imediatamente antes da colisão (ou seja, no ponto mais baixo da trajetória). De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, temos:

$$m_1gh=\frac{1}{2}m_1v^2 \Rightarrow v=\sqrt{2gh}=3{,}7\ \text{m/s}.$$

(a) Vamos agora analisar a colisão elástica usando a Eq. 9-67:

$$v_{1f}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v=\frac{0{,}5\ \text{kg}-2{,}5\ \text{kg}}{0{,}5\ \text{kg}+2{,}5\ \text{kg}}(3{,}7\ \text{m/s})=-2{,}47\ \text{m/s},$$

o que significa que a velocidade escalar final da bola é 2,47 m/s.

(b) Finalmente, usamos a Eq. 9-68 para calcular a velocidade final do bloco:

$$v_{2f}=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v=\frac{2(0{,}5\ \text{kg})}{0{,}5\ \text{kg}+2{,}5\ \text{kg}}(3{,}7\ \text{m/s})=1{,}23\ \text{m/s}.$$

65. PENSE Este problema envolve um carrinho em movimento que se choca com um carrinho em repouso. Como a colisão é elástica, a energia cinética total é a mesma antes e depois da colisão.

FORMULE Sejam m_1 a massa do corpo que estava inicialmente em movimento, v_{1i} a velocidade desse corpo antes da colisão, e v_{1f} a velocidade desse corpo após a colisão. Sejam m_2 a massa do corpo que estava inicialmente em repouso, e v_{2f} a velocidade desse carrinho após a colisão. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_1v_{1i}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2=\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos $v_{1f}=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i}$, o que nos dá

$$m_2=\frac{v_{1i}-v_{1f}}{v_{1i}+v_{1f}}m_1$$

A velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}}=\frac{m_1v_{1i}+m_2v_{2i}}{m_1+m_2}$$

ANALISE (a) Como v_{1f} = v_{1i}/4, temos

$$m_2=\frac{v_{1i}-v_{1f}}{v_{1i}+v_{1f}}m_1=\left(\frac{v_{1i}-v_{1i}/4}{v_{1i}+v_{1i}/4}\right)m_1=\frac{3}{5}m_1=\frac{3}{5}(2{,}0\ \text{kg})=1{,}2\ \text{kg}$$

(b) A velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}}=\frac{m_1v_{1i}+m_2v_{2i}}{m_1+m_2}=\frac{(2{,}0\ \text{kg})(4{,}0\ \text{m/s})}{2{,}0\ \text{kg}+1{,}2\ \text{kg}}=2{,}5\text{m/s}.$$

APRENDA A velocidade final da segunda massa é

$$v_{2f}=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_{1i}=\left(\frac{2(2{,}0\ \text{kg})}{2{,}0\ \text{kg}+1{,}2\ \text{kg}}\right)(4{,}0\ \text{m/s})=5{,}0\ \text{m/s}$$

Como o sistema é isolado e a colisão é elástica, a velocidade do centro de massa é a mesma antes e depois da colisão e, portanto, o resultado será o mesmo, se usarmos os valores da velocidade dos dois corpos depois da colisão:

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}}{m_1 + m_2} = \frac{(2{,}0 \text{ kg})(1{,}0 \text{ m/s}) + (1{,}2 \text{ kg})(5{,}0 \text{ kg})}{2{,}0 \text{ kg} + 1.2 \text{ kg}} = 2{,}5 \text{ m/s}$$

66. De acordo com as Eqs. 9-67 e 9-68, temos, após a colisão,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{m_1 - 0{,}40 m_1}{m_1 + 0{,}40 m_1} (4{,}0 \text{ m/s}) = 1{,}71 \text{ m/s}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + 0{,}40 m_1} (4{,}0 \text{ m/s}) = 5{,}71 \text{ m/s}.$$

(a) Durante o deslizamento subsequente, a energia cinética do bloco 1, $K_{1f} = m_1 v_{1f}^2/2$, é convertida em energia térmica ($\Delta E_t = \mu_k m_1 g d_1$). Explicitando a distância percorrida d_1, obtemos d_1 = 0,2999 m ≈ 30 cm.

(b) Um cálculo muito semelhante, com o índice 2 no lugar do índice 1, nos dá a distância percorrida pelo bloco 2, d_2 = 3,332 m ≈ 3,3 m.

67. Usamos as Eqs. 9-67 e 9-68 para calcular a velocidade das partículas após a primeira colisão (em $x = 0$ e $t = 0$):

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{0{,}30 \text{ kg} - 0{,}40 \text{ kg}}{0{,}30 \text{ kg} + 0{,}40 \text{ kg}} (2{,}0 \text{ m/s}) = -0{,}29 \text{ m/s}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2(0{,}30 \text{ kg})}{0{,}30 \text{ kg} + 0{,}40 \text{ kg}} (2{,}0 \text{ m/s}) = 1{,}7 \text{ m/s}.$$

A uma velocidade de 1,7 m/s, a partícula leva 0,82 s para percorrer uma distância $2x_p$ = 140 cm e voltar ao ponto $x = 0$. Nesse instante, a partícula 1 se encontra no ponto

$$x = (-0{,}29)(0{,}82) = -24 \text{ cm}$$

e a partícula 2 está "ganhando terreno" à taxa de 1,7 – 0,24 = 1,46 m/s. A distância entre as duas partículas se reduz a zero após um tempo adicional de (0,24 m)/(1,46 m/s) = 0,16 s. Nesse instante (t = 0,82 + 0,16 = 0,98 s) as duas partículas estão no ponto x = (–0,29)(0,98) = –28 cm.

68. (a) se a colisão é elástica, podemos usar a Eq. 9-68:

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + (2{,}00) m_1} \sqrt{2gh} = \frac{2}{3}\sqrt{2gh}$$

na qual usamos o fato (que é fácil de demonstrar a partir da lei de conservação da energia) de que a velocidade do bloco 1 na base da rampa é $\sqrt{2gh}$, sendo que h é a altura da rampa. Para analisar o movimento do bloco 2, usamos a Eq. 8-29:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \Delta E_t = f_k d = \mu_k m_2 g d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{4h}{9\mu_k} = \frac{4 \times 2{,}50 \text{ m}}{9 \times 0{,}500} = 2{,}22 \text{ m}$$

(b) Se a colisão é perfeitamente inelástica, podemos usar a Eq. 9-53:

$$v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

em que, como no item (a), $v_{1i} = \sqrt{2gh}$. Assim, neste caso,

$$v_2 = \frac{1}{3}\sqrt{2gh}$$

Para analisar o movimento do conjunto dos dois blocos (já que, agora, eles se mantêm unidos após a colisão), usamos a Eq. 8-29:

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_2^2 = \Delta E_t = f_k d = \mu_k (m_1+m_2)gd \quad \Rightarrow \quad d = \frac{h}{9\mu_k} = \frac{2{,}5 \text{ m}}{9\times 0{,}500} = 0{,}556 \text{ m}$$

69. (a) Usamos a lei de conservação da energia mecânica para determinar a velocidade das bolas depois de caírem uma distância h. A energia cinética inicial das duas bolas é zero, a energia potencial gravitacional inicial é Mgh para a bola maior e mgh para a bola menor, a energia cinética final é $Mv^2/2$ para a bola maior e $mv^2/2$ para a bola menor e a energia potencial final das duas bolas é zero. Assim, $Mgh = Mv^2/2$ para a bola maior, $mgh = mv^2/2$ para a bola menor e, nos dois casos, $v = \sqrt{2gh}$. A colisão da bola maior com o chão é uma colisão elástica de um objeto leve com um objeto de massa muito maior, na qual a velocidade do objeto leve muda de sentido conservando o mesmo módulo. Assim, imediatamente após a colisão, a bola maior começa a subir com uma velocidade escalar $v = \sqrt{2gh}$, enquanto a bola menor ainda está descendo com a mesma velocidade escalar. Podemos usar a Eq. 9-75 para calcular a velocidade da bola maior após a colisão:

$$v_{Mf} = \frac{M-m}{M+m}v_{Mi} + \frac{2m}{M+m}v_{mi} = \frac{M-m}{M+m}\sqrt{2gh} - \frac{2m}{M+m}\sqrt{2gh} = \frac{M-3m}{M+m}\sqrt{2gh}.$$

De acordo com a equação acima, para que a velocidade da bola maior seja nula no momento da colisão, devemos ter $m = M/3$. Como $M = 0{,}63$ kg, $m = 0{,}21$ kg.

(b) Usamos a mesma equação (intercambiando M e m) para calcular a velocidade da bola menor imediatamente após a colisão:

$$v_{Mf} = \frac{M-m}{M+m}v_{Mi} + \frac{2m}{M+m}v_{mi} = \frac{M-m}{M+m}\sqrt{2gh} - \frac{2m}{M+m}\sqrt{2gh} = \frac{M-3m}{M+m}\sqrt{2gh},$$

o que nos dá, para $M = 3m$, $v_{mf} = 2\sqrt{2gh}$. Para calcular a altura h' atingida pela bola menor, usamos a lei de conservação da energia. A energia cinética inicial é $mv_{mf}^2/2$, a energia potencial inicial é zero, a energia cinética final é zero e a energia potencial final é mgh'. Assim,

$$\frac{1}{2}mv_{mf}^2 = mgh' \Rightarrow h' = \frac{v_{mf}^2}{2g} = 4h.$$

Para $h = 1{,}8$ m, obtemos $h' = 7{,}2$ m.

70. Usamos as Eqs. 9-67 e 9-68 para analisar a colisão elástica e a Eq. 4-21 para analisar o movimento balístico subsequente. Note que os tempos de queda livre, t, dos dois discos são iguais. Assim, temos:

$$\Delta x_2 = v_2 t \quad \text{sendo } \Delta x_2 = d \text{ e } v_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_{1i}$$

$$\Delta x_1 = v_1 t \quad \text{sendo } \Delta x_1 = -2d \text{ e } v_1 = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i}.$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, obtemos

$$\frac{d}{-2d} = \frac{\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_{1i}t}{\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i}t}.$$

Depois de cancelar v_{1i}, t e d, obtemos $m_2 = 1{,}0$ kg.

71. Aplicando a lei de conservação do momento linear às componentes x e y do momento, obtemos:

$$\begin{aligned} m_\alpha v_\alpha &= m_\alpha v'_\alpha \cos\theta + m_o v'_o \cos\phi \\ 0 &= m_\alpha v'_\alpha \sin\theta + m_o v'_o \sin\phi \end{aligned}$$

Como sabemos que $v'_o = 1{,}20\times10^5$ m/s, $\theta = 64{,}0^o$ e $\theta = -51{,}0^o$, temos duas equações e duas incógnitas.

(a) Podemos calcular a velocidade final da partícula alfa usando a segunda equação:

$$v'_\alpha = -\frac{m_\alpha v'_\alpha \sin\theta}{m_o \sin\phi} = -\frac{(16)(1.2\times10^5)\sin(-51°)}{(4)\sin(64°)}$$

(b) Substituindo o resultado obtido no item (a) na primeira equação, podemos calcular a velocidade inicial da partícula alfa:

$$\begin{aligned} m_\alpha v_\alpha &= \frac{m_\alpha v'_\alpha \cos\theta + m_o v'_o \cos\phi}{m_\alpha} \\ &= \frac{(4)(4.15\times10^5)\cos(64°) + (16)(1.2\times10^5)\cos(-51°)}{4} \\ &= 4.84\times10^5 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

72. Aplicando a lei de conservação do momento linear às componentes x e y do momento, obtemos:

$$\begin{aligned} m_B v_B &= m_B v'_B \cos\theta + m_A v'_A \cos\phi \\ 0 &= m_B v'_B \sin\theta + m_A v'_A \sin\phi \end{aligned}$$

(a) Fazendo $v_B = v$, $v'_B = v/2$ e $\theta = -90^o$, a segunda equação nos dá

$$m_A v'_A \sin\phi = m_B \frac{v}{2}$$

e a primeira equação nos dá

$$m_A v'_A \cos\phi = m_B v.$$

Dividindo membro a membro as duas equações, obtemos:

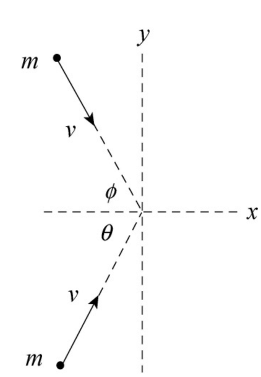
$$\tan\phi = \frac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad \phi = 27^o.$$

(b) Usando as equações obtidas no item (a), chegamos à equação

$$v'_A = \frac{\sqrt{5}}{2}\frac{m_B}{m_A} v$$

Entretanto, como não conhecemos o valor numérico de v e a razão das massas das duas bolas, não podemos calcular a velocidade final da bola A.

73. Suponha que as trajetórias dos objetos antes da colisão façam ângulos $\theta > 0$ e $\phi > 0$ com o eixo x, como mostra a figura ao lado. Após a colisão, os objetos se movem juntos, ao longo do eixo x, com velocidade v'.



Como a componente y do momento total do sistema de duas partículas é conservada,

$$mv \operatorname{sen} \theta - mv \operatorname{sen} \phi = 0,$$

o que nos dá $\phi = \theta$.

Como a componente x é conservada,

$$2mv \cos \theta = 2mv'.$$

Como, de acordo com o enunciado, $v' = v/2$, a equação anterior nos dá $\cos \theta = 1/2$. Assim, $\theta = 60°$ e o ângulo entre as velocidades iniciais dos dois objetos é 120°.

74. (a) De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}\,'_A + m_B \vec{v}\,'_B .$$

Como $m_A = m_B = m = 2{,}0$ kg, as massas se cancelam e obtemos:

$$\vec{v}'_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B - \vec{v}'_A = (15\hat{\text{i}} + 30\hat{\text{j}})\ \text{m/s} + (-10\hat{\text{i}} + 5\hat{\text{j}})\ \text{m/s} - (-5\hat{\text{i}} + 20\hat{\text{j}})\ \text{m/s}$$

$$= (10\hat{\text{i}} + 15\hat{\text{j}})\ \text{m/s} .$$

(b) A energia cinética final e a energia cinética inicial são

$$K_f = \frac{1}{2} m v'^2_A + \frac{1}{2} m v'^2_B = \frac{1}{2}(2{,}0)\left[(-5)^2 + 20^2 + 10^2 + 15^2\right] = 8{,}0 \times 10^2\ \text{J}$$

$$K_i = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2}(2{,}0)\left[15^2 + 30^2 + (-10)^2 + 5^2\right] = 1{,}3 \times 10^3\ \text{J} .$$

A variação da energia cinética é, portanto, $\Delta K = -5{,}0 \times 10^2$ J (ou seja, da energia cinética inicial, 500 J são perdidos na colisão).

75. Escolhemos o eixo x no sentido do movimento do próton 1 e especificamos os ângulos da forma usual, de modo que $\theta = +60°$ para o próton 1, que após a colisão passa a se mover no primeiro quadrante, e $\phi = -30°$ para o próton 2, que após a colisão passa a se mover no quarto quadrante (de acordo com o enunciado, os dois prótons se movem em trajetórias perpendiculares). Aplicando a lei de conservação do momento linear às componentes x e y, temos:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 &= m_1 v_1' \cos\theta + m_2 v_2' \cos\phi \\ 0 &= m_1 v_1' \operatorname{sen}\theta + m_2 v_2' \operatorname{sen}\phi \end{aligned}$$

Como sabemos que $v_1 = 500$ m/s, temos duas equações e duas incógnitas. Além disso, como $m_1 = m_2$, as massas se cancelam e não aparecem na solução.

(a) Combinando as equações acima e explicitando v_2', obtemos:

$$v_2' = \frac{v_1 \operatorname{sen}(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta - \phi)} = \frac{(500\ \text{m/s}) \operatorname{sen}(60°)}{\operatorname{sen}(90°)} = 433\ \text{m/s}$$

em que usamos a identidade $\operatorname{sen}\theta \cos\phi - \cos\theta \operatorname{sen}\phi = \operatorname{sen}(\theta - \phi)$.

(b) Explicitando v_1', obtemos:

$$v'_1 = \frac{v_1 \operatorname{sen}(\theta)}{\operatorname{sen}(\phi - \theta)} = \frac{(500\ \text{m/s}) \operatorname{sen}(-30°)}{\operatorname{sen}(-90°)} = 250\ \text{m/s}.$$

76. De acordo com a Eq. 9-88,

$$v_f = v_i + v_{\text{rel}} \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) = 105 \text{ m/s} + (253 \text{ m/s}) \ln\left(\frac{6090 \text{ kg}}{6010 \text{ kg}}\right) = 108 \text{ m/s}.$$

77. PENSE Como a massa da barcaça mais rápida está aumentando, é preciso aumentar a força dos motores para que a velocidade não diminua.

FORMULE Vamos considerar o que acontece com o carvão que é transferido para a barcaça mais rápida durante um intervalo de tempo Δt. Nesse intervalo, uma massa Δm de carvão experimenta uma variação de velocidade (de uma velocidade menor para uma velocidade maior) $\Delta v = v_{\text{maior}} - v_{\text{menor}}$. A taxa de variação do momento do carvão é, portanto,

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(\Delta m)}{\Delta t} \Delta v = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)(v_{\text{maior}} - v_{\text{menor}})$$

que, de acordo com a Eq. 9-23, deve ser igual à força exercida pela barcaça mais rápida sobre o carvão. Note que só foi possível substituir dp/dt por $\Delta p/\Delta t$ na Eq. 9-23 porque a taxa de transferência do carvão e as velocidades das barcaças são constantes. Note também que estamos considerando desprezível a velocidade transversal do carvão ao ser transferido de uma barcaça para outra.

ANALISE (a) Usando o raciocínio exposto e convertendo a taxa de transferência do carvão e as velocidades das barcaças para unidades do SI (kg/s e m/s, respectivamente), obtemos

$$F_{\text{maior}} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)(v_{\text{maior}} - v_{\text{menor}}) = (16{,}67 \text{ kg/s})(5{,}56 \text{ m/s} - 2{,}78 \text{ m/s}) = 46{,}3 \text{ N}$$

(b) Como o momento do carvão que permanece na barcaça mais lenta não muda com a transferência do carvão, não é necessário que o motor forneça uma força adicional.

APRENDA A força que deve ser aplicada à barcaça mais rápida para que a velocidade não mude é igual à taxa de variação do momento do carvão ao ser transferido.

78. Podemos usar a Eq. 9-88, com $v_i = 0$, $v_f = v$ e $v_{\text{rel}} = u$.

$$v_f - v_i = v_{\text{rel}} \ln\frac{M_i}{M_f} \Rightarrow \frac{M_i}{M_f} = e^{v/u}$$

(a) Para $v = u$, $\frac{M_i}{M_f} = e^1 \approx 2{,}7$.

(b) Para $v = 2u$, $\frac{M_i}{M_f} = e^2 \approx 7{,}4$.

79. PENSE A queima do combustível faz variar tanto a massa como a velocidade do foguete.

FORMULE O empuxo de um foguete é dado por $T = Rv_{\text{rel}}$, em que R é a taxa de consumo de combustível e v_{rel} é a velocidade dos produtos da combustão em relação ao foguete. Por outro lado, a massa de combustível perdida é dada por $M_c = R\Delta t$, em que Δt é o intervalo durante o qual o combustível foi queimado. Assim, a massa do foguete após a queima é

$$M_f = M_i - M_c$$

ANALISE (a) De acordo com a equação anterior,

$$T = Rv_{\text{rel}} = (480 \text{ kg/s})(3{,}27 \times 10^3 \text{ m/s}) = 1{,}57 \times 10^6 \text{ N}$$

(b) Como a massa de combustível perdida é $M_c = R\Delta t = (480 \text{ kg/s})(250 \text{ s}) = 1{,}20 \times 10^5$ kg, a massa final do foguete é

$$M_f = M_i - M_c = (2{,}55 \times 10^5 \text{ kg}) - (1{,}20 \times 10^5 \text{ kg}) = 1{,}35 \times 10^5 \text{ kg}$$

(c) Como a velocidade inicial do foguete é zero, a Eq. 9-88 nos dá

$$v_f = v_{\text{rel}} \ln \frac{M_i}{M_f} = \left(3{,}27\times10^3 \text{ m/s}\right)\ln\left(\frac{2{,}55\times10^5 \text{ kg}}{1{,}35\times10^5 \text{ kg}}\right) = 2{,}08\times10^3 \text{ m/s}$$

APRENDA A aceleração do foguete aumenta enquanto o combustível está sendo queimado, porque a massa do foguete diminui. De acordo com a Eq. 9-87, combinada com a relação $T = Rv_{\text{rel}}$, o empuxo T do foguete está relacionado à aceleração pela equação $T = Ma$. Usando essa equação, a aceleração inicial do foguete é

$$a_i = \frac{T}{M_i} = \frac{1{,}57\times10^6 \text{ N}}{2{,}55\times10^5 \text{ kg}} = 6{,}16 \text{ m/s}^2$$

e a aceleração final é

$$a_f = \frac{T}{M_f} = \frac{1{,}57\times10^6 \text{ N}}{1{,}35\times10^5 \text{ kg}} = 11{,}6 \text{ m/s}^2.$$

80. A velocidade do objeto é

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(3500-160t)\,\hat{\text{i}} + 2700\,\hat{\text{j}} + 300\,\hat{\text{k}}\right] = -160\,\hat{\text{i}} \text{ m/s}.$$

(a) O momento linear é

$$\vec{p} = m\vec{v} = (250)\left(-160\,\hat{\text{i}}\right) = -4{,}0\times10^4\,\hat{\text{i}} \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) O foguete está se movendo para oeste (na direção $-\hat{\text{i}}$).

(c) De acordo com a Eq. 9-23, como o valor de $\vec{p}$ não varia com o tempo, a força que age sobre o foguete é zero.

81. Vamos supor que não existem forças externas agindo sobre o sistema formado pelas duas partes do último estágio. Nesse caso, o momento total do sistema é conservado. Seja m_i a massa do invólucro do foguete e seja m_c a massa da carga. Inicialmente, as duas partes estão se movendo à mesma velocidade v. Depois que a trava é aberta, o invólucro passa a se mover com velocidade v_i e a carga passa a se mover com velocidade v_c. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$(m_i + m_c)v = m_iv_i + m_cv_c.$$

(a) Depois que a trava é aberta, a carga, cuja massa é menor, passa a se mover com maior velocidade que o invólucro. Vamos fazer $v_c = v_i + v_{\text{rel}}$, em que v_{rel} é a velocidade relativa. Substituindo essa expressão na equação anterior, obtemos

$$(m_i + m_c)v = m_iv_i + m_cv_i + m_cv_{\text{rel}}$$

Assim,

$$v_i = \frac{(m_i+m_c)v - m_cv_{\text{rel}}}{m_i+m_c} = \frac{(290{,}0 \text{ kg}+150{,}0 \text{ kg})(7600 \text{ m/s})-(150{,}0 \text{ kg})(910{,}0 \text{ m/s})}{290{,}0 \text{ kg}+150{,}0 \text{ kg}}$$

$$= 7290 \text{ m/s}.$$

(b) A velocidade final da carga é $v_c = v_i + v_{\text{rel}} = 7290 \text{ m/s} + 910{,}0 \text{ m/s} = 8200 \text{ m/s}$.

(c) A energia cinética total antes que a trava seja aberta é

$$K_i = \frac{1}{2}(m_i + m_c)v^2 = \frac{1}{2}(290{,}0 \text{ kg}+150{,}0 \text{ kg})(7600 \text{ m/s})^2 = 1{,}271\times10^{10} \text{ J}.$$

(d) A energia cinética total depois que a trava é aberta é

$$K_f = \frac{1}{2}m_i v_i^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2 = \frac{1}{2}(290{,}0\text{ kg})(7290\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}(150{,}0\text{ kg})(8200\text{ m/s})^2$$

$$= 1{,}275\times 10^{10}\text{ J.}$$

(e) A energia cinética total aumentou ligeiramente porque a energia elástica da mola foi convertida em energia cinética.

82. Seja m a massa dos andares mais altos. De acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade dos andares mais altos imediatamente antes do choque é

$$mgd = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gd}.$$

O módulo do impulso durante o choque é

$$J = |\Delta p| = m|\Delta v| = mv = m\sqrt{2gd} = mg\sqrt{\frac{2d}{g}} = W\sqrt{\frac{2d}{g}}$$

sendo $W = mg$ o peso dos andares mais altos. Assim, a força média exercida sobre o andar mais baixo é

$$F_{\text{méd}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t}\sqrt{\frac{2d}{g}}$$

Para $F_{\text{méd}} = sW$, em que s é o fator de segurança, temos:

$$s = \frac{1}{\Delta t}\sqrt{\frac{2d}{g}} = \frac{1}{1{,}5\times 10^{-3}\text{ s}}\sqrt{\frac{2(4{,}0\text{ m})}{9{,}8\text{ m/s}^2}} = 6{,}0\times 10^2.$$

83. (a) De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_D v_D + m_E v_E = 0 \;\Rightarrow\; (0{,}500\text{ kg})\, v_D + (1{,}00\text{ kg})(-1{,}20\text{ m/s}) = 0,$$

o que nos dá $v_D = 2{,}40$ m/s. Assim, $\Delta x = v_D\, t = (2{,}40\text{ m/s})(0{,}800\text{ s}) = 1{,}92$ m.

(b) Nesse caso, $m_D v_D + m_E (v_D - 1{,}20\text{ m/s}) = 0$, o que nos dá

$$v_D = \frac{(1{,}2\text{ m/s})m_E}{m_E + m_D} = \frac{(1{,}20\text{ m/s})(1{,}00\text{ kg})}{1{,}00\text{ kg} + 0{,}500\text{ kg}} = 0{,}800\text{ m/s}.$$

Assim, $\Delta x = v_D\, t = 0{,}640$ m.

84. (a) Pela simetria da colisão, podemos ver que a soma das componentes y dos momentos das partículas após a colisão é zero. Assim, se a colisão for perfeitamente inelástica, as partículas (que, no caso de uma colisão perfeitamente inelástica, permanecem juntas) viajarão ao longo do eixo x.

(b) No caso de uma colisão elástica de duas partículas iguais, a velocidade final das partículas é igual à velocidade inicial. De acordo com a lei de conservação do momento, o ângulo entre as trajetórias das partículas após a colisão é igual ao ângulo entre as trajetórias antes da colisão. Assim, uma das partículas viajará ao longo da trajetória 2 e a outra ao longo da trajetória 3.

(c) No caso de uma colisão parcialmente inelástica, a velocidade final das partículas é menor que a velocidade inicial. Entretanto, de acordo com a lei de conservação do momento, a soma das componentes x da velocidade após o choque não pode ser menor que a soma das componentes x da velocidade antes do choque. Isso significa que a perda de velocidade se manifesta através de uma diminuição das componentes y. Isso, por sua vez, significa que o ângulo entre as trajetórias das partículas após a colisão é menor que o ângulo das trajetórias das partículas antes da colisão. Assim, uma das partículas viajará na região B e a outra na região C, em trajetórias simétricas em relação ao eixo x. Note que se trata de uma situação intermediária em relação às situações descritas nos itens (a) e (b).

(d) De acordo com a lei de conservação do momento, as componentes x das duas partículas são as mesmas antes e depois da colisão. Nesse caso, portanto, as partículas viajarão juntas após a colisão com uma velocidade escalar

$$v_f = v_{fx} = v\cos\theta = (4{,}00 \text{ m/s}) \cos 40^\circ = 3{,}06 \text{ m/s}.$$

(e) Nesse caso, como foi dito no item (b), a velocidade final das duas partículas é igual à velocidade inicial, ou seja, as duas partículas viajarão com uma velocidade escalar de 4,00 m/s.

85. Após a primeira colisão, de acordo com as Eqs. 9-67 e 9-68,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} v_{1i} = -\frac{1}{3} v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} v_{1i} = \frac{2}{3} v_{1i}.$$

Após a segunda colisão, as velocidades são

$$v_{2ff} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_{2f} = \frac{-m_2}{3m_2} \frac{2}{3} v_{1i} = -\frac{2}{9} v_{1i}$$

$$v_{3ff} = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_{2f} = \frac{2m_2}{3m_2} \frac{2}{3} v_{1i} = \frac{4}{9} v_{1i}.$$

(a) Para $v_{1i} = 4$ m/s, obtemos $v_{3ff} \approx 1{,}78$ m/s.

(b) De acordo com o resultado do item (a), v_{3ff} é menor que v_{1i}.

(c) A energia cinética final do bloco 3 (expressa em termos da energia cinética inicial do bloco 1) é

$$K_{3ff} = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 = \frac{1}{2} (4m_1) \left(\frac{16}{9}\right)^2 v_{1i}^2 = \frac{64}{81} K_{1i}.$$

Vemos, portanto, que K_{3ff} é menor que K_{1i}.

(d) O momento final do bloco 3 é

$$p_{3ff} = m_3 v_{3ff} = (4m_1)\left(\frac{16}{9}\right) v_1 = \frac{64}{9} m_1 v_1 = \frac{64}{9} p_{1i}$$

Vemos, portanto, que p_{3ff} é maior que p_{1i}.

86. (a) Usando a Eq. 9-68 duas vezes, temos:

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{1{,}5m_1} (4{,}00 \text{ m/s}) = \frac{16}{3} \text{ m/s}$$

$$v_3 = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_2 = \frac{2m_2}{1{,}5m_2} (16/3 \text{ m/s}) = \frac{64}{9} \text{ m/s} = 7{,}11 \text{ m/s}.$$

(b) O resultado do item (a) mostra que a velocidade do bloco 3 é maior que a velocidade inicial do bloco 1.

(c) A energia cinética do bloco 3 é

$$K_{3f} = \frac{1}{2}m_3v_3^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 m_1\left(\frac{16}{9}\right)^2 v_{1i}^2 = \frac{64}{81}K_{1i}.$$

Vemos, portanto, que a energia cinética do bloco 3 é menor que a energia cinética inicial do bloco 1. Como, na situação final, a energia cinética inicial é compartilhada pelos três blocos (que continuam todos em movimento), essa conclusão já era esperada.

(d) O momento do bloco 3 é

$$p_{3f} = m_3v_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 m_1\left(\frac{16}{9}\right)v_{1i} = \frac{4}{9}p_{1i}.$$

Portanto, o momento do bloco 3 é menor que o momento inicial do bloco 1.

87. Escolhemos como sentido positivo o sentido do movimento da bola depois de ricochetear na parede (o que, naturalmente, significa que a velocidade inicial da bola é negativa).

(a) A velocidade da bola imediatamente após a colisão é

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(K_i/2)}{m}} = \sqrt{\frac{mv_i^2/2}{m}} = \frac{v_i}{\sqrt{2}} \approx 3,7 \text{ m/s}.$$

(b) Para m = 0,15 kg, o teorema do momento linear e impulso (Eq. 9-31) nos dá

$$\vec{J} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = (0,15 \text{ kg})(3,7 \text{ m/s}) - (0,15 \text{ kg})(-5,2 \text{ m/s}) = 1,3 \text{ N}\cdot\text{s}.$$

(c) A Eq. 9-35 nos dá $F_{\text{med}} = J/\Delta t$ = 1,3/0,0076 = $1,8 \times 10^2$ N.

88. Consideramos primeiro a parte de 1200 kg part. O impulso tem módulo J e (para nossa escolha do sistema de coordenadas) aponta no sentido negativo. Seja m_1 a massa dessa parte e seja v_1 a velocidade depois que os rebites explodem. Vamos supor que as duas partes estão em repouso antes da explosão. Nesse caso, $J = m_1v_1$ e, portanto,

$$v_1 = \frac{J}{m_1} = \frac{300 \text{ N}\cdot\text{s}}{1200 \text{ kg}} = 0,25 \text{ m/s}.$$

Como o impulso que age sobre a parte de 1800 kg tem o mesmo módulo e o sentido oposto, $-J = m_2v_2$, em que m_2 é a massa dessa parte e v_2 a velocidade depois que os rebites explodem. Assim,

$$v_2 = -\frac{J}{m_2} = -\frac{300\text{N}\cdot\text{s}}{1800 \text{ kg}} = -0,167 \text{ m/s}.$$

A velocidade relativa das duas partes após a explosão é, portanto,

$$u = 0,25 \text{ m/s} - (-0,167 \text{ m/s}) = 0,417 \text{ m/s}.$$

89. PENSE O momento do carro muda quando ele faz a curva e muda novamente quando ele colide com a árvore.

FORMULE Se o momento inicial e o momento final de um objeto são $\vec{p}_i = m\vec{v}_i$ e $\vec{p}_f = m\vec{v}_f$, respectivamente, o impulso recebido pelo objeto é igual à variação do momento:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

A força média durante o tempo de duração do impulso, Δt, é dada por $\vec{F}_{\text{méd}} = \vec{J}/\Delta t$.

ANALISE (a) O momento inicial do carro é

$$\vec{p}_i = m\vec{v}_i = (1400\,\text{kg})(5{,}3\,\text{m/s})\hat{\text{j}} = (7400\,\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{j}}$$

e o momento final depois que o carro faz a curva é $\vec{p}_f = (7400\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}}$ (note que o módulo do momento não muda). Assim, o impulso é

$$\vec{J} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = (7{,}4\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})$$

(b) Como o momento inicial do carro depois de fazer a curva é $\vec{p}_i' = (7400\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}}$ e o momento final após a colisão com a árvore é $\vec{p}_f' = 0$, o impulso é

$$\vec{J}' = \vec{p}_f' - \vec{p}_i' = (-7{,}4\times10^3\,\text{N}\cdot\text{s})\hat{\text{i}}$$

(c) A força média que age sobre o carro durante a curva é

$$\vec{F}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{J}}{\Delta t} = \frac{(7400\,\text{kg}\cdot\text{m/s})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})}{4{,}6\ \text{s}} = (1600\,\text{N})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})$$

e o módulo da força é

$$F_{\text{méd}} = (1600\,\text{N})\sqrt{2} = 2{,}3\times10^3\ \text{N}$$

(d) A força média durante a colisão com a árvore é

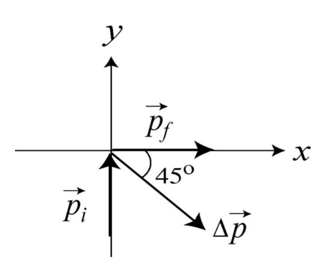
$$\vec{F}'_{\text{méd}} = \frac{\vec{J}'}{\Delta t} = \frac{(-7400\,\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}}}{350\times10^{-3}\text{s}} = (-2{,}1\times10^4\,\text{N})\hat{\text{i}}$$

e o módulo da força é

$$F'_{\text{méd}} = 2{,}1\times10^4\ \text{N}.$$

(e) Como, de acordo com o item (c), a força média que age sobre o carro durante a curva é $F_{\text{méd}} = (1600\ \text{N})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})$, a força média faz um ângulo de −45° com o semieixo x positivo.

APRENDA Durante a curva, a força média tem a mesma direção que $\Delta\vec{p}$. Como as componentes x e y de $\Delta\vec{p}$ têm o mesmo valor absoluto, a componente x é positiva e a componente y é negativa, a força média faz um ângulo de −45° com o semieixo x positivo, como mostra a figura.



90. (a) Podemos calcular o momento $\vec{p}_{nf}$ do núcleo filho a partir da lei de conservação do momento:

$$\vec{p}_{np} = \vec{p}_e + \vec{p}_v + \vec{p}_{nf} \ \Rightarrow\ 0 = (-1{,}2\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}} + (-6{,}4\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{j}} + \vec{p}_{nf}$$

Assim,

$$\vec{p}_{nf} = (1{,}2\times10^{-22}\,\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}} + (6{,}4\times10^{-23}\,\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{j}}.$$

O módulo do momento do núcleo filho é

$$\left|\vec{p}_{nf}\right| = \sqrt{(1,2\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2 + (6,4\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2} = 1,4\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) O ângulo entre o momento do núcleo filho e o semieixo x positivo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6,4\times10^{-23}}{1,2\times10^{-22}}\right) = 28°.$$

(c) Combinando as equações $p = mv$ e $K = mv^2/2$, obtemos, para $p = p_{nf}$ e $m = m_{nf}$,

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1,4\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2}{2(5,8\times10^{-26}\ \text{kg})} = 1,6\times10^{-19}\ \text{J}.$$

91. Como não existem forças externas com componente horizontal agindo sobre o sistema carrinho-homem e a soma das forças verticais é nula, o momento total do sistema é conservado. Sejam m_c a massa, v a velocidade inicial e v_c a velocidade final do carrinho (depois que o homem pula). Seja m_h a massa do homem. A velocidade inicial do homem é igual à do carrinho e a velocidade final é zero. De acordo com a lei de conservação do momento, $(m_h + m_c)v = m_c v_c$. Assim, a velocidade final do carrinho é

$$v_c = \frac{v(m_h + m_c)}{m_c} = \frac{(2,3\ \text{m/s})(75\ \text{kg} + 39\ \text{kg})}{39\ \text{kg}} = 6,7\ \text{m/s}.$$

A variação de velocidade do carrinho é 6,7 m/s – 2,3 m/s = + 4,4 m/s, ou seja, a velocidade do carrinho aumenta de 4,4 m/s. Fisicamente, o que acontece é o seguinte: para perder velocidade, o homem tem que empurrar o carrinho para a frente, porque, assim, a reação do carrinho o empurrará para trás.

92. A solução não depende das propriedades da mola que liga os dois blocos. De acordo com a Eq. 9-17, temos:

$$M\vec{v}_{\text{CM}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (1,0\ \text{kg})(1,7\ \text{m/s}) + (3,0\ \text{kg})\vec{v}_2$$

o que nos dá $\left|\vec{v}_2\right|$ = 0,57 m/s. O sentido de $\vec{v}_2$ é oposto ao de $\vec{v}_1$, ou seja, ambos se movem em direção ao centro de massa, mas vindo de direções opostas.

93. PENSE O fato de a locomotiva e o vagão permanecerem juntos após a colisão significa que a colisão é perfeitamente inelástica. O movimento é unidimensional.

FORMULE Sejam m_L a massa da locomotiva e v_L a velocidade inicial da locomotiva. Sejam m_V a massa do vagão e v a velocidade da locomotiva e do vagão após a colisão. Aplicando a lei de conservação do momento ao sistema formado pela locomotiva e o vagão, temos

$$m_L v_L = (m_L + m_V)v \ \Rightarrow\ v = \frac{m_L v_L}{m_L + m_V}$$

A energia cinética inicial do sistema é $K_i = m_L v_L^2/2$ e a energia cinética final é

$$K_f = \frac{1}{2}(m_L + m_V)v^2 = \frac{1}{2}(m_L + m_V)\frac{m_L^2 v_L^2}{(m_L + m_V)^2} = \frac{1}{2}\frac{m_L^2 v_L^2}{(m_L + m_V)}$$

Como 27% da energia cinética inicial é perdida, sabemos que $K_f = 0,73K_i$. Combinando essa relação com a equação anterior, podemos obter o valor de m_V, a massa do vagão.

ANALISE Para $K_f = 0,73K_i$, temos

$$\frac{1}{2}\frac{m_L^2 v_L^2}{(m_L + m_V)} = (0,73)\left(\frac{1}{2}m_L v_L^2\right)$$

o que nos dá $m_L/(m_L + m_V) = 0,73$. Explicitando m_V, obtemos

$$m_V = \frac{0{,}27}{0{,}73} m_L = 0{,}37 m_L = (0{,}37)(3{,}18 \times 10^4 \text{ kg}) = 1{,}18 \times 10^4 \text{ kg}$$

APRENDA Nas colisões inelásticas, a energia não é conservada, mas o momento é conservado, a não ser que existam forças externas agindo sobre o sistema.

94. Seja m_C a massa e seja v_C a velocidade do Chrysler. Seja m_F a massa e seja v_F a velocidade do Ford. Nesse caso, a velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_C v_C + m_F v_F}{m_C + m_F} = \frac{(2400 \text{ kg})(80 \text{ km/h}) + (1600 \text{ kg})(60 \text{ km/h})}{2400 \text{ kg} + 1600 \text{ kg}} = 72 \text{ km/h}.$$

Note que, como os dois carros estão viajando no mesmo sentido, os dois termos do numerador têm o mesmo sinal.

95. PENSE O choque de dois objetos que sofrem uma colisão oblíqua pode ser considerado uma colisão elástica bidimensional, se tanto o momento como a energia mecânica forem conservados.

FORMULE Se massa das bolas é m e a velocidade inicial de uma das bolas é v_{1i}, a aplicação da lei de conservação do momento às componentes x e y do movimento nos dá

$$m v_{1i} = m v_{1f} \cos\theta_1 + m v_{2f} \cos\theta_2$$
$$0 = m v_{1f} \operatorname{sen}\theta_1 - m v_{2f} \operatorname{sen}\theta_2$$

ANALISE (a) Resolvendo o sistema de equações anteriores, obtemos

$$v_{1f} = \frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} v_{1i}, \quad v_{2f} = \frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} v_{1i}$$

Como v_{2f} = 1,1 m/s = $v_{1f}/2$ e θ_2 = 60º, temos

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}(\theta_1 + 60°)} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

o que nos dá θ_1 = 30º. Assim, a velocidade da bola 1 após a colisão é

$$v_{1f} = \frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} v_{1i} = \frac{\operatorname{sen} 60°}{\operatorname{sen}(30° + 60°)} v_{1i} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{1i} = \frac{\sqrt{3}}{2}(2{,}2 \text{ m/s}) = 1.9 \text{ m/s}$$

(b) De acordo com o resultado do item (a), θ_1 = 30º no *sentido horário* em relação ao semieixo x positivo ou, alternativamente, θ_1 = −30º no *sentido anti-horário* em relação ao semieixo x positivo.

(c) A energia cinética antes da colisão é $K_i = m v_{1i}^2/2$. Depois da colisão, temos

$$K_f = \frac{1}{2} m \left(v_{1f}^2 + v_{2f}^2\right)$$

Substituindo v_{1f} e v_{2f} por seus valores em termos de θ_1 e θ_2, obtemos

$$K_f = \frac{1}{2} m \left[\frac{\operatorname{sen}^2\theta_2}{\operatorname{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\operatorname{sen}^2\theta_1}{\operatorname{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)}\right] v_{1i}^2$$

Como θ_1 = 30º e θ_2 = 60º, $\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2) = 1$, $\operatorname{sen}^2\theta_1 + \operatorname{sen}^2\theta_2 = \operatorname{sen}^2\theta_1 + \cos^2\theta_1 = 1$, e, portanto, $K_f = m v_{1i}^2/2 = K_i$, o que significa que a energia mecânica é conservada; logo, a colisão é elástica.

APRENDA Quando a colisão oblíqua de dois objetos de massas iguais é elástica, como neste caso, as trajetórias dos objetos após a colisão são mutuamente perpendiculares, ou seja, $\theta_1 + \theta_2 = 90°$.

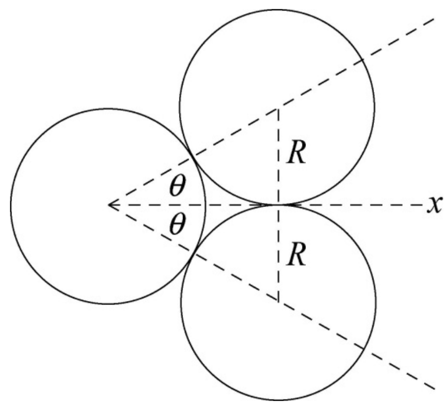
96. (a) De acordo com a Eq. 9-87, o empuxo é

$$Rv_{rel} = Ma = \left(4{,}0\times10^4\ \text{kg}\right)\left(2{,}0\ \text{m/s}^2\right) = 8{,}0\times10^4\ \text{N}.$$

(b) De acordo com o resultado do item (a), para v_{rel} = 3000 m/s,

$$R = \frac{8{,}0\times10^4\ \text{N}}{3{,}0\times10^3\ \text{m/s}} \approx 27\ \text{kg/s}.$$

97. A figura a seguir mostra a situação no momento em que a bola incidente (a bola da esquerda) se choca com as outras duas.



A bola incidente exerce um impulso de mesmo módulo sobre as outras duas bolas, ao longo da reta que liga o centro da bola incidente ao centro da bola que sofre o choque. As bolas que sofrem o choque se afastam ao longo dessas retas, enquanto a bola incidente continua a se mover ao longo do eixo x. Como as três retas tracejadas mostradas na figura, que representam as trajetórias das bolas após a colisão, formam um triângulo equilátero, os ângulos θ assinalados na figura valem 30°. Seja v_0 a velocidade da bola incidente antes do choque e seja V a velocidade depois do choque. As duas bolas que sofrem o choque se afastam com a mesma velocidade, que vamos chamar de v. Vamos chamar de m a massa de cada uma das três bolas. Como a componente x do momento total do sistema de três bolas é conservada,

$$mv_0 = mV + 2mv\cos\theta$$

e, como a energia cinética total é conservada,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mV^2 + 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right).$$

A primeira equação nos dá $V = v_0 - 2v\cos\theta$; elevando ao quadrado, obtemos

$$V^2 = v_0^2 - 4v_0 v\cos\theta + 4v^2\cos^2\theta.$$

Substituindo na segunda equação e explicitando v, obtemos

$$v = \frac{2v_0\cos\theta}{1+2\cos^2\theta} = \frac{2(10\ \text{m/s})\cos 30°}{1+2\cos^2 30°} = 6{,}9\ \text{m/s}.$$

(a) De acordo com o cálculo acima, o módulo da velocidade da bola 2 da Fig. 9-76 é 6,9 m/s.

(b) A velocidade da bola 2 faz um ângulo de 30° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

(c) A velocidade da bola 3 é 6,9 m/s.

(d) A velocidade da bola 3 faz um ângulo de 30° no sentido horário com o semieixo x positivo.

(e) Podemos usar a equação do momento para calcular a velocidade final da bola 1:

$$V = v_0 - 2v\cos\theta = 10 \text{ m/s} - 2(6{,}9 \text{ m/s}) \cos 30° = -2{,}0 \text{ m/s}.$$

Assim, o módulo da velocidade da bola 1 é 2,0 m/s.

(f) O sinal negativo mostra que, após o choque, a bola 1 se move no sentido negativo do eixo x.

98. (a) A variação do momento da bola é

$$\Delta\vec{p} = (0{,}15)[2\hat{\text{i}} + 3{,}5\hat{\text{j}} - 3{,}2\hat{\text{k}} - (5\hat{\text{i}} + 6{,}5\hat{\text{j}} + 4\hat{\text{k}})] = (-0{,}450\hat{\text{i}} - 0{,}450\hat{\text{j}} - 1{,}08\hat{\text{k}}) \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) De acordo com o teorema do momento linear e impulso (Eq. 9-31),

$$\vec{J} = (-0{,}450\hat{\text{i}} - 0{,}450\hat{\text{j}} - 1{,}08\hat{k}) \text{ N}\cdot\text{s}.$$

(c) Como, de acordo com a terceira lei de Newton, $\vec{J}_{\text{parede}} = -\vec{J}_{\text{bola}}$, onde $\vec{J}_{\text{bola}}$ é o resultado do item (b), temos:

$$\vec{J}_{\text{parede}} = (0{,}450\hat{\text{i}} + 0{,}450\hat{\text{j}} + 1{,}08\hat{k}) \text{ N}\cdot\text{s}.$$

99. (a) Vamos colocar a origem do sistema de coordenadas no centro da polia, com o eixo x horizontal, apontando para a direita, e o eixo y vertical, apontando para baixo. O centro de massa está entre os dois recipientes, no ponto $x = 0$ e $y = \ell$, sendo que ℓ é a distância vertical entre o centro da polia e o centro de massa de um dos recipientes. Como o diâmetro da polia é 50 mm, a distância horizontal entre o centro de massa do recipiente 1 e o centro de massa do sistema de dois recipientes é 25 mm.

(b) Se 20 g de açúcar são transferidos do recipiente 1 para o recipiente 2, a massa do recipiente 1 se torna m_1 = 480 g, mas a coordenada x do centro de massa do recipiente 1 continua a ser x_1 = –25 mm. A massa do recipiente 2 se torna m_2 = 520 g, mas a coordenada x do recipiente 2 continua a ser x_2 = +25 mm. Assim, a coordenada x do centro de massa do sistema passa a ser

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(480 \text{ g})(-25 \text{ mm}) + (520 \text{ g})(25 \text{ mm})}{480 \text{ g} + 520 \text{ g}} = 1{,}0 \text{ mm}.$$

A coordenada y do centro de massa do sistema continua a ser $y = \ell$. O novo centro de massa do sistema está, portanto, a uma distância horizontal de 26 mm do centro de massa do recipiente 1 e a uma distância vertical ℓ do centro da polia.

(c) Quando os recipientes são liberados, o recipiente mais pesado desce e o recipiente mais leve sobe. Em consequência, o centro de massa, que tende a permanecer mais próximo do recipiente mais pesado, se desloca para baixo.

(d) Como os recipientes estão ligados por uma corda que passa por uma polia, as acelerações têm o mesmo módulo e sentidos opostos. Se a é a aceleração do recipiente 2, a aceleração do recipiente 1 é $-a$. A aceleração do centro de massa é

$$a_{\text{CM}} = \frac{m_1(-a) + m_2 a}{m_1 + m_2} = a\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}.$$

Podemos usar a segunda lei de Newton para determinar a aceleração dos recipientes. As forças que agem sobre o recipiente 1 são a força da gravidade $m_1 g$, que aponta para baixo, e a tensão T da corda, que aponta para cima. De acordo com a segunda lei de Newton, $m_1 g - T = -m_1 a$. O sinal negativo aparece porque chamamos de a a aceleração do recipiente 2. Aplicando a segunda lei de Newton ao recipiente 2, obtemos $m_2 g - T = m_2 a$. De acordo com a primeira equação, $T = m_1 g + m_1 a$. Substituindo este valor de T na segunda equação e explicitando a, obtemos:

$$a = (m_2 - m_1)g/(m_1 + m_2).$$

Assim,

$$a_{CM} = \frac{g(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(520 \text{ g} - 480 \text{ g})^2}{(480 \text{ g} + 520 \text{ g})^2} = 1{,}6 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2.$$

O sentido da aceleração é para baixo.

100. (a) Usamos a Fig. 9-21 do livro (que trata os dois ângulos como positivos, embora um deles esteja no quarto quadrante; é por isso que o sinal negativo precede o primeiro termo do segundo membro da Eq. 9-80, em vez de aparecer no ângulo). Chamamos a bola branca de bola 1 e a outra bola de bola 2. Aplicando a lei de conservação do momento às componentes x e y do momento total do sistema de duas bolas, temos:

$$mv_{1i} = mv_{1f}\cos\theta_1 + mv_{2f}\cos\theta_2$$

$$0 = -mv_{1f}\,\text{sen}\,\theta_1 + mv_{2f}\,\text{sen}\,\theta_2.$$

As massas são iguais e se cancelam nas equações. Explicitando sen θ_2 na segunda equação, obtemos:

$$\text{sen}\,\theta_2 = \frac{v_{1f}}{v_{2f}}\,\text{sen}\,\theta_1 = \left(\frac{3{,}50 \text{ m/s}}{2{,}00 \text{ m/s}}\right)\text{sen}\,22{,}0° = 0{,}656.$$

O ângulo entre a direção do movimento da segunda bola após o choque e a direção do movimento da bola branca antes do choque é, portanto, $\theta_2 = \text{sen}^{-1}(0{,}656) = 41{,}0°$.

(b) Podemos usar a primeira equação para determinar a velocidade inicial da bola branca.

$$v_{1i} = v_{1f}\cos\theta_1 + v_{2f}\cos\theta_2 = (3{,}50 \text{ m/s})\cos 22{,}0° + (2{,}00 \text{ m/s})\cos 41{,}0° = 4{,}75 \text{ m/s}.$$

(c) A energia cinética inicial, em unidades do SI, é

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m(4{,}75)^2 = 11{,}3m$$

e a energia cinética final é

$$K_f = \frac{1}{2}mv_{1f}^2 + \frac{1}{2}mv_{2f}^2 = \frac{1}{2}m\left[(3{,}50)^2 + (2{,}00)^2\right] = 8{,}1m.$$

Este resultado mostra que a energia cinética não é conservada.

101. Trata-se de uma colisão totalmente inelástica, seguida por um movimento balístico. Vamos usar a lei de conservação do momento para analisar a colisão.

$$\vec{p}_{\text{sapatos}} = \vec{p}_{\text{conjunto}} \quad \Rightarrow \quad (3{,}2 \text{ kg})(3{,}0 \text{ m/s}) = (5{,}2 \text{ kg})\vec{v}$$

Assim, a velocidade escalar com a qual o conjunto é lançado da borda da mesa é $v = (3{,}2 \times 3{,}0)/5{,}2 = 1{,}8$ m/s.

Para analisar o movimento balístico do conjunto, podemos usar as equações do Capítulo 4 ou a abordagem do Capítulo 8, baseada na conservação da energia. Vamos optar pelo segundo método. A lei de conservação da energia nos dá

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2}(5{,}2 \text{ kg})(1{,}8 \text{ m/s})^2 + (5{,}2 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}40 \text{ m}) = K_f + 0$$

Assim, a energia cinética do conjunto imediatamente antes de atingir o chão é K_f = 29 J.

102. (a) Como o centro de massa do sistema homem-balão não se move, o balão se move para baixo com uma certa velocidade u em relação ao solo enquanto o homem está subindo.

(b) Como a velocidade do homem em relação ao solo é $v_s = v - u$, a velocidade do centro de massa do sistema em relação ao solo é

$$v_{\text{CM}} = \frac{mv_g - Mu}{M+m} = \frac{m(v-u) - Mu}{M+m} = 0,$$

o que nos dá

$$u = \frac{mv}{M+m} = \frac{(80\text{ kg})(2{,}5\text{ m/s})}{320\text{ kg} + 80\text{ kg}} = 0{,}50\text{ m/s}.$$

(c) Se o homem para de subir, não há movimento relativo no interior do sistema e a velocidade, tanto do homem como do balão, passa a ser igual à velocidade do centro de massa do sistema, que é zero. Isso significa que a velocidade escalar do balão nesta situação é zero.

103. De acordo com as Eqs. 9-75 e 9-76, as velocidades dos blocos 1 e 2 após a colisão são (fazendo $v_{1i} = 0$):

$$v_{1f} = \frac{2m_2}{m_1+m_2}v_{2i} \qquad v_{2f} = \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_{2i}$$

A velocidade do bloco 2 depois de colidir com parede é $-v_{2f}$. De acordo com o enunciado, devemos ter $v_{1f} = -v_{2f}$, ou seja,

$$\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_{2i} = -\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_{2i}$$

o que nos dá

$$2m_2 = -(m_2 - m_1) \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{3}.$$

Para m_1 = 6,6 kg, obtemos m_2 = 2,2 kg.

104. Vamos tratar o carro (de massa m_1) como uma "massa pontual" que está inicialmente a 1,5 m da extremidade direita da barcaça. A extremidade esquerda da barcaça (de massa m_2) está inicialmente no ponto x = 0 (borda do cais), e a extremidade direita está no ponto x = 14 m. O centro de massa da barcaça (sem levar em conta o carro) está inicialmente no ponto x = 7,0 m. Vamos usar a Eq. 9-5 para calcular o centro de massa do sistema:

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{(1500\text{ kg})(14\text{ m} - 1{,}5\text{ m}) + (4000\text{ kg})(7\text{ m})}{1500\text{ kg} + 4000\text{ kg}} = 8{,}5\text{ m}.$$

Como não existem formas externas, o centro de massa do sistema não pode mudar. Assim, quando a frente do carro atinge a extremidade esquerda da barcaça (que agora está a uma distância δx do cais), o centro de massa do sistema ainda está a 8,5 m de distância do cais. O carro, considerado como uma "massa pontual", está a 1,5 m de distância da borda esquerda da barcaça. Assim, temos:

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{(1500\text{ kg})(\delta x + 1{,}5\text{ m}) + (4000\text{ kg})(7\text{ m} + \delta x)}{1500\text{ kg} + 4000\text{ kg}} = 8{,}5\text{ m}.$$

Explicitando δx, obtemos δx = 3,0 m.

105. PENSE Além do momento, a energia mecânica também é conservada nas colisões elásticas.

FORMULE Sejam m_1 a massa do objeto que está inicialmente em movimento, v_{1i} a velocidade desse objeto antes da colisão, e v_{1f} a velocidade desse objeto depois da colisão. Sejam $m_2 = M$ a massa do objeto que está inicialmente em repouso e v_{2f} a velocidade desse objeto após a colisão. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}, \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

Explicitando m_2 na segunda equação, obtemos

$$m_2 = m_1 \left(\frac{2v_{1i}}{v_{2f}} - 1 \right)$$

ANALISE Para m_1 = 3,0 kg, v_{1i} = 8,0 m/s e v_{2f} = 6,0 m/s, a equação anterior nos dá

$$m_2 = M = m_1 \left(\frac{2v_{1i}}{v_{2f}} - 1 \right) = (3{,}0 \text{ kg}) \left(\frac{2(8{,}0 \text{ m/s})}{6{,}0 \text{ m/s}} - 1 \right) = 5{,}0 \text{ kg}$$

APRENDA As expressões gerais de v_{1f} e v_{2f} mostram que as massas foram iguais, v_{1f} = 0 e $v_{2f} = v_{1i}$, ou seja, a velocidade da bola que estava em movimento é totalmente transferida para a bola que estava em repouso, como às vezes acontece nos jogos de sinuca.

106. Vamos chamar a massa do vagão de M, a massa do lutador de sumô de m, a velocidade inicial do lutador de sumô de v_0 e a velocidade final do vagão de v.

(a) De acordo com a lei de conservação do momento, $mv_0 = (M + m)v$ e, portanto,

$$v = \frac{mv_0}{M + m} = \frac{(242 \text{ kg})(5{,}3 \text{ m/s})}{2140 \text{ kg} + 242 \text{ kg}} = 0{,}54 \text{ m/s}.$$

(b) Como $v_{\text{rel}} = v_0$, temos:

$$mv_0 = Mv + m(v + v_{\text{rel}}) = mv_0 + (M + m)v,$$

e, portanto, a velocidade do vagão é $v = 0$.

(c) Nesse caso, $mv_0 = Mv + m(v - v_{\text{rel}})$, o que nos dá

$$v = \frac{m(v_0 + v_{\text{rel}})}{m + M} = \frac{(242 \text{ kg})(5{,}3 \text{ m/s} + 5{,}3 \text{ m/s})}{242 \text{ kg} + 2140 \text{ kg}} = 1{,}1 \text{ m/s}.$$

107. PENSE A aceleração de um foguete depende da taxa de consumo de combustível.

FORMULE O empuxo de um foguete é dado por $T = Rv_{\text{rel}}$, em que R é a taxa de consumo de combustível e v_{rel} é a velocidade dos produtos da combustão em relação ao foguete.

ANALISE (a) Para que o empuxo seja igual ao peso Mg do foguete, devemos ter

$$T = Rv_{\text{rel}} = Mg \quad \Rightarrow \quad R = \frac{Mg}{v_{\text{rel}}} = \frac{(6100 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)}{1200 \text{ m/s}} = 49{,}8 \text{ kg/s} \approx 50 \text{ kg/s}$$

(b) De acordo com a segunda lei de Newton,

$$Rv_{\text{rel}} - Mg = Ma$$

o que nos dá

$$R = \frac{M(g+a)}{v_{\text{rel}}} = \frac{(6100\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2 + 21\ \text{m/s}^2)}{1200\ \text{m/s}} = 156{,}6\ \text{kg/s} \approx 1{,}6\times 10^2\ \text{kg/s}$$

APRENDA A solução do item (a) deste problema se baseia no fato de que a taxa mínima de consumo de combustível necessária para que um foguete seja lançado da superfície de um astro é aquela para a qual o empuxo imprime ao foguete uma aceleração igual, em módulo, à aceleração da gravidade no local de lançamento.

108. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$(900\ \text{kg})(1000\ \text{m/s}) = (500\ \text{kg})(v_{\text{nave}} - 100\ \text{m/s}) + (400\ \text{kg})(v_{\text{nave}}),$$

o que nos dá uma velocidade da nave $v_{\text{nave}} = 1055{,}6$ m/s e uma velocidade do módulo $v_{\text{mod}} = v_{\text{nave}} - 100\ \text{m/s} = 955{,}6$ m/s (as duas velocidades medidas em relação à nave-mãe). O aumento relativo da energia cinética é

$$\frac{\Delta K}{K_i} = \frac{K_f}{K_i} - 1 = \frac{(500\ \text{kg})(955{,}6\ \text{m/s})^2/2 + (400\ \text{kg})(1055{,}6\ \text{m/s})^2/2}{(900\ \text{kg})(1000\ \text{m/s})^2/2} = 2{,}5\times 10^{-3}.$$

109. PENSE Este problema envolve o conceito de centro de massa.

FORMULE De acordo com a Eq. 9-2, a distância entre o centro da Terra e o centro de massa do sistema Terra-Lua é dada por

$$r_{\text{CM}} = \frac{m_L r_{LT}}{m_L + m_T}$$

em que m_L é a massa da Lua, m_T é a massa da Terra e r_{LT} é a distância entre a Terra e a Lua.

ANALISE (a) Para $m_L = 7{,}36 \times 10^{22}$ kg, $m_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg e $r_{LT} = 3{,}82 \times 10^8$ m (esses valores estão no Apêndice C), temos

$$r_{\text{CM}} = \frac{(7{,}36\times 10^{22}\ \text{kg})(3{,}82\times 10^{8}\ \text{m})}{7{,}36\times 10^{22}\ \text{kg} + 5{,}98\times 10^{24}\ \text{kg}} = 4{,}64\times 10^{6}\ \text{m} \approx 4{,}6\times 10^{3}\ \text{km}$$

(b) Como o raio da Terra é $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m, $r_{\text{CM}}/R_T = 0{,}73 = 73\%$.

APRENDA De acordo com o resultado do item (b), o centro de massa do sistema Terra-Lua está no centro da Terra!

110. (a) O módulo do impulso é igual à variação do momento:

$$J = mv - m(-v) = 2mv = 2(0{,}140\ \text{kg})(7{,}80\ \text{m/s}) = 2{,}18\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) Como, na definição do cálculo, a média de uma função é a integral da função dividida pelo intervalo correspondente, a força média é o impulso dividido pelo intervalo de tempo Δt. Assim, o módulo da força média é $2mv/\Delta t$. Substituindo por valores numéricos, obtemos

$$F_{\text{méd}} = \frac{2(0{,}140\ \text{kg})(7{,}80\ \text{m/s})}{0{,}00380 s} = 575\ \text{N}.$$

111. PENSE A água acrescentada ao trenó passa a se mover com a mesma velocidade que o trenó.

FORMULE Sejam m_t a massa do trenó e v_i a velocidade inicial do trenó. De acordo com a lei de conservação do momento, se a massa total da água transferida para o trenó é m_a, $m_t v_i = (m_t + m_a)v_f$, em que v_f é a velocidade final do sistema trenó-água.

ANALISE Para m_t = 2900 kg, m_a = 920 kg e v_i = 250 m/s, temos

$$v_f = \frac{m_t v_i}{m_t + m_a} = \frac{(2900 \text{ kg})(250 \text{ m/s})}{2900 \text{ kg} + 920 \text{ kg}} = 189{,}8 \text{ m/s} \approx 190 \text{ m/s}.$$

APRENDA Podemos imaginar que a água acrescentada ao trenó sofre uma colisão perfeitamente inelástica com o trenó. Como parte da energia cinética do sistema é convertida em outras formas de energia (térmica, acústica, etc.) e a energia cinética inicial da água é zero, a energia cinética final do sistema trenó-água é menor que a energia cinética inicial do trenó e, portanto, a velocidade final do sistema trenó-água é menor que a velocidade inicial do trenó.

112. PENSE As balas que se chocam com a parede possuem energia cinética e momento. A parede rígida exerce uma força que reduz a zero a velocidade das balas.

FORMULE Se m é a massa de uma bala e v é a velocidade da bala ao se chocar com a parede, o momento da bala é $p = mv$, na direção da parede, e a energia cinética da bala é $K = mv^2/2$. A força a que a parede é submetida é dada pela taxa com a qual o momento é transferido das balas para a parede. Como as balas não ricocheteiam, cada bala que se choca com a parede transfere um momento p. Se ΔN balas atingem a parede em um intervalo de tempo Δt, a taxa média com a qual o momento é transferido para a parede é $F_{\text{méd}} = p(\Delta N/\Delta t)$.

ANALISE (a) Para $m = 2{,}0 \times 10^{-3}$ kg e v = 500 m/s, o momento de cada bala é

$$p = mv = (2{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg})(500 \text{ m/s}) = 1{,}0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(b) A energia cinética de cada bala é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg})(500 \text{ m/s})^2 = 2{,}5 \times 10^2 \text{ J}$$

(c) Para $\Delta N/\Delta t = 10 \text{ s}^{-1}$, o módulo da força média que as balas exercem sobre a parede é

$$F_{\text{méd}} = p\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right) = (1{,}0 \text{ kg} \cdot \text{m/s})(10 \text{ s}^{-1}) = 10 \text{ N}$$

(d) Se $\Delta t'$ é o tempo durante o qual cada bala permanece em contato com a parede, o módulo da força média que uma bala exerce sobre a parede é

$$F'_{\text{méd}} = \frac{p}{\Delta t'} = \frac{1{,}0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0{,}6 \times 10^{-3} \text{ s}} = 1{,}7 \times 10^3 \text{ N}$$

(e) Como, no item (d) o intervalo de tempo é o tempo durante o qual uma bala permanece em contato com a parede, enquanto, no item (c), o intervalo de tempo é o tempo durante o qual muitas balas se chocam com a parede, é natural que $F'_{\text{méd}} \neq F_{\text{méd}}$.

APRENDA Uma vez que, na maior parte do tempo, não existe nenhuma bala em contato com a parede, é natural que a força média calculada no item (c) seja muito menor que a força média calculada no item (d).

113. Vamos converter a taxa com a qual os grãos caem no vagão para unidades do SI: R = (540 kg/min)/(60 s/min) = 9,00 kg/s. Na ausência de uma força externa, o vagão perde velocidade a uma taxa dada pela Eq. 9-87: $Rv_{\text{rel}} = M|a|$. Assim, para que a desaceleração seja nula, é preciso que a força aplicada seja igual a Rv_{rel}:

$$F = Rv_{\text{rel}} = (9{,}00)(3{,}20) = 28{,}8 \text{ N}.$$

114. Para começar, imaginamos que o pequeno pedaço quadrado (de massa m) foi recolocado no lugar, de modo que a placa é novamente uma placa quadrada de dimensões $6d \times 6d$, cujo centro de massa está na origem. Em seguida, "acrescentamos" um pedaço quadrado de "massa negativo" ($-m$) no local apropriado para obter a peça mostrada na Fig. 9-82. Se a massa da placa inteira é M, a massa do pequeno pedaço quadrado pode ser obtida a partir de uma simples relação de áreas:

$$m = \left(\frac{2{,}0 \text{ m}}{6{,}0 \text{ m}}\right)^2 M \Rightarrow M = 9m.$$

(a) Como a coordenada x do pequeno pedaço quadrado é x = 2,0 m (o centro do "vazio" da figura), a coordenada x do centro de massa da peça restante é

$$x_{CM} = \frac{(-m)x}{M+(-m)} = \frac{-m(2{,}0\text{ m})}{9m-m} = -0{,}25\text{ m}.$$

(b) Como a coordenada y do pequeno pedaço quadrado é zero, $y_{CM} = 0$.

115. PENSE Duas forças agem separadamente sobre duas massas, cujo movimento obedece à segunda lei de Newton.

FORMULE Seja $\vec{F}_1$ a força que age sobre a partícula de massa m_1 e seja $\vec{F}_2$ a força que age sobre a partícula de massa m_2. De acordo com a segunda lei de Newton, os deslocamentos das duas partículas são

$$\vec{d}_1 = \frac{1}{2}\vec{a}_1 t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_1}{m_1}\right)t^2, \quad \vec{d}_2 = \frac{1}{2}\vec{a}_2 t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_2}{m_2}\right)t^2$$

e o deslocamento correspondente do centro de massa é

$$\vec{d}_{CM} = \frac{m_1\vec{d}_1 + m_2\vec{d}_2}{m_1+m_2} = \frac{1}{2}\frac{m_1}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_1}{m_1}\right)t^2 + \frac{1}{2}\frac{m_2}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_2}{m_2}\right)t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2}{m_1+m_2}\right)t^2$$

ANALISE (a) Para os valores dados de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, m_1, m_2 e t, temos

$$\begin{aligned}\vec{d}_{CM} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2}{m_1+m_2}\right)t^2 = \frac{1}{2}\frac{(-4{,}00\text{ N}+2{,}00\text{ N})\hat{\text{i}} + (5{,}00\text{ N}-4{,}00\text{ N})\hat{\text{j}}}{2{,}00\times10^{-3}\text{ kg}+4{,}00\times10^{-3}\text{ kg}}(2{,}00\times10^{-3}\text{ s})^2 \\ &= (-6{,}67\times10^{-4}\text{ m})\hat{\text{i}} + (3{,}33\times10^{-4}\text{ m})\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

O módulo de $\vec{d}_{CM}$ é

$$d_{CM} = \sqrt{(-6{,}67\times10^{-4}\text{ m})^2 + (3{,}33\times10^{-4}\text{ m})^2} = 7{,}45\times10^{-4}\text{ m}$$

ou 0,745 mm.

(b) O ângulo de $\vec{d}_{CM}$ é dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3{,}33\times10^{-4}\text{ m}}{-6{,}67\times10^{-4}\text{ m}}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 153°$$

medido no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo.

(c) As velocidades das duas partículas são

$$\vec{v}_1 = \vec{a}_1 t = \frac{\vec{F}_1 t}{m_1}, \quad \vec{v}_2 = \vec{a}_2 t = \frac{\vec{F}_2 t}{m_2}$$

e a velocidade do centro de massa é

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} = \frac{m_1}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_1 t}{m_1}\right) + \frac{m_2}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_2 t}{m_2}\right) = \left(\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2}{m_1+m_2}\right)t\,.$$

A energia cinética do centro de massa é

$$K_{\text{CM}} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{\text{CM}}^2 = \frac{1}{2}\frac{|\vec{F}_1+\vec{F}_2|^2}{m_1+m_2}t^2$$

Como $\left|\vec{F}_1+\vec{F}_2\right| = \left|(-2,00\ \text{N})\hat{\text{i}}+(1,00\ \text{N})\hat{\text{j}}\right| = \sqrt{5}$ N, temos

$$K_{\text{CM}} = \frac{1}{2}\frac{|\vec{F}_1+\vec{F}_2|^2}{m_1+m_2}t^2 = \frac{1}{2}\frac{(\sqrt{5}\ \text{N})^2}{2,00\times10^{-3}\ \text{kg}+4,00\times10^{-3}\ \text{kg}}(2,00\times10^{-3}\ \text{s})^2 = 1,67\times10^{-3}\ \text{J}$$

APRENDA O movimento do centro de massa pode ser analisado como se uma força $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$ estivesse agindo sobre uma partícula de massa $M = m_1 + m_2$, o que nos dá uma aceleração do centro de massa

$$a_{\text{CM}} = \frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2}{m_1+m_2}.$$

116. (a) O centro de massa não se move na ausência de forças externas, já que estava inicialmente em repouso.

(b) As partículas colidem no centro de massa. Se a coordenada inicial de P é $x = 0$ e a coordenada inicial de Q é $x = 1,0$ m, a Eq. 9-5 nos dá

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{0+(0,30\ \text{kg})(1,0\ \text{m})}{0,1\ \text{kg}+0,3\ \text{kg}} = 0,75\ \text{m}.$$

Assim, as partículas colidem a uma distância de 0,75 m da posição original da partícula P.

117. Trata-se de uma colisão totalmente inelástica, mas a Eq. 9-53 $[V = m_1v_{1i}/(m_1 + m_2)]$ não pode ser usada porque as duas partículas estão em movimento antes da colisão. Entretanto, podemos aplicar a lei de conservação do momento:

$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2)\vec{V} \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = \frac{2(4\hat{\text{i}}-5\hat{\text{j}})+4(6\hat{\text{i}}-2\hat{\text{j}})}{2+4}.$$

(a) Na notação dos vetores unitários, $\vec{V} = (2,67\ \text{m/s})\hat{\text{i}}+(-3,00\text{m/s})\hat{\text{j}}.$

(b) O módulo de $\vec{V}$ é $\left|\vec{V}\right| = 4,01$ m/s.

(c) O ângulo de $\vec{V}$ é 48,4° no sentido *horário*, em relação ao eixo x.

118. Este problema é semelhante ao do Exemplo "Colisão elástica de dois pêndulos". Escolhemos o sentido para a direita na Fig. 9-20 como sentido positivo do eixo x. Vamos usar a notação $\vec{v}$ para designar velocidades e v para designar velocidades escalares (que são sempre positivas). Como as manipulações algébricas são relativamente complexas, é conveniente introduzir a variável $\Delta m = m_2 - m_1$ (que, em nosso caso, é positiva).

(a) Como $\vec{v}_{1f} = \sqrt{2gh_1}$, temos:

$$\vec{v}_{1f} = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i} = -\frac{\Delta m}{m_1+m_2}\sqrt{2gh_1}$$

o que significa que a velocidade escalar da esfera 1 imediatamente após a colisão é $v_{1f} = \left(\Delta m/\left(m_1+m_2\right)\right)\sqrt{2gh_1}$ e que $\vec{v}_{1f}$ aponta no sentido negativo do eixo x. Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $m_1gh_{1f} = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2$, isso nos dá

$$h_{1f} = \frac{v_{1f}^2}{2g} = \left(\frac{\Delta m}{m_1+m_2}\right)^2 h_1.$$

Para m_1 = 50 g e m_2 = 85 g, obtemos $h_{1f} \approx$ 0,60 cm.

(b) De acordo com a Eq. 9-68,

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_1}$$

Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $m_2 g h_{2f} = \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$, isso nos dá

$$h_{2f} = \frac{v_{2f}^2}{2g} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 h_1 .$$

Para m_1 = 50 g e m_2 = 85 g, $h_{2f} \approx$ 4,9 cm.

(c) Felizmente, as esferas se chocam de novo no ponto mais baixo das respectivas trajetórias (contanto que a amplitude do movimento seja "suficientemente pequena", como é discutido no Capítulo 16). Correndo o risco de usar uma notação imprópria, vamos chamar as alturas alcançadas após a *segunda* colisão elástica de h_{1ff} e h_{2ff}. No ponto mais baixo (imediatamente antes da segunda colisão), a velocidade da esfera 1 é $+\sqrt{2gh_{1f}}$ (para a direita na Fig. 9-20) e a velocidade da esfera 2 é $-\sqrt{2gh_{1f}}$ (para a esquerda na Fig. 9-20). Assim, de acordo com a Eq. 9-75, a velocidade da esfera 1 imediatamente após a segunda colisão é

$$\begin{aligned}
\vec{v}_{1ff} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_{1f}} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\left(-\sqrt{2gh_{2f}}\right) \\
&= \frac{-\Delta m}{m_1 + m_2}\left(\frac{\Delta m}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_1}\right) - \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_1}\right) \\
&= -\frac{(\Delta m)^2 + 4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}\sqrt{2gh_1} .
\end{aligned}$$

Expandindo $(\Delta m)^2$ e $(m_1 + m_2)^2$ na expressão acima, obtemos $v_{1ff} = \sqrt{2gh_1}$. De acordo com a lei de conservação da energia, $\left(m_1 g h_{1ff} = \frac{1}{2} m_1 v_{1ff}^2\right)$ isso nos dá

$$h_{1ff} = \frac{v_{1ff}^2}{2g} = h_1 = 9{,}0 \text{ cm.}$$

(d) Com base no resultado do item (c), podemos concluir (raciocinando em termos de energia) que $h_{2ff} = 0$. Entretanto, vamos ver como esse resultado surge a partir da aplicação da Eq. 9-76 à velocidade da esfera 2 imediatamente após a segunda colisão:

$$\begin{aligned}
v_{2ff} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_{1f}} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\left(-\sqrt{2gh_{2f}}\right) \\
&= \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\left(\frac{\Delta m}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_1}\right) + \frac{\Delta m}{m_1 + m_2}\left(\frac{-2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_1}\right)
\end{aligned}$$

Após a segunda colisão, portanto, a esfera 2 permanece no ponto mais baixo da trajetória e a esfera 1 volta à altura inicial, o que recria as condições do início do problema. Assim, as colisões subsequentes, desprezando os efeitos do atrito, são uma mera repetição das duas primeiras.

119. (a) Como os blocos são homogêneos, os centros de massa dos blocos coincidem com os centros geométricos, cujas posições no instante $t = 0$ são dadas na tabela que acompanha o enunciado do problema. Substituindo essas posições e as massas dos blocos na Eq. 9-4, obtemos x_{CM} = –0,50 m (no instante $t = 0$).

(b) No momento do choque, o centro do bloco 2 está em $x = 0$, a borda esquerda do bloco 2 está em x = –3,0 cm e a borda da direita do bloco 1 está também em x = –3,0 cm, o que significa que o centro do bloco 1 está em x = –5,5 cm. Substituindo essas posições e as massas dos blocos na Eq. 9-4, obtemos x_{CM} = – 1,8 cm = 0,018 m [no instante t = (1,445 m)/(0,75 m/s) = 1,93 s].

(c) Poderíamos determinar as posições dos blocos no instante t = 4,0 s e usar novamente a Eq. 9-4, mas é mais fácil (e mais instrutivo) notar que na ausência de forças *externas*, o centro de massa do sistema se move com velocidade constante:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = (0,25 \text{ m/s})\hat{\text{i}},$$

como pode ser verificado facilmente usando os valores para t = 0. Assim,

$$x_{CM} = x_{CM\text{ inicial}} + \vec{v}_{CM}t = (-0{,}50 \text{ m}) + (0{,}25 \text{ m/s})(4{,}0 \text{ s}) = +0{,}50 \text{ m}.$$

120. Uma possível abordagem é usar um sistema de coordenadas que se move com a mesma velocidade que o centro de massa do corpo original; outra é analisar o problema no sistema de coordenadas original (no qual, de acordo com o enunciado do problema, a velocidade escalar do corpo é 2 m/s). Vamos usar a segunda abordagem, que, embora seja mais trabalhosa, provavelmente será a adotada pela maioria dos alunos.

De acordo com a lei de conservação do momento linear, temos:

$$mv_0 = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \Rightarrow \quad (8{,}0)(2{,}0) = (4{,}0)v_1 + (4{,}0)v_2$$

o que nos dá $v_2 = 4 - v_1$ em unidades do SI (m/s).

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right) - \frac{1}{2}mv_0^2 \;\Rightarrow\; 16 = \left[\frac{1}{2}(4{,}0)v_1^2 + \frac{1}{2}(4{,}0)v_2^2\right] - \frac{1}{2}(8{,}0)(2{,}0)^2$$

o que nos dá $v_2^2 = 16 - v_1^2$ em unidades do SI. Substituindo o valor de v_2 encontrado anteriormente, obtemos

$$(4 - v_1)^2 = 16 - v_1^2$$

o que nos dá a equação do segundo grau $2v_1^2 - 8v_1 = 0$, cujas soluções são v_1 = 0 e v_1 = 4 m/s. Para v_1 = 0, $v_2 = 4 - v_1$ = 4 m/s; para v_1 = 4 m/s, v_2 = 0.

(a) Como a parte da frente continua a se mover na mesma direção e sentido que o corpo original, a velocidade escalar da parte de trás é zero.

(b) A velocidade escalar da parte da frente é 4,0 m/s.

121. Vamos chamar de m_1 a massa do elétron e de m_2 a massa do átomo de hidrogênio. De acordo com a Eq. 9-68,

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + 1840m_1}v_{1i} = \frac{2}{1841}v_{1i}.$$

Assim, a energia cinética final do átomo de hidrogênio é

$$K_{2f} = \frac{1}{2}(1840m_1)\left(\frac{2v_{1i}}{1841}\right)^2 = \frac{(1840)(4)}{1841^2}\left[\frac{1}{2}(1840m_1)v_{1i}^2\right]$$

e a porcentagem pedida é $(1840)(4)/(1841)^2 \approx 2{,}2 \times 10^{-3}$ = 0,22%.

122. Chamando a nova velocidade do carro de v, a nova velocidade do homem em relação ao solo é $v - v_{rel}$. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$\left(\frac{W}{g}+\frac{w}{g}\right)v_0=\left(\frac{W}{g}\right)v+\left(\frac{w}{g}\right)(v-v_{\text{rel}}).$$

Assim, o aumento de velocidade do vagão é

$$\Delta v=v-v_0=\frac{pv_{\text{rel}}}{P+p}=\frac{(915\text{ N})(4{,}00\text{ m/s})}{(2415\text{ N})+(915\text{ N})}=1{,}10\text{ m/s}.$$

123. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$mv + MV_J = mv_f + MV_{Jf}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV_J^2=\frac{1}{2}mv_f^2+\frac{1}{2}MV_{Jf}^2$$

Resolvendo o sistema de equações formado por essas duas equações, obtemos

$$v_{1f}=\frac{m-M}{m+M}v+\frac{2M}{m+M}V_J,\quad V_{Jf}=\frac{2m}{m+M}v+\frac{M-m}{m+M}V_J$$

Como $m << M$, as expressões anteriores podem ser simplificadas para

$$v_{1f}\approx -v+2V_J,\quad V_{Jf}\approx V_J$$

A velocidade da sonda em relação ao Sol é

$$v_{1f}\approx -v+2V_J=-(10{,}5\text{ km/s})+2(-13{,}0\text{ km/s})=-36{,}5\text{ km/s}$$

em que o sinal negativo indica que a sonda está se afastando do Sol.

124. (a) A variação de momento (considerando o sentido para cima como positivo) é

$$\Delta\vec{p} = (0{,}550\text{ kg})[(3\text{ m/s})\hat{\text{j}} - (-12\text{ m/s})\hat{\text{j}}] = (+8{,}25\text{ kg·m/s})\,\hat{\text{j}}$$

(b) De acordo com o teorema do impulso e momento linear (Eq. 9-31), $\vec{J}=\Delta\vec{p}=(+8{,}25\text{ N}\cdot\text{s})\hat{\text{j}}$.

(c) De acordo com a terceira lei de Newton, $\vec{J}_p=-\vec{J}_b=(-8{,}25\text{ N}\cdot\text{s})\hat{\text{j}}$.

125. (a) Como o momento inicial do sistema é zero, o módulo do momento final também deve ser zero. Assim, temos

$$\begin{aligned}\vec{p}_3&=-\vec{p}_1-\vec{p}_2=-m_1\vec{v}_1-m_2\vec{v}_2\\&=-\left(16{,}7\times10^{-27}\right)\left(6{,}00\times10^{6}\,\hat{\text{i}}\right)-\left(8{,}35\times10^{-27}\right)\left(-8{,}00\times10^{6}\,\hat{\text{j}}\right)\\&=\left(-1{,}00\times10^{-19}\,\hat{\text{i}}+0{,}67\times10^{-19}\,\hat{\text{j}}\right)\text{kg}\cdot\text{m/s}\end{aligned}$$

(b) Dividindo o momento da terceira partícula por $m_3 = 11{,}7 \times 10^{-27}$ kg e aplicando o teorema de Pitágoras, obtemos $v_3 = 1{,}03 \times 10^7$ m/s. A energia cinética total após a desintegração é, portanto,

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2+\frac{1}{2}m_3v_3^2=1{,}19\times10^{-12}\text{ J}$$

126. (a) De acordo com a Eq. 9-67, temos

$$v_{1f}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i}=\frac{-200\text{ g}}{600\text{ g}}v_{1i}=-\frac{1}{3}(3{,}00\text{ m/s})=-1{,}00\text{ m/s}$$

(a) O impulso é, portanto,

$$J = m_1 v_{1f} - m_1 v_{1i} = (0{,}200\text{ kg})(-1{,}00\text{ m/s}) - (0{,}200\text{ kg})(3{,}00\text{ m/s}) = -0{,}800\text{ N·s}$$

(b) De acordo com a Eq. 9-53, temos

$$v_{1f} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = +1{,}00\text{ m/s}$$

O impulso é, portanto,

$$J = m_1 v_{1f} - m_1 v_{1i} = (0{,}200\text{ kg})(1{,}00\text{ m/s}) - (0{,}200\text{ kg})(3{,}00\text{ m/s}) = 0{,}400\text{ N·s}$$

127. De acordo com a Eq. 9-88, fazendo $v_f - v_i = \Delta v$ e $v_{\text{rel}} = u$, temos

$$v_f - v_i = v_{\text{rel}} \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) \Rightarrow \frac{M_f}{M_i} = e^{-\Delta v/u}$$

Para $\Delta v = 2{,}2$ m/s e $u = 1000$ m/s, obtemos

$$\frac{M_i - M_f}{M_i} = 1 - e^{-0{,}0022} \approx 0{,}0022 \,.$$

128. De acordo com o teorema do impulso e momento linear,

$$J = F_{\text{méd}}\Delta t = \Delta p = m(v_f - v_i)$$

em que m é a massa, v_i é a velocidade inicial e v_f é a velocidade final da bola. Para $v_i = 0$, temos

$$v_f = \frac{F_{\text{méd}}\Delta t}{m} = \frac{(32\text{ N})(14\times 10^{-3}\text{ s})}{0{,}20\text{ kg}} = 2{,}24\text{ m/s}$$