Capítulo 1

1. PENSE Neste problema é fornecido o raio da Terra, e devem ser calculados a circunferência, a área superficial e o volume da Terra.

FORMULE Supondo que a Terra é uma esfera de raio

$$R_T = \left(6{,}37 \times 10^6 \text{ m}\right)\left(10^{-3} \text{ km/m}\right) = 6{,}37 \times 10^3 \text{ km}$$

a circunferência, a área superficial e o volume são dados por

$$C = 2\pi R_T, \quad A = 4\pi R_T^2, \quad V = \frac{4\pi}{3} R_T^3$$

As fórmulas anteriores aparecem no Apêndice E.

ANALISE (a) Usando a primeira fórmula, obtemos

$$C = 2\pi R_T = 2\pi(6{,}37 \times 10^3 \text{ km}) = 4{,}00 \times 10^4 \text{ km}$$

(b) Usando a segunda fórmula, obtemos

$$A = 4\pi R_T^2 = 4\pi\left(6{,}37 \times 10^3 \text{ km}\right)^2 = 5{,}10 \times 10^8 \text{ km}^2$$

(c) Usando a terceira fórmula, obtemos

$$V = \frac{4\pi}{3} R_T^3 = \frac{4\pi}{3}\left(6{,}37 \times 10^3 \text{ km}\right)^3 = 1{,}08 \times 10^{12} \text{ km}^3$$

APRENDA De acordo com essas fórmulas, $C \sim R_T$, $A \sim R_T^2$ e $V \sim R_T^3$. As razões entre volume e área superficial e entre área superficial e circunferência são $V/A = R_T/3$ e $A/C = 2R_T$.

2. Os fatores de conversão são $1 \text{ gry} = 1/10 \text{ linha}$, $1 \text{ linha} = 1/12 \text{ polegada}$ e 1 ponto = 1/72 polegada. Assim,

$$1 \text{ gry} = (1/10)(1/12)(72 \text{ pontos}) = 0{,}60 \text{ ponto}$$

Nesse caso, $1 \text{ gry}^2 = (0{,}60 \text{ ponto})^2 = 0{,}36 \text{ ponto}^2$, o que significa que $0{,}50 \text{ gry}^2 = 0{,}18 \text{ ponto}^2$.

3. Os prefixos do SI (micro, pico, nano, …) aparecem na Tabela 1-2 do livro-texto.

(a) Como 1 km = 1×10^3 m e 1 m = 1×10^6 μm,

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = \left(10^3 \text{ m}\right)\left(10^6 \ \mu\text{m/m}\right) = 10^9 \ \mu\text{m}.$$

Como o valor dado é 1,0 km (dois algarismos significativos), o resultado deve ser escrito na forma $1{,}0 \times 10^9$ μm.

(b) Como 1 cm = 10^{-2} m,

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} = \left(10^{-2}\text{m}\right)\left(10^6 \ \mu\text{m/m}\right) = 10^4 \ \mu\text{m}$$

Concluímos que a fração de centímetro igual a 1,0 μm é $1{,}0 \times 10^{-4}$.

(c) Como 1 yd = (3 ft)(0,3048 m/ft) = 0,9144 m,

$$1{,}0 \text{ yd} = \left(0{,}91\text{m}\right)\left(10^6 \ \mu\text{m/m}\right) = 9{,}1 \times 10^5 \ \mu\text{m}$$

4. (a) Usando os fatores de conversão 1 polegada = 2,54 cm e 6 paicas = 1 polegada, temos:

$$0{,}80\text{ cm} = (0{,}80\text{ cm})\left(\frac{1\text{ polegada}}{2{,}54\text{ cm}}\right)\left(\frac{6\text{ paicas}}{1\text{ polegada}}\right) \approx 1{,}9\text{ paicas}$$

(b) Como 12 pontos = 1 paica, temos:

$$0{,}80\text{ cm} = (0{,}80\text{ cm})\left(\frac{1\text{ polegada}}{2{,}54\text{ cm}}\right)\left(\frac{6\text{ paicas}}{1\text{ polegada}}\right)\left(\frac{12\text{ pontos}}{1\text{ paica}}\right) \approx 23\text{ pontos.}$$

5. PENSE Este problema trata da conversão de furlongs para varas e cadeias, todos eles unidades de distância.

FORMULE Como $1\text{ furlong} = 201{,}168\text{ m}$, $1\text{ vara} = 5{,}0292\text{ m}$ e $1\text{ cadeia} = 20{,}117\text{ m}$, os fatores de conversão necessários para resolver o problema são

$$1{,}0\text{ furlong} = 201{,}168\text{ m} = (201{,}168\,\cancel{\text{m}})\frac{1\text{ vara}}{5{,}0292\,\cancel{\text{m}}} = 40\text{ varas}$$

e

$$1{,}0\text{ furlong} = 201{,}168\text{ m} = (201{,}168\,\cancel{\text{m}})\frac{1\text{ cadeia}}{20{,}117\,\cancel{\text{m}}} = 10\text{ cadeias}$$

Note que m (metro), a unidade que se deseja eliminar, é cancelado nas relações anteriores.

ANALISE Usando os fatores de conversão anteriores, obtemos

(a) a distância d em *varas* é $d = 4{,}0\text{ furlongs} = (4{,}0\text{ fu}\cancel{\text{r}}\text{longs})\dfrac{40\text{ varas}}{1\text{ fu}\cancel{\text{r}}\text{long}} = 160\text{ varas}$

(b) a distância d em *cadeias* é $d = 4{,}0\text{ furlongs} = (4{,}0\text{ fu}\cancel{\text{r}}\text{longs})\dfrac{10\text{ cadeias}}{1\text{ fu}\cancel{\text{r}}\text{long}} = 40\text{ cadeias}$

APRENDA Como 4 furlongs correspondem a aproximadamente 800 m, essa distância é aproximadamente igual a 160 varas ($1\text{ vara} \approx 5\text{ m}$) e 40 cadeias ($1\text{ cadeia} \approx 20\text{ m}$). Isso significa que os resultados obtidos são razoáveis.

6. Consultamos a Tabela 1-6.

(a) Começamos pela primeira coluna ("cahiz"): 1 fanega equivale a quantos cahiz? De acordo com a parte já completada da tabela, 1 cahiz equivale a 12 fanega. Assim, 1 fanega = 1/12 cahiz ou $8{,}33 \times 10^{-2}$ cahiz. Analogamente, "1 cahiz = 48 cuartilla" (na parte já completada da tabela) significa que 1 cuartilla = 1/18 cahiz ou $2{,}08 \times 10^{-2}$ cahiz. Continuando desta forma, descobrimos que os outros números da primeira coluna são $6{,}94 \times 10^{-3}$ e $3{,}47 \times 10^{-3}$.

(b) Na segunda coluna ("fanega"), obtemos os números 0,250, $8{,}33 \times 10^{-2}$ e $4{,}17 \times 10^{-2}$.

(c) Na terceira coluna ("cuartilla"), obtemos 0,333 e 0,167.

(d) Finalmente, na quarta coluna ("almude"), obtemos 0,500.

(e) Como a tabela de conversão mostra que 1 almude equivale a 2 medios, 7,00 almudes equivalem a 14,0 medios.

(f) Usando a relação 1 almude = $6{,}94 \times 10^{-3}$ cahiz, encontrada no item (a), concluímos que 7,00 almudes equivalem a $4{,}86 \times 10^{-2}$ cahiz.

(g) Como 1 decímetro equivale a 0,1 metro, 55,501 decímetros cúbicos equivalem a 0,055501 m^3 ou 55.501 cm^3. Assim, 7,00 almudes = $\dfrac{7{,}00}{12}$ fanega = $\dfrac{7{,}00}{12}$ (55.501 cm^3) = $3{,}24 \times 10^4$ cm^3.

7. Usamos os fatores de conversão do Apêndice D.

$$1\text{ acre}\cdot\text{ft} = (43.560\text{ ft}^2)\cdot\text{ft} = 43.560\text{ ft}^3$$

Como 2 in = (1/6) ft, o volume de água que caiu durante a tempestade é

$$V = (26\ \text{km}^2)(1/6\ \text{ft}) = (26\ \text{km}^2)(3281\text{ft/km})^2(1/6\ \text{ft}) \ = \ 4{,}66 \times 10^7\ \text{ft}^3$$

Assim,

$$V = \frac{4{,}66 \times 10^7\ \text{ft}^3}{4{,}3560 \times 10^4\ \text{ft}^3/\text{acre} \cdot \text{ft}} = 1{,}1 \times 10^3\ \text{acre} \cdot \text{ft}$$

8. De acordo com a Figura 1-4, 212 S equivalem a 258 W e 212 – 32 = 180 S equivalem a 216 – 60 = 156 Z. Essas informações nos permitem converter S para W e Z.

(a) Em unidades de W, temos:

$$50{,}0\ \text{S} = (50{,}0\ \text{S})\left(\frac{258\ \text{W}}{212\ \text{S}}\right) = 60{,}8\ \text{W}$$

(b) Em unidades de Z, temos:

$$50{,}0\ \text{S} = (50{,}0\ \text{S})\left(\frac{156\ \text{Z}}{180\ \text{S}}\right) = 43{,}3\ \text{Z}$$

9. O volume de gelo é dado pelo produto da área semicircular pela espessura. A área do semicírculo é $A = \pi r^2/2$, em que r é o raio. Assim, o volume é

$$V \quad -r \ \ z$$

na qual z é a espessura do gelo. Como 1 km equivale a 10^3 m e 1 m equivale a 10^2 cm, temos:

$$= (2000\ \text{km})\left(\frac{10^3\ \text{m}}{1\ \text{km}}\right)\left(\frac{10^2\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\right) = 2000 \times 10 \quad \text{cm}$$

Expressa nessas unidades, a espessura se torna

$$z = 3000\ \text{m} = (3000\ \text{m})\left(\frac{10^2\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\right) = 3000 \times 10^2\ \text{cm}$$

e, portanto, $V = \frac{\pi}{2}\left(2000 \times 10^5\ \text{cm}\right)^2\left(3000 \times 10^2\ \text{cm}\right) = 1{,}9 \times 10^{22}\ \text{cm}^3$.

10. Como uma mudança de longitude igual a 360° corresponde a uma variação de 24 horas, uma variação de 1,0 h corresponde a uma variação de longitude de 360°/24 = 15°.

11. (a) Se um dia decimal francês é equivalente a um dia comum, a razão entre as semanas é simplesmente 10/7 ou (com 3 algarismos significativos) 1,43.

(b) Um dia comum tem 86.400 segundos, enquanto o dia francês descrito no problema tem 10^5 segundos. A razão é, portanto, 0,864.

12. Como um dia equivale a 86.400 segundos e um metro equivale a um milhão de micrômetros,

$$\frac{(3{,}7\,\text{m})(10^6\ \mu\text{m/m})}{(14\,\text{dias})(86.400\,\text{s/dia})} = 3{,}1\ \mu\text{m/s}$$

13. A hora em qualquer desses relógios é uma função linear com inclinação $\neq 1$ e ponto de interseção com o eixo $y \neq 0$. De acordo com os dados da figura, temos:

$$t_C = \frac{2}{7}t_B + \frac{594}{7}, \quad t_B = \frac{33}{40}t_A - \frac{662}{5}$$

Esses dados podem ser usados para obter os resultados a seguir.

(a) Temos:

$$t'_B - t_B = \frac{33}{40}\left(t'_A - t_A\right) = 495 \text{ s}$$

para $t'_A - t_A = 600$ s.

(b) Temos: $t'_C - t_C = \frac{2}{7}\left(t'_B - t_B\right) = \frac{2}{7}\left(495\right) = 141$ s.

(c) O relógio *B* indica $t_B = (33/40)(400) - (662/5) \approx 198$ s quando o relógio *A* indica $t_A = 400$ s.

(d) Para $t_C = 15 = (2/7)t_B + (594/7)$, obtemos $t_B \approx -245$ s.

14. Os prefixos do SI (micro, pico, nano, ...) aparecem na Tabela 1-2 do livro-texto.

(a) $1\ \mu\text{século} = \left(10^{-6}\ \text{século}\right)\left(\frac{100\ \text{anos}}{1\ \text{século}}\right)\left(\frac{365\ \text{dias}}{1\ \text{ano}}\right)\left(\frac{24\ \text{h}}{1\ \text{dia}}\right)\left(\frac{60\ \text{min}}{1\ \text{h}}\right) = 52{,}6\ \text{min}.$

(b) A diferença percentual é, portanto,

$$\frac{52{,}6\,\text{min} - 50\,\text{min}}{52{,}6\,\text{min}} = 4{,}9\%$$

15. Uma semana tem 7 dias, um dia tem 24 horas e uma hora tem 3600 segundos. Assim, duas semanas (um fortnight) equivalem a 1.209.600 s, o que corresponde aproximadamente a $1{,}21 \times 10^{12}\ \mu$s.

16. A frequência de rotação *f* do pulsar é dada por

$$f = \frac{1\ \text{rotação}}{1{,}55780644887275 \times 10^{-3}\ \text{s}}$$

(a) Multiplicando *f* pelo intervalo de tempo $t = 7{,}00$ dias (o que equivale a 604.800 s, se ignorarmos temporariamente as considerações relativas ao número de algarismos significativos), obtemos o número de rotações

$$N = \left(\frac{1\ \text{rotação}}{1{,}55780644887275 \times 10^{-3}\ \text{s}}\right)\left(604.800\ \text{s}\right) = 388.238.218{,}4$$

que podemos arredondar para $3{,}88 \times 10^{8}$ rotações, já que o intervalo de tempo foi especificado com três algarismos significativos.

(b) Note que o problema especifica um número exato de revoluções do pulsar (um milhão). Nesse caso, nossa incógnita é *t* e uma equação semelhante à do item (a) tem a forma $N = ft$ ou

$$1 \times 10^{6} = \left(\frac{1\ \text{rotação}}{1{,}55780644887275 \times 10^{-3}\ \text{s}}\right)t$$

o que nos dá o resultado $t = 1557{,}80644887275$ s (os alunos que usarem uma calculadora talvez não obtenham o resultado com tantas casas decimais).

(c) De acordo com os dados do problema, a incerteza *por revolução* é $\pm 3\times 10^{-17}$s . Assim, após um milhão de revoluções, a incerteza será $(\pm 3\times 10^{-17})(1\times 10^{6}) = \pm 3\times 10^{-11}$ s.

17. PENSE Neste problema, devemos colocar 5 relógios em ordem de confiabilidade, com base no seu desempenho.

FORMULE Em primeiro lugar, observamos que a leitura de nenhum dos relógios aumenta de exatamente 24 horas em um período de 24 horas, mas esse não é o critério mais importante para julgar a confiabilidade de um relógio. O que importa é que o relógio adiante ou atrase do mesmo valor (ou quase do mesmo valor) a cada intervalo de 24 horas, pois, nesse caso, a leitura do relógio pode ser facilmente ajustada para o valor correto.

ANALISE A tabela que se segue mostra as correções (em segundos) que devem ser aplicadas à leitura de cada relógio para cada período de 24 horas. As correções foram calculadas subtraindo a leitura do relógio no final do intervalo da leitura do relógio no início do intervalo.

Os relógios C e D são os mais confiáveis, porque, para eles, a diferença entre o intervalo de tempo medido e o intervalo de tempo real é constante, o que torna possível ajustar o relógio com relativa facilidade. Como a correção necessária é menor para o relógio C, ele pode ser considerado o melhor de todos, seguido pelo relógio D. A correção que deve ser aplicada varia de +15 s a +17 s para o relógio A, de −5 s a +10 s para o relógio B, e de −70 s a −2 s para o relógio E. Assim, o relógio que apresenta a menor variação das correções (com exceção de C e D, para os quais a variação é zero) é o relógio A, seguido por B e por D. A ordem dos relógios em termos de confiabilidade é, portanto, C, D, A, B, E.

RELÓGIO	Dom. Seg.	Seg. Ter.	Ter. Qua.	Qua. Qui.	Qui. Sex.	Sex. Sáb.
A	−16	−16	−15	−17	−15	−15
B	−3	+5	−10	+5	+6	−7
C	−58	−58	−58	−58	−58	−58
D	+67	+67	+67	+67	+67	+67
E	+70	+55	+2	+20	+10	+10

APRENDA Os relógios A, B e E adiantam ou atrasam de forma irregular, o que os torna pouco confiáveis.

18. A diferença entre a duração do último dia dos 20 séculos e a duração do primeiro dia é

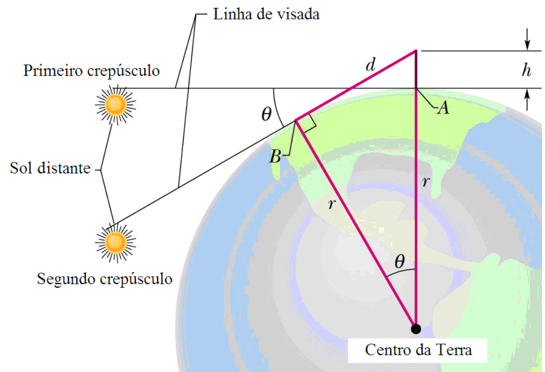
$$(\cdots\cdots\cdots\cdots)(\qquad / \qquad) =$$

A duração média do dia durante os 20 séculos é (0 + 0,02)/2 = 0,01 s maior que a do primeiro dia. Como o aumento acontece uniformemente, o efeito cumulativo T é

$$\begin{aligned} T &= (\text{aumento médio da duração do dia})(\text{número de dias}) \\ &= \left(\frac{0{,}01 \text{ s}}{\text{dia}}\right)\left(\frac{365{,}25 \text{ dias}}{\text{ano}}\right)(2000 \text{ anos}) \\ &= 7305 \text{ s} \end{aligned}$$

ou aproximadamente duas horas.

19. Quando o Sol desaparece com você deitado, sua linha de visada até o alto do disco solar é tangente à superfície da Terra no ponto A da figura a seguir. Quando você se levanta, seus olhos sobem para uma altura h e a linha de visada passa a ser tangente à superfície da Terra no ponto B.



Seja d a distância do ponto B até seus olhos. De acordo com o teorema de Pitágoras,

$$d^2 + r^2 = (r+h)^2 = r^2 + 2rh + h^2$$

ou $d^2 = 2rh + h^2$, em que r é o raio da Terra. Como $r >> h$, o segundo termo pode ser desprezado, o que nos dá $d^2 \approx 2rh$. O ângulo entre as duas tangentes é θ, que também é o ângulo descrito pelo Sol em relação à Terra no intervalo de tempo t = 11,1 s. O valor de θ pode ser calculado usando a relação

$$\frac{\theta}{360°} = \frac{t}{24\ \text{h}},$$

o que nos dá

$$\theta = \frac{(360°)(11{,}1\ \text{s})}{(24\ \text{h})(60\ \text{min/h})(60\ \text{s/min})} = 0{,}04625°.$$

Como $d = r\tan\theta$, temos $d^2 = r^2\tan^2\theta = 2rh$ e, portanto,

$$r = \frac{2h}{\tan^2\theta}$$

Usando o valor de θ já calculado e fazendo h = 1,7 m, obtemos $r = 5{,}2\times10^6$ m.

20. (a) Determinamos o volume em centímetros cúbicos

$$193\ \text{gal} = (193\ \text{gal})\left(\frac{231\ \text{in}^3}{1\ \text{gal}}\right)\left(\frac{2{,}54\ \text{cm}}{1\ \text{in}}\right)^3 = 7{,}31\times10^5\,\text{cm}^3$$

e subtraímos de 1×10^6 cm^3 para obter $2{,}69 \times 10^5$ cm^3. A conversão gal → in^3 é dada no Apêndice D (logo abaixo da tabela de conversões de volume).

(b) O volume calculado na parte (a) é convertido [dividindo por $(100\ \text{cm/m})^3$] para 0,731 m^3, que corresponde a uma massa de

$$\left(1000\ \text{kg/m}^3\right)\left(0{,}731\ \text{m}^2\right) = 731\ \text{kg}$$

usando a massa específica dada no enunciado. A uma vazão de 0,0018 kg/min, calculamos que a garrafa pode ser enchida em

$$\frac{731\ \text{kg}}{0{,}0018\ \text{kg / min}} = 4{,}06\times10^5\ \text{min} = 0{,}77\ \text{ano}$$

depois de dividir pelo número de minutos em um ano (365 dias)(24 h/dia) (60 min/h).

21. Se M_T é a massa da Terra, m é a massa média de um átomo da Terra e N é o número de átomos, $M_T = Nm$ ou $N = M_T/m$. Convertemos a massa m em quilogramas usando o Apêndice D (1 u = $1{,}661 \times 10^{-27}$ kg). O resultado é o seguinte:

$$N = \frac{M_T}{m} = \frac{5{,}98 \times 10^{24}\ \text{kg}}{(40\ \text{u})\left(1{,}661 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}\right)} = 9{,}0 \times 10^{49}.$$

22. A massa específica do ouro é

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{19{,}32\ \text{g}}{1\ \text{cm}^3} = 19{,}32\ \text{g/cm}^3.$$

(a) Tomamos o volume da folha como sendo a área A multiplicada pela espessura z. Para uma massa específica $\rho = 19{,}32$ g/cm³ e uma massa $m = 27{,}63$ g, o volume da folha é

$$V = \frac{m}{\rho} = 1{,}430\ \text{cm}^3.$$

Convertendo o volume para unidades do SI, temos:

$$V = (1{,}430\ \text{cm}^3)\left(\frac{1\ \text{m}}{100\ \text{cm}}\right)^3 = 1{,}430 \times 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Como $V = Az$ com $z = 1 \times 10^{-6}$ m, temos:

$$A = \frac{1{,}430 \times 10^{-6}\ \text{m}^3}{1 \times 10^{-6}\ \text{m}} = 1{,}430\ \text{m}^2.$$

(b) O volume de um cilindro de altura ℓ é $V = A\ell$, na qual a seção reta é a área de um círculo, $A = \pi r^2$. Assim, com $r = 2{,}500 \times 10^{-6}$ m e $V = 1{,}430 \times 10^{-6}$ m³, temos:

$$\ell = \frac{V}{\pi r^2} = 7{,}284 \times 10^4\ \text{m} = 72{,}84\ \text{km}.$$

23. PENSE Este problema tem duas partes: na primeira parte, devemos calcular a massa de uma certa quantidade de água a partir do volume e da massa específica; a segunda parte envolve a vazão mássica, que é expressa em kg/s no SI.

FORMULE De acordo com a definição de massa específica, $\rho = \frac{m}{V}$, a massa é dada por $m = \rho V$, o produto da massa específica pelo volume. Como 1 g = 1×10^{-3} kg e 1 cm³ = $(1 \times 10^{-2}\ \text{m})^3 = 1 \times 10^{-6}$ m³, a massa de água em unidades do SI (kg/m³) é

$$\rho = 1\ \text{g/cm}^3 = \left(\frac{1\ \text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(\frac{10^{-3}\ \text{kg}}{\text{g}}\right)\left(\frac{\text{cm}^3}{10^{-6}\ \text{m}^3}\right) = 1 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

Para calcular a vazão mássica, basta dividir a massa total contida no recipiente pelo tempo necessário para drená-lo.

ANALISE (a) Usando a relação $m = \rho V$, a massa de um metro cúbico de água é

$$m = \rho V = (1 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(1\ \text{m}^3) = 1000\ \text{kg}$$

(b) A massa total contida no recipiente é

$$M = \rho V = (1 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(5700\ \text{m}^3) = 5{,}70 \times 10^6\ \text{kg}$$

e o tempo necessário para drenar o recipiente é $t = (10\ \text{h})(3600\ \text{s/h}) = 3{,}6 \times 10^4$ s. Assim, a vazão mássica R é dada por

$$R = \frac{M}{t} = \frac{5{,}70 \times 10^6\ \text{kg}}{3{,}6 \times 10^4\ \text{s}} = 158\ \text{kg/s}$$

APRENDA A vazão volumétrica, que também é chamada simplesmente de vazão, é dada por

$$R' = \frac{V}{t} = \frac{5700\ \text{m}^3}{3{,}6 \times 10^4\ \text{s}} = 0{,}158\ \text{m}^3/\text{s} \approx 42\ \text{gal/s}$$

Quanto maior a vazão (mássica ou volumétrica), menor o tempo necessário para drenar um recipiente que contém uma dada quantidade de água.

24. Os prefixos do SI (micro (μ), pico, nano, …) aparecem na Tabela 1-2. A área superficial A de um grão de areia de raio r = 50 μm = 50 × 10^{-6} m é dada por $A = 4\pi(50 \times 10^{-6})^2 = 3{,}14 \times 10^{-8}$ m². (Várias fórmulas geométricas são dadas no Apêndice E.) Introduzindo a ideia de massa específica, $\rho = m/V$, a massa é dada por $m = \rho V$, para a qual ρ = 2600 kg/m³. Assim, usando $V = 4\pi r^3/3$, a massa de cada grão é

$$m = \rho V = \rho\left(\frac{4\pi r^3}{3}\right) = \left(2600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\frac{4\pi\left(50 \times 10^{-6}\ \text{m}\right)^3}{3} = 1{,}36 \times 10^{-9}\ \text{kg}.$$

Observamos que (como um cubo tem seis faces iguais) a área superficial é 6 m². O número N de esferas (os grãos de areia) que têm uma área superficial total de 6 m² é dado por

$$N = \frac{6\ \text{m}^2}{3{,}14 \times 10^{-8}\ \text{m}^2} = 1{,}91 \times 10^8.$$

Assim, a massa total é $M = Nm = (1{,}91 \times 10^8)(1{,}36 \times 10^{-9}\ \text{kg}) = 0{,}260$ kg.

25. O volume de lama é (2500 m)(800 m)(2,0 m) = 4,0 × 10^6 m³. Chamando de d a espessura da lama depois que ficou distribuída uniformemente no vale, o volume passa a ser (400 m)(400 m)d. Podemos igualar os dois volumes e explicitar d, o que nos dá d = 25 m. O volume de uma pequena parte da lama em uma área de 4,0 m² é (4,0)d = 100 m³. Como cada metro cúbico corresponde a uma massa de 1900 kg (dado do problema), a massa dessa pequena parte da lama é $1{,}9 \times 10^5$ kg.

26. (a) O volume da nuvem é (3000 m)π(1000 m)² = 9,4 × 10^9 m³. Como cada metro cúbico da nuvem contém de 50 × 10^6 a 500 × 10^6 gotas de chuva, concluímos que a nuvem inteira contém de 4,7 × 10^{18} a 4,7 × 10^{19} gotas. Como o volume de cada gota é $\frac{4}{3}\pi(10 \times 10^{-6}\,\text{m})^3 = 4{,}2 \times 10^{-15}$ m³, o volume total de água na nuvem está entre 2×10^3 e 2×10^4 m³.

(b) Usando o fato de que $1\ \text{L} = 1 \times 10^3\,\text{cm}^3 = 1 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$, a quantidade de água estimada no item (a) encheria de 2×10^6 a 2×10^7 garrafas.

(c) Como um metro cúbico de água tem uma massa de 1000 kg, a massa de água está entre 2×10^6 e 2×10^7 kg. A coincidência entre os resultados dos itens (b) e (c) deste problema se deve ao fato de que um litro de água tem uma massa de um quilograma.

27. Introduzimos a ideia de massa específica, $\rho = m/V$, e convertemos para unidades do SI: 1000 g = 1 kg e 100 cm = 1 m.

(a) A massa específica ρ de uma amostra de ferro é

$$\rho = \left(7{,}87\ \text{g/cm}^3\right)\left(\frac{1\ \text{kg}}{1000\ \text{g}}\right)\left(\frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\right)^3 = 7870\ \text{kg/m}^3.$$

Ignorando os espaços vazios entre as esferas, a massa específica de um átomo de ferro é igual à massa específica de uma amostra de ferro. Assim, se M é a massa e V é o volume de um átomo, temos:

$$= \frac{}{} = \frac{9{,}27 \times 10^{\ 26}\ \text{kg}}{7{,}87 \times 10^3\ \text{kg/m}^3} = 1{,}18 \times 10^{\ 29}\ \text{m}^3.$$

(b) Fazemos $V = 4\pi R^3/3$, em que R é o raio de um átomo (o Apêndice E contém várias fórmulas de geometria). Explicitando R, obtemos

$$R = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{1/3} = \left(\frac{3\left(1{,}18\times10^{-29}\ \text{m}^3\right)}{4\pi}\right)^{1/3} = 1{,}41\times10^{-10}\ \text{m}.$$

A distância entre os centros dos átomos é igual a duas vezes o raio atômico, $2{,}82 \times 10^{-10}$ m.

28. Estimando a massa de um gato doméstico "típico" como 10 kg e a massa de um átomo "típico" (do gato) como 10 u ≈ 2×10^{-26} kg, existem aproximadamente (10 kg)/(2×10^{-26} kg) ≈ 5×10^{26} átomos, um número da ordem de mil vezes maior que o número de Avogadro. Assim, um gato contém da ordem de um quilomol de átomos.

29. A massa em quilogramas é

$$(28{,}9\ \text{piculs})\left(\frac{100\,\text{gin}}{1\,\text{picul}}\right)\left(\frac{16\,\text{tahil}}{1\,\text{gin}}\right)\left(\frac{10\,\text{chee}}{1\,\text{tahil}}\right)\left(\frac{10\ \text{hoon}}{1\ \text{chee}}\right)\left(\frac{0{,}3779\,\text{g}}{1\,\text{hoon}}\right)$$

o que nos dá $1{,}747 \times 10^6$ g ou aproximadamente $1{,}75 \times 10^3$ kg.

30. Para resolver o problema, notamos que, igualando a zero a derivada primeira da função, podemos calcular o instante em que a massa é máxima.

(a) Derivando $m(t) = 5{,}00t^{0{,}8} - 3{,}00t + 20{,}00$ em relação a t, temos:

$$\frac{dm}{dt} = 4{,}00t^{-0{,}2} - 3{,}00.$$

A massa é máxima para $dm/dt = 0$ ou $t = (4{,}00/3{,}00)^{1/0{,}2} = 4{,}21\,\text{s}$.

(b) Em $t = 4{,}21\,\text{s}$, a massa de água é

$$m(t = 4{,}21\,\text{s}) = 5{,}00(4{,}21)^{0{,}8} - 3{,}00(4{,}21) + 20{,}00 = 23{,}2\ \text{g}.$$

(c) A taxa de variação na massa em $t = 2{,}00\ \text{s}$ é

$$\begin{aligned}\left.\frac{dm}{dt}\right|_{t=2{,}00\,\text{s}} &= \left[4{,}00(2{,}00)^{-0{,}2} - 3{,}00\right]\text{g/s} = 0{,}48\ \text{g/s} = 0{,}48\frac{\text{g}}{\text{s}}\cdot\frac{1\,\text{kg}}{1000\ \text{g}}\cdot\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\\ &= 2{,}89\times10^{-2}\ \text{kg/min}.\end{aligned}$$

(d) Analogamente, a taxa de variação da massa em $t = 5{,}00\ \text{s}$ é

$$\begin{aligned}\left.\frac{dm}{dt}\right|_{t=2{,}00\,\text{s}} &= \left[4{,}00(5{,}00)^{-0{,}2} - 3{,}00\right]\text{g/s} = -0{,}101\ \text{g/s} = -0{,}101\frac{\text{g}}{\text{s}}\cdot\frac{1\,\text{kg}}{1000\ \text{g}}\cdot\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\\ &= -6{,}05\times10^{-3}\ \text{kg/min}.\end{aligned}$$

31. A massa específica do chocolate é

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0{,}0200\ \text{g}}{50{,}0\ \text{mm}^3} = 4{,}00\times10^{-4}\ \text{g/mm}^3 = 4{,}00\times10^{-4}\ \text{kg/cm}^3.$$

Desprezando o volume do espaço vazio entre as barras, a massa total das barras contidas no recipiente até a altura h é $M = \rho Ah$, na qual $A = (14{,}0\ \text{cm})(17{,}0\ \text{cm}) = 238\ \text{cm}^2$ é a área da base do recipiente, que permanece inalterada. Assim, a taxa de variação da massa é dada por

$$\begin{aligned}\frac{dM}{dt} &= \frac{d(\rho Ah)}{dt} = \rho A\frac{dh}{dt} = (4{,}00\times10^{-4}\ \text{kg/cm}^3)(238\ \text{cm}^2)(0{,}250\ \text{cm/s})\\ &= 0{,}0238\ \text{kg/s} = 1{,}43\ \text{kg/min}.\end{aligned}$$

32. O volume V da casa de verdade é o de um prisma triangular (de altura h = 3,0 m e a área da base $A = 20 \times 12 = 240$ m^2) mais um paralelepípedo retângulo (de altura h' = 6,0 m e mesma base). Assim,

$$V = \frac{1}{2}hA + h'A = \left(\frac{h}{2} + h'\right)A = 1800 \text{ m}^3.$$

(a) Como todas as dimensões são divididas por 12, temos:

$$V_{\text{boneca}} = \left(1800 \text{ m}^3\right)\left(\frac{1}{12}\right)^3 \approx 1{,}0 \text{ m}^3.$$

(b) Nesse caso, todas as dimensões (em relação à casa de verdade) são divididas por 144. Assim,

$$V_{\text{miniatura}} = \left(1800 \text{ m}^3\right)\left(\frac{1}{144}\right)^3 \approx 6{,}0 \times 10^{-4} \text{ m}^3.$$

33. PENSE Este problema envolve três tipos diferentes de tonelada: *tonelada de deslocamento*, *tonelada de frete* e *tonelada de registro*, todas unidades de volume.

FORMULE Os três tipos diferentes de tonelada são definidos em termos do *barrel bulk*. Sabemos que 1 barrel bulk = 0,1415 m^3 = 4,0155 alqueires americanos (usando a relação 1 m^3 = 28,378 alqueires americanos). Assim, em termos de alqueires americanos, temos

$$1 \text{ tonelada de deslocamento} = (7 \text{ barrels bulk}) \times \left(\frac{4{,}0155 \text{ alqueires americanos}}{1 \text{ barrel bulk}}\right) = 28{,}108 \text{ alqueires americanos}$$

$$1 \text{ tonelada de frete} = (8 \text{ barrels bulk}) \times \left(\frac{4{,}0155 \text{ alqueires americanos}}{1 \text{ barrel bulk}}\right) = 32{,}124 \text{ alqueires americanos}$$

$$1 \text{ tonelada de registro} = (20 \text{ barrels bulk}) \times \left(\frac{4{,}0155 \text{ alqueires americanos}}{1 \text{ barrel bulk}}\right) = 80{,}31 \text{ alqueires americanos}$$

ANALISE (a) A diferença entre 73 toneladas de frete e 73 toneladas de deslocamento é

$$\begin{aligned}\Delta V &= 73 \text{ (toneladas de frete} - \text{toneladas de deslocamento)} = 73(32{,}124 \text{ alqueires americanos} - 28{,}108 \text{ alqueires americanos}) \\ &= 293{,}168 \text{ alqueires americanos} \approx 293 \text{ alqueires americanos}\end{aligned}$$

(b) Analogamente, a diferença entre 73 toneladas de registro e 73 toneladas de deslocamento é

$$\begin{aligned}\Delta V &= 73(\text{toneladas de registro} - \text{toneladas de deslocamento}) = 73(80{,}31 \text{ alqueires americanos} - 28{,}108 \text{ alqueires americanos}) \\ &= 3810{,}746 \text{ alqueires americanos} \approx 3{,}81 \times 10^3 \text{ alqueires americanos}\end{aligned}$$

APRENDA Como 1 tonelada de registro > 1 tonelada de frete > 1 tonelada de deslocamento, esperamos que a diferença calculada no item (b) seja maior que a diferença calculada no item (a), e isso é realmente o que acontece.

34. Se o freguês espera um volume $V_1 = 20 \times 7056$ in^3 e recebe $V_2 = 20 \times 5826$ in^3, a diferença é $\Delta V = V_1 - V_2 = 24600 \text{ in}^3$, ou

$$\Delta V = \left(24.600 \text{ in.}^3\right)\left(\frac{2{,}54 \text{cm}}{1 \text{ in}}\right)^3\left(\frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3}\right) = 403 \text{ L}$$

tendo sido consultado o Apêndice D.

35. As duas primeiras conversões são tão fáceis que não seria necessário recorrer a uma conversão *formal*, mas, apenas para praticar, vamos resolver formalmente todo o problema:

(a) $11 \text{ tuffets} = (11 \text{ tuffets})\left(\dfrac{2 \text{ peck}}{1 \text{ tuffet}}\right) = 22 \text{ pecks}.$

(b) $11 \text{ tuffets} = (11 \text{ tuffets})\left(\dfrac{0{,}50 \text{ Imperial bushel}}{1 \text{ tuffet}}\right) = 5{,}5 \text{ Imperial bushels}.$

(c) $11 \text{ tuffets} = (5{,}5 \text{ Imperial bushel})\left(\dfrac{36{,}3687 \text{ L}}{1 \text{ Imperial bushel}}\right) \approx 200 \text{ L}.$

36. A Tabela 7 pode ser completada da seguinte forma:

(a) A primeira coluna ("wey") é o recíproco da primeira linha, ou seja, 9/10 = 0,900, 3/40 = 7,50 × 10^{-2} e assim por diante. Isso significa que 1 pottle = 1,56 × 10^{-3} wey e 1 gill = 8.32 × 10^{-6} wey são os últimos dois números da primeira coluna.

(b) Na segunda coluna ("chaldron"), temos 1 chaldron = 1 chaldron (ou seja, todos os números da "diagonal" da tabela são 1). Para descobrir quantos chaldrons são iguais a um bag, notamos que 1 wey = 10/9 chaldron = 40/3 bag e, portanto, 1/12 chaldron = 1 bag. Assim, o número seguinte da segunda coluna é $\dfrac{1}{12}$ = 8,33 × 10^{-2}. Analogamente, 1 pottle = 1,74 × 10^{-3} chaldron e 1 gill = 9,24 × 10^{-6} chaldron.

(c) Na terceira coluna ("bag"), temos 1 chaldron = 12,0 bag, 1 bag = 1 bag, 1 pottle = 2,08 × 10^{-2} bag e 1 gill = 1,11 × 10^{-4} bag.

(d) Na quarta coluna ("pottle"), temos 1 chaldron = 576 pottle, 1 bag = 48 pottle, 1 pottle = 1 pottle e 1 gill = 5,32 × 10^{-3} pottle.

(e) Na última coluna ("gill"), temos 1 chaldron = 1,08 × 10^5 gill, 1 bag = 9,02 × 10^3 gill, 1 pottle = 188 gill e, naturalmente, 1 gill = 1 gill.

(f) Usando as informações do item (c), 1,5 chaldron = (1,5)(12,0) = 18,0 bag. Como 1 bag equivale a 0,1091 m^3, concluímos que 1,5 chaldron = (18,0)(0,1091) = 1,96 m^3.

37. Como o volume de uma unidade é 1 cm^3 = 1 × 10^{-6} m^3, o volume de um mol é 6,02 × 10^{23} cm^3 = 6,02 × 10^{17} m^3. A raiz cúbica desse número é o comprimento da aresta, $8{,}4 \times 10^5 \text{ m}^3$. Isso equivale a aproximadamente 8 × 10^2 km.

38. (a) Usando o fato de que a área A de um retângulo é (largura) × (comprimento), temos:

$$\begin{aligned} A_{\text{total}} &= (3{,}00 \text{ acres}) + (25{,}0 \text{ perch})(4{,}00 \text{ perch}) \\ &= (3{,}00 \text{ acre})\left(\frac{(40 \text{ perch})(4 \text{ perch})}{1 \text{ acre}}\right) + 100 \text{ perch}^2 \\ &= 580 \text{ perch}^2. \end{aligned}$$

Multiplicamos este número pelo fator de conversão $\text{perch}^2 \rightarrow$ rood (1 rood/40 perch^2) para obter a resposta, A_{total} = 14,5 roods.

(b) Convertemos nosso resultado intermediário do item (a):

$$A_{\text{total}} = (580 \text{ perch}^2)\left(\frac{16{,}5 \text{ ft}}{1 \text{ perch}}\right)^2 = 1{,}58 \times 10^5 \text{ ft}^2.$$

Em seguida, usamos o fator de conversão, pés → metros, dado no Apêndice D para obter

$$A_{\text{total}} = (1{,}58 \times 10^5 \text{ ft}^2)\left(\frac{1 \text{ m}}{3{,}281 \text{ ft}}\right)^2 = 1{,}47 \times 10^4 \text{ m}^2.$$

39. PENSE Este problema envolve uma comparação entre o galão inglês e o galão americano, duas unidades de volume que não pertencem ao SI. Uma interpretação errônea do tipo de galão faz com que o cálculo da quantidade de gasolina necessária para percorrer uma dada distância seja feito de forma incorreta.

FORMULE Se o consumo de combustível é R (em milhas por galão), a quantidade de gasolina necessária (em galões) para percorrer uma distância d (em milhas) é dada por

$$V(\text{galão}) = \frac{d \ \text{(milhas)}}{R \ \text{(milhas/galão)}}$$

Como o carro foi fabricado na Inglaterra, o consumo de combustível foi calculado com base no galão inglês; portanto, a interpretação correta seria "40 milhas por galão inglês". Na Inglaterra, não ocorreria a ninguém chamar o galão de "galão inglês"; nos Estados Unidos, entretanto, é natural que o nome "galão" seja interpretado como "galão americano". Note ainda que, como 1 galão inglês = 4,5460900 L e 1 galão americano = 3,7854118 L, a relação entre os dois tipos de galão é

$$1 \text{ galão inglês} = (4{,}5460900 \text{ L})\left(\frac{1 \text{ galão americano}}{3.7854118 \text{ L}}\right) = 1{,}20095 \text{ galões americanos}$$

ANALISE (a) A quantidade de gasolina realmente necessária é

$$V' = \frac{750 \text{ milhas}}{40 \text{ milhas/galão inglês}} = 18{,}75 \text{ galões ingleses} \approx 18{,}8 \text{ galões ingleses}$$

Isso significa que o turista pensa que vai precisar de 18,8 galões americanos.

(b) Podemos determinar a quantidade de gasolina necessária usando o fator de conversão calculado no item (a):

$$V' = (18{,}75 \text{ galões ingleses}) \times \left(\frac{1{,}20095 \text{ galões americanos}}{1 \text{ galão inglês}}\right) \approx 22{,}5 \text{ galões americanos}$$

APRENDA Como a quantidade de gasolina contida em um galão inglês é maior que a quantidade de gasolina contida em um galão americano, um consumo de combustível de 40 milhas por galão inglês é maior que um consumo de combustível de 40 milhas por galão americano.

40. A Eq. 1-7 fornece (com grande precisão!) o fator de conversão de unidades de massa atômica para quilogramas. Como este problema envolve a razão entre uma massa de 1,0 kg e a massa de um átomo (1,0 u expressa em quilograma), basta calcular o recíproco do número dado na Eq. 1-7 e arredondar para o número de algarismos significativos apropriado. O resultado é $6{,}0 \times 10^{26}$.

41. PENSE Este problema envolve a relação entre o *cord*, uma unidade de volume que não pertence ao SI, e a unidade de volume do SI, que é o metro cúbico.

FORMULE Usando a relação (exata) entre unidades de comprimento, 1 polegada = 2,54 cm = 0,0254 m, temos

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in} = (12 \text{ in}) \times \left(\frac{0{,}0254 \text{ m}}{1 \text{ in}}\right) = 0{,}3048 \text{ m}$$

Assim, $1 \text{ pé cúbico} = (0{,}3048 \text{ m})^3 = 0{,}0283 \text{ m}^3$ (essas relações também aparecem no Apêndice D).

ANALISE O volume de 1 cord de madeira é $V = (8 \text{ pés}) \times (4 \text{ pés}) \times (4 \text{ pés}) = 128 \text{ pés cúbicos}$. Usando o fator de conversão aqui calculado, obtemos

$$V = 1 \text{ cord} = 128 \text{ ft}^3 = (128 \text{ ft}^3) \times \left(\frac{0{,}0283 \text{ m}^3}{1 \text{ ft}^3}\right) = 3{,}625 \text{ m}^3$$

e, portanto, $1 \text{ m}^3 = \left(\frac{1}{3{,}625}\right) \text{cord} = 0{,}276 \text{ cord} \approx 0{,}3 \text{ cord}$.

APRENDA Note que o pé cúbico, a unidade que se deseja eliminar, é cancelado nas relações anteriores. Nas conversões, as unidades obedecem às mesmas regras algébricas que as variáveis e os números.

42. (a) A massa de uma molécula de água em unidades de massa atômica é (16 + 1 + 1)u = 18 u. De acordo com a Eq. 1-7, temos:

$$18\ \text{u} = (18\ \text{u})\left(\frac{1{,}6605402\times10^{-27}\,kg}{1\ \text{u}}\right) = 3{,}0\times10^{-26}\ \text{kg}$$

(b) Dividindo a massa total pela massa de uma molécula, obtemos o número (aproximado) de moléculas de água:

$$N \approx \frac{\sim 1{,}4\times10^{21}}{3{,}0\times10^{-26}} \approx 5\times10^{46}$$

43. Como um quilograma equivale a um milhão de miligramas, 2,3 kg/semana equivalem a 2,3 × 10⁶ mg/semana. Como uma semana tem 7 dias, um dia tem 24 horas e uma hora tem 3600 segundos, uma semana tem 604.800 segundos. Assim, (2,3 × 10⁶ mg/semana)/(604.800 s/semana) = 3,8 mg/s.

44. O volume de água que caiu foi

$$\begin{aligned} V &= \left(26\ \text{km}^2\right)\left(2{,}0\ \text{in}\right) = \left(26\ \text{km}^2\right)\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}}\right)^2\left(2{,}0\ \text{in}\right)\left(\frac{0{,}0254\ \text{m}}{1\ \text{in}}\right) \\ &= \left(26\times10^6\ \text{m}^2\right)\left(0{,}0508\ \text{m}\right) \\ &= 1{,}3\times10^6\ \text{m}^3. \end{aligned}$$

A massa específica da água é

$$\rho = \frac{m}{V} = 1\times10^3\ \text{kg/m}^3.$$

A massa da água que caiu é dada por $m = \rho V$:

$$m = \left(1\times10^3\ \text{kg/m}^3\right)\left(1{,}3\times10^6\ \text{m}^3\right) = 1{,}3\times10^9\ \text{kg}.$$

45. O número de segundos em um ano é 3,156 × 10⁷, um valor que aparece no Apêndice D e é o resultado do produto [(365,25 dias/ano) (24 h/dia) (60 min/h) (60 s/min)].

(a) Como o número de shakes por segundo é 10⁸, existem realmente mais shakes em um segundo do que segundos em um ano.

(b) Chamando a idade do universo de 1 dia do universo (ou 86.400 segundos do universo), o tempo que se passou desde que o homem começou a existir é dado por

$$\frac{10^6}{10^{10}} = 10^{-4}\ \text{dia do universo},$$

que também pode ser expresso como

$$\left(10^{-4}\ \text{dia do universo}\right)\left(\frac{86.400\ \text{segundos do universo}}{1\ \text{dia do universo}}\right) = 8{,}6\ \text{segundos do universo}.$$

46. O volume removido em um ano é

$$V = (75\ \times10^4\ \text{m}^2)\ (26\ \text{m})\ \approx 2\ \times\ 10^7\ \text{m}^3$$

que, convertido para quilômetros cúbicos, nos dá

$$V = \left(2 \times 10^7 \text{ m}^3\right)\left(\frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}\right)^3 = 0{,}020 \text{ km}^3.$$

47. PENSE Este problema envolve a conversão da velocidade de luz de unidades do SI para unidades astronômicas por minuto.

FORMULE Para começar, determinamos os fatores de conversão de metros em unidades astronômicas (UA) e de segundos em minutos, usando as relações

$$1000 \text{ m} = 1 \text{ km}, \quad 1 \text{ UA} = 1{,}50 \times 108 \text{ km}, \quad 60 \text{ s} = 1 \text{ min}$$

ANALISE Usando os fatores de conversão anteriores, obtemos

$$c = 3{,}0 \times 10^8 \text{ m/s} = \left(\frac{3{,}0 \times 10^8 \text{ m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}\right)\left(\frac{\text{UA}}{1{,}50 \times 10^8 \text{ km}}\right)\left(\frac{60 \text{ s}}{\text{min}}\right) = 0{,}12 \text{ UA/min}$$

APRENDA Quando a velocidade da luz é expressa em UA/min, fica óbvio que são necessários 8,3 (= 1/0,12) minutos para que a luz solar chegue à Terra (ou seja, percorra uma distância de 1 UA).

48. Como a unidade de massa atômica é $1 \text{ u} = 1{,}66 \times 10^{-24}$ g (veja o Apêndice D), a massa de um mol de átomos é aproximadamente $m = (1{,}66 \times 10^{-24} \text{ g})(6{,}02 \times 10^{23}) = 1 \text{ g}$. Por outro lado, se a massa de uma toupeira é 75 g e isso corresponde a 7,5 mols de átomos, a massa de um mol de átomos em uma toupeira é

$$m' = \frac{75 \text{ g}}{7{,}5} = 10 \text{ g}$$

Em unidades de massa atômica, a massa média de um átomo da toupeira comum é

$$\frac{m'}{N_A} = \frac{10 \text{ g}}{6{,}02 \times 10^{23}} = 1{,}66 \times 10^{-23} \text{ g} = 10 \text{ u}.$$

49. (a) Elevando ao quadrado a relação 1 ken = 1,97 m, temos:

$$\frac{1 \text{ ken}^2}{1 \text{ m}^2} = \frac{1{,}97^2 \text{ m}^2}{1 \text{ m}^2} = 3{,}88.$$

(b) Analogamente, temos

$$\frac{1 \text{ ken}^3}{1 \text{ m}^3} = \frac{1.97^3 \text{ m}^3}{1 \text{ m}^3} = 7{,}65.$$

(c) O volume de um cilindro é a área da base multiplicada pela altura. Assim,

$$\pi r^2 h = \pi\left(3{,}00\right)^2\left(5{,}50\right) = 156 \text{ ken}^3.$$

(d) Multiplicando o resultado do item (c) pelo resultado do item (b), obtemos o volume em metros cúbicos: (155,5)(7,65) = $1{,}19 \times 10^3$ m^3.

50. De acordo com o Apêndice D, uma milha náutica equivale a 1,852 km e, portanto, 24,5 milhas náuticas equivalem a 45,374 km. Além disso, de acordo com o Apêndice D, uma milha equivale a 1,609 km e, portanto, 24,5 milhas equivalem a 39,4205 km. A diferença é 5,95 km.

51. (a) Para o mínimo (43 cm), a conversão é a seguinte:

$$9 \text{ cúbitos} = (9 \text{ cúbitos})\left(\frac{0{,}43 \text{ m}}{1 \text{ cúbito}}\right) = 3{,}9 \text{ m}$$

Para o máximo (53 cm), temos:

$$9 \text{ cúbitos} = (9 \text{ cúbitos})\left(\frac{0{,}53 \text{ m}}{1 \text{ cúbito}}\right) = 4{,}8 \text{ m}$$

(b) Da mesma forma, como 0,43 m → 430 mm e 0,53 m → 530 mm, obtemos $3{,}9 \times 10^3$ mm e $4{,}8 \times 10^3$ mm, respectivamente.

(c) Podemos primeiro converter o comprimento e o diâmetro e depois calcular o volume ou calcular primeiro o volume para depois fazer a conversão. Usamos a segunda abordagem (chamando o diâmetro de d e o comprimento de ℓ).

$$V_{\text{cilindro, min}} = \frac{\pi}{4}\ell d^2 = 28 \text{ cúbitos}^3 = \left(28 \text{ cúbitos}^3\right)\left(\frac{0{,}43 \text{m}}{1 \text{ cúbito}}\right)^3 = 2{,}2 \text{ m}^3.$$

Substituindo 0,43 m por 0,53 m, obtemos $V_{\text{cilindro, max}} = 4{,}2 \text{ m}^3$.

52. Abreviando wapentake como “wp” e supondo que um hide equivale a 110 acres, calculamos a razão 25 wp/11 barn usando os fatores de conversão apropriados:

$$\frac{(25 \text{ wp})\left(\frac{100 \text{ hide}}{1 \text{ wp}}\right)\left(\frac{110 \text{ acre}}{1 \text{ hide}}\right)\left(\frac{4047 \text{ m}^2}{1 \text{ acre}}\right)}{(11 \text{ barn})\left(\frac{1\times 10^{-28} \text{ m}^2}{1 \text{ barn}}\right)} \approx 1 \times 10^{36}.$$

53. PENSE Este problema envolve a conversão da distância entre a Terra e o Sol (1 UA) para parsecs e para anos-luz.

FORMULE Para determinar a relação entre parsecs (pc) e unidades astronômicas (UA), levamos em conta o fato de que o ângulo central θ de um arco de circunferência, em radianos, é igual ao comprimento do arco, s, dividido pelo raio R da circunferência. No caso de um raio muito grande e um ângulo central muito pequeno, o comprimento do arco pode ser aproximado por um segmento de reta. Assim, podemos usar a aproximação s = 1 UA, o que nos dá R = 1 pc = 1 UA/θ. Logo,

$$\theta = 1 \text{ arcsec} = (1 \text{ arcsec})\left(\frac{1 \text{ arcmin}}{60 \text{ arcsec}}\right)\left(\frac{1°}{60 \text{ arcmin}}\right)\left(\frac{2\pi \text{ radian}}{360°}\right) = 4{,}85 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

Assim, um parsec é

$$1 \text{ pc} = \frac{s}{\theta} = \frac{1 \text{ UA}}{4{,}85 \times 10^{-6}} = 2{,}06 \times 10^5 \text{ UA}$$

Como um ano-luz corresponde a aproximadamente $3{,}16 \times 10^7$ s,

$$1 \text{ ano-luz} = (186.000 \text{ mi/s})\left(3{,}16 \times 10^7 \text{ s}\right) = 5{,}9 \times 10^{12} \text{ mi}$$

ANALISE (a) Como 1 pc = 2,06 × 105 UA, temos

$$1 \text{ UA} = (1 \text{ UA})\left(\frac{1 \text{ pc}}{2{,}06 \times 10^5 \text{ UA}}\right) = 4{,}9 \times 10^{-6} \text{ pc}$$

(b) Como 1 UA = $92{,}9 \times 10^6$ milhas, temos

$$1 \text{ UA} = 92{,}9 \times 10^6 \text{ mi} = (92{,}9 \times 10^6 \text{ mi})\left(\frac{1 \text{ ano-luz}}{5{,}9 \times 10^{12} \text{ mi}}\right) = 1{,}57 \times 10^{-5} \text{ ano-luz}$$

APRENDA Combinando os dois resultados, obtemos a relação 1 pc = 3,2 anos-luz. Além disso, o resultado do item (b) mostra que a luz solar leva $1{,}57 \times 10^{-5}$ ano , ou cerca de 8,3 minutos, para cobrir a distância de 1 UA que separa o Sol da Terra.

54. (a) De acordo com o Apêndice D, 1 ft = 0,3048 m, 1 gal = 231 in^3 e 1 in^3 = $1{,}639 \times 10^{-2}$ L. Assim, 1 gal = 3,79 L e

$$460\ \text{ft}^2/\text{gal} = \left(\frac{460\ \text{ft}^2}{\text{gal}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}}{3{,}28\ \text{ft}}\right)^2\left(\frac{1\ \text{gal}}{3{,}97\ \text{L}}\right) = 11{,}3\ \text{m}^2\ /\ \text{L}.$$

(b) Como 1 m^3 equivale a 1000 L, o resultado do item (a) nos dá

$$11{,}3\ \text{m}^2\ /\ L = \left(\frac{11{,}3\ \text{m}^2}{\text{L}}\right)\left(\frac{1000\ \text{L}}{1\ \text{m}^3}\right) = 1{,}13 \times 10^4\ \text{m}^{-1}.$$

(c) O inverso da grandeza original é (460 ft^2/ga L $^{-1}$ = $2{,}17 \times 10^{-3}$ gal/ft^2.

(d) A resposta do item (c) representa o volume de tinta (em galões) necessário para pintar uma área de um pé quadrado. A partir desse valor, podemos também calcular a espessura da tinta [que é da ordem de um décimo de milímetro, como podemos constatar calculando o recíproco da resposta do item (b)].

55. (a) O vaso tem um volume de (40 cm)(40 cm)(30 cm) = 48000 cm^3 = 48 L = (48)(16)/11,356 = 67,63 garrafas normais, o que corresponde a pouco mais de 3 nabucodonosores (a maior garrafa da lista). O volume de vinho restante, 7,63 garrafas normais, corresponde a pouco menos que 1 matusalém. Assim, a resposta do item (a) é 3 nabucodonosores e 1 matusalém.

(b) Como 1 matusalém = 8 garrafas normais, vai sobrar 8 – 7,63 = 0,37 garrafa normal.

(c) Usando a relação 16 garrafas normais = 11,356 L, obtemos

$$0{,}37\ \text{garrafa normal} = (0{,}37\ \text{garrafa normal})\left(\frac{11{,}356\ \text{L}}{16\ \text{garrafas normais}}\right) = 0{,}26\ \text{L}$$

56. A massa do porco é 3,108 slugs, o que equivale a (3,108)(14,59) = 45,346 kg. Quanto ao milho, um alqueire americano equivale a 35,238 L. Assim, um valor de 1 para a razão milho-porco equivale a 35,238/45,346 = 0,7766 em kg/L. Assim, um valor de 5,7 para a razão milho-porco corresponde a $5{,}7(0{,}777) \times 4{,}4$ kg/L.

57. Duas pimentas jalapeño têm uma ardência de 8000 SHU; se multiplicarmos esse valor por 400 (o número de pessoas que vão participar do jantar), obtemos $3{,}2 \times 10^6$ SHU, o que corresponde a uma ardência dez vezes maior que a de uma pimenta habanero. Mais precisamente, são necessárias 10,7 pimentas habanero para obter a ardência desejada.

58. Uma solução simplista seria calcular o aumento total como o produto do número de degraus da escada pelo aumento da distância horizontal por degrau, Δx = 0,05 m:

$$x = N_{\text{degrau}}\Delta x = \left(\frac{4{,}57}{0{,}19}\right)(0{,}05\ \text{m}) = 1{,}2\ \text{m}.$$

Entretanto, examinando a questão mais detidamente, chega-se à conclusão de que, na verdade, se são necessárias $N = 4{,}57/0{,}19 \times 24$ elevações para chegar ao alto da escada, então são necessários apenas $N - 1 = 23$ percursos (deslocamentos horizontais). Desse modo, a solução correta é (23)(0,05 m) = 1,15 m, ligeiramente menor que o resultado anterior.

59. O volume da caixa de isopor é 24000 cm^3 = 24 litros, o que equivale (usando o fator de conversão dado no problema) a 50,7 pints americanos. O número esperado de ostras é, portanto, de 1317 a 1927 ostras do Atlântico. O número de ostras do Pacífico recebidas está entre 406 e 609, o que representa um número de ostras a menos entre 700 e 1500. Essa é a resposta do problema. Note que o menor valor da resposta corresponde à diferença entre o menor número de ostras do Atlântico e o maior número de ostras do Pacífico, e o maior valor da resposta corresponde à diferença entre o maior número de ostras do Atlântico e o menor número de ostras do Pacífico.

60. (a) O primeiro passo consiste em converter todos os volumes de água para colheres de chá inglesas:

1 xícara inglesa	$= 2 \times 8 \times 2 \times 2 = 64$ colheres de chá inglesas
1 xícara de chá	$= 8 \times 2 \times 2 = 32$ colheres de chá inglesas
6 colheres de sopa	$= 6 \times 2 \times 2 = 24$ colheres de chá inglesas

1 colher de sobremesa = 2 colheres de chá inglesas

o que nos dá um total de 122 colheres de chá inglesas, o que equivale a 122 colheres de chá americanas, já que se trata de um líquido. Por outro lado, se meia xícara americana equivale a 8 colheres de sopa, e uma colher de sopa equivale a 3 colheres de chá, uma xícara americana equivale a $2 \times 8 \times 3 = 48$ colheres de chá. Como $122/48 \approx 2{,}54$, esse volume corresponde a 2,5 xícaras americanas mais 0,54 xícara = $0{,}04 \times 48 = 1{,}92 \times 2$ colheres de chá. Assim, em unidades americanas, o volume de caldo é aproximadamente igual a 2,5 xícaras e 2 colheres de chá.

(b) No caso das folhas de urtiga, um quarto inglês corresponde a um quarto em unidades americanas.

(c) No caso do arroz, uma colher de sopa inglesa equivale a 4 colheres de chá inglesas, que, como se trata de um sólido, equivalem a 8 colheres de chá americanas.

(d) No caso do sal, uma colher de sal inglesa equivale a meia colher de chá inglesa, que, como se trata de um sólido, equivale a 1 colher de chá americana.

CAPÍTULO 2

1. A velocidade (suposta constante) é v = (90 km/h)(1000 m/km) × (3600 s/h) = 25 m/s. Assim, em 0,50 s, o carro percorre uma distância $d = vt$ = (25 m/s)(0,50 s) ≈ 13 m.

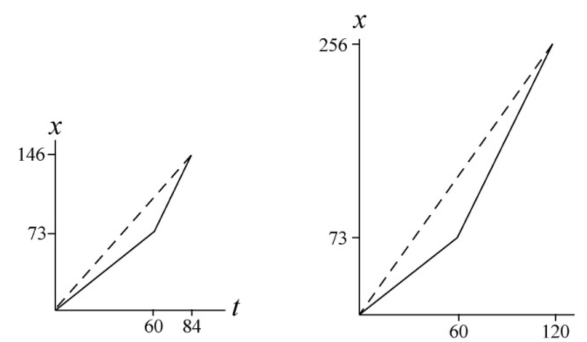
2. (a) Usando o fato de que tempo = distância/velocidade enquanto a velocidade é constante, temos:

$$v_{\text{med}} = \frac{73{,}2\ \text{m} + 73{,}2\ \text{m}}{\frac{73{,}2\ \text{m}}{1{,}22\ \text{m/s}} + \frac{73{,}2\ \text{m}}{3{,}05\ \text{m}}} = 1{,}74\ \text{m/s}.$$

(b) Usando o fato de que distância = vt enquanto a velocidade é constante, temos:

$$v_{\text{med}} = \frac{(1{,}22\ \text{m/s})(60\ \text{s})\ + (3{,}05\ \text{m/s})(60\ \text{s})}{120\ \text{s}} = 2{,}14\ \text{m/s}.$$

(c) Os gráficos são mostrados a seguir (com as distâncias em metros e os tempos em segundos). O primeiro é formado por dois segmentos de reta (linhas cheias), o primeiro com uma inclinação de 1,22 e o segundo com uma inclinação de 3,05. A inclinação da reta tracejada representa a velocidade média (nos dois gráficos). O segundo gráfico também é formado por dois segmentos de reta (linhas cheias), com a mesma inclinação que no primeiro. A diferença entre os dois gráficos é que, no segundo, a segunda fase durou muito mais tempo.



3. PENSE Este problema de cinemática unidimensional pode ser dividido em duas partes, e devemos calcular a velocidade média e a velocidade escalar média do carro.

FORMULE Como o percurso pode ser dividido em duas partes, vamos chamar de Δx_1 e Δx_2 o deslocamento durante a primeira e durante a segunda parte do movimento, e de Δt_1 e Δt_2 os intervalos de tempo correspondentes, respectivamente. Como o problema é unidimensional e os dois deslocamentos são na mesma direção e no mesmo sentido, o deslocamento total é simplesmente $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$, e o tempo total gasto no percurso é $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$. Usando a expressão da velocidade média dada pela Eq. 2-2, temos

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

Para calcular a velocidade escalar média, basta observar que, se durante um intervalo de tempo Δt a velocidade permanece constante, a velocidade escalar é o valor absoluto da velocidade, e a distância percorrida é igual ao valor absoluto do deslocamento, ou seja, $d = |\Delta x| = v\Delta t$.

ANALISE

(a) Durante a primeira parte do movimento, o deslocamento é Δx_1 = 40 km e o tempo gasto é

$$t_1 = \frac{(40\ \text{km})}{(30\ \text{km/h})} = 1{,}33\ \text{h}$$

Durante a segunda parte do movimento, o deslocamento é Δx_2 = 40 km e o tempo gasto é

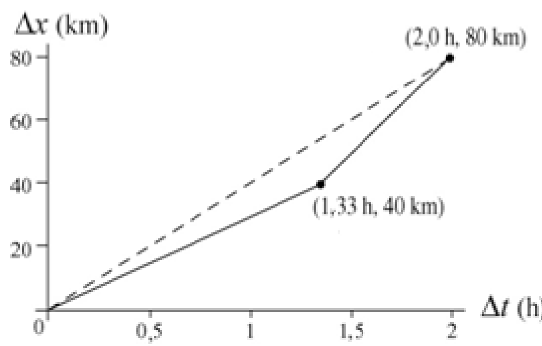
$$t_2 = \frac{(40\text{ km})}{(60\text{ km/h})} = 0{,}67\text{ h}$$

Como o deslocamento total é $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 40$ km + 40 km = 80 km, e o tempo total $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 2{,}00$ h, a velocidade média é

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(80\text{ km})}{(2{,}0\text{ h})} = 40\text{ km/h}$$

(b) Neste caso, a velocidade escalar média é igual à velocidade média: $v_{\text{esc méd}} = 40$ km/h.

(c) O gráfico da distância percorrida em função do tempo, que aparece na figura a seguir, é formado por dois segmentos de reta consecutivos, o primeiro com uma inclinação de 30 km/h, ligando a origem ao ponto $(\Delta t_1, \Delta x_1)$ = (1,33 h, 40 km), e o segundo com uma inclinação de 60 km/h, ligando o ponto $(\Delta t_1, \Delta x_1)$ ao ponto $(\Delta t, \Delta x)$ = (2,00 h, 80 km).



Graficamente, a inclinação da reta tracejada que liga a origem ao ponto $(\Delta t, \Delta x)$ representa a velocidade média.

APRENDA A velocidade média é uma grandeza vetorial que é função do deslocamento total (que também é um vetor) do ponto inicial ao ponto final e do tempo gasto para executar esse deslocamento.

4. Ao contrário da velocidade média, a velocidade escalar média está relacionada à distância total e não ao deslocamento total. Naturalmente, a distância D para subir a ladeira é igual à distância para descer a ladeira; como a velocidade escalar é constante (durante a subida e durante a descida), nos dois casos a velocidade escalar é D/t. Assim, a velocidade escalar média é dada por

$$\frac{D_{\text{subida}} + D_{\text{descida}}}{t_{\text{subida}} + t_{\text{descida}}} = \frac{2D}{\dfrac{D}{v_{\text{subida}}} + \dfrac{D}{v_{\text{descida}}}}$$

o que, depois de cancelar D e fazer $v_{\text{subida}} = 40$ km/h e $v_{\text{descida}} = 60$ km/h, nos dá uma velocidade escalar média de 48 km/h.

5. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, conhecemos a função posição, $x(t)$, de um objeto, e devemos calcular a posição e a velocidade do objeto em vários instantes de tempo.

FORMULE Se a função posição é $x(t) = (3\text{ m/s})t - (4\text{ m/s}^2)t^2 + (1\text{ m/s}^3)t^3$, a posição do objeto no instante t_0 é dada por $x(t_0)$. No intervalo de tempo $t_1 \le t \le t_2$, o deslocamento do objeto é dado por $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$. De acordo com a Eq. 2-2, a velocidade média nesse intervalo é dada por

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

ANALISE (a) Fazendo $t = 1$ s na função $x(t)$, obtemos

$$x(1\text{ s}) = (3\text{ m/s})(1\text{ s}) - (4\text{ m/s}^2)(1\text{ s})^2 + (1\text{ m/s}^3)(1\text{ s})^3 = 0.$$

(b) Para $t = 2$ s, obtemos $x(2\text{ s}) = (3\text{ m/s})(2\text{ s}) - (4\text{ m/s}^2)(2\text{ s})^2 + (1\text{ m/s}^3)(2\text{ s})^3 = -2$ m.

(c) Para $t = 3$ s, obtemos $x(3\text{ s}) = (3\text{ m/s})(3\text{ s}) - (4\text{ m/s}^2)(3\text{ s})^2 + (1\text{ m/s}^3)(3\text{ s})^3 = 0$ m.

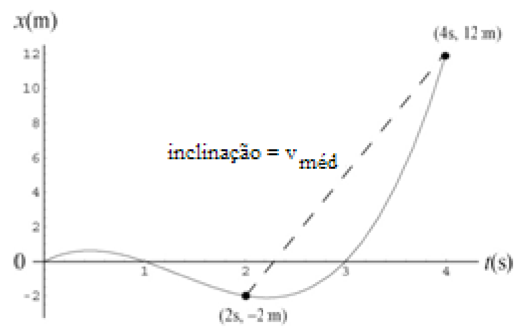
(d) Para $t = 4$ s, obtemos $x(4\text{ s}) = (3\text{ m/s})(4\text{ s}) - (4\text{ m/s}^2)(4\text{ s})^2 + (1\text{ m/s}^3)(4\text{ s})^3 = 12$ m.

(e) Como a posição do objeto em $t = 0$ é $x = 0$, o deslocamento entre $t = 0$ e $t = 4$ s é $\Delta x = x(4\text{ s}) - x(0) = 12\text{ m} - 0 = 12\text{ m}$.

(f) Como o deslocamento entre $t = 2$ s e $t = 4$ s é $\Delta x = x(4\text{ s}) - x(2\text{ s}) = 12\text{ m} - (-2\text{ m}) = 14\text{ m}$, a velocidade média é

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14\text{ m}}{2\text{ s}} = 7\text{ m/s}$$

(g) A figura a seguir mostra a posição do objeto em função do tempo no intervalo $0 \le t \le 4$. A inclinação da reta que liga o ponto (2 s, –2 m) ao ponto (4 s, 12 m) representa graficamente a velocidade média calculada no item (f).



APRENDA A representação gráfica mostra novamente que a velocidade média em um intervalo de tempo depende apenas do deslocamento entre o instante inicial e o instante final.

6. A velocidade de Huber foi

$$v_0 = (200\text{ m})/(6{,}509\text{ s}) = 30{,}72\text{ m/s} = 110{,}6\text{ km/h},$$

na qual usamos o fator de conversão 1 m/s = 3,6 km/h. Como Whittingham quebrou o recorde de Huber por 19,0 km/h, sua velocidade foi $v_1 = (110{,}6\text{ km/h} + 19{,}0\text{ km/h}) = 129{,}6$ km/h ou 36 m/s (1 km/h = 0,2778 m/s). Nesse caso, de acordo com a Eq. 2-2, o tempo gasto por Whittingham para percorrer os 200 m foi

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_1} = \frac{200\text{ m}}{36\text{ m/s}} = 5{,}554\text{ s}.$$

7. Como a distância entre os trens está diminuindo à taxa de 60 km/h, o tempo até o choque é $t = (60\text{ km})/(60\text{ km/h}) = 1{,}0$ h. Durante esse tempo, o pássaro percorre uma distância $x = vt = (60\text{ km/h})(1{,}0\text{ h}) = 60$ km.

8. O tempo que cada pessoa leva para percorrer uma distância L com velocidade v_s é $\Delta t = L / v_s$. A cada pessoa que chega, a espessura da camada aumenta de uma espessura de corpo d.

(a) A taxa de aumento da camada de pessoas é

$$R = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{L / v_s} = \frac{dv_s}{L} = \frac{(0{,}25\text{ m})(3{,}50\text{ m/s})}{1{,}75\text{ m}} = 0{,}50\text{ m/s}$$

(b) O tempo necessário para que a espessura da camada chegue a $D = 5{,}0$ m é

$$t = \frac{D}{R} = \frac{5{,}0\text{ m}}{0{,}50\text{ m/s}} = 10\text{ s}$$

9. Convertidos para segundos, os tempos são t_1 = 147,95 s e t_2 = 148,15 s, respectivamente. Se os corredores fossem igualmente velozes, teríamos

$$s_{\text{med}1} = s_{\text{med}2} \quad \Rightarrow \quad \frac{L_1}{\mathrm{t}_1} = \frac{L_2}{t_2}.$$

Isto nos dá

$$L_2 - L_1 = \left(\frac{148{,}15}{147{,}95} - 1\right) L_1 \approx 1{,}35 \text{ m}$$

na qual fizemos $L_1 \approx 1000$ m no último passo. Assim, se a diferença entre L_2 e L_1 for menor que aproximadamente 1,4 m, o corredor 1 é realmente mais rápido que o corredor 2. Entretanto, se a diferença entre L_2 e L_1 for maior que 1,4 m, o corredor 2 será o mais rápido.

10. Seja v_v a velocidade do vento e v_c a velocidade do carro.

(a) Suponha que, no intervalo de tempo t_1, o carro se move na mesma direção que o vento. Nesse caso, a velocidade efetiva do carro é dada por $v_{ef,1} = v_c + v_v$ e a distância percorrida é $d = v_{ef,1}t_1 = (v_c + v_v)t_1$. Na viagem de volta, durante o intervalo t_2, o carro se move no sentido contrário ao do vento e a velocidade efetiva é $v_{ef,2} = v_c - v_v$. Nesse caso, a distância percorrida é $d = v_{ef,2}t_2 = (v_c - v_v)t_2$. As duas expressões podem ser escritas na forma

$$v_c + v_v = \frac{d}{t_1} \quad \text{e} \quad v_c - v_v = \frac{d}{t_2}$$

Somando as duas equações e dividindo por dois, obtemos $v_c = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{t_1} + \frac{d}{t_2}\right)$. Assim, o método 1 fornece a velocidade do carro v_c na ausência de vento.

(b) No caso do método 2, o resultado é

$$v'_c = \frac{d}{(t_1 + t_2)/2} = \frac{2d}{t_1 + t_2} = \frac{2d}{\dfrac{d}{v_c + v_v} + \dfrac{d}{v_c - v_v}} = \frac{v_c^2 - v_v^2}{v_c} = v_c\left[1 - \left(\frac{v_v}{v_c}\right)^2\right].$$

A diferença relativa é

$$\frac{v_c - v'_c}{v_c} = \left(\frac{v_v}{v_c}\right)^2 = (0{,}0240)^2 = 5{,}76 \times 10^{-4}$$

e a diferença percentual é $5{,}76 \times 10^{-4} \times 100 \approx 0{,}06\%$

11. Os dados do problema deixam claro que a primeira parte da viagem (a 100 km/h) levou uma hora e a segunda parte (a 40 km/h) também levou 1 hora. Expresso em forma decimal, o tempo que resta é 1,25 hora e a distância restante é 160 km. Assim, a menor velocidade necessária é v = (160 km)/(1,25 h) = 128 km/h.

12. (a) Suponha que os carros rápidos e lentos estão separados por uma distância d no instante t = 0. Se durante o intervalo de tempo $t = L/v_1$ = (12,0 m)/(5,0 m/s) = 2,40 s no qual o carro lento percorreu uma distância L = 12,0 m, o carro rápido percorreu uma distância $vt = d + L$ para se juntar à fila de carros lentos, a onda de choque permanece estacionária. Essa condição exige uma separação de

$$d = vt - L = (25 \text{ m/s})(2{,}4 \text{ s}) - 12{,}0 \text{ m} = 48{,}0 \text{ m}.$$

(b) Suponha que a separação inicial em t = 0 seja d = 96,0 m. Em um instante posterior t, o carro lento percorreu uma distância $x = v_l t$ e o carro rápido se juntou à fila percorrendo uma distância $d + x$. Como

$$t = \frac{x}{v_s} = \frac{d + x}{v},$$

obtemos

$$x = \frac{v_l}{v - v_l} d = \frac{5{,}00\ \text{m/s}}{25{,}0\ \text{m/s} - 5{,}00\ \text{m/s}} (96{,}0\ \text{m}) = 24{,}0\ \text{m},$$

o que, por sua vez, nos dá $t = (24{,}0\ \text{m}) / (5{,}00\ \text{m/s}) = 4{,}80\ \text{s}$. Como o último carro da fila de carros lentos percorreu uma distância $\Delta x = x - L = 24{,}0\ \text{m} - 12{,}0\ \text{m} = 12{,}0\ \text{m}$, a velocidade do último carro da fila de carros lentos, que é igual à velocidade da onda de choque, é

$$v_{\text{choque}} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{12{,}0\ \text{m}}{4{,}80\ \text{s}} = 2{,}50\ \text{m/s}.$$

(c) Como $x > L$, o sentido da onda de choque é o sentido do movimento dos carros.

13. (a) Chamando o tempo de viagem e a distância entre Rio e São Paulo de T e D, respectivamente, a velocidade escalar média é

$$s_{\text{med1}} = \frac{D}{T} = \frac{(55\ \text{km/h})\frac{T}{2} + (90\ \text{km/h})\frac{T}{2}}{T} = 72{,}5\ \text{km/h}$$

que pode ser arredondada para 73 km/h.

(b) Usando o fato de que tempo = distância/velocidade se a velocidade for constante, obtemos

$$s_{\text{med2}} = \frac{D}{T} = \frac{D}{\frac{D/2}{55\ \text{km/h}} + \frac{D/2}{90\ \text{km/h}}} = 68{,}3\ \text{km/h}$$

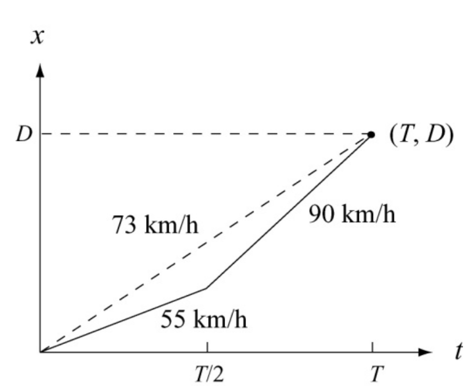
que pode ser arredondada para 68 km/h.

(c) A distância total percorrida ($2D$) não deve ser confundida com o deslocamento (zero). Obtemos, para a viagem de ida e volta,

$$s_{\text{med2}} = \frac{2D}{\frac{D}{72{,}5\ \text{km/h}} + \frac{D}{68{,}3\ \text{km/h}}} = 68{,}3\ \text{km/h}$$

(d) Como o deslocamento total é zero, a velocidade média na viagem inteira também é zero.

(e) Ao pedir um *gráfico*, o problema permite que o aluno escolha arbitrariamente a distância D (a intenção *não é* exigir que o aluno consulte um atlas); na verdade, o aluno pode escolher um valor para T em vez de D, como ficará claro na discussão a seguir. Vamos descrever sucintamente o gráfico. Ele é composto por dois segmentos de reta, o primeiro com uma inclinação de 55 km/h entre a origem e o ponto $(t_1, x_1) = (T/2, 55T/2)$, e o segundo com uma inclinação de 90 km/h entre os pontos (t_1, x_1) e (T, D), sendo $D = (55 + 90)T/2$. A velocidade média, do ponto de vista gráfico, é a inclinação da reta que liga a origem ao ponto (T, D). O gráfico (que não foi desenhado em escala) aparece a seguir.



14. Usando a identidade $\frac{d}{dx}\exp(bx) = b\exp(bx)$, obtemos

$$v = \frac{dx}{dt} = \left[\frac{d(19t)}{dt}\right] \cdot e^{-t} + (19t) \cdot \left(\frac{de^{-t}}{dt}\right).$$

Se o leitor ficou preocupado com a presença de um argumento na exponencial que não é adimensional ($-t$), pode introduzir um fator $1/T$ para o qual $T = 1$ segundo antes de executar os cálculos (o que não muda a resposta). O resultado da derivação é

$$v = 16(1 - t)e^{-t}$$

com t e v em unidades do SI (s e m/s, respectivamente). Vemos que esta função se anula para $t = 1$ s. Agora que sabemos em que instante o elétron para momentaneamente, podemos calcular *onde* o elétron para, fazendo $t = 1$ na função $x = 16te^{-t}$, com x em metros. O resultado é $x = 5{,}9$ m.

15. Usamos a Eq. 2-4 para resolver o problema.

(a) A velocidade da partícula é

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\,(4 - 12t + 3t^2) = -12 + 6t.$$

Assim, em $t = 1$ s, a velocidade é $v = (-12 + (6)(1)) = -6$ m/s.

(b) Como $v < 0$, a partícula está se movendo no sentido negativo do eixo x.

(c) Em $t = 1$ s, a *velocidade escalar* é $|v| = 6$ m/s.

(d) Para $0 < t < 2$ s, $|v|$ diminui até se anular. Para $2 < t < 3$ s, $|v|$ aumenta de zero até o valor do item (c). Isso significa que $|v|$ está aumentando.

(e) Sim, já que v varia continuamente de valores negativos (lembre-se do resultado para $t = 1$) para valores positivos (note que para $t \to +\infty$, temos $v \to +\infty$). É fácil verificar que $v = 0$ para $t = 2$ s.

(f) Não. Na verdade, como $v = -12 + 6t$, sabemos que $v > 0$ para $t > 2$ s.

16. Usamos a notação $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ nesta solução, na qual as duas últimas funções são obtidas por derivação:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -12t \quad \text{e} \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -12$$

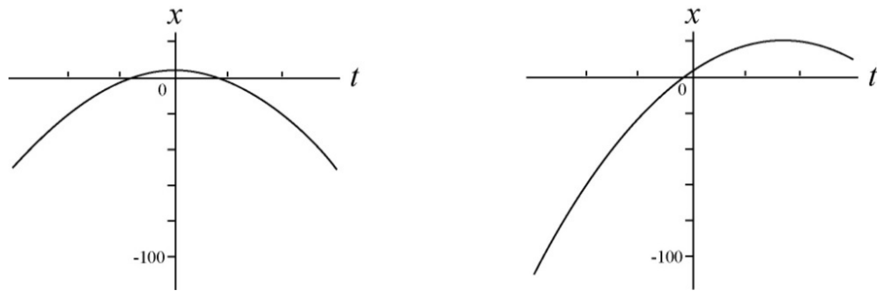
na qual está implícito que x e t estão em unidades do SI.

(a) Fazendo $v(t) = 0$, constatamos que a partícula está (momentaneamente) em repouso no instante $t = 0$.

(b) $x(0) = 4{,}0$ m.

(c) e (d) Fazendo $x(t) = 0$ na equação $x(t) = 4{,}0 - 6{,}0t^2$, obtemos $t = \pm 0{,}82$ s como os instantes em que a partícula passa pela origem.

(e) Mostramos a seguir tanto o gráfico pedido (do lado esquerdo) como o gráfico "deslocado" que está envolvido na resposta ao item (f). Nos dois casos, o eixo dos tempos cobre o intervalo $-3 \le t \le 3$ (com t em segundos).



(f) Chegamos ao gráfico da direita (mostrado acima) somando $20t$ à expressão de $x(t)$.

(g) Verificando em que pontos as inclinações dos gráficos se anulam, constatamos que o deslocamento faz com que o ponto em que $v = 0$ corresponda a um valor maior de x (o máximo da curva da direita está acima do máximo da curva da esquerda).

17. Usamos a Eq. 2-2 para calcular a velocidade média e a Eq. 2-4 para calcular a velocidade instantânea, trabalhando com as distâncias em centímetros e os tempos em segundos.

(a) Fazendo $t = 2{,}00$ s e $t = 3{,}00$ s na equação de $x(t)$, obtemos $x_2 = 21{,}75$ cm e $x_3 = 50{,}25$ cm, respectivamente. A velocidade média no intervalo $2{,}00 \le t \le 3{,}00$ s é

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50{,}25\ \text{cm} - 21{,}75\ \text{cm}}{3{,}00\ \text{s}\ - 2{,}00\ \text{s}}$$

o que nos dá $v_{\text{méd}} = 28{,}5$ cm/s.

(b) A velocidade instantânea é $v = dx/dt = 4{,}5t^2$, que, no instante $t = 2{,}00$ s, corresponde a $v = (4{,}5)(2{,}00)^2 = 18{,}0$ cm/s.

(c) Em $t = 3{,}00$ s, a velocidade instantânea é $v = (4{,}5)(3{,}00)^2 = 40{,}5$ cm/s.

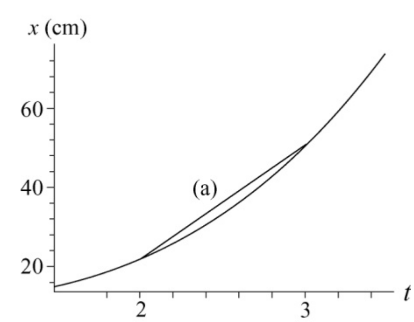
(d) Em $t = 2{,}50$ s, a velocidade instantânea é $v = (4{,}5)(2{,}50)^2 = 28{,}1$ cm/s.

(e) Chamando de t_m o instante em que a partícula está a meio caminho entre x_2 e x_3 (ou seja, o instante em que a partícula está em $x_m = (x_2 + x_3)/2 = 36$ cm), temos:

$$x_m = 9{,}75 + 1{,}5t_m^3 \quad \Rightarrow \quad t_m = 2{,}596$$

com t_m em segundos. A velocidade instantânea nesse instante é $v = 4{,}5(2{,}596)^2 = 30{,}3$ cm/s.

(f) A resposta do item (a) é dada pela inclinação da reta que liga os pontos $t = 2$ e $t = 3$ no gráfico de x em função de t a seguir. As respostas dos itens (b), (c), (d) e (e) correspondem às inclinações das retas tangentes à curva (que não foram traçadas mas são fáceis de imaginar) nos pontos apropriados.



18. (a) Derivando duas vezes a função $x(t) = 12t^2 - 2t^3$, obtemos as funções velocidade e aceleração:

$$v(t) = 24t - 6t^2 \quad \text{e} \quad a(t) = 24 - 12t$$

com a distância em metros e o tempo em segundos. Fazendo $t = 3$, obtemos $x(3) = 54$ m.

(b) Para $t = 3$, $v(3) = 18$ m/s.

(c) Para $t = 3$, $a(3) = -12$ m/s^2.

(d) No ponto em que x é máximo, $v = 0$; desprezando a solução $t = 0$, a equação da velocidade nos dá $t = 24/6 = 4$ s como o instante em que x é máximo. Fazendo $t = 4$ na equação de x, obtemos $x = 64$ m como a maior coordenada positiva atingida pela partícula.

(e) De acordo com o item (d), o valor de x é máximo no instante $t = 4{,}0$ s.

(f) No ponto em que v é máxima, $a = 0$, o que acontece em $t = 24/12 = 2{,}0$ s. Substituindo esse valor na equação da velocidade, obtemos $v_{max} = 24$ m/s.

(g) De acordo com o item (f), o valor de v é máximo no instante $t = 24/12 = 2{,}0$ s.

(h) No item (e), vimos que a partícula está (momentaneamente) em repouso no instante $t = 4$ s. A aceleração nesse instante é $24 - 12(4) = -24$ m/s^2.

(i) Para aplicar a definição de *velocidade média* (Eq. 2-2), precisamos conhecer os valores de x em $t = 0$ e $t = 3$ s, que são facilmente obtidos fazendo $t = 0$ e $t = 3$ na equação de x. O resultado é o seguinte:

$$v_{\text{méd}} = \frac{54 - 0}{3 - 0} = 18 \text{ m/s}.$$

19. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, conhecemos a velocidade de uma partícula em dois instantes de tempo e devemos calcular a aceleração média.

FORMULE Vamos supor que o sentido do movimento no instante inicial é o sentido positivo do eixo x. A aceleração média em um intervalo de tempo $t_1 \le t \le t_2$ é dada pela Eq. 2-7:

$$a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$$

ANALISE Seja $v_1 = +18$ m/s a velocidade da partícula no instante $t_1 = 0$ e seja $v_2 = -30$ m/s a velocidade da partícula no instante $t_2 = 2{,}4$ s. De acordo com a Eq. 2-7, temos

$$a_{\text{méd}} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{(-30 \text{ m/s}) - (+1 \text{ m/s})}{2{,}4 \text{ s} - 0} = -20 \text{ m/s}^2$$

APRENDA A aceleração média tem um módulo de 20 m/s^2 e aponta no sentido oposto ao da velocidade inicial da partícula. Isso faz sentido, já que a velocidade final da partícula tem o sentido oposto ao da velocidade inicial. Supondo que $t_1 = 0$, a velocidade da partícula em função do tempo é dada por

$$v = v_0 + at = (18 \text{ m/s}) - (20 \text{ m/s}^2)t$$

20. Usamos a notação $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ e determinamos as últimas duas funções por derivação:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{t} = -15t^2 + 20 \quad \text{e} \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -30t$$

nas quais está implícito que as distâncias e tempos estão em unidades do SI. Essas expressões são usadas na solução dos diferentes itens.

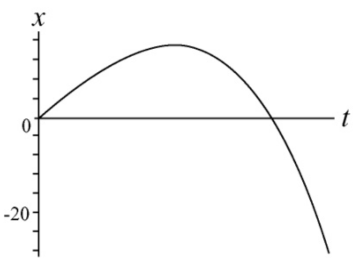
(a) Fazendo $0 = -15t^2 + 20$, vemos que o único valor positivo de t para o qual a partícula está (momentaneamente) em repouso é $t = \sqrt{20/15} = 1{,}2$ s.

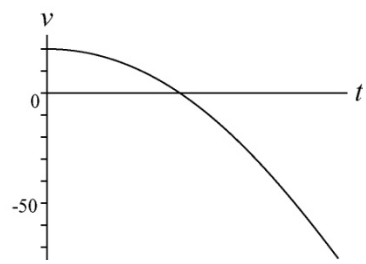
(b) Fazendo $0 = -30t$, vemos que $a(0) = 0$ (ou seja, a aceleração é nula em $t = 0$).

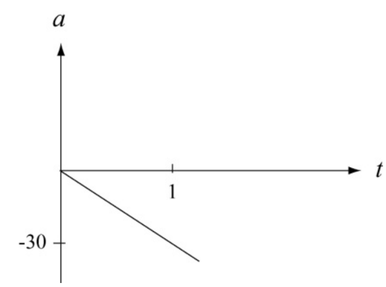
(c) É claro que $a(t) = -30t$ é negativa para $t > 0$.

(d) É claro que $a(t) = -30t$ é positiva para $t < 0$.

(e) Os gráficos são mostrados a seguir. Está implícito que as distâncias estão em metros e os tempos em segundos.







21. Usamos a Eq. 2-2 para calcular a velocidade média e a Eq. 2-7 para calcular a aceleração média. A posição inicial do homem é tomada como a origem e o sentido do movimento no intervalo 5 min $\leq t \leq$ 10 min como sentido positivo do eixo x. Usamos também o fato de que $\Delta x = v\Delta t'$ se a velocidade é constante em um intervalo de tempo $\Delta t'$.

(a) O intervalo de tempo total considerado é $\Delta t = 8 - 2 = 6$ min, que equivale a 360 s, enquanto o subintervalo durante o qual o homem está *em movimento* é apenas $\Delta t' = 8 - 5 = 3$ min = 180 s. A posição do homem em $t = 2$ min é $x = 0$ e a posição em $t = 8$ min é $x = v\Delta t' =$ (2,2)(180) = 396 m. Assim,

$$v_{\text{med}} = \frac{396\text{ m} - 0}{360\text{ s}} = 1{,}10\text{ m/s}.$$

(b) O homem está em repouso em $t = 2$ min e está se movendo com velocidade $v = +2{,}2$ m/s em $t = 8$ min. Assim, conservando apenas 3 algarismos significativos,

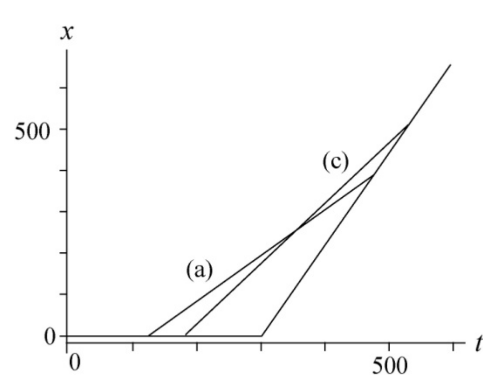
$$a_{\text{med}} = \frac{2{,}2\text{ m/s} - 0}{360\text{ s}} = 0{,}00611\text{ m/s}^2.$$

(c) O intervalo inteiro é $\Delta t = 9 - 3 = 6$ min (360 s), enquanto o subintervalo no qual o homem está se movendo é $\Delta t' = 9 - 5 = 4$ min (240 s). A posição do homem em $t = 3$ min é $x = 0$ e a posição em $t = 9$ min é $x = v\Delta t' =$ (2,2)(240) = 528 m. Assim,

$$v_{\text{med}} = \frac{528\text{ m} - 0}{360\text{ s}} = 1{,}47\text{ m/s}.$$

(d) O homem está em repouso em $t = 3$ min e está se movendo com velocidade $v = +2{,}2$ m/s em $t = 9$ min. Assim, $a_{\text{med}} = 2{,}2/360 = 0{,}00611$ m/s^2, como no item (b).

(e) A reta horizontal perto do eixo dos tempos neste gráfico de x em função de t representa o homem parado em $x = 0$ para $0 \leq t <$ 300 s e a reta para $300 \leq t \leq 600$ s representa o homem se movendo com velocidade constante. A inclinação das outras retas é a solução dos itens (a) e (c).



O gráfico de v em função de t não foi desenhado, mas seria formado por dois "degraus" horizontais, um em $v = 0$ para $0 \le t <$ 300 s e o outro em $v = 2{,}2$ m/s para $300 \le t \le 600$ s. As acelerações médias calculadas nos itens (b) e (d) seriam as inclinações das retas que ligam os pontos apropriados.

22. Nesta solução, fazemos uso da notação $x(t)$ para o valor de x para um certo valor de t. As notações $v(t)$ e $a(t)$ têm um significado análogo.

(a) Como o produto ct^2 tem dimensão de comprimento, a unidade de c deve ter dimensões de comprimento/tempo^2, ou seja, deve ser m/s^2 no SI.

(b) Como o produto bt^3 tem dimensão de comprimento, a unidade de b deve ter dimensões de comprimento/tempo^3, ou seja, deve ser m/s^3 no SI.

(c) Quando a partícula passa por uma coordenada máxima (ou mínima) a velocidade é zero. Como a velocidade é dada por $v = dx/dt = 2ct - 3bt^2$, $v = 0$ para $t = 0$ e para

$$t = \frac{2c}{3b} = \frac{2(3{,}0\ \text{m/s}^2)}{3(2{,}0\ \text{m/s}^3)} = 1{,}0\ \text{s}\ .$$

Para $t = 0$, $x = x_0 = 0$ e para $t = 1{,}0$ s, $x = 1{,}0$ m $> x_0$. Como estamos interessados no máximo, rejeitamos a primeira raiz ($t = 0$) e aceitamos a segunda ($t = 1$ s).

(d) Nos primeiros 4 s, a partícula se desloca da origem até o ponto $x = 1{,}0$ m, inverte o sentido do movimento e volta até o ponto

$$x(4\ \text{s}) = (3{,}0\ \text{m/s}^2)(4{,}0\ \text{s})^2 - (2{,}0\ \text{m/s}^3)(4{,}0\ \text{s})^3 = -80\ \text{m}\ .$$

A distância total percorrida é 1,0 m + 1,0 m + 80 m = 82 m.

(e) O deslocamento é $\Delta x = x_2 - x_1$, sendo que $x_1 = 0$ e $x_2 = -80$ m. Assim, $\Delta x = -80\ \text{m}$.

A velocidade é dada por $v = 2ct - 3bt^2 = (6{,}0\ \text{m/s}^2)t - (6{,}0\ \text{m/s}^3)t^2$.

(f) Fazendo $t = 1$ s, obtemos

$$v(1\ \text{s}) = (6{,}0\ \text{m/s}^2)(1{,}0\ \text{s}) - (6{,}0\ \text{m/s}^3)(1{,}0\ \text{s})^2 = 0.$$

(g) Da mesma forma, v(2s) = (6,0 m/s^2((2,0 s) – (6,0 m/s^3)(2,0 s)^2 = –12 m/s.

(h) $v(3\ \text{s}) = (6{,}0\ \text{m/s}^2)(3{,}0\ \text{s}) - (6{,}0\ \text{m/s}^3)(3{,}0\ \text{s})^2 = -36\ \text{m/s}$.

(i) v(4s) = (6,0 m/s^2)(4,0 s) – (6,0 m/s^3)(4,0 s)^2 = –72 m/s.

A aceleração é dada por $a = dv/dt = 2c - 6b = 6{,}0\ \text{m/s}^2 - (12{,}0\ \text{m/s}^3)t$.

(j) Fazendo $t = 1$ s, obtemos

$$a(1\ \text{s}) = 6{,}0\ \text{m/s}^2 - (12{,}0\ \text{m/s}^3)(1{,}0\ \text{s}) = -6{,}0\ \text{m/s}^2.$$

(k) $a(2\ \text{s}) = 6{,}0\ \text{m/s}^2 - (12{,}0\ \text{m/s}^3)(2{,}0\ \text{s}) = -18\ \text{m/s}^2$.

(l) $a(3\ \text{s}) = 6{,}0\ \text{m/s}^2 - (12{,}0\ \text{m/s}^3)(3{,}0\ \text{s}) = -30\ \text{m/s}^2$.

(m) $a(4\text{s}) = 6{,}0\ \text{m/s}^2 - (12{,}0\ \text{m/s}^3)(4{,}0\ \text{s}) = -42\ \text{m/s}^2$.

23. PENSE Conhecendo a velocidade inicial, a velocidade final, a distância percorrida, e sabendo que a aceleração é constante, podemos calcular o valor da aceleração do elétron.

FORMULE Como se trata de um problema de cinemática unidimensional em que a aceleração é constante, podemos analisar o movimento do elétron usando as equações da Tabela 2-1:

$$v = v_0 + at \qquad (2-11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (2-16)$$

Neste caso, como conhecemos a velocidade inicial, a velocidade final, e a distância percorrida, a equação mais conveniente é a Eq. 2-16.

ANALISE Para $v_0 = 1,50\times10^5$ m/s, $v = 5,70\times10^6$ m/s, $x_0 = 0$ e $x = 0,010$ m, temos

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5,7\times10^6\ \text{m/s})^2 - (1,5\times10^5\ \text{m/s})^2}{2(0,010\ \text{m})} = 1,62\times10^{15}\ \text{m/s}^2$$

APRENDA É sempre aconselhável usar outras equações da Tabela 2-1 para verificar se a solução obtida está correta. Assim, por exemplo, como agora conhecemos o valor da aceleração, podemos usar a Eq. 2-11 para calcular o tempo necessário para que o elétron atinja a velocidade final:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{5,70\times10^6\ \text{m/s} - 1,5\times10^5\ \text{m/s}}{1,62\times10^{15}\ \text{m/s}^2} = 3,426\times10^{-9}\ \text{s}$$

Substituindo esse valor de t na Eq. 2-15, podemos obter a distância percorrida pelo elétron:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + (1,5\times10^5\ \text{m/s})(3,426\times10^{-9}\ \text{s}) + \frac{1}{2}(1,62\times10^{15}\ \text{m/s}^2)(3,426\times10^{-9}\ \text{s})^2 \\ &= 0,01\ \text{m} \end{aligned}$$

Como esse é o valor que aparece no enunciado do problema, sabemos que a solução está correta.

24. Neste problema, conhecemos a velocidade inicial, a velocidade final, o deslocamento e precisamos calcular a aceleração. Para isso, usamos a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$.

(a) Como $v_0 = 0$, $v = 1,6$ m/s e $\Delta x = 5,0\,\mu$m, a aceleração dos esporos durante o lançamento é

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5,7\times10^5)^2 - (1,5\times10^5)^2}{2(0,01)} = 1,62\times10^{15}\ \text{m/s}^2.$$

(b) Na fase de redução de velocidade, a aceleração é

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5,7\times10^5)^2 - (1,5\times10^5)^2}{2(0,01)} = 1,62\times10^{15}\ \text{m/s}^2.$$

O sinal negativo significa que a velocidade dos esporos está diminuindo.

25. Separamos o movimento em duas partes e tomamos o sentido do movimento como positivo. Na parte 1, o veículo acelera do repouso até a velocidade máxima; sabemos que $v_0 = 0$, $v = 20$ m/s e $a = 2,0$ m/s^2. Na parte 2, o veículo desacelera da velocidade máxima até o repouso; sabemos que $v_0 = 20$ m/s, $v = 0$ e $a = -1,0$ m/s^2 (a aceleração é negativa porque o vetor aceleração aponta no sentido contrário ao do movimento).

(a) Usando a Tabela 2-1, calculamos t_1 (a duração da parte 1) a partir da equação $v = v_0 + at$. Assim, $20 = 0 + 2,0t_1$ nos dá $t_1 = 10$ s. Obtemos a duração t_2 da parte 2 usando a mesma equação. Assim, $0 = 20 + (-1,0)t_2$ nos dá $t_2 = 20$ s e o tempo total é $t = t_1 + t_2 = 30$ s.

(b) Na parte 1, fazendo $x_0 = 0$, usamos a equação $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ da Tabela 2-1 para obter

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(20\text{ m/s})^2 - (0)^2}{2(2{,}0\text{ m/s}^2)} = 100\text{ m}$$

Como essa posição é a posição *inicial* da parte 2, usamos a mesma equação na parte 2 para obter

$$x - 100\text{ m} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(0)^2 - (20\text{ m/s})^2}{2(-1{,}0\text{ m/s}^2)}$$

Assim, a posição final é $x = 300$ m. O fato de que essa é também a distância total é evidente (o veículo não fez meia-volta em nenhum momento).

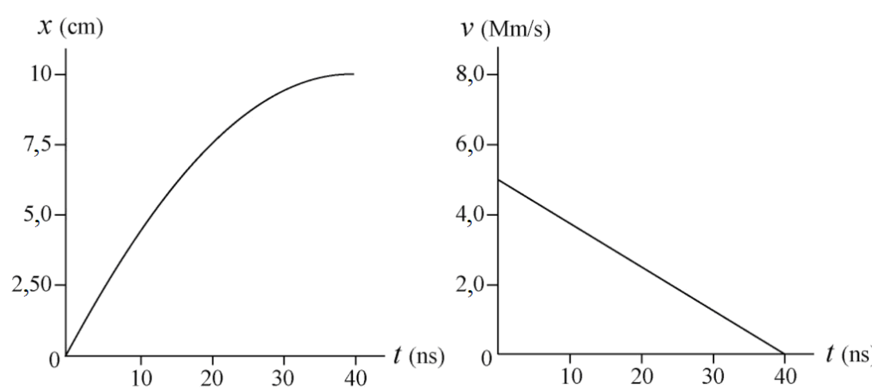
26. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1.

(a) Fazendo $v = 0$ e $x_0 = 0$ em $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, obtemos

$$x = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2}\left(\frac{5{,}00\times 10^6}{-1{,}25\times 10^{14}}\right) = 0{,}100\text{ m}\,.$$

Como a velocidade do múon está diminuindo, a velocidade inicial e a aceleração têm sinais opostos.

(b) Os gráficos a seguir mostram a posição x e a velocidade v do múon em função do tempo. Como o cálculo do item (a) não envolveu o tempo, outras equações da Tabela 2-1 (como $v = v_0 + at$ e $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$) foram usadas para desenhar esses gráficos.



27. Usamos a equação $v = v_0 + at$, com $t = 0$ como o instante em que a velocidade é igual a +9,6 m/s.

(a) Como estamos interessados em calcular a velocidade em um instante *anterior* a $t = 0$, fazemos $t = -2{,}5$ s. Nesse caso, a Eq. 2-11 nos dá

$$v = (9{,}6\text{ m/s}) + \left(3{,}2\text{ m/s}^2\right)(-2{,}5\text{ s}) = 1{,}6\text{ m/s.}$$

(b) Para $t = +2{,}5$ s, temos:

$$v = (9{,}6\text{ m/s}) + \left(3{,}2\text{ m/s}^2\right)(2{,}5\text{ s}) = 18\text{ m/s.}$$

28. Tomamos $+x$ como o sentido do movimento, o que nos dá $v_0 = +24{,}6$ m/s e $a = -4{,}92$ m/s². Também fazemos $x_0 = 0$.

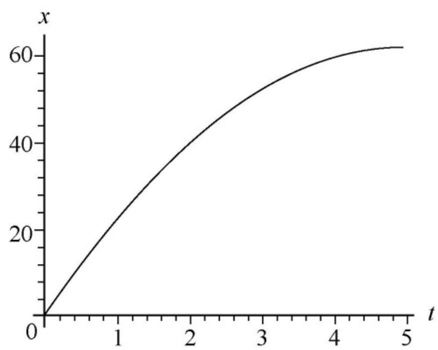
(a) O tempo que o carro leva para parar pode ser calculado usando a Eq. 2-11:

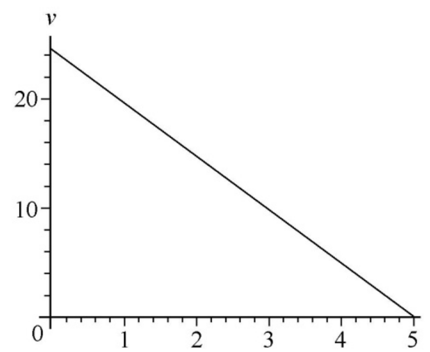
$$0 = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{24{,}6\text{ m/s}}{-4{,}92\text{ m/s}^2} = 5{,}00\text{ s.}$$

(b) Entre as várias equações da Tabela 2-1 que poderíamos usar, escolhemos a Eq. 2-16 [que não depende da resposta do item (a)].

$$0 = v_0^2 + 2ax \Rightarrow x = -\frac{24{,}6\text{ m/s})^2}{2(-4{,}92\text{ m/s}^2)} = 61{,}5\text{ m.}$$

(c) Usando esses resultados, plotamos $v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (gráfico a seguir, à esquerda) e $v_0 + at$ (gráfico à direita) no intervalo $0 \le t \le 5$ s. As unidades do SI estão implícitas.





29. Supomos que os períodos de aceleração (de duração t_1) e de desaceleração (de duração t_2) são períodos de a constante, de modo que as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas. Tomando o sentido do movimento como sendo $+x$, $a_1 = +1{,}22$ m/s^2 e $a_2 = -1{,}22$ m/s^2. Usando unidades do SI, a velocidade no instante $t = t_1$ é $v = 305/60 = 5{,}08$ m/s.

(a) Chamamos de Δx a distância percorrida no intervalo t_1 e usamos a Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_1\Delta x \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{5{,}08^2}{2(1{,}22)} = 10{,}59\text{ m} \approx 10{,}6\text{ m.}$$

(b) Usando a Eq. 2-11, temos:

$$t_1 = \frac{v - v_0}{a_1} = \frac{5{,}08}{1{,}22} = 4{,}17\text{ s.}$$

Como o tempo de desaceleração t_2 é igual a t_1, $t_1 + t_2 = 8{,}34$ s. Como as distâncias percorridas nos intervalos de tempo t_1 e t_2 são iguais, a distância total é 2(10,59 m) = 21,18 m. Isso significa que em uma distância de 190 m – 21,18 m = 168,82 m, o elevador está se movendo com velocidade constante. O tempo que o elevador passa se movendo com velocidade constante é

$$t_3 = \frac{168{,}82\text{ m}}{5{,}08\text{ m/s}} = 33{,}21\text{ s.}$$

Assim, o tempo total é 8,33 s + 33,21 s ≈ 41,5 s.

30. Escolhemos como sentido positivo o sentido da velocidade inicial do carro (o que significa que $a < 0$, já que a velocidade está diminuindo). Supomos que a aceleração é constante e usamos a Tabela 2-1.

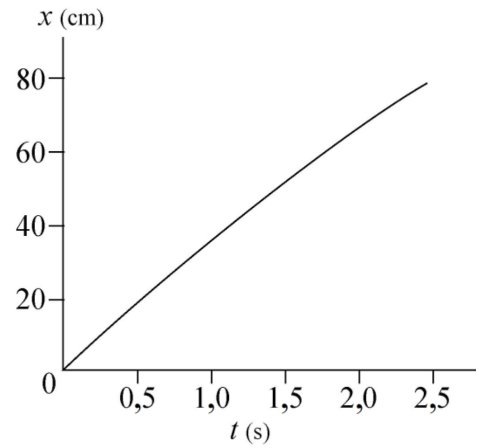
(a) Fazendo $v_0 = 137$ km/h = 38,1 m/s, $v = 90$ km/h = 25 m/s e $a = -5{,}2$ m/s^2 na equação $v = v_0 + at$, temos:

$$t = \frac{25\text{ m/s} - 38\text{ m/s}}{-5{,}2\text{ m/s}^2} = 2{,}5\text{ s .}$$

(b) Supomos que o carro está em $x = 0$ quando os freios são aplicados (no instante $t = 0$). Nesse caso, a posição do carro em função do tempo é dada por

$$x = (38)t + \frac{1}{2}(-5{,}2)t^2$$

em unidades do SI. Essa função está plotada no gráfico a seguir entre $t = 0$ e $t = 2{,}5$ s. Não mostramos o gráfico da velocidade em função do tempo; é uma linha reta de inclinação negativa entre v_0 e v.



31. PENSE A nave espacial é submetida a uma aceleração constante a partir do repouso, e devemos calcular o tempo gasto e a distância percorrida até que a nave atinja uma determinada velocidade.

FORMULE Como se trata de um problema de cinemática unidimensional em que a aceleração é constante, podemos analisar o movimento da nave usando as equações da Tabela 2-1:

$$v = v_0 + at \qquad (2-11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (2-16)$$

ANALISE (a) Para $a = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, $v_0 = 0$ e $v = 0{,}1c = 3{,}0\times10^7\ \text{m/s}$, a Eq. 2-11 nos dá

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{3{,}0\times10^7\ \text{m/s} - 0}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 3{,}1\times10^6\ \text{s}$$

o que corresponde a aproximadamente 1 mês e 6 dias. Assim, o foguete leva pouco mais de um mês para atingir uma velocidade de $0{,}1c$ partindo do repouso com uma aceleração de $9{,}8\ \text{m/s}^2$.

(b) Para calcular a distância percorrida nesse intervalo de tempo, usamos a Eq. 2-15 com $x_0 = 0$ e $v_0 = 0$. O resultado é

$$x = \frac{1}{2}\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)(3{,}1\times10^6\,\text{s})^2 = 4{,}6\times10^{13}\ \text{m}$$

APRENDA Para resolver os itens (a) e (b), não precisamos usar a Eq. 2-16: $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$. Agora podemos usá-la para verificar se as respostas estão corretas. De acordo com essa equação, a velocidade final é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} = \sqrt{0 + 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(4{,}6\times10^{13}\ \text{m} - 0)} = 3{,}0\times10^7\ \text{m/s},$$

Como esse é o valor que aparece no enunciado do problema, sabemos que a solução está correta.

32. A aceleração pode ser calculada usando a Eq. 2-11 (ou a Eq. 2-7, se interpretada corretamente):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(1020\ \text{km/h})\left(\dfrac{1000\ \text{m/km}}{3600\ \text{s/h}}\right)}{1{,}4\ \text{s}} = 202{,}4\ \text{m/s}^2.$$

Em termos de g, a aceleração da gravidade, temos:

$$a = \frac{202,4}{9,8} g = 21g.$$

33. PENSE Como o carro está sendo freado, a aceleração é negativa. Conhecendo a velocidade inicial, a distância percorrida, e sabendo que a aceleração é constante, podemos calcular a aceleração e a velocidade do carro antes do choque.

FORMULE Como se trata de um problema de cinemática unidimensional em que a aceleração é constante, podemos analisar o movimento do carro usando as equações da Tabela 2-1:

$$v = v_0 + at \qquad (2-11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (2-16)$$

Podemos supor que $x_0 = 0$ e $v_0 = 56,0$ km/h = 15,55 m/s são a posição inicial e a velocidade inicial do carro. Resolvendo a Eq. 2-15 para t = 2,00 s, obtemos a aceleração a. Conhecendo a, podemos usar a Eq. 2-11 para calcular a velocidade do carro no instante do choque.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 2-15, temos

$$a = \frac{2(x - v_0 t)}{t^2} = \frac{2\left[(24,0 \text{ m}) - (15,55 \text{ m/s})(2,00 \text{ s})\right]}{(2,00 \text{ s})^2} = -3,56 \text{m/s}^2,$$

o que nos dá $|a| = 3,56 \text{ m/s}^2$. O sinal negativo indica que a aceleração tem o sentido oposto ao da velocidade do carro, ou seja, que o carro está sendo freado.

(b) A velocidade do carro no instante do choque é

$$v = v_0 + at = 15,55 \text{ m/s} + (-3,56 \text{ m/s}^2)(2,00 \text{ s}) = 8,43 \text{ m/s}$$

o que equivale a $30,3$ km/h.

APRENDA Para resolver os itens (a) e (b), não precisamos usar a Eq. 2-16: $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$. Agora podemos usá-la para verificar se as respostas estão corretas. De acordo com essa equação, a velocidade final é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} = \sqrt{(15,55 \text{ m/s})^2 + 2(-3,56 \text{ m/s}^2)(24 \text{ m} - 0)} = 8,43 \text{ m/s}$$

Como esse é o valor calculado no item (b), sabemos que a solução está correta.

34. Seja d a distância de 220 m entre os carros no instante $t = 0$, v_1 a velocidade de 20 km/h = 50/9 m/s correspondente ao ponto x_1 = 44,5 m e v_2 a velocidade de 40 km/h =100/9 m/s correspondente ao ponto x_2 = 76,6 m. Temos duas equações (baseadas na Eq. 2-17):

$$d - x_1 = v_o t_1 + a\, t_1^2/2 \qquad \text{na qual } t_1 = x_1/v_1$$

$$d - x_2 = v_o t_2 + a\, t_2^2/2 \qquad \text{na qual } t_2 = x_2/v_2$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos os seguintes resultados:

(a) A velocidade inicial do carro verde é v_o = –13,9 m/s, ou aproximadamente –50 km/h (o sinal negativo indica que o carro se move no sentido negativo do eixo x).

(b) A aceleração do carro verde é a = –2,0 m/s^2 (o sinal negativo indica que a aceleração é no sentido negativo do eixo x).

35. As posições dos carros em função do tempo são dadas por

$$x_A(t) = x_{A0} + \frac{1}{2}a_A t^2 = (-35{,}0\text{ m}) + \frac{1}{2}a_A t^2$$
$$x_B(t) = x_{B0} + v_B t = (270\text{ m}) - (20\text{ m/s})t$$

Os dois carros se cruzam no instante t = 12,0 s em que as retas se encontram. Isso significa que

$$(270\text{ m}) - (20\text{ m/s})(12{,}0\text{ s}) = 30\text{ m} = (-35{,}0\text{ m}) + a_A(12{,}0\text{ s})^2/2$$

o que nos dá $a_A = 0{,}90\text{ m/s}^2$.

36. (a) Usamos a Eq. 2-15 para a parte 1 do percurso e a Eq. 2-18 para a parte 2:

$$\Delta x_1 = v_{01}t_1 + a_1 t_1^2/2 \quad \text{em que } a_1 = 2{,}25\text{ m/s}^2 \text{ e } \Delta x_1 = \frac{900}{4}\text{m}$$
$$\Delta x_2 = v_2 t_2 - a_2 t_2^2/2 \quad \text{em que } a_2 = -0{,}75\text{ m/s}^2 \text{ e } \Delta x_2 = \frac{3(900)}{4}\text{m}$$

Além disso, $v_{01} = v_2 = 0$. Resolvendo as duas equações e somando os tempos, obtemos $t = t_1 + t_2$ = 56,6 s.

(b) Usamos a Eq. 2-16 para a parte 1 do percurso:

$$v^2 = (v_{o1})^2 + 2a_1\Delta x_1 = 0 + 2(2{,}25)\left(\frac{900}{4}\right) = 1013\text{ m}^2/\text{s}^2$$

o que nos dá uma velocidade máxima v = 31,8 m/s.

37. (a) De acordo com a figura, x_0 = –2,0 m. Usamos a equação

$$x - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

com t = 1,0 s e também com t = 2,0 s. Isso nos dá duas equações com duas incógnitas, v_0 e a:

$$0{,}0 - (-2{,}0) = v_0(1{,}0) + \frac{1}{2}a(1{,}0)^2$$
$$6{,}0 - (-2{,}0) = v_0(2{,}0) + \frac{1}{2}a(2{,}0)^2.$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos v_0 = 0 e a = 4,0 m/s².

(b) O fato de que a resposta é positiva significa que o vetor aceleração aponta no sentido positivo do eixo x.

38. Supomos que o trem acelera a partir do repouso ($v_0 = 0$ e $x_0 = 0$) com uma aceleração $a_1 = +1.34\text{ m/s}^2$ até o ponto médio do percurso e depois desacelera com uma aceleração $a_2 = -1.34\text{ m/s}^2$ até parar (v_2 = 0) na estação seguinte. O ponto médio é x_1 = 806/2 = 403 m.

(a) Chamando de v_1 a velocidade no ponto médio, temos, de acordo com a Eq. 2-16,

$$v_1^2 = v_0^2 + 2a_1x_1 \;\Rightarrow\; v_1 = \sqrt{2(1{,}34)(403)} = 32{,}9\text{ m/s}.$$

(b) O tempo t_1 que o trem passa acelerando é (usando a Eq. 2-15)

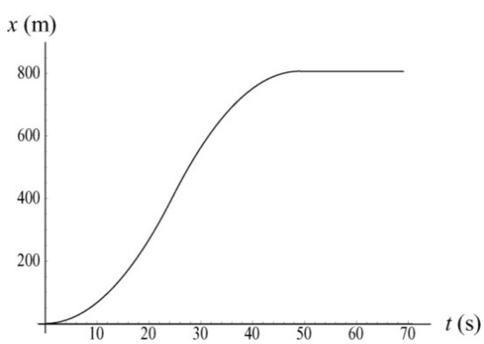
$$x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2(403)}{1,34}}\ .$$

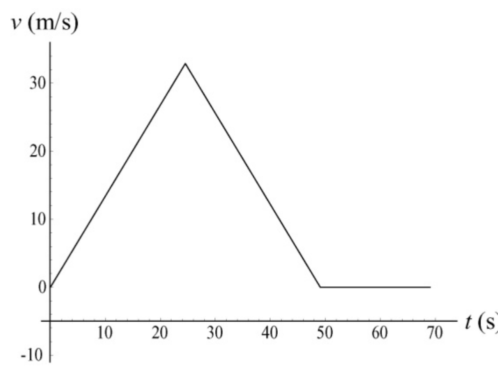
Como o tempo que o trem passa desacelerando é igual, multiplicamos este resultado por dois para obter t = 49,1 s como tempo de percurso entre as estações.

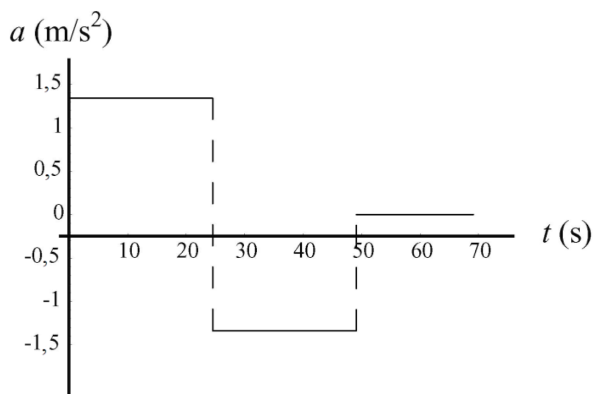
(c) Com um "tempo morto" de 20 s, temos $T = t + 20$ = 69,1 s para o tempo total entre as partidas. Assim, a Eq. 2-2 nos dá

$$v_{\text{med}} = \frac{806 \text{ m}}{69,1 \text{ s}} = 11,7 \text{ m/s}\ .$$

(d) A figura seguinte mostra os gráficos de x, v e a em função de t. O terceiro gráfico, $a(t)$, é formado por três "degraus" horizontais, um em 1,34 m/s² no intervalo $0 < t <$ 24,53 s, outro em –1,34 m/s² no intervalo 24,53 s $< t <$ 49,1 s e o último no "tempo morto" entre 49,1 s e 69,1 s.







39. (a) Notamos que v_A = 12/6 = 2 m/s (com dois algarismos significativos implícitos). Assim, com um valor inicial de x de 20 m, o carro A estará no ponto x = 28 m no instante t = 4 s. Este deve ser o valor de x para o carro B no mesmo instante; usamos a Eq. 2-15:

$$28 \text{ m} = (12 \text{ m/s})t + a_B t^2/2 \quad \text{para } t = 4,0 \text{ s}\ .$$

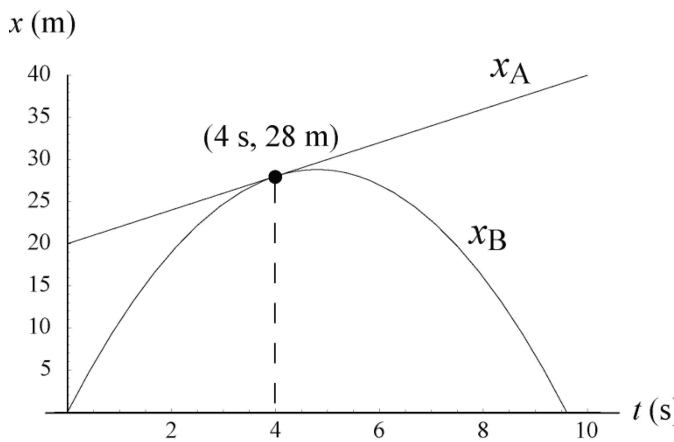
Isso nos dá a_B = – 2,5 m/s².

(b) A questão é a seguinte: usando o valor obtido para a_B no item (a), existem outros valores de t (além de t = 4 s) para os quais $x_A = x_B$? Em termos matemáticos, a condição é a seguinte:

$$20 + 2t = 12t + a_B t^2/2$$

em que a_B = –5/2. A equação possui duas raízes diferentes, a menos que o discriminante $\sqrt{10^2 - 2(-20)(aB)}$ seja nulo. Em nosso caso, o discriminante *é* nulo, o que significa que existe apenas uma raiz. Os carros ficam lado a lado apenas no instante t = 4 s.

(c) O gráfico pedido, que aparece a seguir, é formado por uma linha reta (x_A) tangente a uma parábola (x_B) no ponto t = 4.



(d) Estamos interessados apenas nas raízes *reais*, o que significa que $10^2 - 2(-20)(a_B) \geq 0$. Para $|a_B| > 5/2$, não existem soluções reais para a equação e, portanto, os carros nunca ficam lado a lado.

(e) Nesse caso, temos $10^2 - 2(-20)(a_B) > 0 \Rightarrow$ duas raízes reais. Os carros ficam lado a lado em duas ocasiões diferentes.

40. Tomando o sentido positivo do eixo x como o sentido do movimento, $a = -5{,}18$ m/s² e $v_0 = 55(1000/3600) = 15{,}28$ m/s.

(a) Como a velocidade durante o tempo de reação T é constante, a distância percorrida é

$$d_r = v_0 T - (15{,}28 \text{ m/s})\ (0{,}75 \text{ s}) = 11{,}46 \text{ m}.$$

Podemos usar a Eq. 2-16 (com $v = 0$) para calcular a distância d_f percorrida durante a frenagem:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad_b \;\Rightarrow\; d_b = -\frac{15{,}28^2}{2(-5{,}18)}$$

o que nos dá $d_f = 22{,}53$ m. Assim, a distância total é $d_r + d_f = 34{,}0$ m, o que significa que o motorista *consegue* parar a tempo. Se o motorista mantivesse a velocidade v_0, o carro chegaria ao cruzamento em $t = (40 \text{ m})/(15{,}28 \text{ m/s}) = 2{,}6$ s, um tempo apenas suficiente para passar pelo cruzamento antes de o sinal ficar vermelho.

(b) Nesse caso, a distância total para parar (que no item (a) foi calculada como sendo 34 m) é maior que a distância até o cruzamento, de modo que o motorista não conseguiria parar a tempo. Além disso, o tempo para chegar ao cruzamento sem frear seria 32/15,28 = 2,1 s, enquanto o sinal ficaria vermelho em 1,8 s. O motorista estaria entre a cruz e a caldeirinha.

41. O deslocamento Δx para cada trem é a área sob a curva, já que o deslocamento é a integral da velocidade. As áreas são triangulares e a área de um triângulo é 1/2(base) × (altura). Assim, em valor absoluto, o deslocamento de um dos trens é (1/2)(40 m/s)(5 s) = 100 m e o deslocamento do outro é (1/2)(30 m/s)(4 s) = 60 m. Como a distância inicial entre os trens era 200 m, a distância final é 200 – (100 + 60) = 40 m.

42. (a) Note que 110 km/h equivalem a 30,56 m/s. Em 2 s, seu carro percorre uma distância de 61,11 m. O carro da polícia, que está freando, percorre uma distância (dada pela Eq. 2-15) de 51,11 m. Como a distância inicial entre os dois carros era 25 m, isso significa que a distância diminuiu para 25 – (61,11 – 51,11) = 15 m.

(b) Primeiro somamos 0,4 s ao tempo do item (a). Durante um intervalo de 2,4 s, seu carro percorre uma distância de 73,33 m e o carro da polícia percorre uma distância (dada pela Eq. 2-15) de 58,93 m. A distância inicial entre os carros, que era de 25 m, diminui portanto para 25 – (73,33 – 58,93) = 10,6 m. A velocidade do carro da polícia nesse instante, que vamos chamar de t_0, é 30,56 – 5(2,4) = 18,56 m/s. A colisão ocorre no instante t no qual $x_{\text{você}} = x_{\text{polícia}}$ (escolhemos coordenadas tais que sua posição é $x = 0$ e a do carro de polícia é $x = 10{,}6$ m no instante t_0). Nesse caso, de acordo com a Eq. 2-15, temos:

$$x_{\text{polícia}} - 10{,}6 = 18{,}56(t - t_0) - (5)(t - t_0)^2/2$$
$$x_{\text{você}} = 30{,}56(t - t_0) - (5)(t - t_0)^2/2\ .$$

Subtraindo as equações membro a membro, obtemos

$$10{,}6 = (30{,}56 - 18{,}56)(t - t_0) \;\Rightarrow\; 0{,}883 \text{ s} = t - t_0.$$

No instante da colisão, sua velocidade é $30{,}56 + a(t - t_0) = 30{,}56 - 5(0{,}883) \approx 26$ m/s (ou 94 km/h).

43. Nesta solução, optamos por esperar até o final para converter as unidades para o SI. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. Começamos pela Eq. 2-17, chamando a velocidade inicial do trem de v_t e a velocidade da locomotiva de v_ℓ (que é também a velocidade final do trem, se a colisão for evitada por muito pouco). Note que a distância Δx é a soma da distância inicial, D, com a distância percorrida durante o tempo t pela locomotiva, $v_\ell t$. Assim,

$$\frac{v_t + v_\ell}{2} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{D + v_\ell t}{t} = \frac{D}{t} + v_\ell .$$

Podemos agora usar a Eq. 2-11 para eliminar o tempo da equação. Temos:

$$\frac{v_t + v_\ell}{2} = \frac{D}{(v_\ell - v_t)/a} + v_\ell$$

o que nos dá

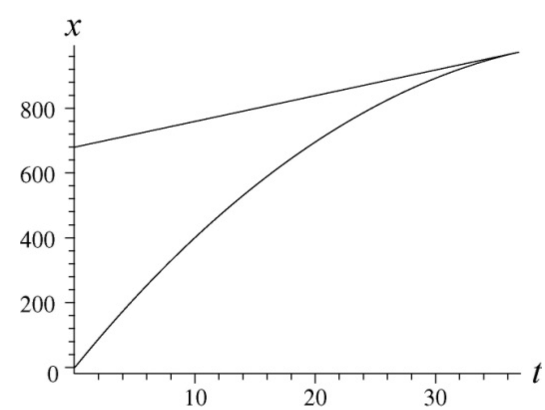
$$a = \left(\frac{v_t + v_\ell}{2} - v_\ell\right)\left(\frac{v_\ell - v_t}{D}\right) = -\frac{1}{2D}(v_\ell - v_t)^2 .$$

Assim,

$$a = -\frac{1}{2(0{,}676 \text{ km})}\left(29\frac{\text{km}}{\text{h}} - 161\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 = -12888 \text{ km/h}^2$$

que pode ser convertida da seguinte forma:

$$a = \left(-12.888 \text{ km/h}^2\right)\left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right)\left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right)^2 = -0{,}994 \text{ m/s}^2$$



de modo que o valor absoluto da aceleração é $|a| = 0{,}994$ m/s². O gráfico acima mostra o caso em que a colisão foi evitada por pouco (x está em metros e t em segundos). A reta mostra o movimento da locomotiva, e a curva mostra o movimento do trem.

O gráfico para o outro caso (no qual a colisão ocorre por pouco) seria semelhante, exceto pelo fato de que a inclinação da curva seria maior que a inclinação da reta no ponto em que as duas se encontram.

44. Desprezando a resistência do ar, fazemos $a = -g = -9{,}8$ m/s² (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração é constante. O nível do chão é tomado como sendo a origem do eixo y.

(a) Usando a equação $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ com $y = 0{,}544$ m e $t = 0{,}200$ s, temos

$$v_0 = \frac{y + \frac{1}{2} g t^2}{t} = \frac{0{,}544 + \frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}200)^2}{0{,}200} = 3{,}70 \text{ m/s} .$$

(b) A velocidade no ponto $y = 0{,}544$ m é

$$v = v_0 - gt = 3{,}70 - (9{,}8)(0{,}200) = 1{,}74 \text{ m/s} .$$

(c) Usando a equação $v^2 = v_0^2 - 2gy$ (com valores diferentes de y e v), podemos encontrar o valor de y correspondente à altura máxima (na qual $v = 0$).

$$y = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{3,7^2}{2(9,8)} = 0,698 \text{ m} .$$

Assim, o tatu sobe mais 0,698 – 0,544 = 0,154 m.

45. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, uma bola lançada verticalmente para cima está sujeita à aceleração causada pela força gravitacional.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da bola é $a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$, podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a:

$$v = v_0 - gt \qquad (2-11)$$

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (2-16)$$

Como a bola é lançada a partir do solo, $y_0 = 0$. Quando a bola atinge a altura máxima y, a velocidade da bola se anula momentaneamente ($v = 0$). Assim, a relação entre a velocidade inicial v_0 e a altura máxima y é dada pela equação $v_0^2 - 2gy = 0$. Por outro lado, a relação entre o tempo que a bola leva para atingir a altura máxima e a velocidade inicial é dada pela equação $v_0 - gt = 0$.

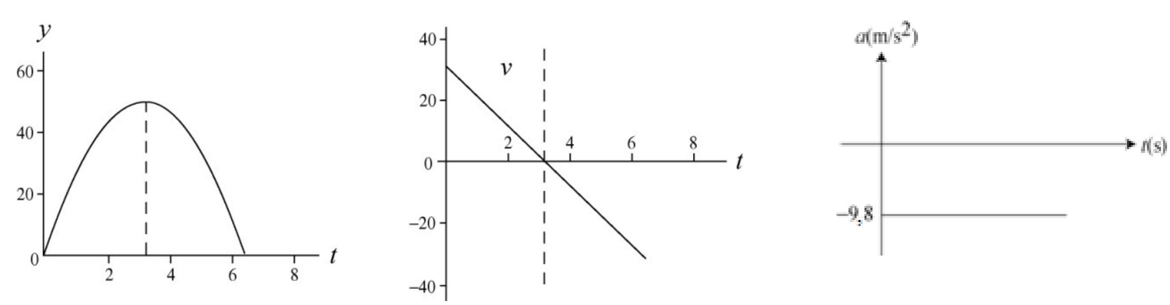
ANALISE (a) No ponto mais alto da trajetória $v = 0$ e $v_0 = \sqrt{2gy}$. Para $y = 50$ m, a velocidade inicial da bola é

$$v_0 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(50 \text{ m})} = 31,3 \text{ m/s}.$$

(b) Para o valor de v_0 calculado no item (a), o tempo total de permanência da bola no ar é

$$T = \frac{2v_0}{g} = \frac{2(31,3 \text{ m/s})}{9,8 \text{ m/s}^2} = 6,39 \text{ s}$$

(c) As figuras mostram os gráficos de y, v e a em função do tempo. Para $t = 3,19$ s, $y = 50$ m e $v = 0$. O gráfico da aceleração é uma reta horizontal.



APRENDA O tempo de permanência da bola no ar também poderia ser calculado com o auxílio da Eq. 2-15. Como, para $t = T > 0$, a bola está de volta ao ponto de partida ($y = 0$), temos

$$y = v_0 T - \frac{1}{2} g T^2 = 0 \;\Rightarrow\; T = \frac{2v_0}{g}$$

46. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$ (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x).

(a) Usando a Eq. 2-16 e escolhendo a raiz negativa (já que a velocidade final é para baixo), temos:

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y} = -\sqrt{0 - 2(9{,}8)(-1700)} = -183\,.$$

A velocidade escalar das gotas seria, portanto, 183 m/s.

(b) É difícil dar uma resposta convincente sem uma análise mais profunda. A massa de uma gota de chuva não passa de um grama, de modo que a massa e a velocidade [calculada no item (a)] de uma gota de chuva são bem menores que as de uma bala de revólver, o que é animador. Entretanto, o fato de que estamos falando de *muitas* gotas nos leva a suspeitar que andar na chuva poderia ser perigoso. Levando em conta a resistência do ar, naturalmente, a velocidade final das gotas de chuva é bem menor, de modo que andar na chuva é perfeitamente seguro.

47. PENSE Neste problema de cinemática unidimensional, uma chave de grifo em queda livre está sujeita à aceleração causada pela força gravitacional.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da chave de grifo é $a = -g = -9{,}8$ m/s^2, podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a:

$$v = v_0 - gt \qquad (2-11)$$

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (2-16)$$

Neste caso, como conhecemos a velocidade inicial ($v_0 = 0$) e a velocidade final, a equação mais conveniente para determinar a altura de onde caiu a chave é a Eq. 2-16 e a equação mais adequada para determinar o tempo de queda é a Eq. 2-11.

ANALISE (a) Fazendo $\Delta y = y - y_0$ na Eq. 2-16 e explicitando Δy, obtemos

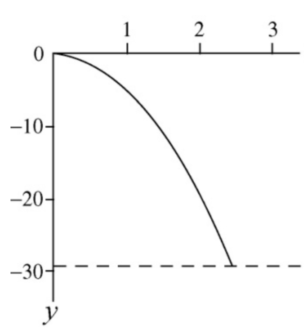
$$\Delta y = \frac{v_0^2 - v^2}{2a} = \frac{0 - (-24\text{ m/s})^2}{2(-9{,}8\text{ m/s}^2)} = 29{,}4\text{ m}$$

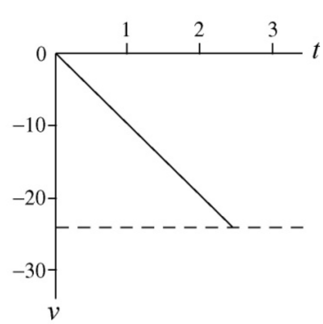
Isso significa que a chave de grifo caiu de uma altura de 29,4 m.

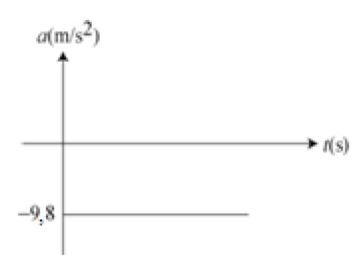
(b) Explicitando t na Eq. 2-11, obtemos

$$t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{0 - (-24\text{ m/s})}{9{,}8\text{ m/s}^2} = 2{,}45\text{ s}$$

(c) As figuras mostram os gráficos de y, v e a em função do tempo. O gráfico de y em função do tempo foi traçado tomando como origem a posição inicial da chave de grifo. O gráfico da aceleração é uma reta horizontal.







APRENDA Quando a chave de grifo cai, como $a = -g <$, a velocidade escalar aumenta, mas a velocidade se torna mais negativa, como mostra o gráfico do meio.

48. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8\ \text{m/s}^2$ (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x).

(a) Notando que $\Delta y = y - y_0 = -30$ m, usamos a Eq. 2-15 e a fórmula para calcular as raízes de uma equação do segundo grau (Apêndice E) para obter o valor de t:

$$\Delta y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

Fazendo $v_0 = -12$ m/s (já que o movimento é para baixo) e escolhendo a raiz positiva (já que $t > 0$), obtemos:

$$t = \frac{-12 + \sqrt{(-12)^2 - 2(9{,}8)(-30)}}{9{,}8} = 1{,}54\ \text{s}.$$

(b) Conhecendo o valor de t, poderíamos usar qualquer das equações da Tabela 2-1 para obter o valor de v; entretanto, a única equação que não usa o resultado do item (a) é a Eq. 2-16:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y} = 27{,}1\ \text{m/s}$$

na qual foi escolhida a raiz positiva para obter a *velocidade escalar* (que é o módulo do vetor velocidade).

49. PENSE Neste problema, um pacote é deixado cair de um balão que está subindo verticalmente, e devemos analisar o movimento do pacote sob a ação da gravidade.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da chave de grifo é $a = -g = -9{,}8\ \text{m/s}^2$, podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a:

$$v = v_0 - gt \qquad (2-11)$$

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (2-16)$$

A velocidade inicial do pacote é igual à velocidade do balão, $v_0 = +12$ m/s. Tomando o solo como origem do sistema de coordenadas, a coordenada inicial do pacote é $y_0 = +80$ m. O tempo necessário para que o pacote chegue ao solo pode ser determinado resolvendo a Eq. 2-15 com $y = 0$. A velocidade do pacote ao atingir o solo pode ser determinada resolvendo a Eq. 2-11.

ANALISE (a) Para determinar o valor de t, resolvemos a equação do segundo grau $0 = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ com o auxílio da fórmula de Báskara e escolhemos a raiz positiva:

$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gy_0}}{g} = \frac{12\ \text{m/s} + \sqrt{(12\ \text{m/s})^2 + 2\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)\left(80\ \text{m}\right)}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 5{,}45\ \text{s}$$

b) Explicitando v na Eq. 2-11, obtemos

$$v = v_0 - gt = 12\ \text{m/s} - (9{,}8\ \text{m/s}^2)(5{,}447\ \text{s}) = -41{,}38\ \text{m/s}$$

A *velocidade escalar* com a qual o pacote atinge o solo é de 41,38 m/s.

APRENDA Podemos verificar se as respostas estão corretas usando a Eq. 2-16, que não foi utilizada para resolver os itens (a) e (b). Substituindo os valores conhecidos na Eq. 2-16, obtemos

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)} = -\sqrt{(12\ \text{m/s})^2 - 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0 - 80\ \text{m})} = -41{,}38\ \text{m/s}$$

Como esse é o valor calculado no item (b), sabemos que a solução está correta.

50. A coordenada y da maçã 1 obedece à equação $y - y_{01} = -g\,t^2/2$, na qual $y = 0$ para $t = 2{,}0$ s. Explicitando y_{01}, obtemos $y_{01} = 19{,}6$ m.

A equação da coordenada y da maçã 2 (que, de acordo com o gráfico, foi lançada no instante $t = 1{,}0$ s com velocidade v_2) é

$$y - y_{02} = v_2(t - 1{,}0) - g\,(t - 1{,}0)^2/2$$

em que $y_{02} = y_{01} = 19{,}6$ m e $y = 0$ para $t = 2{,}25$ s. Assim, obtemos $|v_2| = 9{,}6$ m/s, aproximadamente.

51. (a) Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima, usamos a Eq. 2-11 para calcular a velocidade inicial do instrumento:

$$v = v_0 + at \;\Rightarrow\; 0 = v_0 - (9{,}8\text{ m/s}^2)(2{,}0\text{ s})$$

o que nos dá $v_0 = 19{,}6$ m/s. Agora podemos usar a Eq. 2-15:

$$\Delta y = (19{,}6\text{ m/s})(2{,}0\text{ s}) + (-9{,}8\text{ m/s}^2)(2{,}0\text{ s})^2/2 \approx 20\text{ m}\,.$$

Note que o "2,0 s" neste segundo cálculo se refere ao intervalo de tempo $2 < t < 4$ do gráfico, enquanto o "2,0 s" no primeiro cálculo se referia ao intervalo $0 < t < 2$ mostrado no gráfico.

(b) No cálculo do item (b), o intervalo de tempo "6,0 s" se refere ao intervalo $2 < t < 8$:

$$\Delta y = (19{,}6\text{ m/s})(6{,}0\text{ s}) + (-9{,}8\text{ m/s}^2)(6{,}0\text{ s})^2/2 \approx -59\text{ m}\,,$$

ou $|\Delta y| = 59\text{ m}$.

52. A queda do parafuso é descrita pela equação

$$y - y_0 = -g\,t^2/2$$

sendo $y - y_0 = -90$ m (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Assim, o tempo de queda é $t = 4{,}29$ s. O tempo gasto nos primeiros 80% da queda é dado por $-72 = -g\tau^2/2$ ou $\tau = 3{,}83$ s.

(a) Assim, os últimos 20% da queda são cobertos em um tempo $t - \tau = 0{,}45$ s.

(b) Podemos calcular a velocidade usando a equação $v = -g\tau$, que nos dá $|v| = 38$ m/s, aproximadamente.

(c) Da mesma forma, $v_{final} = -g\,t \;\Rightarrow\; |v_{final}| = 42$ m/s.

53. PENSE Este problema envolve dois objetos: uma chave deixada cair de uma ponte e um barco que se move com velocidade constante. Devemos determinar a velocidade do barco com base na informação de que a chave cai no barco.

FORMULE A velocidade do barco é dada por $v_b = d/t$, em que d é a distância entre o barco e a ponte no instante em que a chave começa a cair (12 m), e t é tempo que a chave leva para cair. O valor de t pode ser calculado usando a Eq. 2-16 com g no lugar de a.

ANALISE Vamos tomar o rio como origem do sistema de coordenadas. Como a velocidade inicial da chave é zero e a coordenada inicial da chave é 45 m, a Eq. 2-16 nos dá

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(45\text{ m})}{9{,}8\text{ m/s}^2}} = 3{,}03\text{ s}$$

A velocidade do barco é $v_b = \dfrac{12\text{ m}}{3{,}03\text{ s}} = 4{,}0\text{ m/s}$.

APRENDA De acordo com a expressão geral $v_b = \dfrac{d}{t} = \dfrac{d}{\sqrt{2y_0/g}} = d\sqrt{\dfrac{g}{2y_0}}$, $v_b \sim 1/\sqrt{y_0}$. Isso está de acordo com a ideia intuitiva de que quanto menor a altura da qual a chave é deixada cair, maior deve ser a velocidade do barco.

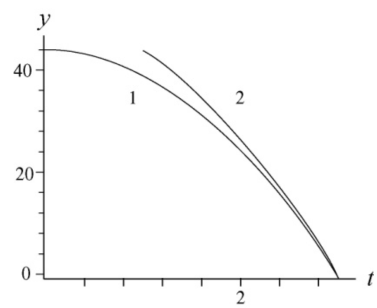
54. (a) Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x). Usamos variáveis com uma plica (exceto t) para a primeira pedra, que tem velocidade inicial zero, e variáveis sem uma plica para a segunda pedra, que tem velocidade inicial $-v_0$. As unidades são todas do SI.

$$\begin{aligned}\Delta y' &= 0(t) - \frac{1}{2}gt^2 \\ \Delta y &= (-v_0)\ (t-1) - \frac{1}{2}g(t-1)^2\end{aligned}$$

Como, de acordo com o enunciado, $\Delta y' = \Delta y = -43{,}9$ m, podemos obter o valor de t na primeira equação ($t = 2{,}99$ s) e usar este resultado na segunda equação para obter a velocidade inicial da segunda pedra:

$$-43{,}9 = (-v_0)(1{,}99) - \frac{1}{2}(9{,}8)(1{,}99)^2$$

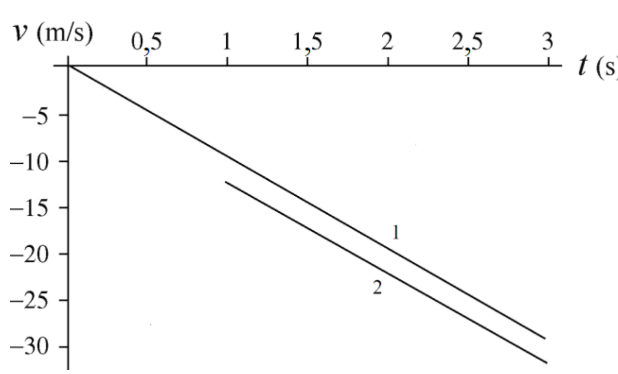
o que nos dá $v_0 = 12{,}3$ m/s. O gráfico da posição das pedras em função do tempo é mostrado a seguir.



(b) A velocidade das pedras é dada por

$$v'_y = \frac{d(\Delta y')}{dt} = -gt, \qquad v_y = \frac{d(\Delta y)}{dt} = -v_0 - g(t-1)$$

O gráfico da velocidade das pedras em função do tempo é mostrado a seguir.



55. PENSE A bola de argila chega ao solo com uma velocidade diferente de zero e sofre uma desaceleração até parar.

FORMULE A aceleração média da bola depois de atingir o solo é dada por $a_{\text{méd}} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, em que Δv é a variação de velocidade até a bola parar, e $\Delta t = 20{,}0 \times 10^{-3}$ s é o tempo que a bola leva para parar. Isso significa que, para calcular a aceleração, precisamos conhecer a velocidade da bola no instante em que ela atinge o solo.

ANALISE (a) Para determinar a velocidade da bola no instante em que ela atinge o solo, podemos usar a Eq. 2-16 com $v_0 = 0$, $a = -g$, $y = 0$ e $y_0 = 15{,}0$ m, o que nos dá

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)} = -\sqrt{0 - 2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0 - 15\ \text{m})} = -17{,}15\ \text{m/s}$$

em que o sinal negativo significa que a bola está se movendo para baixo no momento do choque. A aceleração média da bola depois de se chocar com o solo é

$$a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-17{,}1\ \text{m/s})}{20{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s}} = 857\ \text{m/s}^2$$

(b) O sinal positivo indica que o sentido da aceleração média é para cima.

APRENDA Como Δt é muito pequeno, é natural que seja necessária uma aceleração muito grande para reduzir a zero a velocidade da bola. Em capítulos posteriores, vamos ver que a aceleração está relacionada diretamente ao módulo e direção da força exercida pelo solo sobre a bola durante a colisão.

56. Usamos a Eq. 2-16,

$$v_B^{\,2} = v_A^{\,2} + 2a(y_B - y_A),$$

com $a = -9{,}8$ m/s², $y_B - y_A = 0{,}40$ m e $v_B = v_A/3$. O resultado é imediato: $v_A = 3{,}0$ m/s, aproximadamente.

57. A aceleração média durante o contato com o piso é $a_{\text{med}} = (v_2 - v_1)/\Delta t$, em que v_1 é a velocidade no momento em que a bola atinge o piso, v_2 é a velocidade da bola no momento em que deixa o piso e Δt é o tempo de contato com o piso (12×10^{-3} s).

(a) Tomando o sentido do eixo y como positivo para cima e colocando a origem no ponto de onde a bola foi deixada cair, calculamos primeiro a velocidade da bola no instante em que atinge o piso, usando a equação $v_1^2 = v_0^2 - 2gy$. Para $v_0 = 0$ e $y = -4{,}00$ m, o resultado é

$$v_1 = -\sqrt{-2gy} = -\sqrt{-2(9{,}8)(-4{,}00)} = -8{,}85\ \text{m/s}$$

no qual o sinal negativo foi escolhido porque o movimento da bola é para baixo. Para calcular a velocidade no momento em que a bola deixa o piso (a bola atinge uma altura de 2,00 m e vamos desprezar a resistência do ar), usamos a equação $v^2 = v_2^2 - 2g(y - y_0)$ com $v = 0$, $y = -2{,}00$ m (já que a bola atinge uma altura 2 m *abaixo* da altura inicial) e $y_0 = -4{,}00$ m. Assim,

$$v_2 = \sqrt{2g(y - y_0)} = \sqrt{2(9{,}8)(-2{,}00 + 4{,}00)} = 6{,}26\ \text{m/s}.$$

A aceleração média é, portanto,

$$a_{\text{med}} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{6{,}26 + 8{,}85}{12{,}0 \times 10^{-3}} = 1{,}26 \times 10^3\ \text{m/s}^2.$$

(b) O resultado positivo indica que o vetor aceleração aponta para cima. Em um capítulo posterior, este fato será relacionado diretamente ao módulo e orientação da força exercida pelo piso sobre a bola durante a colisão.

58. Tomamos o sentido do eixo y como positivo *para baixo* e a origem das coordenadas como o ponto de onde o objeto foi deixado cair (e como o instante $t = 0$). Representamos o intervalo de 1,00 s mencionado no problema como $t - t'$, no qual t é o instante em que o objeto atinge o solo e t' é o instante um segundo antes do instante da queda. A distância correspondente é $y - y' = 0{,}50h$, sendo que y é a coordenada do solo. Nesse caso, $y = h$ e, portanto, $h - y' = 0{,}50h$ ou $0{,}50h = y'$.

(a) Podemos calcular t' e t usando a Eq. 2-15 (com $v_0 = 0$):

$$y' = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{2y'}{g}}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}}.$$

Fazendo $y = h$ e $y' = 0{,}50h$ e dividindo as equações membro a membro, obtemos

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{2(0{,}50h)/g}{2h/g}} = \sqrt{0{,}50}\ .$$

Fazendo $t' = t - 1{,}00$ (as unidades do SI estão implícitas), temos:

$$t - 1{,}00 = t\sqrt{0{,}50} \ \Rightarrow\ t = \frac{1{,}00}{1 - \sqrt{0{,}50}}$$

o que nos dá $t = 3{,}41$ s.

(b) Substituindo este resultado na equação $y = \frac{1}{2}gt^2$, obtemos $h = 57$ m.

(c) Em nossos cálculos, não resolvemos uma equação do segundo grau, mas "escolhemos uma raiz" quando supusemos [no último cálculo do item (a)] que $\sqrt{0{,}50} = +0{,}707$ em vez de $-0{,}707$. Se tivéssemos usado a solução $\sqrt{0{,}50} = -0{,}707$, o tempo obtido seria aproximadamente $t = 0{,}6$ s, o que resultaria em um valor negativo para $t' = t - 1$ (ou seja, um instante *anterior* ao início da queda, o que constitui uma situação fisicamente inaceitável).

59. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x). Tomamos o nível do piso como origem do eixo y.

(a) Tomando o instante em que a gota 1 deixa o chuveiro como $t = 0$, o instante t_1 em que a gota atinge o piso pode ser calculado usando a Eq. 2-15 com $v_0 = 0$ e $y_1 = -2{,}00$ m:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \ \Rightarrow\ t_1 = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{-2(-2{,}00)}{9{,}8}} = 0{,}639 \text{ s.}$$

Esse é o instante no qual a quarta gota começa a cair. Pela regularidade com a qual as gotas caem, podemos concluir que a gota 2 sai do chuveiro em $t = 0{,}639/3 = 0{,}213$ s e a gota 3 sai do chuveiro em $t = 2(0{,}213 \text{ s}) = 0{,}426$ s. Assim, o tempo de queda da gota 2 até o momento em que a gota 1 atinge o piso é $t_2 = t_1 - 0{,}213 \text{ s} = 0{,}426$ s. A posição da gota 2 no momento em que a gota 1 atinge o piso é

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 = -\frac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}426 \text{ s})^2 = -0{,}889 \text{ m,}$$

ou aproximadamente 89 cm abaixo do chuveiro.

(b) O tempo de queda da gota 3 até o momento em que a gota 1 atinge o piso é $t_3 = t_1 - 0{,}426 \text{ s} = 0{,}213$ s. A posição da gota 3 no momento em que a gota 1 atinge o piso é

$$\begin{aligned} y_2 &= -\frac{1}{2}gt_2^2 = -\frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}426)^2 = -0{,}889 \text{ m} \\ y_3 &= -\frac{1}{2}gt_3^2 = -\frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}213)^2 = -0{,}222 \text{ m}\ , \end{aligned}$$

ou aproximadamente 22 cm abaixo do chuveiro.

60. Para calcular a "velocidade de lançamento" da pedra, aplicamos a Eq. 2-11 à altura máxima (na qual a velocidade é nula):

$$v = v_0 - gt \ \Rightarrow\ 0 = v_0 - (9{,}8)(2{,}5)$$

o que nos dá $v_0 = 24{,}5$ m/s (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima). Agora usamos a Eq. 2-15 para calcular a altura da torre (supondo que $y_0 = 0$ no nível do solo):

$$y - y_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \ \Rightarrow\ y - 0 = (24{,}5)(1{,}5) - \frac{1}{2}(9{,}8)(1{,}5)^2 .$$

Assim, $y = 26$ m.

61. Supomos que o sentido positivo do eixo y é *para baixo* e que a origem das coordenadas está no alto do edifício (cuja altura é H). Durante a queda, a bola passa (com velocidade v_1) pelo alto da janela (que está na coordenada y_1) no instante t_1 e passa pelo peitoril da janela (que está na coordenada y_2) no instante t_2. Sabemos que $y_2 - y_1 = 1{,}20$ m e que $t_2 - t_1 = 0{,}125$ s. Usando a Eq. 2-15, temos:

$$y_2 - y_1 = v_1(t_2 - t_1) + g(t_2 - t_1)^2 / 2$$

o que nos dá

$$v_1 = \frac{1{,}20 - \frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}125)^2}{0{,}125} = 8{,}99 \text{ m/s}.$$

Usando a Eq. 2-16 (com $v_0 = 0$), podemos obter o valor de y_1:

$$v_1^2 = 2gy_1 \Rightarrow y_1 = \frac{8{,}99^2}{2(9{,}8)} = 4{,}12 \text{ m}.$$

A bola chega ao solo ($y_3 = H$) no instante t_3. Por causa da simetria expressa no enunciado ("o movimento para cima corresponde exatamente ao inverso da queda"), sabemos que $t_3 - t_2 = 2{,}00/2 = 1{,}00$ s. Isso significa que $t_3 - t_1 = 1{,}00 \text{ s} + 0{,}125 \text{ s} = 1{,}125$ s. Assim, de acordo com a Eq. 2-15, temos

$$\begin{aligned} y_3 - y_1 &= v_1(t_3 - t_1) + \frac{1}{2}g(t_3 - t_1)^2 \\ y_3 - 4{,}12 &= (8{,}99)(1{,}125) + \frac{1}{2}(9{,}8)(1{,}125)^2 \end{aligned}$$

o que nos dá $y_3 = H = 20{,}4$ m.

62. A altura atingida pelo jogador é $y = 0{,}76$ m (supusemos que o sentido positivo do eixo y é para cima e tomamos a origem como o piso da quadra).

(a) Fazendo $v = 0$ na Eq. 2-16, vemos que a velocidade inicial v_0 do jogador é

$$v_0 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9{,}8)(0{,}76)} = 3{,}86 \text{ m/s}.$$

Quando o jogador atinge uma altura $y_1 = 0{,}76 \text{ m} - 0{,}15 \text{ m} = 0{,}61$ m, sua velocidade v_1 satisfaz a equação $v_0^2 - v_1^2 = 2gy_1$, o que nos dá

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gy_1} = \sqrt{(3{,}86)^2 - 2(9{,}80)(0{,}61)} = 1{,}71 \text{ m/s}.$$

O tempo t_1 que o jogador passa *subindo* os $\Delta y_1 = 0{,}15$ m mais altos do salto pode ser calculado usando a Eq. 2-17:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}(v_1 + v)t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2(0{,}15)}{1{,}71 + 0} = 0{,}175 \text{ s}$$

o que significa que o tempo total gasto nos 15 cm mais altos do salto (subindo e descendo) é $2(0{,}175 \text{ s}) = 0{,}35 \text{ s} = 350$ ms.

(b) O instante t_2 em que o jogador atinge uma altura de 0,15 m pode ser calculado usando a Eq. 2-15:

$$0{,}15 = v_0 t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = (3{,}86)t_2 - \frac{9{,}8}{2}t_2^2,$$

o que nos dá (resolvendo a equação do segundo grau e escolhendo a menor das raízes) t_2 = 0,041 s = 41 ms, o que significa que o tempo total gasto nos 15 cm mais baixos do salto (subindo e descendo) é 2(41 ms) = 82 ms.

63. O tempo t que o vaso leva para passar pela janela é 0,25 na subida e 0,25 na descida. Vamos chamar de v a velocidade do vaso ao passar (subindo) pelo alto da janela. Nesse caso, com $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima), a Eq. 2-18 nos dá

$$L = vt - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{L}{t} - \frac{1}{2}gt.$$

A distância H percorrida pelo vaso acima do alto da janela é, portanto (usando a Eq. 2-16 com a *velocidade final* igual a zero),

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{(L/t - gt/2)^2}{2g} = \frac{\left(2{,}00/0{,}25 - (9{,}80)(0{,}25)/2\right)^2}{(2)(9{,}80)} = 2{,}34 \text{ m}.$$

64. O gráfico mostra que y = 25 m é o ponto mais alto da trajetória. A simetria do gráfico sugere que é razoável desprezar a "resistência do ar" (ou seja, supor que a influência da atmosfera do planeta é insignificante).

(a) Para calcular a aceleração da gravidade g_p no planeta, usamos a Eq. 2-15 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima):

$$y - y_0 = vt + \frac{1}{2}g_p t^2 \quad \Rightarrow \quad 25 - 0 = (0)(2{,}5) + \frac{1}{2}g_p(2{,}5)^2$$

o que nos dá g_p = 8,0 m/s^2.

(b) O mesmo ponto de altura máxima do gráfico pode ser usado para calcular a velocidade inicial:

$$y - y_0 = \frac{1}{2}\,(v_0 + v)t \quad \Rightarrow \quad 25 - 0 = \frac{1}{2}\,(v_0 + 0)(2{,}5)$$

Assim, v_0 = 20 m/s.

65. A ideia principal é que a velocidade da cabeça em qualquer instante (o mesmo se aplica à velocidade do tronco) é igual à área sob a curva da aceleração da cabeça em função do tempo, de acordo com a Eq. 2-26:

$$v_1 - v_0 = \begin{pmatrix}\text{área entre a curva da aceleração} \\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1\end{pmatrix}$$

(a) Na Figura 2-15a, vemos que a cabeça começa a acelerar a partir do repouso ($v_0 = 0$) no instante t_0 = 110 ms e a aceleração atinge o valor máximo de 90 m/s^2 no instante t_1 = 160 ms. A área dessa região é

$$\text{área} = \frac{1}{2}(160 - 110)\times 10^{-3}\text{s}\cdot\left(90 \text{ m/s}^2\right) = 2{,}25 \text{ m/s}$$

que é igual a v_1, a velocidade no instante t_1.

(b) Para calcular a velocidade do tronco no instante t_1=160 ms, dividimos a área em 4 regiões: de 0 a 40 ms, a região A tem área zero. De 40 ms a 100 ms, a região B tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_\text{B} = \frac{1}{2}(0{,}0600 \text{ s})(50{,}0 \text{ m/s}^2) = 1{,}50 \text{ m/s}.$$

De 100 a 120 ms, a região C tem a forma de um retângulo de área

$$\text{área} \qquad (0{,}0200 \text{ s})\ (50{,}0 \text{ m/s}\ \ ) = 1{,}00 \text{ m/s}.$$

De 110 a 160 ms, a região D tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}0400\ \text{s})\ (50{,}0 + 20{,}0)\ \text{m/s}^2 = 1{,}40\ \text{m/s}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-26 e fazendo $v_0 = 0$, obtemos

$$v_1 - 0 = 0 + 1{,}50\ \text{m/s} + 1{,}00\ \text{m/s} + 1{,}40\ \text{m/s} = 3{,}90\ \text{m/s},$$

ou $v_1 = 3{,}90$ m/s.

66. A ideia principal é que a posição de um objeto em qualquer instante é igual à área sob a curva da velocidade em função do tempo, de acordo com a Eq. 2-30:

$$x_1 - x_0 = \begin{pmatrix} \text{área entre a curva da velocidade} \\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1 \end{pmatrix}.$$

(a) Para calcular a posição do punho em $t = 50$ ms, dividimos a área da Figura 2-34 em duas regiões. De 0 a 10 ms, a região A tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_A = \frac{1}{2}(0{,}010\ \text{s})\ (2\ \text{m/s}) = 0{,}01\ \text{m}.$$

De 10 a 50 ms, a região B tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_B = \frac{1}{2}(0{,}040\ \text{s})\ (2 + 4)\ \text{m/s} = 0{,}12\ \text{m}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-25 e fazendo $x_0 = 0$, obtemos

$$x_1 - 0 = 0 + 0{,}01\ \text{m} + 0{,}12\ \text{m} = 0{,}13\ \text{m},$$

ou $x_1 = 0{,}13$ m.

(b) A velocidade do punho é máxima no instante $t_1 = 120$ ms. De 50 a 90 ms, a região C tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_C = \frac{1}{2}(0{,}040\ \text{s})\ (4 + 5)\ \text{m/s} = 0{,}18\ \text{m}.$$

De 90 a 120 ms, a região D tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}030\ \text{s})\ (5 + 7{,}5)\ \text{m/s} = 0{,}19\ \text{m}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-25 e fazendo $x_0 = 0$, obtemos

$$x_1 - 0 = 0 + 0{,}01\ \text{m} + 0{,}12\ \text{m} + 0{,}18\ \text{m} + 0{,}19\ \text{m} = 0{,}50\ \text{m},$$

ou $x_1 = 0{,}50$ m.

67. O problema pode ser resolvido usando a Eq. 2-26:

$$v_1 - v_0 = \begin{pmatrix} \text{área entre a curva da aceleração} \\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1 \end{pmatrix}$$

Para calcular a velocidade da cabeça sem capacete no instante $t_1 = 7{,}0$ ms, dividimos a área sob a curva de a em função de t em 4 regiões: de 0 a 2 ms, a região A tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_A = \frac{1}{2}(0{,}0020\text{ s})\,(120\text{ m/s}^2) = 0{,}12\text{ m/s}.$$

De 2 ms a 4 ms, a região B tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_B = \frac{1}{2}(0{,}0020\text{ s})\,(120 + 140)\text{ m/s}^2 = 0{,}26\text{ m/s}.$$

De 4 a 6 ms, a região C tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_C = \frac{1}{2}(0{,}0020\text{ s})\,(140 + 200)\text{ m/s}^2 = 0{,}34\text{ m/s}.$$

De 6 a 7 ms, a região D tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}0010\text{ s})\,(200\text{ m/s}^2) = 0{,}10\text{ m/s}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-26 e fazendo $v_0 = 0$, obtemos

$$v_{\text{sem capacete}} = 0{,}12\text{ m/s} + 0{,}26\text{ m/s} + 0{,}34\text{ m/s} + 0{,}10\text{ m/s} = 0{,}82\text{ m/s}.$$

Fazendo um cálculo semelhante para a cabeça com capacete, obtemos os seguintes resultados: de 0 a 3 ms, a região A tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_A = \frac{1}{2}(0{,}0030\text{ s})\,(40\text{ m/s}^2) = 0{,}060\text{ m/s}.$$

De 3 ms a 4 ms, a região B tem a forma de um retângulo de área

$$\text{área}_B = (0{,}0010\text{ s})\,(40\text{ m/s}^2) = 0{,}040\text{ m/s}.$$

De 4 a 6 ms, a região C tem a forma de um trapézio de área

$$\text{área}_C = \frac{1}{2}(0{,}0020\text{ s})\,(40 + 80)\text{ m/s}^2 = 0{,}12\text{ m/s}.$$

De 6 a 7 ms, a região D tem a forma de um triângulo de área

$$\text{área}_D = \frac{1}{2}(0{,}0010\text{ s})\,(80\text{ m/s}^2) = 0{,}040\text{ m/s}.$$

Substituindo esses valores na Eq. 2-31 e fazendo $v_0 = 0$, obtemos

$$v_{\text{com capacete}} = 0{,}060\text{ m/s} + 0{,}040\text{ m/s} + 0{,}12\text{ m/s} + 0{,}040\text{ m/s} = 0{,}26\text{ m/s}.$$

Assim, a diferença de velocidade é

$$\Delta v = v_{\text{sem capacete}} - v_{\text{com capacete}} = 0{,}82\text{ m/s} - 0{,}26\text{ m/s} = 0{,}56\text{ m/s}.$$

68. Este problema pode ser resolvido observando que a velocidade pode ser determinada por integração gráfica da curva da aceleração em função do tempo. A velocidade da língua da salamandra é igual à área sob a curva da aceleração:

$$v = \text{área} = \frac{1}{2}(10^{-2}\ \text{s})(100\ \text{m/s}^2) + \frac{1}{2}(10^{-2}\ \text{s})(100\ \text{m/s}^2 + 400\ \text{m/s}^2) + \frac{1}{2}(10^{-2}\ \text{s})(400\ \text{m/s}^2)$$
$$= 5{,}0\ \text{m/s}.$$

69. Como $v = dx/dt$ (Eq. 2-4), $\Delta x = \int v\,dt$, que corresponde à área sob a curva de v em função de t. Dividindo a área total A em áreas retangulares (base × altura) e triangulares (base × altura)/2, temos:

$$\begin{aligned} A &= A_{0<t<2} + A_{2<t<10} + A_{10<t<12} + A_{12<t<16} \\ &= (2)(8)/2 + (8)(8) + \left[(2)(4) + (2)(4)/2\right] + (4)(4) \end{aligned}$$

com unidades do SI implícitas. Dessa forma, obtemos $\Delta x = 100$ m.

70. Para resolver este problema, observamos que a velocidade é a derivada em relação ao tempo da função posição e a integral em relação ao tempo da função aceleração, com a constante de integração igual à velocidade inicial. Assim, a velocidade da partícula 1 pode ser escrita na forma

$$v_1 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{d}{dt}\left(6{,}00t^2 + 3{,}00t + 2{,}00\right) = 12{,}0t + 3{,}00.$$

Por outro lado, a velocidade da partícula 2 é dada por

$$v_2 = v_{20} + \int a_2 dt = 20{,}0 + \int(-8{,}00t)dt = 20{,}0 - 4{,}00t^2.$$

Como $v_1 = v_2$, temos:

$$12{,}0t + 3{,}00 = 20{,}0 - 4{,}00t^2 \quad\Rightarrow\quad 4{,}00t^2 + 12{,}0t - 17{,}0 = 0$$

cuja solução (escolhendo a raiz positiva) é $t = (-3 + \sqrt{26})/2 = 1{,}05$ s. Assim, a velocidade nesse instante é

$$v_1 = v_2 = 12{,}0(1{,}05) + 3{,}00 = 15{,}6\ \text{m/s}.$$

71. (a) A derivada em relação ao tempo da função dada mostra que a "velocidade" do ponto é

$$v(t) = 9 - 9t^2/4$$

no qual três algarismos significativos estão implícitos. É fácil mostrar que $v = 0$ para $t = 2{,}00$ s.

(b) No instante $t = 2$ s, $x = 9(2) - ¾(2)^3 = 12$. Assim, a posição do ponto para a qual $v = 0$ é a 12,0 cm da borda esquerda da tela.

(c) A derivada da velocidade é $a = -9t/2$, o que corresponde a uma aceleração de $-9{,}00\ \text{cm/m}^2$ (o sinal negativo indica que a aceleração é para a esquerda) quando o ponto está a 12 cm de distância da borda esquerda da tela.

(d) Como $v > 0$ para tempos maiores que $t = 2$ s, o ponto está se movendo para a direita pouco antes de atingir o repouso.

(e) Como se pode concluir da resposta do item (c), o ponto está se movendo para a esquerda pouco depois de atingir o repouso. Na verdade, a equação do item (a) mostra que para $v < 0$ para $t > 2$ (ou seja, até que o ponto atinja uma borda da tela).

(f) Como mostra a discussão do item (e), a borda atingida pelo ponto em um instante $t > 2$ s não pode ser a borda direita; tem que ser a borda esquerda ($x = 0$). Resolvendo a equação do enunciado do problema para $x = 0$ e tomando a solução positiva, obtemos a resposta: o ponto chega à borda esquerda no instante $t = \sqrt{12}$ s ≈ 3,46 s.

72. Usamos a convenção usual de que o sentido positivo do eixo y é para cima.

(a) No ponto mais alto da trajetória, $v = 0$. Assim, com $t = 1{,}60$ s, a equação $v = v_0 - gt$ nos dá $v_0 = 15{,}7$ m/s.

(b) Uma equação que não depende do resultado do item (a) é $y - y_0 = vt + gt^2/2$, que nos dá $y_{máx} - y_0 = 12{,}5$ m como ponto mais alto em relação ao ponto de partida (o alto do edifício).

(c) Em seguida, usamos o resultado do item (a) na equação $y - y_0 = v_0t + gt^2/2$ com $t = 6{,}00$ s e $y = 0$ (o nível do solo), o que nos dá

$$0 - y_0 = (15{,}68 \text{ m/s})(6{,}00 \text{ s}) - (9{,}8 \text{ m/s}^2)(6{,}00 \text{ s})^2/2.$$

Assim, y_0 (a altura do edifício) e igual a 82,3 m.

73. Chamamos o instante em que o automóvel alcança o caminhão de t, definido como $t = 0$ o instante em que o sinal fica verde. No instante t, as distâncias percorridas pelos dois veículos devem ser iguais.

(a) Chamando a aceleração do automóvel de a e a aceleração (constante) do caminhão de v, temos:

$$\Delta x = \left(\frac{1}{2}at^2\right)_{\text{auto}} = (vt)_{\text{caminhão}}$$

o que nos dá

$$t = \frac{2v}{a} = \frac{2(9{,}5)}{2{,}2} = 8{,}6 \text{ s}.$$

Assim,

$$\Delta x = vt = (9{,}5)(8{,}6) = 82 \text{ m}.$$

(b) A velocidade do carro nesse instante é

$$v_{\text{auto}} = at = (2{,}2)(8{,}6) = 19 \text{ m/s}.$$

74. Se o avião (que voa com velocidade v) mantiver o curso e a inclinação do terreno continuar a ser de 4,3° para cima, o avião se chocará com o solo depois de percorrer uma distância dada por

$$\Delta \quad = \frac{\quad}{\tan} = \frac{35 \text{ m}}{\tan 4{,}3°} = 465{,}5 \text{ m} \approx 0{,}465 \text{ km}.$$

O tempo de voo correspondente pode ser calculado usando a Eq. 2-2 ($v = v_{méd}$, já que a velocidade é constante):

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0{,}465 \text{ km}}{1300 \text{ km/h}} = 0{,}000358 \text{ h} \approx 1{,}3 \text{ s}.$$

Este, portanto, é o tempo disponível para que o piloto faça alguma coisa.

75. Chamamos de t_r o tempo de reação e t_f o tempo de frenagem. O movimento durante o tempo de reação é com velocidade constante (que vamos chamar de v_0). A posição do carro é dada por

$$x = v_0t_r + v_0t_b + \frac{1}{2}at_b^2$$

na qual v_0 é a velocidade inicial e a é a aceleração (que tem sinal negativo, já que estamos supondo que a velocidade é no sentido positivo do eixo x e sabemos que o carro está freando). *Depois* que os freios são aplicados, a velocidade do carro é dada por $v = v_0 + at_f$. Usando esta equação com $v = 0$, eliminamos t_f da primeira equação, o que nos dá

$$x = v_0t_r - \frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = v_0t_r - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}.$$

Escrevemos esta equação para as duas velocidades iniciais:

$$x_1 = v_{01}t_r - \frac{1}{2}\frac{v_{01}^2}{a}$$

e

$$x_2 = v_{02}t_r - \frac{1}{2}\frac{v_{02}^2}{a}.$$

Resolvendo este sistema de equações, obtemos os valores desejados de t_r e a:

$$t_r = \frac{v_{02}^2 x_1 - v_{01}^2 x_2}{v_{01}v_{02}\left(v_{02} - v_{01}\right)}$$

e

$$a = -\frac{1}{2}\frac{v_{02}v_{01}^2 - v_{01}v_{02}^2}{v_{02}x_1 - v_{01}x_2}.$$

Fazendo x_1 = 56,7 m, v_{01} = 80,5 km/h = 22,4 m/s, x_2 = 24,4 m e v_{02} = 48,3 km/h = 13,4 m/s, obtemos:

(a)

$$t_r = \frac{13{,}4^2(56{,}7) - 22{,}4^2(24{,}4)}{(22{,}4)(13{,}4)(13{,}4 - 22{,}4)} = 0{,}74 \text{ s}$$

e

(b)

$$a = -\frac{1}{2}\frac{(13{,}4)22{,}4^2 - (22{,}4)13{,}4^2}{(13{,}4)(56{,}7) - (22{,}4)(24{,}4)} = -6{,}2 \text{ m/s}^2.$$

O *módulo* da desaceleração é, portanto, 6,2 m/s^2. Embora valores arredondados sejam mostrados nas substituições acima, os valores que lançamos na calculadora foram os valores "exatos" (como $v_{02} = \frac{161}{12}$ m/s).

76. (a) Uma velocidade constante é igual à razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo associado. Assim, no caso de um veículo que se move com velocidade constante v_p por uma distância D_{23}, o tempo gasto é dado por $t = D_{23} / v_p$.

(b) O tempo necessário para que um carro acelere a partir do repouso até atingir uma velocidade v_p é $t_0 = v_p / a$. A distância percorrida nesse intervalo de tempo é $\Delta x_0 = at_0^2/2 = v_p^2/2a$. Depois desse tempo, o carro passa a se mover com velocidade constante v_p por uma distância $D_{12} - \Delta x_0 - d$ até chegar ao cruzamento 2, e o tempo gasto nesse percurso é $t_1 = (D_{12} - \Delta x_0 - d) / v_p$. Assim, a diferença de tempo entre o sinal do cruzamento 2 deve ser ajustada para

$$\begin{aligned} t_{\text{total}} &= t_r + t_0 + t_1 = t_r + \frac{v_p}{a} + \frac{D_{12} - \Delta x_0 - d}{v_p} = t_r + \frac{v_p}{a} + \frac{D_{12} - (v_p^2 / 2a) - d}{v_p} \\ &= t_r + \frac{1}{2}\frac{v_p}{a} + \frac{D_{12} - d}{v_p} \end{aligned}$$

na qual t_r é o tempo de reação dos motoristas.

77. PENSE Se a velocidade do carro de corrida aumenta de zero até 60 km/h, é porque ele está sendo acelerado.

FORMULE Como a aceleração está sendo pedida em m/s², a velocidade final deve ser convertida de km/h para m/s. Supondo que o carro está se movendo no sentido positivo do eixo x, temos

$$v=(60\ \text{km/h})\left(\frac{1000\ \text{m/km}}{3600\ \text{s/h}}\right)=+16{,}7\ \text{m/s}$$

e $a > 0$. O ponto de partida pode ser tomado com o ponto $x_0 = 0$.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 2-7, a aceleração média é

$$a_{\text{méd}}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-v_0}{t-t_0}=\frac{16{,}7\ \text{m/s}-0}{5{,}4\ \text{s}-0}=3{,}09\ \text{m/s}^2$$

(b) Supondo uma aceleração constante $a=a_{\text{méd}}=3{,}09\ \text{m/s}^2$, a distância total percorrida em um intervalo de tempo de 5,4 s é

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2=0+0+\frac{1}{2}(3{,}09\ \text{m/s}^2)(5{,}4\ \text{s})^2=45\ \text{m}$$

(c) De acordo com a Eq. 2-15, o tempo necessário para percorrer uma distância $x = 250$ m é

$$x=\frac{1}{2}at^2 \ \Rightarrow\ t=\sqrt{\frac{2x}{a}}=\sqrt{\frac{2(250\ \text{m})}{3{,}1\ \text{m/s}^2}}=12{,}73\ \text{s}$$

APRENDA Podemos verificar se as respostas estão corretas usando a Eq. 2-17, que não foi utilizada para resolver o item (b). Substituindo os valores conhecidos na Eq. 2-17, obtemos

$$x=\frac{1}{2}(v_0+v)\,t=\frac{1}{2}(16{,}7\ \text{m/s})(5{,}4\ \text{s})=45\ \text{m}$$

Como esse é o valor calculado no item (b), sabemos que a solução está correta.

78. Tomamos o instante inicial, $t = 0$, como o instante em que os freios foram aplicados. Como a desaceleração é constante, as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas. As variáveis com plicas (como $v_0'=72\ \text{km/h}=20\ \text{m/s}$) se referem ao trem que está se movendo no sentido positivo do eixo x e está na origem no instante $t = 0$, e as variáveis sem plicas se referem ao trem que está se movendo no sentido negativo do eixo x e está no ponto $x_0 = +950$ m no instante $t = 0$. Note que o vetor aceleração do segundo trem aponta no sentido *positivo* do eixo x, embora o trem esteja freando, já que a velocidade inicial desse trem é $v_0 = -144$ km/h $= -40$ m/s. Como a velocidade do primeiro trem é menor, o primeiro trem deve parar antes do segundo, a não ser que aconteça uma colisão. Usando a Eq. 2-16 com $v'=0$, vemos que o primeiro trem irá parar no ponto

$$x'=\frac{(v')^2-(v_0')^2}{2a'}=\frac{0-20^2}{-2}=200\ \text{m}\,.$$

De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade do segundo trem ao chegar ao mesmo ponto é

$$v=\sqrt{v_o^2+2a\Delta x}=\sqrt{(-40)^2+2(1{,}0)(200-950)}=\sqrt{100}=10\ \text{m/s}$$

Mais especificamente, a velocidade do segundo trem nesse momento é −10 m/s, já que ainda está se movendo no sentido negativo do eixo x; isso significa que os trens não conseguem frear a tempo de evitar uma colisão. Se não fosse possível obter um valor real para v (ou seja, se o radicando da equação acima fosse negativo), esse fato não seria suficiente para garantir que os trens escapassem da colisão, já que a colisão poderia acontecer antes de o primeiro trem parar. Entretanto, calculando o tempo que o primeiro trem leva para parar (20 s, de acordo com a Eq. 2-11) e calculando a posição do segundo trem nesse momento ($x = 350$ m), é possível mostrar que os trens estavam a uma distância considerável no momento da parada do primeiro trem.

79. A coordenada y do grampo 1 obedece à equação $y - y_{01} = -g\,t^2/2$, na qual, de acordo com o gráfico, $y = 0$ para $t = 3{,}0$ s. Resolvendo essa equação, obtemos $y_{01} = 44{,}1$ m. De acordo com o gráfico, a coordenada do grampo 2 (que foi lançado no instante t = 1,0 s com velocidade v_1) é dada por

$$y - y_{02} = v_1(t-1{,}0) - g\,(t - 1{,}0)^2/2$$

em que $y_{02} = y_{01} + 10 = 54{,}1$ m e na qual (novamente) $y = 0$ para $t = 3{,}0$ s. Assim, vemos que $|v_1| = 17$ m/s, aproximadamente.

80. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo o sentido do movimento e usar os índices 1 e 2 para os dados. Nesse caso, $v_1 = +30$ m/s, $v_2 = +50$ m/s e $x_2 - x_1 = +160$ m.

(a) De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)} = \frac{50^2 - 30^2}{2(160)} = 5{,}0 \text{ m/s}^2.$$

(b) Podemos calcular o intervalo de tempo correspondente ao deslocamento $x_2 - x_1$ usando a Eq. 2-17:

$$t_2 - t_1 = \frac{2(x_2 - x_1)}{v_1 + v_2} = \frac{2(160)}{30 + 50} = 4{,}0 \text{ s}.$$

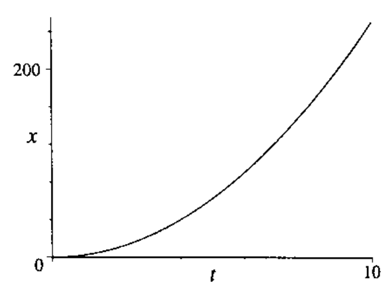
(c) Como o trem está em repouso ($v_0 = 0$) no instante inicial ($t = 0$), podemos calcular o valor de t_1 usando a Eq. 2-11:

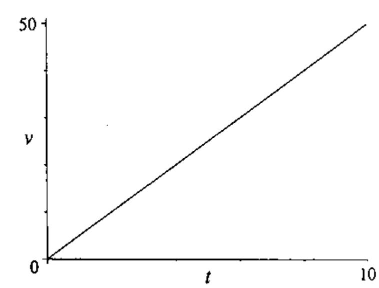
$$v_1 = v_0 + at_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{30}{5.0} = 6{,}0 \text{ s}.$$

(d) A origem dos eixos coordenados foi tomada como sendo o local em que o trem estava em repouso (ou seja, $x_0 = 0$). Assim, precisamos apenas calcular o valor de x_1. Entre as várias equações que poderiam ser usadas, escolhemos a Eq. 2-17:

$$x_1 = \frac{1}{2}(v_0 + v_1)t_1 = \frac{1}{2}(30)(6{,}0) = 90 \text{ m}.$$

(e) Os gráficos são mostrados a seguir; o uso de unidades do SI está implícito.





81. PENSE Como a partícula sofre uma aceleração *variável* ao se mover no eixo x, a velocidade deve ser calculada por integração.

FORMULE No caso de uma aceleração variável $a(t) = dv/dt$, a velocidade da partícula no instante t_1 é dada pela Eq. 2-27: $v_1 = v_0 + \int_{t_0}^{t_1} a(t)dt$, em que v_0 é a velocidade no instante t_0. De acordo com os dados do problema, $a = 5{,}0t$. Além disso, sabemos que $v_0 = 17$ m/s para $t_0 = 2{,}0$ s.

ANALISE Integrando a aceleração de $t = 2$ s a $t = 4$ s e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\,dt = v_0 + \int_{t_0}^{t} (5{,}0t)dt = v_0 + \frac{1}{2}(5{,}0)(t^2 - t_0^2) = 17 + \tfrac{1}{2}\,(5{,}0)(4^2 - 2^2) = 47 \text{ m/s}$$

APRENDA A velocidade da partícula em função de t é dada por

$$v(t) = v_0 + \frac{1}{2}(5{,}0)(t^2 - t_0^2) = 17 + \frac{1}{2}(5{,}0)(t^2 - 4) = 7 + 2{,}5t^2$$

em unidades do SI (m/s). Como a aceleração varia linearmente com o tempo, a velocidade varia com o quadrado do tempo, e o deslocamento varia com o cubo do tempo.

82. A velocidade v no instante $t = 6$ (o uso de unidades do SI e dois algarismos significativos está implícito) é $v_{\text{dado}} + \int_{-2}^{6} a\,dt$. Uma forma simples de calcular a integral é usar a expressão da área de um triângulo (base × altura)/2. O resultado é $v = 7$ m/s + 32 m/s = 39 m/s.

83. Depois de deixado cair ($v_0 = 0$), o objeto está em queda livre ($a = -g = -9{,}8$ m/s² supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima) e podemos usar repetidamente a Eq. 2-15.

(a) A distância D (positiva) entre o ponto de baixo e a marca correspondente a certo tempo de reação t é dada por $\Delta y = -D = gt^2/2$ ou $D = gt^2/2$. Assim, para $t_1 = 50{,}0$ ms,

$$D_1 = \frac{\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)\left(50{,}0\times 10^{-3}\ \text{s}\right)^2}{2} = 0{,}0123\ \text{m} = 1{,}23\ \text{cm}.$$

(b) Para $t_2 = 100$ ms, $D_2 = \dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(100\times 10^{-3}\ \text{s})^2}{2} = 0{,}049\ \text{m} = 4D_1.$

(c) Para $t_3 = 150$ ms, $D_3 = \dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(150\times 10^{-3}\ \text{s})^2}{2} = 0{,}11\ \text{m} = 9D_1.$

(d) Para $t_4 = 200$ ms, $D_4 = \dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(200\times 10^{-3}\ \text{s})^2}{2} = 0{,}196\ \text{m} = 16D_1.$

(e) Para $t_4 = 250$ ms, $D_5 = \dfrac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(250\times 10^{-3}\ \text{s})^2}{2} = 0{,}306\ \text{m} = 25D_1.$

84. Tomando o sentido positivo do eixo x como o sentido do movimento e usando as unidades do SI, $v = 1600(1000/3600) = 444$ m/s.

(a) De acordo com a Eq. 2-11, 444 = a(1,8) ou $a = 247$ m/s². Em unidades de g, temos:

$$a = \left(\frac{247}{9{,}8}\right) g = 25g.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-17, temos:

$$x = \frac{1}{2}\left(v_0 + v\right)t = \frac{1}{2}\left(444\right)\left(1{,}8\right) = 400\ \text{m}.$$

85. Como os deslocamentos têm o mesmo módulo e sentidos opostos, o deslocamento total é zero e, portanto, a velocidade média também é zero. A velocidade escalar média, por outro lado, é diferente de zero. Chamando de D a distância até o alto da encosta, temos:

$$\text{velocidade escalar média} = \frac{\text{distância total}}{\text{tempo de percurso}} = \frac{2D}{\dfrac{D}{20\ \text{km/h}} + \dfrac{D}{35\ \text{km/h}}} \approx 25\ \text{km/h}$$

86. Podemos calcular a velocidade integrando a aceleração:

$$v - v_0 = \int_0^t (6{,}1 - 1{,}2t')\,dt'.$$

(a) O resultado da integração anterior é o seguinte

$$v = v_0 + 6{,}1t - 0{,}6t^2,$$

em que, de acordo com o enunciado, $v_0 = 2{,}7$ m/s. Para calcular a velocidade máxima, basta notar que o máximo da função acontece no ponto em que a derivada (a aceleração, no caso) é zero ($a = 0$ para $t = 6{,}1/1{,}2 = 5{,}1$ s) e substituir o valor de t assim encontrado na equação da velocidade. O resultado é $v = 18$ m/s.

(b) Integramos novamente para obter x em função de t:

$$x - x_0 = \int_0^t v\,dt' = \int_0^t (v_0 + 6{,}1t' - 0{,}6t'^2)\,dt' = v_0 t + 3{,}05t^2 - 0{,}2t^3.$$

Com $x_0 = 7{,}3$ m, obtemos $x = 83$ m para $t = 6$. É a resposta correta, mas isso não é tão óbvio como pode parecer. Afinal de contas, o problema pede a distância percorrida, e $(x - x_0)$ não é a distância e sim o *deslocamento*. Se a velocidade do ciclista tiver mudado de sinal durante o trajeto, a distância total será maior que o deslocamento. Assim, é justo que nos perguntemos: "A velocidade mudou de sinal?" Para isso, a velocidade teria que se anular (momentaneamente) em algum ponto do percurso, ou seja, a equação da velocidade teria que ter uma raiz no intervalo considerado no problema ($0 \le t \le 6$ s). Como as raízes da equação da velocidade são $t = -0{,}43$ s e $t = 10{,}59$ s, isso não acontece e a distância percorrida é igual ao deslocamento.

87. PENSE Neste problema, são dadas duas velocidades e devemos calcular a diferença entre os tempos de percurso correspondentes a essas velocidades.

FORMULE O tempo necessário para percorrer uma distância d a uma velocidade v_1 é $t_1 = d/v_1$, e a uma velocidade v_2 é $t_2 = d/v_2$. Neste problema, as duas velocidades são

$$v_1 = 55 \text{ mi/h} = (55 \text{ mi/h})\frac{1609 \text{ m/mi}}{3600 \text{ s/h}} = 24{,}58 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 65 \text{ mi/h} = (65 \text{ mi/h})\frac{1609 \text{ m/mi}}{3600 \text{ s/h}} = 29{,}05 \text{ m/s}$$

ANALISE Para $d = 700 \text{ km} = 7{,}0\times10^5$ m, a diferença entre os tempos de percurso é

$$\Delta t = t_1 - t_2 = d\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) = (7{,}0\times10^5 \text{ m})\left(\frac{1}{24{,}58 \text{ m/s}} - \frac{1}{29{,}05 \text{ m/s}}\right) = 4383 \text{ s}$$
$$= 73 \text{ min}$$

o que corresponde a cerca de 1,2 h.

APRENDA A redução do tempo de percurso é esperada sempre que a velocidade aumenta e a distância percorrida é a mesma.

88. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1.

(a) Tomando o primeiro ponto como origem das coordenadas e $t = 0$ como o instante em que o carro passou pelo primeiro ponto, a Eq. 2-17 nos dá

$$x = \frac{1}{2}(v + v_0)t = \frac{1}{2}(15{,}0 \text{ m/s} + v_0)(6{,}00 \text{ s}).$$

Fazendo $x = 60{,}0$ m (o que significa tomar o sentido positivo do eixo x como o sentido do movimento), obtemos $v_0 = 5{,}00$ m/s.

(b) Fazendo $v = 15{,}0$ m/s, $v_0 = 5{,}00$ m/s e $t = 6{,}00$ s da equação $a = (v - v_0)/t$ (Eq. 2-11), obtemos $a = 1{,}67$ m/s^2.

(c) Fazendo $v = 0$ na equação $v^2 = v_0^2 + 2ax$, obtemos

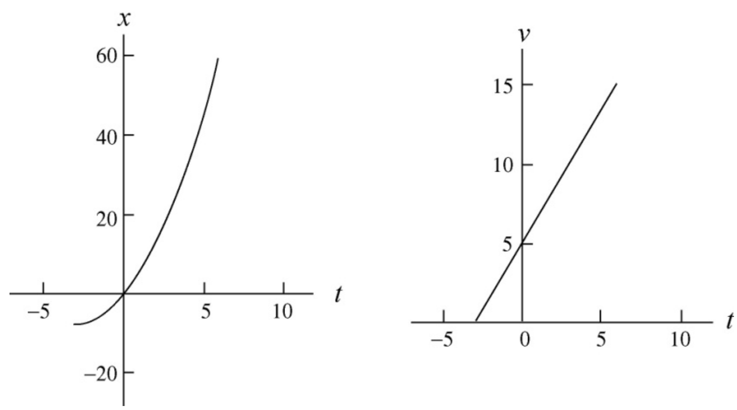
$$x = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{(5{,}00 \text{ m/s})^2}{2(1{,}67 \text{ m/s}^2)} = -7{,}50 \text{ m}$$

ou $|x| = 7{,}50$ m.

(d) Para traçar os gráficos, precisamos conhecer o instante em que $v = 0$. Usando a equação $v = v_0 + at' = 0$, obtemos:

$$t' = \frac{-v_0}{a} = \frac{-5{,}00 \text{ m/s}}{1{,}67 \text{ m/s}^2} = -3{,}0 \text{ s}$$

Nos gráficos a seguir, as unidades do SI estão implícitas.



89. PENSE Este problema trata da relação entre a altura máxima atingida por um objeto que está sujeito apenas à força da gravidade e o tempo que o objeto passa no ar.

FORMULE Desprezando a resistência do ar, tomando o sentido para cima como positivo e supondo que, para pequenas alturas em relação ao solo, a aceleração da bola é $a = -g = -9{,}8$ m/s^2, podemos usar as equações da Tabela 2-1 com y em lugar de x e $-g$ em lugar de a. Tomando o solo como origem do sistema de coordenadas, $y_0 = 0$. Quando a bola atinge a altura máxima $y = H$, a velocidade da bola se anula momentaneamente ($v = 0$). Assim, de acordo com a Eq. 2-17,

$$0 = v^2 = v_0^2 - 2gH \;\Rightarrow\; v_0 = \sqrt{2gH}$$

O tempo necessário para a bola atingir a altura máxima pode ser determinado usando a Eq. 2-11, que nos dá $v = v_0 - gt = 0$, ou $t = v_0/g = \sqrt{2H/g}$.

ANALISE Para que a bola passe o dobro do tempo no ar, ela deve levar o dobro do tempo para atingir a altura máxima, ou seja, o tempo que a bola leva para atingir a altura máxima deve ser $t' = 2t$; nesse caso, de acordo com o resultado anterior, a altura máxima H' será tal que $t' = \sqrt{2H'/g}$. Explicitando H', obtemos

$$H' = \frac{1}{2}gt'^2 = \frac{1}{2}g(2t)^2 = 4\left(\frac{1}{2}gt^2\right) = 4H$$

APRENDA Como $H \sim t^2$ para multiplicar t por dois, precisamos multiplicar H por quatro. Note que, para isso, devemos multiplicar por dois a velocidade de lançamento, ou seja, devemos aumentar a velocidade de lançamento para $v_0' = 2v_0$.

90. (a) Usando o fato de que a área de um triângulo é dada por $\frac{1}{2}$(base) (altura) (e o fato de que a integral corresponde à área sob a curva), calculamos que, de $t = 0$ a $t = 5$ s, a integral de v em relação a t é 15 m. Como sabemos que $x_0 = 0$, concluímos que $x =$ 15 m para $t = 5{,}0$ s.

(b) Vemos diretamente no gráfico que $v = 2{,}0$ m/s para $t = 5{,}0$ s.

(c) Como $a = dv/dt =$ inclinação do gráfico, vemos que a aceleração no intervalo $4 < t < 6$ é constante e igual a $-2{,}0$ m/s^2.

(d) Pensando em $x(t)$ em termos de área sob a curva, vemos que $x(1) = 1$ m; usando este fato e o resultado do item (a), temos, de acordo com a Eq. 2-2:

$$v_{\text{méd}} = \frac{x(5) - x(1)}{5 - 1} = \frac{15 - 1}{4} = 3{,}5 \text{ m/s}.$$

(e) De acordo com a Eq. 2-7 e usando valores de $v(t)$ lidos diretamente no gráfico, temos:

$$a_{\text{méd}} = \frac{v(5) - v(1)}{5 - 1} = \frac{2 - 2}{4} = 0.$$

91. Supondo que o sentido positivo do eixo y é *para baixo* e que $y_0 = 0$, temos $y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, o que (com $v_0 = 0$) nos dá $t = \sqrt{2y/g}$.

(a) No final desta parte da queda, $y_1 = 50$ m e, portanto,

$$t = \sqrt{\frac{2(50)}{9{,}8}} = 3{,}2 \text{ s}.$$

(b) No final desta parte da queda, o deslocamento total é $y_2 = 100$ m. Assim, o tempo total é

$$t = \sqrt{\frac{2(100)}{9{,}8}} = 4{,}5 \text{ s}.$$

A diferença entre este tempo e o tempo obtido no item (a) é o tempo que a pedra leva para cair os segundos 50 m: $\Delta t = t_2 - t_1 =$ 4,5 s – 3,2 s = 1,3 s.

92. O sentido positivo do eixo x está implícito no enunciado do problema. A posição inicial (em $t = 0$) é $x_0 = 0$ (onde, também, $v_0 = 0$), a aceleração positiva termina em $x_1 = 1100/2 = 550$ m e o trem para ($v_2 = 0$) em $x_2 = 1100$ m.

(a) De acordo com a Eq. 2-15, o instante em que o trem chega ao ponto x_1 é dado por

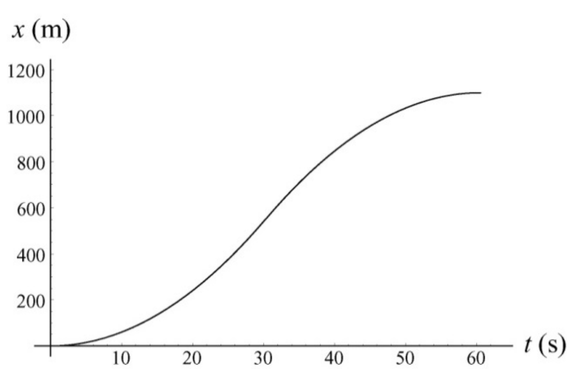
$$t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2(550)}{1{,}2}} = 30{,}3 \text{ s}.$$

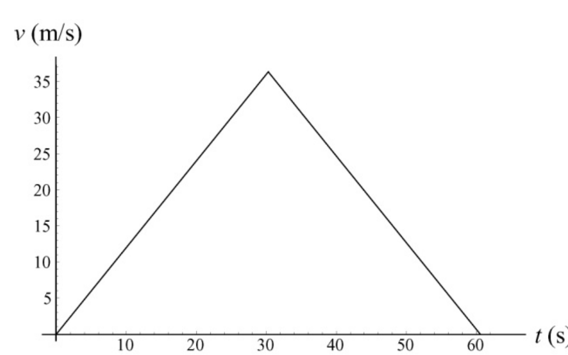
Como o intervalo de tempo $t_2 - t_1$ tem o mesmo valor (o que é fácil de demonstrar a partir da Eq. 2-18), o tempo total é $t_2 = 2(30{,}3) = 60{,}6$ s.

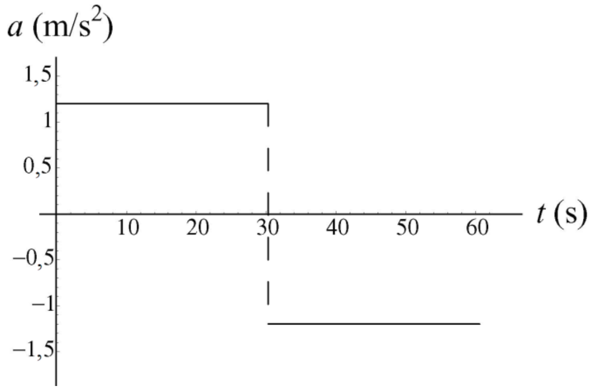
(b) A velocidade máxima é atingida no instante t_1 e é dada por

$$v_1 = v_0 + a_1 t_1 = 36{,}3 \text{ m/s}.$$

(c) Os gráficos são mostrados a seguir:







93. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima) durante todo o movimento. Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração da bola é constante (e, além disso, vamos supor que $y_0 = 0$).

(a) Aplicamos a Eq. 2-16 aos dados do problema, com as unidades do SI implícitas.

$$v_B^2 = v_0^2 - 2gy_B \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2}v\right)^2 + 2g\left(y_A + 3\right) = v_0^2$$

$$v_A^2 = v_0^2 - 2gy_A \quad \Rightarrow \quad v^2 + 2gy_A = v_0^2$$

Igualando as expressões do lado esquerdo das equações, já que ambas são iguais a v_0^2, obtemos

$$\frac{v^2}{4} + 2gy_A + 2g(3) = v^2 + 2gy_A \quad \Rightarrow \quad 2g(3) = \frac{3v^2}{4}$$

o que nos dá $v = \sqrt{2g(4)} = 8{,}85$ m/s.

(b) Um objeto que passa pelo ponto A com uma velocidade $v = 8{,}85$ m/s atinge uma altura máxima $y - y_A = v^2/2g = 4{,}00$ m acima do ponto A (isso também é uma consequência da Eq. 2-16, agora com a velocidade "final" igual a zero por se tratar do ponto mais alto da trajetória). Assim, o ponto mais alto da trajetória está 1,00 m acima do ponto B.

94. Desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 (supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima) durante todo o movimento. Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração da pedra é constante. Vamos tomar o nível do solo como origem do eixo y. O tempo total de queda pode ser calculado usando a Eq. 2-15:

$$\Delta y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

para a qual escolhemos a raiz positiva. Fazendo $y = 0$, $v_0 = 0$ e $y_0 = h = 60$ m, obtemos

$$t = \frac{\sqrt{2gh}}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3{,}5 \text{ s.}$$

Isso significa que "1,2 s antes de chegar ao solo" é o instante $t = 2{,}3$ s e, portanto,

$$y - h = v_0(2{,}3) - \frac{1}{2}g(2{,}3)^2 \quad \Rightarrow \quad y = 34 \text{ m}$$

para o qual novamente fizemos $h = 60$ m e $v_0 = 0$.

95. PENSE Este problema envolve a análise de um gráfico da posição de um trenó a vela em função do tempo. Sabemos que o vento imprime ao trenó uma aceleração constante.

FORMULE Como a aceleração é constante, as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas. Acontece, porém, que os valores de v_0 e a não são dados explicitamente, mas devem ser obtidos a partir de um gráfico. Para isso, aplicamos a equação $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ a dois pontos convenientes do gráfico para obtermos um sistema de equações e resolvemos o sistema para obtermos os valores de v_0 e a.

ANALISE (a) Dois pontos convenientes do gráfico são os pontos $(2{,}0\text{ s}, 16\text{ m})$ e $(3{,}0\text{ s}, 27\text{ m})$. As equações correspondentes são

$$16\text{ m} - 0 = v_0(2{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}a(2{,}0\text{ s})^2$$
$$27\text{ m} - 0 = v_0(3{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}a(3{,}0\text{ s})^2$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos $v_0 = 6{,}0$ m/s e $a = 2{,}0$ m/s^2.

(b) De acordo com a Tabela 2-1,

$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad 27\text{ m} - 0 = v(3{,}0\text{ s}) - \frac{1}{2}(2{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2$$

o que nos dá $v = 12$ m/s.

(c) Supondo que a aceleração permanece a mesma no intervalo $3{,}0 \le t \le 6{,}0$, podemos aplicar a equação $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ a esse intervalo usando o valor de a calculado no item (a) e usando para v_0 a velocidade calculada no item (b), 12,0 m/s, o que nos dá

$$\Delta x = (12{,}0\text{ m/s})(3{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}(2{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2 = 45\text{ m}$$

APRENDA Usando os resultados obtidos no item (a), podemos escrever equações gerais para a posição e velocidade do trenó a vela em função do tempo como

$$x(t) = (6{,}0\text{ m/s})t + \frac{1}{2}(2{,}0\text{ m/s}^2)t^2 \quad \text{e} \quad v(t) = (6{,}0\text{ m/s}) + (2{,}0\text{ m/s}^2)t$$

É fácil notar que essas expressões fornecem os mesmos valores para as respostas dos itens (b) e (c).

96. (a) Vamos chamar de h a altura do trampolim, supor que o sentido positivo do eixo y é para baixo e escolher como origem do eixo y o ponto de onde a bola foi deixada cair. Nesse caso, a bola atinge o lago no ponto $y = h$. Vamos chamar a profundidade do lago de D, e o tempo que a bola leva para chegar ao fundo do lago de T. Nesse caso, de acordo com a Eq. 2-16, a velocidade da bola ao chegar à superfície do lago é $v = \sqrt{2gh}$ e, de acordo com a Eq. 2-16, o tempo que a bola leva para chegar à superfície do lago é $t_1 = \sqrt{2h/g}$. O tempo que a bola passa descendo no lago (com velocidade constante v) é dado por

$$t_2 = \frac{D}{v} = \frac{D}{\sqrt{2gh}}.$$

Assim, $T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{D}{\sqrt{2gh}}$, o que nos dá

$$D = T\sqrt{2gh} - 2h = (4{,}80)\sqrt{(2)(9{,}80)(5{,}20)} - (2)(5{,}20) = 38{,}1\text{ m}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-2, o módulo da velocidade média é

$$v_{\text{méd}} = \frac{D + h}{T} = \frac{38{,}1 + 5{,}20}{4{,}80} = 9{,}02\text{ m/s}$$

(c) Com nossa escolha de coordenadas, o sinal positivo de $v_{\text{méd}}$ significa que a bola está descendo. Se tivéssemos escolhido o sentido positivo do eixo y para cima, o resultado do item (b) teria um valor negativo. Nos dois casos, porém, a interpretação seria a mesma.

(d) Podemos obter o valor de v_0 a partir da equação $\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$ com $t = T$ e $\Delta y = h + D$. O resultado é o seguinte:

$$v_0 = \frac{h+D}{T} - \frac{gT}{2} = \frac{5{,}20 + 38{,}1}{4{,}80} - \frac{(9{,}8)(4{,}80)}{2} = 14{,}5 \text{ m/s}$$

(e) Com nossa escolha de coordenadas, o sinal negativo de v_0 significa que a bola foi arremessada para cima.

97. Supomos que o sentido positivo do eixo y é para baixo e usamos as equações da Tabela 2-1 (substituindo x por y) com $a = +g$, $v_0 = 0$ e $y_0 = 0$. Usamos o índice 2 para o elevador no solo e 1 for para o elevador no ponto médio da queda.

(a) A Eq. 2-16, $v_2^2 = v_0^2 + 2a(y_2 - y_0)$, nos dá

$$v_2 = \sqrt{2gy_2} = \sqrt{2(9{,}8)(120)} = 48{,}5 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-15, o instante em que o elevador atinge o solo é

$$t_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = \sqrt{\frac{2(120)}{9{,}8}} = 4{,}95 \text{ s}.$$

(c) A Eq. 2-16, na forma $v_1^2 = v_0^2 + 2a(y_1 - y_0)$, nos dá

$$v_1 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2(9{,}8 \text{ m/s}^2)(60 \text{ m})} = 34{,}3 \text{ m/s}.$$

(d) De acordo com a Eq. 2-15, o instante em que o elevador atinge o ponto médio da queda é

$$t_1 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = \sqrt{\frac{2(60)}{9{,}8}} = 3{,}50 \text{ s}.$$

98. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima e tomando a origem no ponto de onde os objetos são deixados cair, a posição do diamante 1 é dada por $y_1 = -gt^2/2$ e a posição do diamante 2 é dada por $y_2 = -g(t-1)^2/2$. Tomamos $t = 0$ como o instante em que o primeiro diamante é deixado cair e queremos calcular o instante no qual $y_2 - y_1 = 10$ m. Assim,

$$-\frac{1}{2}g(t-1)^2 + \frac{1}{2}gt^2 = 10 \quad \Rightarrow \quad t = (10/g) + 0{,}5 = 1{,}5 \text{ s}.$$

99. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima, temos $y_0 = 36{,}6$ m e $y = 12{,}2$ m. Assim, de acordo com a Eq. 2-18 (a última equação da Tabela 2-1),

$$y - y_0 = vt + \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad v = -22 \text{ m/s}$$

no instante $t = 2{,}00$ s. O sinal negativo significa que o sentido da velocidade é para baixo.

100. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima e desprezando a resistência do ar durante a queda livre, a Eq. 2-15 se torna $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$, na qual Δy é o *negativo* da distância percorrida. Assim, para simplificar, escrevemos a equação na forma $d = \frac{1}{2}gt^2$.

(a) O tempo t_1 durante o qual o paraquedista permanece em queda livre pode ser obtido com o auxílio da Eq. 2-15, segundo a qual

$$d_1 = 50 \text{ m} = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)\,t_1^2$$

Resolvendo a equação anterior, obtemos t_1 = 3,2 s. A velocidade escalar do paraquedista no momento em que abre o paraquedas é dada pela raiz positiva da equação $v_1^2 = 2gd_1$:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{(2)(9{,}80\ \text{m/s}^2)(50\ \text{m})} = 31\ \text{m/s}.$$

Chamando a velocidade final de v_2, o intervalo de tempo t_2 entre o instante em que o paraquedas é aberto e o instante em que o paraquedista chega ao solo é

$$t_2 = \frac{v_1 - v_2}{a} = \frac{31\ \text{m/s} - 3{,}0\ \text{m/s}}{2\ \text{m/s}^2} = 14\ \text{s}.$$

Este resultado pode ser obtido a partir da Eq. 2-11, usando velocidades escalares (e, portanto, valores positivos para v_1 e v_2). Observamos também que o vetor aceleração nessa parte da queda é positivo, já que o vetor aceleração aponta para cima (no sentido oposto ao do movimento, o que constitui uma desaceleração). O tempo total de queda é, portanto, $t_1 + t_2$ = 17 s.

(b) A distância que o paraquedista percorreu depois que o paraquedas foi aberto é dada por

$$d = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2a} = \frac{(31\ \text{m/s})^2 - (3{,}0\ \text{m/s})^2}{(2)(2{,}0\ \text{m/s}^2)} \approx 240\ \text{m}.$$

Nesse cálculo foi usada a Eq. 2-16 com os dois membros multiplicados por –1 (o que, do lado esquerdo, transforma Δy, um valor negativo, em d, um valor positivo, e, do lado direito, muda a ordem de v_1 e v_2). Assim, a queda começou em uma altura $h = 50 + d \approx 290$ m.

101. Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima e desprezando a resistência do ar, $a = -g = -9{,}8$ m/s^2. Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com y no lugar de x) porque a aceleração é constante. Supomos que o nível do solo corresponde a $y = 0$.

(a) Com $y_0 = h$ e v_0 substituída por $-v_0$, a Eq. 2-16 nos dá

$$v = \sqrt{(-v_0)^2 - 2g\,(y - y_0)} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}\,.$$

Escolhemos a raiz positiva porque estamos interessados no valor absoluto da velocidade.

(b) Para calcular o tempo, usamos a Eq. 2-15, com $-v_0$ no lugar de v_0:

$$\Delta y = -v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{-v_0 + \sqrt{(-v_0)^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

para a qual escolhemos a raiz positiva porque $t > 0$. Fazendo $y = 0$ e $y_0 = h$, obtemos

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g}.$$

(c) Se a bola fosse lançada para cima da altura h com a mesma velocidade inicial, passaria de novo por essa altura (desprezando a resistência do ar) com a mesma velocidade, dessa vez para baixo, e, portanto, chegaria ao solo com a mesma velocidade do item (a). Um conceito importante relacionado a este fato é discutido em outro capítulo do livro (no contexto da conservação da energia).

(d) Como a bola se move para cima antes de começar a cair, é óbvio que leva mais tempo para chegar ao solo que o valor calculado no item (b). O cálculo, porém, é praticamente igual; a única diferença é que agora temos $+v_0$ na equação, enquanto nos cálculos do item (b) tínhamos $-v_0$:

$$\Delta y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y}}{g}$$

para a qual novamente escolhemos a raiz positiva porque $t > 0$. Fazendo $y = 0$ e $y_0 = h$, obtemos

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} + v_0}{g}.$$

102. Supondo que a bola se move com velocidade constante, podemos usar a Eq. 2-2 (com $v_{\text{méd}} = v > 0$). O resultado é o seguinte:

$$\Delta x = v\Delta t = \left[303\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\left(\frac{1000\ \text{m/km}}{3600\ \text{s/h}}\right)\right]\left(100\times 10^{-3}\ \text{s}\right) = 8{,}4\ \text{m}.$$

103. Supondo que a velocidade horizontal da bola é constante, o deslocamento horizontal é dado por $\Delta x = v\Delta t$, em que v é a velocidade horizontal e Δt é o tempo. Convertendo v para metros por segundo, temos 160 km/h = 44,4 m/s. Assim,

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{18{,}4\ \text{m}}{44{,}4\ \text{m/s}} = 0{,}414\ \text{s}$$

A conversão de km/h para m/s pode ser feita sem dificuldade, usando as relações 1000 m = 1 km e 3600 s = 1 h, ou consultando o Apêndice D.

104. Nesta solução, usamos a notação $x(t)$ para indicar o valor de x correspondente a um determinado valor de t. Assim, $x(t) = 50t + 10t^2$, em que x e t estão em unidades do SI, metros e segundos, respectivamente.

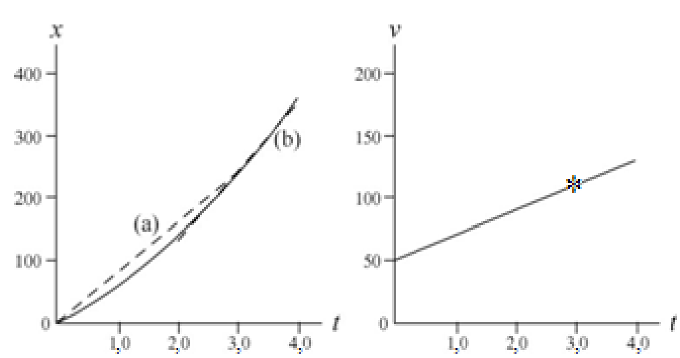
(a) A velocidade média nos primeiros 3 s é

$$v_{\text{méd}} = \frac{x(3) - x(0)}{\Delta t} = \frac{(50)(3) + (10)(3)^2 - 0}{3} = 80\ \text{m/s}$$

(b) A velocidade instantânea no instante t é dada por $v = dx/dt = 50 + 20t$. Para $t = 3{,}0$ s, $v = 50 + (20)(3{,}0) = 110$ m/s.

(c) A aceleração instantânea no instante t é dada por $a = dv/dt = 20\ \text{m/s}^2$. Como a aceleração é constante, ela é igual a $20\ \text{m/s}^2$ para qualquer valor de t.

(d), (e) e (f) Os gráficos mostram a posição x e a velocidade v do próton em função do tempo, em unidades do SI. A reta tracejada (a) do gráfico da esquerda liga o ponto $t = 0$, $x = 0$ ao ponto $t = 3{,}0$ s, $x = 240$ m. A inclinação dessa reta é a velocidade média do próton durante os primeiros 3,0 s do percurso. A reta tracejada (b) é tangente à curva da função $x(t)$ no ponto $t = 3{,}0$ s. A inclinação dessa reta é a velocidade instantânea do próton no instante $t = 3{,}0$ s. Essa velocidade corresponde também à ordenada do ponto assinalado no gráfico da direita.



105. Supondo que a motocicleta está se movendo no sentido positivo do eixo x, $v_0 = +30$ m/s, $v_1 = +15$ m/s e $a < 0$. A aceleração pode ser calculada com o auxílio da Eq. 2-11: $a = (v_1 - v_0)/t_1$, em que $t_1 = 3{,}0$ s. O resultado é $a = -5{,}0\ \text{m/s}^2$. O deslocamento (que, neste problema, é igual à distância percorrida) até o ponto em que a motocicleta para ($v_2 = 0$) pode ser calculado com o auxílio da Eq. 2-16:

$$v_2^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad\Rightarrow\quad \Delta x = -\frac{(30\ \text{m/s})^2}{2(-5\ \text{m/s}^2)} = 90\ \text{m}$$

106. O problema pode ser dividido em duas partes nas quais a aceleração é constante: a parte 1, em que $v_0 = 0$, $v = 6{,}0$ m/s, $x = 1{,}8$ m e $x_0 = 0$ (tomando como origem do eixo x a posição inicial da bola), e a parte 2, em que $v_0 = 6{,}0$ m/s, $v = 0$ e $a_2 = -2{,}5$ m/s^2 (a aceleração é negativa porque estamos supondo que o disco se move no sentido positivo do eixo x).

(a) Podemos usar a Eq. 2-17 para determinar a duração da primeira parte do movimento:

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)\, t_1 \quad \Rightarrow \quad 1{,}8 \text{ m} - 0 = \frac{1}{2}(0 + 6{,}0 \text{ m/s})\, t_1$$

que nos dá $t_1 = 0{,}6$ s. Para determinar a duração da segunda parte do movimento, usamos a Eq. 2-11:

$$v = v_0 + a_2 t_2 \quad \Rightarrow \quad 0 = 6{,}0 \text{ m/s} + (-2{,}5 \text{ m/s}^2)t_2$$

que nos dá $t_2 = 2{,}4$ s. Assim, o tempo total é $t_1 + t_2 = 3{,}0$ s.

(b) Já conhecemos a distância percorrida na primeira parte do movimento. Podemos determinar a distância percorrida na segunda parte usando várias equações, mas a que não faz uso dos resultados obtidos no item (a) é a Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_2\Delta x_2 \quad \Rightarrow \quad 0 = (6{,}0 \text{ m/s})^2 + 2(-2{,}5 \text{ m/s}^2)\Delta x_2$$

que nos dá $\Delta x_2 = 7{,}2$ m. Assim, a distância total percorrida pelo disco de *shuffleboard* é (1,8 + 7,2) m = 9,0 m.

107. O tempo necessário pode ser obtido com o auxílio da Eq. 2-11 (ou da Eq. 2-7, se ela for interpretada adequadamente). Primeiro, convertemos a variação de velocidade para unidades do SI:

$$\Delta v = (100 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 27{,}8 \text{ m/s}$$

Assim, $\Delta t = \Delta v/a = 27{,}8/50 = 0{,}556$ s.

108. A aceleração mínima pode ser determinada explicitando a na Eq. 2-16:

$$a_{\text{mín}} = \frac{v_2 - v_0^2}{2\Delta x_{\text{máx}}} = \frac{(360 \text{ km/h})^2}{2(1{,}80 \text{ km})} = 36000 \text{ km/h}^2$$

o que equivale a 2,78 m/s^2.

109. (a) No caso do automóvel, $\Delta v = 55 - 25 = 30$ km/h. Convertendo para unidades do SI, obtemos

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(30 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right)}{(0{,}50 \text{ min})(60 \text{ s/min})} = 0{,}28 \text{ m/s}^2$$

(b) Como a variação de velocidade da bicicleta, no mesmo intervalo de tempo, é igual à variação de velocidade do automóvel, a aceleração também é a mesma, 0,28 m/s^2.

110. Convertendo a velocidade para metros por segundo e o intervalo de tempo para segundos, obtemos $v = 3400(1000/3600) = 944$ m/s e $\Delta t = 0{,}10$ s. Assim, $\Delta x = v\Delta t = 94$ m.

111. Este problema pode ser dividido em duas partes: na parte 1, em que o atleta se move com aceleração constante (e, portanto, as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas), $v_0 = 0$, $v = 11{,}0$ m/s, $x = 12{,}0$ m e $x_0 = 0$ (tomando como origem a linha de largada); na parte 2, em que o atleta se move com velocidade constante (e, portanto, a equação $x - x_0 = vt$ pode ser usada), $v = 11{,}0$ m/s, $x_0 = 12{,}0$ e $x = 100{,}0$ m.

(a) Aplicando a Eq. 2-17 à parte 1 do movimento, temos

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)\, t_1 \quad \Rightarrow \quad 12{,}0 - 0 = \frac{1}{2}(0 + 11{,}0)t_1$$

e, portanto, $t_1 = 2{,}2$ s.

Para a parte 2 do movimento, podemos usar a relação 88,0 = $11{,}0t_2$, o que nos dá $t_2 = 8{,}0$ s. Assim, o tempo total é $t_1 + t_2 = 10{,}2$ s.

(b) Neste caso, queremos que o tempo total seja de 10,0 s, e estamos interessados em determinar a coordenada do ponto x_p no qual o corredor deixa de acelerar e passa a se mover com aceleração constante. As equações das partes 1 e 2 do movimento passam a ser, portanto,

$$x_p - 0 = \tfrac{1}{2}\left(0 + 11{,}0\ \text{m/s}\right)t_1$$
$$100{,}0\ \text{m} - x_p = \left(11{,}0\ \text{m/s}\right)\left(10{,}0\ \text{s} - t_1\right)$$

em que, na segunda equação, usamos o fato de que $t_2 = 10{,}0 - t_1$. Resolvendo o sistema de equações, obtemos $t_1 = 1{,}8$ s e $x_p = 10{,}0$ m.

112. A bala parte do repouso ($v_0 = 0$) e, depois de passar pelo cano ($\Delta x = 1{,}2$ m), está se movendo com uma velocidade conhecida ($v = 640$ m/s). Uma vez que a aceleração é constante, podemos utilizar uma das equações da Tabela 2-1. A mais conveniente é a Eq. 2.17, que pode ser escrita na forma $\Delta x = \dfrac{1}{2}(v_0 + v)\ t.$ Explicitando t e substituindo os valores conhecidos, obtemos $t = 0{,}00375$ s (ou 3,75 ms).

113. Como a queda acontece no vácuo, podemos fazer $a = -g = -9{,}8$ m/s^2 durante a queda (tomando o sentido para cima como positivo). Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 (com Δy em lugar de Δx). Também podemos usar as equações da Tabela 2-1 durante o processo de captura, mas desta vez a aceleração é $a_2 = +25g = 245$ m/s^2.

(a) O tempo de queda é dado pela Eq. 2-15 com $v_0 = 0$ e $y = 0$. Explicitando t, obtemos

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(145\ \text{m})}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 5{,}44\ \text{s}$$

(b) A equação mais conveniente para calcular a velocidade da esfera ao chegar à base da torre é a Eq. 2-16, que nos dá

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)} = -\sqrt{2gy_0} = -53{,}3\ \text{m/s}$$

em que o sinal é negativo porque a velocidade é para baixo. Assim, a velocidade escalar é $|v| = 53{,}3$ m/s.

(c) No processo de captura, a resposta do item (b) é a velocidade *inicial* ($v_0 = -53{,}3$ m/s) e a velocidade final é zero. De acordo com a Eq. 2-16,

$$\Delta y_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_2} = \frac{-(-53{,}3\ \text{m/s})^2}{2(245\ \text{m/s}^2)} = -5{,}80\ \text{m}$$

ou $|\Delta y_2| = 5{,}80$ m. O sinal de Δy_2 é negativo porque a distância é percorrida no sentido negativo do eixo y.

114. Durante um tempo T_r a velocidade v_0 é constante (em um sentido que escolhemos como positivo) e obedece à relação $v_0 = D_r/T_r$. Em unidades do SI, $v_0 = 200(1000/3600) = 55{,}6$ m/s. Durante um tempo T_p, a aceleração é constante e tem o sentido oposto ao de v_0 (no nosso caso, portanto, $a < 0$). A velocidade final do carro é $v = 0$.

(a) De acordo com a Eq. 2-16 (com $\Delta x_b = 170$ m), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x_b \quad\Rightarrow\quad a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x_b}$$

o que nos dá $|a| = 9{,}08$ m/s^2.

(b) Para expressar o módulo da aceleração em unidades de g, basta dividir o resultado do item (a) pela aceleração da gravidade:

$$a = \left(\frac{9{,}08\ \text{m/s}^2}{9{,}8\ \text{m/s}^2}\right) g = 0{,}926g$$

(c) Para determinar o tempo de frenagem, usamos a Eq. 2-17:

$$\Delta x_b = \frac{1}{2}(v_0 + v)T_b \quad \Rightarrow \quad T_b = \frac{2(170\ \text{m})}{55{,}6\ \text{m/s}} = 6{,}12\ \text{s}$$

(d) O tempo total é a soma do tempo de reação com o tempo de frenagem:

$$T_b = \left(\frac{6{,}12\ \text{s}}{400 \times 10^{-3}\ \text{s}}\right) T_r = 15{,}3 T_r$$

(e) Como $T_p > T_r$, a maior parte do tempo que o carro leva para parar se deve ao tempo de desaceleração.

(f) A distância adicional ΔD percorrida pelo carro quando o tempo de reação aumenta de $\Delta T_r = 0{,}100$ s é dada por

$$\Delta D = v_0 \Delta T_r = (55{,}6\ \text{m/s})(0{,}100\ \text{s}) = 5{,}56\ \text{m}$$

115. Como o tempo total da prova foi $\Delta t = 2\text{h}41\text{min} = 161\ \text{min}$ e o centro da corda sofreu um deslocamento $\Delta x = 3{,}70\ \text{m} = 370\ \text{cm}$, a velocidade média do ponto central da corda durante a prova foi

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{370\ \text{cm}}{161\ \text{min}} = 2{,}30\ \text{cm/min}$$

116. De acordo com a Eq. 2-11, $v = v_0 + at$, a velocidade inicial era

$$v_0 = v - at = 0 - (-3400)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(6{,}5 \times 10^{-3}\ \text{s}) = 216{,}6\ \text{m/s}$$

117. O número N de dias que Meegan passou caminhando (incluindo o primeiro dia, o último dia e o número de dias de um ano bissexto) foi

$$N = 340 + 365 + 365 + 366 + 365 + 365 + 261 = 2427$$

Portanto, a velocidade média da caminhada foi

$$s_{\text{méd}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{3{,}06 \times 10^7\ \text{m}}{(2427\ \text{dias})(86400\ \text{s/dia})} = 0{,}146\ \text{m/s}$$

118. (a) Seja d a distância percorrida. As velocidades médias com as asas estendidas e com as asas recolhidas são, respectivamente, $v_e = d/t_e$ e $v_r = d/t_r$. A razão entre as duas velocidades é

$$\frac{v_e}{v_r} = \frac{d/t_e}{d/t_r} = \frac{t_r}{t_e} = \frac{25{,}0\ \text{s}}{7{,}1\ \text{s}} = 3{,}52$$

(b) A diferença de tempo em função de v_e é dada por

$$\Delta t = t_r - t_e = \frac{d}{v_r} - \frac{d}{v_e} = \frac{d}{(v_e/3{,}52)} - \frac{d}{v_e} = 2{,}52\frac{d}{v_e} = 2{,}52\frac{(2{,}0\ \text{m})}{v_e} = \frac{5{,}04\ \text{m}}{v_e}$$

119. (a) Derivando $y(t) = (2{,}0\ \text{cm})\text{sen}(\pi t/4)$ em relação a t, obtemos a seguinte expressão para a velocidade:

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = \left(\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\cos(\pi t/4)$$

A velocidade média entre $t = 0$ e $t = 2{,}0$ s é

$$\begin{aligned} v_{\text{méd}} &= \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\int_0^2 v_y\,dt = \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}\left(\frac{\pi}{2}\ \text{cm/s}\right)\int_0^2 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)dt \\ &= \frac{1}{(2{,}0\ \text{s})}(2\ \text{cm})\int_0^{\pi/2} \cos x\,dx = 1{,}0\ \text{cm/s} \end{aligned}$$

(b) As velocidades instantâneas da partícula nos instantes t = 0, 1,0 s e 2,0 s são, respectivamente,

$$v_y(0) = \left(\frac{\pi}{2}\text{ cm/s}\right)\cos(0) = \frac{\pi}{2}\text{ cm/s}$$
$$v_y(1{,}0\text{ s}) = \left(\frac{\pi}{2}\text{ cm/s}\right)\cos(\pi/4) = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}\text{ cm/s}$$
$$v_y(2{,}0\text{ s}) = \left(\frac{\pi}{2}\text{ cm/s}\right)\cos(\pi/2) = 0$$

(c) Derivando $v_y(t)$ em relação a t, obtemos a seguinte expressão para a aceleração:

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = \left(-\frac{\pi^2}{8}\text{ cm/s}^2\right)\text{sen}(\pi t/4)$$

A aceleração média entre t = 0 e t = 2,0 s é

$$a_{\text{méd}} = \frac{1}{(2{,}0\text{ s})}\int_0^2 a_y dt = \frac{1}{(2{,}0\text{ s})}\left(-\frac{\pi^2}{8}\text{ cm/s}^2\right)\int_0^2 \text{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right)dt$$
$$= \frac{1}{(2{,}0\text{ s})}\left(-\frac{\pi}{2}\text{ cm/s}\right)\int_0^{\pi/2}\text{sen}\,x\,dx = \frac{1}{(2{,}0\text{ s})}\left(-\frac{\pi}{2}\text{ cm/s}\right) = -\frac{\pi}{4}\text{ cm/s}^2$$

(d) As acelerações instantâneas da partícula em t = 0, 1,0 s e 2,0 s são, respectivamente,

$$a_y(0) = \left(-\frac{\pi^2}{8}\text{ cm/s}^2\right)\text{sen}(0) = 0$$
$$a_y(1{,}0\text{ s}) = \left(-\frac{\pi^2}{8}\text{ cm/s}^2\right)\text{sen}(\pi/4) = -\frac{\pi^2\sqrt{2}}{16}\text{ cm/s}^2$$
$$a_y(2{,}0\text{ s}) = \left(-\frac{\pi^2}{8}\text{ cm/s}^2\right)\text{sen}(\pi/2) = -\frac{\pi^2}{8}\text{ cm/s}^2$$

Capítulo 3

1. PENSE Neste problema, conhecemos o módulo e a orientação de um vetor bidimensional e devemos calcular as componentes x e y do vetor.

FORMULE As componentes x e y de um vetor $\vec{a}$ que está no plano xy são dadas por

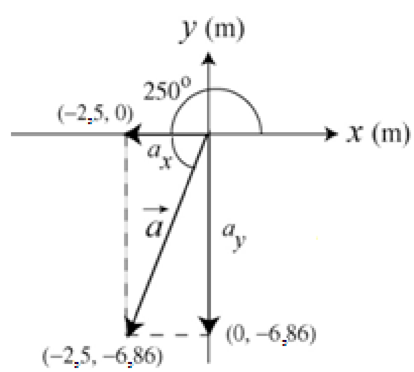
$$a_x = a\cos\theta, \qquad a_y = a\,\text{sen}\,\theta$$

em que $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ é o módulo do vetor, e $\theta = \tan^{-1}(a_y/a_x)$ é o ângulo entre o vetor e o semieixo x positivo. Como $\theta = 250°$, sabemos que o vetor está no terceiro quadrante e, portanto, as componentes x e y são negativas.

ANALISE (a) A componente x de $\vec{a}$ é

$$a_x = a\cos\theta = (7{,}3\text{ m})\cos 250° = -2{,}50\text{ m}$$

(b) A componente y de $\vec{a}$ é $a_y = a\,\text{sen}\,\theta = (7{,}3\text{ m})\,\text{sen}\,250° = -6{,}86\text{ m} \approx -6{,}9\text{ m}.$ Os resultados aparecem na figura a seguir.



APRENDA Existem outras formas de calcular as componentes. Como o vetor faz um ângulo de 70° para baixo com o semieixo x negativo, podemos escrever:

$$a_x = -(7{,}3\text{ m})\cos 70° = -2{,}50\text{ m}, \quad a_y = -(7{,}3\text{ m})\,\text{sen}\,70° = -6{,}86\text{ m}.$$

Por outro lado, como o vetor faz um ângulo de 20° para a esquerda com o semieixo y negativo, podemos escrever

$$a_x = -(7{,}3\text{ m})\,\text{sen}\,20° = -2{,}50\text{ m}, \quad a_y = -(7{,}3\text{ m})\cos 20° = -6{,}86\text{ m}$$

Para verificar que o resultado está correto, note que

$$\sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-2{,}50\text{ m})^2 + (-6{,}86\text{ m})^2} = 7{,}3\text{ m e } \tan^{-1}\left(a_y/a_x\right) = \tan^{-1}[(-6{,}86\text{ m})/(-2{,}50\text{ m})] = 250°,$$

que são os valores dados no enunciado do problema.

2. (a) Se $r = 15$ m e $\theta = 30°$, a componente x de $\vec{r}$ é dada por

$$r_x = r\cos\theta = (15\text{ m})\cos 30° = 13\text{ m}.$$

(b) A componente y é dada por $r_y = r\,\text{sen}\,\theta = (15\text{ m})\,\text{sen}\,30° = 7{,}5$ m.

3. PENSE Neste problema, conhecemos as componentes x e y de um vetor bidimensional $\vec{A}$, e devemos determinar o módulo e a orientação do vetor.

FORMULE O vetor $\vec{A}$ pode ser representado na notação *módulo-ângulo* (A, θ), em que

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

é o módulo do vetor, e

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

é o ângulo que o vetor faz com o semieixo x positivo. Essas expressões podem ser usadas para calcular A e θ a partir dos dados do problema, $A_x = -25{,}0$ m e $A_y = 40{,}0$ m.

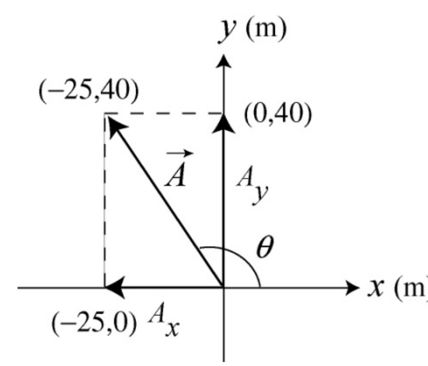
ANALISE (a) O módulo do vetor é

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-25{,}0\text{ m})^2 + (40{,}0\text{ m})^2} = 47{,}2\text{ m}$$

(b) Lembrando que $\tan\theta = \tan(\theta + 180°)$,

$\tan^{-1}[(40{,}0\text{ m})/(-25{,}0\text{ m})] = -58°$ ou $122°$.

Sabendo que o vetor está no segundo quadrante (pelos sinais das componentes x e y), vemos que a resposta correta é $\theta = 122°$. Os resultados aparecem na figura à direita.



APRENDA Podemos verificar se os resultados estão corretos, observando que as componentes x e y do vetor podem ser escritas na forma

$$A_x = A\cos\theta, \qquad A_y = A\,\text{sen}\,\theta$$

Substituindo A e θ pelos valores calculados nos itens (a) e (b), obtemos

$$A_x = (47{,}2\text{ m})\cos 122° = -25{,}0\text{ m}, \quad A_y = (47{,}2\text{ m})\,\text{sen}\,122° = +40{,}0\text{ m}$$

que são os valores dados no enunciado do problema.

4. Sabendo que uma circunferência completa tem 360° e 2π radianos, podemos fazer as conversões pedidas usando uma simples regra de três:

(a) $20{,}0° = (20{,}0°)\dfrac{2\pi\text{ rad}}{360°} = 0{,}349$ rad.

(b) $50{,}0° = (50{,}0°)\dfrac{2\pi\text{ rad}}{360°} = 0{,}873$ rad.

(c) $100{,}0° = (100{,}0°)\dfrac{2\pi\text{ rad}}{360°} = 1{,}75$ rad.

(d) $0,330 \text{ rad} = (0,330 \text{ rad})\dfrac{360°}{2\pi \text{ rad}} = 18,9°.$

(e) $2,10 \text{ rad} = (2,10 \text{ rad})\dfrac{360°}{2\pi \text{ rad}} = 120°.$

(f) $7,70 \text{ rad} = (7,70 \text{ rad})\dfrac{360°}{2\pi \text{ rad}} = 441°.$

5. A soma vetorial dos deslocamentos $\vec{d}_{\text{tempestade}}$ e $\vec{d}_{\text{novo}}$ deve ser igual ao deslocamento desejado inicialmente, $\vec{d}_{\text{o}} = (120 \text{ km})\hat{\text{j}}$, na qual leste é $\hat{\text{i}}$ e norte é $\hat{\text{j}}$. Assim, escrevemos

$$\vec{d}_{\text{tempestade}} = (100 \text{ km})\hat{\text{i}}, \quad \vec{d}_{\text{novo}} = A\hat{\text{i}} + B\hat{\text{j}}.$$

(a) A equação $\vec{d}_{\text{tempestade}} + \vec{d}_{\text{novo}} = \vec{d}_{\text{o}}$ nos dá $A = -100$ km e $B = 120$ km. O módulo de $\vec{d}_{\text{novo}}$ é, portanto, igual a

$$|\vec{d}_{\text{novo}}| = \sqrt{A^2 + B^2} = 156 \text{ km} .$$

(b) A direção é

$$\tan^{-1}(B/A) = -50,2° \text{ ou } 180° + (-50,2°) = 129,8°.$$

Escolhemos o segundo valor porque sabemos que o deslocamento está no segundo quadrante. A resposta pode ser expressa de várias formas diferentes: 129,8° no sentido anti-horário a partir do leste, 39,8° para oeste a partir do norte ou 50,2° para o norte a partir do oeste.

6. (a) A distância vertical é $h = d \operatorname{sen}\theta$, na qual $d = 12,5$ m e $\theta = 20,0°$. Assim, $h = 4,28$ m.

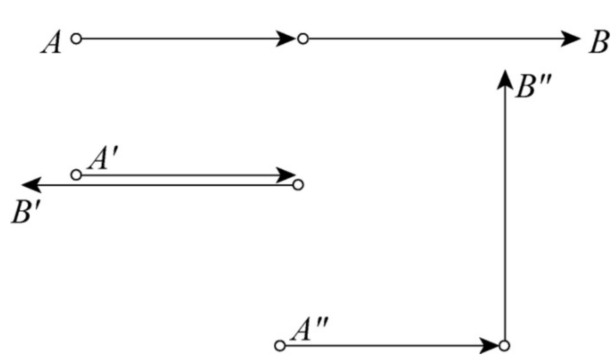
(b) A distância horizontal é $d \cos\theta = 11,7$ m.

7. (a) Para que o módulo da resultante seja 7 m, os vetores devem estar paralelos (caso *AB* na figura a seguir).

(b) Para que o módulo da resultante seja 1 m, os vetores devem estar antiparalelos, ou seja, em sentidos opostos (caso *A′B′* na figura a seguir).

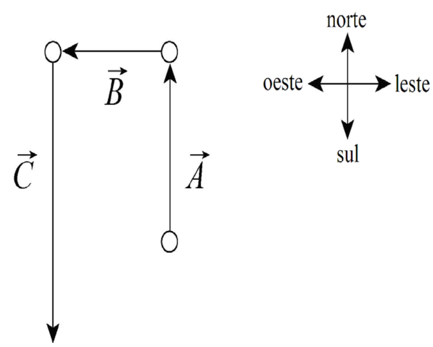
(c) Para que o módulo da resultante seja $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\text{m}$, os vetores devem estar perpendiculares (caso *A″B″* na figura a seguir).

Nas figuras, os vetores foram desenhados posicionando a origem do segundo vetor na extremidade do primeiro; a resultante, que não é mostrada, seria uma reta ligando a origem do primeiro vetor à extremidade do segundo.



8. Chamamos os vetores deslocamento de $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ (e chamamos a soma vetorial de $\vec{r}$). Escolhemos o *leste* como direção $\hat{\text{i}}$ (direção $+x$) e o *norte* como direção $\hat{\text{j}}$ (direção $+y$). Está implícito que todas as distâncias são em quilômetros.

(a) O diagrama vetorial que representa o movimento é o seguinte:



$$\vec{A} = (3{,}1 \text{ km})\,\hat{\text{j}}$$
$$\vec{B} = (-2{,}4 \text{ km})\,\hat{\text{i}}$$
$$\vec{C} = (-5{,}2 \text{ km})\,\hat{\text{j}}$$

(b) O ponto final é representado por

$$\vec{r} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (-2{,}4 \text{ km})\hat{\text{i}} + (-2{,}1 \text{ km})\hat{\text{j}}$$

cujo módulo é

$$|\vec{r}| = \sqrt{(-2{,}4 \text{ km})^2 + (-2{,}1 \text{ km})^2} \approx 3{,}2 \text{ km}.$$

(c) Existem duas possibilidades para o ângulo:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-2{,}1 \text{ km}}{-2{,}4 \text{ km}}\right) = 41° \text{ ou } 221°.$$

Escolhemos o segundo ângulo porque sabemos que $\vec{r}$ está no terceiro quadrante. Convém notar que muitas calculadoras gráficas contam com rotinas de conversão de coordenadas retangulares para coordenadas polares que fornecem automaticamente o ângulo correto (medido a partir do semieixo *x* positivo, no sentido anti-horário. O ângulo pode ser expresso de várias formas: 221° no sentido anti-horário a partir do leste (uma descrição que pode soar meio estranha), 41° ao sul do oeste ou 49° a oeste do sul. A resultante $\vec{r}$ não aparece no desenho; seria uma seta ligando a "cauda" de $\vec{A}$ à "cabeça" de $\vec{C}$.

9. Está implícito que todas as distâncias nesta solução estão expressas em metros.

(a) $\vec{a} + \vec{b} = [4{,}0 + (-1{,}0)]\hat{\text{i}} + [(-3{,}0) + 1{,}0]\hat{\text{j}} + (1{,}0 + 4{,}0)\hat{\text{k}} = (3{,}0\hat{\text{i}} - 2{,}0\hat{\text{j}} + 5{,}0\hat{\text{k}})$ m.

(b) $\vec{a} - \vec{b} = [4{,}0 - (-1{,}0)]\hat{\text{i}} + [(-3{,}0) - 1{,}0]\hat{\text{j}} + (1{,}0 - 4{,}0)\hat{\text{k}} = (5{,}0\hat{\text{i}} - 4{,}0\hat{\text{j}} - 3{,}0\hat{\text{k}})$ m.

(c) A condição de que $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ leva a $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$, que é o negativo do resultado do item (b). Assim, $\vec{c} = (-5{,}0\,\hat{\text{i}} + 4{,}0\,\hat{\text{j}} + 3{,}0\,\hat{\text{k}})$ m.

10. As componentes *x*, *y* e *z* de $\vec{r} = \vec{c} + \vec{d}$ são, respectivamente,

(a) $r_x = c_x + d_x = 7{,}4 \text{ m} + 4{,}4 \text{ m} = 12 \text{ m}$,

(b) $r_y = c_y + d_y = -3{,}8 \text{ m} - 2{,}0 \text{ m} = -5{,}8 \text{ m}$ e

(c) $r_z = c_z + d_z = -6{,}1 \text{ m} + 3{,}3 \text{ m} = -2{,}8 \text{ m}$.

11. PENSE Este problema envolve a soma de dois vetores bidimensionais, $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Precisamos calcular o módulo e a orientação do vetor resultante.

FORMULE Na notação dos vetores unitários, um vetor bidimensional $\vec{a}$ é escrito na forma $\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}}$ e um vetor bidimensional $\vec{b}$ é escrito na forma $\vec{b} = b_x\hat{\mathrm{i}} + b_y\hat{\mathrm{j}}$. A soma dos dois vetores é dada por

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\hat{\mathrm{i}} + (a_y + b_y)\hat{\mathrm{j}} = r_x\hat{\mathrm{i}} + r_y\hat{\mathrm{j}}$$

ANALISE (a) Como $\vec{a} = (4{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$ e $\vec{b} = (-13{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (7{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$, as componentes x e y de $\vec{r}$ são

$$r_x = a_x + b_x = (4{,}0\text{ m}) + (-13\text{ m}) = -9{,}0\text{ m}$$
$$r_y = a_y + b_y = (3{,}0\text{ m}) + (7{,}0\text{ m}) = 10{,}0\text{ m}$$

Assim, $\vec{r} = (-9{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (10\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$.

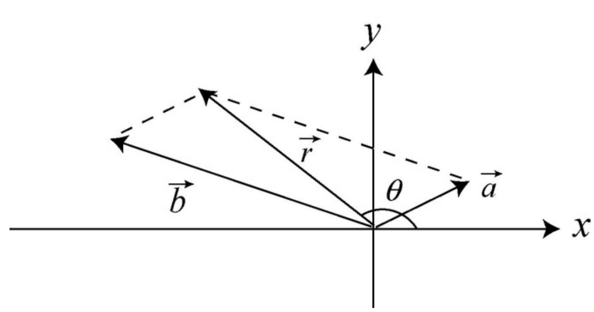
(b) O módulo de $\vec{r}$ é $r = |\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(-9{,}0\text{ m})^2 + (10\text{ m})^2} = 13\text{ m}$.

(c) O ângulo entre a resultante e o semieixo x positivo é

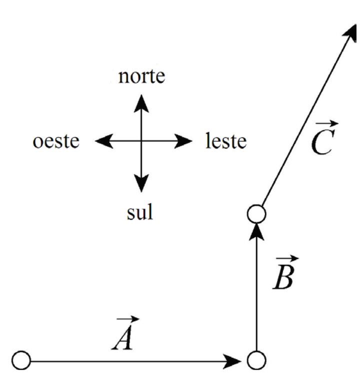
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{r_y}{r_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{10{,}0\text{ m}}{-9{,}0\text{ m}}\right) = -48° \text{ ou } 132°$$

Como a componente x da resultante é negativa e a componente y é positiva, o vetor está no segundo quadrante e, portanto, o ângulo é 132° (medido no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo).

APRENDA A figura a seguir (que não está em escala) mostra a soma dos dois vetores. O desenho confirma o fato de que, se a componente x da resultante é negativa e a componente y é positiva, o vetor está no segundo quadrante.



12. Chamamos os vetores deslocamento de $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ e a soma dos três vetores de $\vec{r}$. Escolhemos o *leste* como direção $\hat{\mathrm{i}}$ (direção $+x$) e o *norte* como direção $\hat{\mathrm{j}}$ (direção $+y$). Notamos que o ângulo entre $\vec{C}$ e o eixo x é 60°. Nesse caso,



$$\vec{A} = (50\text{ km})\hat{\mathrm{i}}$$
$$\vec{B} = (30\text{ km})\hat{\mathrm{j}}$$
$$\vec{C} = (25\text{ km})\cos(60°)\,\hat{\mathrm{i}} + (25\text{ km})\,\mathrm{sen}(60°)\,\hat{\mathrm{j}}$$

(a) O deslocamento total do carro a partir da posição inicial é representado por

$$\vec{r} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (62{,}5\ \text{km})\,\hat{\text{i}} + (51{,}7\ \text{km})\,\hat{\text{j}}$$

o que significa que o módulo é

$$|\vec{r}| = \sqrt{(62{,}5\,\text{km})^2 + (51{,}7\,\text{km})^2} = 81\ \text{km}.$$

(b) O ângulo (medido no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo) é $\tan^{-1}$ (51,7 km/62,5 km) = 40°, o que significa que a direção de $\vec{r}$ é 40° *ao norte do leste*. A resultante $\vec{r}$ não aparece no desenho; seria uma seta ligando a "cauda" de $\vec{A}$ à "cabeça" de $\vec{C}$.

13. A solução mais simples consiste em obter as componentes e somá-las (não como vetores, mas como escalares). Para d = 3,40 km e θ = 35,0° temos $d\cos\theta + d\,\text{sen}\,\theta$ = 4,74 km.

14. (a) Somando as componentes x, temos

$$20\ \text{m} + b_x - 20\ \text{m} - 60\ \text{m} = -140\ \text{m},$$

o que nos dá $b_x = -80$ m.

(b) Somando as componentes y, temos

$$60\ \text{m} - 70\ \text{m} + c_y - 70\ \text{m} = 30\ \text{m},$$

o que nos dá c_y = 110 m.

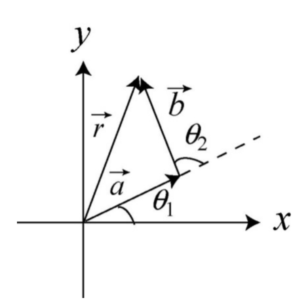
(c) De acordo com o teorema de Pitágoras, o módulo do deslocamento total é dado por $\sqrt{(-140\ \text{m})^2 + (30\ \text{m})^2} \approx 143$ m.

(d) O ângulo é dado por $\tan^{-1}(30/(-140)) = -12°$ (que, como sabemos que o ponto final está no segundo quadrante, pode ser descrito como 12° no sentido horário a partir do semieixo x negativo ou 168° no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo).

15. PENSE Este problema envolve a soma de dois vetores bidimensionais, $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Precisamos calcular as componentes, o módulo e a orientação do vetor resultante.

FORMULE Na notação dos vetores unitários, o vetor $\vec{a}$ pode ser escrito na forma $\vec{a} = a_x\hat{\text{i}} + a_y\hat{\text{j}} = (a\cos\alpha)\hat{\text{i}} + (a\,\text{sen}\,\alpha)\hat{\text{j}}$ e o vetor $\vec{b}$ pode ser escrito na forma $\vec{b} = b_x\hat{\text{i}} + b_y\hat{\text{j}} = (b\cos\beta)\hat{\text{i}} + (b\,\text{sen}\,\beta)\hat{\text{j}}$. De acordo com a figura, $\alpha = \theta_1$ e $\beta = \theta_1 + \theta_2$ (já que os ângulos são medidos a partir do semieixo x positivo) e o vetor resultante é

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} = [a\cos\theta_1 + b\cos(\theta_1 + \theta_2)]\hat{\text{i}} + [a\,\text{sen}\theta_1 + b\,\text{sen}\,(\theta_1 + \theta_2)]\hat{\text{j}} = r_x\hat{\text{i}} + r_y\hat{\text{j}}$$



ANALISE (a) Como $a = b = 10$ m, $\theta_1 = 30°$ e $\theta_2 = 105°$, a componente x de $\vec{r}$ é

$$r_x = a\cos\theta_1 + b\cos(\theta_1 + \theta_2) = (10\ \text{m})\cos 30° + (10\ \text{m})\cos(30° + 105°) = 1{,}59\ \text{m}$$

(b) A componente y de $\vec{r}$ é

$$r_y = a\,\text{sen}\,\theta_1 + b\,\text{sen}(\theta_1 + \theta_2) = (10\ \text{m})\,\text{sen}\,30° + (10\ \text{m})\,\text{sen}\,(30° + 105°) = 12{,}1\ \text{m}$$

(c) O módulo de $\vec{r}$ é $\sqrt{1{,}59^2 + 12{,}1^2}$ = 12,2 m.

(d) O ângulo entre $\vec{r}$ e o semieixo x positivo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{r_y}{r_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{12{,}1\ \text{m}}{1{,}59\ \text{m}}\right) = 82{,}5°$$

APRENDA O desenho confirma o fato de que, se as componentes x e y da resultante são positivas, o vetor está no primeiro quadrante. Note que o módulo de $\vec{r}$ também pode ser calculado usando a lei dos cossenos ($\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{r}$ formam um triângulo isósceles):

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(180 - \theta_2)} = \sqrt{(10\ \text{m})^2 + (10\ \text{m})^2 - 2(10\ \text{m})(10\ \text{m})\cos 75°} \\ &= 12{,}2\ \text{m} \end{aligned}$$

16. (a) $\vec{a} + \vec{b} = (3{,}0\,\hat{\text{i}} + 4{,}0\,\hat{\text{j}})\ \text{m} + (5{,}0\,\hat{\text{i}} - 2{,}0\,\hat{\text{j}})\ \text{m} = (8{,}0\ \text{m})\,\hat{\text{i}} + (2{,}0\ \text{m})\,\hat{\text{j}}.$

(b) O módulo de $\vec{a} + \vec{b}$ é

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(8{,}0\ \text{m})^2 + (2{,}0\ \text{m})^2} = 8{,}2\ \text{m}.$$

(c) O ângulo entre este vetor e o semieixo x positivo é

$$\tan^{-1}[(2{,}0\ \text{m})/(8{,}0\ \text{m})] = 14°.$$

(d) $\vec{b} - \vec{a} = (5{,}0\,\hat{\text{i}} - 2{,}0\,\hat{\text{j}})\ \text{m} - (3{,}0\,\hat{\text{i}} + 4{,}0\,\hat{\text{j}})\ \text{m} = (2{,}0\ \text{m})\,\hat{\text{i}} - (6{,}0\ \text{m})\,\hat{\text{j}}$.

(e) O módulo da diferença $\vec{b} - \vec{a}$ é

$$|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{(2{,}0\ \text{m})^2 + (-6{,}0\ \text{m})^2} = 6{,}3\ \text{m}.$$

(f) O ângulo entre este vetor e o semieixo x positivo é $\tan^{-1}[(-6{,}0\ \text{m})/(2{,}0\ \text{m})] = -72°$. O vetor faz um ângulo de 72° *no sentido horário* com o eixo definido por $\hat{\text{i}}$.

17. Muitas operações com vetores podem ser executadas nas calculadoras gráficas modernas, que dispõem de rotinas de manipulação e vetores e de transformação da forma retangular para a forma polar, e vice-versa. Nesta solução, vamos usar métodos "tradicionais", como a Eq. 3-6. Quando a unidade de comprimento é omitida, fica implícito que se trata do metro.

(a) Na notação de vetores unitários,

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (50\ \text{m})\cos(30°)\,\hat{\text{i}} + (50\ \text{m})\ \text{sen}(30°)\,\hat{\text{j}} \\ \vec{b} &= (50\ \text{m})\cos(195°)\,\hat{\text{i}} + (50\ \text{m})\ \text{sen}\ (195°)\,\hat{\text{j}} \\ \vec{c} &= (50\ \text{m})\cos(315°)\,\hat{\text{i}} + (50\ \text{m})\ \text{sen}\ (315°)\,\hat{\text{j}} \\ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} &= (30{,}4\ \text{m})\,\hat{\text{i}} - (23{,}3\ \text{m})\,\hat{\text{j}}. \end{aligned}$$

O módulo do vetor soma é $\sqrt{(30{,}4\ \text{m})^2 + (-23{,}3\ \text{m})^2} = 38\ \text{m}$.

(b) O cálculo do ângulo entre o vetor encontrado no item (a) e o semieixo x positivo oferece duas possibilidades: $\tan^{-1}[(-23{,}2\ \text{m})/(30{,}4\ \text{m})] = -37{,}5°$ e $180° + (-37{,}5°) = 142{,}5°$. A primeira possibilidade é a resposta correta, já que, pelos sinais das componentes, sabemos que o vetor está no quarto quadrante. Assim, o ângulo é –37,5°, que pode ser descrito como um ângulo de 37,5° *no sentido horário* com o semieixo x positivo ou como 322,5° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

(c) Temos:

$$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=[43,3-(-48,3)+35,4]\,\hat{\mathrm{i}}-[25-(-12,9)+(-35,4)]\,\hat{\mathrm{j}}=(127\,\hat{\mathrm{i}}+2,60\,\hat{\mathrm{j}})\text{ m}$$

na notação de vetores unitários. O módulo do vetor é

$$|\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{(127\text{ m})^2+(2,6\text{ m})^2}\approx 1,30\times 10^2\text{ m}.$$

(d) O ângulo entre o vetor do item (c) e o semieixo x positivo é $\tan^{-1}(2,6\text{ m}/127\text{ m})\approx 1,2°$.

(e) Usando a notação dos vetores unitários, $\vec{d}$ é dado por $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=(-40,4\,\hat{\mathrm{i}}+47,4\,\hat{\mathrm{j}})\text{ m}$, cujo módulo é

$$\sqrt{(-40,4\text{ m})^2+(47,4\text{ m})^2}=62\text{ m}.$$

(f) O cálculo do ângulo entre o vetor encontrado no item (e) e o semieixo x positivo oferece duas possibilidades: $\tan^{-1}(47,4/(-40,4))=-50,0°$ e $180°+(-50,0°)=130°$. A segunda possibilidade é a resposta correta, já que, pelos sinais das componentes, sabemos que $\vec{d}$ está no segundo quadrante.

18. Para poder usar diretamente a Eq. 3-5, notamos que o ângulo entre o vetor $\vec{C}$ e o semieixo x positivo é 180° + 20,0° = 200°.

(a) As componentes x e y de $\vec{B}$ são

$$B_x = C_x - A_x = (15,0\text{ m})\cos 200° - (12,0\text{ m})\cos 40° = -23,3\text{ m},$$
$$B_y = C_y - A_y = (15,0\text{ m})\,\text{sen}\,200° - (12,0\text{ m})\,\text{sen}\,40° = -12,8\text{ m}.$$

Assim, o módulo de $\vec{B}$ é

$$|\vec{B}|=\sqrt{(-23,3\text{ m})^2+(-12,8\text{ m})^2}=26,6\text{ m}$$

(b) O cálculo do ângulo entre $\vec{B}$ e o semieixo x positivo oferece duas possibilidades: $\tan^{-1}[(-12,8\text{ m})/(-23,3\text{ m})] = 28,9°$ e $180° + 28,9° = 209°$. A segunda possibilidade é a resposta certa, já que, pelos sinais das componentes, sabemos que $\vec{B}$ está no terceiro quadrante. Note que o ângulo também pode ser expresso como $-151°$.

19. (a) Com $\hat{\mathrm{i}}$ apontando para a frente e $\hat{\mathrm{j}}$ para a esquerda, o deslocamento total é $(5,00\,\hat{\mathrm{i}} + 2,00\,\hat{\mathrm{j}})$ m. O módulo é dado pelo teorema de Pitágoras:

$$\sqrt{(5,00\text{ m})^2+(2,00\text{ m})^2} = 5,385\text{ m} \approx 5,39\text{ m}$$

(b) O ângulo é $\tan^{-1}(2,00/5,00) \approx 21,8°$ (para a frente e à esquerda).

20. O resultado desejado é o vetor deslocamento $\vec{A}$ = (5,6 km), 90° (medidos no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo), que também pode ser expresso como $\vec{A}=(5,6\text{ km})\hat{\mathrm{j}}$, em que $\hat{\mathrm{j}}$ é o vetor unitário na direção do semieixo y positivo (norte). Este vetor é a soma de dois deslocamentos: o deslocamento errôneo $\vec{B}=(7,8\text{ km}),\ 50°$ ou

$$\vec{B}=(7,8\text{ km})(\cos 50°\,\hat{\mathrm{i}}+\text{sen}\,50°\,\hat{\mathrm{j}})=(5,01\text{ km})\hat{\mathrm{i}}+(5,98\text{ km})\hat{\mathrm{j}}$$

e um vetor $\vec{C}$ de correção a ser determinado. Assim, $\vec{A}=\vec{B}+\vec{C}$.

(a) O deslocamento desejado é dado por $\vec{C}=\vec{A}-\vec{B}=(-5{,}01\text{ km})\,\hat{\text{i}}-(0{,}38\text{ km})\,\hat{\text{j}}$, cujo módulo é

$$\sqrt{(-5{,}01\text{ km})^2+(-0{,}38\text{ km})^2}=5{,}0\text{ km}.$$

(b) O ângulo é $\tan^{-1}[(-0{,}38\text{ km})/(-5{,}01\text{ km})]=4{,}3°$ ao sul do oeste.

21. Lendo com atenção, vemos que as especificações (x, y) das quatro "corridas" podem ser interpretadas como descrições na forma $(\Delta x,\ \Delta y)$ dos vetores deslocamento correspondentes. Combinamos as diferentes partes do problema em uma única solução.

(a) Ao longo do eixo x, temos (com todos os números em centímetros):

$$30{,}0+b_x-20{,}0-80{,}0=-140$$

o que nos dá b_x = −70,0 cm.

(b) Ao longo do eixo y, temos:

$$40{,}0-70{,}0+c_y-70{,}0=-20{,}0$$

o que nos dá c_y = 80,0 cm.

(c) O módulo do deslocamento total (−140, −20,0) é $\sqrt{(-140)^2+(-20{,}0)^2}=141$ cm.

(d) Como o deslocamento está no terceiro quadrante, o ângulo do deslocamento total é dado por $\pi+\tan^{-1}[(-20{,}0)/(-140)]$ ou 188° no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo (ou $-172°$ no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo).

22. Como os vetores foram dados na forma "padrão", a Eq. 3-5 pode ser usada diretamente. Usamos esse fato para escrever os vetores na notação dos vetores unitários antes de somá-los. Outra abordagem seria usar os recursos de uma calculadora gráfica.

(a) Levando em conta que alguns ângulos foram dados em graus e outros em radianos, chegamos às seguintes expressões para os vetores na notação dos vetores unitários, em unidades do SI:

$$\begin{aligned}\vec{E}&=3{,}73\,\hat{\text{i}}+4{,}70\,\hat{\text{j}}\\ \vec{F}&=1{,}29\,\hat{\text{i}}-4{,}83\,\hat{\text{j}}\\ \vec{G}&=1{,}45\,\hat{\text{i}}+3{,}73\,\hat{\text{j}}\\ \vec{H}&=-5{,}20\,\hat{\text{i}}+3{,}00\,\hat{\text{j}}\\ \vec{E}+\vec{F}+\vec{G}+\vec{H}&=1{,}28\,\hat{\text{i}}+6{,}60\,\hat{\text{j}}.\end{aligned}$$

(b) O módulo do vetor obtido no item (a) é $\sqrt{(1{,}28\text{ m})^2+(6{,}60\text{ m})^2}=6{,}72\text{ m}$.

(c) O ângulo do vetor é $\tan^{-1}(6{,}60/1{,}28)$ = 79,0°, no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo.

(d) Usando o fator de conversão π rad = 180°, 79,0° = 1,38 rad.

23. O vetor soma (que, de acordo com o enunciado, tem a orientação do semieixo y positivo e o mesmo módulo que $\vec{B}=\sqrt{(3A)^2+A^2}\ \Rightarrow\ A=\dfrac{1}{\sqrt{10}}B=2{,}2$ m.) forma com $\vec{C}$ e $\vec{B}$ um triângulo isósceles. Como o ângulo entre $\vec{C}$ e o eixo y é $\theta=\tan^{-1}(3/4)=36{,}87°$, $B=2C\,\text{sen}(\theta/2)$ e $\vec{C}=\sqrt{3{,}0^2+4{,}0^2}=5{,}0$, B = 3,2.

24. Podemos expressar matematicamente o enunciado do problema como $\vec{A} + \vec{B} = (3A)\,\hat{j}$, em que $\vec{A} = A\hat{\mathrm{i}}$ e $B = 7{,}0$ m. Como $\hat{\mathrm{i}} \perp \hat{\mathrm{j}}$, podemos usar o teorema de Pitágoras para expressar B em termos dos módulos dos outros dois vetores:

$$\vec{B} = \sqrt{(3A)^2 + A^2} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{1}{\sqrt{10}} B = 2{,}2 \text{ m}.$$

25. A estratégia consiste em determinar a posição do camelo ($\vec{C}$) somando os dois deslocamentos consecutivos descritos no problema e calcular a diferença entre essa posição e a posição do oásis ($\vec{B}$). Usando a notação módulo-ângulo, temos:

$$\vec{C} = (24 \angle -15°) + (8{,}0 \angle 90°) = (23{,}25 \angle 4{,}41°)$$

e, portanto,

$$\vec{B} - \vec{C} = (25 \angle 0°) - (23{,}25 \angle 4{,}41°) = (2{,}6 \angle -45°)$$

um cálculo que pode ser feito com facilidade em uma calculadora gráfica no modo polar. A distância é, portanto, 2,6 km.

26. A equação vetorial é $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$. Expressando $\vec{B}$ e $\vec{D}$ na notação dos vetores unitários, temos $(1{,}69\hat{\mathrm{i}} + 3{,}63\hat{\mathrm{j}})$ m e $(-2{,}87\hat{\mathrm{i}} + 4{,}10\hat{\mathrm{j}})$ m , respectivamente.

(a) Somando as componentes, obtemos $\vec{R} = (-3{,}18 \text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (4{,}72 \text{ m})\hat{\mathrm{j}}$.

(b) De acordo com a Eq. 3-6, o módulo é

$$|\vec{R}| = \sqrt{(-3{,}18 \text{ m})^2 + (4{,}72 \text{ m})^2} = 5{,}69 \text{ m}.$$

(c) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}72 \text{ m}}{-3{,}18 \text{ m}}\right) = -56{,}0° \quad \text{(com o semieixo } x \text{ negativo).}$$

Se for medido no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo, o ângulo será $180° - 56{,}0° = 124°$. Convertendo o resultado para coordenadas polares, temos, portanto:

$$(-3{,}18, 4{,}72) \;\rightarrow\; (5{,}69 \angle 124°)$$

27. Resolvendo o sistema de equações, obtemos:

(a) $\vec{d}_1 = 4\vec{d}_3 = 8\hat{\mathrm{i}} + 16\hat{\mathrm{j}}$, e

(b) $\vec{d}_2 = \vec{d}_3 = 2\hat{\mathrm{i}} + 4\hat{\mathrm{j}}$

28. Seja $\vec{A}$ a primeira parte da corrida do besouro 1 (0,50 m para leste ou $0{,}5\,\hat{\mathrm{i}}$) e $\vec{C}$ a primeira parte da corrida do besouro 2 (1,6 m em uma direção 40º ao leste do norte). Na segunda parte da corrida do besouro 1, $\vec{B}$ é 0,80 m em uma direção 30º ao norte do leste e $\vec{D}$ é desconhecido. A posição final do besouro 1 é

$$\vec{A} + \vec{B} = (0{,}5 \text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (0{,}8 \text{ m})(\cos 30°\,\hat{\mathrm{i}} + \operatorname{sen} 30°\,\hat{\mathrm{j}}) = (1{,}19 \text{ m})\,\hat{\mathrm{i}} + (0{,}40 \text{ m})\,\hat{\mathrm{j}}.$$

A equação que relaciona os quatro vetores é $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}+\vec{D}$, em que

$$\vec{C}=(1,60\text{ m})(\cos 50,0°\hat{\text{i}}+\text{sen}50,0°\hat{\text{j}})=(1,03\text{ m})\hat{\text{i}}+(1,23\text{ m})\hat{\text{j}}$$

(a) $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}=(-0,16\text{ m})\hat{\text{i}}+(-0,83\text{ m})\hat{\text{j}}$ e o módulo é D = 0,84 m.

(b) O ângulo é $\tan^{-1}(-0,83/0,16)=-79°$, que é interpretado como 79º ao sul do leste (ou 11º a leste do sul).

29. Seja $l_0=2,0\text{ cm}$ o comprimento de cada segmento. O formigueiro está situado na extremidade do segmento *w*.

(a) Usando a notação dos vetores unitários, o vetor deslocamento do ponto *A* é

$$\begin{aligned}\vec{d}_A &= \vec{w}+\vec{v}+\vec{i}+\vec{h}=l_0(\cos 60°\hat{\text{i}}+\text{sen}60°\,\hat{\text{j}})+\left(l_0\,\hat{\text{j}}\right)+l_0(\cos 120°\hat{\text{i}}+\text{sen}120°\,\hat{\text{j}})+\left(l_0\,\hat{\text{j}}\right)\\ &=(2+\sqrt{3})l_0\,\hat{\text{j}}.\end{aligned}$$

Assim, o módulo de $\vec{d}_A$ é $|\vec{d}_A|=(2+\sqrt{3})(2,0\text{ cm})=7,5\text{ cm}$.

(b) O ângulo de $\vec{d}_A$ é $\theta=\tan^{-1}(d_{A,y}/d_{A,x})=\tan^{-1}(\infty)=90°$.

(c) O deslocamento do ponto *B* é

$$\begin{aligned}\vec{d}_B &= \vec{w}+\vec{v}+\vec{j}+\vec{p}+\vec{o}\\ &=l_0(\cos 60°\hat{\text{i}}+\text{sen }60°\,\hat{\text{j}})+\left(l_0\,\hat{\text{j}}\right)+l_0(\cos 60°\hat{\text{i}}+\text{sen}60°\,\hat{\text{j}})+l_0(\cos 30°\hat{\text{i}}+\sin 30°\,\hat{\text{j}})+\left(l_0\,\hat{\text{i}}\right)\\ &=(2+\sqrt{3}/2)l_0\,\hat{\text{i}}+(3/2+\sqrt{3})l_0\,\hat{\text{j}}.\end{aligned}$$

Assim, o módulo de $\vec{d}_B$ é

$$|\vec{d}_B|=l_0\sqrt{(2+\sqrt{3}/2)^2+(3/2+\sqrt{3})^2}=(2,0\text{ cm})(4,3)=8,6\text{ cm}.$$

(d) O ângulo de $\vec{d}_B$ é

$$\theta_B=\tan^{-1}\left(\frac{d_{B,y}}{d_{B,x}}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{3/2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}/2}\right)=\tan^{-1}(1,13)=48°.$$

30. Muitas operações com vetores podem ser feitas diretamente em calculadoras gráficas. Nesta solução, usamos métodos "tradicionais", como a Eq. 3-6.

(a) O módulo de $\vec{a}$ é $a=\sqrt{(4,0\text{ m})^2+(-3,0\text{ m})^2}=5,0\text{ m}$.

(b) O ângulo entre $\vec{a}$ e o semieixo *x* positivo é $\tan^{-1}$ [(–3,0 m)/(4,0 m)] = –37°. O vetor faz uma ângulo de 37° *no sentido horário* com o eixo definido por $\hat{\text{i}}$.

(c) O módulo de $\vec{b}$ é $b=\sqrt{(6,0\text{ m})^2+(8,0\text{ m})^2}=10\text{ m}$.

(d) O ângulo entre $\vec{b}$ e o semieixo *x* positivo é $\tan^{-1}$[(8,0 m)/(6,0 m)] = 53°.

(e) $\vec{a}+\vec{b}=(4{,}0\text{ m}+6.0\text{ m})\hat{\text{i}}+[(-3{,}0\text{ m}+8{,}0\text{ m}]\hat{\text{j}}=(10\text{ m})\hat{\text{i}}+(5{,}0\text{ m})\hat{\text{j}}$. O módulo do vetor é $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{(10\text{ m})^2+(5{,}0\text{ m})^2}=11\text{ m}$; arredondamos os resultados para dois algarismos significativos.

(f) O ângulo entre o vetor descrito no item (e) e o semieixo x positivo é $\tan^{-1}[(5{,}0\text{ m})/(10\text{ m})] = 27°$.

(g) $\vec{b}-\vec{a}=(6{,}0\text{ m}-4{,}0\text{ m})\hat{\text{i}}+[8{,}0\text{ m}-(-3{,}0\text{ m})]\hat{\text{j}}=(2{,}0\text{ m})\hat{\text{i}}+(11\text{ m})\hat{\text{j}}$. O módulo do vetor é

$$|\vec{b}-\vec{a}|=\sqrt{(2{,}0\text{ m})^2+(11\text{ m})^2}=11\text{ m},$$

o que, curiosamente, é o mesmo resultado do item (e) (exatamente, não apenas nos dois primeiros algarismos significativos). Essa coincidência se deve ao fato de que $\vec{a}\perp\vec{b}$.

(h) O ângulo entre o vetor descrito no item (g) e o semieixo x positivo é $\tan^{-1}[(11\text{ m})/(2{,}0\text{ m})] = 80°$.

(i) $\vec{a}-\vec{b}=(4{,}0\text{ m}-6{,}0\text{ m})\hat{\text{i}}+[(-3{,}0\text{ m})-8{,}0\text{ m}]\hat{\text{j}}=(-2{,}0\text{ m})\hat{\text{i}}+(-11\text{ m})\hat{\text{j}}$. O módulo do vetor é

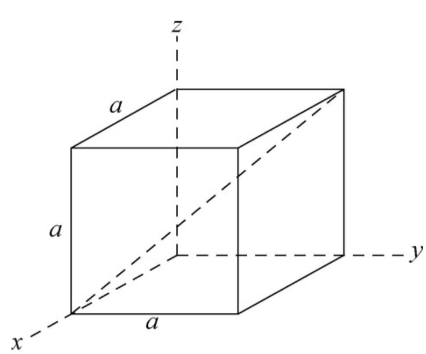
$$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(-2{,}0\text{ m})^2+(-11\text{ m})^2}=11\text{ m}.$$

(j) O cálculo do ângulo entre o vetor encontrado no item (i) e o semieixo x positivo oferece duas possibilidades: $\tan^{-1}[(-11\text{ m})/(-2{,}0\text{ m})] = 80°$ e $180° + 80° = 260°$. A segunda possibilidade é a resposta correta [veja o item (k)].

(k) Como $\vec{a}-\vec{b}=(-1)(\vec{b}-\vec{a})$, os dois vetores são antiparalelos (apontam em sentidos opostos); por isso, o ângulo entre eles deve ser 180°.

31. (a) Como se pode ver na figura, o ponto diametralmente oposto à origem (0,0,0) é o ponto (a,a,a), cujo vetor posição é $a\,\hat{\text{i}} + a\,\hat{\text{j}} + a\,\hat{\text{k}}$, que coincide com a diagonal do cubo.

(b) O ponto diametralmente oposto a (a, 0, 0), que corresponde ao vetor posição $a\,\hat{\text{i}}$, é o ponto (0, a, a), cujo vetor posição é $a\,\hat{\text{j}} + a\,\hat{\text{k}}$. O vetor que liga os dois pontos é o vetor diferença, $-a$i + aj + ak.



(c) O ponto diametralmente oposto a (0, a, 0), que corresponde ao vetor posição $a\,\hat{\text{j}}$, é o ponto (a, 0, a), cujo vetor posição é $a\,\hat{\text{i}}+ a\,\hat{\text{k}}$. O vetor que liga os dois pontos é o vetor diferença, $a\,\hat{\text{i}} - a\,\hat{\text{j}} + a\,\hat{\text{k}}$.

(d) O ponto diametralmente oposto a (a, a, 0), que corresponde ao vetor posição $a\,\hat{\text{i}} + a\,\hat{\text{j}}$, é o ponto (0, 0, a), cujo vetor posição é $a\,\hat{\text{k}}$. O vetor que liga os dois pontos é o vetor diferença, $-a\,\hat{\text{i}} - a\,\hat{\text{j}} + a\,\hat{\text{k}}$.

(e) Considere o vetor que liga o vértice inferior esquerdo ao vértice superior direito, $a\,\hat{\text{i}}+a\,\hat{\text{j}}+a\,\hat{\text{k}}$. Podemos pensar nesse vetor como a soma do vetor $a\,\hat{\text{i}}$, paralelo ao eixo x, com o vetor $a\,\hat{\text{j}} + a\,\hat{\text{k}}$, perpendicular ao eixo x. A tangente do ângulo entre o vetor e o eixo x é a componente perpendicular dividida pela componente paralela. Como o módulo da componente perpendicular é $\sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ e o módulo da componente paralela é a, $\tan\theta = (a\sqrt{2})/a = \sqrt{2}$. Assim, $\theta = 54{,}7°$. O ângulo entre o vetor e as outras duas arestas vizinhas (os eixos y e z) é o mesmo, o que também acontece com o ângulo entre os outros vetores diagonais e as arestas vizinhas a esses vetores.

(f) O comprimento de todas as diagonais é dado por $\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

32. (a) Para a = 17,0 m e θ = 56,0°, obtemos $a_x = a \cos \theta$ = 9,51 m.

(b) $a_y = a$ sen θ = 14,1 m.

(c) O ângulo em relação ao novo sistema de coordenadas é θ' = (56,0° – 18,0°) = 38,0°. Assim, $a_x' = a\cos\theta' = 13,4$ m.

(d) a_y' = a sen θ' = 10,5 m.

33. Observando a figura, vemos que $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ e que $\vec{a}\perp\vec{b}$.

(a) $|\vec{a}\times\vec{b}|$ = (3,0)(4,0) = 12, já que o ângulo entre os vetores é 90º.

(b) Usando a regra da mão direita, vemos que o vetor $\vec{a}\times\vec{b}$ aponta na direção do produto $\hat{\mathrm{i}}\times\hat{\mathrm{j}}=\hat{\mathrm{k}}$, ou seja, no sentido positivo do eixo z.

(c) $|\vec{a}\times\vec{c}|=|\vec{a}\times(-\vec{a}-\vec{b})|=|-(\vec{a}\times\vec{b})|=12.$

(d) O vetor $-\vec{a}\times\vec{b}$ aponta na direção do produto $-\hat{\mathrm{i}}\times\hat{\mathrm{j}}=-\hat{\mathrm{k}}$, ou seja, no sentido negativo do eixo z.

(e) $|\vec{b}\times\vec{c}|=|\vec{b}\times(-\vec{a}-\vec{b})|=|-(\vec{b}\times\vec{a})|=|(\vec{a}\times\vec{b})|=12.$

(f) O vetor aponta no sentido positivo do eixo z.

34. Usamos a Eq. 3-30 e a Eq. 3-23.

(a) $\vec{a}\times\vec{b}=(a_xb_y-a_yb_x)\hat{\mathrm{k}}$, já que todos os outros termos são nulos, devido ao fato de que $\vec{a}$ e $\vec{b}$ não possuem componentes z. O resultado é $[(3{,}0)(4{,}0)-(5{,}0)(2{,}0)]\hat{\mathrm{k}}=2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}$.

(b) $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y$ nos dá (3,0)(2,0) + (5,0)(4,0) = 26.

(c) $\vec{a}+\vec{b}=(3{,}0+2{,}0)\,\hat{\mathrm{i}}+(5{,}0+4{,}0)\,\hat{\mathrm{j}} \Rightarrow (\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=(5{,}0)\,(2{,}0)+(9{,}0)\,(4{,}0)=46$.

(d) Várias abordagens são possíveis. Nesta solução, definimos um vetor unitário $\hat{b}$ com a mesma orientação que o vetor $\hat{b}$ e calculamos o produto escalar $\vec{a}\cdot\hat{b}$. O resultado é o seguinte:

$$\hat{b}'=\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{2{,}0\hat{\mathrm{i}}+4{,}0\hat{\mathrm{j}}}{\sqrt{(2{,}0)^2+(4{,}0)^2}}$$

Obtemos então

$$a_b=\vec{a}\cdot\hat{b}=\frac{(3{,}0)(2{,}0)+(5{,}0)(4{,}0)}{\sqrt{(2{,}0)^2+(4{,}0)^2}}=5{,}8$$

35. (a) O produto escalar é (4,50)(7,30) cos(320º – 85,0º) = – 18,8.

(b) O produto vetorial aponta na direção do vetor $\hat{\mathrm{k}}$ e o módulo do vetor é |(4,50)(7,30) sen(320º – 85,0º)| = 26,9.

36. Para começar, escrevemos a expressão do enunciado na forma $4(\vec{d}_3 \cdot \vec{d}_4)$, em que $\vec{d}_3 = \vec{c} = \vec{p}a + q\vec{b}$ e $\vec{d}_4 = \vec{d}_1 \times \vec{d}_2$. Como $\vec{d}_3$ está no plano de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$, e $\vec{d}_4$ é perpendicular ao plano de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$, chegamos à conclusão de que o resultado é nulo, independentemente dos valores de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$, já que o produto escalar de dois vetores perpendiculares é zero.

37. Vamos aplicar as Eqs. 3-23 e 3-30. Se o leitor dispõe de uma calculadora capaz de trabalhar com vetores, pode usá-la para confirmar se os resultados estão corretos.

(a) $\vec{b} \times \vec{c} = -8,0\,\hat{\text{i}} + 5,0\,\hat{\text{j}} + 6,0\hat{\text{k}}$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (3,0)\,(-8,0) + (3,0)(5,0) + (-2,0)\,(6,0) = -21.$$

(b) $\vec{b} + \vec{c} = 1,0\,\hat{\text{i}} - 2,0\,\hat{\text{j}} + 3,0\,\hat{\text{k}}$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (3,0)\,(1,0) + (3,0)\,(-2,0) + (-2,0)\,(3,0) = -9,0.$$

(c)

$$\begin{aligned}\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) &= [(3,0)(3,0) - (-2,0)(-2,0)]\,\hat{\text{i}} + [(-2,0)(1,0) - (3,0)(3,0)]\,\hat{\text{j}} \\ &\quad + [(3,0)(-2,0) - (3,0)(1,0)]\,\hat{\text{k}} \\ &= 5\hat{\text{i}} - 11\hat{\text{j}} - 9\hat{\text{k}} \qquad .\end{aligned}$$

38. Usando as relações

$$\hat{\text{i}} \times \hat{\text{j}} = \hat{\text{k}},\ \ \hat{\text{j}} \times \hat{\text{k}} = \hat{\text{i}},\ \ \hat{\text{k}} \times \hat{\text{i}} = \hat{\text{j}}$$

obtemos:

$$2\vec{A} \times \vec{B} = 2(2,00\hat{\text{i}} + 3,00\hat{\text{j}} - 4,00\hat{\text{k}}) \times (-3,00\hat{\text{i}} + 4,00\hat{\text{j}} + 2,00\hat{\text{k}}) = 44,0\hat{\text{i}} + 16,0\hat{\text{j}} + 34,0\hat{\text{k}}$$

Em seguida, usando as relações

$$\begin{aligned}\hat{\text{i}} \cdot \hat{\text{i}} &= \hat{\text{j}} \cdot \hat{\text{j}} = \hat{\text{k}} \cdot \hat{\text{k}} = 1 \\ \hat{\text{i}} \cdot \hat{\text{j}} &= \hat{\text{j}} \cdot \hat{\text{k}} = \hat{\text{k}} \cdot \hat{\text{i}} = 0\end{aligned}$$

obtemos:

$$\begin{aligned}3\vec{C} \cdot (2\vec{A} \times \vec{B}) &= 3(7,00i - 8,00\,j) \cdot (44,0i + 16,0\,j + 34,0k) \\ &= 3[(7,00)(44,0) + (-8,00)(16,0) + (0)(34,0)] = 540.\end{aligned}$$

39. De acordo com a definição de produto escalar entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$, temos:

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}$$

Para $A = 6,00$, $B = 7,00$ e $\vec{A} \cdot \vec{B} = 14,0$, $\cos\theta = 0,333$ e $\theta = 70,5°$.

40. Em termos dos vetores unitários, os vetores deslocamento são

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 &= (4,50\text{ m})(\cos 63°\,\hat{\text{j}} + \text{sen}\,63°\,\hat{\text{k}}) = (2,04\text{ m})\,\hat{\text{j}} + (4,01\text{ m})\,\hat{\text{k}} \\ \vec{d}_2 &= (1,40\text{ m})(\cos 30°\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,30°\,\hat{\text{k}}) = (1,21\text{ m})\,\hat{\text{i}} + (0,70\text{ m})\,\hat{\text{k}}\,.\end{aligned}$$

(a) O produto escalar de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ é

$$\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = (2{,}04\,\hat{\text{j}} + 4{,}01\,\hat{\text{k}}) \cdot (1{,}21\,\hat{\text{i}} + 0{,}70\,\hat{\text{k}}) = (4{,}01\,\hat{\text{k}}) \cdot (0{,}70\,\hat{\text{k}}) = 2{,}81\,\text{m}^2.$$

(b) O produto vetorial de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ é

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 &= (2{,}04\,\hat{\text{j}} + 4{,}01\,\hat{\text{k}}) \times (1{,}21\,\hat{\text{i}} + 0{,}70\,\hat{\text{k}}) \\ &= (2{,}04)(1{,}21)(-\hat{\text{k}}) + (2{,}04)(0{,}70)\hat{\text{i}} + (4{,}01)(1{,}21)\hat{\text{j}} \\ &= (1{,}43\,\hat{\text{i}} + 4{,}86\,\hat{\text{j}} - 2{,}48\,\hat{\text{k}})\,\text{m}^2.\end{aligned}$$

(c) Os módulos de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ são

$$\begin{aligned}d_1 &= \sqrt{(2{,}04\text{ m})^2 + (4{,}01\text{ m})^2} = 4{,}50\text{ m} \\ d_2 &= \sqrt{(1{,}21\text{ m})^2 + (0{,}70\text{ m})^2} = 1{,}40\text{ m}.\end{aligned}$$

Assim, o ângulo entre os dois vetores é

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{d_1 d_2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{2{,}81\text{ m}^2}{(4{,}50\text{ m})(1{,}40\text{ m})}\right) = 63{,}5°.$$

41. PENSE O ângulo entre dois vetores pode ser calculado a partir da definição de produto escalar.

FORMULE Como o produto escalar de dois vetores é dado por

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\phi = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z\,,$$

o ângulo entre os vetores é dado por

$$\cos\phi = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{ab} \quad \Rightarrow \quad \phi = \cos^{-1}\left(\frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{ab}\right)$$

Assim, uma vez conhecidos os módulos e as componentes dos vetores, o ângulo ϕ pode ser facilmente calculado.

ANALISE Para $\vec{a} = (3{,}0)\hat{\text{i}} + (3{,}0)\hat{\text{j}} + (3{,}0)\hat{\text{k}}$ e $\vec{b} = (2{,}0)\hat{\text{i}} + (1{,}0)\hat{\text{j}} + (3{,}0)\hat{\text{k}}$, os módulos dos vetores são

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{(3{,}0)^2 + (3{,}0)^2 + (3{,}0)^2} = 5{,}20$$

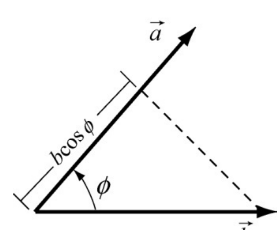
$$b = |\vec{b}| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2} = \sqrt{(2{,}0)^2 + (1{,}0)^2 + (3{,}0)^2} = 3{,}74$$

O ângulo entre os vetores é

$$\cos\phi = \frac{(3{,}0)(2{,}0) + (3{,}0)(1{,}0) + (3{,}0)(3{,}0)}{(5{,}20)(3{,}74)} = 0{,}926,$$

ou $\phi = 22°$.

APRENDA Como o nome indica, o produto escalar de dois vetores é uma grandeza escalar. Ele pode ser considerado o produto do módulo de um dos vetores pela projeção do segundo vetor na direção do primeiro, como mostra a figura (veja também a Fig. 3-18 do texto).



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\phi = (a)(b\cos\phi)$$

42. Os dois vetores (com a unidade implícita) são:

$$\vec{d}_1 = 4,0\,\hat{\mathrm{i}} + 5,0\,\hat{\mathrm{j}} = d_{1x}\hat{\mathrm{i}} + d_{1y}\hat{\mathrm{j}}, \quad \vec{d}_2 = -3,0\,\hat{\mathrm{i}} + 4,0\,\hat{\mathrm{j}} = d_{2x}\hat{\mathrm{i}} + d_{2y}\hat{\mathrm{j}}$$

(a) O produto vetorial é

$$\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 = (d_{1x}d_{2y} - d_{1y}d_{2x})\hat{\mathrm{k}} = [(4,0)(4,0) - (5,0)(-3,0)]\hat{\mathrm{k}} = 31\,\hat{\mathrm{k}}$$

(b) O produto escalar é

$$\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = d_{1x}d_{2x} + d_{1y}d_{2y} = (4,0)(-3,0) + (5,0)(4,0) = 8,0.$$

(c)

$$(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot \vec{d}_2 = \vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 + d_2^2 = 8,0 + (-3,0)^2 + (4,0)^2 = 33.$$

(d) O produto escalar de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ é (6,4)(5,0) cos θ = 8. Dividindo ambos os membros por 32 e tomando o cosseno inverso, obtemos $\theta = 75,5°$. Assim, a componente do vetor $\vec{d}_1$ em relação a é 6,4 cos 75,5 $\approx$ 1,6.

43. PENSE Neste problema, são dados três vetores bidimensionais, $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$, e devemos calcular as componentes desses vetores.

FORMULE Observando a figura, vemos que $\vec{c} \perp \vec{b}$, o que significa que o ângulo entre $\vec{c}$ e o semieixo *x* positivo é $\theta + 90°$. Na notação dos vetores unitários, os três vetores são

$$\begin{aligned} \vec{a} &= a_x\hat{\mathrm{i}} \\ \vec{b} &= b_x\hat{\mathrm{i}} + b_y\hat{\mathrm{j}} = (b\cos\theta)\hat{\mathrm{i}} + (b\,\mathrm{sen}\,\theta)\hat{\mathrm{j}} \\ \vec{c} &= c_x\hat{\mathrm{i}} + c_y\hat{\mathrm{j}} = [c\cos(\theta + 90°)]\hat{\mathrm{i}} + [c\,\mathrm{sen}(\theta + 90°)]\hat{\mathrm{j}} \end{aligned}$$

As componentes dos vetores podem ser calculadas usando as expressões anteriores.

ANALISE (a) A componente *x* de $\vec{a}$ é $a_x = a \cos 0° = a = 3,00$ m.

(b) A componente *y* de $\vec{a}$ é $a_y = a \,\mathrm{sen}\, 0° = 0$.

(c) A componente *x* de $\vec{b}$ é $b_x = b \cos 30° = (4,00 \text{ m}) \cos 30° = 3,46$ m.

(d) A componente *y* de $\vec{b}$ é $b_y = b \,\mathrm{sen}\, 30° = (4,00 \text{ m}) \,\mathrm{sen}\, 30° = 2,00$ m.

(e) A componente *x* de $\vec{c}$ é $c_x = c \cos 120° = (10,0 \text{ m}) \cos 120° = -5,00$ m.

(f) A componente *y* de $\vec{c}$ é $c_y = c \,\mathrm{sen}\, 30° = (10,0 \text{ m}) \,\mathrm{sen}\, 120° = 8,66$ m.

(g) Como $\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}$, temos

$$\vec{c} = c_x\hat{\mathrm{i}} + c_y\hat{\mathrm{j}} = p(a_x\hat{\mathrm{i}}) + q(b_x\hat{\mathrm{i}} + b_y\hat{\mathrm{j}}) = (pa_x + qb_x)\hat{\mathrm{i}} + qb_y\hat{\mathrm{j}}$$

o que nos dá

$$c_x = pa_x + qb_x, \qquad c_y = qb_y$$

Substituindo a_x, b_x e b_y pelos valores calculados nos itens (a), (c) e (d), temos

$$
\begin{aligned}
-5{,}00 \text{ m} &= p\,(3{,}00 \text{ m}) + q\,(3{,}46 \text{ m})\\
8{,}66 \text{ m} &= q\,(2{,}00 \text{ m}).
\end{aligned}
$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos $p = -6{,}67$.

(h) A segunda das equações anteriores nos dá $q = 4{,}33$ (note que é mais fácil determinar primeiro o valor de q). Os valores de p e q são adimensionais.

APRENDA Este problema mostra que, quando são dados dois vetores bidimensionais não paralelos e um terceiro vetor no mesmo plano que os outros dois, o terceiro vetor sempre pode ser escrito como uma combinação linear dos outros dois.

44. Aplicando a Eq. 3-23, $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ (na qual q é um escalar) se torna

$$F_x\,\hat{\text{i}} + F_y\,\hat{\text{j}} + F_z\,\hat{\text{k}} = q\left(v_yB_z - v_zB_y\right)\hat{\text{i}} + q\left(v_zB_x - v_xB_z\right)\hat{\text{j}} + q\left(v_xB_y - v_yB_x\right)\hat{\text{k}}$$

que, substituindo por valores numéricos, leva às seguintes igualdades:

$$
\begin{aligned}
4{,}0 &= 2\,(4{,}0B_z - 6{,}0B_y)\\
-20 &= 2\,(6{,}0B_x - 2{,}0B_z)\\
12 &= 2\,(2{,}0B_y - 4{,}0B_x)
\end{aligned}
$$

Como sabemos que $B_x = B_y$, a terceira equação nos dá $B_y = -3{,}0$. Substituindo este valor na primeira equação, obtemos $B_z = -4{,}0$. Assim, a resposta é

$$\vec{B} = -3{,}0\,\hat{\text{i}} - 3{,}0\,\hat{\text{j}} - 4{,}0\,\hat{\text{k}}.$$

45. Na notação dos vetores unitários, os dois vetores são

$$
\begin{aligned}
\vec{A} &= 8{,}00(\cos 130°\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,130°\,\hat{\text{j}}) = -5{,}14\,\hat{\text{i}} + 6{,}13\,\hat{\text{j}}\\
\vec{B} &= B_x\hat{\text{i}} + B_y\hat{\text{j}} = -7{,}72\,\hat{\text{i}} - 9{,}20\,\hat{\text{j}}.
\end{aligned}
$$

(a) O produto escalar pedido é

$$
\begin{aligned}
5\vec{A}\cdot\vec{B} &= 5(-5{,}14\,\hat{\text{i}} + 6{,}13\,\hat{\text{j}})\cdot(-7{,}72\,\hat{\text{i}} - 9{,}20\,\hat{\text{j}}) = 5[(-5{,}14)(-7{,}72) + (6{,}13)(-9{,}20)]\\
&= -83{,}4.
\end{aligned}
$$

(b) Na notação dos vetores unitários,

$$4\vec{A}\times 3\vec{B} = 12\vec{A}\times\vec{B} = 12(-5{,}14\,\hat{\text{i}} + 6{,}13\,\hat{\text{j}})\times(-7{,}72\,\hat{\text{i}} - 9{,}20\,\hat{\text{j}}) = 12(94{,}6\,\hat{\text{k}}) = 1{,}14\times 10^3\,\hat{\text{k}}$$

(c) Como o ângulo azimutal não é definido para vetores cujo ângulo polar é zero, a resposta correta é simplesmente "$1{,}14 \times 10^3$, $\phi = 0°$".

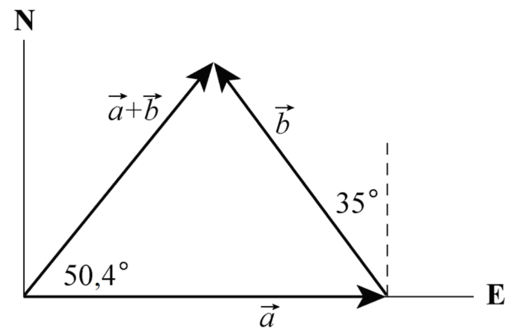
(d) Como $\vec{A}$ está no plano xy e $\vec{A}\times\vec{B}$ é perpendicular ao plano xy, a resposta é 90°.

(e) $\vec{A} + 3{,}00\hat{\text{k}} = -5{,}14\hat{i} + 6{,}13\hat{\text{j}} + 3{,}00\hat{\text{k}}$

(f) De acordo com o teorema de Pitágoras, $A = \sqrt{(5{,}14)^2 + (6{,}13)^2 + (3{,}00)^2} = 8{,}54$. O ângulo azimutal é $\theta = 130°$, como no enunciado do problema [$\vec{A}$ é a projeção no plano xy do novo vetor que foi criado no item (e)]. O ângulo polar é

$$\phi = \cos^{-1}(3{,}00/8{,}54) = 69{,}4°.$$

46. Os vetores são mostrados na figura. O eixo x está na direção oeste-leste e o eixo y na direção sul-norte. Assim, a_x = 5,0 m, a_y = 0, b_x = –(4,0 m) sen 35° = –2,29 m, b_y = (4,0 m) cos 35° = 3,28 m.



(a) Seja $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

$$c_x = a_x + b_x = 5{,}00 \text{ m} - 2{,}29 \text{ m} = 2{,}71 \text{ m} \text{ e } c_y = a_y + b_y = 0 + 3{,}28 \text{ m} = 3{,}28 \text{ m}.$$

O módulo de c é

$$c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = \sqrt{(2{,}71 \text{ m})^2 + (3{,}28 \text{ m})^2} = 4{,}2 \text{ m}.$$

(b) O ângulo θ entre $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ e o semieixo x positivo é

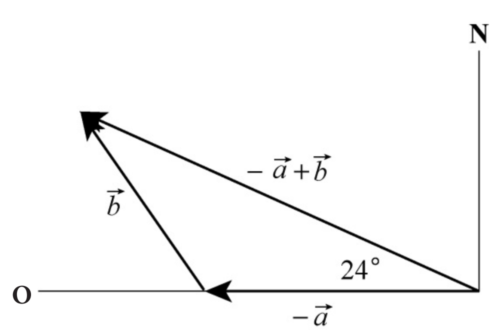
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{c_y}{c_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3{,}28}{2{,}71}\right) = 50{,}5° \approx 50°.$$

A segunda possibilidade (θ = 50,4° + 180° = 230,4°) é rejeitada porque o vetor apontaria no sentido oposto ao de $\vec{c}$.

(c) O vetor $\vec{b} - \vec{a}$ pode ser obtido somando $-\vec{a}$ a $\vec{b}$. O resultado é mostrado no diagrama a seguir. Seja $\vec{C} = 1{,}29\hat{\text{i}} + 7{,}66\hat{\text{j}}$ As componentes são

$$c_x = b_x - a_x = -2{,}29 \text{ m} - 5{,}00 \text{ m} = -7{,}29 \text{ m}$$
$$c_y = b_y - a_y = 3{,}28 \text{ m}.$$

O módulo de $\vec{c}$ é $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = 8{,}0$ m.



(d) A tangente do ângulo θ que $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ faz com o semieixo x positivo (direção leste) é

$$\tan\theta = \frac{c_y}{c_x} = \frac{3,28 \text{ m}}{-7,29 \text{ m}} = -4,50.$$

Existem duas soluções: −24,2° e 155,8°. Como mostra o diagrama, a segunda solução é a correta. A orientação do vetor $\vec{c} = -\vec{a} + \vec{b}$ é 24° ao norte do oeste.

47. Notando que o ângulo dado de 130° deve ser medido no sentido anti-horário a partir do semieixo *x* positivo, escrevemos os dois vetores na forma

$$\vec{A} = 8,00(\cos 130°\,\hat{\mathrm{i}} + \mathrm{sen}\,130°\,\hat{\mathrm{j}}) = -5,14\,\hat{\mathrm{i}} + 6,13\,\hat{\mathrm{j}}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{\mathrm{i}} + B_y\hat{\mathrm{j}} = -7,72\,\hat{\mathrm{i}} - 9,20\,\hat{\mathrm{j}}.$$

(a) O ângulo entre o semieixo *y* negativo ($-\hat{\mathrm{j}}$) e o vetor $\vec{A}$ é

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}\cdot(-\hat{\mathrm{j}})}{A}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-6,13}{\sqrt{(-5,14)^2 + (6,13)^2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-6,13}{8,00}\right) = 140°.$$

Também podemos dizer que a direção −*y* corresponde a um ângulo de 270° e a resposta é simplesmente 270° − 130° = 140°.

(b) Como o eixo *y* está no plano *xy* e o produto vetorial $\vec{A}\times\vec{B}$ é perpendicular ao plano *xy*, a resposta é 90,0°.

(c) O vetor pode ser simplificado da seguinte forma:

$$\vec{A}\times(\vec{B} + 3,00\,\hat{\mathrm{k}}) = (-5,14\,\hat{\mathrm{i}} + 6,13\,\hat{\mathrm{j}})\times(-7,72\,\hat{\mathrm{i}} - 9,20\,\hat{\mathrm{j}} + 3,00\,\hat{\mathrm{k}})$$
$$= 18,39\,\hat{\mathrm{i}} + 15,42\,\hat{\mathrm{j}} + 94,61\,\hat{\mathrm{k}}$$

O módulo é $|\vec{A}\times(\vec{B} + 3,00\hat{\mathrm{k}})| = 97,6$. O ângulo entre o semieixo *y* negativo ($-\hat{\mathrm{j}}$) e a orientação do vetor é

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-15,42}{97,6}\right) = 99,1°.$$

48. Nos casos em que a unidade de comprimento não é indicada, está implícito que se trata do metro.

(a) Os módulos dos vetores são $a = |\vec{a}| = \sqrt{(3,2)^2 + (1,6)^2} = 3,58$ e $b = |\vec{b}| = \sqrt{(0,50)^2 + (4,5)^2} = 4,53$. Nesse caso,

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y = ab\cos\phi$$

$$(3,2)(0,50) + (1,6)(4,5) = (3,58)(4,53)\cos\phi$$

o que nos dá ϕ = 57° (o arco cosseno, com o arco tangente, tem dois valores possíveis, mas sabemos que este é o valor correto porque os dois vetores estão no mesmo quadrante).

(b) Como o ângulo de $\vec{a}$ (medido a partir do semieixo *x* positivo) é $\tan^{-1}(1,6/3,2) = 26,6°$, sabemos que o ângulo de $\vec{c}$ é 26,6° −90° = −63,4° (a outra possibilidade, 26,6° + 90°, levaria a $c_x < 0$). Assim,

$$c_x = c\cos(-63,4°) = (5,0)(0,45) = 2,2 \text{ m}.$$

(c) $c_y = c\,\mathrm{sen}\,(-63,4°) = (5,0)(-0,89) = -4,5$ m.

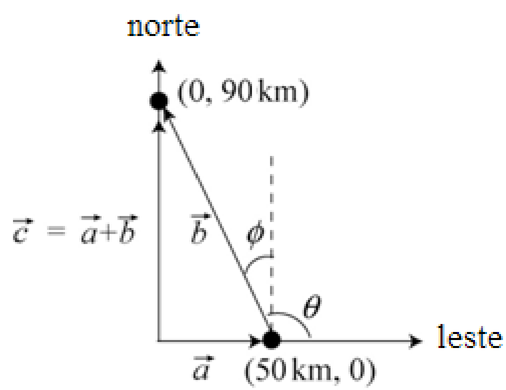
(d) Sabemos que o ângulo de $\vec{d}$ é 26,6° + 90° = 116,6°, o que nos dá

$$d_x = d\cos(116{,}6°) = (5{,}0)(-0{,}45) = -2{,}2 \text{ m}.$$

(e) $d_y = d$ sen $116{,}6° = (5{,}0)(0{,}89) = 4{,}5$ m.

49. PENSE Este problema envolve o deslocamento de um barco a vela. Devemos determinar o módulo e a orientação do vetor deslocamento do barco a partir das posições inicial e final.

FORMULE A situação está representada na figura que se segue. Seja $\vec{a}$ a primeira parte do percurso (50,0 km para leste) e seja $\vec{c}$ o percurso desejado (90,0 km para o norte). Estamos interessados em determinar um vetor $\vec{b}$ tal que $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.



ANALISE (a) De acordo com o teorema de Pitágoras, a distância percorrida pelo barco a vela é

$$b = \sqrt{(50{,}0 \text{ km})^2 + (90{,}0 \text{ km})^2} = 103 \text{ km}$$

(b) A direção que o barco deve tomar é

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{50{,}0 \text{ km}}{90{,}0 \text{ km}}\right) = 29{,}1°$$

a oeste do norte (o que equivale a 60,9° ao norte do oeste).

APRENDA Este problema também pode ser resolvido expressando primeiro os vetores na notação dos vetores unitários: $\vec{a} = (50{,}0 \text{ km})\hat{\text{i}}, \vec{c} = (90{,}0 \text{ km})\hat{\text{j}}$. Isso nos dá

$$\vec{b} = \vec{c} - \vec{a} = -(50{,}0 \text{ km})\hat{\text{i}} + (90{,}0 \text{ km})\hat{\text{j}}$$

O ângulo entre o vetor $\vec{b}$ e o semieixo x positivo (a direção leste) é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{90{,}0 \text{ km}}{-50{,}0 \text{ km}}\right) = 119{,}1°$$

A relação entre os ângulos θ e ϕ é $\theta = 90° + \phi$.

50. Os vetores $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ são dados por $\vec{d}_1 = -d_1\,\hat{\text{j}}$ e $\vec{d}_2 = d_2\,\hat{\text{i}}$.

(a) O vetor $\vec{d}_2/4 = (d_2/4)\hat{\text{i}}$ aponta na direção do semieixo x positivo. O fator de 1/4 não muda a orientação do vetor.

(b) O vetor $\vec{d}_1/(-4) = (d_1/4)\hat{\text{j}}$ aponta na direção do semieixo y positivo. O sinal negativo (do "–4") inverte o sentido do vetor: $-(-y) = +y$.

(c) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = 0$, já que $\hat{\mathrm{i}} \cdot \hat{\mathrm{j}} = 0$; o produto escalar de dois vetores perpendiculares é zero.

(d) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 / 4) = (\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2)/4 = 0$, como no item (c).

(e) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 = -d_1 d_2 (\hat{\mathrm{j}} \times \hat{\mathrm{i}}) = d_1 d_2\, \hat{\mathrm{k}}$, na direção do semieixo z positivo.

(f) $\vec{d}_2 \times \vec{d}_1 = -d_2 d_1 (\hat{\mathrm{i}} \times \hat{\mathrm{j}}) = -d_1 d_2\, \hat{\mathrm{k}}$, na direção do semieixo z negativo.

(g) O módulo do vetor do item (e) é $d_1 d_2$.

(h) O módulo do vetor do item (f) é $d_1 d_2$.

(i) Como $d_1 \times (\vec{d}_2 / 4) = (d_1 d_2 / 4)\hat{\mathrm{k}}$, o módulo é $d_1 d_2 / 4$.

(j) O vetor $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2 / 4) = (d_1 d_2 / 4)\hat{\mathrm{k}}$ aponta na direção do semieixo z positivo.

51. Embora seja possível pensar neste movimento como tridimensional, ele é se torna bidimensional quando o deslocamento é considerado apenas no plano da falha.

(a) O módulo do deslocamento total é

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{\left|AD\right|^2 + \left|AC\right|^2} = \sqrt{(17{,}0\text{ m})^2 + (22{,}0\text{ m})^2} = 27{,}8\text{ m}.$$

(b) O módulo da componente vertical de $\overrightarrow{AB}$ é $|AD|$ sen 52,0° = 13,4 m.

52. Os três vetores são

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 &= 4{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 5{,}0\,\hat{\mathrm{j}} - 6{,}0\,\hat{\mathrm{k}}\\ \vec{d}_2 &= -1{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{k}}\\ \vec{d}_3 &= 4{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

(a) $\vec{r} = \vec{d}_1 - \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = (9{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (6{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{j}} + (-7{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{k}}$.

(b) O módulo de $\vec{r}$ é $|\vec{r}| = \sqrt{(9{,}0\text{ m})^2 + (6{,}0\text{ m})^2 + (-7{,}0\text{ m})^2} = 12{,}9\text{ m}$. O ângulo entre $\vec{r}$ e o semieixo z positivo é dado por

$$\cos\theta = \frac{\vec{r} \cdot \hat{\mathrm{k}}}{|\vec{r}|} = \frac{-7{,}0\text{ m}}{12{,}9\text{ m}} = -0{,}543$$

o que nos dá $\theta = 123°$.

(c) A componente de $\vec{d}_1$ em relação a $\vec{d}_2$ é dada por $d_{\parallel} = \vec{d}_1 \cdot \hat{\mathrm{u}} = d_1 \cos\varphi$, em que φ é o ângulo entre $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ e $\hat{\mathrm{u}}$ é o vetor unitário na direção de $\vec{d}_2$. Usando as propriedades do produto escalar, temos:

$$d_{\parallel} = d_1 \left(\frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{d_1 d_2} \right) = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{d_2} = \frac{(4{,}0)(-1{,}0) + (5{,}0)(2{,}0) + (-6{,}0)(3{,}0)}{\sqrt{(-1{,}0)^2 + (2{,}0)^2 + (3{,}0)^2}} = \frac{-12}{\sqrt{14}} = -3{,}2\text{ m}.$$

(d) Agora estamos interessados em encontrar uma componente $d_{\perp}$ tal que $d_1^2 = (4{,}0)^2 + (5{,}0)^2 + (-6{,}0)^2 = 77 = d_{\parallel}^2 + d_{\perp}^2$. Substituindo $d_{\parallel}$ pelo seu valor, calculado no item (c), temos:

$$d_{\perp} = \sqrt{77\ \text{m}^2 - (-3,2\ \text{m})^2} = 8,2\ \text{m}.$$

Com isso, ficamos conhecendo o módulo da componente perpendicular (obteríamos o mesmo valor usando a Eq. 3-27), mas se quisermos mais informações, como a orientação do vetor ou uma especificação completa em termos dos vetores unitários, teremos que fazer um cálculo mais complexo.

53. PENSE Este problema envolve o cálculo do produto escalar e do produto vetorial de dois vetores, $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

FORMULE Podemos usar as Eqs. 3-20 e 3-24 para calcular os produtos pedidos:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\phi$$
$$|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\,\text{sen}\,\phi$$

ANALISE (a) Como $a = |\vec{a}| = 10,\ \ b = |\vec{b}| = 6,0$ e $\phi = 60°,$ o produto escalar de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\phi = (10)\,(6,0)\cos 60° = 30$$

(b) O módulo do produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\,\text{sen}\,\phi = (10)\,(6,0)\,\text{sen}\,60° = 52$$

APRENDA Quando dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são paralelos ($\phi = 0$), os produtos escalar e vetorial são $\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\phi = ab$ e $|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\,\text{sen}\,\phi = 0$, respectivamente; quando são perpendiculares ($\phi = 90°$), $\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\phi = 0$ e $|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\,\text{sen}\,\phi = ab$.

54. De acordo com a figura, $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = 0$ e $\vec{a}\perp\vec{b}$.

(a) $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$, já que o ângulo entre os dois vetores é 90º.

(b) $\vec{a}\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot(-\vec{a}-\vec{b}) = -|\vec{a}|^2 = -16.$

(c) $\vec{b}\cdot\vec{c} = \vec{b}\cdot(-\vec{a}-\vec{b}) = -|\vec{b}|^2 = -9,0.$

55. Escolhemos o leste como semieixo x positivo e o norte como semieixo y positivo para medir todos os ângulos da forma "convencional" (ângulos positivos no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo). Nesse caso, $\vec{d}_1$ tem módulo d_1 = 4,00 m e orientação θ_1 = 225°, $\vec{d}_2$ tem módulo d_2 = 5,00 m e orientação θ_2 = 0° e $\vec{d}_3$ tem módulo d_3 = 6,00 m e orientação θ_3 = 60°.

(a) A componente x de $\vec{d}_1$ é $d_{1x} = d_1 \cos\theta_1$ = –2,83 m.

(b) A componente y de $\vec{d}_1$ é $d_{1y} = d_1\,\text{sen}\,\theta_1$ = –2,83 m.

(c) A componente x de $\vec{d}_2$ é $d_{2x} = d_2 \cos\theta_2$ = 5,00 m.

(d) A componente y de $\vec{d}_2$ é $d_{2y} = d_2\,\text{sen}\,\theta_2$ = 0.

(e) A componente x de $\vec{d}_3$ é $d_{3x} = d_3 \cos\theta_3$ = 3,00 m.

(f) A componente y de $\vec{d}_3$ é $d_{3y} = d_3\,\text{sen}\,\theta_3$ = 5,20 m.

(g) A soma das componentes x é

$$d_x = d_{1x} + d_{2x} + d_{3x} = -2{,}83 \text{ m} + 5{,}00 \text{ m} + 3{,}00 \text{ m} = 5{,}17 \text{ m}.$$

(h) A soma das componentes y é

$$d_y = d_{1y} + d_{2y} + d_{3y} = -2{,}83 \text{ m} + 0 + 5{,}20 \text{ m} = 2{,}37 \text{ m}.$$

(i) O módulo do deslocamento resultante é

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{(5{,}17 \text{ m})^2 + (2{,}37 \text{ m})^2} = 5{,}69 \text{ m}.$$

(j) O ângulo do deslocamento resultante é

$$\theta = \tan^{-1}(2{,}37/5{,}17) = 24{,}6°,$$

o que significa (lembrando nossa escolha dos eixos de referência) uma direção aproximadamente 25° ao norte do leste.

(k) e (l) Para que a partícula volte ao ponto de partida, a soma vetorial do deslocamento anterior com o novo deslocamento deve ser nula. Assim, o novo deslocamento é o negativo do deslocamento anterior, o que significa um vetor com o mesmo módulo (5,69 m) apontando na direção oposta (25° ao sul do oeste).

56. Para podermos aplicar diretamente a Eq. 3-5, notamos que os ângulos de $\vec{Q}$, $\vec{R}$ e $\vec{S}$ com semieixo x positivo são, respectivamente, 100°, 250°, e 310°.

(a) Na notação dos vetores unitários, com a unidade metro implícita, temos:

$$\begin{aligned}
\vec{P} &= 10{,}0\cos(25{,}0°)\,\hat{\text{i}} + 10{,}0\,\text{sen}(25{,}0°)\,\hat{\text{j}} \\
\vec{Q} &= 12{,}0\cos(100°)\,\hat{\text{i}} + 12{,}0\,\text{sen}(100°)\,\hat{\text{j}} \\
\vec{R} &= 8{,}00\cos(250°)\,\hat{\text{i}} + 8{,}00\,\text{sen}(250°)\,\hat{\text{j}} \\
\vec{S} &= 9{,}00\cos(310°)\,\hat{\text{i}} + 9{,}00\,\text{sen}(310°)\,\hat{\text{j}} \\
\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} + \vec{S} &= (10{,}0 \text{ m})\hat{\text{i}} + (1{,}63 \text{ m})\hat{\text{j}}
\end{aligned}$$

(b) O módulo da soma vetorial é $\sqrt{(10{,}0 \text{ m})^2 + (1{,}63 \text{ m})^2} = 10{,}2 \text{ m}$.

(c) O ângulo é $\tan^{-1}(1{,}63 \text{ m}/10{,}0 \text{ m}) \approx 9{,}24°$ no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo.

57. PENSE Este problema envolve a soma e subtração de dois vetores.

FORMULE De acordo com o enunciado do problema, temos

$$\vec{A} + \vec{B} = (6{,}0)\hat{\text{i}} + (1{,}0)\hat{\text{j}}, \qquad \vec{A} - \vec{B} = -(4{,}0)\hat{\text{i}} + (7{,}0)\hat{\text{j}}$$

Para calcular os valores de $\vec{A}$ e $\vec{B}$, devemos resolver esse sistema de equações.

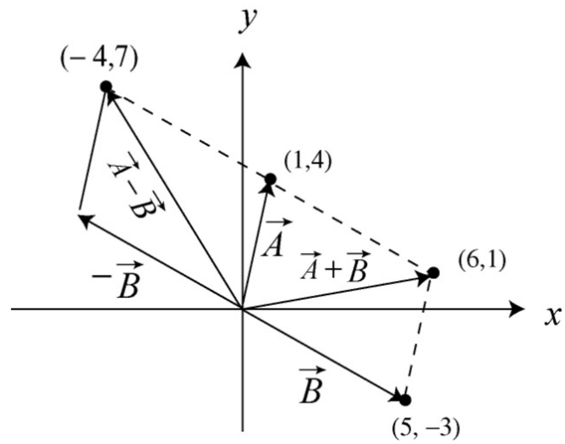
ANALISE Somando as equações anteriores e dividindo por 2, obtemos $\vec{A} = (1{,}0)\hat{\text{i}} + (4{,}0)\hat{\text{j}}$. O módulo de $\vec{A}$ é

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(1{,}0)^2 + (4{,}0)^2} = 4{,}1$$

APRENDA O vetor $\vec{B}$ é $\vec{B} = (5{,}0)\hat{\mathrm{i}} + (-3{,}0)\hat{\mathrm{j}},$ e o módulo de $\vec{B}$ é

$$B = |\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(5{,}0)^2 + (-3{,}0)^2} = 5{,}8$$

Os resultados são mostrados na figura ao lado.



58. O vetor pode ser escrito na forma $\vec{d} = (2{,}5\ \mathrm{m})\hat{\mathrm{j}}$, em que tomamos $\hat{\mathrm{j}}$ como um vetor unitário apontando para o norte.

(a) O módulo do vetor $\vec{a} = 4{,}0\,\vec{d}$ é (4,0)(2,5 m) = 10 m.

(b) A orientação do vetor $\vec{a} = 4{,}0\vec{d}$ é a mesma do vetor $\vec{d}$ (norte).

(c) O módulo do vetor $\vec{c} = -3{,}0\vec{d}$ é (3,0)(2,5 m) = 7,5 m.

(d) A orientação do vetor $\vec{c} = -3{,}0\vec{d}$ é a orientação oposta à do vetor $\vec{d}$, ou seja, o vetor $\vec{c}$ aponta para o sul.

59. Uma consulta à Figura 3-18 e uma leitura da Seção 3-8 do livro podem ajudar. Convertendo $\vec{B}$ para a notação módulo-ângulo (como a do vetor $\vec{A}$), temos $\vec{B} = \left(14{,}4 \angle 33{,}7°\right)$. Nessa notação, uma rotação dos eixos de +20° equivale a subtrair o mesmo ângulo das definições dos vetores. Assim, $\vec{A} = \left(12{,}0 \angle 40{,}0°\right)'$ e $\vec{B} = (14{,}4 \angle 13{,}7°)'$, em que as plicas indicam que as definições são em termos das novas coordenadas. Convertendo esses resultados para a representação em termos dos vetores unitários, temos:

(a) $\vec{A} = (9{,}19\ \mathrm{m})\hat{\mathrm{i}}' + (7{,}71\ \mathrm{m})\hat{\mathrm{j}}'$

(b) $\vec{B} = (14{,}0\ \mathrm{m})\hat{\mathrm{i}}' + (3{,}41\ \mathrm{m})\hat{\mathrm{j}}'$.

60. Os dois vetores podem ser calculados resolvendo um sistema de equações.

(a) Somando as três equações, obtemos $2\vec{a} = 6\vec{c}$, que leva a $\vec{a} = 3\vec{c} = 9\hat{\mathrm{i}} + 12\hat{\mathrm{j}}$.

(b) Substituindo em uma das equações que envolvem $\vec{a}$ e $\vec{b}$, obtemos $\vec{b} = \vec{c} = 3\hat{\mathrm{i}} + 4\hat{\mathrm{j}}$.

61. Os três vetores dados são

$$\begin{aligned} \vec{a} &= 5{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 4{,}0\,\hat{\mathrm{j}} - 6{,}0\,\hat{\mathrm{k}} \\ \vec{b} &= -2{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{k}} \\ \vec{c} &= 4{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}} \end{aligned}$$

(a) A equação vetorial $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ é

$$\begin{aligned} \vec{r} &= [5{,}0 - (-2{,}0) + 4{,}0]\hat{\mathrm{i}} + (4{,}0 - 2{,}0 + 3{,}0)\hat{\mathrm{j}} + (-6{,}0 - 3{,}0 + 2{,}0)\hat{\mathrm{k}} \\ &= 11\hat{\mathrm{i}} + 5{,}0\hat{\mathrm{j}} - 7{,}0\hat{\mathrm{k}}. \end{aligned}$$

(b) Para determinar o ângulo pedido, calculamos o produto escalar de $\vec{r}$ e $\hat{\mathrm{k}}$. Como $r = |\vec{r}\,| = \sqrt{(11{,}0)^2 + (5{,}0)^2 + (-7{,}0)^2} = 14$, as Eqs. 3-20 e 3-23 nos dão

$$\vec{r}\cdot\hat{\mathrm{k}} = -7{,}0 = (14)(1)\cos\phi \;\;\Rightarrow\;\; \phi = 120°.$$

(c) A forma mais simples de determinar a componente de um vetor em uma certa direção é calcular o produto escalar do vetor com um vetor unitário na direção desejada. O vetor unitário na direção de $\vec{b}$ é dado por

$$\hat{b} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{-2{,}0\hat{\mathrm{i}} + 2{,}0\hat{\mathrm{j}} + 3{,}0\hat{\mathrm{k}}}{\sqrt{(-2{,}0)^2 + (2{,}0)^2 + (3{,}0)^2}}.$$

Assim, temos:

$$a_b = \vec{a}\cdot\hat{b} = \frac{(5{,}0)(-2{,}0) + (4{,}0)(2{,}0) + (-6{,}0)(3{,}0)}{\sqrt{(-2{,}0)^2 + (2{,}0)^2 + (3{,}0)^2}} = -4{,}9\,.$$

(d) Uma forma de resolver o problema (se estivermos interessados apenas no módulo do vetor) é usar o produto vetorial, como sugere o enunciado. Outra (que fornece mais informações) é subtrair de $\vec{a}$ o resultado do item (c) multiplicado por $\hat{b}$. Vamos apresentar as duas soluções. No primeiro método, observamos que se a cos θ (em que θ é o ângulo entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$) fornece a_b (a componente de $\vec{a}$ na direção de $\hat{b}$), é natural que a sen θ forneça a componente de $\vec{a}$ na direção perpendicular a $\hat{b}$:

$$a = \text{sen}\;\theta = \frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{b} = 7{,}3$$

[também é possível usar diretamente o ângulo θ calculado no item (c)].
No segundo método, executamos o seguinte cálculo:

$$\begin{aligned}\vec{a} - a_b\hat{b} &= (5{,}0 - 2{,}35)\hat{\mathrm{i}} + (4{,}0 - (-2{,}35))\hat{\mathrm{j}} + ((-6{,}0) - (-3{,}53))\hat{\mathrm{k}}\\ &= 2{,}65\hat{\mathrm{i}} + 6{,}35\hat{\mathrm{j}} - 2{,}47\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

Este é o vetor correspondente à parte perpendicular de $\vec{a}$. O módulo do vetor é

$$\sqrt{(2{,}65)^2 + (6{,}35)^2 + (-2{,}47)^2} = 7{,}3$$

o que está de acordo com o resultado obtido usando o primeiro método.

62. Escolhemos o semieixo x positivo como a direção leste, o semieixo y positivo como a direção norte e medimos todos os ângulos da forma "convencional" (em relação ao semieixo x positivo, ângulos positivos no sentido anti-horário e ângulos negativos no sentido horário). Nesse caso, o vetor $\vec{d}_1$, correspondente à primeira tacada, tem módulo d_1 = 3,66 m e ângulo θ_1 = 90°; o vetor $\vec{d}_2$, correspondente à segunda tacada, tem módulo d_2 = 1,83 m e ângulo θ_2 = –45°; o vetor $\vec{d}_3$, correspondente à terceira tacada, tem módulo d_3 = 0,91 e ângulo θ_3 = –135°. Somando as componentes x e y das três componentes, obtemos os seguintes resultados:

$$x: d_1\cos\theta_1 + d_2\cos\theta_2 + d_3\cos\theta_3 = 0{,}65\text{ m}$$
$$y: d_1\,\text{sen}\,\theta_1 + d_2\,\text{sen}\,\theta_2 + d_3\,\text{sen}\,\theta_3 = 1{,}7\text{ m}.$$

(a) O módulo do deslocamento total (da soma vetorial $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3$) é $\sqrt{(0{,}65\text{ m})^2 + (1{,}7\text{ m})^2} = 1{,}8$ m.

(b) O ângulo do vetor é $\tan^{-1}(1{,}7/0{,}65) = 69°$. Isso significa que a direção da tacada deve ser 69° ao norte do leste.

63. Os três vetores são

$$\vec{d}_1 = -3{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}$$
$$\vec{d}_2 = -2{,}0\,\hat{\mathrm{i}} - 4{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}$$
$$\vec{d}_3 = 2{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 1{,}0\,\hat{\mathrm{k}}.$$

(a) Como $\vec{d}_2 + \vec{d}_3 = 0\,\hat{\mathrm{i}} - 1{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{k}}$, temos:

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 + \vec{d}_3) &= (-3{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}) \cdot (0\,\hat{\mathrm{i}} - 1{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{k}}) \\ &= 0 - 3{,}0 + 6{,}0 = 3{,}0\ \mathrm{m}^2.\end{aligned}$$

(b) Usando a Eq. 3-30, obtemos $\vec{d}_2 \times \vec{d}_3 = -10\,\hat{\mathrm{i}} + 6{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}.$ Assim,

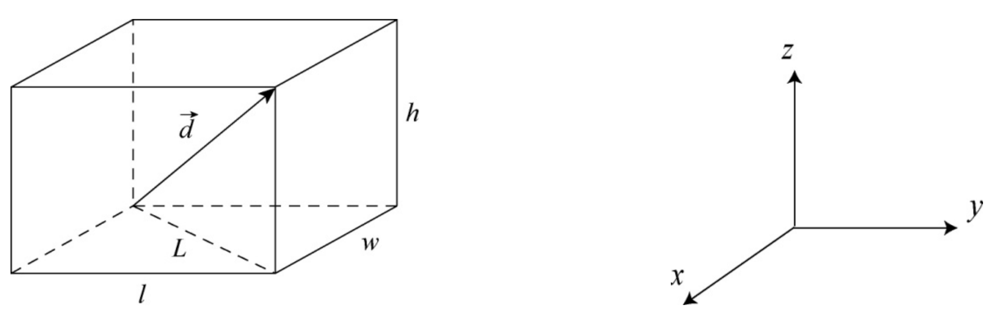
$$\begin{aligned}\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 \times \vec{d}_3) &= (-3{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}) \cdot (-10\,\hat{\mathrm{i}} + 6{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}) \\ &= 30 + 18 + 4{,}0 = 52\ \mathrm{m}^3.\end{aligned}$$

(c) Calculamos $\vec{d}_2 + \vec{d}_3$ no item (a). Usando a Eq. 3-30, obtemos:

$$\begin{aligned}\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2 + \vec{d}_3) &= (-3{,}0\,\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 2{,}0\,\hat{\mathrm{k}}) \times (0\,\hat{\mathrm{i}} - 1{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{k}}) \\ &= (11\,\hat{\mathrm{i}} + 9{,}0\,\hat{\mathrm{j}} + 3{,}0\,\hat{\mathrm{k}}\,)\ \mathrm{m}^2\end{aligned}$$

64. PENSE Este problema envolve o movimento de uma mosca de um canto de uma sala para o canto diagonalmente oposto. O vetor deslocamento da mosca é tridimensional.

FORMULE O deslocamento da mosca está representado na figura a seguir.



Um sistema de coordenadas como o da figura da direita permite expressar o deslocamento como um vetor tridimensional.

ANALISE (a) O módulo do deslocamento de um canto para o canto diagonalmente oposto é dado por

$$d = |\vec{d}\,| = \sqrt{w^2 + l^2 + h^2}$$

Substituindo os valores dados, obtemos

$$d = |\vec{d}\,| = \sqrt{w^2 + l^2 + h^2} = \sqrt{(3{,}70\ \mathrm{m})^2 + (4{,}30\ \mathrm{m})^2 + (3{,}00\ \mathrm{m})^2} = 6{,}42\ \mathrm{m}$$

(b) O módulo do vetor deslocamento é igual ao comprimento da linha reta que liga o ponto inicial ao ponto final. Como a linha reta é a menor distância entre dois pontos, o valor da distância não pode ser menor que o valor calculado no item (a).

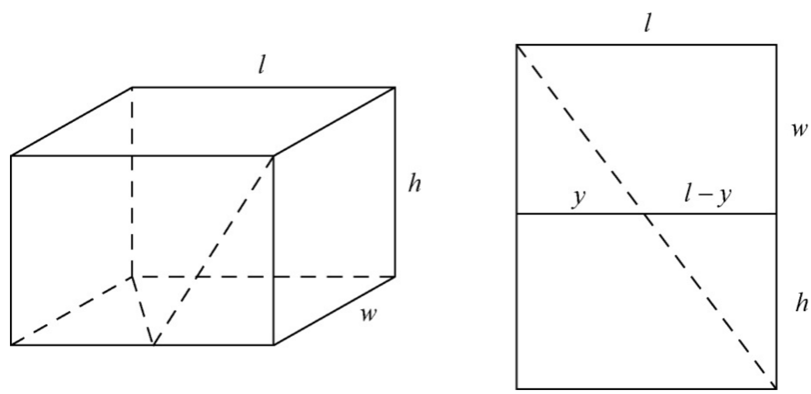
(c) É óbvio que o valor da distância pode ser maior que o valor calculado no item (a). Por exemplo, se a mosca se deslocar apenas ao longo das arestas do cubo, o valor da distância percorrida será $\ell + w + h = 11{,}0$ m.

(d) O valor da distância será igual ao módulo do vetor deslocamento, se a mosca voar em linha reta do vértice inicial para o vértice final.

(e) Supondo que o eixo x aponta para fora da tela, o eixo y aponta para a direita e o eixo z aponta para cima, como na figura, a componente x do deslocamento é $w = 3{,}70$ m, a componente y é 4,30 m e a componente z é $3{,}00$ m. Assim, o vetor deslocamento é

$$\vec{d} = (3{,}70\ \text{m})\hat{\text{i}} + (4{,}30\ \text{m})\hat{\text{j}} + (3{,}00\ \text{m})\hat{\text{k}}$$

(f) Suponha que o percurso da mosca seja o que está indicado por linhas tracejadas na figura da esquerda. Suponha que exista uma dobradiça na aresta entre a parede da frente da sala e o piso, e que a parede possa girar em torno da dobradiça até ficar no plano do piso, como na figura da direita.



A menor distância entre o canto inferior esquerdo da sala e o canto superior direito é a reta tracejada que aparece na figura da direita. O comprimento dessa reta é

$$s_{\text{mín}} = \sqrt{(w+h)^2 + l^2} = \sqrt{(3{,}70\ \text{m} + 3{,}00\ \text{m})^2 + (4{,}30\ \text{m})^2} = 7{,}96\ \text{m}$$

APRENDA Para demonstrar que o menor percurso é realmente o que está aqui descrito, vamos chamar de y a distância entre o canto inferior esquerdo da sala e o ponto em que a mosca atinge a dobradiça. Nesse caso, aplicando duas vezes o teorema de Pitágoras e somando os resultados, é fácil demonstrar que a distância s percorrida pela mosca é dada por

$$s = \sqrt{y^2 + w^2} + \sqrt{(l-y)^2 + h^2}$$

A condição para que essa distância seja mínima é dada por

$$\frac{ds}{dy} = \frac{y}{\sqrt{y^2 + w^2}} - \frac{l-y}{\sqrt{(l-y)^2 + h^2}} = 0$$

É possível demonstrar, usando algumas transformações algébricas, que essa condição é satisfeita para $y = lw/(w+h)$, o que nos dá

$$s_{\text{mín}} = \sqrt{w^2\left(1 + \frac{l^2}{(w+h)^2}\right)} + \sqrt{h^2\left(1 + \frac{l^2}{(w+h)^2}\right)} = \sqrt{(w+h)^2 + l^2}$$

Qualquer outro caminho teria um comprimento maior que 7,96 m.

65. (a) Uma resposta possível é $(-40\,\hat{\text{i}} - 20\,\hat{\text{j}} + 25\,\hat{\text{k}})$ m, com $\hat{\text{i}}$ antiparalelo ao primeiro deslocamento, $\hat{\text{j}}$ antiparalelo ao segundo deslocamento, e $\hat{\text{k}}$ apontando para cima (para que o sistema de coordenadas seja dextrogiro). Outras respostas possíveis são $(40\,\hat{\text{i}} + 20\,\hat{\text{j}} + 25\,\hat{\text{k}})$ m e $(40\,\hat{\text{i}} - 20\,\hat{\text{j}} - 25\,\hat{\text{k}})$ m (com definições ligeiramente diferentes dos vetores unitários). Note que o produto das componentes é positivo em todos os casos.

(b) De acordo com o teorema de Pitágoras, $d = \sqrt{(40\text{ m})^2 + (20\text{ m})^2} = 44{,}7\text{ m} \approx 45\text{ m}$.

66. Os vetores podem ser escritos na forma $\vec{a} = a\hat{\text{i}}$ e $\vec{b} = b\hat{\text{j}}$, em que $a > 0$ e $b > 0$.

(a) Devemos determinar a orientação do vetor

$$\frac{\vec{b}}{d} = \left(\frac{b}{d}\right)\hat{\text{j}}$$

para $d > 0$. Como o coeficiente de $\hat{\text{j}}$ é positivo, o vetor aponta no sentido do semieixo y positivo.

(b) Se $d < 0$, o coeficiente de $\hat{\text{j}}$ é negativo e o vetor aponta no sentido do semieixo y negativo.

(c) De acordo com a Eq. 3-20, como cos 90° = 0, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

(d) Como $\vec{a}$ tem a mesma direção que o eixo x, e $\vec{b}/d$ tem a mesma direção do eixo y, usando o mesmo raciocínio do item anterior, $\vec{a} \cdot (\vec{b}/d) = 0$.

(e) De acordo com a regra da mão direita, $\vec{a} \times \vec{b}$ aponta no sentido do semieixo z positivo.

(f) De acordo com a regra da mão direita, $\vec{b} \times \vec{a}$ aponta no sentido do semieixo z negativo. Note que $\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$ nesse caso e no caso geral.

(g) De acordo com a Eq. 3-24, como sen 90° = 1, $|\vec{a} \times \vec{b}| = ab$, em que a é o módulo de $\vec{a}$, e b é o módulo de $\vec{b}$.

(h) Nesse caso, $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{b} \times \vec{a}| = ab$.

(i) O módulo de $\vec{a} \times (\vec{b}/d)$ é ab/d, qualquer que seja o sinal de d.

(j) Se $d > 0$, o vetor $\vec{a} \times (\vec{b}/d)$ aponta no sentido do semieixo z positivo.

67. Note que os sentidos escolhidos para os vetores unitários estão corretos para um sistema de coordenadas dextrogiro. Como os estudantes às vezes confundem "norte" com "para cima", talvez valha a pena chamar a atenção para o fato de que "norte" e "para cima" são direções mutuamente perpendiculares no mundo real e não devem ser interpretadas como indicações de direção como "para fora da tela" ou "para cima no quadro-negro". Ao calcular produtos escalares e vetoriais, é importante interpretar corretamente as direções.

(a) $\hat{\text{i}} \cdot \hat{\text{k}} = 0$ porque $\hat{\text{i}} \perp \hat{\text{k}}$

(b) $(-\hat{\text{k}}) \cdot (-\hat{\text{j}}) = 0$ porque $\hat{\text{k}} \perp \hat{\text{j}}$.

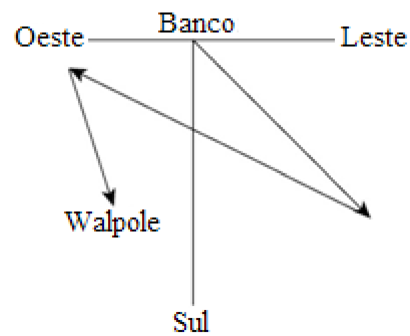
(c) $\hat{\text{j}} \cdot (-\hat{\text{j}}) = -1$.

(d) $\hat{\text{k}} \times \hat{\text{j}} = -\hat{\text{i}}$ (para oeste).

(e) $(-\hat{\text{i}}) \times (-\hat{\text{j}}) = +\hat{\text{k}}$ (para cima).

(f) $(-\hat{\text{k}}) \times (-\hat{\text{j}}) = -\hat{\text{i}}$ (para oeste).

68. A figura mostra os deslocamentos. A resultante (que não aparece na figura) é uma linha reta ligando o ponto inicial (Banco) ao ponto final (Walpole). Fazendo um desenho em escala, concluímos que o vetor resultante tem um módulo de 29,5 km e faz um ângulo de 35° a oeste com a direção sul, o que significa que a extremidade do vetor coincide, no mapa, com a cidade de Walpole.



69. Quando a roda descreve meia revolução, o ponto P sofre um deslocamento vertical de $2R$, em que R é o raio da roda, e um deslocamento horizontal de πR (metade da circunferência da roda). Como $R = 0{,}450$ m, a componente horizontal do deslocamento é 1,414 m e a componente vertical do deslocamento é 0,900 m. Tomando o eixo x como eixo horizontal e o eixo y como eixo vertical, o vetor deslocamento, em metros, é $\vec{r} = \left(1{,}414\ \hat{\mathrm{i}} + 0{,}900\ \hat{\mathrm{j}}\right)$. O módulo do deslocamento é

$$|\vec{r}| = \sqrt{(\pi R)^2 + (2R)^2} = R\sqrt{\pi^2 + 4} = 1{,}68\,\mathrm{m}$$

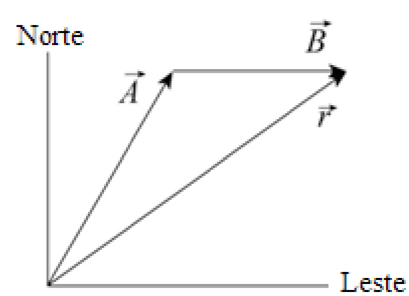
e o ângulo do deslocamento é

$$\tan^{-1}\left(\frac{2R}{\pi R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{\pi}\right) = 32{,}5°$$

para cima em relação ao piso.

70. A figura mostra os vetores deslocamento para as duas partes da caminhada, $\vec{A}$ e $\vec{B}$, e o deslocamento total $\vec{r}$. Vamos tomar o semieixo x positivo como sendo a direção leste, e o semieixo y positivo como sendo a direção norte. Observe que o ângulo entre $\vec{A}$ e o eixo x é 60°. Tomando todas as distâncias em metros, as componentes de $\vec{A}$ são $A_x = 250 \cos 60° = 125$ e $A_y = 250$ sen $60° = 216{,}5$. As componentes de $\vec{B}$ são $B_x = 175$ e $B_y = 0$. As componentes do deslocamento total são

$$r_x = A_x + B_x = 125 + 175 = 300$$
$$r_y = A_y + B_y = 216{,}5 + 0 = 216{,}5$$



(a) O módulo do deslocamento total é

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(300\ \mathrm{m})^2 + (216{,}5\ \mathrm{m})^2} = 370\,\mathrm{m}$$

(b) O ângulo entre o deslocamento total e o semieixo x positivo é

$$\tan^{-1}\left(\frac{r_y}{r_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{216{,}5\ \mathrm{m}}{300\ \mathrm{m}}\right) = 36°$$

Essa direção corresponde a um ângulo de $36°$ para o norte a partir do leste.

(c) A *distância* percorrida pela mulher é d = 250 m + 175 m = 425 m.

(d) Os resultados dos itens (a) e (c) mostram que a distância total percorrida é maior que o módulo do deslocamento. Na verdade, isso acontece sempre que os deslocamentos não são executados na mesma direção e no mesmo sentido.

71. O vetor $\vec{d}$ pode ser representado como $\vec{d} = (3{,}0\text{ m})(-\hat{\text{j}})$, em que $-\hat{\text{j}}$ é o vetor unitário que aponta para o sul. Assim, $5{,}0\vec{d} = 5{,}0(-3{,}0\text{ m }\hat{\text{j}}) = (-15\text{ m})\hat{\text{j}}$.

(a) Quando um vetor é multiplicado por um número positivo, o módulo do vetor é multiplicado pelo número, e a orientação permanece a mesma. Assim, o módulo do vetor $5{,}0\vec{d}$ é 15 m.

(b) A orientação do vetor $5\vec{d}$ é a mesma do vetor $\vec{d}$, ou seja, o vetor aponta para o sul.

O vetor $-2{,}0\vec{d}$ pode ser escrito como $-2{,}0(-3{,}0\text{ m }\hat{\text{j}}) = (6{,}0\text{ m})\hat{\text{j}}$.

(c) O módulo do vetor é $\left|(6{,}0\text{ m})\hat{\text{j}}\right|$ = 6,0 m.

(d) Como a multiplicação por um número negativo inverte o sentido do vetor, a orientação do vetor $-2{,}0\vec{d}$ é $+\hat{\text{j}}$, ou seja, o vetor aponta para o norte.

72. A formiga executa três deslocamentos:

$$\vec{d}_1 = (0.40\text{ m})(\cos 225°\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,225°\,\hat{\text{j}}) = (-0{,}28\text{ m})\,\hat{\text{i}} + (-0{,}28\text{ m})\,\hat{\text{j}}$$
$$\vec{d}_2 = (0{,}50\text{ m})\,\hat{\text{i}}$$
$$\vec{d}_3 = (0{,}60\text{ m})(\cos 60°\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,60°\,\hat{\text{j}}) = (0{,}30\text{ m})\,\hat{\text{i}} + (0{,}52\text{ m})\,\hat{\text{j}}$$

em que o ângulo é medido em relação ao semieixo x positivo, e os semieixos x e y positivos foram usados para representar as direções leste e norte, respectivamente.

(a) A componente x de $\vec{d}_1$ é $d_{1x} = (0{,}40\text{ m})\cos 225° = -0{,}28\text{ m}$.

(b) A componentes y de $\vec{d}_1$ é $d_{1y} = (0{,}40\text{ m})\,\text{sen}\,225° = -0{,}28\text{ m}$.

(c) A componente x de $\vec{d}_2$ é $d_{2x} = 0{,}50\text{ m}$.

(d) A componente y de $\vec{d}_2$ é $d_{2y} = 0\text{ m}$.

(e) A componente x de $\vec{d}_3$ é $d_{3x} = (0{,}60\text{ m})\cos 60° = 0{,}30\text{ m}$.

(f) A componente y de $\vec{d}_3$ é $d_{3y} = (0{,}60\text{ m})\,\text{sen}\,60° = 0{,}52\text{ m}$.

(g) A componente x do deslocamento total $\vec{d}_{\text{tot}}$ é

$$d_{\text{tot},x} = d_{1x} + d_{2x} + d_{3x} = (-0{,}28\text{ m}) + (0{,}50\text{ m}) + (0{,}30\text{ m}) = 0{,}52\text{ m}.$$

(h) A componente y do deslocamento total $\vec{d}_{\text{tot}}$ é

$$d_{\text{tot},y} = d_{1y} + d_{2y} + d_{3y} = (-0{,}28 \text{ m}) + (0 \text{ m}) + (0{,}52 \text{ m}) = 0{,}24 \text{ m}$$

(i) O módulo do deslocamento total é

$$d_{\text{tot}} = \sqrt{d_{\text{tot},x}^2 + d_{\text{tot},y}^2} = \sqrt{(0{,}52 \text{ m})^2 + (0{,}24 \text{ m})^2} = 0{,}57 \text{ m}$$

(j) A orientação do deslocamento total é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{d_{\text{tot},y}}{d_{\text{tot},x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}24 \text{ m}}{0{,}52 \text{ m}}\right) = 25° \text{ (norte de leste)}$$

Para a formiga voltar diretamente ao ponto de partida, ela deve executar um deslocamento de $-\vec{d}_{\text{tot}}$.

(k) A formiga deve percorrer uma distância de $|-\vec{d}_{\text{tot}}| = 0{,}57$ m.

(l) A formiga deve se mover em uma direção que faz 25º ao sul com a direção oeste.

73. Podemos usar as Eqs. 3-23 e Eq. 3-27.

(a) $\vec{a} \times \vec{b} = (a_x b_y - a_y b_x)\,\hat{k}$; todos os outros termos são nulos, já que $\vec{a}$ e $\vec{b}$ não têm componente z. O resultado é

$$[(3{,}0)(4{,}0) - (5{,}0)(2{,}0)]\hat{k} = 2{,}0\hat{k}.$$

(b) $\vec{a} \cdot b = a_x b_x + a_y b_y$ nos dá (3,0)(2,0) + (5,0)(4,0) = 26.

(c) $\vec{a} + \vec{b} = (3{,}0 + 2{,}0)\,\hat{i} + (5{,}0)(4{,}0)\,\hat{j} \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \,.\, \vec{b} = (5{,}0)(2{,}0) + (9{,}0)(4{,}0) = 46.$

(d) Várias abordagens são possíveis. Na solução apresentada, vamos construir um vetor unitário com a orientação do vetor $\vec{b}$ e calcular o produto escalar do vetor $\vec{a}$ por esse vetor. O vetor unitário é

$$\hat{b} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{2{,}0\,\hat{i} + 4{,}0\,\hat{j}}{\sqrt{(2{,}0)^2 + (4{,}0)^2}}$$

e a componente pedida é

$$a_b = \vec{a} \cdot \hat{b} = \frac{(3{,}0)(2{,}0) + (5{,}0)(4{,}0)}{\sqrt{(2{,}0)^2 + (4{,}0)^2}} = 5{,}81$$

74. Na notação dos vetores unitários, os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são dados por

$$\vec{a} = 3{,}20(\cos 63°\,\hat{j} + \text{sen}63°\,\hat{k}) = 1{,}45\,\hat{j} + 2{,}85\,\hat{k}$$

$$\vec{b} = 1{,}40(\cos 48°\,\hat{i} + \text{sen}48°\,\hat{k}) = 0{,}937\hat{i} + 1{,}04\,\hat{k}$$

As componentes de $\vec{a}$ são $a_x = 0$, $a_y = 3{,}20 \cos 63° = 1{,}45$ e $a_z = 3{,}20 \text{ sen } 63° = 2{,}85$. As componentes de $\vec{b}$ são $b_x = 1{,}40 \cos 48° = 0{,}937$, $b_y = 0$ e $b_z = 1{,}40 \text{ sen } 48° = 1{,}04$.

(a) O produto escalar é

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = (0)(0{,}937) + (1{,}45)(0) + (2{,}85)(1{,}04) = 2{,}97$$

(b) O produto vetorial é

$$\begin{aligned}\vec{a}\times\vec{b} &= (a_y b_z - a_z b_y)\,\hat{\mathrm{i}} + (a_z b_x - a_x b_z)\,\hat{\mathrm{j}} + (a_x b_y - a_y b_x)\,\hat{\mathrm{k}} \\ &= \big((1{,}45)(1{,}04) - 0\big)\hat{\mathrm{i}} + \big((2{,}85)(0{,}937) - 0\big)\hat{\mathrm{j}} + \big(0 - (1{,}45)(0{,}937)\big)\hat{\mathrm{k}} \\ &= 1{,}51\hat{\mathrm{i}} + 2{,}67\hat{\mathrm{j}} - 1{,}36\hat{\mathrm{k}}\end{aligned}$$

(c) O ângulo θ entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{ab}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{2.97}{(3{,}20)(1{,}40)}\right) = 48{,}5°$$

75. Vamos tomar o vetor $\hat{\mathrm{i}}$ na direção leste, o vetor $\hat{\mathrm{j}}$ na direção norte, o vetor $\hat{\mathrm{k}}$ na direção para cima, e usar os seguintes produtos fundamentais:

$$\begin{aligned}\hat{\mathrm{i}}\times\hat{\mathrm{j}} &= -\hat{\mathrm{j}}\times\hat{\mathrm{i}} = \hat{\mathrm{k}} \\ \hat{\mathrm{j}}\times\hat{\mathrm{k}} &= -\hat{\mathrm{k}}\times\hat{\mathrm{j}} = \hat{\mathrm{i}} \\ \hat{\mathrm{k}}\times\hat{\mathrm{i}} &= -\hat{\mathrm{i}}\times\hat{\mathrm{k}} = \hat{\mathrm{j}}\end{aligned}$$

(a) "norte vetor oeste" = $\hat{\mathrm{j}}\times(-\hat{\mathrm{i}}) = \hat{\mathrm{k}}$ = "para cima".

(b) "para baixo escalar sul" = $(-\hat{\mathrm{k}})\cdot(-\hat{\mathrm{j}}) = 0$.

(c) "leste vetor para cima" = $\hat{\mathrm{i}}\times(\hat{\mathrm{k}}) = -\hat{\mathrm{j}}$ = "sul".

(d) "oeste escalar oeste" = $(-\hat{\mathrm{i}})\cdot(-\hat{\mathrm{i}}) = 1$.

(e) "sul vetor sul" = $(-\hat{\mathrm{j}})\times(-\hat{\mathrm{j}}) = 0$.

76. A equação vetorial é $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$, em que $B = 8{,}0$ m e $C = 2A$. Sabemos também que o vetor $\vec{A}$ faz um ângulo de 0° com o semieixo x positivo e que o vetor $\vec{C}$ faz um ângulo de 90° com o semieixo x positivo. Isso significa que os três vetores formam um triângulo retângulo cuja hipotenusa é o módulo do vetor B. De acordo com o teorema de Pitágoras,

$$B = \sqrt{A^2 + C^2} \Rightarrow 8{,}0 = \sqrt{A^2 + 4A^2}$$

o que nos dá $A = 8/\sqrt{5} = 3{,}6$ m.

77. Vamos tomar o vetor $\hat{\mathrm{i}}$ na direção leste, o vetor $\hat{\mathrm{j}}$ na direção norte, e o vetor $\hat{\mathrm{k}}$ na direção para cima.

(a) O deslocamento da moeda é $\vec{d} = (1300\ \mathrm{m})\ \hat{\mathrm{i}} + (2200\ \mathrm{m})\ \hat{\mathrm{j}} + (-410\ \mathrm{m})\,\hat{\mathrm{k}}$

(b) O deslocamento do homem no percurso de volta é $\vec{d}\,' = -(1300\ \mathrm{m})\ \hat{\mathrm{i}} - (2200\ \mathrm{m})\ \hat{\mathrm{j}}$ e o módulo do deslocamento é

$$d' = \sqrt{(-1300\ \mathrm{m})^2 + (-2200\ \mathrm{m})^2} = 2{,}56\times 10^3\ \mathrm{m}.$$

O deslocamento total do homem é zero, já que a posição final coincide com a posição inicial.

78. Seja $\vec{c} = \vec{b} \times \vec{a}$. O módulo de $\vec{c}$ é $c = ab$ sen θ. Como $\vec{c}$ é perpendicular a $\vec{a}$, o módulo de $\vec{a} \times \vec{c}$ é ac. O módulo de $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{a})$ é, portanto,

$$|\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{a})| = ac = a^2 b \operatorname{sen}\phi$$

Substituindo os valores dados, obtemos

$$|\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{a})| = a^2 b \operatorname{sen}\phi = (3{,}90)^2(2{,}70)\operatorname{sen}63{,}0^\circ = 36{,}6\,.$$

79. A área de um triângulo é metade do produto da base pela altura. Tomando como base o lado formado pelo vetor $\vec{a}$, a altura é b sen θ e a área é $A = \frac{1}{2}ab \operatorname{sen}\phi = \frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|$.
Substituindo os valores dados, obtemos

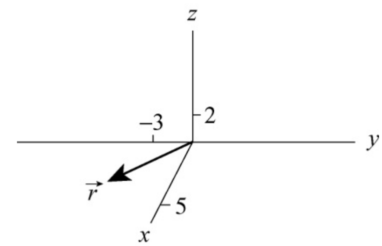
$$A = \frac{1}{2}ab\operatorname{sen}\phi = \frac{1}{2}(4{,}3)(5{,}4)\operatorname{sen}46^\circ \approx 8.4$$

Capítulo 4

1. (a) O módulo de $\vec{r}$ é

$$|\vec{r}| = \sqrt{(5{,}0\text{ m})^2 + (-3{,}0\text{ m})^2 + (2{,}0\text{ m})^2} = 6{,}2\text{ m}.$$

(b) O desenho aparece ao lado. Os valores das coordenadas estão em metros.



2. (a) O vetor posição, de acordo com a Eq. 4-1, é $\vec{r} = (-5{,}0\text{ m})\,\hat{\mathrm{i}} + (8{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$.

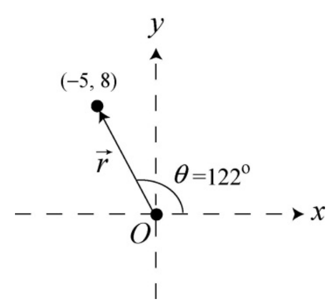
(b) O módulo é $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(-5{,}0\text{ m})^2 + (8{,}0\text{ m})^2 + (0\text{ m})^2} = 9{,}4\text{ m}.$

(c) De acordo com a Eq. 3-6, temos:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{8{,}0\text{ m}}{-5{,}0\text{ m}}\right) = -58° \text{ ou } 122°$$

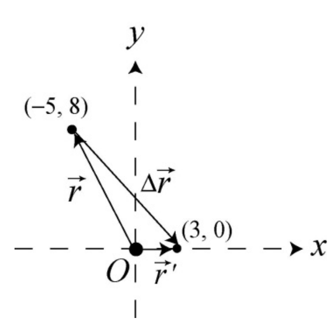
Escolhemos a segunda possibilidade (122° no sentido anti-horáro a partir do semieixo *x* positivo) porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no segundo quadrante.

(d) O desenho aparece ao lado.



(e) O deslocamento é $\Delta\vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}$, em que $\vec{r}$ foi obtido no item (a) e $\vec{r}' = (3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}}$. Assim, $\Delta\vec{r} = (8{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} - (8{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$.

(f) O módulo do deslocamento é



$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(8{,}0\text{ m})^2 + (-8{,}0\text{ m})^2} = 11\text{ m}.$$

(g) De acordo com a Eq. 3-6, o ângulo do deslocamento é

$$\tan^{-1}\left(\frac{8{,}0\text{ m}}{-8{,}0\text{ m}}\right) = -45° \text{ ou } 135°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (–45°, ou 45° no sentido *horário* a partir do semieixo *x* positivo) porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no quarto quadrante. Um desenho de $\Delta\vec{r}$ aparece ao lado.

3. O vetor posição inicial $\vec{r}_o$ satisfaz a equação $\vec{r}-\vec{r}_o=\Delta\vec{r}$, o que nos dá

$$\vec{r}_o=\vec{r}-\Delta\vec{r}=(3{,}0\hat{j}-4{,}0\hat{k})\text{ m}-(2{,}0\hat{i}-3{,}0\hat{j}+6{,}0\hat{k})\text{ m}=(-2{,}0\text{ m})\hat{i}+(6{,}0\text{ m})\hat{j}+(-10\text{ m})\hat{k}$$

4. Escolhemos um sistema de coordenadas com a origem no centro do relógio, o semieixo *x* positivo para a direita (na direção das "3 horas") e o semieixo *y* positivo para cima (na direção das "12 horas").

(a) Na notação dos vetores unitários, temos $\vec{r}_1=(10\text{ cm})\hat{i}$ e $\vec{r}_2=(-10\text{ cm})\hat{j}$. Assim, de acordo com a Eq. 4-2,

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(-10\text{ cm})\hat{i}+(-10\text{ cm})\hat{j}.$$

O módulo é dado por $|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(-10\text{ cm})^2+(-10\text{ cm})^2}=14\text{ cm}.$

(b) De acordo com a Eq. 3-6, o ângulo é

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{-10\text{ cm}}{-10\text{ cm}}\right)=45°\text{ ou }-135°.$$

Escolhemos $-135°$ porque sabemos que o vetor está no terceiro quadrante. Na notação módulo-ângulo, o vetor é

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(-10\text{ cm})\hat{i}+(-10\text{ cm})\hat{j}\rightarrow(14\text{cm}\angle-135°).$$

(c) Nesse caso, $\vec{r}_1=(-10\text{ cm})\hat{j}$, $\vec{r}_2=(10\text{ cm})\hat{j}$ e $\Delta\vec{r}=(20\text{ cm})\hat{j}$. Assim, $|\Delta\vec{r}|=20$ cm.

(d) De acordo com a Eq. 3-6, o ângulo é

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{20\text{ cm}}{0\text{ cm}}\right)=90°.$$

(e) Em uma hora, o ponteiro volta à posição inicial e o deslocamento da ponta é zero.

(f) O ângulo correspondente ao deslocamento da ponta durante uma hora também é zero.

5. PENSE Este problema envolve o movimento de um trem em duas dimensões. O percurso pode ser dividido em três partes, e estamos interessados em determinar a velocidade média para o percurso.

FORMULE A velocidade média para o percurso é dada pela Eq. 4-8, $\vec{v}_{méd}=\Delta\vec{r}/\Delta t$, em que o deslocamento total $\Delta\vec{r}$ é a soma de três deslocamentos (todos com velocidade constante), e $\Delta t=\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3$ é o tempo total de viagem. Vamos usar um sistema de coordenadas no qual o semieixo *x* positivo aponta para leste e o semieixo *y* positivo aponta para o norte.

ANALISE (a) Na notação dos vetores unitários, o primeiro deslocamento é

$$\Delta\vec{r}_1=\left(60{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)\left(\frac{40{,}0\text{ min}}{60\text{ min/h}}\right)\hat{i}=(40{,}0\text{ km})\hat{i}$$

O segundo deslocamento tem um módulo de $60\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot\frac{20\text{ min}}{60\text{ min/h}}=20\text{ km}$, e acontece em uma direção 40° ao norte do leste. Assim,

$$\Delta\vec{r}_2=(20{,}0\text{ km})\cos(40{,}0°)\,\hat{i}+(20{,}0\text{ km})\,\text{sen}(40{,}0°)\,\hat{j}=(15{,}3\text{ km})\,\hat{i}+(12{,}9\text{ km})\,\hat{j}$$

O terceiro deslocamento é

$$\Delta\vec{r}_3 = -\left(60{,}0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)\left(\frac{50{,}0\ \text{min}}{60\ \text{min/h}}\right)\hat{\text{i}} = (-50{,}0\ \text{km})\,\hat{\text{i}}$$

Assim, o deslocamento total é

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \Delta\vec{r}_3 = (40{,}0\ \text{km})\hat{\text{i}} + (15{,}3\ \text{km})\,\hat{\text{i}} + (12{,}9\ \text{km})\,\hat{\text{j}} - (50{,}0\ \text{km})\,\hat{\text{i}} \\ &= (5{,}30\ \text{km})\,\hat{\text{i}} + (12{,}9\ \text{km})\,\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

O tempo total de viagem é Δt = (40,0 + 20,0 + 50,0) min = 110 min, que é equivalente a 1,83 h. De acordo com a Eq. 4-8,

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{(5{,}30\ \text{km})\,\hat{\text{i}} + (12{,}9\ \text{km})\,\hat{\text{j}}}{1{,}83\ \text{h}} = (2{,}90\ \text{km/h})\,\hat{\text{i}} + (7{,}01\ \text{km/h})\,\hat{\text{j}}$$

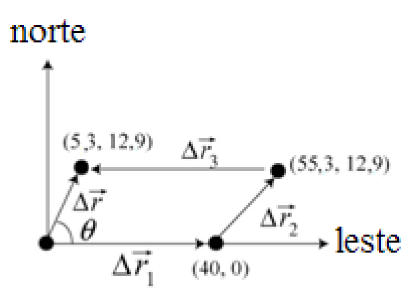
O módulo de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é $|\vec{v}_{\text{méd}}| = \sqrt{(2{,}90\ \text{km/h})^2 + (7{,}01\ \text{km/h})^2} = 7{,}59$ km/h.

(b) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{\text{méd},\,y}}{v_{\text{méd},\,x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{7{,}01\ \text{km/h}}{2{,}90\ \text{km/h}}\right) = 67{,}5°\ \text{(norte de leste)},$$

ou $22{,}5°$ a leste do norte.

APRENDA A figura a seguir mostra o deslocamento do trem.



Note que o deslocamento $\Delta\vec{r}$ é a soma vetorial de $\Delta\vec{r}_1$, $\Delta\vec{r}_2$ e $\Delta\vec{r}_3$.

6. Para chamar atenção para o fato de que a velocidade é função do tempo, usamos a notação $v(t)$ para dx/dt.

(a) De acordo com a Eq. 4-10, temos:

$$v(t) = \frac{d}{dt}\,(3{,}00t\hat{\text{i}} - 4{,}00t^2\hat{\text{j}} + 2{,}00\hat{\text{k}}) = (3{,}00\ \text{m/s})\hat{\text{i}} - (8{,}00t\ \text{m/s})\,\hat{\text{j}}$$

(b) Fazendo t = 2,00 s na expressão do item (a), obtemos $\vec{v} = (3{,}00\hat{\text{i}} - 16{,}0\hat{\text{j}})$ m/s.

(c) A velocidade escalar no instante t = 2,00 s é

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{(3{,}00\ \text{m/s})^2 + (-16{,}0\ \text{m/s})^2} = 16{,}3\ \text{m/s}.$$

(d) O ângulo de $\vec{v}$ nesse instante é

$$\tan^{-1}\left(\frac{-16,0 \text{ m/s}}{3,00 \text{ m/s}}\right) = -79,4° \text{ ou } 101°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (79,4° no sentido *horário* a partir do semieixo x positivo, ou 281° no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo) porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no quarto quadrante.

7. De acordo com as Eqs. 4-3 e 4-8, temos:

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{(-2,0\hat{\text{i}} + 8,0\hat{\text{j}} - 2,0\hat{\text{k}}) \text{ m} - (5,0\hat{\text{i}} - 6,0\hat{\text{j}} + 2,0\hat{\text{k}}) \text{ m}}{10 \text{ s}} = (-0,70\hat{\text{i}} + 1,40\hat{\text{j}} - 0,40\hat{\text{k}}) \text{ m/s}.$$

8. Escolhemos um sistema de coordenadas com $\hat{\text{i}}$ apontando para leste e $\hat{\text{j}}$ apontando para o norte. O primeiro deslocamento é $\vec{r}_{AB} = (483 \text{ km})\hat{\text{i}}$ e o segundo é $\vec{r}_{BC} = (-966 \text{ km})\hat{\text{j}}$.

(a) O deslocamento total é

$$\vec{r}_{AC} = \vec{r}_{AB} + \vec{r}_{BC} = (483 \text{ km})\hat{\text{i}} - (966 \text{ km})\hat{\text{j}}$$

o que nos dá $|\vec{r}_{AC}| = \sqrt{(483 \text{ km})^2 + (-966 \text{ km})^2} = 1,08 \times 10^3$ km.

(b) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-966 \text{ km}}{483 \text{ km}}\right) = -63,4°.$$

Note que esse ângulo pode ser expresso como 63,4° ao sul do leste ou como 26,6° a leste do sul.

(c) Dividindo o módulo de $\vec{r}_{AC}$ pelo tempo total (2,25 h), obtemos

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{(483 \text{ km})\hat{\text{i}} - (966 \text{ km})\hat{\text{j}}}{2,25 \text{ h}} = (215 \text{ km/h})\hat{\text{i}} - (429 \text{ km/h})\hat{\text{j}}$$

cujo módulo é $|\vec{v}_{\text{méd}}| = \sqrt{(215 \text{ km/h})^2 + (-429 \text{ km/h})^2} = 480$ km/h.

(d) A direção de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é 26,6° a leste do sul, a mesma do item (b). Na notação módulo-ângulo, $\vec{v}_{\text{méd}} = (480 \text{ km/h} \angle -63,4°)$.

(e) Supondo que o avião voou em linha reta da cidade A para a cidade B e da cidade B para a cidade C, $|\vec{r}_{AB}|$ é a distância do trecho AB e $|\vec{r}_{BC}|$ é a distância do trecho BC. Como a velocidade escalar média é a distância total dividida pelo tempo total, temos:

$$v_{\text{méd}} = \frac{483 \text{ km} + 966 \text{ km}}{2,25 \text{ h}} = 644 \text{ km/h}.$$

9. As coordenadas dos pontos (em metros) são $A = (15, -15)$, $B = (30, -45)$, $C = (20, -15)$ e $D = (45, 45)$. Os tempos correspondentes são $t_A = 0$, $t_B = 300$ s, $t_C = 600$ s e $t_D = 900$ s. A velocidade média é definida pela Eq. 4-8. Todos os deslocamentos $\Delta\vec{r}$ começam no ponto A.

(a) A velocidade média de menor módulo (5,0 m/600 s) é a do deslocamento que termina no ponto C: $|\vec{v}_{\text{méd}}| = 0,0083$ m/s.

(b) A direção de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é 0° (em relação ao semieixo x positivo).

(c) A velocidade média de maior módulo ($\sqrt{(15\text{ m})^2+(30\text{ m})^2}\,/300\text{ s}$) é a do deslocamento que termina no ponto *B*: $|\vec{v}_{\text{méd}}| = 0{,}11$ m/s.

(d) A direção de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é 297° (no sentido anti-horário, a partir do semieixo *x* positivo) ou –63° (no sentido *horário*, a partir do semieixo *x* positivo).

10. (a) O movimento da partícula é dado pela derivada de $\vec{r}$ em relação ao tempo: $\vec{v} = 5{,}00\hat{\text{i}} + (e + 2ft)\vec{\text{j}}$. O ângulo no qual se dá o movimento é, portanto,

$$\theta = \tan^{-1}(v_y/v_x) = \tan^{-1}[(e + 2ft)/5{,}00].$$

De acordo com o gráfico, θ (0) = 35,0°, o que determina o valor do parâmetro *e*:

$$e = (5{,}00 \text{ m/s})\tan(35{,}0°) = 3{,}50 \text{ m/s}.$$

(b) O gráfico mostra também que $\theta = 0$ para t = 14,0 s. Isso significa que $e + 2ft = 0$ nesse instante, o que determina o valor do parâmetro *f*:

$$f = \frac{-e}{2t} = \frac{-3{,}5 \text{ m/s}}{2(14{,}0 \text{ s})} = -0{,}125 \text{ m/s}^2 .$$

11. Nos itens (b) e (c), usamos a Eq. 4-10 e a Eq. 4-16. No item (d), calculamos a direção da velocidade encontrada no item (b), já que representa a inclinação da reta tangente pedida no enunciado.

(a) Fazendo t = 2,00 s na expressão dada, obtemos:

$$\vec{r}\,\Big|_{t=2,00} = [2{,}00(8) - 5{,}00(2)]\hat{\text{i}} + [6{,}00 - 7{,}00(16)]\hat{\text{j}} = (6{,}00\,\hat{\text{i}} - 106\,\hat{\text{j}}) \text{ m}$$

(b) Derivando a expressão dada em relação ao tempo, obtemos

$$\vec{v}(t) = (6{,}00t^2 - 5{,}00)\,\hat{\text{i}} - 28{,}0t^3\,\hat{\text{j}}$$

na qual usamos a notação $v(t)$ para chamar atenção para o fato de que a velocidade varia com o tempo. No instante t = 2,00 s,

$$\vec{v} = (19{,}0\,\hat{\text{i}} - 224\,\hat{\text{j}}) \text{ m/s}.$$

(c) Derivando $\vec{v}(t)$ em relação ao tempo, obtemos $12{,}0t\,\hat{\text{i}} - 84{,}0t^2\,\hat{\text{j}}$, o que nos dá $\vec{a} = (24{,}0\,\hat{\text{i}} - 336\,\hat{\text{j}})$ m/s² no instante t = 2,00 s.

(d) O ângulo de $\vec{v}$ é

$$\tan^{-1}\left(\frac{-224 \text{ m/s}}{19{,}0 \text{ m/s}}\right) = -85{,}2° \text{ ou } 94{,}8°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (–85,2°, que equivale a 275° no sentido anti-horário, a partir do semieixo *x* positivo) porque os sinais das componentes mostram que $\vec{v}$ está no quarto quadrante.

12. Escolhemos um sistema de coordenadas no qual $\hat{\text{i}}$ aponta para leste e $\hat{\text{j}}$ aponta para o norte; a origem está no mastro. As informações dadas no enunciado são "traduzidas" para a notação dos vetores unitários da seguinte forma:

$$\vec{r}_\text{o} = (40{,}0 \text{ m})\hat{\text{i}} \quad \text{e} \quad \vec{v}_\text{o} = (-10{,}0 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$$
$$\vec{r} = (40{,}0 \text{ m})\hat{\text{j}} \quad \text{e} \quad \vec{v} = (10{,}0 \text{ m/s})\hat{\text{i}}.$$

(a) De acordo com a Eq. 4-2, o deslocamento $\Delta\vec{r}$ é

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_o = (-40,0\ \text{m})\hat{\text{i}} + (40,0\ \text{m})\hat{\text{j}}$$

com um módulo $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(-40,0\ \text{m})^2 + (40,0\ \text{m})^2} = 56,6\ \text{m}$.

(b) A direção de $\Delta\vec{r}$ é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40,0\ \text{m}}{-40,0\ \text{m}}\right) = -45,0° \text{ ou } 135°.$$

Como o ângulo desejado está no segundo quadrante, escolhemos a segunda possibilidade, 135° (45° ao norte do oeste). Note que o deslocamento pode ser escrito como $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_o = (56,6\angle 135°)$ na notação módulo-ângulo.

(c) O módulo de $\vec{v}_{\text{méd}}$ é simplesmente o módulo do deslocamento dividido pelo tempo gasto no deslocamento (Δt = 30,0 s). Assim, o módulo da velocidade média é (56,6 m)/(30,0 s) = 1,89 m/s.

(d) De acordo com a Eq. 4-8, $\vec{v}_{\text{méd}}$ aponta na mesma direção que $\Delta\vec{r}$, ou seja, a 135° (45° ao norte do oeste).

(e) De acordo com a Eq. 4-15, temos:

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_o}{\Delta t} = (0,333\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} + (0,333\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}.$$

O módulo do vetor aceleração média é, portanto,

$$|\vec{a}_{\text{méd}}| = \sqrt{(0,333\ \text{m/s}^2)^2 + (0,333\ \text{m/s}^2)^2} = 0,471\ \text{m/s}^2.$$

(f) A direção de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0,333\ \text{m/s}^2}{0,333\ \text{m/s}^2}\right) = 45° \text{ ou } -135°.$$

Como o ângulo desejado está no primeiro quadrante, escolhemos 45°, ou seja, o ângulo de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é 45° ao norte do leste.

13. PENSE Se a função que descreve a variação, com o tempo, da posição de uma partícula é conhecida, podemos calcular a velocidade da partícula derivando essa função em relação ao tempo e podemos calcular a aceleração da partícula derivando a velocidade em relação ao tempo.

FORMULE Se o vetor posição da partícula é $\vec{r}(t)$, a velocidade e a aceleração da partícula são, respectivamente,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

ANALISE (a) Derivando o vetor posição $\vec{r}(t) = \hat{\text{i}} + (4t^2)\hat{\text{j}} + t\hat{\text{k}}$ em relação ao tempo, obtemos, em unidades do SI (m/s),

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(\hat{\text{i}} + 4t^2\,\hat{\text{j}} + t\,\hat{\text{k}}) = 8t\,\hat{\text{j}} + \hat{\text{k}}.$$

(b) Derivando novamente em relação ao tempo, obtemos, em unidades do SI (m/s²),

$$\vec{a}=\frac{d}{dt}(8t\,\hat{\mathrm{j}}\;+\;\hat{\mathrm{k}})=8\,\hat{\mathrm{j}}$$

APRENDA A partícula sofre uma aceleração constante no sentido positivo do eixo y. Isso está de acordo com o fato de que a componente y de $\vec{r}(t)$ é $4t^2$, uma função que varia com o quadrado do tempo.

14. Usamos a Eq. 4-15, chamando de $\vec{v}_1$ a velocidade inicial e de $\vec{v}_2$ a velocidade final.

(a) A aceleração média no intervalo $\Delta t = 4$ s é

$$\vec{a}_{\text{méd}}=\frac{(-2,0\,\hat{\mathrm{i}}-2,0\,\hat{\mathrm{j}}+5,0\,\hat{\mathrm{k}})\text{ m/s}-(4,0\,\hat{\mathrm{i}}-22\,\hat{\mathrm{j}}+3,0\,\hat{\mathrm{k}})\text{ m/s}}{4\text{ s}}=(-1,5\text{ m/s}^2)\,\hat{\mathrm{i}}+(0,5\,\text{m/s}^2)\,\hat{\mathrm{k}}.$$

(b) O módulo de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é $\sqrt{(-1,5\text{ m/s}^2)^2+(0,5\text{ m/s}^2)^2}=1,6\,\text{m/s}^2$.

(c) O ângulo da aceleração no plano xz (medido a partir do semieixo x positivo) é

$$\tan^{-1}\left(\frac{0,5\text{ m/s}^2}{-1,5\text{ m/s}^2}\right)=-18°\text{ ou }162°$$

Escolhemos a segunda possibilidade porque os sinais das componentes mostram que o vetor está no segundo quadrante.

15. PENSE Dadas a velocidade inicial e a aceleração de uma partícula, estamos interessados em calcular a velocidade e a posição da partícula em um determinado instante.

FORMULE Como a aceleração, $\vec{a}=a_x\hat{\mathrm{i}}+a_y\hat{\mathrm{j}}=(-1,0\text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{i}}+(-0,50\text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{j}}$, é constante, tanto na direção x como na direção y, podemos usar as equações da Tabela 2-1 para analisar o movimento da partícula nas duas direções. A análise pode ser realizada separadamente para as componentes x e y da posição da partícula, ou globalmente, usando a notação dos vetores unitários e o vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$.

Como a partícula partiu da origem, as coordenadas da partícula no instante t são dadas por $\vec{r}=\vec{v}_0t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2$. A velocidade da partícula no instante t é dada por $\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$, em que $\vec{v}_0$ é a velocidade inicial e $\vec{a}$ é aceleração (constante). Na direção x, temos

$$x(t)=v_{0x}t+\frac{1}{2}a_xt^2,\qquad v_x(t)=v_{0x}+a_xt$$

e, na direção y, temos

$$y(t)=v_{0y}t+\frac{1}{2}a_yt^2,\qquad v_y(t)=v_{0y}+a_yt\,.$$

Dados: $v_{0x}=3,0$ m/s, $v_{0y}=0$, $a_x=-1,0\text{ m/s}^2$, $a_y=-0,5\text{ m/s}^2$.

ANALISE (a) Substituindo os valores conhecidos, obtemos as seguintes equações para as componentes da velocidade:

$$v_x(t)=v_{0x}+a_xt=(3,0\text{ m/s})-(1,0\text{ m/s}^2)t$$
$$v_y(t)=v_{0y}+a_yt=-(0,50\text{ m/s}^2)t$$

Quando a partícula atinge o valor máximo da coordenada x, no instante $t = t_m$, devemos ter $v_x = 0$. De acordo com uma das equações anteriores, isso significa que $3,0 - 1,0t_m = 0$, o que nos dá $t_m = 3,0$ s. A componente y da velocidade nesse instante é

$$v_y(t=3,0\text{ s})=-(0,50\text{ m/s}^2)(3,0)=-1,5\text{ m/s}$$

Assim, $\vec{v}_m = (-1{,}5 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$.

(b) No instante t = 3,0 s, as componentes da posição são

$$x(t=3{,}0\text{ s}) = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (3{,}0 \text{ m/s})(3{,}0 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-1{,}0 \text{ m/s}^2)(3{,}0 \text{ s})^2 = 4{,}5 \text{ m}$$
$$y(t=3{,}0\text{ s}) = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 + \frac{1}{2}(-0{,}5 \text{ m/s}^2)(3{,}0 \text{ s})^2 = -2{,}25 \text{ m}$$

O vetor posição da partícula nesse instante é, portanto, $\vec{r}_m = (4{,}50 \text{ m})\hat{\text{i}} - (2{,}25 \text{ m})\hat{\text{j}}$.

APRENDA Neste problema, o movimento da partícula é bidimensional, e as componentes do movimento nas direções x e y podem ser analisadas separadamente.

16. (a) De acordo com a Eq. 4-16, a aceleração é dada por

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\left(6{,}0t - 4{,}0t^2\right)\hat{\text{i}} + 8{,}0\,\hat{\text{j}}\right) = \left(6{,}0 - 8{,}0t\right)\hat{\text{i}}$$

em unidades do SI. Para $t = 3{,}0$ s , $\vec{a} = \left(6{,}0 - 8{,}0(3{,}0)\right)\hat{\text{i}} = (-18 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}}$.

(b) Fazendo $\vec{a} = (6{,}0 - 8{,}0t)\hat{\text{i}} = 0$, obtemos t = 0,75 s.

(c) Como a componente y da velocidade, v_y = 8,0 m/s, é uma constante diferente de zero, a velocidade não pode se anular para nenhum valor de t.

(d) Como a velocidade escalar é o módulo da velocidade, temos:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{\left(6{,}0t - 4{,}0t^2\right)^2 + \left(8{,}0\right)^2} = 10$$

em unidades do SI (m/s). Elevando ambos os membros da equação ao quadrado, temos:

$$(6{,}0t - 4{,}0t^2)^2 + 64 = 100 \quad \Rightarrow \quad (6{,}0t - 4{,}0t^2)^2 = 36$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros, temos:

$$6{,}0t - 4{,}0t^2 = \pm 6{,}0 \quad \Rightarrow \quad 4{,}0t^2 - 6{,}0t \pm 6{,}0 = 0$$

o que nos dá

$$t = \frac{6{,}0 \pm \sqrt{36 - 4(4{,}0)(\pm 6{,}0)}}{2(8{,}0)}$$

Como o resultado deve ser positivo, t = 2,2 s.

17. Podemos determinar o valor de t aplicando a Eq. 2-11 à componente y do movimento e fazendo v_y = 0:

$$0 = (12 \text{ m/s}) + (-2{,}0 \text{ m/s}^2)t \quad \Rightarrow \quad t = 6{,}0 \text{ s}.$$

Em seguida, aplicamos a Eq. 2-11 à componente x do movimento e usamos o valor de t calculado:

$$v_x = (8{,}0 \text{ m/s}) + (4{,}0 \text{ m/s}^2)(6{,}0 \text{ s}) = 32 \text{ m/s}.$$

Assim, a velocidade do carro ao atingir a maior coordenada y é (32 m/s) $\hat{\mathrm{i}}$.

18. Podemos obter o valor de t usando a equação $\Delta x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$:

$$12{,}0 \text{ m} = 0 + (4{,}00 \text{ m/s})t + \frac{1}{2}(5{,}00 \text{ m/s}^2)t^2$$

em que fizemos Δx = 12,0 m, v_x = 4,00 m/s e a_x = 5,00 m/s^2. Resolvendo a equação do segundo grau, obtemos t = 1,53 s. Em seguida, aplicamos a Eq. 2-11 (na verdade, uma extensão da Eq. 2-11 para duas dimensões) usando este valor de t. O resultado (com Δx = 12,00 m) é

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t = (4{,}00 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (5{,}00 \text{ m/s}^2)(1{,}53 \text{ s})\hat{\mathrm{i}} + (7{,}00 \text{ m/s}^2)(1{,}53 \text{ s})\hat{\mathrm{j}} \\ &= (11{,}7 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (10{,}7 \text{ m/s})\hat{\mathrm{j}}.\end{aligned}$$

Assim, o módulo de $\vec{v}$ é $|\vec{v}| = \sqrt{(11{,}7 \text{ m/s})^2 + (10{,}7 \text{ m/s})^2} = 15{,}8$ m/s.

(b) O ângulo de $\vec{v}$ em relação ao semieixo x positivo é

$$\tan^{-1}\left(\frac{10{,}7 \text{ m/s}}{11{,}7 \text{ m/s}}\right) = 42{,}6°.$$

19. Usamos as Eqs. 4-10 e 4-16.

A velocidade (em m/s) é dada por

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}\, dt = (5{,}00\hat{\mathrm{i}} + 2{,}00\hat{\mathrm{j}}) + \int_0^t (3t\hat{\mathrm{i}} + 4t\hat{\mathrm{j}})\, dt = \left(5{,}00 + 3t^2/2\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(2{,}00 + 2t^2\right)\hat{\mathrm{j}}$$

O deslocamento (em m) é dado por

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}dt = (20{,}0\hat{\mathrm{i}} + 40{,}0\hat{\mathrm{j}}) + \int_0^t [(5{,}00 + 3t^2/2)\hat{\mathrm{i}} + (2{,}00 + 2t^2)\hat{\mathrm{j}}]dt \\ &= (20{,}0\hat{\mathrm{i}} + 40{,}0\hat{\mathrm{j}}) + (5{,}00t + t^3/2)\hat{\mathrm{i}} + (2{,}00t + 2t^3/3)\hat{\mathrm{j}} \\ &= (20{,}0 + 5{,}00t + t^3/2)\hat{\mathrm{i}} + (40{,}0 + 2{,}00t + 2t^3/3)\hat{\mathrm{j}}\end{aligned}$$

(a) No instante $t = 4{,}00$ s, temos $\vec{r}(t = 4{,}00 \text{ s}) = (72{,}0 \text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (90{,}7 \text{ m})\hat{\mathrm{j}}$.

(b) $\vec{v}(t = 4{,}00 \text{ s}) = (29{,}0 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (34{,}0 \text{ m/s})\hat{\mathrm{j}}$. Assim, o ângulo entre a direção do movimento e o semieixo x positivo é $\theta = \tan^{-1}[(34{,}0 \text{ m/s})/(29{,}0 \text{ m/s})] = 49{,}5°$.

20. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. De acordo com a Eq. 2-15 e notando que θ é medido em relação ao eixo y, a componente y do movimento da partícula B é dada por

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad 30 \text{ m} = \frac{1}{2}\left[(0{,}40 \text{ m/s}^2)\cos\theta\right]t^2.$$

Como as componentes x do movimento das partículas A e B devem ser iguais em um certo instante t,

$$vt = \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \Rightarrow \quad (3{,}0 \text{ m/s})t = \frac{1}{2}\left[(0{,}40 \text{ m/s}^2)\text{ sen }\theta\right]t^2.$$

Explicitando t na última equação, temos:

$$t = \frac{2v}{a_x} = \frac{2(3,0 \text{ m/s})}{(0,40 \text{ m/s}^2) \text{ sen } \theta}$$

Substituindo esse valor de t na equação anterior, temos:

$$30 \text{ m} = \frac{1}{2}\left[(0,40 \text{ m/s}^2)\cos\theta\right]\left(\frac{2(3,0 \text{ m/s})}{(0,40 \text{ m/s}^2)\text{sen } \theta}\right)^2$$

Fazendo $\text{sen}^2\,\theta = 1 - \cos^2\theta$, temos:

$$30 = \frac{9,0}{0,20}\frac{\cos\theta}{1-\cos^2\theta} \Rightarrow 1-\cos^2\theta = \frac{9,0}{(0,20)(30)}\cos\theta.$$

Resolvendo a equação do segundo grau em $\cos\theta$, temos:

$$\cos\theta = \frac{-1,5+\sqrt{1,5^2-4(1,0)(-1,0)}}{2} = \frac{1}{2}$$

o que nos dá $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$.

21. Como a velocidade inicial é horizontal, $v_{0y} = 0$ e $v_{0x} = v_0 = 10$ m/s.

(a) Com a origem no ponto inicial da trajetória, a coordenada y do dardo é dada por $y = -\frac{1}{2}gt^2$; fazendo $y = -PQ$, temos $PQ = \frac{1}{2}\left(9,8 \text{ m/s}^2\right)\left(0,19 \text{ s}\right)^2 = 0,18$ m.

(b) Como $x = v_0 t$, $x = (10 \text{ m/s})(0,19 \text{ s}) = 1,9$ m.

22. (a) Com a origem no ponto inicial (borda da mesa), a coordenada da bola é dada por $y = -\frac{1}{2}gt^2$. Se t é o tempo que a bola fica no ar e $y = -1,20$ m é a coordenada y do ponto em que a bola atinge o chão, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2(-1,20 \text{ m})}{-9,80 \text{ m/s}^2}} = 0,495 \text{ s}.$$

(b) A velocidade inicial da bola é $\vec{v} = v_0\,\hat{\text{i}}$. Como $x = 1,52$ m é a coordenada x do ponto em que a bola atinge o chão, temos:

$$v_0 = \frac{x}{t} = \frac{1,52 \text{ m}}{0,495 \text{ s}} = 3,07 \text{ m/s}.$$

23. (a) De acordo com a Eq. 4-22 (com $\theta_0 = 0$), o tempo que o projétil permanece no ar é

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(45,0 \text{ m})}{9,80 \text{ m/s}^2}} = 3,03 \text{ s}.$$

(b) A distância horizontal é dada pela Eq. 4-21:

$$\Delta x = v_0 t = (250 \text{ m/s})(3,03 \text{ s}) = 758 \text{ m}.$$

(c) De acordo com a Eq. 4-23, temos:

$$|v_y| = gt = (9,80 \text{ m/s}^2)(3,03 \text{ s}) = 29,7 \text{ m/s}.$$

24. Usamos a Eq. 4-26

$$R_{max} = \left(\frac{v_0^2}{g}\text{sen } 2\theta_0\right)_{max} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{(9{,}50\text{ m/s})^2}{9{,}80\text{ m/s}^2} = 9{,}209\text{ m} \approx 9{,}21\text{ m}$$

para fazer a comparação com o salto de Powell; a diferença é de apenas ΔR = (9,21m – 8,95m) = 0,259 m.

25. Usando a Eq. 4-26, a velocidade inicial do motociclista foi

$$v_0 = \sqrt{\frac{gR}{\text{sen } 2\theta_0}} = \sqrt{\frac{(9{,}80\text{ m/s}^2)(77{,}0\text{ m})}{\text{sen } 2(12{,}0°)}} = 43{,}1\text{ m/s}$$

26. Escolhemos como origem a posição inicial da pedra. A componente x da velocidade inicial é dada por $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$ e a componente y é dada por $v_{0y} = v_0 \text{ sen } \theta_0$, em que v_0 = 20 m/s é a velocidade escalar inicial e θ_0 = 40,0° é o ângulo de lançamento.

(a) No instante t = 1,10 s, a coordenada x da pedra é

$$x = v_0 t \cos\theta_0 = (20{,}0\text{ m/s})(1{,}10\text{ s})\cos 40{,}0° = 16{,}9\text{ m}$$

(b) Nesse instante, a coordenada y é

$$y = v_0 t \text{ sen } \theta_0 - \frac{1}{2}gt^2 = (20{,}0\text{ m/s})(1{,}10s)\text{ sen } 40{,}0° - \frac{1}{2}(9{,}80\text{ m/s}^2)(1{,}10\text{ s})^2 = 8{,}21\text{ m}.$$

(c) No instante t' = 1,80 s, a coordenada x da pedra é

$$x = (20{,}0\text{ m/s})(1{,}80\text{ s})\cos 40{,}0° = 27{,}6\text{ m}.$$

(d) Nesse instante, a coordenada y é

$$y = (20{,}0\text{ m/s})(1{,}80\text{ s})\text{sen } 40{,}0° - \frac{1}{2}(9{,}80\text{ m/s}^2)(1{,}80\text{ s}^2) = 7{,}26\text{ m}.$$

(e) A pedra chega ao solo antes do instante t = 5,0 s. Para determinar o instante em que a pedra atinge o solo, calculamos o valor de t na equação $y = v_0 t \text{ sen } \theta_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 0$. O resultado é

$$t = \frac{2v_0}{g}\text{ sen } \theta_0 = \frac{2(20{,}0\text{ m/s})}{9{,}8\text{ m/s}^2}\text{ sen } 40° = 2{,}62\text{ s}.$$

A coordenada x do ponto em que a pedra atinge o solo é

$$x = v_0 t \cos\theta_0 = (20{,}0\text{ m/s})(2{,}62\text{ s})\cos 40° = 40{,}2\text{ m}.$$

(f) Supondo que a pedra não quica, a componente vertical no instante t = 5,00 s é y = 0.

27. Vamos escolher como origem o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto de lançamento. De acordo com a convenção adotada neste livro, vamos usar θ_0 = –30,0°, já que o ângulo mostrado na figura é medido no sentido horário a partir do semieixo x positivo. A velocidade inicial do chamariz é igual à velocidade do avião no instante do lançamento: v_0 = 290 km/h, que convertemos para unidades do SI: (290)(1000/3600) = 80,6 m/s.

(a) Usamos a Eq. 4-12 para calcular o tempo que o chamariz passou no ar:

$$\Delta x = (v_0 \cos\theta_0)\, t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{700\text{ m}}{(80{,}6\text{ m/s})\cos(-30{,}0°)} = 10{,}0\text{ s}.$$

(b) Usamos a Eq. 4-22 para calcular a altura inicial y_0:

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)\, t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad 0 - y_0 = (-40{,}3 \text{ m/s})(10{,}0 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)(10{,}0 \text{ s})^2$$

o que nos dá $y_0 = 897$ m.

28. (a) De acordo com a Eq. 4-22, para $y = h$, temos:

$$h = y_0 + v_0 \operatorname{sen} \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

o que nos dá $h = 51{,}8$ m para $y_0 = 0$, $v_0 = 42{,}0$ m/s, $\theta_0 = 60{,}0°$ e $t = 5{,}50$ s.

(b) Como a componente horizontal da velocidade é constante, $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$. A componente vertical varia de acordo com a Eq. 4-23. A velocidade escalar da pedra no momento do impacto é

$$v = \sqrt{(v_0 \cos \theta_0)^2 + (v_0 \operatorname{sen} \theta_0 - gt)^2} = 27{,}4 \text{ m/s}.$$

(c) Usamos a Eq. 4-24 com $v_y = 0$ e $y = H$:

$$H = \frac{(v_0 \operatorname{s sen} \theta_0)^2}{2g} = 67{,}5 \text{ m}.$$

29. Escolhemos como origem o ponto de lançamento. Na altura máxima, $v_y = 0$ e, portanto, $v = v_x = v_{0x}$. De acordo com o enunciado, $v_0 = 5v$. Como $v_0 \cos \theta_0 = v_{0x} = v$, temos:

$$(5v) \cos \theta_0 = v \;\Rightarrow\; \theta_0 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = 78{,}5°.$$

30. Embora fosse possível usar a Eq. 4-26 para determinar o ponto em que a bola toca o gramado, preferimos trabalhar com as Eqs. 4-21 e 4-22 porque elas permitem calcular o ponto e o instante em que a bola toca o gramado e são consideradas mais fundamentais que a Eq. 4-26. Fazendo $\Delta y = 0$, temos:

$$0 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)\, t - \frac{1}{2} g t^2 \;\Rightarrow\; t = \frac{(19{,}5 \text{ m/s}) \operatorname{sen} 45{,}0°}{(9{,}80 \text{ m/s}^2)/2} = 2{,}81 \text{ s}.$$

De acordo com a Eq. 4-21, $\Delta x = (v_0 \cos \theta_0)t = 38{,}7$ m. Assim, usando a Eq. 4-8, concluímos que o jogador deve ter uma velocidade média

$$\vec{v}_{\text{med}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(38{,}7 \text{ m})\hat{\text{i}} - (55 \text{ m})\hat{\text{i}}}{2{,}81 \text{ s}} = (-5{,}8 \text{ m/s})\hat{\text{i}}$$

o que significa que a velocidade escalar média do jogador (supondo que ele corra em linha reta para o ponto onde a bola vai tocar o gramado) deve ser 5,8 m/s.

31. Primeiro calculamos o tempo que a bola leva para chegar ao chão. De acordo com a Eq. 4-22, temos:

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)\, t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad 0 - 2{,}30 \text{ m} = (-20{,}0 \text{ m/s}) \operatorname{sen}(18{,}0°) t - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2) t^2$$

o que nos dá $t = 0{,}30$ s . Assim, a distância horizontal coberta pela bola é

$$R = (v_0 \cos \theta_0) t = (20{,}0 \text{ m/s}) \cos 18{,}0° (0{,}30 \text{ s}) = 5{,}71 \text{ m}$$

Se o ângulo diminuir para $\theta_0' = 8,00°$, teremos

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0')\, t' - \frac{1}{2} g t'^2 \;\Rightarrow\; 0 - 2,30 \text{ m} = (-20,0 \text{ m/s})\operatorname{sen}(8,00°)t' - \frac{1}{2}(9,80 \text{ m/s}^2)t'^2$$

O novo tempo será $t' = 0,46$ s e a nova distância será

$$R' = (v_0 \cos\theta_0)\,t' = (20,0 \text{ m/s})\cos 18,0°(0,46 \text{ s}) = 9,06 \text{ m}$$

Assim, a distância adicional coberta pela bola será

$$\Delta R = R' - R = 9,06 \text{ m} - 5,71 \text{ m} = 3,35 \text{ m}$$

32. Escolhemos como origem o ponto de lançamento e chamamos de θ_0 o ângulo de lançamento (mostrado na figura). Como a componente horizontal da velocidade da bola é $v_x = v_0 \cos 40,0°$, o tempo que a bola leva para se chocar com a parede é

$$t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{22,0 \text{ m}}{(25,0 \text{ m/s})\cos 40,0°} = 1,15 \text{ s}.$$

(a) A distância vertical é

$$\Delta y = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)t - \frac{1}{2} g t^2 = (25,0 \text{ m/s})\operatorname{sen} 40,0°(1,15 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,80 \text{ m/s}^2)(1,15 \text{ s})^2 = 12,0 \text{ m}.$$

(b) A componente horizontal da velocidade no instante em que a bola se choca com a parede é igual ao valor inicial: $v_x = v_0 \cos 40,0° = 19,2$ m/s.

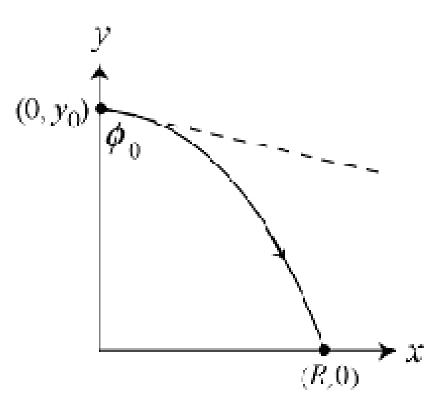
(c) De acordo com a Eq. 4-23, a componente vertical é

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt = (25,0 \text{ m/s})\operatorname{sen} 40,0° - (9,80 \text{ m/s}^2)(1,15 \text{ s}) = 4,80 \text{ m/s}.$$

(d) Como $v_y > 0$ quando a bola se choca com a parede, a bola ainda não atingiu o ponto mais alto da trajetória.

33. PENSE Este é um problema de movimento balístico. Devemos determinar o deslocamento horizontal e a velocidade do projétil no momento em que atinge o solo.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22. A origem do sistema de coordenadas é o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto de lançamento do projétil. Vamos usar $\theta_0 = -37,0°$ como ângulo de lançamento em relação ao semieixo x positivo, já que o ângulo $\phi_0 = 53,0°$ dado no enunciado foi medido em relação ao semieixo y negativo. A figura (que não está em escala) mostra as condições iniciais do problema.



ANALISE (a) A velocidade inicial do projétil é a velocidade do avião no instante do lançamento. Como sabemos que $y_0 = 730$ m, e $y = 0$ no instante $t = 5{,}00$ s, podemos usar a Eq. 4-22 para determinar v_0:

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; 0 - 730 \text{ m} = v_0 \operatorname{sen}(-37{,}0°)(5{,}00 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)(5{,}00 \text{ s})^2$$

o que nos dá $v_0 = 202$ m/s.

(b) A distância horizontal que o projétil percorre é

$$R = v_x t = (v_0 \cos\theta_0)t = [(202 \text{ m/s})\cos(-37{,}0°)](5{,}00 \text{ s}) = 806$$

(c) A componente x da velocidade no momento em que o projétil chega ao solo é

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 = (202 \text{ m/s})\cos(-37{,}0°) = 161 \text{ m/s}$$

(d) A componente y da velocidade no momento em que o projétil chega ao solo é

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt = (202 \text{ m/s})\operatorname{sen}(-37{,}0°) - (9{,}80 \text{ m/s}^2)(5{,}00 \text{ s}) = -171 \text{ m/s}$$

APRENDA Neste problema de movimento balístico, as componentes do movimento nas direções x e y são independentes e podem ser analisadas separadamente. A componente x da velocidade, $v_x = v_0 \cos\theta_0$, não varia com o tempo, já que não existe aceleração horizontal.

34. (a) Como a componente y da velocidade da pedra no ponto mais alto da trajetória é zero, a velocidade escalar é

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v_x = v_0 \cos\theta_0 = (28{,}0 \text{ m/s})\cos 40{,}0° = 21{,}4 \text{ m/s}.$$

(b) Usando o fato de que $v_y = 0$ na altura máxima $y_{\text{máx}}$, o tempo que a pedra leva para atingir $y_{\text{máx}}$ é dado pela Eq. 4-23:

$$0 = v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt \;\Rightarrow\; t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}.$$

Substituindo a expressão acima na Eq. 4-22, temos:

$$y_{\text{máx}} = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g}.$$

Para calcular o tempo que a pedra leva para cair até uma altura $y = y_{\text{máx}}/2$, resolvemos a equação do segundo grau dada pela Eq. 4-22:

$$y = \frac{1}{2}y_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{4g} = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t_\pm = \frac{(2 \pm \sqrt{2})v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{2g}.$$

Escolhendo $t = t_+$ (porque a pedra já está descendo), temos:

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 = (28{,}0 \text{ m/s})\cos 40{,}0° = 21{,}4 \text{ m/s}$$
$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g\frac{(2+\sqrt{2})v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{2g} = -\frac{\sqrt{2}}{2}v_0 \operatorname{sen}\theta_0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}(28{,}0 \text{ m/s})\operatorname{sen} 40{,}0° = -12{,}7 \text{ m/s}$$

Assim, a velocidade da pedra no instante em que $y = y_{max}/2$ é

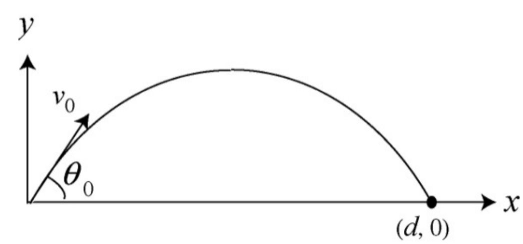
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(21,4\ \text{m/s})^2 + (-12,7\ \text{m/s})^2} = 24,9\ \text{m/s}\,.$$

(c) A diferença percentual é

$$\frac{24,9\ \text{m/s} - 21,4\ \text{m/s}}{21,4\ \text{m/s}} = 0,163 = 16,3\%\,.$$

35. PENSE Este é um problema típico de movimento balístico. Estamos interessados em determinar o ângulo de lançamento para que um projétil atinja um alvo situado a uma dada distância.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22. Vamos tomar como origem do sistema de coordenadas a extremidade do cano do rifle (ponto em que começa o movimento balístico descrito no Módulo 4-4 do livro) e chamar de θ_0 o ângulo que o cano do rifle faz com a horizontal no instante do disparo. Se o alvo está a uma distância *d*, suas coordenadas são $x = d$, $y = 0$.



De acordo com as equações do movimento balístico,

$$d = (v_0 \cos\theta_0)t, \qquad 0 = v_0 t\,\text{sen}\,\theta_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

em que θ_0 é o ângulo inicial. A figura anterior (que não foi desenhada em escala) mostra a trajetória da bala.

ANALISE Explicitando *t* na primeira das equações anteriores, obtemos $t = d/(v_0 \cos\theta_0)$. Substituindo *t* pelo seu valor na segunda equação, obtemos a relação $2v_0^2 \text{sen}\,\theta_0 \cos\theta_0 - gd = 0$. Usando a identidade sen θ_0 cos $\theta_0 = \frac{1}{2}$ sen (2 θ_0), temos

$$v_0^2\ \text{sen}(2\theta_0) = gd \;\Rightarrow\; \text{sen}(2\theta_0) = \frac{gd}{v_0^2} = \frac{(9,80\ \text{m/s}^2)(45,7\ \text{m})}{(460\ \text{m/s})^2}$$

o que nos dá $\text{sen}(2\theta_0) = 2,11\times10^{-3}$, ou $\theta_0 = 0,0606°$. Se o rifle for apontado para um ponto situado a uma distância ℓ acima do alvo, tan $\theta_0 = \ell/d$; assim,

$$\ell = d\tan\theta_0 = (45,7\ \text{m})\tan(0,0606°) = 0,0484\ \text{m} = 4,84\ \text{cm}$$

APRENDA Como a bala sofre uma aceleração para baixo, devido à atração gravitacional para que a bala atinja o alvo o rifle deve ser apontado para um ponto ligeiramente acima do alvo.

36. Escolhemos como origem o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto onde a bola foi golpeada pela raquete.

(a) Queremos saber a que altura está a bola ao passar pelo ponto $x = 12,0$ m. Para começar, usamos a Eq. 4-21 para calcular o tempo que a bola leva para chegar a esse ponto:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0} = \frac{12,0\ \text{m}}{(23,6\ \text{m/s})\cos 0°} = 0,508\ \text{s}.$$

A altura em que se encontra a bola nesse instante é

$$y = y_0 + (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 = 1{,}10 \text{ m}$$

o que mostra que a bola passa pela rede.

(b) No instante t = 0,508 s, o centro da bola está (1,10 m – 0,90 m) = 0,20 m acima do alto da rede.

(c) Repetindo o cálculo do item (a) com θ_0 = –5,0°, obtemos t = 0,510 s e $y = 0{,}040$ m, o que mostra que a bola não passa pela rede.

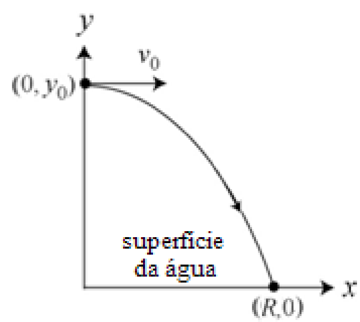
(d) No instante t = 0,510 s, o centro da bola está 0,90 m – 0,040 m = 0,86 m abaixo do alto da rede.

37. PENSE A trajetória do mergulhador é uma trajetória balística. Estamos interessados em determinar alguns pontos da trajetória.

FORMULE Como a velocidade inicial não tem uma componente vertical (θ_0 = 0), as Eqs. 4-21 e 4-22 podem ser escritas na forma

$$x - x_0 = v_{0x}t$$
$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}gt^2$$

em que $x_0 = 0$, $v_{0x} = v_0 = +2{,}0$ m/s e y_0 = +10,0 m (supondo que a origem do sistema de eixos está na superfície da água). A figura mostra a trajetória do mergulhador.



ANALISE (a) De acordo com a primeira das equações anteriores, no instante $t = 0{,}80$ s a distância horizontal entre o mergulhador e a borda da plataforma é

$$x = x_0 + v_{0x}t = 0 + (2{,}0 \text{ m/s})(0{,}80 \text{ s}) = 1{,}60 \text{ m}$$

(b) De acordo com a segunda dessas equações, no instante t = 0,80 s a distância vertical entre o mergulhador e a superfície da água é

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 10{,}0 \text{ m} - \frac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}80 \text{ s})^2 = 6{,}86 \text{ m}$$

(c) No instante que o mergulhador atinge a água, y = 0. Explicitando t na segunda das equações anteriores, obtemos

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(10{,}0 \text{ m})}{9{,}80 \text{ m/s}^2}} = 1{,}43 \text{ s}$$

Substituindo t pelo seu valor na primeira das equações anteriores, obtemos $R = x$ = (2,00 m/s)(1,43 s) = 2,86 m.

APRENDA Usando a Eq. 4-25 com (θ_0 = 0), obtemos a seguinte relação:

$$y = y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

A resposta do item (c) pode ser obtida a partir desta relação:

$$y = y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = R = \sqrt{\frac{2v_0^2 y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(2{,}0\ \text{m/s})^2(10{,}0\ \text{m})}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 2.86\ \text{m}$$

38. Neste problema de movimento balístico, temos $v_0 = v_x$ = constante e o que é plotado é $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Vemos no gráfico que, no instante t = 2,5 s, a bola atinge a altura máxima, na qual $v_y = 0$. Assim, concluímos que $v_x = v_a$ = 19 m/s.

(a) Por simetria, a bola leva t = 5 s para tocar novamente o solo, tempo durante o qual percorre uma distância horizontal $x - x_0 = v_x t$ = 95 m.

(b) Como $\sqrt{(19\ \text{m/s})^2 + v_{0y}^2} = 31\ \text{m/s}$ (o primeiro ponto do gráfico), sabemos que $v_{0y} = 24{,}5$ m/s. Assim, com t = 2,5 s, podemos usar a equação $y_{\max} - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ ou a a equação $v_y^2 = 0 = v_{0y}^2 - 2g\left(y_{\max} - y_0\right)$ ou a equação $y_{\max} - y_0 = \frac{1}{2}\left(v_y + v_{0_y}\right)t$ para calcular $y_{\max}$. Optamos pela terceira:

$$y_{\max} - y_0 = \frac{1}{2}(v_y + v_{0y})\ t \Rightarrow y_{\max} = \frac{1}{2}(0 + 24{,}5\text{m/s})(2{,}5\ \text{s}) = 31\ \text{m}$$

onde tomamos $y_0 = 0$ como o nível do solo.

39. Seguindo a sugestão, invertemos o movimento e supusemos que a bola foi lançada do solo, para a direita, a 60º com o semieixo x positivo.

(a) A equação da componente x (com $x_0 = 0$ e x = 25,0 m) leva a

$$25{,}0\ \text{m} = (v_0 \cos 60{,}0°)(1{,}50\ \text{s}),$$

o que nos dá v_0 = 33,3 m/s. Com $y_0 = 0$ e $y = h > 0$ para t = 1,50 s, temos $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, na qual $v_{0y} = v_0$ sen 60,0°. Isso nos dá h = 32,3 m.

(b) Temos:

$$v_x = v_{0x} = (33{,}3\ \text{m/s})\cos 60{,}0° = 16{,}7\ \text{m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = (33{,}3\ \text{m/s})\text{sen } 60{,}0° - (9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}50\ \text{s}) = 14{,}2\ \text{m/s}.$$

O módulo de $\vec{v}$ é dado por

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(16{,}7\ \text{m/s})^2 + (14{,}2\ \text{m/s})^2} = 21{,}9\ \text{m/s}.$$

(c) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{14{,}2\ \text{m/s}}{16{,}7\ \text{m/s}}\right) = 40{,}4°.$$

(d) Interpretamos este resultado ("desfazendo" a inversão do tempo) como uma velocidade inicial (no terraço do edifício) de módulo 21,9 m/s e ângulo (para a esquerda e para baixo) 40,4°.

40. (a) Calculando o valor de t na Eq. 4-22,

$$y - y_0 = (v_0 \text{ sen } \theta_0)\ t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad 0 - 2{,}160\ \text{m} = (15{,}00\ \text{m/s})\text{sen}(45{,}00°)t - \frac{1}{2}(9{,}800\ \text{m/s}^2)t^2,$$

vemos que o tempo que o peso passa no ar é $t = 2{,}352$ s . Assim, a distância horizontal percorrida é

$$R = \left(v_0 \cos\theta_0\right)t = (15{,}00\ \text{m/s})\cos 45{,}00°(2{,}352\ \text{s}) = 24{,}95\ \text{m}$$

(b) Fazendo o mesmo cálculo para $\theta_0 = 42{,}00°$, temos:

$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)\, t - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; 0 - 2{,}160\ \text{m} = (15{,}00\ \text{m/s})\operatorname{sen}(42{,}00°)t - \frac{1}{2}(9{,}800\ \text{m/s}^2)t^2$$

e o tempo que o peso passa no ar é $t = 2{,}245$ s. Assim, a nova distância horizontal é

$$R = (v_0 \cos\theta_0)t = (15{,}00\ \text{m/s})\cos 42{,}00°(2{,}245\ \text{s}) = 25{,}02\ \text{m}.$$

41. Tomando como origem a posição do peixe-arqueiro, a posição do inseto é dada por (x, y), em que $x = R/2 = v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0 / 2g$ e y corresponde à altura máxima da trajetória parabólica: $y = y_{\text{max}} = v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0 / 2g$. De acordo com a figura, temos:

$$\tan\phi = \frac{y}{x} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0 / 2g}{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0 / 2g} = \frac{1}{2}\tan\theta_0$$

Como $\phi = 36{,}0°$, o ângulo de lançamento deve ser

$$\theta_0 = \tan^{-1}(2\tan\phi) = \tan^{-1}(2\tan 36{,}0°) = \tan^{-1}(1{,}453) = 55{,}46° \approx 55{,}5° \cdot$$

Note que θ_0 depende de ϕ, mas não depende de d.

42. (a) Usando o fato de que Zacchini (tratado como um projétil) atinge a altura máxima ao passar pela roda do meio, situada no ponto situado a uma distância horizontal $x = 23\ \text{m} + (23/2)\ \text{m} = 34{,}5\ \text{m}$ do ponto de lançamento, podemos calcular a velocidade escalar inicial usando a Eq. 4-26:

$$x = \frac{R}{2} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{2g} \;\Rightarrow\; v_0 = \sqrt{\frac{2gx}{\operatorname{sen} 2\theta_0}} = \sqrt{\frac{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(34{,}5\ \text{m})}{\operatorname{sen}(2{,}53°)}} = 26{,}5\ \text{m/s}.$$

Substituindo esse valor na Eq. 4-25, obtemos

$$y = y_0 + x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} = 3{,}0\ \text{m} + (23\ \text{m})\tan 53° - \frac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(23\ \text{m})^2}{2(26{,}5\ \text{m/s})^2(\cos 53°)^2} = 23{,}3\ \text{m}.$$

Como a altura das rodas é $h_r = 18$ m, Zacchini passou a uma distância $\Delta y = y - h_r = 23{,}3\ \text{m} - 18\ \text{m} = 5{,}3\ \text{m}$ da primeira roda.

(b) A distância a que Zacchini passou da segunda roda pode ser calculada resolvendo a Eq. 4-24. Como a segunda roda está em $x = 23\ \text{m} + (23/2)\ \text{m} = 34{,}5\ \text{m}$, temos:

$$y = y_0 + x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} = 3{,}0\ \text{m} + (34{,}5\ \text{m})\tan 53° - \frac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(34{,}5\ \text{m})^2}{2(26{,}52\ \text{m/s})^2(\cos 53°)^2}$$
$$= 25{,}9\ \text{m}.$$

Assim, Zacchini passou a uma distância $\Delta y = y - h_r = 25{,}9\ \text{m} - 18\ \text{m} = 7{,}9\ \text{m}$ da segunda roda.

(c) A posição do centro da rede é dada por

$$0 = y - y_0 = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} \;\Rightarrow\; x = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g} = \frac{(26{,}52\ \text{m/s})^2 \operatorname{sen}(2{,}53°)}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 69\ \text{m}.$$

43. Chamamos a velocidade dada, $\vec{v} = (7{,}6\ \text{m/s})\hat{\text{i}} + (6{,}1\ \text{m/s})\hat{\text{j}}$, de $\vec{v}_1$, para distingui-la da velocidade da bola quando atinge a altura máxima, $\vec{v}_2$, e da velocidade da bola ao atingir o solo, $\vec{v}_3$, e chamamos a velocidade inicial de $\vec{v}_0$, como de costume. Escolhemos como origem o ponto de lançamento.

(a) Várias abordagens são possíveis, mas como será útil (para resolver o resto do problema) conhecer a componente vertical da velocidade inicial, vamos começar por este cálculo. De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$v_{1y}^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y \quad \Rightarrow \quad (6{,}1 \text{ m/s})^2 = v_{0y}^2 - 2(9{,}8 \text{ m/s}^2)(9{,}1 \text{ m})$$

o que nos dá v_{0y} = 14,7 m/s. Sabendo que v_{2y} = 0, usamos novamente a Eq. 2-16, mas agora com $\Delta y = h$, a altura máxima:

$$v_{2y}^2 = v_{0y}^2 - 2gh \quad \Rightarrow \quad 0 = (14{,}7 \text{ m/s})^2 - 2(9{,}8 \text{ m/s}^2)h$$

o que nos dá h = 11 m.

(b) Usando a Eq. 4-26 com v_{0y} no lugar de v_0 sen θ_0 e v_{0x} no lugar de $v_0 \cos\theta_0$, temos:

$$0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2, \quad R = v_{0x}t$$

o que nos dá $R = 2v_{0x}v_{0y}/g$. Como $v_{0x} = v_{1x}$ = 7, 6 m/s, temos:

$$R = 2(7{,}6 \text{ m/s})(14{,}7 \text{ m/s})/(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 23 \text{ m.}$$

(c) Como $v_{3x} = v_{1x}$ = 7,6 m/s e $v_{3y} = -v_{0y}$ = –14,7 m/s, temos:

$$v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{(7{,}6 \text{ m/s})^2 + (-14{,}7 \text{ m/s})^2} = 17 \text{ m/s.}$$

(d) O cálculo do ângulo de $\vec{v}_3$ (medido em relação à horizontal) leva a duas possibilidades:

$$\tan^{-1}\left(\frac{-14{,}7 \text{ m}}{7{,}6 \text{ m}}\right) = -63° \quad \text{ou} \quad 117°$$

Escolhemos a primeira possibilidade (–63°, que é equivalente a 297°) porque os sinais das componentes mostram que $\vec{v}_3$ está no quarto quadrante.

44. Como a velocidade inicial é horizontal, $v_{0y} = 0$ e $v_0 = v_{0x}$ = 161 km/h. Convertendo para unidades do SI, v_0 = 44,7 m/s.

(a) Escolhendo como origem o ponto de lançamento, a coordenada y da bola é dada por $y = -\frac{1}{2}gt^2$ e a coordenada x é dada por $x = v_0t$. A última equação nos dá uma proporcionalidade simples entre distância horizontal e tempo, que significa que o tempo para percorrer metade da distância total é igual à metade do tempo total. Mais especificamente, se x = 18,3/2 m, t = (18,3/2 m)/(44,7 m/s) = 0,205 s.

(b) O tempo necessário para percorrer os 18,3/2 m seguintes também deve ser 0,205 s. Pode ser interessante escrever a equação da componente horizontal do deslocamento na forma $\Delta x = v_0\Delta t$ para ver este resultado mais claramente.

(c) Usando a equação $y = -\frac{1}{2}gt^2$, vemos que a bola caiu $\left|-\frac{1}{2}\left(9{,}80 \text{ m/s}^2\right)\left(0{,}205 \text{ s}\right)^2\right| = 0{,}205$ m em metade do percurso.

(d) A altura da bola no final do percurso é $-\frac{1}{2}\left(9{,}80 \text{ m/s}^2\right)\left(0{,}409 \text{ s}\right)^2 = -0{,}820$ m, que, quando comparada com o resultado anterior, mostra que a bola caiu mais 0,615 m na segunda metade do percurso. Como y não varia linearmente com t, não podemos esperar que tempos iguais correspondam a variações iguais de altura; fisicamente, isso se deve ao fato de que a "velocidade inicial" da segunda metade da queda é maior que a velocidade inicial da primeira metade da queda.

45. (a) Seja $m = d_2/d_1$ = 0,600 a inclinação da rampa, de modo que $y = mx$. Escolhemos como origem o ponto de lançamento e usamos a Eq. 4-25. Temos:

$$y=\tan(50,0°)x-\frac{(9,80\ \text{m/s}^2)x^2}{2(10,0\ \text{m/s})^2(\cos 50,0°)^2}=0,600x$$

o que nos dá x = 4,99 m. Como esse valor é menor que d_1, a bola cai na rampa.

(b) Usando o valor de x calculado no item (a), obtemos $y = mx$ = 2,99 m. Assim, de acordo com o teorema de Pitágoras, o módulo do deslocamento é $\sqrt{x^2+y^2}$ = 5,82 m.

(c) O ângulo do deslocamento, naturalmente, é o ângulo da rampa: $\tan^{-1}(m)$ = 31,0º.

46. Usando o fato de que $v_y=0$ quando o jogador atinge a altura máxima $y_{\text{máx}}$, o tempo necessário para atingir $y_{\text{máx}}$ pode ser calculado usando a Eq. 4-23:

$$0=v_y=v_0\,\text{sen}\,\theta_0-gt \quad\Rightarrow\quad t_{\text{máx}}=\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}.$$

Substituindo essa expressão na Eq. 4-22, vemos que a altura máxima é dada por

$$y_{\text{máx}}=(v_0\,\text{sen}\,\theta_0)\,t_{\text{máx}}-\frac{1}{2}gt_{\text{máx}}^2=v_0\,\text{sen}\,\theta_0\left(\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}\right)-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}\right)^2=\frac{v_0^2\,\text{sen}^2\,\theta_0}{2g}.$$

Para calcular o instante em que o jogador está em $y = y_{\text{máx}}/2$, resolvemos a equação do segundo grau dada pela Eq. 4-22:

$$y=\frac{1}{2}y_{\text{máx}}=\frac{v_0^2\,\text{sen}^2\,\theta_0}{4g}=(v_0\,\text{sen}\,\theta_0)\,t-\frac{1}{2}gt^2 \quad\Rightarrow\quad t_\pm=\frac{(2\pm\sqrt{2})v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{2g}.$$

Escolhendo a solução $t=t_-$ (ou seja, durante a subida), o tempo que o jogador passa a uma altura $y\geq y_{\text{máx}}/2$ é

$$\Delta t=t_{\text{máx}}-t_-=\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{g}-\frac{(2-\sqrt{2})v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{2g}=\frac{v_0\,\text{sen}\,\theta_0}{\sqrt{2}g}=\frac{t_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta t}{t_{\text{máx}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=0,707.$$

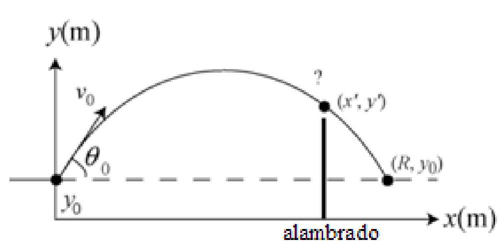
Assim, o jogador passa 70,7% na metade mais alta do salto. Note que a razão $\Delta t/t_{\text{máx}}$ não depende de v_0 e θ_0, embora Δt e $t_{\text{máx}}$ dependam desses parâmetros.

47. PENSE A bola de beisebol descreve um movimento balístico depois de ser golpeada pelo taco. Devemos determinar se a bola consegue passar por um alambrado situado a uma dada distância.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro, para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22, e tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto do solo verticalmente abaixo do ponto em que o taco atinge a bola. Sabemos que o ângulo de lançamento é $\theta_0=45°$; sabemos também que o alcance horizontal, se o alambrado não estivesse presente, seria $R=107$ m. Para determinar a que altura está a bola ao atingir uma distância horizontal $x'=97,5$ m do ponto de partida, precisamos conhecer a velocidade inicial. A trajetória da bola pode ser descrita pela Eq. 4-25:

$$y-y_0=(\tan\theta_0)x-\frac{gx^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2}$$

A figura a seguir (que não foi desenhada em escala) mostra a trajetória da bola.



ANALISE (a) Vamos primeiro calcular a velocidade inicial v_0. De acordo com a Eq. 4-26,

$$v_0 = \sqrt{\frac{gR}{\text{sen}\,2\theta_0}} = \sqrt{\frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)(107\text{ m})}{\text{sen}\,(2{,}45°)}} = 32{,}4\text{ m/s}$$

Assim, o instante em que a bola chega ao alambrado é

$$x' = (v_0\cos\theta_0)t' \quad\Rightarrow\quad t' = \frac{x'}{v_0\cos\theta_0} = \frac{97{,}5\text{ m}}{(32{,}4\text{ m/s})\cos 45°} = 4{,}26\text{ s}$$

Nesse instante, a altura em que está a bola (em relação ao solo) é

$$\begin{aligned} y' &= y_0 + (v_0\,\text{sen}\,\theta_0)t' - \frac{1}{2}gt'^2 \\ &= 1{,}22\text{ m} + [(32{,}4\text{ m/s})\,\text{sen}\,45°](4{,}26\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(4{,}26\text{ s})^2 \\ &= 9{,}88\text{ m} \end{aligned}$$

o que significa que a bola consegue passar por cima do alambrado de 7,32 m de altura.

(b) No instante $t' = 4{,}26$ s, o centro da bola está 9,88 m – 7,32 m = 2,56 m acima do alambrado.

APRENDA Usando a equação da trajetória, é fácil mostrar que a velocidade mínima necessária para que bola passe por cima do alambrado é dada por

$$y' - y_0 = (\tan\theta_0)x' - \frac{gx'^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2}$$

o que nos dá aproximadamente 31,9 m/s.

48. Seguindo a sugestão, invertemos o movimento e supusemos que a bola foi lançada do alto do edifício, para a esquerda, a 60º no sentido horário com um eixo apontando para a esquerda. Nesta situação invertida, é conveniente considerar como sentido positivo do eixo x o sentido da *direita para a esquerda* e como sentido positivo dos ângulos o sentido horário. As distâncias estão em metros e os tempos em segundos.

(a) Com $y_0 = 20{,}0$ m e $y = 0$ em $t = 4{,}00$ s, temos $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, em que $v_{0y} = v_0\,\text{sen}\,60°$. Isso nos dá $v_0 = 16{,}9$ m/s. Substituindo na equação da componente x do movimento, $x - x_0 = v_{0x}t$ (com $x_0 = 0$ e $x = d$), obtemos

$$d = (16{,}9\text{ m/s}).\cos 60°.(4{,}00\text{ s}) = 33{,}7\text{ m}.$$

(b) Temos:

$$v_x = v_{0x} = (16{,}9\text{ m/s})\cos 60° = 8{,}45\text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = (16{,}9\text{ m/s})\,\text{sen}\,60° - (9{,}80\text{m/s}^2)(4{,}00\text{ s}) = -24{,}6\text{ m/s}.$$

O módulo de $\vec{v}$ é $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(8{,}45\text{ m/s})^2 + (-24{,}56\text{ m/s})^2} = 26{,}0$ m/s.

(c) O ângulo em relação à horizontal é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-24{,}6\text{ m/s}}{8{,}43\text{ m/s}}\right) = -71{,}1°.$$

Podemos converter o vetor velocidade da forma retangular para a forma módulo-ângulo:

$$\vec{v} = (8{,}45,\ -24{,}6)\ \rightarrow\ (26{,}0\ \angle -71{,}1°)$$

e interpretar o resultado ("desfazendo" a inversão do movimento) como uma velocidade inicial de módulo 26,0 m/s e ângulo (para cima e para a direita) de 71,1°.

49. PENSE Neste problema, uma bola de futebol americano recebe uma velocidade inicial e passa a descrever uma trajetória balística. Estamos interessados em determinar para que ângulos de elevação da bola o jogador consegue marcar um *field goal*.

FORMULE Vamos escolher os sentidos dos eixos usados no livro, para podermos usar diretamente equações como a Eq. 4-22, e tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto em que a bola foi chutada. Usamos x e y para representar as coordenadas da bola ao passar pelo plano da meta e vamos determinar os valores máximo e mínimo do ângulo inicial do movimento da bola, θ_0, para que $y = 3{,}44$ m a uma distância $x = 50$ m do ponto em que a bola foi chutada. Escrevendo as equações do movimento balístico,

$$x = v_0 \cos\theta_0, \quad y = v_0 t \text{ sen } \theta_0 - \tfrac{1}{2} g t^2$$

vemos que a primeira equação nos dá $t = x/v_0 \cos \theta_0$. Substituindo t pelo seu valor na segunda equação, obtemos

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

ANALISE Poderíamos resolver essa equação por tentativas, variando sistematicamente o valor de θ_0 até encontrar os dois valores que satisfazem a equação. Entretanto, também é possível obter uma solução analítica depois de recorrer a algumas transformações algébricas. Usando a identidade trigonométrica

$$1 / \cos^2 \theta_0 = 1 + \tan^2 \theta_0$$

obtemos

$$\frac{1}{2}\frac{g x^2}{v_0^2} \tan^2 \theta_0 - x \tan \theta_0 + y + \frac{1}{2}\frac{g x^2}{v_0^2} = 0$$

que é uma equação do segundo grau em $\tan \theta_0$. Para facilitar os cálculos, vamos fazer

$$c = \frac{1}{2} g x^2 / v_0^2 = \frac{1}{2}\left(9{,}80 \text{ m/s}^2\right)\left(50 \text{ m}\right)^2 / \left(25 \text{ m/s}\right)^2 = 19{,}6 \text{ m}$$

Nesse caso, a equação do segundo grau se torna $c \tan^2 \theta_0 - x \tan \theta_0 + y + c = 0$. De acordo com a fórmula de Báskara, as soluções dessa equação são

$$\tan \theta_0 = \frac{x \pm \sqrt{x^2 - 4(y+c)c}}{2c} = \frac{50 \text{ m} \pm \sqrt{(50 \text{ m})^2 - 4(3{,}44 \text{ m} + 19{,}6 \text{ m})(19{,}6 \text{ m})}}{2(19{,}6 \text{ m})}$$

As soluções são, portanto, $\tan \theta_0 = 1{,}95$ e $\tan \theta_0 = 0{,}605$. Os ângulos correspondentes (limitando as soluções ao primeiro quadrante) são $\theta_0 = 63°$ e $\theta_0 = 31°$. Assim,

(a) O menor ângulo de elevação é $\theta_0 = 31°$.

(b) O maior ângulo de elevação é $\theta_0 = 63°$.

APRENDA Se a bola for chutada com qualquer ângulo entre 31° e 63°, ela passará pela meta acima do travessão.

50. Usamos as Eqs. 4-21, 4-22 e 4-23.

(a) A partir de $\Delta x = v_{0x} t$, obtemos $v_{0x} = 40 \text{ m} / 2 \text{ s} = 20$ m/s.

(b) A partir de $\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, obtemos $v_{0y} = \left(53\text{ m} + \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(2\text{ s})^2\right)/2 = 36\text{ m/s}$.

(c) A partir de $v_y = v_{0y} - gt'$ com $v_y = 0$ como a condição de altura máxima, obtemos $t' = (36\text{ m/s})/(9{,}8\text{ m/s}^2) = 3{,}7\text{ s}$. Como durante esse tempo a componente x da velocidade é constante, $x' - x_0 = (20\text{ m/s})(3{,}7\text{ s}) = 74\text{ m}$.

51. (a) Como o esquiador salta com um ângulo $\theta_0 = 9{,}0°$ para cima com a horizontal, seu vetor velocidade ao voltar ao nível de onde saltou faz um ângulo de 9,0º para baixo com a horizontal. Como, nesse ponto, a encosta faz um ângulo $\alpha = 11{,}3°$ para baixo com a horizontal, o ângulo entre a encosta e o vetor velocidade do esquiador é $\phi = \alpha - \theta_0 = 11{,}3° - 9{,}0° = 2{,}3°$.

(b) Suponha que o esquiador toca a neve a uma distância d do início da encosta, medida paralelamente à encosta. Usando a Eq. 4-25 com $x = d\cos\alpha$ e $y = -d\,\text{sen}\,\alpha$ (escolhendo como origem o ponto onde começa a encosta), temos:

$$-d\,\text{sen}\,\alpha = d\cos\alpha\tan\theta_0 - \frac{g(d\cos\alpha)^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0}.$$

Explicitando d, obtemos:

$$d = \frac{2v_0^2\cos^2\theta_0}{g\cos^2\alpha}\left(\cos\alpha\tan\theta_0 + \text{sen}\,\alpha\right) = \frac{2v_0^2\cos\theta_0}{g\cos^2\alpha}\left(\cos\alpha\,\text{sen}\,\theta_0 + \cos\theta_0\,\text{sen}\,\alpha\right)$$

$$= \frac{2v_0^2\cos\theta_0}{g\cos^2\alpha}\text{sen}(\theta_0 + \alpha).$$

Substituindo os valores dados, obtemos:

$$d = \frac{2(10\text{ m/s})^2\cos(9{,}0°)}{(9{,}8\text{ m/s}^2)\cos^2(11{,}3°)}\text{sen}(9{,}0° + 11{,}3°) = 7{,}27\text{ m}$$

o que nos dá

$$y = -d\,\text{sen}\,\alpha = -(7{,}27\text{ m})\,\text{sen}(11{,}3°) = -1{,}42\text{ m}.$$

Assim, o esquiador toca a neve aproximadamente 1,4 m abaixo do ponto de onde saltou.

(c) O tempo que o esquiador passa no ar é

$$t = \frac{x}{v_x} = \frac{d\cos\alpha}{v_0\cos\theta_0} = \frac{(7{,}27\text{ m})\cos(11{,}3°)}{(10\text{ m/s})\cos(9{,}0°)} = 0{,}72\text{ s}.$$

De acordo com a Eq. 4-23, as componentes x e y da velocidade no final do salto são

$$v_x = v_0\cos\theta_0 = (10\text{ m/s})\cos(9{,}0°) = 9{,}9\text{ m/s}$$
$$v_y = v_0\,\text{sen}\,\theta_0 - gt = (10\text{ m/s})\,\text{sen}(9{,}0°) - (9{,}8\text{ m/s}^2)(0{,}72\text{ s}) = -5{,}5\text{ m/s}$$

Assim, a direção na qual o esquiador está se movendo quando toca a neve é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-5{,}5\text{ m/s}}{9{,}9\text{ m/s}}\right) = -29{,}1°.$$

ou seja, um ângulo de $29{,}1°$ para baixo com a horizontal. De acordo com esse resultado, o ângulo entre a encosta e o vetor velocidade do esquiador é $\phi = 29{,}1° - 11{,}3° = 17{,}8°$ ou aproximadamente $18°$.

52. De acordo com a Eq. 4-21, $t = x/v_{0x}$. Nesse caso, a Eq. 4-23 nos dá

$$v_y = v_{0y} - gt = v_{0y} - \frac{gx}{v_{0x}}.$$

Como a inclinação do gráfico é –0,500, temos:

$$\frac{g}{v_{0x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_{ox} = 19{,}6 \text{ m/s}.$$

Sabemos que o ponto em que a reta "intercepta" o eixo y é v_{oy} = 5,00 m/s. Assim,

$$\theta_o = \tan^{-1}(v_{oy}/v_{ox}) = 14{,}3° \approx 14°.$$

53. Sejam $x_0 = 0$ e $y_0 = h_0$ = 1,00 m as coordenadas do ponto no qual a bola é golpeada. Sejam x_1 e $y_1 = h$ (altura do muro) as coordenadas do ponto no qual a bola passa pela primeira vez pelo ponto mais alto do muro, 1,00 s após ter sido golpeada, e sejam x_2 e $y_2 = h$ as coordenadas do ponto no qual a bola passa novamente pelo ponto mais alto do muro, 4,00 s depois. Sejam $x_f = R$ e y_f = 1,00 m as cooordenadas do ponto no qual a bola é apanhada. As distâncias estão em metros e os tempos em segundos.

(a) Lembrando que v_x é constante, temos $x_2 - x_1$ = 50,0 m = v_{1x} (4,00 s), o que nos dá v_{1x} = 12,5 m/s. Assim, após seis segundos, temos:

$$x_f - x_0 = R = v_x(6{,}00 \text{ s}) = 75{,}0 \text{ m}.$$

(b) Aplicando a equação $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ à componente vertical do movimento da bola no trecho em que está acima do ponto mais alto do muro, temos:

$$y_2 - y_1 = 0 = v_{1y}(4{,}00 \text{ s}) - \frac{1}{2}g(4{,}00 \text{ s})^2$$

da qual v_{1y} = 19,6 m/s. Um segundo antes, usando a equação $v_{1y} = v_{0y} - g(1{,}00 \text{ s})$, obtemos $v_{0y} = 29{,}4$ m/s. Assim, a velocidade inicial da bola é

$$\vec{v} = v_{0x}\hat{\text{i}} + v_{0y}\hat{\text{j}} = (12{,}5 \text{ m/s})\,\hat{\text{i}} + (29{,}4 \text{ m/s})\,\hat{\text{j}}$$

O módulo da velocidade é $|\vec{v}| = \sqrt{(12{,}5 \text{ m/s})^2 + (29{,}4 \text{ m/s})^2} = 31{,}9$ m/s.

(c) O ângulo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{29{,}4 \text{ m/s}}{12{,}5 \text{ m/s}}\right) = 67{,}0°.$$

Interpretamos este resultado como uma velocidade de módulo 31,9 m/s e ângulo (para a direita e para cima) de 67,0°.

(d) Durante o primeiro 1,00 s do movimento, $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ e, portanto,

$$h = 1{,}0 \text{ m} + (29{,}4 \text{ m/s})(1{,}00 \text{ s}) - \tfrac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)(1{,}00 \text{ s})^2 = 25{,}5 \text{ m}.$$

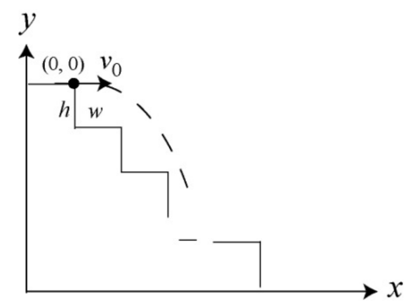
54. Para $\Delta y = 0$, a Eq. 4-22 nos dá $t = 2v_o \text{sen}\,\theta_o/g$, ou seja, $t_{\text{máx}} = 2v_o/g$ (para uma bola lançada verticalmente para cima: $\theta_o = 90°$). Assim,

$$\frac{1}{2}t_{\max} = \frac{v_0}{g} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \text{sen}\,\theta_0 = \text{sen}\theta_o.$$

Portanto, o ângulo para o qual o tempo de percurso corresponde à metade do tempo máximo é $\theta_o = 30{,}0°$. Como a velocidade é mínima no ponto mais alto da trajetória, onde a componente vertical da velocidade é zero, a menor velocidade que a bola possui durante o percurso é $v_x = v_o\cos\theta_o = v_o\cos 30° = 0{,}866v_0$. Para determinar o valor de v_0, observamos no gráfico que o alcance R é 240 m para $\theta_o = 45{,}0°$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 4-26, $v_o = 48{,}5$ m/s. A resposta é, portanto, (0,866)(48,5) = 42,0 m/s.

55. PENSE Neste problema, uma bola é lançada do alto de uma escada, com uma velocidade horizontal dada, e estamos interessados em determinar em que degrau a bola bate primeiro.

FORMULE Vamos chamar de h a altura dos degraus de h e de w a largura dos degraus. Para atingir o degrau n, a bola precisa cair uma distância nh e percorrer ao mesmo tempo uma distância horizontal entre $(n-1)w$ e nw. Vamos tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto em que a bola deixa o alto da escada e tomar como positivo o sentido para cima do eixo y, como mostra a figura



As coordenadas da bola no instante t são dadas por $x = v_{0x}t$ e $y = -\frac{1}{2}gt^2$ (já que $v_{0y} = 0$).

ANALISE Igualando y a $-nh$ e explicitando t, podemos calcular o tempo que a bola leva para chegar ao nível do degrau n:

$$t = \sqrt{\frac{2nh}{g}}$$

A coordenada x é, portanto,

$$x = v_{0x}\sqrt{\frac{2nh}{g}} = (1{,}52 \text{ m/s})\sqrt{\frac{2n(0{,}203 \text{ m})}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = (0{,}309 \text{ m})\sqrt{n}$$

Como n é um número inteiro, o modo mais simples de resolver o problema consiste em experimentar valores crescentes de n na equação anterior, a partir de $n = 1$, até encontrar um valor para o qual x/w seja menor que n e maior que $n - 1$. Para $n = 1$, $x = 0{,}309$ m e $x/w = 1{,}52$, que é maior que n. Para $n = 2$, $x = 0{,}437$ m e $x/w = 2{,}15$, que também é maior que n. Para $n = 3$, $x = 0{,}535$ m e $x/w = 2{,}64$. Como esse valor é menor que n e maior que $n - 1$, chegamos à conclusão de que a bola bate primeiro no terceiro degrau.

APRENDA Para verificar se os cálculos estão corretos, fazemos $n = 3$ nas equações anteriores. Os resultados são $t = 0{,}353$ s, $y = 0{,}609$ m e $x = 0{,}535$ m, o que realmente corresponde ao terceiro degrau.

56. Usamos a Eq. 4-35 para determinar a velocidade v e a Eq. 4-34 para calcular a aceleração a.

(a) Como o raio da Terra é $6{,}37 \times 10^6$ m, o raio da órbita do satélite é

$$r = (6{,}37 \times 10^6 + 640 \times 10^3) \text{ m} = 7{,}01 \times 10^6 \text{ m}.$$

Assim, a velocidade do satélite é

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\left(7{,}01\times 10^6 \text{ m}\right)}{(98{,}0 \text{ min})(60 \text{ s/min})} = 7{,}49\times 10^3 \text{ m/s}.$$

(b) O módulo da aceleração é

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(7{,}49\times 10^3 \text{ m/s}\right)^2}{7{,}01\times 10^6 \text{ m}} = 8{,}00 \text{ m/s}^2.$$

57. (a) Como $|\vec{a}| = v^2/|\vec{r}|$, temos: $|\vec{r}| = v^2/a = (3{,}66 \text{ m/s})^2/(1{,}83 \text{ m/s}^2) = 7{,}32$ m.

(b) Como $\vec{r}$ e $\vec{a}$ têm sentidos opostos, se $\vec{a}$ aponta para leste, $\vec{r}$ aponta para oeste.

(c) Pelo mesmo raciocínio do item anterior, se $\vec{a}$ aponta para o sul, $\vec{r}$ aponta para o norte.

58. (a) A distância é o perímetro da circunferência $c = 2\pi r = 2\pi(0{,}15 \text{ m}) = 0{,}94$ m.

(b) Se $T = (60 \text{ s})/1200 = 0{,}050$ s, a velocidade escalar é $v = c/T = (0{,}94 \text{ m})/(0{,}050 \text{ s}) = 19$ m/s. Isso equivale a usar a Eq. 4-35.

(c) O módulo da aceleração é $a = v^2/r = (19 \text{ m/s})^2/(0{,}15 \text{ m}) = 2{,}4 \times 10^3 \text{ m/s}^2$.

(d) O período do movimento é $(1200 \text{ rev/min})^{-1} = 8{,}3 \times 10^{-4}$ min; em unidades do SI, $T = 0{,}050$ s $= 50$ ms.

59. (a) Como a roda completa 5 voltas a cada minuto, o período do movimento é 60 s/5 = 12 s.

(b) O módulo da aceleração centrípeta é $a = v^2/R$, na qual R é o raio da roda e v a velocidade da passageira. Como a passageira percorre uma distância $2\pi R$ a cada volta, sua velocidade escalar é

$$v = \frac{2\pi(15 \text{ m})}{12 \text{ s}} = 7{,}85 \text{ m/s}$$

e sua aceleração centrípeta é $a = \dfrac{(7{,}85 \text{ m/s})^2}{15 \text{ m}} = 4{,}1 \text{ m/s}^2$.

(c) Como a roda-gigante está girando com velocidade constante, a aceleração centrípeta não varia. Assim, no ponto mais alto do percurso, $a = 4{,}1 \text{ m/s}^2$.

(d) Pelo mesmo raciocínio do item anterior, $a = 4{,}1 \text{ m/s}^2$.

(e) O sentido é para cima, em direção ao centro da roda.

60. (a) No movimento circular uniforme, o vetor velocidade é sempre perpendicular ao vetor aceleração. Assim, $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$.

(b) No movimento circular uniforme, o vetor aceleração e o vetor posição têm a mesma direção e sentidos opostos; assim, $\vec{r} \times \vec{a} = 0$.

61. Usamos a Eq. 4-35 para calcular a velocidade v e a Eq. 4-34 para calcular a aceleração centrípeta a.

(a) $v = 2\pi r/T = 2\pi(20 \text{ km})/1{,}0 \text{ s} = 126 \text{ km/s} = 1{,}3 \times 10^5$ m/s.

(b) $a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(126 \text{ km/s})^2}{20 \text{ km}} = 7{,}9 \times 10^5 \text{ m/s}^2$.

(c) De acordo com as Eqs. 4-35 e 4-34, se a estrela girar mais depressa, v e a vão aumentar.

62. O módulo da aceleração é

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{25 \text{ m}} = 4{,}0 \text{ m/s}^2.$$

63. Notamos primeiro que $\vec{a}_1$ (a aceleração da partícula no instante $t_1 = 2{,}0$ s) é perpendicular a $\vec{a}_2$ (a aceleração no instante $t_2 = 5{,}00$ s), calculando o produto escalar das duas acelerações:

$$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = [(6{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (4{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}] \cdot [(4{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (-6{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}] = 0.$$

Como os vetores aceleração apontam para o centro da circunferência, isso significa que as duas posições estão separadas por um quarto de circunferência (ou três quartos de circunferência, dependendo do sentido em que a diferença é medida). É fácil constatar, acompanhando o movimento da partícula, que se o movimento é no sentido anti-horário (como afirma o enunciado), a partícula descreve três quartos de circunferência ao se deslocar da posição que ocupa no instante t_1 para a posição que ocupa no instante t_2. Chamando o período de T, temos $t_2 - t_1 = 3{,}00$ s = $3T/4$, o que nos dá $T = 4{,}00$ s. O módulo da aceleração é

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{(6{,}00\ \text{m/s}^2)^2+(4{,}00\ \text{m/s})^2}=7{,}21\ \text{m/s}^2.$$

De acordo com as Eqs. 4-34 e 4-35, $a=4\pi^2 r/T^2$, o que nos dá

$$r=\frac{aT^2}{4\pi^2}=\frac{(7{,}21\ \text{m/s}^2)(4{,}00\ \text{s})^2}{4\pi^2}=2{,}92\ \text{m}.$$

64. No movimento circular uniforme, o vetor aceleração instantânea aponta sempre para o centro da circunferência. Assim, o centro está "verticalmente acima" do ponto citado (em um sistema de eixos convencional, com o eixo x na horizontal e o eixo y na vertical).

(a) Como o centro está "verticalmente acima" do ponto (4,00 m, 4,00 m), a coordenada x do centro é 4,00 m.

(b) Para calcular a coordenada y, precisamos conhecer o raio da circunferência. De acordo com a Eq. 4-34,

$$r=\frac{v^2}{a}=\frac{(5{,}00\ \text{m/s})^2}{12{,}5\ \text{m/s}^2}=2{,}00\ \text{m}.$$

Assim, a coordenada y do centro é 2,00 m + 4,00 m = 6,00 m e o centro é um ponto de coordenadas (x, y) = (4,00 m, 6,00 m).

65. Como o período do movimento circular uniforme é $T=2\pi r/v$, em que r é o raio e v é a velocidade escalar, a aceleração centrípeta pode ser escrita na forma

$$a=\frac{v^2}{r}=\frac{1}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2=\frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Com base nessa expressão, a razão entre as acelerações da carteira e da bolsa é igual à razão entre as distâncias a que se encontram do centro: $a_{\text{carteira}}/a_{\text{bolsa}}$ = 3,00/2,00 = 1,50. Como as duas acelerações estão sobre a mesma linha radial, temos:

$$a_{\text{carteira}}=1{,}50[(2{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}}+(4{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}]=(3{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}}+(6{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}.$$

66. O fato de que a velocidade está na direção $+y$ e a aceleração na direção $+x$ no instante $t_1 = 4{,}00$ s significa que o movimento é no sentido horário. A posição corresponde à posição das "9 horas". Por outro lado, a posição no instante $t_2 = 10{,}0$ s corresponde à posição das "6 horas", já que a velocidade aponta na direção $-x$ e a aceleração na direção $+y$. Isso significa que o intervalo de tempo $\Delta t=10{,}0\ \text{s}-4{,}00\ \text{s}=6{,}00\ \text{s}$ é igual a 3/4 de período:

$$6{,}00\ \text{s}=\frac{3}{4}T \quad\Rightarrow\quad T=8{,}00\ \text{s}.$$

De acordo com a Eq. 4-35, temos:

$$r=\frac{vT}{2\pi}=\frac{(3{,}00\ \text{m/s})(8{,}00\ \text{s})}{2\pi}=3{,}82\ \text{m}.$$

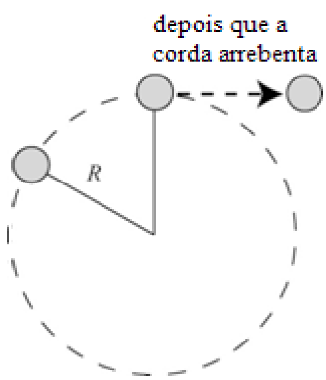
(a) A coordenada x do centro da trajetória circular é $x=5{,}00\ \text{m}+3{,}82\ \text{m}=8{,}82\ \text{m}.$

(b) A coordenada y do centro da trajetória circular é $y=6{,}00\ \text{m}.$

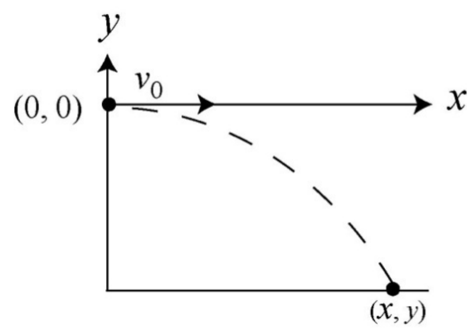
Assim, o centro da circunferência está no ponto (x,y) = (8,82 m, 6,00 m).

67. PENSE Neste problema, uma pedra está girando em círculos em um plano horizontal, presa a uma corda. Quando a corda arrebenta, a pedra passa a descrever uma trajetória balística.

FORMULE A pedra está descrevendo inicialmente uma trajetória circular (vista superior na figura da esquerda), mas passa a descrever uma trajetória balística a partir do instante em que a corda arrebenta (vista lateral na figura da direita). Como $a = v^2/R$, para calcular a aceleração centrípeta da pedra precisamos conhecer a velocidade tangencial da pedra durante o movimento circular (que é igual à velocidade inicial da pedra quando a corda arrebenta). Podemos usar as equações do movimento balístico (discutidas no Módulo 4-4 do livro) para calcular essa velocidade.



(vista superior)



(vista lateral)

Vamos tomar como origem do sistema de coordenadas o ponto em que a pedra inicia o movimento balístico e tomar como positivo o sentido para cima do eixo y, como mostra a figura da direita. Nesse caso, as coordenadas da pedra durante o movimento balístico são dadas por $x = v_0 t$ e $y = -\frac{1}{2}gt^2$ (já que $v_{0y} = 0$). De acordo com os dados do problema, a pedra atinge o solo no ponto em que x = 10 m e $y = -2{,}0$ m.

ANALISE Explicitando o tempo t na equação da componente y do movimento, obtemos $t = \sqrt{-2y/g}$. Substituindo t pelo seu valor na equação da componente x do movimento e explicitando a velocidade v_0, obtemos

$$v_0 = x\sqrt{-\frac{g}{2y}} = (10\text{ m})\sqrt{-\frac{9{,}8\text{ m/s}^2}{2(-2{,}0\text{ m})}} = 15{,}7\text{ m/s}$$

Assim, o módulo da aceleração centrípeta é

$$a = \frac{v_0^2}{R} = \frac{(15{,}7\text{ m/s})^2}{1{,}5\text{ m}} = 160\text{ m/s}^2$$

APRENDA Podemos combinar essas equações para obter a relação $x = \sqrt{-2yRa/g}$. De acordo com essa relação, quanto maior a aceleração centrípeta, maior a distância atingida pela pedra antes de se chocar com o solo. Isso é razoável, já que, de acordo com a relação $a = v^2/R$, quanto maior a aceleração centrípeta, maior a velocidade inicial do movimento balístico.

68. De acordo com o enunciado, depois de três segundos ($t_2 - t_1$ = 3,00 s), a velocidade tem a mesma direção e o sentido oposto. Isso significa que o gato leva três segundos para percorrer metade da circunferência. Assim, T = 2(3,00 s) = 6,00 s.

(a) Usando a Eq. 4-35, $r = vT/2\pi$, em que $v = \sqrt{(3{,}00\text{ m/s})^2 + (4{,}00\text{ m/s})^2} = 5{,}00\text{ m/s}$, obtemos $r = 4{,}77$ m. O módulo da aceleração centrípeta do gato é, portanto, $a = v^2/r$ = 5,24 m/s².

(b) A aceleração média do gato é dada pela Eq. 4-15:

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-3{,}00\hat{\text{i}} - 4{,}00\hat{\text{j}})\text{ m/s} - (3{,}00\hat{\text{i}} + 4{,}00\hat{\text{j}})\text{ m/s}}{5{,}00\text{ s} - 2{,}00\text{ s}} = (-2{,}00\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (-2{,}67\text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}$$

e, portanto, $|\vec{a}_{\text{méd}}|=\sqrt{(-2,00\text{ m/s}^2)^2+(-2,67\text{ m/s}^2)^2}=3,33\text{ m/s}^2$.

69. Usamos a Eq. 4-15 primeiro para as velocidades em relação à picape (índice *p*) e depois em relação ao solo (índice *s*). Como vamos trabalhar usando unidades do SI, fazemos as conversões 20 km/h → 5,6 m/s, 30 km/h → 8,3 m/s e 45 km/h → 12,5 m/s. Escolhemos o eixo $+\hat{\text{i}}$ como a direção leste.

(a) De acordo com a Eq. 4-44, a velocidade do guepardo (índice *c*) no final do intervalo de 2,0 s é

$$\vec{v}_{\text{gp}}=\vec{v}_{\text{gs}}-\vec{v}_{\text{ps}}=(12,5\text{ m/s})\,\hat{\text{i}}-(-5,6\text{ m/s})\,\hat{\text{i}}=(18,1\text{ m/s})\,\hat{\text{i}}$$

em relação à picape. Como a aceleração do guepardo em relação à picape no início do intervalo de 2,0 s é $(-8,3\text{ m/s})\hat{\text{i}}$, o vetor aceleração média do guepardo em relação ao cinegrafista (que está na picape) é

$$\vec{a}_{\text{méd}}=\frac{(18,1\text{ m/s})\hat{\text{i}}-(-8,3\text{ m/s})\hat{\text{i}}}{2,0\text{ s}}=(13\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}},$$

o que nos dá $|\vec{a}_{\text{méd}}|=13\text{ m/s}^2$.

(b) A direção de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é $+\hat{\text{i}}$, ou seja, a direção leste.

(c) De acordo com a Eq. 4-44, a velocidade do guepardo no início do intervalo de 2,0 s é

$$\vec{v}_{0\text{gs}}=\vec{v}_{0\text{gp}}+\vec{v}_{0\text{ps}}=(-8,3\text{ m/s})\hat{\text{i}}+(-5,6\text{ m/s})\hat{\text{i}}=(-13,9\text{ m/s})\hat{\text{i}}$$

em relação ao solo. O vetor aceleração média em relação ao membro da equipe que está na margem da estrada é

$$\vec{a}_{\text{méd}}=\frac{(12,5\text{ m/s})\hat{\text{i}}-(-13,9\text{ m/s})\hat{\text{i}}}{2,0\text{ s}}=(13\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}},\quad |\vec{a}_{\text{méd}}|=13\text{ m/s}^2$$

o mesmo resultado do item (a).

(d) A direção de $\vec{a}_{\text{méd}}$ é $+\hat{\text{i}}$, ou seja, a direção leste.

70. Usamos a Eq. 4-44, notando que o sentido rio acima corresponde à direção $+\hat{\text{i}}$.

(a) Vamos usar o índice *b* para o barco, o índice *a* para a água e o índice *m* para a margem.

$$\vec{v}_{\text{bm}}=\vec{v}_{\text{ba}}+\vec{v}_{\text{am}}=(14\text{ km/h})\,\hat{\text{i}}+(-9\text{ km/h})\,\hat{\text{i}}=(5\text{ km/h})\,\hat{\text{i}}.$$

Assim, $|\vec{v}_{\text{bm}}|=5\text{ km/h}$.

(b) A orientação de $\vec{v}_{\text{bm}}$ é $+x$, ou seja, rio acima.

(c) Usando o índice *c* para a criança, temos:

$$\vec{v}_{\text{cm}}=\vec{v}_{\text{cb}}+\vec{v}_{\text{bm}}=(-6\text{ km/h})\,\hat{\text{i}}+(5\text{ km/h})\,\hat{\text{i}}=(-1\text{ km/h})\,\hat{\text{i}}\cdot$$

Assim, $|\vec{v}_{\text{cm}}|=1\text{ km/h}$.

(d) A orientação de $\vec{v}_{\text{cm}}$ é $-x$, ou seja, rio abaixo.

71. Enquanto o homem se move no sentido da esteira rolante (cobrindo uma distância *d* em relação ao solo em um tempo t_1 = 2,50 s), a Eq. 4-44 nos dá

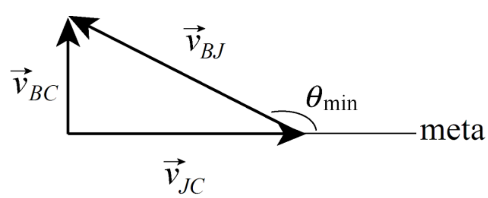
$$v_{\text{esteira}} + v_{\text{homem}} = \frac{d}{t_1}.$$

Quando o homem corre no sentido oposto (levando um tempo $t_2 = 10{,}0$ s), temos:

$$v_{\text{esteira}} - v_{\text{homem}} = -\frac{d}{t_2}.$$

Resolvendo esse sistema de equações e calculando a razão pedida, temos:

$$\frac{v_{\text{homem}}}{v_{\text{esteira}}} = \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2} = \frac{12{,}5}{7{,}5} = \frac{5}{3} = 1{,}67.$$



72. Chamamos a velocidade do jogador em relação ao campo de $\vec{v}_{JC}$ e a velocidade relativa da bola em relação ao jogador de $\vec{v}_{BJ}$. Nesse caso, a velocidade $\vec{v}_{BC}$ da bola em relação ao campo é dada por $\vec{v}_{BC} = \vec{v}_{JC} + \vec{v}_{BJ}$. O menor ângulo, $\theta_{\text{mín}}$, corresponde ao caso em que $\vec{v}_{BC} \perp \vec{v}_{JC}$. Assim,

$$\theta_{\text{mín}} = 180° - \cos^{-1}\left(\frac{|\vec{v}_{JC}|}{|\vec{v}_{BJ}|}\right) = 180° - \cos^{-1}\left(\frac{4{,}0 \text{ m/s}}{6{,}0 \text{ m/s}}\right) = 130°.$$

73. Usamos os índices *p* e *m* para designar o policial e o motorista. O sistema de coordenadas é o da Fig. 4-46.

(a) A velocidade do motorista em relação ao policial é

$$\vec{v}_{mp} = \vec{v}_m - \vec{v}_p = (-60 \text{ km/h})\hat{\text{j}} - (-80 \text{ km/h})\hat{\text{i}} = (80 \text{ km/h})\hat{\text{i}} - (60 \text{ km/h})\hat{\text{j}}.$$

(b) $\vec{v}_{mp}$ tem a mesma direção que a reta que liga os dois carros. Observando a Fig. 4-46, vemos que o vetor que aponta de um carro para o outro é $\vec{r} = (800 \text{ m})\hat{\text{i}} - (600 \text{ m})\hat{\text{j}}$ (de *M* para *P*). Como a razão entre os componentes de $\vec{r}$ é igual à razão entre os componentes de $\vec{v}_{mp}$, os dois vetores têm a mesma direção.

(c) Não, as respostas permanecem as mesmas.

74. Supondo que a velocidade do avião e a velocidade do vento são constantes, a velocidade do avião em relação ao solo é

$$\vec{v}_{AS} = (55 \text{ km})/(1/4 \text{ hora})\,\hat{\text{j}} = (220 \text{ km/h})\hat{\text{j}}.$$

Além disso,

$$\vec{v}_{ArS} = (42 \text{ km/h})(\cos 20°\,\hat{\text{i}} - \text{sen } 20°\,\hat{\text{j}}) = (39 \text{ km/h})\hat{\text{i}} - (14 \text{ km/h})\hat{\text{j}}.$$

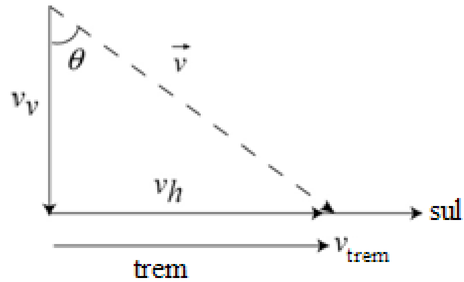
Usando a relação $\vec{v}_{AS} = \vec{v}_{AAr} + \vec{v}_{ArS}$, temos:

$$\vec{v}_{AAr} = \vec{v}_{AS} - \vec{v}_{ArS} = -(39 \text{ km/h})\hat{\text{i}} + (234 \text{ km/h})\hat{\text{j}}.$$

o que significa que $|\vec{v}_{AAr}| = 237$ km/h ou aproximadamente 240 km/h.

75. PENSE Este problema envolve o movimento relativo em duas dimensões. As gotas de chuva parecem cair verticalmente do ponto de vista de um observador a bordo de um trem em movimento.

FORMULE Para que as gotas de chuva caiam verticalmente em relação ao trem, a componente horizontal da velocidade das gotas de chuva, v_h = 30 m/s, deve ser igual à velocidade do trem, ou seja, $v_h = v_{\text{trem}}$ (veja a figura).



Por outro lado, se v_v é a componente vertical da velocidade das gotas de chuva e θ é o ângulo entre a direção do movimento e a vertical, tan $\theta = v_h/v_v$. Conhecendo θ e v_h, podemos determinar v_v; conhecendo v_v e v_h, podemos calcular a velocidade das gotas de chuva.

ANALISE Para $\theta = 70°$, temos

$$v_v = v_h/\tan\theta = (30 \text{ m/s})/\tan 70° = 10{,}9 \text{ m/s}$$

Assim, a velocidade das gotas de chuva é

$$v = \sqrt{v_h^2 + v_v^2} = \sqrt{(30 \text{ m/s})^2 + (10{,}9 \text{ m/s})^2} = 32 \text{ m/s}$$

APRENDA Para que os passageiros do trem tenham a impressão de que as gotas de chuva estão caindo verticalmente, basta que a velocidade do trem seja igual à componente horizontal da velocidade das gotas de chuva.

76. Escolhendo os eixos de tal forma que o semieixo *y* positivo aponta para o norte e o semieixo *x* positivo aponta para leste, a orientação do ponto de destino é $\vec{D} = 800 \text{ km } \hat{\text{j}}$. Como a viagem leva duas horas, a velocidade do avião em relação ao solo é $\vec{v}_{AS}$ = (400 km/h) $\hat{\text{j}}$. Essa velocidade é a soma vetorial da velocidade do avião em relação ao ar, cujas componentes são (500 cos70°, 500 sen70°), com a velocidade do ar (vento) em relação ao solo, $\vec{v}_{\text{ArS}}$. Assim,

$$(400 \text{ km/h})\ \hat{\text{j}} = (500 \text{ km/h}) \cos 70°\ \hat{\text{i}} + (500 \text{ km/h}) \text{ sen } 70°\ \hat{\text{j}} + \vec{v}_{\text{ArS}},$$

o que nos dá

$$\vec{v}_{\text{ArS}} = (-171 \text{ km/h})\,\hat{\text{i}} - (70{,}0 \text{ km/h})\,\hat{\text{j}}.$$

(a) O módulo de $\vec{v}_{\text{ArS}}$ é $|\vec{v}_{\text{ArS}}| = \sqrt{(-171 \text{ km/h})^2 + (-70{,}0 \text{ km/h})^2} = 185$ km/h.

(b) A orientação de $\vec{v}_{\text{ArS}}$ é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-70{,}0 \text{ km/h}}{-171 \text{ km/h}}\right) = 22{,}3° \text{ (ao sul do oeste).}$$

77. PENSE Este problema envolve o movimento relativo em duas dimensões. Flocos de neve que caem verticalmente parecem cair fazendo um ângulo com a vertical, do ponto de vista de um observador em movimento.

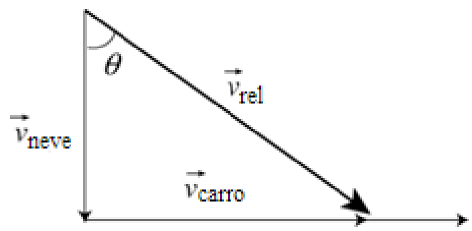
FORMULE Do ponto de vista do motorista, a velocidade dos flocos de neve tem uma componente vertical $v_v = 8{,}0$ m/s e uma componente horizontal $v_h = 50 \text{ km/h} = 13{,}9$ m/s.

ANALISE O ângulo θ que a trajetória aparente dos flocos de neve faz com a vertical obedece à relação

$$\tan\theta = \frac{v_h}{v_v} = \frac{13{,}9 \text{ m/s}}{8{,}0 \text{ m/s}} = 1{,}74$$

o que nos dá θ = 60°.

APRENDA O problema também pode ser resolvido usando uma soma vetorial: $\vec{v}_{\text{rel}} = \vec{v}_{\text{carro}} + \vec{v}_{\text{neve}}$, como mostra a figura.



78. Usamos as Eqs. 4-44 e 4-45.

A velocidade do jipe *P* em relação a *A* no instante considerado é

$$\vec{v}_{PA} = (40,0 \text{ m/s})(\cos 60°\hat{\text{i}} + \text{sen } 60°\hat{\text{j}}) = (20,0 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (34,6 \text{ m/s})\hat{\text{j}}.$$

A velocidade do jipe *B* em relação a *A* no mesmo instante é

$$\vec{v}_{BA} = (20,0 \text{ m/s})(\cos 30°\hat{\text{i}} + \text{sen } 30°\hat{\text{j}}) = (17,3 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (10,0 \text{ m/s})\hat{\text{j}}.$$

Assim, a velocidade de *P* em relação a *B* é

$$\vec{v}_{PB} = \vec{v}_{PA} - \vec{v}_{BA} = (20,0\hat{\text{i}} + 34,6\hat{\text{j}}) \text{ m/s} - (17,3\hat{\text{i}} + 10,0\hat{\text{j}}) \text{ m/s} = (2,68 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (24,6 \text{ m/s})\hat{\text{j}}.$$

(a) O módulo de $\vec{v}_{PB}$ é $|\vec{v}_{PB}| = \sqrt{(2,68 \text{ m/s})^2 + (24,6 \text{ m/s})^2} = 24,8 \text{ m/s}.$

(b) A orientação de $\vec{v}_{PB}$ é $\theta = \tan^{-1}[(24,6 \text{ m/s})/(2,68 \text{ m/s})] = 83,8°$ ao norte do leste (ou 6,2º a leste do norte).

(c) A aceleração do jipe *P* é

$$\vec{a}_{PA} = (0,400 \text{ m/s}^2)(\cos 60,0°\hat{\text{i}} + \text{sen } 60,0°\hat{\text{j}}) = (0,200 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (0,346 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}},$$

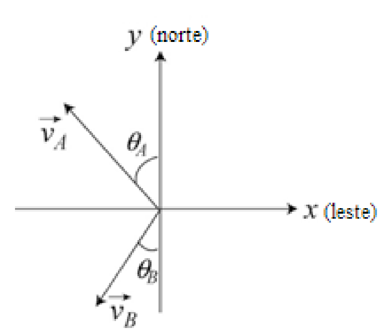
e $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$. Assim, $|\vec{a}_{PB}| = 0,400 \text{ m/s}^2$.

(d) A orientação é 60,0° ao norte do leste (ou 30,0° ao leste do norte).

79. PENSE Este problema envolve o movimento relativo de embarcações que navegam em direções diferentes.

FORMULE Para $\theta_A = 45°$ e $\theta_B = 40°$, como mostra a figura, os vetores velocidade (em relação à costa) dos navios *A* e *B* são

$$\vec{v}_A = -(v_A \cos 45°)\,\hat{\text{i}} + (v_A \text{sen } 45°)\,\hat{\text{j}}$$
$$\vec{v}_B = -(v_B \text{sen } 40°)\,\hat{\text{i}} - (v_B \cos 40°)\,\hat{\text{j}}$$



em que v_A = 24 nós e v_B = 28 nós. Tomamos o leste como sendo $+\hat{\text{i}}$ e o norte como sendo $+\hat{\text{j}}$.

A velocidade do navio *A* em relação ao navio *B* é dada por $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$.

ANALISE (a) A velocidade relativa é

$$\begin{aligned}\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B &= (v_B \operatorname{sen} 40° - v_A \cos 45°)\hat{\imath} + (v_B \cos 40° + v_A \operatorname{sen} 45°)\,\hat{\jmath} \\ &= (1{,}03 \text{ nó})\hat{\imath} + (38{,}4 \text{ nó})\hat{\jmath}\end{aligned}$$

cujo módulo é $|\vec{v}_{AB}| = \sqrt{(1{,}03 \text{ nó})^2 + (38{,}4 \text{ nós})^2} \approx 38{,}4$ nós.

(b) O ângulo θ_{AB} que $\vec{v}_{AB}$ faz com a direção norte é dado por

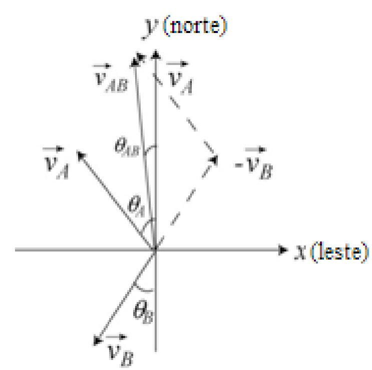
$$\theta_{AB} = \tan^{-1}\left(\frac{v_{AB,x}}{v_{AB,y}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}03 \text{ nós}}{38{,}4 \text{ nós}}\right) = 1{,}5°$$

o que significa que a direção de $\vec{v}_{AB}$ faz um ângulo de 1,5° a leste do norte.

(c) Como os dois navios deixaram o porto ao mesmo tempo, a velocidade relativa é uma medida da taxa de aumento com o tempo da distância entre eles. Como a taxa é constante, temos

$$t = \frac{|\Delta r_{AB}|}{|\vec{v}_{AB}|} = \frac{160 \text{ milhas náuticas}}{38{,}4 \text{ nós}} = 4{,}2 \text{ h}$$

(d) Neste problema, a velocidade $\vec{v}_{AB}$ não varia com o tempo, e $\vec{r}_{AB}$ tem a mesma direção que $\vec{v}_{AB}$, já que os navios partiram ao mesmo tempo. Invertendo os pontos de vista, $\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{BA}$ e, portanto, $\vec{r}_{AB} = -\vec{r}_{BA}$ (ou seja, os vetores apontam em sentidos opostos). Assim, concluímos que *B* segue uma rota 1,5° a oeste do sul em relação a *A* durante a viagem (desprezando a curvatura da Terra).



APRENDA A velocidade relativa é mostrada na figura anterior. Diagramas vetoriais como esse podem ser muito úteis no caso de movimentos relativos em duas dimensões.

80. Este é um problema clássico que envolve movimento relativo em duas dimensões. Escolhemos os eixos de tal forma que o semieixo *x* positivo corresponde a leste e o semieixo *y* positivo corresponde ao norte. Escrevemos a equação da soma de vetores como $\vec{v}_{BM} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{AM}$. Sabemos que $\vec{v}_{AM} = (2{,}0\angle 0°)$ na notação módulo ângulo (com unidades do SI implícitas) ou $\vec{v}_{AM} = 2{,}0\hat{\imath}$ na notação dos vetores unitários. Temos também $\vec{v}_{BA} = (8{,}0\angle 120°)$, em que o ângulo foi medido da forma "convencional" (no sentido anti-horário a partir do semieixo *x* positivo), ou, na notação dos vetores unitários, $\vec{v}_{BA} = (-4{,}0\hat{\imath} + 6{,}9\hat{\jmath})$.

(a) Podemos obter $\vec{v}_{BM}$ através de uma soma vetorial:

$$\vec{v}_{BM} = v_{BA} + \vec{v}_{AM} = (2{,}0 \text{ m/s})\,\hat{\imath} + (-4{,}0\hat{\imath} + 6{,}9\hat{\jmath}) \text{ m/s} = (-2{,}0 \text{ m/s})\hat{\imath} + (6{,}9 \text{ m/s})\,\hat{\jmath}.$$

Assim, $|\vec{v}_{BM}| = 7{,}2$ m/s.

(b) A orientação de $\vec{v}_{BM}$ é $\theta = \tan^{-1}[(6{,}9 \text{ m/s})/(-2{,}0 \text{ m/s})] = 106°$ (medido no sentido anti-horário a partir do semieixo *x* positivo) ou 16° a oeste do norte.

(c) Como as velocidades são constantes, podemos usar a equação $y - y_0 = v_y t$ em qualquer referencial. No referencial da margem temos $(200 \text{ m}) = (7{,}2 \text{ m/s})\operatorname{sen}(106°)t \rightarrow t = 29$ s. Nota: se um aluno obteve como resposta "28 s", é provável que não tenha usado corretamente a equação da componente *y* (um erro comum).

81. Vamos usar o subscrito *M* para indicar o mar e escolher os eixos de tal forma que o semieixo *x* positivo corresponde a leste e o semieixo *y* positivo corresponde ao norte. Assim, o ângulo que corresponde a leste é 0° e o ângulo que corresponde ao sul é –90° ou 270°. A unidade de comprimento utilizada é o quilômetro.

(a) Como $\vec{v}_{AM} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BM}$,

$$\vec{v}_{AB} = (22 \angle -90°) - (40 \angle 37°) = (56 \angle -125°)$$

na notação módulo-ângulo (que é mais conveniente para resolver problemas de vetores usando calculadoras). Convertendo para a notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{v}_{AB} = (-32\text{km/h})\,\hat{\text{i}} - (46\text{ km/h})\,\hat{\text{j}}\,.$$

Naturalmente, poderíamos ter trabalhado na notação dos vetores unitários desde o começo.

(b) Como as componentes da velocidade são constantes, é fácil integrá-las em relação ao tempo para obter o vetor posição $(\vec{r} - \vec{r}_0 = \int \vec{v}\, dt)$:

$$\vec{r} = (2{,}5 - 32t)\,\hat{\text{i}} + (4{,}0 - 46t)\,\hat{\text{j}}$$

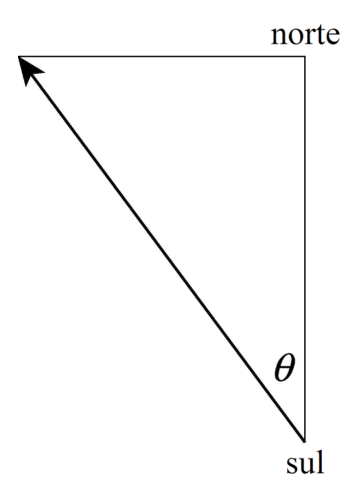
com as distâncias em quilômetros e o tempo em horas.

(c) O módulo do vetor posição é $r = \sqrt{(2{,}5-32t)^2 + (4{,}0-46t)^2}$. Para determinar o instante em que *r* é mínimo, derivamos a expressão de *r* em relação ao tempo e igualamos o resultado a zero:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2}\frac{6286t - 528}{\sqrt{(2{,}5-32t)^2 + (4{,}0-46t)^2}} = 0$$

o que nos dá $t = 0{,}084$ h.

(d) Substituindo o valor de *t* obtido no item (c) na expressão de *r*, obtemos $r = 0{,}2$ km. Naturalmente, se realizarmos os cálculos em uma calculadora, obteremos um número maior de algarismos ($r = 0{,}225\ldots$), mas eles não são importantes; na verdade, dada a imprecisão inevitável dos dados do problema, os capitães dos navios certamente ficariam preocupados com a possibilidade de uma colisão.



82. Construímos um triângulo retângulo começando na clareira da margem sul, traçando uma reta de 200 m de comprimento na direção norte (para cima, na figura), que atravessa o rio, e uma reta na direção oeste (rio acima, para a esquerda no desenho), ao longo da margem norte do rio, por uma distância de $(82 \text{ m}) + (1{,}1 \text{ m/s})t$, na qual o termo que depende de t é a distância que o barco irá percorrer paralelamente às margens durante o tempo t por causa da correnteza do rio.

A hipotenusa desse triângulo retângulo (indicada por uma seta na figura) também depende de t e da velocidade do barco (em relação à água) e deve ser igual à "soma" pitagórica dos lados do triângulo:

$$(4{,}0)t = \sqrt{200^2 + (82 + 1{,}1t)^2}$$

o que leva a uma equação do segundo grau em t,

$$46.724 + 180{,}4t - 14{,}8t^2 = 0.$$

(b) Resolvendo a equação acima, encontramos apenas um valor positivo: $t = 62{,}6$ s.

(a) O ângulo entre o cateto norte (200 m) do triângulo e a hipotenusa (que é medido "a oeste do norte") é dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{82 + 1{,}1t}{200}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{151}{200}\right) = 37°.$$

83. Escolhemos os eixos de tal forma que $\hat{\mathrm{i}}$ aponta para a outra margem do rio (perpendicularmente à correnteza) e $\hat{\mathrm{j}}$ aponta na direção da correnteza. Sabemos que o módulo (presumivelmente constante) da velocidade do barco em relação à água é $|\vec{v}_{ba}| = 6{,}4$ km/h. O ângulo da velocidade do barco em relação ao eixo x é θ. A velocidade da água em relação à margem é $\vec{v}_{am} = (3{,}2 \text{ km/h})\hat{\mathrm{j}}$.

(a) Para que a mulher chegue a um ponto "diametralmente oposto" ao ponto de partida, a velocidade do barco em relação à margem deve ser $\vec{v}_{bm} = v_{bm}\hat{\mathrm{i}}$, na qual $v_{bm} > 0$ é desconhecida. Assim, todas as componentes $\hat{\mathrm{j}}$ devem se cancelar na soma vetorial $\vec{v}_{ba} + \vec{v}_{am} = \vec{v}_{bm}$, o que significa que $\vec{v}_{bm} \operatorname{sen}\theta = (-3{,}2 \text{ km/h})\hat{\mathrm{j}}$; assim,

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1}[(-3{,}2 \text{ km/h})/(6{,}4 \text{ km/h})] = -30°.$$

(b) Usando o resultado do item (a), temos $v_{bm} = v_{ba}\cos\theta = 5{,}5$ km/h. Assim, o tempo necessário para que o barco percorra uma distância $\ell = 6{,}4$ km é $(6{,}4 \text{ km})/(5{,}5 \text{ km/h}) = 1{,}15$ h ou 69 min.

(c) Se a mulher rema na direção do eixo y (como afirma o enunciado) e sabendo que a velocidade da água em relação à margem é $v_{am} = 3{,}2$ km/h, temos:

$$t_{\text{total}} = \frac{D}{v_{ba} + v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} = 1{,}33 \text{ h}$$

em que $D = 3{,}2$ km. Esse tempo equivale a 80 min.

(d) Como

$$\frac{D}{v_{ba} + v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} = \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} + v_{am}},$$

o resultado é o mesmo do item (c), $_{\text{total}} = 80 \text{ min}$.

(e) O ângulo para atravessar o rio no menor tempo possível é $\theta = 0°$. Isso pode ser demonstrado notando que no caso de um ângulo qualquer θ

$$\vec{v}_{bm} = \vec{v}_{ba} + \vec{v}_{am} = v_{ba}\cos\theta\,\hat{\mathrm{i}} + (v_{ba}\operatorname{sen}\theta + v_{am})\,\hat{\mathrm{j}}$$

em que a componente x de $\vec{v}_{bm}$ é igual a l/t. Assim,

$$t = \frac{l}{v_{ba}\cos\theta}$$

que pode ser minimizado fazendo $dt/d\theta = 0$.

(f) A expressão do item (e) nos dá t = (6,4 km)/(6,4 km/h) = 1,0 h ou 60 min.

84. A velocidade de lançamento da bola de gelo em relação ao trenó é $\vec{v}_{0\text{rel}} = v_{0x}\hat{\text{i}} + v_{0y}\hat{\text{j}}$. Como o trenó está se movendo no sentido negativo do eixo x com velocidade v_s (note que estamos tratando v_s como um número positivo e, portanto, a velocidade do trenó é $-v_s\hat{\text{i}}$), a velocidade de lançamento em relação ao solo é $\vec{v}_0 = (v_{0x} - v_s)\hat{\text{i}} + v_{0y}\hat{\text{j}}$. Os deslocamentos horizontal e vertical em relação ao solo são, portanto,

$$x_{\text{solo}} - x_{\text{lançamento}} = \Delta x_{\text{bs}} = (v_{\text{ox}} - v_{\text{t}})\, t_{voo}$$

$$y_{\text{solo}} - y_{\text{lançamento}} = 0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}(-g)(t)^2.$$

Combinando as duas equações, obtemos

$$\Delta x_{bs} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} - \left(\frac{2v_{0y}}{g}\right)v_t\,.$$

O primeiro termo corresponde à "interseção com o eixo y" do gráfico e o segundo termo (entre parênteses) corresponde ao valor absoluto da "inclinação". De acordo com a figura, temos:

$$\Delta x_{bt} = 40 - 4v_t.$$

Isso significa que v_{oy} = (4,0 s)(9,8 m/s^2)/2 = 19,6 m/s, o que nos fornece informações suficientes para calcular v_{ox}.

(a) $v_{ox} = 40g/2v_{oy}$ = (40 m)(9,8 m/s^2)/(39,2 m/s) = 10 m/s.

(b) Como vimos acima, v_{oy} = 19,6 m/s.

(c) Como o deslocamento em relação ao trenó, Δx_{bt}, não depende da velocidade do trenó, $\Delta x_{bt} = v_{ox}\, t_{voo}$ = 40 m.

(d) Como no item (c), o deslocamento Δx_{bs} não depende da velocidade do trenó e, portanto, Δx_{bs} = 40 m.

85. Usando a relação deslocamento = velocidade × tempo para os diferentes trechos do percurso, temos a seguinte soma vetorial:

(1667 m $\angle$ 0°) + (1333 m $\angle$ –90°) + (333 m $\angle$ 180°) + (833 m $\angle$ –90°) + (667 m $\angle$ 180°) + (417 m $\angle$ –90°) = (2668 m $\angle$ –76°).

(a) O módulo do deslocamento é 2,7 km.

(b) A direção do deslocamento é 76° no sentido horário (em relação à direção inicial do movimento).

86. Usamos um sistema de coordenadas com o semieixo x positivo para leste e o semieixo y positivo para o norte.

(a) Notamos que, como 123° é o ângulo entre a posição inicial e a posição final, o ângulo entre o semieixo x positivo e a posição final é 40° + 123° = 163°. Na notação dos vetores unitários, os vetores posição da posição inicial e da posição final são

$$\vec{r}_1 = (360\text{ m})\cos(40°)\,\hat{\text{i}} + (360\text{ m})\text{sen}(40°)\,\hat{\text{j}} = (276\text{ m})\hat{\text{i}} + (231\text{ m})\,\hat{\text{j}}$$
$$\vec{r}_2 = (790\text{ m})\cos(163°)\,\hat{\text{i}} + (790\text{ m})\text{sen}(163°)\,\hat{\text{j}} = (-755\text{ m})\hat{\text{i}} + (231\text{ m})\hat{\text{j}}$$

respectivamente. Assim, de acordo com a Eq. 4-3,

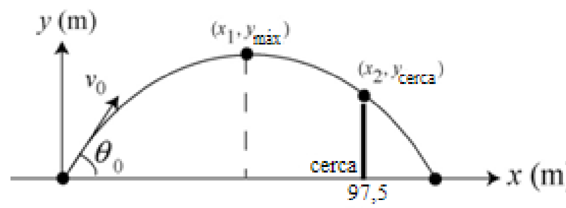
$$\Delta\vec{r} = [(-755\text{ m}) - (276\text{ m})]\hat{\mathrm{i}} + (231\text{ m} - 231\text{ m})\hat{\mathrm{j}} = -(1031\text{ m})\,\hat{\mathrm{i}}.$$

O módulo do deslocamento $\Delta\vec{r}$ é $|\Delta\vec{r}| = 1031$ m.

(b) A orientação de $\Delta\vec{r}$ é $-\hat{\mathrm{i}}$, ou seja, na direção oeste.

87. PENSE Este problema envolve a trajetória balística de uma bola de beisebol. Dada a posição da bola em dois instantes de tempo, devemos calcular os parâmetros da trajetória.

FORMULE A figura mostra a trajetória da bola. De acordo com o enunciado do problema, no instante $t_1 = 3{,}0$ s, a bola atinge a altura máxima $y_{\text{máx}}$ e, no instante $t_2 = t_1 + 2{,}5\text{ s} = 5{,}5\text{ s}$, passa rente a uma cerca situada no ponto $x_2 = 97{,}5$ m.



A Eq. 2-18 pode ser aplicada à componente vertical do movimento; substituindo *x* por *y*, tomando o solo como origem, e fazendo $v = v_y$ e $a = -g$, a equação se torna

$$y = v_y t - \frac{1}{2}gt^2$$

ANALISE (a) Quando a bola atinge a altura máxima, $t_1 = 3$ s, $v_y = 0$ e, portanto,

$$y_{\text{máx}} = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2 = 44{,}1\text{ m}$$

(b) Depois de atingir a altura máxima, a bola começa a descer e atinge a altura da cerca no instante t_2. De acordo com a Eq. 2-18, a distância vertical percorrida entre os instantes t_1 e t_2 é dada por

$$y_{\text{cerca}} - y_{\text{máx}} = 0 - \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)^2$$

Assim, para $y_{\text{máx}} = 44{,}1$ m e $t_2 - t_1 = 2{,}5$ s, temos

$$y_{\text{cerca}} = y_{\text{máx}} - \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)^2 = 44{,}1\text{ m} - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)(2{,}5\text{ s})^2 = 13{,}48\text{ m}$$

(c) Como a componente horizontal da velocidade é constante (desprezando a resistência do ar), a relação 97,5 m = v_{0x}(5,5 s) nos dá v_{0x} = 17,73 m/s. Além disso, por simetria, sabemos que o tempo total de percurso é duas vezes maior que o tempo necessário para atingir a altura máxima, ou seja, $T = 2t_1 = 2(3{,}0\text{ s}) = 6{,}0\text{ s}$. Assim, a distância horizontal percorrida pela bola até se chocar com o solo é

$$R = v_{0x}T = (17{,}7\text{ m/s})(6{,}0\text{ s}) = 106{,}4\text{ m}$$

o que significa que, depois de passar pela cerca, a bola percorre uma distância

$$\Delta x = R - x_2 = 106{,}4\text{ m} - 97{,}5\text{ m} = 8{,}86\text{ m}$$

até se chocar com o solo.

APRENDA O item (c) também pode ser resolvido observando que, por simetria, depois de passar pela cerca, a bola leva $t_1 - 2{,}5$ s = 0,5 s para se chocar com o solo. Uma vez que v_{0x} = 17,73 m/s, então Δx = (17,73 m/s)(0,5 s) = 8,9 m.

88. Quando o avião está voando no mesmo sentido que a corrente de jato (cuja velocidade é v_c), o tempo é

$$t_1 = \frac{d}{v_a + v_c},$$

em que d é a distância entre as cidades e v_a é a velocidade do avião em relação ao ar.

Quando o avião está voando no sentido contrário ao da corrente de jato, o tempo é

$$t_2 = \frac{d}{v_a - v_c}.$$

Sabemos ainda que $t_2 - t_1$ = 70,0 min = 1,17 h. Combinando as três equações, resolvendo a equação do segundo grau resultante e substituindo os valores numéricos, obtemos v_c = 43 km/h.

89. PENSE Este problema envolve uma partícula que se move em um plano com aceleração constante. Como as componentes x e y da aceleração são constantes, podemos usar as equações da Tabela 2-1 para as duas componentes do movimento.

FORMULE Usando a notação vetorial com $\vec{r}_0 = 0$, a posição e a velocidade da partícula em função do tempo são dadas por $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ e $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$. respectivamente.

ANALISE (a) Uma vez que a velocidade inicial é $\vec{v}_0 = (8{,}0 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$ e a aceleração é $\vec{a} = (4{,}0 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (2{,}0 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}$, o vetor posição da partícula é

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = \left(8{,}0\hat{\text{j}}\right)t + \frac{1}{2}\left(4{,}0\hat{\text{i}} + 2{,}0\hat{\text{j}}\right)t^2 = \left(2{,}0t^2\right)\hat{\text{i}} + \left(8{,}0t + 1{,}0t^2\right)\hat{\text{j}}$$

O instante de tempo, que corresponde a x = 29 m, poderá ser determinado resolvendo a equação $2{,}0t^2 = 29$, o que vai nos dar t = 3,8 s. A coordenada y nesse instante é

$$y = (8{,}0 \text{ m/s})(3{,}8 \text{ s}) + (1{,}0 \text{ m/s}^2)(3{,}8 \text{ s})^2 = 45 \text{ m}$$

(b) A velocidade da partícula é dada por $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$. No instante t = 3,8 s, a velocidade é

$$\vec{v} = (8{,}0 \text{ m/s})\,\hat{\text{j}} + \left((4{,}0 \text{ m/s}^2)\,\hat{\text{i}} + (2{,}0 \text{ m/s}^2)\,\hat{\text{j}}\right)(3{,}8 \text{ s}) = (15{,}2 \text{ m/s})\,\hat{\text{i}} + (15{,}6 \text{ m/s})\,\hat{\text{j}}$$

e a velocidade escalar é $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(15{,}2 \text{ m/s})^2 + (15{,}6 \text{ m/s})^2} = 22$ m/s.

APRENDA Em vez de usar a notação vetorial, poderíamos resolver o problema analisando separadamente as componentes x e y do movimento.

90. Usando o mesmo sistema de coordenadas usado para formular a Eq. 4-25, explicitamos a velocidade inicial v_0 na equação, o que nos dá:

$$v_0 = \frac{x}{\cos\theta_0}\sqrt{\frac{g}{2\,(x \tan\theta_0 - y)}}.$$

Fazendo $g = 32$ ft/s², x = 13 ft, y = 3 ft e θ_0 = 55°, obtemos v_0 = 23 ft/s.

91. Usamos a Eq. 4-25.

(a) Explicitando v_0 na Eq. 4-25, obtemos a velocidade inicial:

$$v_0 = \frac{x}{\cos\theta_0}\sqrt{\frac{g}{2(x\tan\theta_0 - y)}}$$

o que nos dá $v_0 = 255{,}5 \approx 2{,}6 \times 10^2$ m/s para $x = 9400$ m, $y = -3300$ m e $\theta_0 = 35°$.

(b) Usamos a Eq. 4-21 para calcular o tempo que a bomba vulcânica permanece no ar:

$$t = \frac{x}{v_0\cos\theta_0} = \frac{9400 \text{ m}}{(255{,}5 \text{ m/s})\cos 35°} = 45 \text{ s}.$$

(c) Como esperamos que o ar ofereça uma certa resistência ao movimento mas praticamente nenhuma sustentação, seria necessária uma maior velocidade de lançamento para atingir a mesma distância.

92. Usamos a Eq. 4-34 para calcular a velocidade v e a Eq. 4-35 para calcular o período T.

(a) Temos:

$$v = \sqrt{ra} = \sqrt{(5{,}0 \text{ m})(7{,}0)(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 19 \text{ m/s}.$$

(b) O tempo necessário para completar uma revolução (o período) é $T = 2\pi r/v = 1{,}7$ s. Assim, em um minuto ($t = 60$ s), o astronauta completa

$$\frac{t}{T} = \frac{60 \text{ s}}{1{,}7 \text{ s}} = 35 \text{ revoluções.}$$

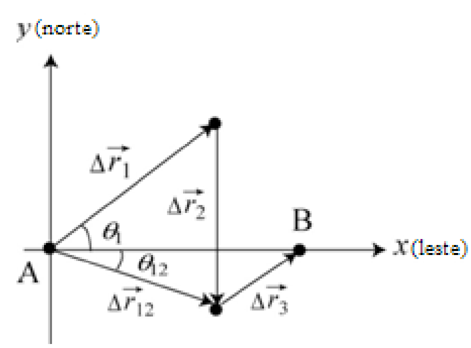
Portanto, 35 rev/min são necessárias para produzir uma aceleração centrípeta de 7g em uma centrífuga com 5,0 m de raio.

(c) Como foi calculado no item (b), $T = 1{,}7$ s.

93. PENSE Este problema envolve o movimento bidimensional de um camelo ao se deslocar de um oásis A para um oásis B.

FORMULE A viagem do camelo está ilustrada na figura, na qual foi usado o sistema de coordenadas "padrão", com o eixo x apontando para leste e o eixo y apontando para o norte. Usando a notação vetorial, os deslocamentos do camelo nas duas primeiras partes do percurso são os seguintes:

$$\Delta\vec{r}_1 = (75 \text{ km})\cos(37°)\,\hat{\text{i}} + (75 \text{ km})\,\text{sen}(37°)\,\hat{\text{j}}$$
$$\Delta\vec{r}_2 = (-65 \text{ km})\,\hat{\text{j}}$$



O deslocamento total é $\Delta\vec{r}_{12} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2$. Como mostra a figura, para chegar ao oásis B, o camelo precisa executar um deslocamento adicional $\Delta\vec{r}_3$.

ANALISE (a) Para determinar o deslocamento total do camelo nas duas primeiras partes da viagem, basta executar uma soma vetorial: O módulo do deslocamento é

$$|\Delta\vec{r}_{12}| = \sqrt{(60 \text{ km})^2 + (-20 \text{ km})^2} = 63 \text{ km}$$

(b) O ângulo do deslocamento é $\theta_{12} = \tan^{-1}[(-20 \text{ km})/(60 \text{ km})] = -18°$, ou 18° ao sul do leste.

(c) Para calcular a velocidade média do camelo nas duas primeiras partes da viagem (incluindo o tempo de descanso), podemos usar a Eq. 4-8 com $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_{12} = (60\text{ km})\hat{\text{i}} - (20\text{ km})\hat{\text{j}}$ e $\Delta t = \Delta t_{12}$, em que

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_{\text{descanso}} = 50\text{ h} + 35\text{ h} + 5{,}0\text{ h} = 90\text{ h}$$

Na notação dos vetores unitários,

$$\vec{v}_{12,\text{méd}} = \frac{(60\,\hat{\text{i}} - 20\,\hat{\text{j}})\text{ km}}{90\text{ h}} = (0{,}67\,\hat{\text{i}} - 0{,}22\,\hat{\text{j}})\text{ km/h},$$

o que nos dá $|\vec{v}_{12,\text{méd}}| = 0{,}70\text{ km/h}$.

(d) O ângulo da velocidade média é $\theta_{12} = \tan^{-1}[(-0{,}22\text{ km/h})/(0{,}67\text{ km/h})] = -18°$, ou $18°$ ao sul do leste.

(e) A diferença entre a velocidade escalar média e o módulo da velocidade média é que a velocidade escalar média depende da distância total percorrida e não do módulo do deslocamento. Como o camelo levou 90 h para percorrer 75 km + 65 km = 140 km, a velocidade escalar média é (140 km)/(90 h) = 1,56 km/h $\approx$1,6 km/h.

(f) O deslocamento total de *A* até *B* deve ser de 90 km para leste, ou, na notação dos vetores unitários, de (90 km) $\hat{\text{i}}$. Chamando de $\Delta\vec{r}_3$ o deslocamento do ponto de descanso até *B*, temos

$$\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \Delta\vec{r}_3 = (90\text{ km})\,\hat{\text{i}}$$

o que nos dá $\Delta\vec{r}_3 = (30\text{ km})\hat{\text{i}} + (20\text{ km})\hat{\text{j}}$ na notação dos vetores unitários ou $(36 \angle 33°)$ na notação módulo-ângulo. Assim, de acordo com a Eq. 4-8,

$$|\vec{v}_{3,\text{ méd}}| = \frac{36\text{ km}}{(120-90)\text{ h}} = 1{,}2\text{ km/h}$$

(g) O ângulo de $\vec{v}_{3,\text{méd}}$ é o mesmo de $\Delta\vec{r}_3$, 33° ao norte do leste.

APRENDA Usando uma calculadora científica no modo polar, podemos somar os dois primeiros deslocamentos executando a operação $(75 \angle 37°) + (65 \angle -90°) = (63 \angle -18°)$. Note a diferença entre velocidade média e velocidade escalar média.

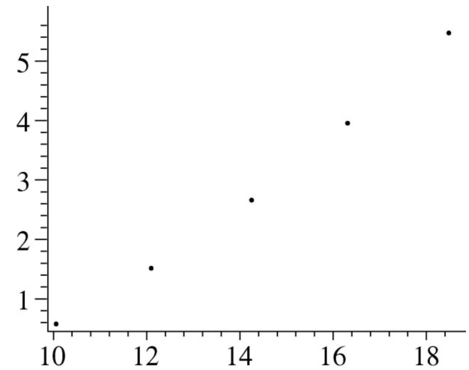
94. Podemos calcular os pares de coordenadas (*x*, *y*) a partir das equações $x = (v_0 \cos\theta t$ e $y = v_0 \text{ sen } \theta t - \frac{1}{2}gt^2$ para t = 20 s e os ângulos e velocidades dados no problema.

(a) Temos:

$$(x_A, y_A) = (10{,}1\text{ km}, 0{,}556\text{ km}) \qquad (x_B, y_B) = (12{,}1\text{ km}, 1{,}51\text{ km})$$
$$(x_C, y_C) = (14{,}3\text{ km}, 2{,}68\text{ km}) \qquad (x_D, y_D) = (16{,}4\text{ km}, 3{,}99\text{ km})$$

e (x_E, y_E) = (18,5 km, 5,53 km), que serão plotados no item (b).

(b) Os eixos vertical (*y*) e horizontal (*x*) estão em quilômetros. O gráfico não começa na origem. A curva que se “ajusta” aos dados não é mostrada, mas pode ser facilmente imaginada (e forma a “cortina da morte”).



95. (a) Com $\Delta x = 8{,}0$ m, $t = \Delta t_1$, $a = a_x$, e $v_{ox} = 0$, a Eq. 2-15 nos dá

$$\Delta x = 8{,}0 \text{ m} = \frac{1}{2} a_x (\Delta t_1)^2,$$

e a expressão correspondente para o movimento ao longo do eixo y é

$$\Delta y = 12 m = \frac{1}{2} a_y (\Delta t_1)^2.$$

Dividindo a segunda expressão pela primeira, obtemos $a_y / a_x = 3/2 = 1{,}5$.

(b) Fazendo $t = 2\Delta t_1$, a Eq. 2-15 nos dá $\Delta x = (8{,}0 \text{ m})(2)^2 = 32$ m, o que significa que a coordenada x da partícula agora é (4,0 + 32) m = 36 m. Analogamente, $\Delta y = (12 \text{ m})(2)^2 = 48$ m, o que significa que a coordenada y da partícula agora é (6,0 + 48) m = 54 m.

96. Como foi dito que a velocidade inicial da bola é horizontal, sabemos que é perpendicular ao plano da rede. Escolhemos as coordenadas de tal forma que $(x_0, y_0) = (0; 3{,}0)$ m e $v_x > 0$ (note que $v_{0y} = 0$).

(a) Para que a bola passe rente à rede, devemos ter

$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad 2{,}24 \text{ m} - 3{,}0 \text{ m} = 0 - \frac{1}{2}\left(9{,}8 \text{ m/s}^2\right)t^2$$

o que nos dá $t = 0{,}39$ s para o instante em que a bola ultrapassa a rede. Substituindo na equação da componente x do movimento, vemos que a velocidade inicial mínima para que a bola ultrapasse a rede é $v_x = (8{,}0 \text{ m})/(0{,}39 \text{ s}) = 20{,}3$ m/s.

(b) Fazemos $y = 0$ e calculamos o tempo t na equação $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$. Em seguida, substituímos esse valor

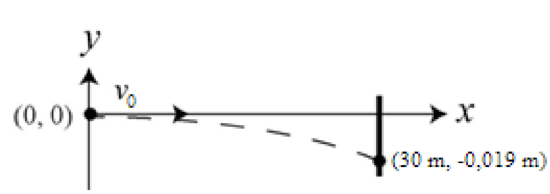
$$\left(t = \sqrt{2(3{,}0 \text{ m})/(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 0{,}78 \text{ s}\right)$$

na equação da componente x do movimento para obter a velocidade inicial máxima. O resultado é

$$v_x = (17{,}0 \text{ m})/(0{,}78 \text{ s}) = 21{,}7 \text{ m/s}.$$

97. PENSE Sabendo que uma bala disparada horizontalmente por um rifle atinge o alvo um pouco abaixo da horizontal, devemos determinar o tempo de percurso e a velocidade da bala.

FORMULE A figura (que não foi desenhada em escala) mostra a trajetória da bala. Observe que a origem é a extremidade do cano do rifle. Com essa convenção, a coordenada y da bala é dada por $y = -gt^2/2$. Conhecendo as coordenadas (x, y) da bala ao chegar ao plano do alvo, podemos calcular o tempo de percurso e a velocidade da bala.



ANALISE (a) Se t é o tempo de percurso e a bala atinge o plano do alvo 0,019 m abaixo da horizontal , temos

$$t=\sqrt{\frac{-2y}{g}}=\sqrt{\frac{-2(-0{,}019\text{ m})}{9{,}8\text{ m/s}^2}}=6{,}2\times10^{-2}\text{ s}$$

(b) A velocidade da bala ao sair do rifle é a velocidade inicial v_0 (horizontal) do movimento balístico. Como o plano do alvo está a uma distância x = 30 m do ponto inicial, $x = v_0t$. Assim,

$$v_0=\frac{x}{t}=\frac{30\text{ m}}{6{,}3\times10^{-2}\text{ s}}=4{,}8\times10^2\text{ m/s}$$

APRENDA A velocidade inicial também pode ser calculada fazendo $\theta_0=0$ na Eq. 4-25, o que nos dá a relação $y=-\frac{gx^2}{2v_0^2}$; explicitando v_0, obtemos

$$v_0=\sqrt{-\frac{gx^2}{2y}}=\sqrt{-\frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)(30\text{ m})^2}{2(-0{,}019\text{ m})}}=4{,}8\times10^2\text{ m/s}$$

que é o mesmo valor calculado no item (b).

98. Como se trata de movimento circular uniforme, $\vec{v}$ é perpendicular a $\vec{r}$ e $v=2\pi r/T$, em que $r=\sqrt{(2{,}00\text{ m})^2+(-3{,}00\text{ m})^2}$ e $T=7{,}00$ s . O vetor $\vec{r}$ (dado no enunciado do problema) especifica um ponto do quarto quadrante; como o movimento é no sentido horário, os dois componentes da velocidade são negativos. O resultado, que obedece a essas três condições (usando a notação dos vetores unitários, que torna mais fácil verificar que $\vec{r}\cdot\vec{v}=0$), é $\vec{v}$ = (–2,69 m/s) $\hat{\text{i}}$ + (–1,80 m/s) $\hat{\text{j}}$.

99. Seja $v_o = 2\pi(0{,}200\text{ m})/(0{,}00500\text{ s})$ 251 m/s (usando a Eq. 4-35) a velocidade tangencial da bola e θ_o = (1 h)(360º/12 h) = 30,0º (em relação à horizontal). Nesse caso, a Eq. 4-25 nos dá

$$y=(2{,}50\text{ m})\tan 30{,}0°-\frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)(2{,}50\text{ m})^2}{2(251\text{ m/s})^2(\cos 30{,}0°)^2}\approx 1{,}44\text{ m}$$

o que significa que a bola bate na parede a uma altura de 1,44 m + 1,20 m = 2,64 m.

100. Notando que $\vec{v}_2=0$ e usando a Eq. 4-15, a aceleração média é

$$\vec{a}_{\text{med}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{0-\left(6{,}30\,\hat{\text{i}}-8{,}42\,\hat{\text{j}}\right)\text{ m/s}}{3\text{ s}}=\left(-2{,}1\,\hat{\text{i}}+2{,}8\,\hat{\text{j}}\right)\text{ m/s}^2$$

101. Usando a Eq. 2-16, obtemos $v^2=v_0^2-2gh$ ou $h=(v_0^2-v^2)/2g$.

(a) Como $v=0$ na altura máxima e v_0 = 7,00 m/s, temos:

$$h=(7{,}00\text{ m/s})^2/2(9{,}80\text{ m/s}^2)=2{,}50\text{ m.}$$

(b) A velocidade relativa é $v_r=v_0-v_e=7{,}00\text{ m/s}-3{,}00\text{ m/s}=4{,}00\text{ m/s}$ em relação ao piso do elevador. Usando a equação acima, obtemos

$$h=(4{,}00\text{ m/s})^2/2(9{,}80\text{ m/s}^2)=0{,}82\text{ m.}$$

(c) A taxa de variação da velocidade da bola em relação ao solo é a aceleração da gravidade, 9,80 m/s^2.

(d) Como o elevador está se movendo com velocidade constante, a taxa de variação da velocidade da bola em relação ao elevador também é 9,80 m/s^2.

102. (a) Com r = 0,15 m e $a = 3{,}0 \times 10^{14}$ m/s^2, a Eq. 4-34 nos dá

$$v = \sqrt{ra} = 6{,}7 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

(b) O período é dado pela Eq. 4-35:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 1{,}4 \times 10^{-7}\,\text{s}.$$

103. (a) O módulo do vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$ é dado por

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(21{,}5 \text{ km})^2 + (9{,}7 \text{ km})^2 + (2{,}88 \text{ km})^2} = 23{,}8 \text{ km}.$$

Assim,

$$|\vec{v}_{\text{med}}| = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \frac{23{,}8 \text{ km}}{3{,}50 \text{ h}} = 6{,}79 \text{ km/h}.$$

(b) O ângulo pedido é dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2{,}88 \text{ km}}{\sqrt{(21{,}5 \text{ km})^2 + (9{,}7 \text{ km})^2}}\right) = 6{,}96°.$$

104. A velocidade inicial tem módulo v_0 e, como é horizontal, é igual a v_x, a componente horizontal da velocidade no momento do impacto. Assim, a velocidade no momento do impacto é

$$\sqrt{v_0^2 + v_y^2} = 3v_0$$

em que $v_y = \sqrt{2gh}$ e usamos a Eq. 2-16 com $x - x_0$ substituído por h. Elevando ao quadrado ambos os membros da primeira igualdade e substituindo na segunda, obtemos

$$v_0^2 + 2gh = (3v_0)^2$$

o que nos dá $gh = 4v_0^2$ e, portanto, para h = 20 m, $v_0 = \sqrt{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})}\,/\,2 = 7{,}0$ m/s.

105. Escolhemos um eixo x horizontal e um eixo y vertical tais que as duas componentes de $\vec{v}_0$ sejam positivas. Os ângulos são considerados positivos no sentido anti-horário em relação ao semieixo x positivo. Na notação dos vetores unitários, a velocidade do projétil em qualquer instante $t \geq 0$ é dada por

$$\vec{v} = v_0 \cos\theta_0\,\hat{\text{i}} + (v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt)\,\hat{\text{j}}.$$

(a) Para v_0 = 30 m/s, θ_0 = 60° e t = 2,0 s, $\vec{v} = (15\hat{\text{i}} + 6{,}4\hat{\text{j}})$ m/s. O módulo de $\vec{v}$ é

$$|\vec{v}| = \sqrt{(15 \text{ m/s})^2 + (6{,}4 \text{ m/s})^2} = 16 \text{ m/s}.$$

(b) O ângulo de $\vec{v}$ é $\theta = \tan^{-1}[(6{,}4 \text{ m/s})/(15 \text{ m/s})] = 23°$, medido no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo.

(c) Como o ângulo é positivo, é acima da horizontal.

(d) Para t = 5,0 s, $\vec{v} = (15\hat{\text{i}} - 23\hat{\text{j}})$ m/s, o que nos dá

$$|\vec{v}| = \sqrt{(15 \text{ m/s})^2 + (-23 \text{ m/s})^2} = 27 \text{ m/s}.$$

(e) O ângulo de $\vec{v}$ é $\theta = \tan^{-1}[(-23 \text{ m/s})/(15 \text{ m/s})] = -57°$, ou 57° se a medida for feita no sentido *horário* a partir do semieixo x positivo.

(f) Como o ângulo é negativo, é abaixo da horizontal.

106. Usamos as Eqs. 4-2 e 4-3.

(a) Chamando o vetor posição inicial de $\vec{r}_1$ e o vetor posição final de $\vec{r}_2$, a Eq. 4-3 nos dá

$$\Delta r = [(-2{,}0 \text{ m}) - 5{,}0 \text{ m}]\hat{\text{i}} + [(6{,}0 \text{m}) - (-6{,}0 \text{ m})]\hat{\text{j}} + (2{,}0 \text{ m} - 2{,}0 \text{ m})\hat{\text{k}} = (-7{,}0 \text{ m})\hat{\text{i}} + (12 \text{ m})\hat{\text{j}}$$

para o vetor deslocamento na notação dos vetores unitários.

(b) Como não existe componente z (já que o coeficiente de $\hat{\text{k}}$ é zero), o vetor deslocamento está no plano xy.

107. Escrevemos os vetores na forma módulo-ângulo $(R \angle \theta)$ com unidades do SI implícitas (m para distâncias, m/s para velocidades e m/s² para aceleração). Os ângulos θ são medidos no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo, mas vamos ocasionalmente nos referir a ângulos ϕ que são medidos no sentido anti-horário a partir do semieixo y negativo. Note que a velocidade da partícula é $v = 2\pi r/T$ em que r = 3,00 m e T = 20,0 s; assim, v = 0,942 m/s. De acordo com a Fig. 4-56, a partícula está se movendo no sentido anti-horário.

(a) No instante t = 5,0 s, a partícula percorreu uma fração

$$\frac{t}{T} = \frac{5{,}00 \text{ s}}{20{,}0 \text{ s}} = \frac{1}{4}$$

de uma revolução completa (começando no ponto O da figura, ou seja, no semieixo y negativo). Assim, o ângulo descrito pela partícula em relação ao semieixo y negativo é

$$\phi = \frac{1}{4}(360°) = 90°$$

Como se pode ver na Fig. 4-56, as coordenadas desse ponto (que corresponde à ponta do ponteiro quando está na posição de "3 horas" no mostrador de um relógio) são x = 3,0 m e y = 3,0 m no sistema de coordenadas da Fig. 4.56. Na notação módulo-ângulo, o vetor posição desse ponto é $(R \angle \theta) = (4{,}2 \angle 45°)$. Embora essa posição seja fácil de analisar sem recorrer a relações trigonométricas, será útil (para os cálculos que se seguem) notar que esses valores das coordenadas x e y podem ser obtidos a partir do ângulo ϕ usando as relações

$$x = r \operatorname{sen} \phi, \quad y = r - r\cos\phi \, .$$

Naturalmente, os valores do módulo e do ângulo foram obtidos usando as equações $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ (no segundo caso, foi preciso escolher o ângulo correto entre duas possibilidades).

(b) No instante t = 7,5 s, a partícula percorreu uma fração 7,5/20 = 3/8 de revolução. O ângulo descrito pela partícula é ϕ = 3/8 (360°) = 135°. As coordenadas desse ponto são x = (3,0 m) sen 135° = 2,1 m e y = (3,0 m) – (3,0 m) cos 135° = 5,1 m; o vetor posição do ponto é (5,5 ∠ 68°).

(c) No instante t = 10,0 s, a partícula percorreu uma fração 10/20 = 1/2 de revolução. O ângulo descrito pela partícula é ϕ = 180°. As coordenadas desse ponto são x = 0 e y = 6,0 m; o vetor posição do ponto é (6,0∠90°).

(d) Subtraímos o vetor posição obtido no item (a) do vetor posição obtido no item (c):

$$(6{,}0\angle 90°) - (4{,}2\angle 45°) = (4{,}2\angle 135°)$$

usando a notação módulo-ângulo (que é mais conveniente quando trabalhamos com calculadoras científicas). Na notação dos vetores unitários, teríamos

$$\Delta\vec{R} = (0 - 3{,}0\text{ m})\,\hat{\mathrm{i}} + (6{,}0\text{ m} - 3{,}0\text{ m})\,\hat{\mathrm{j}} = (-3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$$

o que levaria ao mesmo resultado, $|\Delta\vec{R}| = 4{,}2\text{ m}$ e $\theta = 135°$.

(e) De acordo com a Eq. 4-8, $\vec{v}_{\text{med}} = \Delta\vec{R}/\Delta t$. Para $\Delta t = 5{,}0\text{ s}$, temos:

$$\vec{v}_{\text{med}} = (-0{,}60\text{ m/s})\,\hat{\mathrm{i}} + (0{,}60\text{ m/s})\,\hat{\mathrm{j}}$$

na notação dos vetores unitários ou (0,85 $\angle$ 135°) na notação módulo-ângulo.

(f) O módulo da velocidade da partícula já foi calculado (v = 0,94 m/s); para conhecer a direção, basta observar a Fig. 4-56. Como o vetor velocidade é tangente à circunferência na posição de "3 horas" [veja o item (a)], isso significa que $\vec{v}$ é vertical. Assim, a resposta é $(0{,}94 \angle 90°)$.

(g) Mais uma vez, o módulo da velocidade é conhecido (v = 0,94 m/s) e a direção pode ser determinada observando $x = r\,\text{sen}\,\phi$, $y = r - r\cos\phi$ Fig. 4-56. O vetor velocidade é tangente à circunferência na posição de "12 horas" [veja o item (c)], o que significa que $\vec{v}$ é horizontal. Assim, a resposta é $(0{,}94 \angle 180°)$.

(h) A aceleração tem módulo $a = v^2/r$ = 0,30 m/s^2, e no instante inicial [veja o item (a)] é horizontal (na direção do centro da circunferência). Assim, a resposta é $(0{,}30 \angle 180°)$.

(i) Mais uma vez, $a = v^2/r$ = 0,30 m/s^2, mas nesse instante [veja o item (c)] a aceleração é vertical (na direção do centro da circunferência). Assim, a resposta é $(0{,}30 \angle 270°)$.

108. De acordo com a Eq. 4-34, existe uma relação inversa entre r e a: quanto menor o raio, maior a aceleração. Assim, a um limite superior para a aceleração corresponde um limite inferior para o raio.

(a) Nas condições do problema, o raio mínimo da curva é dado por

$$r_{\text{min}} = \frac{v^2}{a_{\text{max}}} = \frac{(216\text{ km/h})^2}{(0{,}050)(9{,}8\text{ m/s}^2)} = 7{,}3\times10^3\text{ m}.$$

(b) A velocidade máxima do trem deve ser

$$v = \sqrt{a_{\text{max}}\,r} = \sqrt{0{,}050(9{,}8\text{ m/s}^2)(1{,}00\times10^3\text{ m})} = 22\text{ m/s}$$

o que equivale a aproximadamente 80 km/h.

109. (a) Usando o mesmo sistema de coordenadas usado para formular a Eq. 4-25, temos:

$$y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2(v_0\cos\theta_0)^2} = -\frac{gx^2}{2v_0^2} \quad \text{para } \theta_0 = 0.$$

Assim, para $v_0 = 3{,}0\times10^6$ m/s e x = 1,0 m, obtemos $y = -5{,}4\times10^{-13}$ m, uma distância menor que o raio atômico (o que mostra por que os processos gravitacionais normalmente são desprezados nos campos da física atômica e da física subatômica).

(b) A expressão do item (a) mostra que $|y|$ diminui quando v_0 aumenta.

110. Quando a escada está parada, a velocidade da pessoa é $v_p = \ell/t$, sendo que ℓ é o comprimento da escada e t é o tempo que a pessoa gasta para subir. Para os dados do problema, v_p = (15 m)/(90 s) = 0,167 m/s. A velocidade da escada rolante é v_e = (15 m)/(60 s) = 0,250 m/s. A velocidade da pessoa ao subir a escada rolante em movimento é, portanto,

$$v = v_p + v_e = 0{,}167 \text{ m/s} + 0{,}250 \text{ m/s} = 0{,}417 \text{ m/s}$$

e o tempo gasto na subida é

$$t = \frac{\ell}{v} = \frac{(15 \text{ m})}{(0{,}417 \text{ m/s})} = 36 \text{ s}.$$

Em termos de ℓ(em metros), a velocidade (em metros por segundo) da pessoa que sobe a escada parada é $\ell/90$, a velocidade da escada rolante é $\ell/60$, e a velocidade da pessoa que sobe a escada em movimento é $v = (\ell/90) + (\ell/60) = 0{,}0278\ell$. O tempo gasto é $t = \ell/v = \ell/0{,}0278\ell = 36\,\text{s}$ e não depende de ℓ.

111. O raio da Terra está no Apêndice C.

(a) A velocidade de um objeto no equador da Terra é $v = 2\pi R/T$, sendo que R é o raio da Terra ($6{,}37 \times 10^6$ m) e T é a duração do dia ($8{,}64 \times 10^4$ s):

$$v = 2\pi(6{,}37 \times 10^6 \text{ m})/(8{,}64 \times 10^4 \text{ s}) = 463 \text{ m/s}.$$

O módulo da aceleração é dado por

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(463 \text{ m/s})^2}{6{,}37 \times 10^6 \text{ m}} = 0{,}034 \text{ m/s}^2.$$

(b) Se T é o período, $v = 2\pi R/T$ é a velocidade e o módulo da aceleração é dado por

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi R/T)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Assim,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{a}} = 2\pi\sqrt{\frac{6{,}37 \times 10^6 \text{ m}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 5{,}1 \times 10^3 \text{ s} = 84 \text{ min}.$$

112. De acordo com a Eq. 4-26,

$$R_M - R_B = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g_M} - \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g_B} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g_B}\left(\frac{g_B}{g_M} - 1\right)$$

em que os índices M e B se referem a Melbourbe e Berlim, respectivamente. Para g_M = 9,7999 e g_B = 9,8128, temos:

$$R_M - R_B = R_B\left(\frac{9{,}8128 \text{ m/s}^2}{9{,}7999 \text{ m/s}^2} - 1\right)$$

o que nos dá (fazendo R_B = 8,09 m) $R_M - R_B$ = 0,01 m = 1 cm. Assim, em Melbourne, Jesse Owens teria pulado 8,10 m.

113. De acordo com a figura, os três deslocamentos foram

$$\vec{d}_1 = d_1(\cos\theta_1\hat{\text{i}} + \operatorname{sen}\theta_1\hat{\text{j}}) = (5{,}00 \text{ m})(\cos 30°\hat{\text{i}} + \operatorname{sen} 30°\hat{\text{j}}) = (4{,}33 \text{ m})\hat{\text{i}} + (2{,}50 \text{ m})\hat{\text{j}}$$

$$\begin{aligned}\vec{d}_2 &= d_2[\cos(180° + \theta_1 - \theta_2)\hat{\text{i}} + \operatorname{sen}(180° + \theta_1 - \theta_2)\hat{\text{j}}] = (8{,}00 \text{ m})(\cos 160°\hat{\text{i}} + \operatorname{sen} 160°\hat{\text{j}})\\ &= (-7{,}52 \text{ m})\hat{\text{i}} + (2{,}74 \text{ m})\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{d}_3 &= d_3[\cos(360° - \theta_3 - \theta_2 + \theta_1)\hat{\text{i}} + \operatorname{sen}(360° - \theta_3 - \theta_2 + \theta_1)\hat{\text{j}}] = (12{,}0 \text{ m})(\cos 260°\hat{\text{i}} + \operatorname{sen} 260°\hat{\text{j}})\\ &= (-2{,}08 \text{ m})\hat{\text{i}} - (11{,}8 \text{ m})\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

Em que todos os ângulos são medidos a partir do semieixo x positivo. O deslocamento total é

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = (-5{,}27\text{ m})\hat{\text{i}} - (6{,}58\text{ m})\hat{\text{j}}.$$

(a) O módulo do deslocamento total é

$$|\vec{d}| = \sqrt{(-5{,}27\text{ m})^2 + (-6{,}58\text{ m})^2} = 8{,}43\text{ m}.$$

(b) O ângulo de $\vec{d}$ é $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{d_y}{d_x}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{-6{,}58\text{ m}}{-5{,}27\text{ m}}\right) = 51{,}3°$ ou $231°$.

Escolhemos $231°$ porque sabemos que o ângulo procurado está no terceiro quadrante. Uma resposta equivalente é $-129°$.

114. Derivando duas vezes o vetor posição $\vec{r} = 2t\hat{\text{i}} + 2\,\text{sen}(\pi t/4)\hat{\text{j}}$ (com as distâncias em metros, o tempo em segundos e os ângulos em radianos), obtemos expressões para a velocidade e a aceleração:

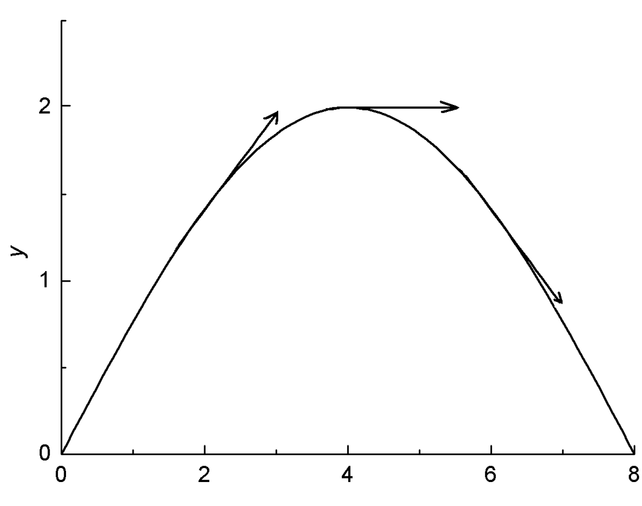
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{\text{i}} + \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)\hat{\text{j}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\pi^2}{8}\,\text{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right)\hat{\text{j}}.$$

Substituindo nessas equações os valores de t dados no enunciado, temos:

tempo t (s)			0,0	1,0	2,0	3,0	4,0
(a)	$\vec{r}$ (posição)	x (m)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0
		y (m)	0,0	1,4	2,0	1,4	0,0
(b)	$\vec{v}$ (velocidade)	v_x(m/s)		2,0	2,0	2,0	
		v_y (m/s)		1,1	0,0	−1,1	
(c)	$\vec{a}$ (aceleração)	a_x (m/s²)		0,0	0,0	0,0	
		a_y (m/s²)		−0,87	−1,2	−0,87	

O gráfico pedido aparece a seguir.



115. Como este problema envolve uma aceleração constante para baixo de módulo a, semelhante ao movimento balístico, podemos usar as equações da Seção 4-6 substituindo g por a. Como a velocidade inicial é horizontal, $v_{0y} = 0$ e

$$v_{0x} = v_0 = 1,00 \times 10^9 \text{ cm/s}.$$

(a) Se ℓ é o comprimento das placas e t é o tempo que o elétron passa entre as placas, $\ell = v_0 t$, em que v_0 é a velocidade inicial. Assim,

$$t = \frac{\ell}{v_0} = \frac{2,00 \text{ cm}}{1,00 \times 10^9 \text{ cm/s}} = 2,00 \times 10^{-9} \text{ s}.$$

(b) O deslocamento vertical do elétron é

$$y = -\frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}(1,00 \times 10^{17} \text{ cm/s}^2)(2,00 \times 10^{-9} \text{ s})^2 = -0,20 \text{ cm} = -2,00 \text{ mm}$$

ou $|y| = 2,00$ mm.

(c) A componente x da velocidade é constante:

$$v_x = v_0 = 1,00 \times 10^9 \text{ cm/s} = 1,00 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

(d) A componente y da velocidade é

$$\begin{aligned} v_y &= a_y t = (1,00 \times 10^{17} \text{ cm/s}^2)(2,00 \times 10^{-9} \text{ s}) = 2,00 \times 10^8 \text{ cm/s} \\ &= 2,00 \times 10^6 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

116. Desprezando a resistência do ar, a aceleração da bola é $-g = -9,8$ m/s^2 (tomando o sentido positivo do eixo y como sendo para cima). Podemos usar as equações da Tabela 2-1 (substituindo x por y) porque a aceleração da bola é constante. Usamos variáveis com plicas (exceto t) para o elevador (como $v' = 10$ m/s) e variáveis sem plicas para a bola (cuja velocidade inicial em relação ao solo, por exemplo, é $v_0 = v' + 20 = 30$ m/s). As unidades são todas do SI.

(a) Fazendo $t = 0$ como o instante em que a bola é arremessada, calculamos a altura máxima atingida pela bola fazendo $v = 0$ na equação $v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$. O resultado é o seguinte:

$$y = y_o + \frac{v_0^2}{2g} = 76 \text{ m}$$

fazendo $y_o = y'_o + 2 = 30$ m ($y'_o = 28$ m é um dado do problema) e $v_0 = 30$ m/s em relação ao solo, como foi visto acima.

(b) Existem várias abordagens para esse item. Uma é continuar a trabalhar no referencial do item (a) (que trata o solo como "fixo"); nesse caso, descrevemos o movimento do elevador através da equação $y' = y'_o + v't$, o movimento da bola através da Eq. 2-15, e resolvemos o sistema de equações obtido quando impomos que o piso do elevador e a bola cheguem simultaneamente ao mesmo ponto. Outra é trabalhar no referencial do elevador (o menino que arremessou a bola pode ignorar o fato de que o elevador está em movimento, já que o elevador não está acelerando). Nesse caso, temos:

$$\Delta y_e = v_{0_e} t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_{0_e} + \sqrt{v_{0e}^2 - 2g\Delta y_e}}{g}$$

em que $v_{0e} = 20$ m/s é a velocidade inicial da bola em relação ao elevador e $\Delta y_e = -2,0$ m é o deslocamento da bola em relação ao piso do elevador. Escolhemos a raiz positiva porque é a única que fornece um valor positivo de t; o resultado é $t = 4,2$ s.

117. Escolhemos os eixos da forma convencional para podermos usar as equações do movimento balístico da Seção 4-6. A origem é tomada como sendo a posição inicial da bola; θ_0 é o ângulo da velocidade inicial com o semieixo x positivo, medido no sentido anti-horário, e o instante $t = 0$ é tomado como sendo o instante em que o jogador chutou a bola.

(a) As coordenadas do ponto em que a bola toca o gramado são $x = 46$ m e $y = -1{,}5$ m e a bola toca o gramado no instante $t = 4{,}5$ s. Como $x = v_{0x}t$,

$$v_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{46\ \text{m}}{4{,}5\ \text{s}} = 10{,}2\ \text{m/s}.$$

Como $y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$,

$$v_{0y} = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{t} = \frac{(-1{,}5\ \text{m}) + \frac{1}{2}(9{,}8\ \text{m/s}^2)(4{,}5\ \text{s})^2}{4{,}5\ \text{s}} = 21{,}7\ \text{m/s}.$$

O módulo da velocidade inicial é

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{(10{,}2\ \text{m/s})^2 + (21{,}7\ \text{m/s})^2} = 24\ \text{m/s}.$$

(b) Como o ângulo da velocidade inicial satisfaz a relação $\tan\theta_0 = v_{0y}/v_{0x}$, temos:

$$\theta_0 = \tan^{-1}[(21{,}7\ \text{m/s})/(10{,}2\ \text{m/s})] = 65°.$$

118. Vamos chamar a velocidade de Lauro de v_1, a velocidade de Cora de v_2 e o comprimento do corredor de L. Lauro leva um tempo $t_1 = 150$ s para atravessar o corredor (que é igual a L/v_1) e Cora leva um tempo $t_2 = 70$ s (que é igual a L/v_2). O tempo que Marta leva para atravessar o corredor é

$$t = \frac{L}{v_1 + v_2} = \frac{1}{v_1/L + v_2/L} = \frac{1}{\frac{1}{150\ \text{s}} + \frac{1}{70\ \text{s}}} = 48\text{s}.$$

119. A velocidade do vagão em relação à linha férrea é $\vec{v}_{vl} = v_1\,\hat{\text{i}}$ e a velocidade da bala em relação à linha férrea, antes de entrar no vagão (desprezando o efeito da gravidade sobre a bala), é

$$\vec{v}_{0bl} = v_2\cos\theta\,\hat{\text{i}} + v_2\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}$$

Depois que a bala entra no vagão, sua velocidade se torna

$$\vec{v}_{bl} = 0{,}8v_2\cos\theta\,\hat{\text{i}} + 0{,}8v_2\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}$$

devido à redução de 20% mencionada no enunciado. O enunciado informa também que os furos de entrada e saída ficam à mesma distância das extremidades do vagão, o que significa que a velocidade da bala *em relação ao vagão* é $\vec{v}_{bv} = v_3\,\hat{\text{j}}$, em que v_3 não é dado. De acordo com a Eq. 4-44, temos:

$$\vec{v}_{bl} = \vec{v}_{bv} + \vec{v}_{vl}$$
$$0{,}8v_2\cos\theta\,\hat{\text{i}} + 0{,}8v_2\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}} = v_3\,\hat{\text{j}} + v_1\,\hat{\text{i}}$$

e, portanto, igualando as componentes x (ou seja, as componentes $\hat{\text{i}}$), podemos obter o valor de θ sem conhecer o valor de v_3 nem a largura do vagão. O resultado é o seguinte:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{v_1}{0{,}8v_2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{85\ \text{km/h}\left(\frac{1000\ \text{m/km}}{3600\ \text{s/h}}\right)}{0{,}8\ (650\ \text{m/s})}\right)$$

o que nos dá 87° para o ângulo de $\vec{v}_{bl}$ (medido a partir de $\hat{\text{i}}$, que é a direção do movimento do vagão). Como o problema pergunta "de que direção a bala foi disparada", a resposta não é 87° e sim o ângulo suplementar, 93° (medido a partir da direção do movimento do vagão). Em outras palavras, no sistema de coordenadas que usamos para resolver o problema, o vetor velocidade da bala está no primeiro quadrante e faz um ângulo de 87° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo (que é a direção do movimento do vagão), o que significa que a direção de onde veio a bala (ou seja, o vetor posição do franco-atirador) está no terceiro quadrante e faz um ângulo de –93° com o semieixo x positivo (o que equivale a um ângulo de 93° no sentido horário com o semieixo x positivo).

120. (a) Usando a relação $a = v^2/R$, obtemos

$$R = \frac{v^2}{a} = \frac{(9{,}20\text{ m/s})^2}{3{,}80\text{ m/s}^2} = 22{,}3\text{ m}$$

(b) Usando a relação $T = 2\pi R/v$, obtemos

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi(22{,}3\text{ m})}{9{,}20\text{ m/s}} = 15{,}2\text{ s}$$

121. (a) Para $v = c/10 = 3\times10^7$ m/s e $a = 20g = 196\text{ m/s}^2$, a Eq. 4-34 nos dá

$$r = v^2/a = 4{,}6\times10^{12}\text{ m}$$

(b) O período é dado pela Eq. 4-35: $T = \dfrac{2\pi r}{v} = 9.6\times10^5$ s. Assim, o tempo necessário para completar um quarto de volta é $T/4$ = 2,4 × 10^5 s ou cerca de 2,8 dias.

122. Como $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$, e $v_y = 0$ no instante em que a bola atinge o alvo, temos

$$v_{0y} = \sqrt{2\left(9{,}80\text{ m/s}^2\right)\left(5{,}00\text{ m}\right)} = 9{,}90\text{ m/s}$$

(a) Como v_0 sen $\theta_0 = v_{0y}$, para v_0 = 12,0 m/s, θ_0 = 55,6°.

(b) Como $v_y = v_{0y} - gt$, t = (9,90 m/s)/(9,80 m/s²) = 1,01 s. Assim,

$$\Delta x = (v_0 \cos\theta_0)t = 6{,}85\text{ m}$$

(c) Como $v_y = 0$ no instante em que a bola atinge o alvo, a velocidade da bola ao atingir o alvo tem o mesmo valor que a componente v_x, que é dada por $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$ = 6,78 m/s.

123. Para v_0 = 30,0 m/s e R = 20,0 m, a Eq. 4-26 nos dá

$$\text{sen}\,2\theta_0 = \frac{gR}{v_0^2} = 0{,}218$$

Como sen ϕ = sen (180° – ϕ), a equação anterior tem duas raízes:

$$2\theta_0 = \text{sen}^{-1}(0{,}218) = 12{,}58° \quad \text{e} \quad 167{,}4°$$

que correspondem a dois possíveis ângulos de lançamento.

(a) O menor ângulo é θ_0 = 6,29°.

(b) O maior ângulo é θ_0 = 83,7°.

Também é possível resolver o problema usando a Eq. 4-25 (com $y = 0$ e $1/\cos^2\phi = 1 + \tan^2\phi$), o que leva a uma equação de segundo grau em tan θ_0 cujas raízes fornecem os mesmos valores de θ_0 já calculados.

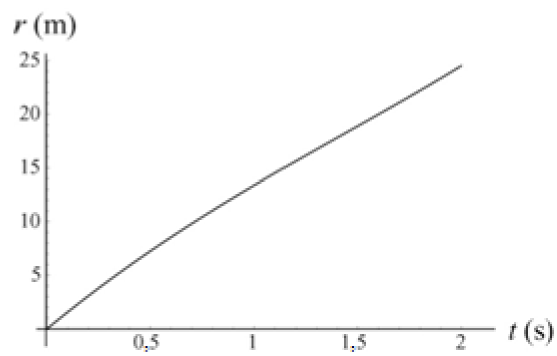
124. Podemos usar as Eqs. 4-21 e Eq.4-22.

(a) Elevando as Eqs. 4-21 e Eq. 4-22 ao quadrado, somando as equações e extraindo a raiz quadrada do resultado, obtemos, de acordo com o teorema de Pitágoras,

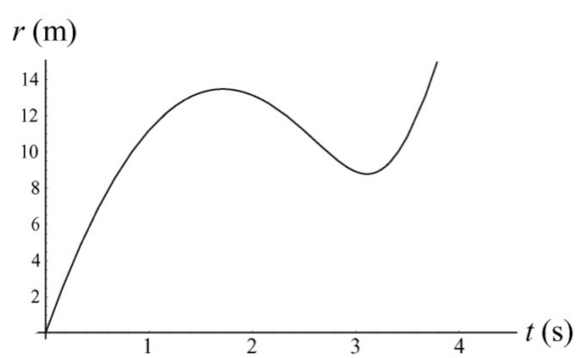
$$r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\sqrt{(v_0\cos\theta_0 t)^2+(v_0\,\text{sen}\,\theta_0 t-gt^2/2)^2}$$

$$=t\sqrt{v_0^2-v_0 g\,\text{sen}\,\theta_0 t+g^2t^2/4}$$

A figura a seguir mostra o gráfico de r em função de t para v_0 = 16 m/s e θ_o = 40,0º.



(b) A figura a seguir mostra o gráfico de r em função de t para v_0 = 16 m/s e θ_o = 80,0º.



(c) Derivando r em relação a t, obtemos

$$\frac{dr}{dt}=\frac{v_0^2-3v_0 gt\,\text{sen}\,\theta_0/2+g^2t^2/2}{\sqrt{v_0^2-v_0 g\,\text{sen}\,\theta_0 t+g^2t^2/4}}$$

Fazendo $dr/dt = 0$, com v_0 = 16,0 m/s e θ_0 = 40,0º, obtemos a equação do segundo grau $256 - 151t - 48t^2 = 0$. Como essa equação não tem raízes reais, o valor máximo de r é atingido no final da trajetória e, portanto,

$$t_{\text{total}}=2v_0\,\text{sen}\,\theta_0/g=2(16{,}0\text{ m/s})\text{sen}(40{,}0°)/(9{,}80\text{ m/s}^2)=2{,}10\text{ s}$$

(d) O valor de r é dado por

$$r=(2{,}10)\sqrt{(16{,}0)^2-(16{,}0)(9{,}80)\sin 40{,}0°(2{,}10)+(9{,}80)^2(2{,}10)^2/4}=25{,}7\text{ m}$$

(e) A distância horizontal é $r_x=v_0\cos\theta_0 t=(16{,}0\text{ m/s})\cos 40{,}0°(2{,}10\text{ s})=25{,}7\text{ m}$.

(f) A distância vertical é $r_y=0$.

(g) Fazendo $dr/dt = 0$, com v_0 = 16,0 m/s e θ_0 = 80,0º, obtemos a equação do segundo grau $256 - 232t + 48t^2 = 0$, o que nos dá t = 1,71 s (a outra raiz, t = 3,13 s, corresponde a um mínimo).

(h) O valor de r é dado por

$$r=(1{,}71)\sqrt{(16{,}0)^2-(16{,}0)(9{,}80)\text{sen}\,80{,}0°(1{,}71)+(9{,}80)^2(1{,}71)^2/4}=13{,}5\text{ m}$$

(i) A distância horizontal é

$$r_x = v_0 \cos\theta_0 t = (16{,}0 \text{ m/s})\cos 80{,}0°(1{,}71 \text{ s}) = 4{,}75 \text{ m}$$

(j) A distância vertical é

$$r_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 t - \frac{gt^2}{2} = (16{,}0 \text{ m/s}) \operatorname{sen} 80°(1{,}71 \text{ s}) - \frac{(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1{,}71 \text{ s})^2}{2} = 12{,}6 \text{ m}$$

125. De acordo com a Eq. 4-25, a trajetória da bala disparada pelo canhão elevado é descrita pela equação

$$y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos\theta_0)^2} \quad \text{em que } y = -30 \text{ m}$$

Usando a fórmula de Báskara e escolhendo a raiz positiva, obtemos

$$x = v_0 \cos\theta_0 \left(\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0 + \sqrt{(v_0 \operatorname{sen}\theta_0)^2 - 2gy}}{g} \right)$$

o que nos dá x = 715 m para v_0 = 82 m/s e θ_0 = 45°. O aumento da distância seria, portanto, de 715 m – 686 m = 29 m.

126. Como, no instante em que o projétil atinge a altura máxima, a componente y da velocidade é zero, a componente x (constante) da velocidade tem o mesmo valor que o módulo da velocidade, ou seja, 10 m/s.

(a) Chamando de v_{0y} a componente y da velocidade 1,0 s antes de o projétil atingir a altura máxima, a equação $v_y = v_{0y} - gt$ (com v_y = 0) nos dá v_{0y} = 9,8 m/s. O módulo da velocidade (ou seja, a velocidade escalar) do projétil nesse instante é, portanto,

$$\sqrt{v_x^2 + v_{0y}{}^2} = \sqrt{(10 \text{ m/s})^2 + (9{,}8 \text{ m/s})^2} = 14 \text{ m/s}$$

(b) Por simetria, a velocidade escalar do projétil 1,0 s depois de atingir a altura máxima é igual à velocidade escalar 1,0 s antes de atingir a altura máxima, 14 m/s. Essa conclusão pode ser confirmada usando novamente a equação $v_y = v_{0y} - gt$, mas tomando como instante inicial o instante em que o projétil atinge a altura máxima, ou seja, fazendo v_{0y} = 0 e t = 1,0 s. Isso nos dá v_y = –9,8 m/s e $\sqrt{(10 \text{ m/s})^2 + (-9{,}8 \text{ m/s})^2} = 14 \text{ m/s}$.

(c) O valor de x pode ser obtido usando a relação x + (10 m/s)(1,0 s) = 0, que nos dá x = –10 m.

(d) O valor de y pode ser obtido usando a relação $y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 0$ com v_{0y} = 9,8 e t = 0,1 s, que nos dá y_0 = –4,9 m.

(e) O valor de x pode ser obtido utilizando a relação $x + x_0$ = (10 m/s)(1,0 s), com x_0 = 0, que nos dá x = 10 m.

(f) O valor de y pode ser obtido usando a relação $y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 0$ com $y_0 = v_{0y} = 0,$ que nos dá, para t = 1,0 s,

$$y = -(9{,}8 \text{ m/s}^2)(1{,}0 \text{ s})^2/2 = -4{,}9 \text{ m}$$

127. Como a aceleração na direção x é zero e a aceleração na direção y é 1,40 m/s², a posição do coelho (em metros) em função do tempo (em segundos) é dada por

$$\vec{r} = (6{,}00t)\hat{\text{i}} + \left(\frac{1}{2}(1{,}40)t^2\right)\hat{\text{j}}$$

e $\vec{v}$ é a derivada de $\vec{r}$ em relação a t.

(a) Para t = 3,00 s, $\vec{v} = (6{,}00\hat{\text{i}} + 4{,}20\hat{\text{j}})$ m/s.

(b) Para t = 3,00 s, $\vec{r} = (18{,}0\hat{\text{i}} + 6{,}30\hat{\text{j}})$ m.

128. Sabemos que a equação vetorial

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$$

descreve um triângulo retângulo, no qual um cateto é $\vec{v}_2$ (que aponta para o leste), o outro cateto é $\vec{v}_3$ (que aponta para o sul), e a hipotenusa é $\vec{v}_1$ (cujo módulo é 70 km/h). De acordo com o teorema de Pitágoras,

$$|\vec{v}_1| = \sqrt{|\vec{v}_2|^2 + |\vec{v}_3|^2} \Rightarrow 70 \text{ km/h} = \sqrt{|\vec{v}_2|^2 + (20 \text{ km/h})^2}$$

o que nos dá a velocidade do avião em relação ao solo: $|\vec{v}_2| = 67$ km/h.

129. A figura mostra alguns pontos notáveis que devem ser analisados, enquanto outros, como a altura máxima atingida pela bola, podem ser facilmente interpretados. Vamos começar com o ponto final da trajetória (1,25 s após o lançamento da bola), que é o ponto no qual a bola volta à altura inicial. Em unidades inglesas, $g = 32$ ft/s^2.

(a) Usando a equação $x - x_0 = v_x t$, obtemos $v_x = v_{0x} = (40 \text{ ft})/(1{,}25 \text{ s}) = 32$ ft/s. Usando a equação $y - y_0 = 0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, obtemos $v_{0y} = \frac{1}{2}(32 \text{ ft/s}^2)(1{,}25 \text{ s}) = 20$ ft/s. Assim, o módulo da velocidade inicial da bola é

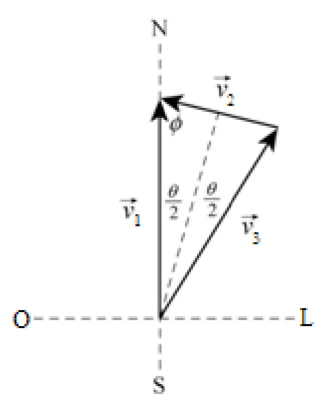
$$v_0 = |\vec{v}_0| = \sqrt{(32 \text{ ft/s})^2 + (20 \text{ ft/s})^2} = 38 \text{ ft/s}$$

(b) Como $v_y = 0$ no instante em que a bola atinge a altura máxima e a velocidade horizontal é constante, o módulo da velocidade da bola no instante em que atinge a altura máxima tem o mesmo valor que v_x, 32 ft/s.

(c) Podemos observar na figura (ou calcular usando a equação $v_y = 0 = v_{0y} - gt$) que o tempo necessário para a bola atingir a altura máxima é 0,625 s. Nesse caso, podemos usar a equação $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, com $y_0 = 3$ ft, para obter $y_{máx} = 9{,}3$ ft. Uma abordagem alternativa seria usar a equação $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y - y_0)$.

130. Vamos chamar de $\vec{v}_1$ a velocidade do avião em relação ao solo, de $\vec{v}_2$ a velocidade do ar em relação ao solo, e de $\vec{v}_3$ a velocidade do avião em relação ao ar.

(a) A figura a seguir mostra o diagrama vetorial: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$. Como os módulos de $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_3$ são iguais, os vetores formam um triângulo isósceles.



Considere um dos triângulos retângulos que são formados quando traçamos a bissetriz do ângulo θ (reta tracejada). Como a bissetriz de θ é a mediatriz de $\vec{v}_2$,

$$\text{sen}(\theta/2) = \frac{\vec{v}_2}{2\vec{v}_1} = \frac{70{,}0 \text{ mi/h}}{2(135 \text{ mi/h})}$$

o que nos dá $\theta = 30°$. Como $\vec{v}_2$ é perpendicular à bissetriz, faz o mesmo ângulo com a direção L-O que a bissetriz faz com a direção N-S. Isso significa que o vento está soprando na direção 15,0° ao norte do oeste, ou seja, *da* direção 75,0° a leste do sul.

(b) O nariz do avião está apontado na direção de $\vec{v}_3$, ou seja, na direção 30,0° a leste do norte. Existe outra solução, com o nariz do avião apontando 30,0° a oeste do norte e o vento soprando na direção 15° ao norte do leste (ou seja, 75° a oeste do sul).

131. Podemos usar as Eqs. 4-24 e 4-25.

(a) Para x = 180 m, θ_o = 30º e v_o = 43 m/s, a Eq. 4-25 nos dá

$$y = \tan(30°)(180\text{ m}) - \frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)(180\text{ m})^2}{2(43\text{ m/s})^2(\cos 30°)^2} = -11\text{ m}$$

ou $|y| = 11$ m . Isso significa que a elevação está 11 m acima do campo.

(b) O valor da componente horizontal da velocidade é constante e é dado por $v_x = v_0 \cos\theta$ = 43 cos 30º ≈ 37 m/s. De acordo com a Eq. 4-24, o valor da componente vertical no momento em que a bola atinge o solo é dado por $v_y = \sqrt{(v_0 \operatorname{sen}\theta_0)^2 - 2g(y - y_0)}$ = $\sqrt{21{,}5^2 + 19{,}6 \times 11{,}0} = 26$ m. Conforme o teorema de Pitágoras, a velocidade da bola ao tocar o solo foi de $\sqrt{37^2 + 26^2} = 45$ m/s .

132. Vamos chamar de g_p o módulo da aceleração gravitacional na superfície do planeta. A figura mostra alguns pontos notáveis que devem ser analisados, enquanto outros, como a altura máxima atingida pela bola, podem ser facilmente interpretados. Para futura referência, vamos rotular o ponto inicial (0, 2) em t_0 = 0 como (x_0, y_0) e o ponto final (25, 2) em t_f= 2,5 como (x_f, y_f), com os comprimentos em metros e o tempo em segundos.

(a) A componente x da velocidade inicial pode ser obtida usando a equação $x_f - x_0 = v_{0x} t_f$, que nos dá $v_{0x} = 25/2{,}5 = 10$ m/s. Quando tentamos obter a componente y usando a equação

$$y_f - y_0 = 0 = v_{0y} t_f - \tfrac{1}{2} g_p t_f^2$$

obtemos $v_{0y} = 1{,}25 g_p$, o que mostra que precisamos de outra equação. Para isso, escolhemos outro ponto, como, por exemplo, o penúltimo, que nos dá $y - y_0 = v_{0_y} t - \frac{1}{2} g_p t^2$ com y = 6 e t = 2; o resultado é uma segunda equação, $v_{0y} = 2 + g_p$. Resolvendo esse sistema de equações, obtemos v_{0y} = 10 e g_p = 6. Assim, a velocidade inicial em termos dos vetores unitários é $\vec{v} = 10\hat{\mathrm{i}} + 10\hat{\mathrm{j}}$

(b) Como foi visto na solução do item (a), g_p = 8,0 m/s².

(c) Explicitando t_s (tempo necessário para atingir o solo) na equação $y_s = 0 = y_0 + v_{0y} t_s - g_p t_s^2/2$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos t_s = 2,7 s.

(d) Para g = 9,8 m/s², a mesma equação usada no item (c) nos dá $-4{,}9 t_s^2 + 10 t_s + 2 = 0$, cuja raiz positiva é t_s = 2,2 s.

133. (a) Como a velocidade do helicóptero em relação ao solo é v' = 6,2 m/s, a velocidade do engradado em relação ao solo é $v_0 = 12 - v'$ = 5,8 m/s.

(b) Definindo o sentido positivo do eixo x como o sentido da velocidade inicial do engradado e o sentido positivo do eixo y como o sentido para baixo, o movimento do engradado é descrito pelas equações

$$\Delta x = v_0 t \qquad \text{e} \qquad \Delta y = \frac{1}{2} g t^2$$

em que Δy = 9,5 m. Isso nos dá t = 1,39 s e Δx = 8,08 m para o engradado, enquanto, para o helicóptero (que está de movendo no sentido oposto), $\Delta x' = -v'\,t$ = –8,63 m. Assim, a distância horizontal entre o engradado e o helicóptero é 8,08 – (–8,63) = 16,7 m ≈17 m.

(c) As componentes de $\vec{v}$ no instante em que o engradado atinge o solo são (v_x, v_y) = (5,8, 13,6) em unidades do SI. A componente vertical foi calculada usando a Eq. 2-11. O ângulo (para baixo, em relação à horizontal) desse vetor é tan⁻¹(13,6/5,8) = 67°.

134. Como, no caso de um movimento circular com velocidade constante, a aceleração centrípeta é dada por $a = v^2/r$, o raio da circunferência é $r = (12)^2/3$ = 48 m. A aceleração aponta sempre para o centro da circunferência.

(a) Se o carro estiver se movendo no *sentido horário*, o carro está 48 m a oeste do centro da circunferência.

(b) Se o carro estiver se movendo no *sentido anti-horário*, o carro também está 48 m a oeste do centro da circunferência.

135. (a) Usando o mesmo sistema de coordenadas das Eqs. 4-21 e Eq. 4-22 (para o qual $\theta_0 = -20{,}0°$), o deslocamento horizontal da bola no instante $t = 2{,}30$ s é

$$\Delta x = (v_0 \cos\theta_0)t = 32{,}4 \text{ m}$$

(b) O deslocamento vertical é $\Delta y = (v_0 \,\text{sen}\,\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 = -37{,}7$ m.

136. Vamos tomar a coordenada inicial da bola como (0,000; 0,762) m e o sentido positivo do eixo x como a direção do "monstro verde". As componentes da velocidade inicial são $(33{,}53\angle 55°) \to (19{,}23;\, 27{,}47)$ m/s.

(a) Para $t = 5{,}00$ s, $x = x_0 + v_x t = 96{,}2$ m.

(b) Nesse instante, $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 15{,}59$ m. A distância vertical entre a bola e o muro nesse instante é, portanto, 15,59 – 11,28 = 4,31 m.

(c) O instante em questão corresponde a $t = 4{,}50$ s. Nesse instante, $x - x_0 = (19{,}23)(4{,}50) = 86{,}5$ m.

(d) O deslocamento vertical é $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2 = 25{,}1$ m.

137. Quando o avião está voando no mesmo sentido que a corrente de jato (cuja velocidade é v_c), o tempo de viagem é $t = d/(v_a + v_c)$, em que $d = 4350$ km é a distância percorrida, e $v_a = 966$ km/h é a velocidade do avião em relação ao ar. Quando o avião está voando no sentido oposto ao da corrente de jato, o tempo de viagem é $t' = d/(v_a - v_c)$, e sabemos que $t' - t = 50 \text{ min} = (5/6)\text{h}$. Combinando essas expressões, obtemos

$$t' - t = \frac{d}{v_a - v_c} - \frac{d}{v_a + v_c} = \frac{2dv_s}{v_a^2 - v_c^2} = \frac{5}{6}\text{ h}$$

Explicitando v_c na equação anterior, obtemos $v_c = 88{,}63$ km/h.

138. Vamos definir um vetor unitário $\hat{\text{i}}$ apontando para a outra margem do rio (ou seja, perpendicular à correnteza) e um vetor unitário $\hat{\text{j}}$ apontando na direção da correnteza. Sabemos que o módulo da velocidade do barco em relação à água do rio é $v = |\vec{v}_{bw}| = u = 6.4$ km/h. Vamos chamar de θ o ângulo da velocidade do barco com o eixo x. Sabemos que a velocidade da correnteza em relação às margens do rio é $\vec{v}_{am} = 3{,}2\hat{\text{j}}$ km/h.

(a) Para que o barco atinja um ponto "diretamente oposto" ao ponto de partida, a velocidade do barco em relação às margens deve ser $\vec{bg} = v\,\hat{\text{i}}$, ou seja, as componentes $\hat{\text{j}}$ da soma vetorial

$$\vec{v}_{ba} + \vec{v}_{am} = \vec{v}_{bm}$$

devem se cancelar, o que nos dá $v \,\text{sen}\,\theta = -3{,}2$ km/h e, portanto, $\theta = \text{sen}^{-1}(-3{,}2/6{,}4) = -30°$.

(b) Usando o resultado do item (a), obtemos $v_{bm} = v_{ba}\cos\theta = 5{,}5$ km/h. Assim, o tempo necessário para percorrer uma distância $\ell = 6{,}4$ km é 6,4/5,5 = 1,15 hora ou 69 minutos.

(c) Se o movimento do barco for paralelo ao eixo y,

$$t_{\text{total}} = \frac{D}{v_{ba} + v_{am}} + \frac{D}{v_{ba} - v_{am}} = 1{,}33 \text{ h}$$

em que $D = 3{,}2$ km.

(d) Como

$$\frac{D}{v_{ba}+v_{am}}+\frac{D}{v_{ba}-v_{am}}=\frac{D}{v_{ba}-v_{am}}+\frac{D}{v_{ba}+v_{am}}$$

a resposta é a mesma do item anterior, $t_{\text{total}} = 80$ minutos.

(e) Para o barco atravessar o rio no menor tempo possível, a proa do barco deve ser mantida perpendicular à correnteza, ou seja, fazendo um ângulo $\theta = 0$ com o eixo x. Isso pode ser demonstrado escrevendo uma expressão para a velocidade do barco em relação às margens em termos do ângulo θ:

$$\vec{v}_{bm}=\vec{v}_{ba}+\vec{v}_{am}=v_{ba}\cos\,\theta\,\hat{\text{i}}+(v_{ba}\,\text{sen}\,\theta+v_{am})\,\hat{\text{j}}$$

em que a componente x de $\vec{v}_{bm}$ é igual a l/t. Assim, $t=\dfrac{l}{v_{ba}\cos\theta}$. Derivando essa expressão em relação a θ e igualando o resultado a 0, obtemos a equação $\dfrac{dt}{d\theta}=\dfrac{-l\,\text{sen}\,\theta}{v_{ba}\cos^2\theta}=0,$ cuja solução é $\theta = 0$. Fazendo $\theta = 0$ na expressão de t anterior, obtemos $t = 6{,}4/6{,}4 =$ 1,0 hora ou 60 minutos.

Capítulo 5

1. Neste problema temos que lidar apenas com forças horizontais (a força da gravidade não está envolvida. Usamos um sistema de coordenadas no qual o semieixo x positivo corresponde à direção leste e o semieixo y positivo corresponde à direção norte. O cálculo pode ser feito em uma calculadora científica, usando a notação módulo-ângulo (com unidades do SI implícitas).

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{(9{,}0 \angle 0°) + (8{,}0 \angle 118°)}{3{,}0} = (2{,}9 \angle 53°)$$

Assim, o módulo da aceleração é 2,9 m/s^2.

2. Usamos a Segunda Lei de Newton (Eq. 5-1). A força resultante aplicada ao bloco de madeira é $\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. A soma vetorial é executada usando a notação dos vetores unitários e a aceleração do bloco é calculada usando a relação $\vec{a} = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)/m$.

(a) No primeiro caso,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} = \frac{\left[(3{,}0\text{ N})\hat{\text{i}} + (4{,}0\text{ N})\hat{\text{j}}\right] + \left[(-3{,}0\text{ N})\hat{\text{i}} + (-4{,}0\text{ N})\hat{\text{j}}\right]}{2{,}0\text{ kg}} = 0$$

(b) No segundo caso,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} = \frac{\left[(3{,}0\text{ N})\hat{\text{i}} + (4{,}0\text{ N})\hat{\text{j}}\right] + \left[(-3{,}0\text{ N})\hat{\text{i}} + (4{,}0\text{ N})\hat{\text{j}}\right]}{2{,}0\text{ kg}} = (4{,}0\text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}$$

(c) No terceiro caso,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} = \frac{\left[(3{,}0\text{ N})\hat{\text{i}} + (4{,}0\text{ N})\hat{\text{j}}\right] + \left[(3{,}0\text{ N})\hat{\text{i}} + (-4{,}0\text{ N})\hat{\text{j}}\right]}{2{,}0\text{ kg}} = (3{,}0\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}}$$

3. Usamos a Segunda Lei de Newton (mais especificamente, a Eq. 5-2).

(a) A componente x da força é

$$F_x = ma_x = ma\cos 20{,}0° = (1{,}00\text{ kg})(2{,}00\text{ m/s}^2)\cos 20{,}0° = 1{,}88\text{ N}.$$

(b) A componente y da força é

$$F_y = ma_y = ma\,\text{sen}\,20{,}0° = (1{,}0\text{ kg})(2{,}00\text{ m/s}^2)\,\text{sen}\,20{,}0° = 0{,}684\text{ N}.$$

(c) Na notação dos vetores unitários, a força resultante é

$$\vec{F} = F_x\hat{\text{i}} + F_y\hat{\text{j}} = (1{,}88\text{ N})\hat{\text{i}} + (0{,}684\text{ N})\hat{\text{j}}.$$

4. Como $\vec{v}$ = constante, $\vec{a} = 0$ e, portanto,

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} = 0.$$

Isso significa que a outra força é

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = (-2\text{ N})\,\hat{\text{i}} + (6\text{ N})\,\hat{\text{j}}.$$

5. Como a força resultante aplicada ao asteroide é $\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$, a aceleração do asteroide é dada por $\vec{a} = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right)/m$.

(a) Na notação dos vetores unitários, as forças exercidas pelos astronautas são:

$$\vec{F}_1 = (32\text{ N})(\cos 30^\circ\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,30^\circ\,\hat{\text{j}}) = (27{,}7\text{ N})\hat{\text{i}} + (16\text{ N})\hat{\text{j}}$$
$$\vec{F}_2 = (55\text{ N})(\cos 0^\circ\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,0^\circ\,\hat{\text{j}}) = (55\text{ N})\hat{\text{i}}$$
$$\vec{F}_3 = (41\text{ N})\left[\cos(-60^\circ)\hat{\text{i}} + \text{sen}(-60^\circ)\hat{\text{j}}\right] = (20{,}5\text{ N})\hat{\text{i}} - 35{,}5\text{ N})\hat{\text{j}}$$

A aceleração do asteroide é, portanto,

$$\vec{a} = \frac{(27{,}7\hat{\text{i}} + 16\hat{\text{j}})\text{ N} + (55\hat{\text{i}})\text{ N} + (20{,}5\hat{\text{i}} - 35{,}5\,\hat{\text{j}})\text{ N}}{120\text{ kg}} = (0{,}86\text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} - (0{,}16\text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}.$$

(b) O módulo do vetor aceleração é

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(0{,}86\text{ m/s}^2)^2 + \left(-0{,}16\text{ m/s}^2\right)^2} = 0{,}88\text{ m/s}^2\ .$$

(c) O ângulo do vetor aceleração com o semieixo x positivo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-0{,}16\text{ m/s}^2}{0{,}86\text{ m/s}^2}\right) = -11^\circ\ .$$

6. De acordo com a Segunda Lei de Newton, se o pneu permanece em repouso, a força resultante deve ser nula:

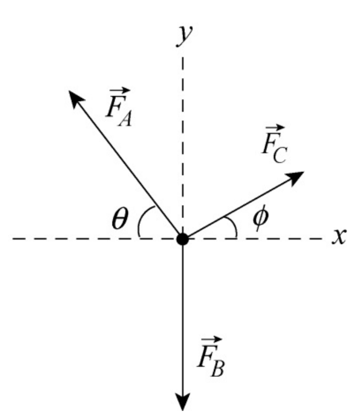
$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C = m\vec{a} = 0.$$

De acordo com o diagrama de corpo livre à direita, temos:

$$0 = \sum F_{\text{res},x} = F_C\cos\phi - F_A\cos\theta$$
$$0 = \sum F_{\text{res},y} = F_A\,\text{sen}\,\theta + F_C\,\text{sen}\,\phi - F_B$$

Para calcular o valor de F_B, precisamos conhecer o ângulo ϕ. Como $F_A = 220$ N, $F_C = 170$ N e $\theta = 47°$, a primeira equação nos dá:

$$\cos\phi = \frac{F_A\cos\theta}{F_C} = \frac{(220\text{ N})\cos 47{,}0^\circ}{170\text{ N}} = 0{,}883 \quad\Rightarrow\quad \phi = 28{,}0^\circ$$



Substituindo esse valor na segunda equação, temos:

$$F_B = F_A \operatorname{sen}\theta + F_C \operatorname{sen}\phi = (220\text{ N})\operatorname{sen}47{,}0° + (170\text{ N})\operatorname{sen}28{,}0 = 241\text{ N}.$$

7. PENSE A caixa está sendo acelerada por duas forças. Podemos usar a segunda lei de Newton para determinar o valor da segunda força.

FORMULE Vamos chamar as duas forças de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. De acordo com a segunda lei de Newton, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$, e portanto, $\vec{F}_2 = m\vec{a} - \vec{F}_1$. Note que, como a aceleração está no terceiro quadrante, a força $\vec{F}_2$ também deve estar no terceiro quadrante.

ANALISE (a) Na notação dos vetores unitários, $\vec{F}_1 = (20{,}0\text{ N})\hat{\mathrm{i}}$ e

$$\vec{a} = -\left(12{,}0 \operatorname{sen} 30{,}0°\text{ m/s}^2\right)\hat{\mathrm{i}} - \left(12{,}0 \cos 30{,}0°\text{ m/s}^2\right)\hat{\mathrm{j}} = -\left(6{,}00\text{ m/s}^2\right)\hat{\mathrm{i}} - \left(10{,}4\text{ m/s}^2\right)\hat{\mathrm{j}}$$

Assim, a segunda força é

$$\begin{aligned}\vec{F}_2 &= m\vec{a} - \vec{F}_1 \\ &= (2{,}00\text{ kg})\left(-6{,}00\text{ m/s}^2\right)\hat{\mathrm{i}} + (2{,}00\text{ kg})\left(-10{,}4\text{ m/s}^2\right)\hat{\mathrm{j}} - (20{,}0\text{ N})\hat{\mathrm{i}} \\ &= (-32{,}0\text{ N})\hat{\mathrm{i}} - (20{,}8\text{ N})\hat{\mathrm{j}}.\end{aligned}$$

(b) O módulo de $\vec{F}_2$ é $|\vec{F}_2| = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2} = \sqrt{(-32{,}0\text{ N})^2 + (-20{,}8\text{ N})^2} = 38{,}2\text{ N}.$

(c) O ângulo que $\vec{F}_2$ faz com o semieixo x positivo pode ser determinado a partir da relação

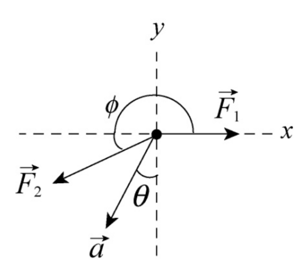
$$\tan\phi = \left(\frac{F_{2y}}{F_{2x}}\right) = \frac{-20{,}8\text{ N}}{-32{,}0\text{ N}} = 0{,}656$$

De acordo com essa relação, o ângulo pode ser 33,0° ou 33,0° + 180° = 213°. Uma vez que tanto a componente x como a componente y são negativas, a resposta correta é ϕ = 213° com o semieixo x positivo. Uma resposta alternativa é 213° – 360° = –147°.

APRENDA O resultado é mostrado na figura. O cálculo confirma nossa expectativa de que $\vec{F}_2$ esteja no terceiro quadrante (o mesmo quadrante de $\vec{a}$). A força total é

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{res}} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (20{,}0\text{ N})\hat{\mathrm{i}} + \left[(-32{,}0\text{ N})\hat{\mathrm{i}} - (20{,}8\text{ N})\hat{\mathrm{j}}\right] \\ &= (-12{,}0\text{ N})\hat{\mathrm{i}} - (20{,}8\text{ N})\hat{\mathrm{j}}\end{aligned}$$

que aponta na direção de $\vec{a}$.



8. Note que $m\vec{a} = (-16\text{ N})\hat{\mathrm{i}} + (12\text{ N})\hat{\mathrm{j}}$. De acordo com a Segunda Lei de Newton, a terceira força é

$$\vec{F}_3 = m\vec{a} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = (-34\text{ N})\hat{\mathrm{i}} - (12\text{ N})\hat{\mathrm{j}}.$$

9. Para resolver o problema, note que a aceleração é a derivada segunda da função posição e que a força está relacionada à aceleração através da Segunda Lei de Newton. Derivando duas vezes a função $x(t) = -15{,}0 + 2{,}00t + 4{,}00t^3$ em relação a t, obtemos

$$\frac{dx}{dt} = 2{,}00 - 12{,}0t^2, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -24{,}0t$$

Derivando duas vezes a função $y(t) = 25{,}0 + 7{,}00t - 9{,}00t^2$ em relação a t, obtemos

$$\frac{dy}{dt}=7,00-18,0t, \quad \frac{d^2y}{dt^2}=-18,0$$

(a) A aceleração é

$$\vec{a}=a_x\hat{\mathrm{i}}+a_y\hat{\mathrm{j}}=\frac{d^2x}{dt^2}\hat{\mathrm{i}}+\frac{d^2y}{dt^2}\hat{\mathrm{j}}=(-24,0t)\hat{\mathrm{i}}+(-18,0)\hat{\mathrm{j}}.$$

No instante $t=0,700$ s, $\vec{a}=(-16,8)\hat{\mathrm{i}}+(-18,0)\hat{\mathrm{j}}$ e

$$a=|\vec{a}|=\sqrt{(-16,8)^2+(-18,0)^2}=24,6 \text{ m/s}^2.$$

O módulo da força é $F=ma=(0,34 \text{ kg})(24,6 \text{ m/s}^2)=8,37$ N.

(b) O ângulo que $\vec{F}$ e $\vec{a}=\vec{F}/m$ fazem com o semieixo x positivo é

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{-18,0 \text{ m/s}^2}{-16,8 \text{ m/s}^2}\right)=47,0° \text{ ou } -133°.$$

Como sabemos que $\vec{F}$ está no terceiro quadrante, escolhemos o segundo ângulo ($-133°$).

(c) A direção do movimento é a direção do vetor velocidade:

$$\vec{v}(t)=v_x\hat{\mathrm{i}}+v_y\hat{\mathrm{j}}=\frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}}+\frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}}=(2,00-12,0t^2)\hat{\mathrm{i}}+(7,00-18,0t)\hat{\mathrm{j}}.$$

No instante $t=0,700$ s, $\vec{v}(t=0,700 \text{ s})=(-3,88 \text{ m/s})\hat{\mathrm{i}}+(-5,60 \text{ m/s})\hat{\mathrm{j}}$. Assim, o ângulo entre $\vec{v}$ e o semieixo x positivo é

$$\theta_v=\tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{-5,60 \text{ m/s}}{-3,88 \text{ m/s}}\right)=55,3° \text{ ou } -125°.$$

Como sabemos que $\vec{v}$ está no terceiro quadrante, escolhemos o segundo ângulo ($-125°$).

10. Para resolver o problema, note que a aceleração é a derivada segunda da função posição e que a força está relacionada à aceleração através da Segunda Lei de Newton. Derivando duas vezes a função $x(t)=-13,00+2,00t+4,00t^2-3,00t^3$ em relação a t, obtemos

$$\frac{dx}{dt}=2,00+8,00t-9,00t^2, \quad \frac{d^2x}{dt^2}=8,00-18,0t$$

A força que age sobre a partícula no instante $t=3,40$ s é

$$\vec{F}=m\frac{d^2x}{dt^2}\hat{\mathrm{i}}=(0,150)[8,00-18,0(3,40)]\hat{\mathrm{i}}=(-7,98 \text{ N})\hat{\mathrm{i}}$$

11. A velocidade é a derivada da posição em relação ao tempo e a aceleração é a derivada da velocidade. Assim, $a = 2c - 3(2)(2,0)t$. De acordo com a Segunda Lei de Newton, $F = (2,0)a = 4,0c - 24t$ (com unidades do SI implícitas). Sabemos que no instante t = 3,0 s, $F = -36$ N. Assim, $-36 = 4,0c - 24(3,0)$, daqual $c = 9,0$ m/s^2.

12. A inclinação do gráfico nos dá $a_x = 3,0$ m/s^2. Aplicando a Segunda Lei de Newton à componente x das forças (e chamando de θ o ângulo entre F_1 e F_2), temos:

$$F_1 + F_2\cos\theta = m\,a_x \quad \Rightarrow \quad \theta = 56°.$$

13. (a) A partir do fato de que $T_3 = 9,8$ N, concluímos que a massa do disco D é 1,0 kg. Conhecendo a massa do disco D e sabendo que o disco C e o disco D, juntos, produzem uma tração $T_2 = 49$ N, concluímos que a massa do disco C é 4,0 kg. Conhecendo a massa dos discos C e D e sabendo que os discos B, C e D, juntos, produzem uma tração $T_1 = 58,8$ N, concluímos que a massa do disco B é 1,0 kg. Sabendo que todos os discos, juntos, exercem uma força de 98 N, concluímos que a massa do disco A é 4,0 kg.

(b) m_B = 1,0 kg, como foi visto no item (a).

(c) m_C = 4,0 kg, como foi visto no item (a).

(d) m_D = 1,0 kg, como foi visto no item (a).

14. Três forças verticais agem sobre o bloco: uma força gravitacional de 3,0 N, para baixo; uma força de 1,0 N para cima, exercida por uma mola; a força normal, para cima, exercida pela superfície na qual o bloco está apoiado. Como o bloco está em repouso,

$$\sum F_y = 0 = F_N + (1{,}0\ \text{N}) + (-3{,}0\ \text{N})$$

o que nos dá F_N = 2,0 N (para cima).

(a) De acordo com a Terceira Lei de Newton, a força exercida pelo bloco sobre a superfície tem o mesmo módulo que a força exercida pela superfície sobre o bloco: 2,0 N.

(b) De acordo com a Terceira Lei de Newton, a força exercida pelo bloco sobre a superfície tem o sentido oposto ao da força exercida sobre o bloco pela superfície. Assim, o sentido é para baixo.

15. PENSE Neste problema, um salame pode ser pendurado de várias formas em uma balança de mola. Para obter as respostas, devemos aplicar corretamente o conceito de peso.

FORMULE Em primeiro lugar, observamos que a leitura da balança de mola é proporcional ao peso do salame. Nos três casos mostrados na Fig. 5-34, a aceleração da balança é zero, o que significa que as duas cordas exercem forças iguais sobre a balança. A força indicada na escala da balança é igual à força de tração de uma das cordas. Nos três casos, como a aceleração do salame é zero, a força de tração da corda ligada ao salame é igual ao peso do salame. Assim, a leitura da balança é mg, em que m é a massa do salame.

ANALISE Nos três casos, a leitura da balança é

$$w = mg = (11{,}0\ \text{kg})\,(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 108\ \text{N}$$

APRENDA O peso de um objeto deve ser medido sem que o objeto esteja acelerado verticalmente em relação ao solo. Quando isso não é verdade, o peso medido é chamado de peso aparente.

16. (a) O inseto tem seis pernas e a componente vertical da tração em cada perna é $T \operatorname{sen}\theta$, sendo $\theta = 40°$. Aplicando a Segunda Lei de Newton à componente vertical das forças envolvidas, vemos que, para que a aceleração seja zero na direção vertical, devemos ter

$$6T \operatorname{sen}\theta = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{6 \operatorname{sen}\theta}$$

o que nos dá $T/mg \approx 0{,}26$.

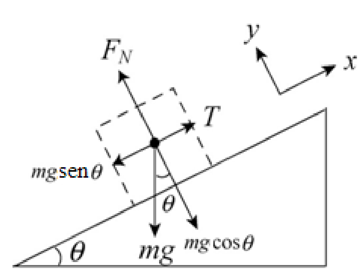
(b) Como o ângulo θ é medido em relação à horizontal, quando o inseto "estica as pernas" o ângulo θ aumenta (se aproxima de $90°$), o que faz sen θ aumentar (se aproximar de 1); em consequência, T diminui.

17. PENSE Um bloco ligado a uma corda está em repouso em um plano inclinado. Podemos aplicar a segunda lei de Newton para calcular a força de tração da corda e a força normal que o plano inclinado exerce sobre o bloco.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do bloco. Como a aceleração do bloco é zero, as componentes da segunda equação de Newton são

$$T - mg \operatorname{sen}\theta = 0$$
$$F_N - mg \cos\theta = 0$$

em que T é a força de tração da corda e F_N é a força normal que o plano inclinado exerce sobre o bloco.



ANALISE (a) A primeira das equações anteriores nos dá

$$T = mg\text{sen}\theta = (8{,}5\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)\,\text{sen}\,30° = 42\ \text{N}$$

(b) A segunda equação nos dá

$$F_N = mg\cos\theta = (8{,}5\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)\cos 30° = 72\ \text{N}$$

(c) Quando a corda é cortada, ela deixa de exercer uma força sobre o bloco, e o bloco começa a escorregar. Como a componente x da segunda lei de Newton passa a ser $-mg$ sen $\theta = ma$, a aceleração do bloco é dada por

$$a = -g\,\text{sen}\,\theta = -(9{,}8\ \text{m/s}^2)\,\text{sen}30° = -4{,}9\ \text{m/s}^2$$

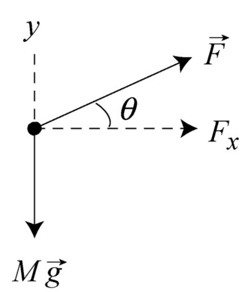
O sinal negativo mostra que o sentido da aceleração é para baixo. O módulo da aceleração é 4,9 m/s^2.

APRENDA Como a força normal F_N que o plano inclinado exerce sobre o bloco continua a ser igual a $mg\cos\theta$ depois que a corda é cortada, o bloco permanece em contato com a superfície do plano inclinado enquanto escorrega para baixo. Como mostra a equação $a = -g\,\text{sen}\,\theta$, a aceleração do bloco depois que a corda é cortada depende do ângulo θ do plano inclinado. A aceleração é máxima para $\theta = 90°$, caso em que a superfície do plano inclinado é vertical e a aceleração do bloco é $-g$, a aceleração de queda livre.

18. A figura mostra o diagrama de corpo livre do sistema. A força exercida por John Massis foi

$$F = 2{,}5mg = 2{,}5(80\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 1960\ \text{N}\cdot$$

Como o movimento foi na horizontal, a Segunda Lei de Newton nos dá $F_x = F\cos\theta = Ma_x$, em que M é a massa total dos dois vagões. Assim, a aceleração dos vagões foi



$$a_x = \frac{F\cos\theta}{M} = \frac{(1960\ \text{N})\cos 30°}{(7{,}0\times10^5\ \text{N}/9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 0{,}024\ \text{m/s}^2.$$

De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade dos vagões quando Massis parou de puxar era

$$v_x = \sqrt{2a_x\Delta x} = \sqrt{2(0{,}024\ \text{m/s}^2)(1{,}0\ \text{m})} = 0{,}22\ \text{m/s}.$$

19. PENSE Neste problema, estamos interessados na força que deve ser aplicada a um trenó para que ele atinja uma determinada velocidade em um dado intervalo de tempo.

FORMULE Em termos de módulos, a segunda lei de Newton pode ser escrita na forma $F = ma$, em que $F = \left|\vec{F}_{\text{tot}}\right|$, $a = |\vec{a}|$ e m é a massa (que é uma grandeza positiva). O módulo da aceleração pode ser calculado usando as equações da cinemática para aceleração constante (Tabela 2-1). Explicitando a aceleração na equação $v = v_0 + at$, que se aplica ao caso em que a aceleração é constante, obtemos $a = v/t$ (que podemos interpretar em termos de módulos, tornando desnecessário o uso de um sistema de coordenadas). Assim, a força necessária é $F = ma = mv/t$.

ANALISE Em unidades do SI, a velocidade é

$$v = (1600\ \text{km/h})\ (1000\ \text{m/km})/(3600\ \text{s/h}) = 444\ \text{m/s}$$

e a força é

$$F = m\frac{v}{t} = (500\,\text{kg})\,\frac{444\,\text{m/s}}{1{,}8\,\text{s}} = 1{,}2\times 10^5\ \text{N}$$

APRENDA Como mostra a expressão $F = mv/t$, quanto menor o tempo para atingir uma dada velocidade, maior a força necessária.

20. A força $\vec{F}$ e a trajetória do passageiro são horizontais. O semieixo x positivo está na direção do movimento do passageiro, o que significa que a aceleração do passageiro tem um valor negativo e a força é exercida no sentido negativo do eixo x: $\vec{F} = -F\,\hat{\text{i}}$. Usando a Eq. 2-16 com

$$v_0 = (53\ \text{km/h})(1000\ \text{m/km})/(3600\ \text{s/h}) = 14{,}7\ \text{m/s}$$

e $v = 0$, a aceleração é dada por

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \;\Rightarrow\; a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(14{,}7\ \text{m/s})^2}{2(0{,}65\ \text{m})} = -167\ \text{m/s}^2.$$

De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$\vec{F} = m\vec{a} \;\Rightarrow\; -F = (41\ \text{kg})\,(-167\,\text{m/s}^2)$$

o que nos dá $F = 6{,}8\times 10^3$ N.

21. (a) A inclinação dos gráficos nos dá as componentes da aceleração, $a_x = 3{,}00\ \text{m/s}^2$ e $a_y = -5{,}00\ \text{m/s}^2$. O módulo do vetor aceleração é, portanto,

$$a = \sqrt{(3{,}00\ \text{m/s}^2)^2 + (-5{,}00\ \text{m/s}^2)^2} = 5{,}83\ \text{m/s}^2,$$

e a força pode ser calculada multiplicando esse valor pela massa do pacote ($m = 2{,}00$ kg). O resultado é $F = ma = 11{,}7$ N.

(b) A orientação da força é a mesma da aceleração:

$$\theta = \tan^{-1}\,[(-5{,}00\ \text{m/s}^2)/(3{,}00\ \text{m/s}^2)] = -59{,}0°.$$

22. (a) A moeda fica em queda livre. Assim, sua aceleração em relação ao solo é

$$\vec{a}_{\text{moeda}} = \vec{g} = (-9{,}8\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}.$$

(b) Como o homem está sofrendo uma aceleração para baixo dada por $\vec{a}'_{\text{homem}} = 1{,}24\vec{g} = (-12{,}15\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}$, a aceleração da moeda em relação ao homem é

$$\vec{a}_{\text{rel}} = \vec{a}_{\text{moeda}} - \vec{a}'_{\text{homem}} = (-9{,}8\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}} - (-12{,}15\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}} = (+2{,}35\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}.$$

(c) O tempo que a moeda leva para chegar ao teto é

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a_{\text{rel}}}} = \sqrt{\frac{2(2{,}20\ \text{m})}{2{,}35\ \text{m/s}^2}} = 1{,}37\ \text{s}.$$

(d) Como a gravidade é a única força que age sobre a moeda, a força a que a moeda está submetida é

$$\vec{F}_{\text{moeda}} = m\vec{a}_{\text{moeda}} = m\vec{g} = (0{,}567\times 10^{-3}\ \text{kg})(-9{,}8\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}} = (-5{,}56\times 10^{-3}\ \text{N})\hat{\text{j}}.$$

(e) No referencial do homem, a moeda se move para cima com aceleração constante. A força aparente a que a moeda está submetida é

$$\vec{F}_{\text{ap}} = m\vec{a}_{\text{rel}} = (0{,}567\times 10^{-3}\ \text{kg})(+2{,}35\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}} = (+1{,}33\times 10^{-3}\ \text{N})\hat{\text{j}}.$$

23. (a) Tomando como referência o ângulo que o cipó faz com a horizontal e na notação dos vetores unitários, a tração do cipó é

$$\vec{T} = T\cos 68,0\hat{\mathrm{i}} + T\,\mathrm{sen}\,68,0\hat{\mathrm{j}} = (285\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}} + 705\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}}.$$

(b) Durante o salto, a única outra força que age sobre Tarzan é o peso. Assim,

$$\vec{F}_{\mathrm{res}} = \vec{T} + \vec{P} = (285\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}} + (705\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}} - (820\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}} = (285N)i - (115\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}}.$$

(c) O módulo da força é

$$\left|\vec{F}_{\mathrm{res}}\right| = \sqrt{285^2 + (-115)^2} = 307\ \mathrm{N}$$

(d) O ângulo da força é

$$\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{115}{285}\right) = -22^{\mathrm{o}}$$

(e) Como $|\vec{a}| = \left|\vec{F}_{\mathrm{res}}\right| / m$, em que $m = P/g = 83{,}7$ kg, $|\vec{a}| = 3{,}67\ \mathrm{m/s^2}$.

(f) Como $\vec{a}$ tem a mesma orientação de $\vec{F}_{\mathrm{res}}$, o ângulo da aceleração é -22^{o}.

24. Tomando como referência o eixo x mostrado na Fig. 5-39, $\vec{F}_1 = (20\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$. De acordo com a Segunda Lei de Newton, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$, em que $m = 2{,}0$ kg. Assim, temos:

$$\vec{F}_2 = \left[(2{,}0\vec{a} - 20)\ \mathrm{N}\right]\hat{\mathrm{i}}$$

(a) Se $\vec{a} = (+10\ \mathrm{m/s^2})\ \hat{\mathrm{i}}$, $\vec{F}_2 = 0$.

(b) Se $\vec{a} = (+20\mathrm{m/s^2})\ \hat{\mathrm{i}}$, $\vec{F}_2 = (20\mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$.

(c) Se $\vec{a} = 0$, $\vec{F}_2 = (-20\mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$.

(d) Se $\vec{a} = (-10\ \mathrm{m/s^2})\ \hat{\mathrm{i}}$, $\vec{F}_2 = (-40\mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$.

(e) Se $\vec{a} = (-20\ \mathrm{m/s^2})\ \hat{\mathrm{i}}$, $\vec{F}_2 = (-60\mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$.

25. (a) A aceleração é

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20\ \mathrm{N}}{900\,\mathrm{kg}} = 0{,}022\ \mathrm{m/s^2}\ .$$

(b) A distância percorrida em 1 dia (= 86.400 s) é

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\left(0{,}0222\,\mathrm{m/s^2}\right)\left(86.400\,\mathrm{s}\right)^2 = 8{,}3 \times 10^7\ \mathrm{m}.$$

(c) A velocidade após 1 dia de viagem é

$$v = at = \left(0{,}0222\ \mathrm{m/s^2}\right)\left(86.400\ \mathrm{s}\right) = 1{,}9 \times 10^3\ \mathrm{m/s}.$$

Esse valor corresponde a quase 7000 km/h.

26. Para facilitar a solução, vamos supor que a linha esteja na horizontal, alinhada com a trajetória do salmão. Tomando o semieixo x positivo no sentido da velocidade do salmão (ou seja, para longe do pescador), a aceleração do peixe é negativa e a linha é tracionada no sentido negativo do eixo x. De acordo com a Eq. 2-16, temos (para $v = 0$):

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(2{,}8\text{ m/s})^2}{2(0{,}11\text{ m})} = -36\text{ m/s}^2.$$

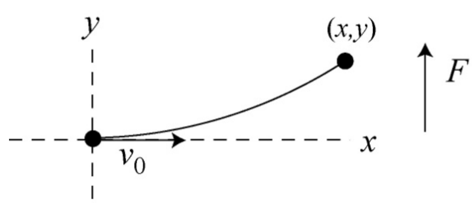
De acordo com a Eq. 5-1,

$$\vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow -T = (8{,}7\,\text{kg})(-36\,\text{m/s}^2) = 3{,}1\times10^2\text{ N},$$

em que 8,7 kg = 85 N/9,8 m/s² é a massa do salmão.

27. PENSE A trajetória de um elétron que se move horizontalmente sob a influência de uma força vertical sofre uma deflexão na direção da força.

FORMULE A figura que se segue mostra a trajetória do elétron. A aceleração é vertical e, na prática, a única força que age sobre o elétron é a força eletrostática; a força da gravidade é muito menor e pode ser desprezada. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo o mesmo da velocidade inicial v_0 do elétron, o sentido positivo do eixo y como sendo o mesmo da força eletrostática, e a origem como sendo a posição inicial do elétron.



Como a força e a aceleração são constantes, podemos usar as equações da Tabela 2-1: $x = v_0 t$ e

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m}\right)t^2$$

ANALISE O tempo que o elétron leva para percorrer uma distância horizontal x é $t = x/v_0$ e a deflexão na direção da força para x = 30 mm é

$$y = \frac{1}{2}\frac{F}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4{,}5\times10^{-16}\text{ N}}{9{,}11\times10^{-31}\text{ kg}}\right)\left(\frac{30\times10^{-3}\text{ m}}{1{,}2\times10^{7}\text{ m/s}}\right)^2 = 1{,}5\times10^{-3}\text{ m}$$

APRENDA Como a força aplicada é constante, a aceleração na direção y também é constante e a trajetória do elétron é uma parábola do tipo $y = ax^2$, em que a é uma constante.

28. Tomando o semieixo x positivo no sentido da velocidade do carro, a aceleração é negativa e a força do freio é aplicada no sentido negativo do eixo x.

(a) De acordo com a Eq. 2-16 e em unidades do SI (notando que $v = 0$ e v_0 = 40(1000/3600) = 11,1 m/s),

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(11{,}1\text{ m/s})^2}{2(15\text{ m})} = -4{,}12\text{ m/s}^2.$$

De acordo com a Eq. 5-1,

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -F = (1327\text{ kg})(-4{,}12\text{ m/s}^2) = 5{,}5\times10^3\text{ N},$$

em que 1327 kg = 1,3 × 10⁴ N/9,8 m/s² é a massa do carro.

(b) De acordo com a Eq. 2-11, $t = -v_0/a$ = 2,7 s.

(c) Manter a força constante equivale a manter a aceleração constante, caso em que, como mostra a Eq. 2-16, para $v = 0$, existe uma proporcionalidade direta entre Δx e v_0^2. Assim, se v_0 é multiplicada por 2, a distância percorrida até o carro parar é multiplicada por 4.

(d) De acordo com a Eq. 2-11, existe uma proporcionalidade direta entre t e v_0; assim, se v_0 é multiplicada por 2, o tempo necessário para o carro parar é multiplicado por 2.

29. Escolhendo o sentido positivo do eixo y como sendo para cima, $\vec{a} = (-3,00 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}$ (que vamos chamar simplesmente de a por se tratar de um problema unidimensional). De acordo com a Eq. 5-12, a massa do bombeiro é $m = P/g = 72,7$ kg.

(a) Chamamos a força exercida pelo poste sobre o bombeiro de F_{bp} e usamos a Eq. 5-1. Como $F_{\text{res}} = m\vec{a}$,

$$F_{\text{bp}} - F_g = ma \quad \Rightarrow \; F_{\text{bp}} - 712 \text{ N} = (72,7 \text{ kg})(-3.00 \text{ m/s}^2)$$

o que nos dá $F_{\text{bp}} = 494$ N.

(b) O fato de que o resultado é positivo mostra que $\vec{F}_{\text{bp}}$ aponta para cima.

(c) De acordo com a Terceira Lei de Newton, $\vec{F}_{\text{bp}} = -\vec{F}_{\text{pb}}$; assim, $\left|\vec{F}_{\text{pb}}\right| = 494$ N.

(d) O sentido de $\vec{F}_{\text{bp}}$ é para baixo.

30. A força exercida pelo galho e a trajetória do palito são horizontais. Escolhendo como sentido positivo do eixo x o sentido do movimento do palito, a aceleração do palito é negativa e a força exercida pelo galho é aplicada no sentido negativo do eixo x. Usando a Eq. 2-16 com $v_0 = 220$ m/s e $v = 0$, temos:

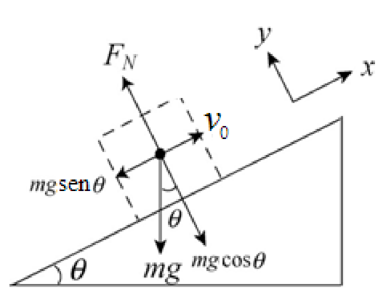
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} = -\frac{(220 \text{ m/s})^2}{2(0,015 \text{ m})} = -1,61 \times 10^6 \text{ m/s}^2.$$

Assim, o módulo da força exercida pelo galho sobre o palito é

$$F = m|a| = (1,3 \times 10^{-4} \text{ kg})(1,61 \times 10^6 \text{ m/s}^2) = 2,1 \times 10^2 \text{ N}.$$

31. PENSE Este problema envolve a análise do movimento de um bloco que escorrega para cima e depois para baixo em um plano inclinado.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do bloco. $\vec{F}_N$ é a força normal que a superfície do plano inclinado exerce sobre o bloco, e $m\vec{g}$ é a força gravitacional a que o bloco está sujeito. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para cima, paralelamente à superfície do plano inclinado, e o sentido positivo do eixo y como sendo o sentido da força normal exercida sobre o bloco pela superfície do plano inclinado.



Como a componente x da segunda lei de Newton é mg sen $\theta = -ma$, a aceleração é $a = -g$ sen θ. Colocando a origem na base do plano inclinado, podemos usar as seguintes equações da Tabela 2-1 para o movimento do bloco ao longo do eixo x: $v^2 = v_0^2 + 2ax$ e $v = v_0 + at$. Como o bloco para momentaneamente ao atingir o ponto mais alto do trajeto, de acordo com a segunda equação, isso ocorre no instante $t = -v_0/a$

ANALISE (a) A coordenada x do ponto em que o bloco atinge o ponto mais alto do trajeto é

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = v_0\left(\frac{-v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{-v_0}{a}\right)^2 = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2}\left(\frac{(3{,}50\ \text{m/s})^2}{-(9{,}8\ \text{m/s}^2)\ \text{sen}\ 32{,}0°}\right) = 1{,}18\ \text{m}.$$

(b) O tempo que o bloco leva para chegar a esse ponto é

$$t = \frac{v_0}{a} = -\frac{v_0}{-g\,\text{sen}\,\theta} = -\frac{3{,}50\,\text{m/s}}{-(9.8\,\text{m/s}^2)\,\text{sen}\,32{,}0°} = 0{,}674\ \text{s}$$

(c) Como o problema não envolve forças dissipativas, é de se esperar que a velocidade do bloco ao chegar de volta ao ponto de partida seja igual à velocidade inicial. Uma forma de demonstrar que isso é verdade é fazer $x = 0$ na equação $x = v_0t + at^2/2$ para determinar o tempo total de percurso (tempo de subida mais tempo de descida). O resultado é

$$t = -\frac{2v_0}{a} = -\frac{2v_0}{-g\,\text{sen}\,\theta} = -\frac{2(3{,}50\ \text{m/s})}{-(9{,}8\ \text{m/s}^2)\ \text{sen}\,32{,}0°} = 1{,}35\ \text{s}$$

A velocidade do bloco ao chegar de volta ao ponto de partida é, portanto,

$$v = v_0 + at = v_0 - gt\,\text{sen}\,\theta = 3{,}50\ \text{m/s} - (9{,}8\ \text{m/s}^2)(1{,}35\ \text{s})\text{sen}32° = -3{,}50\ \text{m/s}$$

O sinal negativo indica que o sentido da velocidade é para baixo.

APRENDA Como era esperado, a velocidade do bloco ao chegar de volta ao ponto de partida é igual à velocidade inicial. Como vamos ver no Capítulo 8, esse fato é uma consequência da lei de conservação da energia. Se houvesse atrito entre o bloco e a superfície do plano inclinado, a velocidade do bloco ao chegar de volta ao ponto de partida seria menor que a velocidade inicial.

32. (a) Se o disco está em repouso,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (6{,}00\angle 150°) + (7{,}00\angle -60{,}0°) + \vec{F}_3 = 0,$$

em que os ângulos estão expressos em referência ao semieixo x positivo da Fig. 5-39. Assim,

$$\vec{F}_3 = -(6{,}00\angle 150°) - (7{,}00\angle -60{,}0°) = (1{,}70\ \text{N})\hat{\text{i}} + (3{,}06\ \text{N})\hat{\text{j}}.$$

(b) Se o disco está se movendo com velocidade constante, a aceleração é nula, a força resultante é nula e, portanto, a resposta é a mesma do item anterior.

(c) Nesse caso, a aceleração é $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = (13{,}0\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} - (14{,}0\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}$. Usando a equação $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$ (com $m = 0{,}025$ kg), obtemos:

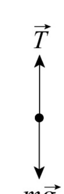
$$\vec{F}_3 = (2{,}02\ \text{N})\ \hat{\text{i}} + (2{,}71\ \text{N})\ \hat{\text{j}}.$$

33. O diagrama de corpo livre do sistema é mostrado na figura a seguir. Seja $\vec{T}$ a tração do cabo e seja $m\vec{g}$ o peso do elevador. Tomando o sentido para cima como positivo, a Segunda Lei de Newton nos dá $T - mg = ma$, em que a é a aceleração do elevador. A tração do cabo é, portanto, $T = m(g + a)$. Para calcular a aceleração, usamos a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2ay$, com $v = 0$, $v_0 = -12$ m/s e $y = -42$ m. O resultado é o seguinte:

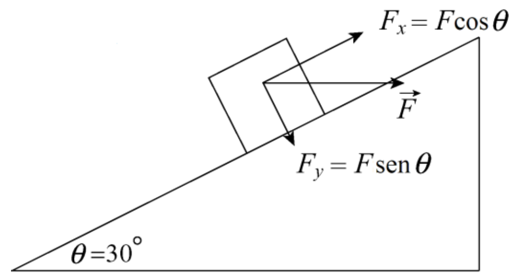
$$a = -\frac{v_0^2}{2y} = -\frac{(-12\ \text{m/s})^2}{2(-42\ \text{m})} = 1{,}71\ \text{m/s}^2.$$

Agora podemos calcular a tração:

$$\begin{aligned} T &= m(g + a) \\ &= (1600\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2 + 1{,}71\ \text{m/s}^2) \\ &= 1{,}8 \times 10^4\ \text{N}. \end{aligned}$$



34. Vamos separar a força horizontal em duas componentes, uma ao longo do plano e outra perpendicular, como mostra a figura.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton às componentes x das forças, temos:

$$F\ \cos\theta - mg\ \text{sen}\,\theta = ma.$$

Para $a = 0$, essa equação nos dá $F = 566$ N.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton às componentes y das forças, temos:

$$F_N - F\ \text{sen}\,\theta - mg\cos\theta = 0$$

o que nos dá $F_N = 1{,}13 \times 10^3$ N.

35. Podemos calcular a aceleração a partir da velocidade:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(8{,}00t\ \hat{\mathrm{i}} + 3{,}00t^2\ \hat{\mathrm{j}}\right)\ \text{m/s} = (8{,}00\ \hat{\mathrm{i}} + 6{,}00t\ \hat{\mathrm{j}})\ \text{m/s}^2.$$

(a) O módulo da força que age sobre a partícula é

$$F = ma = m\,|\vec{a}| = (3{,}00)\sqrt{(8{,}00)^2 + (6{,}00t)^2} = (3{,}00)\sqrt{64{,}0 + 36{,}0\,t^2}\ \text{N}.$$

Assim, $F = 35{,}0$ N corresponde a $t = 1{,}415$ s e o vetor aceleração nesse instante é

$$\vec{a} = [8{,}00\ \hat{\mathrm{i}} + 6{,}00(1{,}415)\ \hat{\mathrm{j}}]\ \text{m/s}^2 = (8{,}00\ \text{m/s}^2)\ \hat{\mathrm{i}} + (8{,}49\ \text{m/s}^2)\,\hat{\mathrm{j}}.$$

O ângulo que o vetor $\vec{a}$ faz com o semieixo x positivo é

$$\theta_a = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{8{,}49\ \text{m/s}^2}{8{,}00\ \text{m/s}^2}\right) = 46{,}7°.$$

(b) O vetor velocidade no instante $t = 1{,}415$ s é

$$\vec{v} = \left[8{,}00(1{,}415)\ \hat{\mathrm{i}} + 3{,}00(1{,}415)^2\ \hat{\mathrm{j}}\right]\text{m/s} = (11{,}3\ \text{m/s})\ \hat{\mathrm{i}} + (6{,}01\ \text{m/s})\,\hat{\mathrm{j}}.$$

O ângulo que o vetor $\vec{v}$ faz com o semieixo x positivo é

$$\theta_v = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6{,}01\ \text{m/s}}{11{,}3\ \text{m/s}}\right) = 28{,}0°.$$

36. (a) Se a velocidade do esquiador é constante, a aceleração é nula, o que significa que a força “encosta acima” deve ser igual (em módulo) à força “encosta abaixo”: $T = mg\ \text{sen}\ \theta$. Assim, com $m = 50$ kg e $\theta = 8{,}0°$, a tração da corda é 68 N.

(b) Com uma aceleração encosta acima de 0,10 m/s², temos, de acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$T - mg \text{ sen } \theta = ma \quad \Rightarrow \quad T - (50\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)\text{sen}\, 8{,}0° = (50\text{ kg})(0{,}10\text{ m/s}^2)$$

o que nos dá $T = 73$ N.

37. (a) Como o atrito é nulo, a única força horizontal a que o trenó está submetido é a força exercida pela moça. A aceleração do trenó pode ser calculada usando a Segunda Lei de Newton:

$$a_t = \frac{F}{m_t} = \frac{5{,}2\text{ N}}{8{,}\text{kg}} = 0{,}62\text{ m/s}^2\ .$$

(b) De acordo com a Terceira Lei de Newton, a força que o trenó exerce sobre a moça é igual (em módulo) à força que a moça exerce sobre o trenó, 5,2 N. A aceleração da moça pode ser calculada usando a Segunda Lei de Newton:

$$a_m = \frac{F}{m_m} = \frac{5{,}2\text{ N}}{40\text{ kg}} = 0{,}13\text{ m/s}^2\ .$$

(c) As acelerações do trenó e da moça têm sentidos opostos. Supondo que a moça está inicialmente na origem e se move no sentido positivo do eixo x, sua coordenada é dada por $x_m = \frac{1}{2}a_m t^2$. O trenó está inicialmente no ponto $x_0 = 15$ m e se move no sentido negativo do eixo x; sua coordenada é dada por $x_t = x_0 - \frac{1}{2}a_t t^2$. O trenó e a moça se encontram quando $x_m = x_t$, ou $\frac{1}{2}a_m t^2 = x_0 - \frac{1}{2}a_t t^2$.

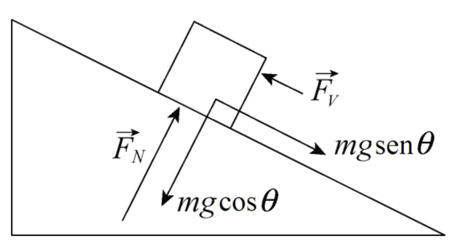
Isso acontece no instante

$$t = \sqrt{\frac{2x_0}{a_m + a_t}}.$$

Nesse instante, a moça percorreu uma distância

$$x_g = \frac{1}{2}a_m t^2 = \frac{x_0 a_m}{a_m + a_t} = \frac{(15\text{ m})(0{,}13\text{ m/s}^2)}{0{,}13\text{ m/s}^2 + 0{,}62\text{ m/s}^2} = 2{,}6\text{ m}.$$

38. O esquiador está representado por um bloco na figura a seguir. A força do vento foi chamada de $\vec{F}_v$ e pode ser "encosta acima" ou "encosta abaixo" (na figura, o vento está soprando encosta acima). O sentido positivo do eixo x é encosta acima.



(a) Se a velocidade do esquiador é constante, a aceleração é nula; assim, aplicando a Segunda Lei de Newton às componentes paralelas à superfície da encosta, temos:

$$mg \text{ sen } \theta - F_v = 0$$

o que nos dá $F_v = 68$ N (encosta acima).

(b) Para nossa escolha de eixos, $a = 1{,}0$ m/s². De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$mg \text{ sen } \theta - F_v = ma$$

o que nos dá $F_v = 28$ N (encosta acima).

(c) Nesse caso, a equação

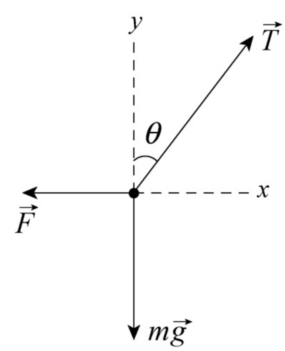
$$mg \text{ sen } \theta - F_v = ma$$

nos dá $F_v = -12$ N. Isso significa que, nesse caso, o vento sopra no sentido oposto ao que está representado na figura. Em outras palavras, para que a aceleração do esquiador seja 2,0 m/s^2, é preciso que exista um vento de módulo 12 N soprando *encosta abaixo*.

39. É mais fácil resolver primeiro o item (b). A figura abaixo mostra o diagrama de corpo livre do sistema, com a tração da corda $\vec{T}$, o peso da esfera $m\vec{g}$ e a força da brisa $\vec{F}$. Como a esfera está em repouso, a força resultante é nula e as componentes x e y das forças envolvidas obedecem às seguintes equações:

$$T \text{ sen } \theta - F = 0$$

$$T \cos \theta - mg = 0$$



Explicitando T na segunda equação, obtemos:

$$T = mg/\cos\theta = (3{,}0 \times 10^{-4} \text{ kg})\,(9{,}8 \text{ m/s}^2) / \cos 37° = 3{,}7 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

Explicitando F na primeira equação, obtemos:

$$F = T \text{ sen } \theta = (3{,}7 \times 10^{-3} \text{ N}) \text{ sen } 37° = 2{,}2 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

40. A aceleração de um objeto, sujeito apenas ao próprio peso, que sobe um plano inclinado sem atrito de ângulo θ, é $a = -g$ senθ. A inclinação do gráfico da Fig. 5-41 mostra que $a = -2{,}50$ m/s^2, o que nos dá $\theta = 14{,}8°$. Como a soma das componentes das forças perpendiculares à superfície do plano inclinado deve ser nula, já que a aceleração da caixa nessa direção é nula, $F_N = mg \cos\theta$. Assim, o módulo na força normal que a rampa exerce sobre a caixa é (5,00 kg)(9,8 m/s^2) cos 14,8º = 47,4 N.

41. A massa da caixa é m = (449 N)/(9,80 m/s^2) = 45,8 kg e escolhemos o sentido positivo do eixo y como sendo para cima.

(a) De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$T - mg = ma \;\Rightarrow\; a = \frac{387 \text{ N} - 449 \text{ N}}{45{,}8 \text{ kg}}$$

o que nos dá $a = -1{,}4$ m/s^2 (ou $|a| = 1{,}4$ m/s^2). O sinal negativo indica que o vetor aceleração aponta para baixo. Qualquer aceleração para baixo de módulo maior que esse valor é aceitável, já que resultaria em valores menores da tensão do cabo.

(b) Usamos a Eq. 2-16 com y no lugar de x, $y - y_0 = -6{,}1$ m e $\theta_0 = 0$. O resultado é o seguinte:

$$|v| = \sqrt{2a\Delta y} = \sqrt{2\left(-1{,}35 \text{ m/s}^2\right)\left(-6{,}1 \text{ m}\right)} = 4{,}1 \text{ m/s}.$$

42. Vamos tomar a direção do movimento como eixo $+\hat{\text{i}}$ e escolher o eixo $+\hat{\text{j}}$ de tal forma que a força $\vec{F}_c$ exercida pelo cavalo esteja no primeiro quadrante. As componentes da força exercida pela água são chamadas de F_x e F_y.

(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton às componentes *x* e *y* das forças envolvidas, temos:

$$(7900\ \text{N})\cos 18^\circ + F_x = ma$$
$$(7900\ \text{N})\,\text{sen}\,18^\circ + F_z = 0$$

Fazendo $a = 0{,}12\ \text{m/s}^2$ e $m = 9500$ kg, obtemos $F_x = -6{,}4 \times 10^3$ N e $F_y = -2{,}4 \times 10^3$ N. O módulo da força exercida pela água é, portanto,

$$F_{\text{água}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 6{,}8 \times 10^3\ \text{N}.$$

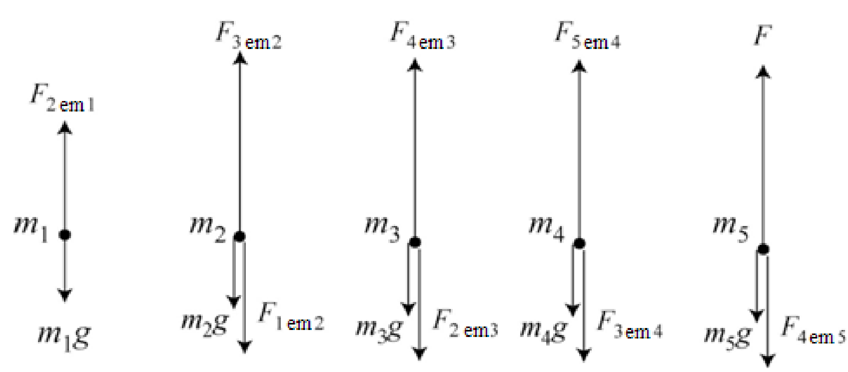
(b) O ângulo em relação ao semieixo *x* positivo é dado por

$$\tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = 21^\circ \text{ ou } 201^\circ$$

Os sinais das componentes mostram que a segunda escolha é a correta. Assim, o ângulo da força exercida pela água sobre a barcaça faz um ângulo de 201° com a direção do movimento da barcaça.

43. PENSE Uma corrente com cinco elos está sendo acelerada verticalmente para cima por uma força externa, e queremos calcular as forças exercidas pelos elos sobre os elos vizinhos.

FORMULE Os elos estão numerados de baixo para cima. As forças a que o primeiro elo está sujeito são a força gravitacional $m\vec{g}$, que aponta para baixo, e a força $\vec{F}_{2\text{ em }1}$ do elo 2 sobre o elo 1, que aponta para cima, como mostra o diagrama de corpo livre, abaixo (que não foi desenhado em escala). Considerando o sentido para cima como positivo, a aplicação da segunda lei de Newton ao primeiro elo nos dá $F_{2\text{ em }1} - m_1 g = m_1 a$. As equações para os outros elos podem ser escritas de forma semelhante, com base nos diagramas de corpo livre da figura a seguir.



ANALISE (a) Como $F_{2\text{ em }1} - m_1 g = m_1 a$, a força que o elo 2 exerce sobre o elo 1 é

$$F_{2\text{em}1} = m_1(a+g) = (0{,}100\ \text{kg})(2{,}5\ \text{m/s}^2 + 9{,}80\ \text{m/s}^2) = 1{,}23\ \text{N}$$

(b) De acordo com um dos diagramas de corpo livre, as forças a que o segundo elo está sujeito são a força gravitacional $m_2\vec{g}$, que aponta para baixo, a força $\vec{F}_{1\text{ em }2}$ exercida pelo elo 1, que aponta para baixo, e a força $\vec{F}_{3\text{ em }2}$ exercida pelo elo 3, que aponta para cima. De acordo com a terceira lei de Newton, $\vec{F}_{1\text{ em }2}$ e $\vec{F}_{2\text{ em }1}$ são iguais em módulo, ou seja, $F_{1\text{ em }2} = F_{2\text{ em }1}$. Aplicando a segunda lei de Newton ao segundo elo, obtemos

$$F_{3\text{em}2} - F_{1\text{em}2} - m_2 g = m_2 a$$

Portanto,

$$F_{3\text{em}2} = m_2(a + g) + F_{1\text{em}2} = (0{,}100\ \text{kg})\ (2{,}50\ \text{m/s}^2 + 9{,}80\ \text{m/s}^2) + 1{,}23\ \text{N} = 2{,}46\ \text{N}$$

(c) Aplicando a segunda lei de Newton ao terceiro elo, obtemos $\vec{F}_{4\text{ em }3} - \vec{F}_{2\text{ em }3} - m_3 g = m_3 a$, o que nos dá

$$F_{4\text{em}3} = m_3(a+g) + F_{2\text{em}3} = (0{,}100\text{ N})\,(2{,}50\text{ m/s}^2 + 9{,}80\text{ m/s}^2) + 2{,}46\text{ N} = 3{,}69\text{ N}$$

em que usamos a terceira lei de Newton para substituir $F_{2\text{ em }3}$ por $F_{3\text{ em }2}$.

(d) Aplicando a segunda lei de Newton ao quarto elo, obtemos

$$F_{5\text{em}4} - F_{3\text{em}4} - m_4 g = m_4 a$$

o que nos dá

$$F_{5\text{em}4} = m_4(a+g) + F_{3\text{em}4} = (0{,}100\text{ kg})\,(2{,}50\text{ m/s}^2 + 9{,}80\text{ m/s}^2) + 3{,}69\text{ N} = 4{,}92\text{ N}$$

em que usamos a terceira lei de Newton para substituir $F_{3\text{ em }4}$ por $F_{4\text{ em }3}$.

(e) Aplicando a segunda lei de Newton ao quinto elo, obtemos $F - F_{4\text{ em }5} - m_5 g = m_5 a$, o que nos dá

$$F = m_5(a+g) + F_{4\text{em}5} = (0{,}100\text{ kg})\,(2{,}50\text{ m/s}^2 + 9{,}80\text{ m/s}^2) + 4{,}92\text{ N} = 6{,}15\text{ N}$$

em que usamos a terceira lei de Newton para substituir $F_{4\text{ em }5}$ por $F_{5\text{ em }4}$.

(f) Como todos os elos têm a mesma massa ($m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m$) e a mesma aceleração, eles estão sujeitos à mesma força:

$$F_{\text{tot}} = ma = (0{,}100\text{ kg})\,(2{,}50\text{ m/s}^2) = 0{,}250\text{ N}$$

APRENDA Para resolver este problema, usamos, além da segunda lei de Newton, que relaciona força e aceleração, a terceira lei de Newton, segundo a qual, para dois elos vizinhos *i* e *j*, $\vec{F}_{i\text{ em }j} = -\vec{F}_{j\text{ em }i}$.

44. (a) O termo "desaceleração" significa que o vetor aceleração e o vetor velocidade têm sentidos opostos. Tomando o sentido para cima do eixo *y* como positivo e sabendo que, de acordo com o enunciado do problema, a velocidade do elevador aponta para baixo, a aceleração é $a = +2{,}4\text{ m/s}^2$. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$T - mg = ma \quad \Rightarrow \quad m = \frac{T}{g+a} = \frac{89}{9{,}8+2{,}4} = 7{,}3\text{ kg.}$$

(b) Como a aceleração é a mesma do item (a), repetindo o cálculo anterior para o valor da massa calculado no item (a) e considerando o valor de *T* como incógnita, obtemos, naturalmente, $T = 89$ N. Isso é natural, já que o valor da velocidade do elevador não entrou nos cálculos.

45. (a) A massa do elevador é $m = (27.800/9{,}80) = 2837$ kg e (tomando o sentido para cima do eixo *y* como positivo) a aceleração é $a = +1{,}22\text{ m/s}^2$. De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$T - mg = ma \;\Rightarrow\; T = m(g+a)$$

o que nos dá $T = 3{,}13 \times 10^4$ N.

(b) O termo "desaceleração" significa que o vetor aceleração tem o sentido oposto ao do vetor velocidade (que, de acordo com o enunciado do problema, aponta para cima). Assim, a aceleração agora é $a = -1{,}22\text{ m/s}^2$ e a tensão do cabo é

$$T = m\,(g+a) = 2{,}43 \times 10^4\text{ N}\,.$$

46. Usando a_{me} para designar a "aceleração da moeda em relação ao elevador" e a_{es} para designar a "aceleração do elevador em relação ao solo", temos:

$$a_{\text{me}} + a_{\text{es}} = a_{\text{ms}} \quad \Rightarrow \quad -8{,}00\text{ m/s}^2 + a_{\text{es}} = -9{,}80\text{ m/s}^2$$

o que nos dá $a_{\text{es}} = -1{,}80\text{ m/s}^2$. Escolhemos o sentido positivo do eixo *y* como para cima. Nesse caso, a Segunda Lei de Newton (no referencial do solo) nos dá $T - mg = ma_{\text{es}}$ e, portanto,

$$T = mg + ma_{es} = m(g + a_{es}) = (2000\text{ kg})(8{,}00\text{ m/s}^2) = 16{,}0\text{ kN}.$$

47. De acordo com a Eq. 4-26, a velocidade de lançamento foi

$$v_0 = \sqrt{\frac{gR}{\text{sen }2\theta}} = \sqrt{\frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)(69\text{ m})}{\text{sen }2(53°)}} = 26{,}52\text{ m/s}.$$

As componentes horizontal e vertical da velocidade são:

$$v_x = v_0 \cos\theta = (26{,}52\text{ m/s})\cos 53° = 15{,}96\text{ m/s}$$
$$v_y = v_0 \text{ sen }\theta = (26{,}52\text{ m/s})\text{sen } 53° = 21{,}18\text{ m/s}.$$

Como a aceleração é constante, podemos usar a Eq. 2-16 para analisar o movimento. A componente da aceleração na direção horizontal é

$$a_x = \frac{v_x^2}{2x} = \frac{(15{,}96\text{ m/s})^2}{2(5{,}2\text{ m})\cos 53°} = 40{,}7\text{ m/s}^2,$$

e a componente da força é

$$F_x = ma_x = (85\text{ kg})(40{,}7\text{ m/s}^2) = 3460\text{ N}.$$

A componente da aceleração na direção vertical é

$$a_y = \frac{v_y^2}{2y} = \frac{(21{,}18\text{ m/s})^2}{2(5{,}2\text{ m})\text{sen } 53°} = 54{,}0\text{ m/s}^2.$$

A componente da força é

$$F_y = ma_y + mg = (85\text{ kg})(54{,}0\text{ m/s}^2 + 9{,}80\text{ m/s}^2) = 5424\text{ N}.$$

Assim, o módulo da força é

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(3460\text{ N})^2 + (5424\text{ N})^2} = 6434\text{ N} \approx 6{,}4\times 10^3\text{ N}.$$

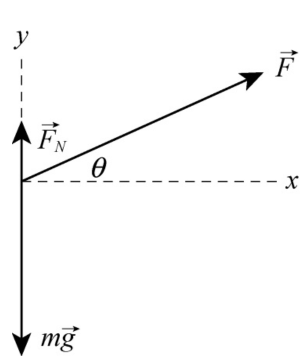
48. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao elevador B (de massa m), temos:

$$a = \frac{T}{m} - g = 4{,}89\text{ m/s}^2.$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton à caixa (de massa m_c), temos:

$$F_N = m_c(g + a) = 176\text{ N}.$$

49. A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do bloco (que não foi desenhado em escala). $\vec{F}_N$ é a força normal exercida pelo piso e $m\vec{g}$ é a força da gravidade.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x, obtemos a equação $F\cos\theta = ma$, na qual m é a massa do bloco e a é a componente x da aceleração. Temos:

$$a = \frac{F\cos\theta}{m} = \frac{(12{,}0\,\text{N})\cos 25{,}0°}{5{,}00\,\text{kg}} = 2{,}18\ \text{m/s}^2.$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo y, obtemos a equação $F_N + F\,\text{sen}\theta - mg = 0$, na qual F_N é o módulo normal. Essa equação só é válida para valores positivos de F_N; valores negativos significam que o bloco não está mais em contato com o piso e, portanto, $F_N = 0$. O resultado é o seguinte:

$$F_N = mg - F\,\text{sen}\theta = (5{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2) - (12{,}0\ \text{N})\,\text{sen}\,25{,}0° = 43{,}9\ \text{N}.$$

Assim, o bloco permanece em contato com o piso.

(b) Se F é a força mínima para a qual o bloco deixa o piso, $F_N = 0$ e a aplicação da Segunda Lei de Newton ao eixo y nos dá

$$F\,\text{sen}\theta - mg = 0 \quad\Rightarrow\quad F = \frac{mg}{\text{sen}\,\theta} = \frac{(5{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)}{\text{sen}\,25{,}0^o} = 116\ \text{N}.$$

(c) Aplicando a mesma equação do item (a) com a força F encontrada no item (b), temos:

$$a = \frac{F\cos\theta}{m} = \frac{(116\,\text{N})\cos 25{,}0°}{5{,}00\,\text{kg}} = 21{,}0\ \text{m/s}^2.$$

50. (a) A força total que age sobre o *sistema* (cuja massa total é $M = 80{,}0$ kg) é o peso das caixas que estão penduradas ($m_B + m_C = 50{,}0$ kg). O módulo da aceleração é, portanto, $a = (m_B + m_C)g/M = 6{,}125\ \text{m/s}^2$. Aplicando a Segunda Lei de Newton à caixa C e tomando o sentido positivo do eixo y como para baixo, obtemos:

$$m_C g - T_{BC} = m_C a,$$

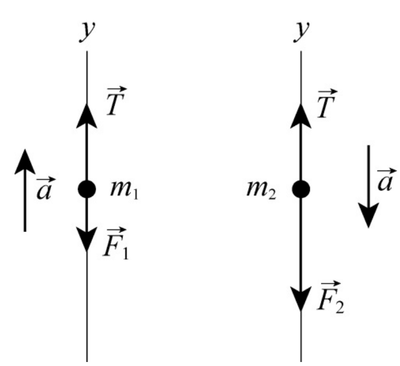
o que nos dá $T_{BC} = 36{,}8$ N.

(b) De acordo com a Eq. 2-15 (escolhendo o sentido para a direita como sentido positivo do eixo x), temos: $x - x_0 = 0 + at^2/2 = 0{,}191$ m.

51. A figura a seguir mostra os diagramas de corpo livre dos blocos m_1 e m_2. As únicas forças que agem sobre os blocos são a tensão da corda $\vec{T}$ e as forças gravitacionais $\vec{F}_1 = m_1 g$ e $\vec{F}_2 = m_2 g$. De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$



Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right) g$$

Substituindo esse resultado em uma das equações, temos:

$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g$$

(a) Para m_1 = 1,3 kg e m_2 = 2,8 kg, a aceleração é

$$a=\left(\frac{2{,}80\text{ kg}-1{,}30\text{ kg}}{2{,}80\text{ kg}+1{,}30\text{ kg}}\right)(9{,}80\text{ m/s}^2)=3{,}59\text{ m/s}^2\approx 3{,}6\text{ m/s}^2.$$

(b) Para m_1 = 1,3 kg e m_2 = 2,8 kg, a tensão da corda é

$$T=\frac{2(1{,}30\text{ kg})(2{,}80\text{ kg})}{1{,}30\text{ kg}+2{,}80\text{ kg}}(9{,}80\text{ m/s}^2)=17{,}4\text{ N}\approx 17\text{ N}.$$

52. Ao considerar o conjunto homem-corda-saco de areia como um sistema, devemos tomar cuidado com a escolha do sentido do movimento para que as equações sejam coerentes. Vamos considerar positivo o sentido do movimento do homem e negativo o sentido do movimento do saco de areia. Nesse caso, a força resultante que age sobre o sistema é a diferença entre o peso do homem e o peso do saco de areia, e a massa do sistema é a soma da massa do homem com a massa do saco de areia. Assim, aplicando a Segunda Lei de Newton ao sistema, obtemos a seguinte equação:

$$(85\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)-(65\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)=(150\text{ kg})a$$

o que nos dá a = 1,3 m/s^2. De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$v=\sqrt{2a(y-y_0)}=\sqrt{2(1{,}3\text{ m/s}^2)(10\text{ m})}=5{,}1\text{ m/s}.$$

53. Aplicamos a Segunda Lei de Newton duas vezes: primeiro aos três blocos como um todo e depois ao primeiro bloco. Escolhemos o sentido para a direita na Fig. 5-48 como sentido positivo do eixo x.

(a) Fazendo $m_{\text{total}} = m_1 + m_2 + m_3$ = 67,0 kg, aplicamos a Eq. 5-2 ao movimento do sistema sob a ação da força T_3. O resultado é o seguinte:

$$T_3=m_{\text{total}}a \quad\Rightarrow\quad 65{,}0\text{ N}=(67{,}0\text{ kg})a$$

o que nos dá a = 0,970 m/s^2 como aceleração do sistema (e, portanto, como aceleração de qualquer dos blocos).

(b) Aplicando a Eq. 5-2 ao bloco 1, temos:

$$T_1=m_1a=(12{,}0\text{ kg})(0{,}970\text{ m/s}^2)=11{,}6\text{ N}.$$

(c) Para determinar T_2, podemos analisar as forças que agem sobre o bloco 3 ou analisar as forças que agem sobre o conjunto formado pelos blocos 1 e 2. Vamos usar a segunda abordagem.

$$T_2=(m_1+m_2)a=(12{,}0\text{ kg}+24{,}0\text{ kg})(0{,}970\text{ m/s}^2)=34{,}9\text{ N}.$$

54. Para começar, consideramos todos os pinguins (numerados de 1 a 4, começando pela esquerda) como um único sistema, ao qual aplicamos a Segunda Lei de Newton:

$$T_4=(m_1+m_2+m_3+m_4)a \quad\Rightarrow\quad 222\text{ N}=(12\text{ kg}+m_2+15\text{ kg}+20\text{ kg})a.$$

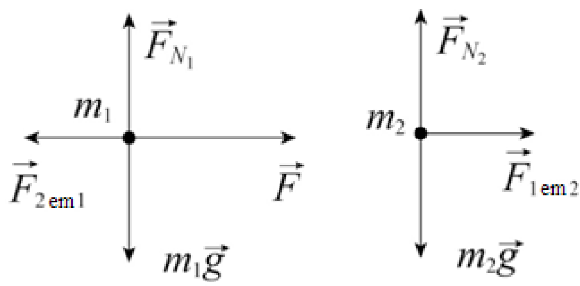
Em seguida, consideramos os pinguins 3 e 4 como um sistema, ao qual também aplicamos a Segunda Lei de Newton:

$$\begin{aligned}&T_4-T_2=(m_3+m_4)a\\&111\text{ N}=(15\text{ kg}+20\text{ kg})a \;\Rightarrow\; a=3{,}2\text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Substituindo na primeira equação, obtemos m_2 = 23 kg.

55. PENSE Neste problema, uma força horizontal é aplicada a um bloco, que, por sua vez, exerce uma força sobre outro bloco. Os dois blocos se movem com a mesma aceleração.

FORMULE A figura mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos para a situação do item (a). $\vec{F}$ é a força aplicada ao bloco 1, e $\vec{F}_{1\text{ em }2}$ é a força que o bloco 1 exerce sobre o bloco 2. Note que, de acordo com a terceira lei de Newton, o bloco 2 exerce uma força $\vec{F}_{2\text{ em }1} = -\vec{F}_{1\text{ em }2}$ sobre o bloco 1.

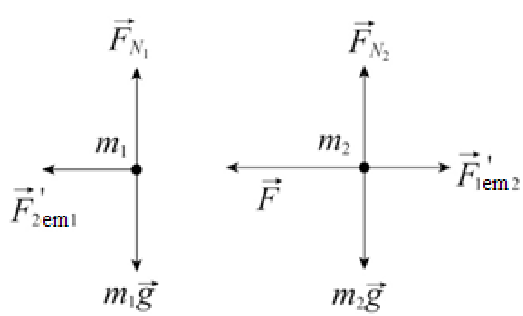


Aplicando a segunda lei de Newton ao bloco 1, obtemos a equação $F - F_{2\text{ em }1} = m_1 a$, em que a é a aceleração. Aplicando a segunda lei de Newton ao bloco 2, obtemos a equação $F_{1\text{ em }2} = m_2 a$. Como os blocos se movem juntos, eles sofrem a mesma aceleração.

ANALISE (a) A segunda equação nos dá a relação $a = F_{1\text{ em }2}/m_2$, que podemos substituir na primeira equação para obter $F - F_{2\text{ em }1} = m_1 F_{1\text{ em }2}/m_2$. Como $F_{2\text{ em }1} = F_{1\text{ em }2}$, temos

$$F_{2\,\text{em}\,1} = F_{1\,\text{em}\,2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F = \frac{1{,}2\text{ kg}}{2{,}3\text{ kg} + 1{,}2\text{ kg}}(3{,}2\text{ N}) = 1{,}1\text{ N}.$$

(b) Se a força $\vec{F}$ for aplicada ao bloco 2, no sentido oposto ao do caso anterior, os diagramas de corpo livre dos dois blocos ficarão assim:



A força de contato entre os dois blocos será

$$F'_{2\text{em}1} = F'_{1\text{em}2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F = \frac{2{,}3\text{ kg}}{2{,}3\text{ kg} + 1{,}2\text{ kg}}(3{,}2\text{ N}) = 2{,}1\text{ N}$$

(c) Note que a aceleração dos blocos é a mesma nos dois casos. No item (a), a força $F_{1\text{ em }2}$ é a única força horizontal aplicada ao bloco de massa m_2; no item (b), $F'_{2\text{ em }1}$ é a única força horizontal aplicada ao bloco de massa m_1. Como $F_{1\text{ em }2} = m_2 a$ no item (a), $F'_{2\text{ em }1} = m_1 a$ no item (b) e $m_1 > m_2$, para que as acelerações sejam iguais nos dois casos, devemos ter $F'_{2\text{ em }1} > F_{1\text{ em }2}$, ou seja, a força entre os blocos é maior na situação descrita no item (b).

APRENDA Este problema mostra que, no caso em que dois blocos de massas diferentes forem acelerados juntos por uma força externa, a força de contato entre os blocos será maior se a força externa for aplicada ao bloco de menor massa, como no item (b). No caso especial em que os blocos têm massas iguais, $m_1 = m_2 = m$, $F'_{2\text{ em }1} = F_{2\text{ em }1} = F/2$.

56. Como as duas situações envolvem a mesma força aplicada e a mesma massa total, a aceleração deve ser a mesma nos dois casos.

(a) Na situação da figura (b), de acordo com a Terceira Lei de Newton, se o bloco *A* empurra o bloco *B* com uma força de 10 N, o bloco *B* também empurra o bloco *A* com uma força de 10 N. Assim, a força (externa) que produz a aceleração do bloco *B* na situação da figura (a) (20 N) é duas vezes maior que a força (interna) que produz a mesma aceleração do bloco *A* na situação da figura (b)

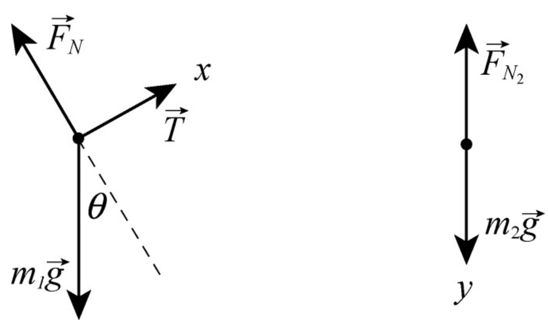
(10 N). De acordo com a Segunda Lei de Newton, a massa do bloco B é duas vezes maior que a massa do bloco A. Como a massa total é 12,0 kg, isso significa que a massa do bloco B é m_B = 8,00 kg e a massa do bloco A é m_A = 4,00 kg. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco B na situação da figura (a), a = (20,0 N)/(8,00 kg) = 2,50 m/s². Naturalmente, aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco A na situação da figura (b), obtemos o mesmo resultado para a aceleração: a = (10,0 N)/(4,00 kg) = 2,50 m/s².

(b) $\vec{F}_a = (12{,}0 \text{ kg})(2{,}50 \text{ m/s}^2)\,\hat{\text{i}} = (30{,}0 \text{ N})\,\hat{\text{i}}$.

57. Os diagramas de corpo livre dos dois blocos são mostrados na figura a seguir. T é a tensão da corda e θ = 30° é o ângulo do plano inclinado. No caso do bloco 1, tomamos o eixo x paralelo à superfície do plano inclinado, apontando para cima, e o eixo y perpendicular ao plano inclinado, também apontando para cima. No caso do bloco 2, tomamos o eixo y apontando verticalmente para baixo. Desta forma, as acelerações dos dois blocos podem ser representadas pelo mesmo símbolo a, sem contradições. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y do bloco 1 e ao eixo y do bloco 2, temos:

$$T - m_1 g \operatorname{sen}\theta = m_1 a$$
$$F_N - m_1 g \cos\theta = 0$$
$$m_2 g - T = m_2 a$$

A primeira e a terceira dessas equações formam um sistema que podemos usar para calcular os valores de a e T. A segunda equação não é necessária para resolver o problema, já que a força normal não é pedida nem faz parte da solução (como aconteceria se houvesse atrito).



(a) Somando membro a membro a terceira equação à primeira, temos:

$$m_2 g - m_1 g \operatorname{sen}\theta = m_1 a + m_2 a.$$

Explicitando a aceleração a, obtemos:

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \operatorname{sen}\theta)g}{m_1 + m_2} = \frac{[2{,}30 \text{ kg} - (3{,}70 \text{ kg})\operatorname{sen} 30{,}0^\circ](9{,}80 \text{ m/s}^2)}{3{,}70 \text{ kg} + 2{,}30 \text{ kg}} = 0{,}735 \text{ m/s}^2$$

(b) Como o valor de a é positivo, a aceleração do bloco que está pendurado é para baixo.

(c) A tensão da corda é

$$T = m_1 a + m_1 g \operatorname{sen}\theta = (3{,}70 \text{ kg})(0{,}735 \text{ m/s}^2) + (3{,}70 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)\operatorname{sen} 30{,}0^\circ = 20{,}8 \text{ N}.$$

58. Vamos considerar positivo o movimento para cima do sistema homem-cadeira.

(a) Quando o homem está puxando a corda com uma força igual à tensão T da corda, a força total para cima a que está sujeito o sistema homem-cadeira é $2T$, já que as duas extremidades da corda exercem uma força T sobre o sistema. Assim, de acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$2T - mg = ma$$

e, portanto, para a = 0, T = 466 N.

(b) Para $a = +1{,}30$ m/s^2, a equação do item (a) nos dá $T = 527$ N .

(c) Se o homem não está segurando a corda (e, em vez disso, a corda é puxada por outra pessoa com uma força igual à tensão T), apenas uma extremidade da corda exerce uma força T sobre o sistema e, assim, de acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$T - mg = ma$$

e, portanto, para $a = 0$, $T = 931$ N.

(d) Para $a = +1{,}30$ m/s^2, a equação do item (c) nos dá $T = 1{,}05 \times 10^3$ N.

(e) Como a corda exerce uma força T sobre a borda esquerda da polia e uma força T sobre a borda direita, a força total é $2T = 931$ N.

(f) A força é $2T = 1{,}05 \times 10^3$ N.

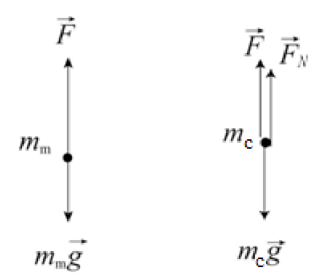
(g) A força é $2T = 1{,}86 \times 10^3$ N.

(h) A força é $2T = 2{,}10 \times 10^3$ N.

59. PENSE Este problema envolve a aplicação da terceira lei de Newton. Ao subir na árvore, o macaco exerce uma força para baixo sobre a corda, e a corda exerce uma força para cima sobre o macaco.

FORMULE Vamos tomar o sentido positivo do eixo y como sendo para cima, tanto no caso do macaco como no caso do caixote, e chamar de $\vec{F}$ a força que o macaco exerce sobre a corda.

A figura (que não foi desenhada em escala) mostra os diagramas de corpo livre do macaco e do caixote. Como, de acordo com a Terceira Lei de Newton, a corda exerce sobre o macaco uma força para cima igual em módulo à força que o macaco exerce sobre a corda, a aplicação, ao macaco, da segunda lei de Newton nos dá



$$F - m_m g = m_m a_m$$

em que m_m é a massa do macaco e a_m é a aceleração do macaco.

Como a massa da corda é desprezível, a força que a corda exerce sobre o caixote é igual à força que o macaco exerce sobre a corda. A aplicação da Segunda Lei de Newton ao caixote nos dá

$$F + F_N - m_c g = m_c a_c$$

em que m_c é a massa do caixote, a_c é a aceleração do caixote e F_N é a força normal que o solo exerce sobre o caixote. Se F é a força mínima necessária para levantar o caixote, $F_N = 0$, $a_c = 0$ e, de acordo com a equação anterior, $F = m_c g$.

ANALISE (a) Substituindo F por $m_c g$ na equação de movimento do macaco e explicitando a_m, obtemos

$$a_m = \frac{F - m_m g}{m_m} = \frac{(m_p - m_m)g}{m_m} = \frac{(15\text{ kg} - 10\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)}{10\text{ kg}} = 4{,}9\text{ m/s}^2$$

(b) Como foi visto, a aplicação da segunda lei de Newton ao movimento do caixote nos dá $F - m_c g = m_c a'_c$, e a aplicação da Segunda Lei de Newton ao movimento do macaco nos dá $F - m_m g = m_m a'_m$. Se a aceleração do caixote é para baixo, a aceleração do macaco é para cima, ou seja, $a'_m = -a'_c$. Explicitando F na primeira equação, temos

$$F = m_c\left(g + a'_c\right) = m_c\left(g - a'_m\right)$$

Substituindo F pelo seu valor na segunda equação, obtemos

$$m_c(g - a'_m) - m_m g = m_m a'_m$$

o que nos dá

$$a'_m = \frac{(m_c - m_m)g}{m_c + m_m} = \frac{(15\text{ kg} - 10\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)}{15\text{ kg} + 10\text{ kg}} = 2{,}0\text{ m/s}^2$$

(c) O resultado é positivo, o que indica que a aceleração do macaco é para cima.

(d) Explicitando a força de tração da corda na equação de movimento do caixote, temos

$$F = m_c(g - a'_m) = (15\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2 - 2{,}0\text{ m/s}^2) = 120\text{N}$$

APRENDA As situações descritas nos itens (b), (c) e (d) são semelhantes às de uma máquina de Atwood. Se $m_c > m_m$, o caixote acelera para baixo e o macaco acelera para cima.

60. A componente horizontal da aceleração é determinada pela componente horizontal da força.

(a) Se a taxa de variação do ângulo é

$$\frac{d\theta}{dt} = (2{,}00\times10^{-2})°/\text{s} = (2{,}00\times10^{-2})°/\text{s}\cdot\left(\frac{\pi\text{ rad}}{180°}\right) = 3{,}49\times10^{-4}\text{ rad/s},$$

como $F_x = F\cos\theta$, a taxa de variação da aceleração é

$$\frac{da_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{F\cos\theta}{m}\right) = -\frac{F\,\text{sen}\,\theta}{m}\frac{d\theta}{dt} = -\frac{(20{,}0\text{ N})\,\text{sen}\,25{,}0°}{5{,}00\text{ kg}}\left(3{,}49\times10^{-4}\text{ rad/s}\right)$$
$$= -5{,}90\times10^{-4}\text{ m/s}^3.$$

(b) Se a taxa de variação do ângulo é

$$\frac{d\theta}{dt} = -(2{,}00\times10^{-2})°/\text{s} = -(2{,}00\times10^{-2})°/\text{s}\cdot\left(\frac{\pi\text{ rad}}{180°}\right) = -3{,}49\times10^{-4}\text{ rad/s},$$

a taxa de variação da aceleração é

$$\frac{da_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{F\cos\theta}{m}\right) = -\frac{F\,\text{sen}\,\theta}{m}\frac{d\theta}{dt} = -\frac{(20{,}0\text{ N})\,\text{sen}\,25{,}0°}{5{,}00\text{ kg}}\left(-3{,}49\times10^{-4}\text{ rad/s}\right)$$
$$= +5{,}90\times10^{-4}\text{ m/s}^3.$$

61. PENSE Quando a massa inerte de um balão de ar quente diminui, a aceleração do balão para cima aumenta.

FORMULE As forças que agem sobre o balão são a força gravitacional $m\vec{g}$ (que aponta para baixo) e a força de empuxo do ar $\vec{F}_a$ (que aponta para cima). Vamos tomar o sentido positivo do eixo y como sendo para cima e chamar de a o *módulo* da aceleração. Quando a massa do balão é M (antes que o lastro seja descartado), a aceleração é para baixo e a aplicação da segunda lei de Newton ao balão nos dá

$$Mg - F_a = Ma$$

Depois que o lastro é descartado, a massa do balão passa a ser $M - m$ (em que m é a massa do lastro), e a aceleração passa a ser para cima. Nesse caso, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$F_a - (M - m)g = (M - m)a.$$

Combinando as duas equações, podemos obter o valor de m.

ANALISE A primeira equação nos dá $F_a = M(g - a)$; substituindo F_a por seu valor na segunda equação, obtemos

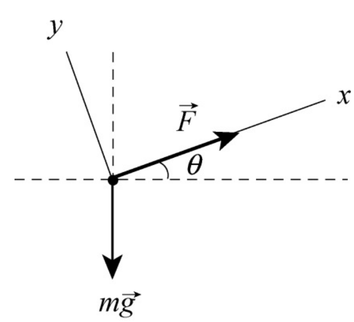
$$M(g-a)-(M-m)g=(M-m)a \;\Rightarrow\; m=\frac{2Ma}{g+a}$$

APRENDA No caso geral, se um lastro de massa m' é descartado, o balão sofre uma aceleração a' dada por

$$m' = M\frac{a'+a}{g+a}$$

ou seja, quanto maior é a massa descartada, maior é a aceleração para cima. Para $a' = a$, obtemos $m' = 2Ma/(g + a)$, o valor que havíamos calculado para as condições do problema.

62. Para resolver o problema, notamos que a aceleração em uma certa direção depende apenas das componentes das forças nessa direção.



(a) De acordo com o diagrama de corpo livre acima, a componente da força resultante na direção do eixo x é

$$F_{\text{res},x} = F - mg\,\text{sen}\,\theta = 380{,}0\ \text{N} - (7{,}260\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)\,\text{sen}\,30° = 344{,}4\ \text{N},$$

o que nos dá

$$a_x = F_{\text{res},x}/m = (344{,}4\ \text{N})/(7{,}260\ \text{kg}) = 47{,}44\ \text{m/s}^2.$$

De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade do peso no final da fase de aceleração é

$$v=\sqrt{v_0^2+2a_x(x-x_0)}=\sqrt{(2{,}500\ \text{m/s})^2+2(47{,}44\ \text{m/s}^2)(1{,}650\ \text{m})}=12{,}76\ \text{m/s}.$$

(b) Para $\theta = 42°$, temos:

$$a_x=\frac{F_{\text{res},x}}{m}=\frac{F-mg\,\text{sen}\,\theta}{m}=\frac{380{,}0\ \text{N}-(7{,}260\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)\,\text{sen}\,42{,}00°}{7{,}260\ \text{kg}}=45{,}78\ \text{m/s}^2,$$

e a velocidade final é

$$v=\sqrt{v_0^2+2a_x(x-x_0)}=\sqrt{(2{,}500\ \text{m/s})^2+2(45{,}78\ \text{m/s}^2)(1{,}650\ \text{m})}=12{,}54\ \text{m/s}.$$

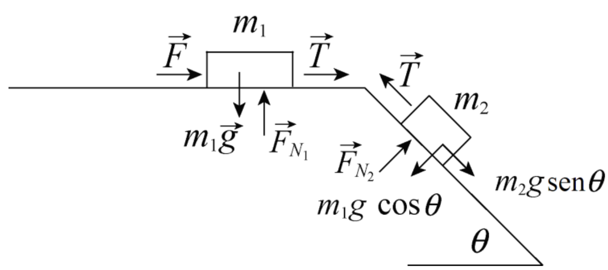
(c) A redução da velocidade de arremesso associada à mudança do ângulo de $30{,}00°$ para $42{,}00°$ é

$$\frac{12{,}76\ \text{m/s}-12{,}54\ \text{m/s}}{12{,}76\ \text{m/s}}=0{,}0169=1{,}69\%.$$

63. (a) A aceleração (que é igual a F/m neste problema) é a derivada da velocidade. Assim, a velocidade é a integral de F/m, de modo que podemos calcular a "área sob a curva" no gráfico (15 unidades) e dividir pela massa (3) para obter $v - v_o = 15/3 = 5$. Como $v_o = 3{,}0$ m/s, $v = 8{,}0\,\text{m/s}$.

(b) Como a resposta do item (a) é positiva, $\vec{v}$ aponta no sentido positivo do eixo x.

64. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x para o bloco de massa $m_2 = 1{,}0$ kg como "encosta abaixo" e o sentido positivo do eixo x para o bloco de massa $m_1 = 3{,}0$ kg como "para a direita"; assim, as acelerações dos dois blocos terão o mesmo sinal.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x de cada bloco, temos:

$$m_2 g\,\text{sen}\,\theta - T = m_2 a$$
$$F + T = m_1 a$$

Somando as duas equações membro a membro e explicitando a aceleração, temos:

$$a = \frac{m_2 g\,\text{sen}\,\theta + F}{m_1 + m_2}$$

Para $F = 2{,}3$ N e $\theta = 30°$, temos $a = 1{,}8$ m/s^2. Substituindo em uma das equações, obtemos $T = 3{,}1$ N.

(b) Vamos considerar o caso "crítico" no qual F atingiu o valor que anula a tensão na corda. De acordo com a primeira equação do item (a), quando isso acontece, $a = g\,\text{sen}\,30°$; assim, $a = 4{,}9$ m/s^2. Substituindo na segunda equação do item (a) (e fazendo $T = 0$), obtemos:

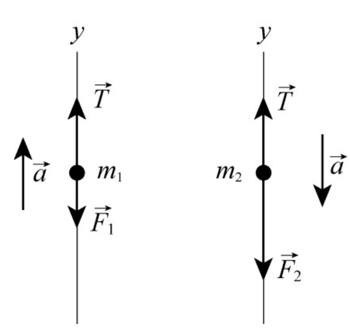
$$F = (3{,}0\ \text{kg})(4{,}9\ \text{m/s}^2) = 14{,}7\ \text{N} \approx 15\ \text{N}$$

65. As figuras mostram os diagramas de corpo livre dos dois recipientes. As únicas forças que agem sobre os recipientes são a tensão da corda e a força gravitacional. De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$T - m_1 g = m_1 a$$
$$m_2 g - T = m_2 a$$

Resolvendo este sistema de equações, temos:

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right) g$$



(a) No instante $t = 0$, $m_{10} = 1{,}30$ kg. Para $dm_1/dt = -0{,}200$ kg/s, a taxa de variação da aceleração com o tempo é

$$\frac{da}{dt}=\frac{da}{dm_1}\frac{dm_1}{dt}=-\frac{2m_2g}{(m_2+m_{10})^2}\frac{dm_1}{dt}=-\frac{2(2,80\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)}{(2,80\text{ kg}+1,30\text{ kg})^2}\left(-0.200\text{ kg/s}\right)=0,653\text{ m/s}^3.$$

(b) No instante $t=3,00$ s,

$$m_1=m_{10}+(dm_1/dt)t=1,30\text{ kg}+(-0,200\text{ kg/s})(3,00\text{ s})=0,700\text{ kg}$$

e a taxa de variação da aceleração com o tempo é

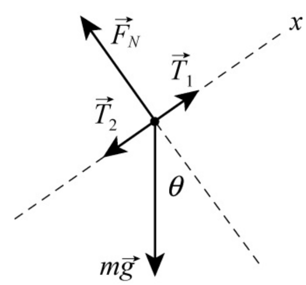
$$\frac{da}{dt}=\frac{da}{dm_1}\frac{dm_1}{dt}=-\frac{2m_2g}{(m_2+m_1)^2}\frac{dm_1}{dt}=-\frac{2(2,80\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)}{(2,80\text{ kg}+0,700\text{ kg})^2}\left(-0,200\text{ kg/s}\right)=0,896\text{ m/s}^3.$$

(c) A aceleração atinge o valor máximo para

$$0=m_1=m_{10}+(dm_1/dt)t=1,30\text{ kg}+(-0.200\text{ kg/s})t$$

ou $t=6,50$ s.

66. A figura mostra o diagrama de corpo livre do sistema.



Aplicando a Segunda Lei de Newton às componentes das forças na direção *x*, temos:

$$T_1 - T_2 - mg\,\text{sen}\,\theta = ma\,,$$

e, portanto, a diferença pedida é

$$T_1 - T_2 = m\left(g\,\text{sen}\,\theta + a\right)=\left(2800\text{ kg}\right)\left[(9,8\text{ m/s}^2)\,\text{sen}\,35° + 0,81\text{ m/s}^2\right]=1,8\times10^4\text{ N}.$$

67. Em primeiro lugar, analisamos o sistema como um todo, considerando "positivos" os movimentos no sentido horário (em outras palavras, o sentido para baixo é positivo para o bloco *C*, o sentido para a direita é positivo para o bloco *B*, e o sentido para cima é positivo para o bloco *A*). De acordo com a Segunda Lei de Newton, $m_Cg - m_Ag = Ma$, em que $M = m_A + m_B + m_C$ é a massa total do sistema. Explicitando *a*, temos:

$$a = g(m_C - m_A)/M = 1,63\text{ m/s}^2.$$

Em seguida, aplicamos a Segunda Lei de Newton apenas ao bloco *C*: $m_Cg - T = m_C\,a$. De acordo com essa equação, a tensão da corda que sustenta o bloco *C* é

$$T = m_Cg(2m_A + m_B)/M = 81,7\text{ N}.$$

68. Usamos primeiro a Eq. 4-26 para calcular a velocidade inicial do peso:

$$y-y_0=(\tan\theta)x-\frac{gx^2}{2(v'\cos\theta)^2}.$$

Para $\theta = 34{,}10°$, $y_0 = 2{,}11$ m e $(x, y) = (15{,}90 \text{ m}, 0)$, obtemos uma velocidade $v' = 11{,}85$ m/s. Durante esta fase, a aceleração é

$$a = \frac{v'^2 - v_0^2}{2L} = \frac{(11{,}85 \text{ m/s})^2 - (2{,}50 \text{ m/s})^2}{2(1{,}65 \text{ m})} = 40{,}63 \text{ m/s}^2.$$

A força média durante a fase de aceleração é

$$F = m(a + g \operatorname{sen} \theta) = (7{,}260 \text{ kg})\left[40{,}63 \text{ m/s}^2 + (9{,}80 \text{ m/s}^2) \operatorname{sen} 34{,}10°\right] = 334{,}8 \text{ N}.$$

69. Começamos por examinar um problema ligeiramente diferente: uma situação semelhante à da figura, mas sem a presença da corda. A ideia é a seguinte: se, na ausência da corda, a aceleração do bloco *A* for igual ou maior que a aceleração do bloco *B*, a tensão da corda será zero. Na ausência da corda,

$$a_A = F_A / m_A = 3{,}0 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = F_B / m_B = 4{,}0 \text{ m/s}^2$$

e, portanto, a tensão da corda não é zero. Vamos agora analisar (incluindo a corda) o movimento do sistema como um todo. De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos: $Ma = F_A + F_B = 36$ N, em que M é a massa total do sistema. Como $M = 10$ kg, $a = 3{,}6$ m/s^2. Como as duas forças que agem (no mesmo sentido) sobre o bloco *A* são F_A e T, temos:

$$m_A a = F_A + T \quad \Rightarrow \quad T = 2{,}4 \text{ N}.$$

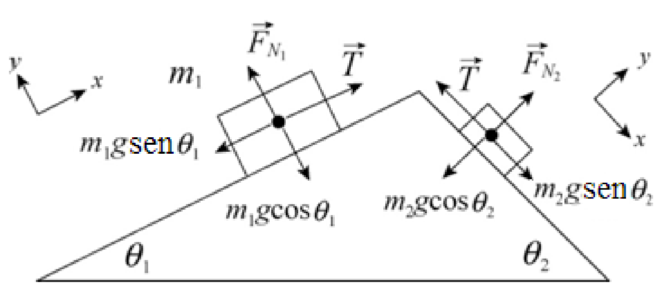
70. (a) Para uma descida de 0,50 m em "queda livre", a Eq. 2-16 nos dá uma velocidade de 3,13 m/s. Usando esse valor como "velocidade inicial" do movimento final (que acontece em uma extensão de 0,02 m), durante o qual a aceleração é a, calculamos que o módulo da aceleração média entre o instante em que os pés do homem tocam o solo e o instante em que o corpo se imobiliza é $a = 245$ m/s^2.

(b) De acordo com a Segunda Lei de Newton, $F - mg = ma \quad \Rightarrow \quad F = 20{,}4$ kN.

71. PENSE Este problema envolve duas caixas ligadas por uma corda e colocadas em um plano inclinado duplo. A existência da corda faz com que as duas caixas tenham a mesma aceleração.

FORMULE Para que a aceleração das duas caixas seja no mesmo sentido, vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo "para cima" no plano inclinado, em que está a caixa 1, e como sendo "para baixo" no plano inclinado, em que está a caixa 2. As componentes x dos pesos das duas caixas são $m_1 g \operatorname{sen} \theta_1$ e $m_2 g \operatorname{sen} \theta_2$. A figura a seguir mostra os diagramas de corpo livre das duas caixas. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$\begin{aligned} T - m_1 g \operatorname{sen} \theta_1 &= m_1 a \\ m_2 g \operatorname{sen} \theta_2 - T &= m_2 a \end{aligned}$$



Somando as duas equações e explicitando a aceleração, obtemos a seguinte expressão:

$$a = \left(\frac{m_2 \operatorname{sen} \theta_2 - m_1 \operatorname{sen} \theta_1}{m_2 + m_1}\right) g$$

ANALISE Para $\theta_1 = 30°$ e $\theta_2 = 60°$, $a = 0{,}45$ m/s². Substituindo esse valor na primeira equação, obtemos o valor da tração da corda:

$$T = m_1 a + m_1 g \operatorname{sen} \theta_1 = (3{,}0)(0{,}45) + (3{,}0)(9{,}8)(0{,}5) = 16{,}1 \text{ N}$$

APRENDA Para os dados deste problema, $m_2 \operatorname{sen} \theta_2 > m_1 \operatorname{sen} \theta_1$ e, portanto, $a > 0$, o que significa que a caixa 2 escorrega para baixo e a caixa 1 escorrega para cima.

72. Se a velocidade da partícula é constante, a aceleração é nula e, portanto, a força resultante a que a partícula está submetida também é nula, ou seja,

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0\,.$$

Assim, a terceira força é dada por

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\left(2\hat{\text{i}} + 3\hat{\text{j}} - 2\hat{\text{k}}\right)\text{N} - \left(-5\hat{\text{i}} + 8\hat{\text{j}} - 2\hat{\text{k}}\right)\text{N} = \left(3\hat{\text{i}} - 11\hat{\text{j}} + 4\hat{\text{k}}\right)\text{ N}.$$

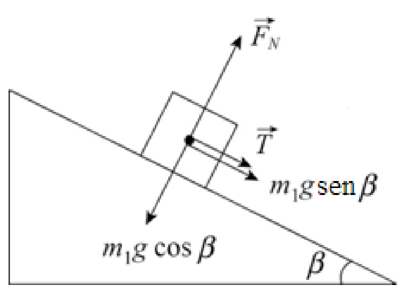
Este resultado não depende da velocidade da partícula.

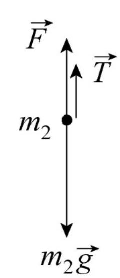
73. PENSE Este problema envolve dois objetos ligados por uma corda. Um dos objetos é submetido a uma força externa, e a existência da corda faz com que os dois objetos tenham a mesma aceleração.

FORMULE A figura a seguir (que não está desenhada em escala) mostra os diagramas de corpo livre dos dois objetos. Vamos primeiro analisar as forças que agem sobre o objeto 1. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo "para baixo" (paralelo a $\vec{T}$). Levando em conta que o objeto 1 possui uma aceleração a no sentido positivo do eixo x, a segunda lei de Newton nos dá

$$T + m_1 g \operatorname{sen} \beta = m_1 a$$

No caso do objeto 2, a aplicação da segunda lei de Newton nos dá a relação $F + T - Mg = M\left(-5{,}5 \text{ m/s}^2\right)$, em que a tração da corda aparece como uma força para cima. Combinando as duas equações, podemos obter os valores de T e de β.





ANALISE Vamos resolver primeiro o item (b). Combinando as duas equações anteriores, obtemos

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \beta &= \frac{(m_1 + m_2)a + F - m_2 g}{m_1 g} = \frac{(1{,}0 \text{ kg} + 2{,}0 \text{ kg})(5{,}5 \text{ m/s}^2) + 6{,}0 \text{ N} - (2{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)}{(1{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} \\ &= 0{,}296\end{aligned}$$

que nos dá $\beta = 17{,}2°$.

(a) Substituindo β pelo seu valor na primeira equação, obtemos

$$T = m_1(a - g \operatorname{sen} \beta) = (1{,}0 \text{ kg})\left[5{,}5 \text{ m/s}^2 - (9{,}8 \text{ m/s}^2)\operatorname{sen} 17{,}2°\right] = 2{,}60 \text{ N}$$

APRENDA Para $\beta = 0$, o problema se torna o mesmo que foi discutido no Exemplo 5.03 do livro, e os valores da aceleração e da tração da corda se reduzem às expressões obtidas nesse exemplo, $a = m_2 g/(m_1 + m_2)$ e $T = m_1 m_2 g/(m_1 + m_2)$.

74. Neste problema, precisamos considerar apenas forças horizontais (a força da gravidade não está envolvida). Sem perda de generalidade, podemos supor que uma das forças é paralela ao eixo *x* e a outra faz um ângulo de 80° no sentido anti-horário com o eixo *x*. Nesse caso, usando a notação módulo-ângulo, temos:

$$\vec{F}_{\text{res}} = (20 \angle 0) + (35 \angle 80) = (43 \angle 53) \Rightarrow \ |\vec{F}_{\text{res}}| = 43 \text{ N}.$$

Assim, a massa é m = (43 N)/(20 m/s^2) = 2,2 kg.

75. Como o objetivo é determinar o menor módulo possível de $\vec{F}_{\text{res}}$, se a soma dos módulos de $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ for menor ou igual a $|\vec{F}_1|$, as duas forças deverão apontar no sentido oposto ao de $\vec{F}_1$ (que é o sentido positivo do eixo *x*).

(a) Orientamos $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ no sentido negativo do eixo *x*; assim, o módulo da força resultante é 50 – 30 – 20 = 0 e a aceleração do pneu é zero.

(b) Orientamos $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ no sentido negativo do eixo *x*. O pneu sofre uma aceleração no sentido positivo do eixo *x* cujo módulo é

$$a = \frac{F_1 - F_2 - F_3}{m} = \frac{50\,\text{N} - 30\,\text{N} - 10\,\text{N}}{12\,\text{kg}} = 0{,}83 \text{ m/s}^2 .$$

(c) Nesse caso, devemos encontrar o ângulo para o qual as componentes *y* de $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ se cancelam mutuamente e as componentes *x* se somam para cancelar $\vec{F}_1$. Como $|\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$, sabemos que o ângulo que uma das forças faz para cima com o eixo *x* deve ser igual ao ângulo que a outra força faz para baixo com o eixo *x*. (Vamos chamar esse ângulo de θ.) A condição para que a soma das componentes *x* das três forças seja zero é

$$-50 \text{ N} = F_{2x} + F_{3x} = -(30\text{N})\cos\theta - (30\text{N})\cos\theta$$

o que nos dá

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{50\,\text{N}}{60\,\text{N}}\right) = 34° .$$

76. (a) Um pequeno trecho da corda possui massa e é puxado para baixo pela força gravitacional da Terra. Esse trecho só não é acelerado para baixo porque trechos vizinhos exercem uma força para cima que cancela a força gravitacional. Como a tensão é uma força exercida *ao longo* da corda, não pode ter uma componente vertical, a menos que a corda se desvie da horizontal.

(b) Desprezando a curvatura da corda e considerando o bloco e a corda um objeto único, a única força horizontal é a força aplicada $\vec{F}$. De acordo com a Segunda Lei de Newton, $F = (M + m)a$, em que a é a aceleração e o sentido positivo é tomado como para a direita. A aceleração do bloco (e da corda) é, portanto, $a = F/(M + m)$ para a direita.

(c) A força da corda, F_c, é a única força a que o bloco está submetido. Desprezando a curvatura da corda, essa força é horizontal. Assim, de acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$F_c = Ma = \frac{MF}{M + m}$$

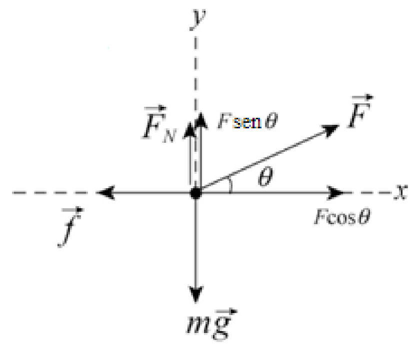
em que foi usada a expressão obtida no item (b) para a aceleração do bloco.

(d) Considerando o bloco e metade da corda um objeto único de massa $M + m/2$ submetido a uma tensão T_m, a Segunda Lei de Newton nos dá:

$$T_m = \left(M + \frac{1}{2}m\right)a = \frac{(M + m/2)F}{(M + m)} = \frac{(2M + m)F}{2(M + m)}$$

na qual foi usada a expressão obtida no item (b) para a aceleração do bloco.

77. PENSE O problema envolve um caixote que está sendo puxado por uma corda. Podemos usar a Segunda Lei de Newton para analisar o movimento do caixote.



FORMULE Embora se trate de um problema bidimensional, precisamos analisar apenas as componentes x dos vetores para obter as respostas pedidas. Note que, como $a_y = 0$, podemos chamar a componente x da aceleração simplesmente de a. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita. Essa figura (que não foi desenhada em escala) mostra o diagrama de corpo livre do caixote. A componente x da força de tração da corda é

$$F_x = F\cos\theta = (450 \text{ N}) \cos 38° = 355 \text{ N}$$

e a força que se opõe ao movimento (e, portanto, aponta no sentido negativo do eixo x) tem módulo $f = 125$ N.

ANALISE (a) De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$F_x - f = ma \Rightarrow a = \frac{F\cos\theta - f}{m} = \frac{355 \text{ N} - 125 \text{ N}}{310 \text{ kg}} = 0{,}74 \text{m/s}^2$$

(b) Nesse caso, usamos a Eq. 5-12 para calcular a massa: $m' = P/g = 31{,}6$ kg. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$F_x - f = m'a' \Rightarrow a' = \frac{F_x - f}{m'} = \frac{355 \text{ N} - 125 \text{ N}}{31{,}6 \text{ kg}} = 7{,}3 \text{ m/s}^2$$

APRENDA A força horizontal que se opõe ao movimento do caixote é a força de atrito entre o caixote e o piso, que será discutida no Capítulo 6.

78. Escolhemos um eixo x "encosta acima" para a caixa de massa m_2 e um eixo x para a direita para a caixa de massa m_1. (Assim, as acelerações das duas caixas têm o mesmo módulo e o mesmo sentido.) As forças paralelas à superfície do plano inclinado que atuam sobre a caixa de massa m_2 são, em módulo, a força aplicada F, a tensão T da corda e a componente x do peso do bloco, $m_2 g$ sen θ. A única força que atua sobre a caixa de massa m_1 é a tensão T da corda. De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$F - T - m_2 g \operatorname{sen}\theta = m_2 a$$
$$T = m_1 a$$

Combinando as duas equações, obtemos

$$F - m_2 g \operatorname{sen}\theta = (m_1 + m_2)a$$

o que nos dá

$$a = \frac{12 \text{ N} - (1{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)\operatorname{sen} 37°}{1{,}0 \text{ kg} + 3{,}0 \text{ kg}} = 1{,}53 \text{ m/s}^2.$$

Assim, a tensão é $T = m_1 a = (3{,}0 \text{ kg})(1{,}53 \text{ m/s}^2) = 4{,}6$ N.

79. (a) A massa da partícula é

$$m = P/g = (22\text{ N})/(9{,}8\text{ m/s}^2) = 2{,}2\text{ kg}.$$

Em um local onde a aceleração gravitacional é $g' = 4{,}9\text{ m/s}^2$, a massa continua a ser 2,2 kg, mas o peso passa a ser $P' = mg' = (2{,}2\text{ kg})(4{,}0\text{ m/s}^2) = 11\text{ N}$.

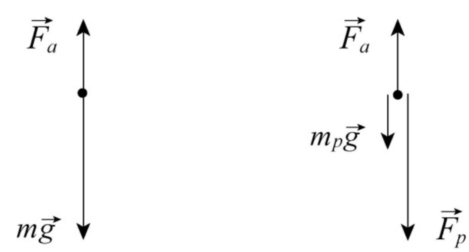
(b) $m = 2{,}2$ kg.

(c) Se $g = 0$, o peso é zero.

(d) $m = 2{,}2$ kg.

80. Escolhemos o sentido positivo do eixo y como sendo para baixo.

(a) A figura da esquerda, a seguir, mostra o diagrama de corpo livre do conjunto paraquedas-paraquedista, considerado um único objeto de massa 80 kg + 5,0 kg = 85 kg.



$\vec{F}_a$ é a força que o ar exerce sobre o paraquedas e $m\vec{g}$ é a força da gravidade. De acordo com a Segunda Lei de Newton, $mg - F_a = ma$, em que a é a aceleração. Explicitando F_a, obtemos

$$F_a = m(g - a) = (85\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2 - 2{,}5\text{ m/s}^2) = 620\text{ N}.$$

(b) A figura da direita, no item a, mostra o diagrama de corpo livre do paraquedas. $\vec{F}_a$ é a força do ar, $m_p\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{F}_p$ é a força do paraquedista. De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$m_pg + F_p - F_a = m_pa.$$

Explicitando F_p, obtemos

$$F_p = m_p(a - g) + F_a = (5{,}0\text{ kg})(2{,}5\text{ m/s}^2 - 9{,}8\text{ m/s}^2) + 620\text{ N} = 580\text{ N}.$$

81. A massa do piloto é $m = 735/9{,}8 = 75$ kg. Chamando a força que a nave exerce sobre o piloto (através do assento, provavelmente) de $\vec{F}$ e escolhendo o sentido positivo do eixo y como sendo para cima, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$F - mg_{\text{Lua}} = ma \quad \Rightarrow \quad F = (75\text{ kg})(1{,}6\text{ m/s}^2 + 1{,}0\text{ m/s}^2) = 195\text{ N}.$$

82. Com unidades do SI implícitas, a força resultante a que a caixa está submetida é

$$\vec{F}_{\text{res}} = (3{,}0 + 14\cos 30^\circ - 11)\hat{\mathrm{i}} + (14\,\text{sen}\,30^\circ + 5{,}0 - 17)\hat{\mathrm{j}}$$

o que nos dá $\vec{F}_{\text{res}} = (4{,}1\text{ N})\hat{\mathrm{i}} - (5{,}0\text{N})\hat{\mathrm{j}}$

(a) De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{res}}{m} = (1{,}0\text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{i}} - (1{,}3\text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{j}}.$$

(b) O módulo de $\vec{a}$ é $a=\sqrt{(1{,}0\ \text{m/s}^2)^2+\left(-1{,}3\ \text{m/s}^2\right)^2}=1{,}6\ \text{m/s}^2$.

(c) O ângulo é $\tan^{-1}$ [(−1,3 m/s²)/(1,0 m/s²)] = −50° (ou seja, 50° no sentido horário em relação ao semieixo x positivo).

83. PENSE Este problema envolve as três grandezas que aparecem na segunda lei de Newton: força, massa e aceleração.

FORMULE Chamando de F o módulo da força desconhecida, sabemos que $F=m_1a_1=m_2a_2$. Como conhecemos a_1 e a_2, podemos expressar as massas m_1 e m_2 em função de F por meio das relações $m_1 = F/a_1$ e $m_2 = F/a_2$ e usar a segunda lei de Newton para calcular a aceleração que a força F produz em objetos de massas $m_2 + m_1$ e $m_2 - m_1$.

ANALISE (a) No caso de um objeto de massa $m_2 - m_1$ submetido à força F, temos

$$a=\frac{F}{m_2-m_1}=\frac{F}{(F/a_2)-(F/a_1)}=\frac{a_1a_2}{a_1-a_2}=\frac{(12{,}0\ \text{m/s}^2)(3{,}30\ \text{m/s}^2)}{12{,}0\ \text{m/s}^2-3{,}30\ \text{m/s}^2}=4{,}55\ \text{m/s}^2$$

(b) No caso de um objeto de massa $m_2 + m_1$, temos

$$a'=\frac{F}{m_2+m_1}=\frac{F}{(F/a_2)+(F/a_1)}=\frac{a_1a_2}{a_1+a_2}=\frac{(12{,}0\ \text{m/s}^2)(3{,}30\ \text{m/s}^2)}{12{,}0\ \text{m/s}^2+3{,}30\ \text{m/s}^2}=2{,}59\ \text{m/s}^2$$

APRENDA Para a mesma força aplicada, quanto maior for a massa de um objeto, menor será a aceleração. Como, neste problema, $a_1>a>a_2>a'$, sabemos que $m_1<m_2-m_1<m_2<m_2+m_1$.

84. Supomos que o movimento acontece no sentido positivo do eixo x e que o refrigerador está inicialmente em repouso (caso em que a velocidade mencionada no texto resulta exclusivamente da aplicação da força $\vec{F}$). A única força que atua ao longo do eixo x é a componente x da força aplicada $\vec{F}$.

(a) Como $v_0 = 0$, a combinação das Eqs. 2-11 e 5-2 nos dá

$$F_x = m\left(\frac{v}{t}\right) \quad\Rightarrow\quad v_i=\left(\frac{F\ \cos\theta_i}{m}\right)t$$

para $i = 1$ (caso 1) ou $i = 2$ (caso 2). Como $\theta_1 = 0$ e $\theta_2 = \theta$, $v_2/v_1 = \cos\theta$.

(b) Como $v_0 = 0$, a combinação das Eqs. 2-16 e 5-2 nos dá

$$F_x = m\left(\frac{v^2}{2(x-x_0)}\right) \quad\Rightarrow\quad v_i=\sqrt{2\left(\frac{F\ \cos\theta_i}{m}\right)(x-x_0)}$$

para $i = 1$ (caso 1) ou $i = 2$ (caso 2). Como $\theta_1 = 0$ e $\theta_2 = \theta$, $v_2/v_1 = \sqrt{\cos\theta}$.

85. (a) Como o peso do artista é (52 kg)(9,8 m/s²) = 510 N, a corda arrebenta.

(b) De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$T - mg = ma \quad\Rightarrow\quad a=\frac{T}{m}-g$$

Para $T = 425$ N, $a = 1{,}6$ m/s².

86. Usamos a equação $P_p = mg_p$, em que P_p é o peso de um objeto de massa m na superfície de um planeta p e g_p é a aceleração da gravidade nesse planeta.

(a) O peso do astronauta na Terra é

$$P_T = mg_T = (75\ \text{kg})\ (9{,}8\ \text{m/s}^2) = 7{,}4\times 10^2\ \text{N}.$$

(b) O peso do astronauta em Marte é

$$P_M = mg_M = (75 \text{ kg})\,(3{,}7 \text{ m/s}^2) = 2{,}8 \times 10^2 \text{ N}.$$

(c) O peso do astronauta no espaço sideral é zero.

(d) A massa do astronauta é a mesma, 75 kg, para qualquer lugar.

87. Pela leitura da balança quando o elevador está parado, sabemos que a massa do objeto é $m = (65 \text{ N})/(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 6{,}6$ kg. Escolhendo o sentido positivo do eixo y como sendo para cima, notamos que o objeto está sujeito a duas forças: a força da gravidade, $-mg$, e a força normal da balança, T. (De acordo com a Terceira Lei de Newton, T também é a força que o objeto exerce sobre a balança e, portanto, é a leitura da balança).

(a) Quando o elevador está subindo com velocidade constante, a aceleração é zero e, portanto, a leitura da balança é a mesma que se o elevador estivesse parado: $T = 65$ N.

(b) O termo "desaceleração" é usado quando o vetor aceleração aponta no sentido contrário ao do vetor velocidade. Como, de acordo com o enunciado, a velocidade é para cima, a aceleração é para baixo ($a = -2{,}4 \text{ m/s}^2$). De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$T - mg = ma \;\Rightarrow\; T = (6{,}6 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2 - 2{,}4 \text{ m/s}^2) = 49 \text{ N}.$$

88. Seja g a aceleração da gravidade perto da superfície de Calisto, m a massa da espaçonave, a a aceleração da espaçonave e F o empuxo do motor da espaçonave. Vamos escolher o sentido positivo do eixo y como para baixo. Nesse caso, de acordo com a Segunda Lei de Newton, $mg - F = ma$. Se para um empuxo F_1 a aceleração é zero, $mg - F_1 = 0$. Se para um empuxo F_2 a aceleração é a_2, $mg - F_2 = ma_2$.

(a) A primeira equação nos dá o peso da espaçonave: $mg = F_1 = 3260$ N.

(b) A segunda equação nos dá a massa da espaçonave:

$$m = \frac{mg - F_2}{a_2} = \frac{3260 \text{ N} - 2200 \text{ N}}{0{,}39 \text{ m/s}^2} = 2{,}7 \times 10^3 \text{ kg}.$$

(c) O peso dividido pela massa nos dá a aceleração da gravidade:

$$g = (3260 \text{ N})/(2{,}7 \times 10^3 \text{ kg}) = 1{,}2 \text{ m/s}^2.$$

89. (a) Se $\vec{F}_{\text{res}} = 3F - mg = 0$, a força que o parafuso suporta é

$$F = \frac{1}{3}mg = \frac{1}{3}(1400 \text{ kg})\left(9{,}8 \text{ m/s}^2\right) = 4{,}6 \times 10^3 \text{ N}$$

(b) Nesse caso, a força que cada parafuso suporta é dada por $3F - mg = ma$, ou seja,

$$F = \frac{1}{3}m(g + a) = \frac{1}{3}(1400 \text{ kg})\left(9{,}8 \text{ m/s}^2 + 2{,}6 \text{ m/s}^2\right) = 5{,}8 \times 10^3 \text{ N}.$$

90. (a) O módulo da aceleração necessária é dado por

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0{,}10)\left(3{,}0 \times 10^8 \text{ m/s}\right)}{(3{,}0 \text{ dias})(86.400 \text{ s/dia})} = 1{,}2 \times 10^2 \text{ m/s}^2.$$

(b) O valor da aceleração em unidades de *g* é

$$a = \left(\frac{a}{g}\right) g = \left(\frac{1,2 \times 10^2 \text{ m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2}\right) g = 12g.$$

(c) A força necessária é

$$F = ma = \left(1,20 \times 10^6 \text{ kg}\right)\left(1,2 \times 10^2 \text{ m/s}^2\right) = 1,4 \times 10^8 \text{ N}.$$

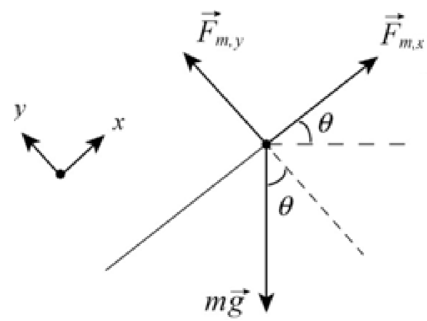
(d) Se a espaçonave percorre uma distância d = 0,1 mês-luz em um mês, o tempo necessário para percorrer 5,0 meses-luz é

$$t = \frac{d}{v} = \frac{5,0 \text{ meses-luz}}{0,1c} = 50 \text{ meses} \approx 4,2 \text{ anos.}$$

91. PENSE Este problema envolve uma motocicleta que sobe uma rampa com aceleração constante. Podemos usar a segunda lei de Newton para calcular a força resultante a que está submetido o piloto e a força que a motocicleta exerce sobre ele.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do piloto. $F_{m,y}$ e $F_{m,x}$ são as componentes *y* e *x* da força $\vec{F}_{m,r}$ que a motocicleta exerce sobre o piloto. A força resultante que age sobre o piloto é

$$F_{\text{res}} = ma$$



ANALISE (a) Como a força resultante é igual a *ma*, o módulo da força resultante que age sobre o piloto é

$$F_{\text{res}} = ma = (60,0 \text{ kg})\ (3,0 \text{ m/s}^2) = 1,8 \times 10^2 \text{ N}$$

(b) Para calcular a força que a motocicleta exerce sobre o piloto, aplicamos a segunda lei de Newton separadamente às componentes *x* e *y* do movimento. No caso do eixo *x*, temos

$$F_{m,r_x} - mg \text{ sen } \theta = ma$$

o que, para m = 60,0 kg, a = 3,0 m/s² e θ = 10°, nos dá $_{m\ x}$ 282 N.

No caso do eixo *y*, em que a aceleração é zero, temos

$$F_{m,r_y} - mg \cos \theta = 0$$

o que nos dá $F_{m,y} = 579 \text{ N}$. De acordo com o teorema de Pitágoras,

$$F_{m,r} = \sqrt{F_{m,r_x}^2 + F_{m,r_y}^2} = \sqrt{(282 \text{ N})^2 + (579 \text{ N})^2} = 644 \text{ N}$$

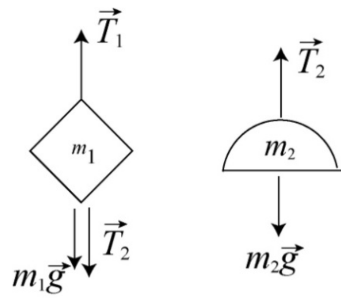
APRENDA A força exercida pela motocicleta sobre o piloto acelera o piloto na direção paralela à rampa e, ao mesmo tempo, mantém constante a distância entre o piloto e o piso ($a_y = 0$).

92. Chamamos o empuxo de T e escolhemos o sentido positivo do eixo y como para cima. De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$T - Mg = Ma \Rightarrow a = \frac{2,6 \times 10^5 \text{ N}}{1,3 \times 10^4 \text{ kg}} - 9,8 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2.$$

93. PENSE Este problema envolve peças de metal ligadas por cordas. Podemos usar o equilíbrio de forças para calcular a tração das cordas.

FORMULE A figura a seguir mostra os diagramas de corpo livre das peças 1 e 2.



Como a corda 2 está equilibrando apenas o peso da peça 2, $T_2 = m_2 g$. Por outro lado, a corda 1 está equilibrando o peso das duas peças e, portanto, $T_1 = (m_1 + m_2)g$.

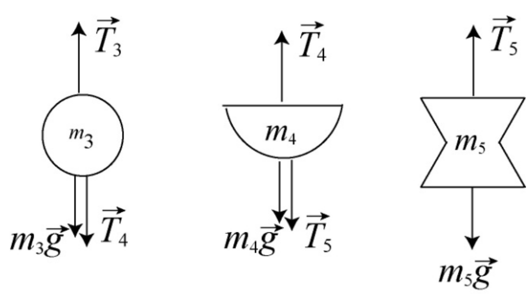
ANALISE (a) De acordo com a primeira equação, a tração da corda 2 é

$$T_2 = m_2 g = (4{,}5\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 44\ \text{N}$$

(b) De acordo com a segunda equação, a tração da corda 1 é

$$T_1 = (m_1 + m_2)g = (8{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 78\ \text{N}.$$

(c) A figura a seguir mostra os diagramas de corpo livre das peças 3, 4 e 5.



Como a corda 5 está equilibrando apenas o peso da peça 5,

$$T_5 = m_5 g = (5{,}5\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 54\ \text{N}$$

(d) De acordo com o enunciado do problema, a tração da corda 3 é $T_3 = 199$ N, o que significa que a corda equilibra o peso de uma massa de (199 N)/(9,80 m/s^2) = 20,3 kg. Como a massa total das peças 3 e 5 é 4,8 + 5,5 = 10,3 kg, a massa da peça 4 é m_4 = 20,3 kg – 10,3 kg = 10,0 kg e a massa cujo peso a tração da corda 4 deve equilibrar é

$$m_4 + m_5 = (10{,}0\ \text{kg} + 5{,}50\ \text{kg}) = 15{,}5\ \text{kg}$$

assim, T_4 = (15,5 kg)(9,80 m/s^2) = 152 N.

APRENDA Outra forma de calcular T_4 é examinar as forças que agem sobre a peça 3, já que uma dessas forças é T_4. Aplicando a segunda lei de Newton à peça 3, obtemos $T_3 - m_3 g - T_4 = 0$, o que nos dá

$$T_4 = T_3 - m_3 g = 199\ \text{N} - (4{,}8\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 152\ \text{N}$$

94. (a) Escrevemos a velocidade do tatu na forma $\vec{v} = v_x\,\hat{\mathrm{i}} + v_y\,\hat{\mathrm{j}}$. Como nenhuma força age sobre o tatu na direção x, a componente x da velocidade do tatu é constante: v_x = 5,0 m/s. Na direção y e no instante t = 3,0 s, temos (usando a Eq. 2-11 com $v_{0y} = 0$):

$$v_y = v_{0\,y} + a_y t = v_{0\,y} + \left(\frac{F_y}{m}\right)t = \left(\frac{17\text{ N}}{12\text{ kg}}\right)(3{,}0\text{ s}) = 4{,}3\text{ m/s}.$$

Assim, $\vec{v} = (5{,}0\text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (4{,}3\text{ m/s})\hat{\mathrm{j}}$.

(b) Escrevemos o vetor posição do tatu na forma $\vec{r} = r_x\,\hat{\mathrm{i}} + r_y\,\hat{\mathrm{j}}$. No instante t = 3,0 s, r_x = (5,0 m/s) (3,0 s) = 15 m e (usando a Eq. 2-15 com v_{0y} = 0):

$$r_y = v_{0y}\,t + \frac{1}{2}a_y\,t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{F_y}{m}\right)t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{17\text{ N}}{12\text{ kg}}\right)(3{,}0\text{ s})^2 = 6{,}4\text{ m}.$$

O vetor posição no instante t = 3,0 s é, portanto, $\vec{r} = (15\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (6{,}4\text{ m})\hat{\mathrm{j}}$.

95. (a) O bloco que deve ser pendurado é o de 4,0 kg, já que o peso do bloco que está pendurado é responsável pela aceleração do sistema e, entre os dois blocos, o de 4,0 kg é de maior massa e, portanto, o de maior peso.

Para calcular a aceleração do sistema e a tensão da corda, aplicamos a Segunda Lei de Newton aos eixos vertical e horizontal, o que nos dá o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} m_1 g - T &= m_1 a \\ T &= m_2 a \end{aligned}$$

em que m_1 é a massa do bloco que está pendurado e m_2 é a massa do outro bloco.

(b) Somando membro a membro as equações acima, explicitando a e substituindo m_1 e m_2 por seus valores, temos:

$$a = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)g = \left(\frac{4{,}0\text{ kg}}{4{,}0\text{ kg} + 2{,}0\text{ kg}}\right)(9{,}8\text{ m/s}^2) = 6{,}5\text{ m/s}^2$$

(c) Substituindo a por seu valor na segunda equação, temos:

$$T = m_2 a = (2{,}0\text{ kg})(6{,}5\text{ m/s}^2) = 13\text{ N}.$$

96. De acordo com a Segunda Lei de Newton, o módulo da força é dado por $F = ma$, em que a é o módulo da aceleração do nêutron. Supondo que a aceleração é constante, podemos usar a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2ad$, para calcular o valor de a:

$$a = \frac{(v^2 - v_0^2)}{2d} = \frac{-(1{,}4 \times 10^7\text{ m/s})^2}{2(1{,}0 \times 10^{-14}\text{ m})} = -9{,}8 \times 10^{27}\text{ m/s}^2.$$

O módulo da força é, portanto,

$$F = ma = (1{,}67 \times 10^{-27}\text{ kg})(9{,}8 \times 10^{27}\text{ m/s}^2) = 16\text{ N}.$$

97. (a) A força resultante é

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (3{,}0\text{ N} + (-2{,}0\text{ N}))\hat{\mathrm{i}} + (4{,}0\text{ N} + (-6{,}0\text{ N}))\hat{\mathrm{j}}$$

o que nos dá $\vec{F}_{\text{res}} = (1,0\ \text{N})\hat{\text{i}} - (2,0\ \text{N})\hat{\text{j}}$.

(b) O módulo de $\vec{F}_{\text{res}}$ é $F_{\text{res}} = \sqrt{(1,0\ \text{N})^2 + (-2,0\ \text{N})^2} = 2,2\ \text{N}$.

(c) O ângulo de $\vec{F}_{\text{res}}$ é $\theta_F = \tan^{-1}\left(\dfrac{-2,0\ \text{N}}{1,0\ \text{N}}\right) = -63^\circ$.

(d) O módulo de $\vec{a}$ é $a = \dfrac{F_{res}}{m} = \dfrac{2,2\ \text{N}}{1,0\ \text{kg}} = 2,2\ \text{m/s}^2$.

(e) Como, de acordo com a segunda lei de Newton, $\vec{a}$ tem a mesma orientação que $\vec{F}_{\text{res}}$, $\theta_a = -63^\circ$. Na notação módulo-ângulo, $\vec{a} = 2,2\ \text{m/s}^2 \angle -63^\circ$.

Capítulo 6

1. Para evitar que as caixas deslizem, é preciso que a desaceleração a seja menor ou igual à força máxima de atrito (Eq. 6-1, com $F_N = mg$ neste caso). De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$a = f_{s,\max}/m = \mu_s g .$$

A distância pode ser calculada com o auxílio da Eq. 2-16: $x - x_0 = v^2/2a = 36$ m. Antes de realizar este cálculo, é preciso converter a velocidade de 48 km/h para 13 m/s.

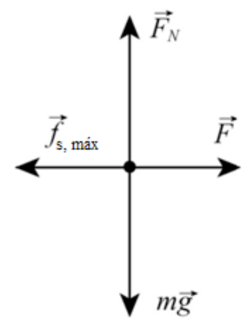
2. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao movimento horizontal, temos $F - \mu_k mg = ma$, em que usamos a Eq. 6-2, supondo que $F_N = mg$ (o que equivale a desprezar a força vertical exercida pela vassoura). A Eq. 2-16 relaciona a distância percorrida à velocidade final e à aceleração: $v^2 = 2a(x - x_0)$. Substituindo os valores conhecidos de v e $(x - x_0)$, obtemos $a = 1{,}4$ m/s^2. Voltando à equação da força, obtemos (para $F = 25$ N e $m = 3{,}5$ kg) um valor para o coeficiente de atrito cinético $\mu_k = 0{,}58$.

3. PENSE Como existe atrito entre a cômoda e o piso, a cômoda só começa a se mover se a força horizontal aplicada for maior que um determinado valor.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre da cômoda. Vamos chamar de $\vec{F}$ a força horizontal aplicada à cômoda, de $\vec{f}_s$ a força de atrito estático, de $\vec{F}_N$ a força normal exercida pelo piso, e de $m\vec{g}$ a força gravitacional. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento, obtemos as equações

$$\begin{aligned} F - f_{s,\,\text{máx}} &= ma \\ F_N - mg &= 0 \end{aligned}$$

respectivamente.



A segunda equação nos dá a força normal $F_N = mg$. Como, de acordo com a Eq. 6-1, $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, a primeira equação se torna

$$F - \mu_s mg = ma = 0$$

em que fizemos $a = 0$ para levar em conta o fato de que a força de atrito estático ainda é capaz de equilibrar a força aplicada, embora esteja prestes a ser superada.

ANALISE (a) Para $\mu_s = 0{,}45$ e $m = 45$ kg, a equação anterior nos dá

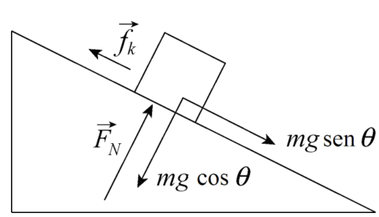
$$F = \mu_s mg = (0{,}45)(45\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 198\text{ N}$$

Para colocar a cômoda em movimento, é preciso aplicar uma força horizontal maior que esse valor. Arredondando para dois algarismos significativos, podemos dizer que a força mínima necessária para fazer a cômoda entrar em movimento é $F = 2{,}0 \times 10^2$ N.

(b) Substituindo $m = 45$ kg por $m = 45 - 17 = 28$ kg, obtemos $F = 1{,}2 \times 10^2$ N, o mesmo raciocínio do item (a).

APRENDA Os valores aqui calculados representam a força mínima necessária para vencer o atrito estático. Uma vez vencido o atrito estático, o corpo entrará em movimento e a força de atrito passará a ser a força de atrito cinético, que é menor que a força de atrito estático. Assim, se o valor da força aplicada permanecer o mesmo, o corpo sofrerá aceleração.

4. O diagrama a seguir mostra as forças que agem sobre o porco. O ângulo de inclinação da rampa é θ.



Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$mg\,\text{sen}\ \theta - f_k = ma$$
$$F_N - mg\cos\ \theta = 0.$$

Resolvendo esse sistema de equações e usando a Eq. 6-2 ($f_k = \mu_k F_N$), temos:

$$a = g\left(\text{sen}\,\theta - \mu_k \cos\theta\right).$$

Para calcular o tempo que o porco leva para percorrer uma distância ℓ, usamos a Eq. 2-15:

$$\ell = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}.$$

Chamando de t' o tempo que o porco leva para percorrer a mesma distância ℓ em uma rampa sem atrito e de a' a aceleração correspondente, temos:

$$\frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{2\ell/a}}{\sqrt{2\ell/a'}} = \sqrt{\frac{a'}{a}}$$

o que nos leva a concluir que se $t/t' = 2$, $a' = 4a$. Como, de acordo com a Segunda Lei de Newton, $a' = g$ sen θ, temos:

$$g\,\text{sen}\,\theta = 4g\left(\text{sen}\,\theta - \mu_k \cos\theta\right).$$

Resolvendo a equação acima para $\theta = 35°$, obtemos $\mu_k = 0{,}53$.

5. Além das forças mostradas na Fig. 6-17, um diagrama de corpo livre incluiria uma força normal para cima $\vec{F}_N$ exercida pela superfície sobre o bloco, uma força gravitacional $m\vec{g}$ para baixo exercida pela Terra sobre o bloco, e uma força de atrito cinético ou estático horizontal $\vec{f}$. Escolhemos o sentido do eixo x como positivo para a direita e o do eixo y como positivo para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton a esses eixos, obtemos:

$$F - f = ma$$
$$P + F_N - mg = 0$$

em que $F = 6{,}0$ N e $m = 2{,}5$ kg é a massa do bloco.

(a) Nesse caso, $P = 8{,}0$ N e

$$F_N = (2{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - 8{,}0\text{ N} = 16{,}5\text{ N}.$$

De acordo com a Eq. 6-1, isso significa que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = 6{,}6$ N, que é maior que a força de 6,0 N para a direita. Assim, o bloco, que estava inicialmente em repouso, permanece em repouso. Fazendo $a = 0$ na primeira equação, obtemos uma força de atrito estático $f = P = 6{,}0$ N.

(b) Nesse caso, $P = 10$ N e

$$F_N = (2{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - 10\text{ N} = 14{,}5\text{ N}.$$

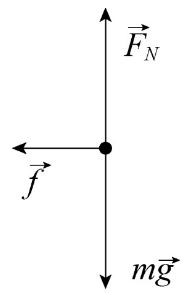
De acordo com a Eq. 6-1, isso significa que $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = 5{,}8$ N, que é menor que a força de 6,0 N para a direita. Assim, o bloco entra em movimento e passamos a ter um atrito cinético entre o bloco e a superfície, que, de acordo com a Eq. 6-2, é dado por

$$f_k = \mu_k F_N = 3{,}6\text{ N}.$$

(c) Nesse caso, $P = 12$ N, $F_N = 12{,}5$ N e $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = 5{,}0$ N, que, como era de se esperar, é menor que a força de 6,0 N para a direita. Assim, o bloco entra em movimento e a força de atrito cinético é $f_k = \mu_k F_N = 3{,}1$ N.

6. A figura mostra o diagrama de corpo livre do jogador. $\vec{F}_N$ é a força normal que o campo exerce sobre o jogador, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. A força de atrito está relacionada à força normal através da equação $f = \mu_k F_N$. Usamos a Segunda Lei de Newton, aplicada ao eixo vertical, para determinar a força normal. Como a componente vertical da aceleração é zero, $F_N - mg = 0$ e $F_N = mg$. Assim,

$$\mu_k = \frac{f}{F_N} = \frac{470\ \text{N}}{(79\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 0{,}61.$$

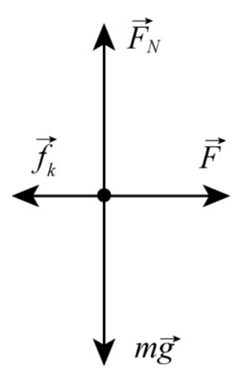


7. PENSE Uma força está sendo usada para acelerar um caixote na presença de atrito. Podemos usar a segunda lei de Newton para calcular a aceleração.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do caixote. Vamos chamar de $\vec{F}$ a força horizontal que a pessoa exerce sobre o caixote, de $\vec{f}_k$ a força de atrito cinético, de $\vec{F}_N$ a força normal exercida pelo piso, e de $m\vec{g}$ a força gravitacional. O módulo da força de atrito é dado pela Eq. 6-2: $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento, obtemos as equações

$$F - f_k = ma$$
$$F_N - mg = 0$$

respectivamente.



ANALISE (a) Como, de acordo com a segunda equação, a força normal é $F_N = mg$, a força de atrito cinético é

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = (0{,}35)(55\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 1{,}9 \times 10^2\ \text{N}$$

(b) Substituindo f_k pelo seu valor na primeira equação, obtemos

$$F - \mu_k mg = ma$$

o que nos dá

$$a = \frac{F}{m} - \mu_k g = \frac{220\ \text{N}}{55\ \text{kg}} - (0{,}35)(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}56\ \text{m/s}^2$$

APRENDA Para que o caixote seja acelerado, a condição $F > f_k = \mu_k mg$ deve ser satisfeita. Como mostra a equação anterior, para a mesma força aplicada, quanto maior o valor de μ_k, menor a aceleração.

8. Para manter a pedra em movimento, é preciso que exista uma força horizontal (no sentido $+x$) para cancelar o efeito do atrito cinético. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F - f_k = ma$$
$$F_N - mg = 0$$

A segunda equação nos dá $F_N = mg$, de modo que, de acordo com a Eq. 6-2, $f_k = \mu_k\, mg$. Assim, a primeira equação se torna

$$F - \mu_k mg = ma = 0$$

em que fizemos $a = 0$ porque estamos supondo que a velocidade horizontal da pedra é constante. Para $m = 20$ kg e $\mu_k = 0{,}80$, obtemos $F = 1{,}6 \times 10^2$ N.

9. Escolhemos um eixo $+x$ horizontal para a direita, um eixo $+y$ vertical para cima e observamos que as componentes da força aplicada são $F_x = F\cos\theta$ e $F_y = -F\,\mathrm{sen}\,\theta$.

(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo y, temos:

$$F_N - F\,\mathrm{sen}\,\theta - mg = 0 \;\Rightarrow\; F_N = (15\text{ N})\,\mathrm{sen}\,40^\circ + (3{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 44\text{ N}.$$

Para $\mu_k = 0{,}25$, a Eq. 6-2 nos dá $f_k = 11$ N.

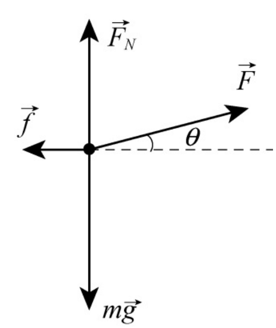
(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x, temos:

$$F\cos\theta - f_k = ma \;\Rightarrow\; a = \frac{(15\text{ N})\cos 40^\circ - 11\text{ N}}{3{,}5\text{ kg}} = 0{,}14\text{ m/s}^2$$

Como o resultado é positivo, o bloco acelera para a direita.

10. (a) O diagrama de corpo livre do bloco é mostrado na figura a seguir, em que $\vec{F}$ é a força aplicada, $\vec{F}_N$ é a força normal, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Escolhemos um eixo $+x$ horizontal para a direita e um eixo $+y$ vertical para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F_x = F\cos\theta - f = ma$$
$$F_y = F\,\mathrm{sen}\,\theta + F_N - mg = 0$$



Como $f = \mu_k F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta$, $f = \mu_k(mg - F\mathrm{sen}\theta)$. Substituindo f por essa expressão na primeira equação, obtemos

$$F\cos\theta - \mu_k(mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta) = ma,$$

e, portanto,

$$a = \frac{F}{m}(\cos\theta + \mu_k\,\mathrm{sen}\,\theta) - \mu_k g.$$

(a) Para $\mu_s = 0{,}600$ e $\mu_k = 0{,}500$, o módulo de $\vec{f}$ tem um valor máximo

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = (0{,}600)(mg - 0{,}500mg\,\mathrm{sen}\,20^\circ) = 0{,}497mg.$$

Por outro lado, $F\cos\theta = 0,500mg\cos 20° = 0,470mg$. Assim, $F\cos\theta < f_{s,\max}$ e o bloco permanece parado.

(b) Para $\mu_s = 0,400$ e $\mu_k = 0,300$, o módulo de $\vec{f}$ tem um valor máximo

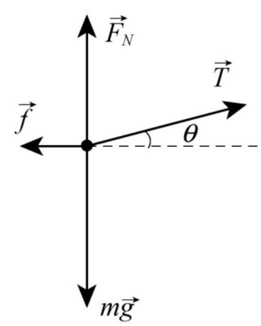
$$f_{s,\,\text{máx}} = \mu_s F_N = (0,400)(mg - 0,500mg\,\text{sen}\,20°) = 0,332mg.$$

Nesse caso, $F\cos\theta = 0,500mg\cos 20° = 0,470mg > f_{s,\text{máx}}$. Assim, o bloco sofre uma aceleração dada por

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m}(\cos\theta + \mu_k\,\text{sen}\,\theta) - \mu_k g \\ &= (0,500)(9,80\ \text{m/s}^2)[\cos 20^\circ + (0,300)\,\text{sen}\,20^\circ] - (0,300)(9,80\ \text{m/s}^2) \\ &= 2,17\ \text{m/s}^2 \end{aligned}$$

11. PENSE Como o caixote está sendo submetido a uma força que não é horizontal nem vertical, precisamos analisar o movimento ao longo dos eixos *x* e *y*.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do caixote, em que $\vec{T}$ é a força exercida pela corda, $\vec{F}_N$ é a força normal, $m\vec{g}$ é a força gravitacional e $\vec{f}$ é a força de atrito. Vamos tomar o sentido positivo do eixo *x* como para a direita e o sentido positivo do eixo *y* como para cima. Vamos supor também que o caixote está inicialmente em repouso.



Aplicando a segunda lei de Newton às componentes *x* e *y* do movimento, obtemos, respectivamente,

$$T\cos\theta - f = 0, \quad T\,\text{sen}\,\theta + F_N - mg = 0$$

em que θ é o ângulo entre a corda e a horizontal. A primeira equação nos dá $f = T\cos\theta$ e a segunda equação nos dá $F_N = mg - T\,\text{sen}\,\theta$. Para que o caixote permaneça em repouso, devemos ter $f < \mu_s F_N$, ou seja, $T\cos\theta < \mu_s(mg - T\,\text{sen}\,\theta)$. Quando a força aplicada pela corda está prestes a colocar o caixote em movimento, $T\cos\theta = \mu_s(mg - T\,\text{sen}\,\theta)$.

ANALISE (a) Explicitando a tração da corda na equação anterior, obtemos

$$T = \frac{\mu_s mg}{\cos\theta + \mu_s\,\text{sen}\,\theta} = \frac{(0,50)\,(68\ \text{kg})\,(9,8\ \text{m/s}^2)}{\cos 15° + 0,50\,\text{sen}\,15°} = 304\ \text{N} \approx 3,0\times 10^2\ \text{N}$$

(b) As equações da segunda lei de Newton para o caso do caixote em movimento são

$$T\cos\theta - f = ma, \quad T\,\text{sen}\,\theta + F_N - mg = 0$$

Uma vez que $f = \mu_k F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = mg - T\,\text{sen}\,\theta$, a força de atrito é fornecida por $f = \mu_k(mg - T\,\text{sen}\,\theta)$. Substituindo *f* pelo seu valor na primeira equação, obtemos

$$T\cos\theta - \mu_k(mg - T\,\text{sen}\,\theta) = ma,$$

e, portanto, a aceleração é

$$\begin{aligned} a &= \frac{T(\cos\theta + \mu_k\,\text{sen}\,\theta)}{m} - \mu_k g \\ &= \frac{(304\ \text{N})(\cos 15° + 0,35\,\text{sen}\,15°)}{68\ \text{kg}} - (0,35)(9,8\ \text{m/s}^2) = 1,3\ \text{m/s}^2 \end{aligned}$$

APRENDA Fazendo θ = 0 nessa equação, obtemos as expressões já conhecidas para uma força horizontal, $T = \mu_s mg$ e $a = (T - \mu_k mg)/m$.

12. Como não há aceleração, a soma das forças de atrito estático (que são quatro, uma para cada polegar e uma para cada conjunto dos outros quatro dedos) é igual à força da gravidade. Assim, de acordo com a Eq. 6-1, temos:

$$4\mu_s F_N = mg = (79 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)$$

que, para μ_s = 0,70, nos dá $F_N = 2{,}8 \times 10^2$ N.

13. Chamamos de F o módulo da força exercida pelo operário. O módulo da força de atrito estático pode variar de 0 a $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

(a) Nesse caso, aplicando a Segunda Lei de Newton na direção vertical, temos $F_N = mg$. Assim,

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = (0{,}37)(35 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 127 \text{ N}.$$

(b) O engradado não se move, já que F = 110 N < $f_{s,\text{máx}}$ = 127 N.

(c) Aplicando a Segunda Lei de Newton na direção horizontal, temos $f_s = F$ = 110 N.

(d) Chamando a força para cima exercida pelo segundo operário de F_2 e aplicando a Segunda Lei de Newton na direção vertical, obtemos $F_N = mg - F_2$, o que nos dá

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s (mg - F_2).$$

Para que o engradado se mova, F deve satisfazer a condição $F > f_{s,\text{máx}} = \mu_s\,(mg - F_2)$ o que nos dá

$$110 \text{ N} > (0{,}37)\left[(35 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2) - F_2\right].$$

Como o menor valor de F_2 que satisfaz essa desigualdade é um valor ligeiramente maior que 45,7 N, podemos dizer que $F_{2,\,\text{mín}}$ = 46 N.

(e) Nesse caso, a força horizontal total tem que ser maior que o valor de $f_{s,\text{máx}}$ calculado no item (a), ou seja,

$$F + F_2 > f_{s,\text{máx}} \Rightarrow \quad 110 \text{ N} + F_2 > 127 \text{ N}$$

o que nos dá $F_{2,\,\text{mín}}$ = 17 N.

14. (a) Vamos supor que o bloco está em repouso e que o ângulo de mergulho tem o valor $\theta_{\text{máx}}$ para o qual a força de atrito estático é a maior possível, $f_{s,\text{máx}}$. Aplicando a Segunda Lei de Newton na direção paralela e na direção perpendicular à encosta, temos:

$$mg \,\text{sen}\, \theta_{\text{máx}} - f_{s,\text{máx}} = 0$$
$$F_N - mg \cos \theta_{\text{máx}} = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima e usando a Eq. 6-1, $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, obtemos:

$$\theta_{\text{máx}} = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} 0{,}63 \approx 32°.$$

Como esse ângulo é maior que o ângulo de mergulho dado (24º), o bloco não desliza.

(b) Aplicando novamente a Segunda Lei de Newton, obtemos:

$$F + mg \,\text{sen} \quad - f_{s,\text{máx}} = 0$$
$$F \quad - mg \cos \quad = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, usando a Eq. 6-1 ($f_{s,\,\text{máx}} = \mu_s F_N$) e fazendo $\theta = 24°$ e $m = 1{,}8 \times 10^7$ kg, obtemos:

$$F = mg\left(\mu_s \cos\theta - \operatorname{sen}\theta\right) = 3{,}0\times10^7 \text{ N}.$$

15. De acordo com o resultado obtido no item (a) do problema anterior,

$$\theta = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1} 0{,}04 \approx 2°.$$

16. (a) Nesta situação, supomos que $\vec{f}_s$ aponta ladeira acima e está com o valor máximo, $\mu_s F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton a um objeto de massa m, nas direções paralela e perpendicular à encosta, temos:

$$F_{\text{mín}1} - mg\operatorname{sen}\theta + \mu_s F_N = 0$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos:

$$F_{\text{mín 1}} = mg(\operatorname{sen}\theta - \mu s \cos\theta)$$

que, para $m = P/g = 8{,}2$ kg, $\theta = 20°$ e $\mu_s = 0{,}25$, nos dá $F_{\text{mín 1}} = 8{,}6$ N.

(b) A única diferença em relação ao item anterior é que agora supomos que $\vec{f}_s$ aponta ladeira abaixo. Nesse caso, o sistema de equações é

$$F_{\text{mín 2}} - mg\operatorname{sen}\theta - \mu s\, F_N = 0$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos

$$F_{\text{mín 2}} = mg\left(\operatorname{sen}\theta + \mu_s\cos\theta\right) = 46 \text{ N}.$$

Na verdade, será necessário um valor ligeiramente maior que o valor calculado para fazer o trenó começar a subir a ladeira.

(c) Como agora estamos lidando com o atrito cinético (que aponta para baixo), o sistema de equações se torna

$$F - mg\operatorname{sen}\theta - f_k = ma$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos

$$F = mg(\operatorname{sen}\theta + \mu_k\cos\theta)$$

que, para $m = P/g = 8{,}2$ kg, $\theta = 20°$ e $\mu_k = 0{,}15$, nos dá $F = 39$ N.

17. Se o bloco começar a se mover, a força de atrito será a força de atrito cinético, dada pela Eq. 6-2; se permanecer em repouso, será a força de atrito estático, de módulo igual à soma do módulo da força $\vec{P}$ com a componente do peso do bloco paralela à superfície do plano inclinado. Antes de mais nada, portanto, é preciso saber se o bloco vai se mover quando a força $\vec{P}$ for aplicada, o que depende da força máxima de atrito estático, dada pela Eq. 6-1. Para calcular essa força, aplicamos a Segunda Lei de Newton na direção perpendicular à superfície do plano inclinado, o que nos dá

$$F_N - P\cos\theta = 0$$

em que $P = 45$ N é o peso do bloco e $\theta = 15°$ é o ângulo do plano inclinado. Assim, $F_N = 43{,}5$ N, o que significa que a força máxima de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = (0{,}50)\,(43{,}5 \text{ N}) = 21{,}7 \text{ N}.$$

(a) Para $\vec{P} = (-5,0 \text{ N})\hat{\text{i}}$, a Segunda Lei de Newton, aplicada à direção paralela à superfície do plano inclinado, nos dá

$$f - |P| - mg\,\text{sen}\,\theta = ma.$$

Ao escrever essa equação, estamos supondo que a força $\vec{f}$ aponta para cima; se a força apontar para baixo, o valor obtido para f será negativo. Se $f = f_s$, $a = 0$ e a equação se torna

$$f_s = |P| + mg\,\text{sen}\,\theta = 5{,}0 \text{ N} + (43{,}5 \text{ N})\text{sen}15° = 17 \text{ N}.$$

Como f_s é menor que $f_{s,\,max}$, o bloco permanece em repouso e a força de atrito é $\vec{f}_s = (17 \text{ N})\hat{\text{i}}$.

(b) Para $\vec{P} = (-8{,}0 \text{ N})\hat{\text{i}}$, obtemos (usando a mesma equação) f_s = 20 N, que também é menor que $f_{s,\,máx}$, de modo que o bloco permanece em repouso e a força de atrito é $\vec{f}_s = (20 \text{ N})\hat{\text{i}}$.

(c) Para $\vec{P} = (-15 \text{ N})\hat{\text{i}}$, obtemos (usando a mesma equação) f_s = 27 N, que é maior que $f_{s,\,máx}$. A conclusão é que, nesse caso, o bloco entre em movimento e temos que usar o coeficiente de atrito cinético em vez do coeficiente de atrito estático. O resultado é o seguinte:

$$\vec{f}_k = \mu_k F_N \hat{\text{i}} = (0{,}34)(43{,}5 \text{ N})\hat{\text{i}} = (15 \text{ N})\hat{\text{i}}\,.$$

18. (a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao carro A na direção "ladeira abaixo", temos:

$$mg\,\text{sen}\,\theta - f = ma$$

em que, de acordo com a Eq. 6-11,

$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$$

Assim, com μ_k = 0,600, temos:

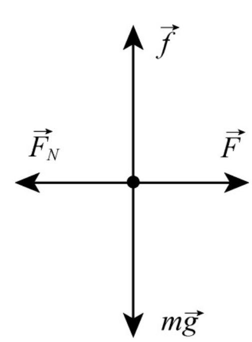
$$a = g\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta = -3{,}72 \text{ m/s}^2$$

o que significa, como escolhemos como sentido positivo o sentido "ladeira abaixo", que o vetor aceleração aponta "ladeira acima", ou seja, que a velocidade do carro A estava diminuindo. Para $v_0 = 18{,}0$ m/s e $(x - x_0) = d = 24{,}0$ m, a Eq. 2-16 nos dá

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2ad} = 12{,}1 \text{ m/s}.$$

(b) Nesse caso, a aceleração calculada é $a = +1{,}1 \text{ m/s}^2$ e a velocidade no momento do choque é 19,4 m/s.

19. (a) A figura mostra o diagrama de corpo livre do bloco. $\vec{F}$ é a força aplicada, $\vec{F}_N$ é a força normal que a parede exerce sobre o bloco, $\vec{f}$ é a força de atrito e $m\vec{g}$ é a força da gravidade. Para verificar se o bloco vai



se mover, calculamos o módulo f da força de atrito necessária para mantê-lo em repouso e calculamos também o módulo da força normal F_N que a parede exerce sobre o bloco. Se $f < \mu_s F_N$, o bloco permanece em repouso, mas se $f > \mu_s F_N$, o bloco desliza para baixo. Como não existe aceleração na direção horizontal, $F - F_N = 0$, $F_N = F = 12$ N e

$$\mu_s F_N = (0,60)(12 \text{ N}) = 7,2 \text{ N}.$$

Na direção vertical, para que $f - mg = 0$, $f = mg = 5,0$ N. Como $f < \mu_s F_N$, o bloco não se move.

(b) Como o bloco não se move, $f = 5,0$ N e $F_N = 12$ N. A força que a parede exerce sobre o bloco é

$$\vec{F}_p = -F_N\hat{\text{i}} + f\,\hat{\text{j}} = -(12 \text{ N})\hat{\text{i}} + (5,0 \text{ N})\hat{\text{j}}$$

em que os eixos são os que aparecem na Fig. 6-26 do livro.

20. Tratando as duas caixas como um único sistema de massa total $m_C + m_W = 1,0 + 3,0 = 4,0$ kg, sujeito a uma força de atrito total (para a esquerda) de módulo 2,0 N + 4,0 N = 6,0 N, aplicamos a Segunda Lei de Newton (com o sentido positivo do eixo x para a direita):

$$F - f_{\text{total}} = m_{\text{total}}\, a \quad \Rightarrow \quad 12,0 \text{ N} - 6,0 \text{ N} = (4,0 \text{ kg})a,$$

o que nos dá uma aceleração $a = 1,5$ m/s^2. Tratamos a força F como se fosse conhecida com precisão de décimos de newton, de modo que a aceleração foi calculada com dois algarismos significativos. Aplicando a Segunda Lei de Newton apenas à caixa maior (a caixa de Wheaties, de massa $m_W = 3,0$ kg) e chamando de $\vec{F}'$ a força de contato que a caixa de Cheerios exerce sobre a caixa de Wheaties, temos:

$$F' - f_W = m_W a \quad \Rightarrow \quad F' - 4,0 \text{ N} = (3,0 \text{ kg})(1,5 \text{ m/s}^2)\,,$$

o que nos dá $F' = 8,5$ N.

21. Vamos usar o mesmo sistema de coordenadas da Fig. 6-4 do livro.

(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$\begin{aligned} x:&\quad T\cos\theta - f = ma \\ y:&\quad T\,\text{sen}\,\theta + F_N - mg = 0 \end{aligned}$$

Fazendo $a = 0$ e $f = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, calculamos a massa total do sistema caixa + areia (em função do ângulo θ):

$$m = \frac{T}{g}\left(\text{sen}\,\theta + \frac{\cos\theta}{\mu_s}\right)$$

que é a função que deve ser maximizada (para calcular o ângulo μ_m que permite puxar a maior quantidade possível de areia). Derivando a equação acima em relação a θ, temos:

$$\frac{dm}{d\theta} = \frac{T}{g}\left(\cos\theta_m - \frac{\text{sen}\,\theta_m}{\mu_s}\right) = 0$$

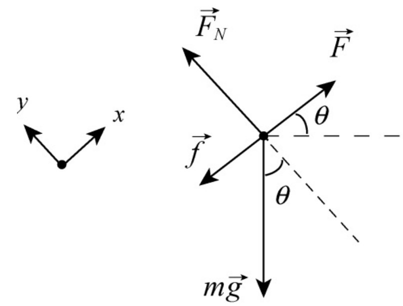
o que nos dá $\tan\theta_m = \mu_s$. Para $\mu_s = 0,35$, $\theta_m = \tan^{-1}(0,35) = 19°$.

(b) Substituindo o valor de μ_m calculado no item (a) na equação de m, obtemos $m = 340$ kg, o que corresponde a um peso de (340 kg)(9,80 m/s^2) = $3,3 \times 10^3$ N.

22. A figura mostra o diagrama de corpo livre do trenó, em que $\vec{F}$ é a força aplicada, $\vec{F}_N$ é a força normal, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força do atrito. Tomamos o eixo x paralelo à superfície do plano inclinado e o eixo y perpendicular à superfície. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F - f - mg\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$F_N - mg\cos\theta = 0$$



Como $f = \mu F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = mg\cos\theta$, $f = \mu mg\cos\theta$. Substituindo f por seu valor na primeira equação, obtemos

$$F = mg(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta).$$

De acordo com o gráfico da Fig. 6-28, $F = 2{,}0$ N para $\mu = 0$. Isso significa que $mg\,\text{sen}\,\theta = 2{,}0$ N. Vemos também que $F = 5{,}0$ N para $\mu = 0{,}5$, o que nos dá:

$$5{,}0\ \text{N} = mg(\text{sen}\,\theta + 0{,}50\cos\theta) = 2{,}0\ \text{N} + 0{,}50mg\cos\theta,$$

ou seja, $mg\cos\theta = 6{,}0$ N. Combinando os dois resultados, obtemos

$$\tan\theta = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad\Rightarrow\quad \theta = 18°.$$

23. Vamos chamar a tensão da corda que liga o bloco 1 ao bloco 2 de T_{12} e a tensão da corda que liga o bloco 2 ao bloco 3 de T_{23}. Aplicando a Segunda Lei de Newton (e a Eq. 6-2, $F_N = m_2g$ neste caso) ao sistema como um todo, temos:

$$m_3g - T_{23} = m_3a$$
$$T_{23} - \mu_k m_2 g - T_{12} = m_2 a$$
$$T_{12} - m_1 g = m_1 a$$

Somando as três equações e fazendo $m_1 = M$ e $m_2 = m_3 = 2M$, temos:

$$2Mg - 2\mu_k Mg - Mg = 5Ma\,.$$

Para $a = 0{,}500$ m/s^2 essa equação nos dá $\mu_k = 0{,}372$. Assim, o coeficiente de atrito cinético é, aproximadamente, $\mu_k = 0{,}37$.

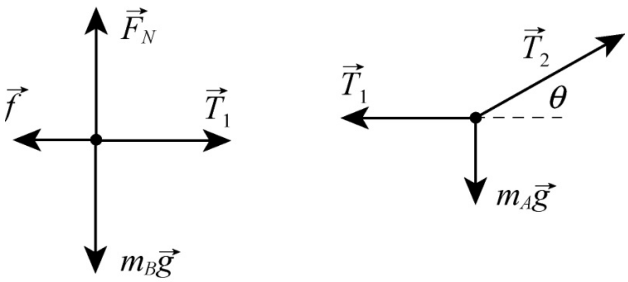
24. Podemos calcular a aceleração a partir da inclinação do gráfico da Fig. 6-30: $a = 4{,}5$ m/s^2. De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$F - \mu_k mg = ma,$$

em que $F = 40{,}0$ N é a força horizontal constante aplicada. Para $m = 4{,}1$ kg, obtemos $\mu_k = 0{,}54$.

25. PENSE Para que o sistema permaneça em repouso, é preciso que a força de atrito entre o bloco B e a superfície da mesa seja igual à força exercida pela corda sobre o bloco B.

FORMULE A figura adiante mostra os diagramas de corpo livre do bloco B e do nó verticalmente acima do bloco A. $\vec{T}_1$ é a força de tração que a corda 1 exerce sobre o bloco B e sobre o nó, $\vec{T}_2$ é a força de tração que a corda 2 exerce sobre o nó, $\vec{f}$ é a força de atrito estático que a superfície da mesa exerce sobre o bloco B, $\vec{F}_N$ é a força normal que a superfície da mesa exerce sobre o bloco B, $m_A\vec{g}$ é a força que a corda 3 exerce sobre o nó, e $m_B\vec{g}$ é a força gravitacional a que está submetido o bloco B.



Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como para a direita e o sentido positivo do eixo y como para cima. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento do bloco B e fazendo o mesmo para as componentes do movimento do nó, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} T_1 - f_{s,\text{máx}} &= 0 \\ F_N - W_B &= 0 \\ T_2\cos\theta - T_1 &= 0 \\ T_2\,\text{sen}\,\theta - W_A &= 0 \end{aligned}$$

em que $W_B = gm_B$ é o peso do bloco B, e $W_A = gm_A$ é o peso do bloco A. De acordo com as três primeiras equações anteriores e a Eq. 6-1, $T_1 = \mu_s F_N$, $F_N = W_B$ e $T_1 = T_2\cos\theta$.

ANALISE Substituindo os valores conhecidos na quarta equação e explicitando W_A, obtemos

$$\begin{aligned} W_A &= T_2\,\text{sen}\,\theta = T_1\tan\theta = \mu_s F_N\tan\theta = \mu_s W_B\tan\theta \\ &= (0{,}25)(711\text{ N})\tan 30° = 1{,}0\times10^2\text{ N} \end{aligned}$$

APRENDA Como era esperado, o peso máximo do bloco A é proporcional ao peso do bloco B e ao coeficiente de atrito estático. Além disso, W_A é proporcional a $\tan\theta$ (quanto maior o ângulo, maior a componente vertical de T_2 que sustenta o peso do bloco A).

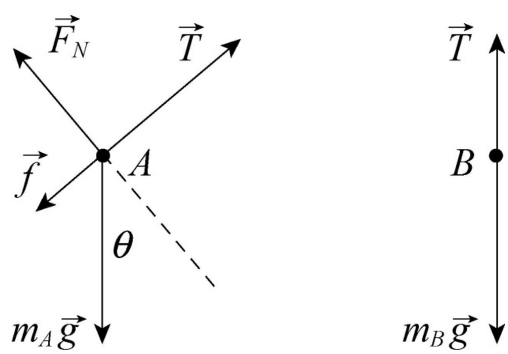
26. (a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao sistema como um todo (com M = 60 kg) e usando a Eq. 6-2 (com $F_N = Mg$ neste caso), obtemos:

$$F - \mu_k Mg = Ma \;\Rightarrow\; a = 0{,}473\text{ m/s}^2.$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton apenas ao bloco 3, obtemos $F_{32} = m_3(a + \mu_k g) =$ 147 N. Combinando os dois resultados, encontramos uma relação interessante: $F_{32} = (m_3/M)F$ (que não depende do atrito!).

(b) Como foi comentado no item anterior, o resultado não depende do atrito. Assim, o valor de F_{32} seria o mesmo do item (a).

27. Primeiro, vamos verificar se os blocos se movem. Supomos que permanecem em repouso e calculamos a força de atrito (estático) que os mantém em repouso, para compará-la com a força máxima de atrito estático $\mu_s F_N$. A figura mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos.



T é o módulo da tensão da corda, f é o módulo da força de atrito que age sobre o bloco A, F_N é o módulo da força normal que age sobre o bloco A, $m_A\vec{g}$ é a força da gravidade que age sobre o bloco A (de módulo P_A = 102 N) e $m_B\vec{g}$ é a força da gravidade que age sobre o bloco B (de módulo P_B = 32 N). θ = 40° é o ângulo do plano inclinado. Não conhecemos o sentido de $\vec{f}$, mas vamos supor que é para baixo. Se obtivermos um sinal negativo, isso significará que o sentido de $\vec{f}$ é para cima.

(a) No caso do bloco A, vamos tomar o eixo x encosta acima e o eixo y na direção da força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$T - f - P_A \operatorname{sen}\theta = 0$$
$$F_N - P_A \cos\theta = 0$$

Tomando o sentido positivo como *para baixo* para o bloco B, a Segunda Lei de Newton nos dá $P_B - T = 0$. Resolvendo esse sistema de equações, obtemos

$$f = P_B - P_A \operatorname{sen}\theta = 32\text{ N} - (102\text{ N})\operatorname{sen}40° = -34\text{ N}$$

(o que mostra que a força de atrito é *para cima*) e

$$F_N = P_A\cos\theta = (102\text{ N})\cos 40^o = 78\text{ N}$$

o que nos dá

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = (0{,}56)\ (78\text{ N}) = 44\text{ N}.$$

Como o módulo f da força de atrito que mantém os blocos em repouso é menor que $f_{s,\text{máx}}$, os corpos permanecem em repouso.

(b) Se o bloco A está subindo a rampa, a força de atrito é para baixo, com módulo $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos mesmos eixos do item (a), obtemos:

$$T - f_k - P_A\operatorname{sen}\theta = m_A a$$
$$F_N - P_A\cos\theta = 0$$
$$P_B - T = m_B a$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:

$$a = \frac{P_B - P_A\operatorname{sen}\theta - \mu_k P_A\cos\theta}{m_B + m_A} = \frac{32\text{ N} - (102\text{ N})\operatorname{sen}40^o - (0{,}25)(102\text{ N})\cos 40^o}{(32\text{ N} + 102\text{ N})/(9{,}8\text{ m/s}^2)}$$
$$= 3{,}9\text{ m/s}^2$$

A aceleração é para baixo: $\vec{a} = (-3{,}9\text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{i}}$. Isso significa (já que a velocidade inicial é para cima) que a velocidade dos blocos está diminuindo. Note que a relação $m = P/g$ foi usada para calcular as massas usadas na equação acima.

(c) Se o bloco A está descendo a rampa, a força de atrito é para cima, com módulo $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos mesmos eixos dos itens (a) e (b), obtemos:

$$T + f_k - P_A\operatorname{sen}\theta = m_A a$$
$$F_N - P_A\cos\theta = 0$$
$$P_B - T = m_B a$$

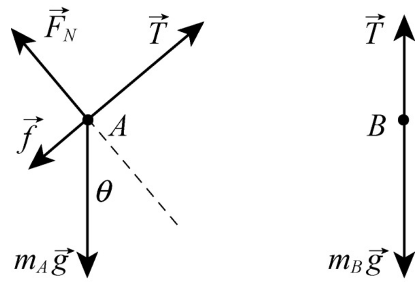
o que nos dá

$$a = \frac{P_B - P_A\operatorname{sen}\theta + \mu_k P_A\cos\theta}{m_B + m_A} = \frac{32\text{ N} - (102\text{ N})\operatorname{sen}40^o + (0{,}25)(102\text{ N})\cos 40^o}{(32\text{ N} + 102\text{ N})/(9{,}8\text{ m/s}^2)}$$

$$= -1{,}0\text{ m/s}^2$$

A aceleração é para baixo: $\vec{a} = (-1{,}0 \text{ m/s}^2)\,\hat{\text{i}}$. Nesse caso, isso significa (já que a velocidade inicial é para baixo) que a velocidade dos blocos está aumentando.

28. A figura mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos. T é o módulo da tensão do fio, f é o módulo da força de atrito que age sobre o bloco A, F_N é o módulo da força normal que a rampa exerce sobre o bloco A, $m_A\vec{g}$ é a força da gravidade sobre o bloco A, $m_B\vec{g}$ é a força da gravidade sobre o bloco B, e θ é o ângulo da rampa. No caso do bloco A, escolhemos um eixo x rampa acima e um eixo y na direção da força normal; no caso do bloco B, escolhemos um eixo y para baixo.



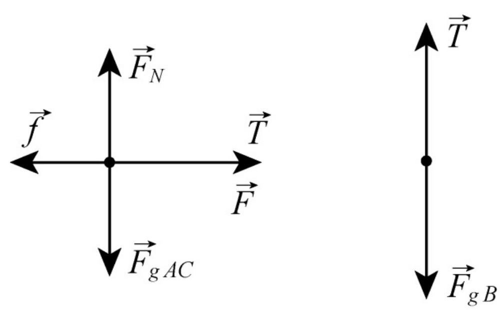
Como o bloco A está descendo, a força de atrito é para cima, com módulo $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos blocos A e B, temos:

$$T - f_k + m_A g \operatorname{sen}\theta = 0$$
$$F_N - m_A g \cos\theta = 0$$
$$m_B g - T = 0$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:.

$$m_B = m_A\left(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta\right) = 3{,}3 \text{ kg}.$$

29. (a) A figura mostra diagramas de corpo livre dos blocos A e C, considerados como um único objeto, e do bloco B.



T é o módulo da tensão da corda, F_N é o módulo da força normal que a mesa exerce sobre o bloco A, f é o módulo da força de atrito, P_{AC} é o peso total dos blocos A e C (o módulo da força $\vec{F}_{g\,AC}$ mostrada na figura) e P_B é o peso do bloco B (o módulo da força $\vec{F}_{g\,B}$ mostrada na figura). Supomos que os blocos estão em repouso. Para os blocos que estão sobre a mesa, escolhemos um eixo x orientado para a direita e um eixo y orientado para cima. De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

componentes x: $T - f = 0$

componentes y: $F_N - W_{AC} = 0.$

No caso do bloco B, escolhemos um eixo y orientado para baixo. Nesse caso, a Segunda Lei de Newton nos dá $P_B - T = 0$. De acordo com a terceira equação, $T = P_B$ e, de acordo com a primeira, $f = T$. A segunda equação nos dá $F_N = P_{AC}$. Para que o sistema permaneça em repouso, f deve ser menor que $\mu_s F_N$, o que significa que $P_B < \mu_s P_{AC}$. O menor valor que P_{AC} pode ter sem que os blocos se movam é

$$P_{AC} = P_B/\mu_s = (22\text{ N})/(0{,}20) = 110\text{ N}.$$

Como o peso do bloco A é 44 N, o menor peso que o bloco C pode ter é (110 – 44) N = 66 N.

(b) Se o bloco C é removido, as equações do item (a) se tornam

$$\begin{aligned} T - f &= (P_A/g)a \\ F_N - W_A &= 0 \\ P_B - T &= (P_B/g)a. \end{aligned}$$

Além disso, $f = \mu_k F_N$. A segunda equação nos dá $F_N = P_A$, e, portanto, $f = \mu_k P_A$. A terceira equação nos dá $T = P_B - (P_B/g)a$. Substituindo essas duas expressões na primeira equação, temos:

$$P_B - (P_B/g)a - \mu_k P_A = (P_A/g)a.$$

Assim,

$$a = \frac{g\left(P_B - \mu_k P_A\right)}{P_A + P_B} = \frac{(9{,}8\text{ m/s}^2)\left(22\text{ N} - (0{,}15)(44\text{ N})\right)}{44\text{ N} + 22\text{ N}} = 2{,}3\text{ m/s}^2.$$

30. Escolhemos um eixo x horizontal orientado para a direita e um eixo y vertical orientado para cima. Supomos que a massa da corda é desprezível, de modo que a força $\vec{F}$ exercida pela criança é igual à tensão da corda. As componentes x e y de $\vec{F}$ são $F\cos\theta$ e $F\text{sen}\theta$, respectivamente. A força de atrito estático aponta para a esquerda.

(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo y e supondo que a aceleração vertical é nula, temos:

$$F_N + F\,\text{sen}\,\theta - mg = 0$$

o que mostra que o atrito estático máximo é $\mu_s(mg - F\text{ sen }\theta)$. Supondo que $f_s = f_{s,\,\text{máx}}$, a aplicação da Segunda Lei de Newton ao eixo x (para o qual a aceleração também é nula se a caixa de brinquedos está na iminência de se mover), temos:

$$F\cos\theta - f_s = ma \quad\Rightarrow\quad F\cos\,\theta - \mu_s(mg - F\text{sen}\theta) = 0.$$

Fazendo $\theta = 42°$ e $\mu_s = 0{,}42$, obtemos $F = 74$ N.

(b) Explicitando F e chamando de P o peso da caixa de brinquedos, temos:

$$F = \frac{\mu_s P}{\cos\theta + \mu_s\text{sen}\theta} = \frac{(0{,}42)(180\text{ N})}{\cos\theta + (0{,}42)\text{ sen}\theta} = \frac{76\text{ N}}{\cos\theta + (0{,}42)\text{ sen}\theta}.$$

(c) Para determinar o valor de θ para o qual F é mínimo, derivamos a expressão obtida no item (b) em relação a θ e igualamos o resultado a zero:

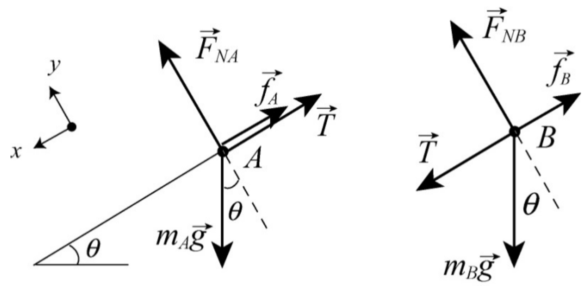
$$\frac{dF}{d\theta} = \frac{\mu_s W(\text{sen}\theta - \mu_s\cos\theta)}{(\cos\theta + \mu_s\text{ sen }\theta)^2} = 0,$$

o que nos dá $\theta = \tan^{-1}\mu_s = 23°$.

(d) Fazendo $\theta = 23°$ na expressão de F, com $\mu_s = 0{,}42$ e $P = 180$ N, obtemos $F = 70\text{ N}$.

31. PENSE Este problema envolve dois blocos, ligados por uma corda, com diferentes coeficientes de atrito cinético, que deslizam para baixo em um plano inclinado.

FORMULE A figura que se segue mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos. T é o módulo da força de tração da corda, $\vec{F}_{NA}$ é a força normal que a superfície do plano inclinado exerce sobre o bloco A (o bloco da frente), $\vec{F}_{NB}$ é a força normal que a superfície do plano inclinado exerce sobre o bloco B, $\vec{f}_A$ é a força de atrito cinético que age sobre o bloco A, $\vec{f}_B$ é a força de atrito cinético que age sobre o bloco B, m_A é a massa do bloco A, m_B é a massa do bloco B, e θ é o ângulo do plano inclinado.



Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita e o sentido positivo do eixo y como sendo para cima. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento dos blocos A e B, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$W_A \operatorname{sen}\theta - f_A - T = m_A a$$
$$F_{NA} - W_A \cos\theta = 0$$
$$W_B \operatorname{sen}\theta - f_B + T = m_B a$$
$$F_{NB} - W_B \cos\theta = 0$$

em que $W_A = gm_A$ é o peso do bloco A, e $W_B = gm_B$ é o peso do bloco B. Combinando essas equações com a Eq. 6-2 (que, no caso, nos dá $f_A = \mu_{kA}F_{NA}$ e $f_B = \mu_{kB}F_{NB}$, podemos descrever o comportamento do sistema.

ANALISE (a) De acordo com as equações anteriores, a aceleração dos blocos é

$$a = g\left(\operatorname{sen}\theta - \left(\frac{\mu_{kA}W_A + \mu_{kB}W_B}{W_A + W_B}\right)\cos\theta\right) = 3{,}5 \text{ m/s}^2$$

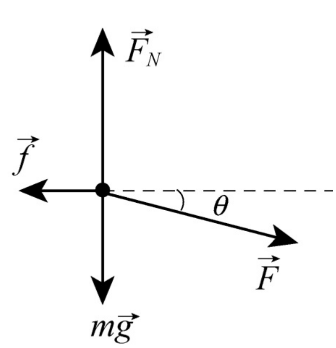
(b) De acordo com as equações anteriores, a tração da corda é

$$T = \left(\frac{W_A W_B}{W_A + W_B}\right)(\mu_{kB} - \mu_{kA})\cos\theta = \frac{(3{,}6 \text{ N})(7{,}2 \text{ N})}{3{,}6 \text{ N} + 7{,}2 \text{ N}}(0{,}20 - 0{,}10)\cos 30° = 0{,}21 \text{ N}$$

APRENDA A tração da corda é proporcional a $\mu_{kB} - \mu_{kA}$, a diferença entre os coeficientes de atrito cinético dos dois blocos. Quando os coeficientes são iguais ($\mu_{kB} = \mu_{kA}$), os blocos se movem de forma independente, e a tração da corda é zero. Quando o coeficiente do bloco da frente é maior que o coeficiente do bloco de trás ($\mu_{kB} < \mu_{kA}$), a tração da corda também é zero porque o bloco de trás desce mais depressa que o bloco da frente e, portanto, a corda permanece frouxa o tempo todo. Nesse caso, porém, as equações de movimento devem ser modificadas para levar em conta o fato de que as acelerações dos dois blocos são diferentes.

32. O diagrama de corpo livre do bloco é mostrado na figura. $\vec{F}$ é a força aplicada ao bloco, é a força normal que o piso exerce sobre o bloco, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Tomamos o eixo x como horizontal, orientado para a direita, e o eixo y como vertical, orientado para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F_x = F\cos\theta - f = ma$$
$$F_y = F_N - F\operatorname{sen}\theta - mg = 0$$



Como $f = \mu_k F_N$ e a segunda equação nos dá $F_N = mg + F \text{ sen } \theta$, temos:

$$f = \mu_k (mg + F\text{sen}\theta) .$$

Substituindo f por seu valor na primeira equação, obtemos

$$F \cos \theta - \mu_k (mg + F \text{ sen } \theta) = ma$$

e, portanto, a aceleração é

$$a = \frac{F}{m}\left(\cos\theta - \mu_k \text{sen}\theta\right) - \mu_k g \; .$$

De acordo com o gráfico, $a = 3{,}0 \text{ m/s}^2$ para $\mu_k = 0$. Isso nos dá

$$3{,}0 m/s^2 = \frac{F}{m}\cos\theta .$$

O gráfico também mostra que $a = 0$ para $\mu_k = 0{,}20$ e, portanto,

$$0 = \frac{F}{m}(\cos\theta - (0{,}20)\,\text{sen}\,\theta) - (0{,}20)(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 3{,}00 \text{ m/s}^2 - 0{,}20\frac{F}{m}\text{sen}\,\theta - 1{,}96 \text{ m/s}^2$$
$$= 1{,}04 \text{ m/s}^2 - 0{,}20\frac{F}{M}\text{sen}\,\theta$$

o que nos dá $5{,}2 \text{ m/s}^2 = \frac{F}{m}\text{sen}\,\theta$. Combinando os dois resultados, obtemos

$$\tan\theta = \left(\frac{5{,}2 \text{ m/s}^2}{3{,}0 \text{ m/s}^2}\right) = 1{,}73 \quad \Rightarrow \quad \theta = 60°.$$

33. PENSE Neste problema, como a força de atrito varia com a velocidade, precisamos usar uma integral para calcular a velocidade em função do tempo.

FORMULE Vamos chamar o módulo da força de atrito de αv, em que α é uma constante, e supor que o barco está se movendo no sentido positivo do eixo de referência. Nesse caso, de acordo com a segunda lei de Newton,

$$-\alpha v = m\frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{v} = -\frac{\alpha}{m}dt$$

Integrando ambos os membros da equação anterior, obtemos

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -\frac{\alpha}{m}\int_0^t dt$$

em que v_0 é a velocidade no instante em que o motor é desligado, e v é a velocidade no instante t. Resolvendo a integral, podemos calcular o tempo necessário para que a velocidade do barco diminua para 45 km/h, ou seja, para $v_0/2$, já que $v_0 = 90$ km/h.

ANALISE Resolvendo a integral, obtemos a equação

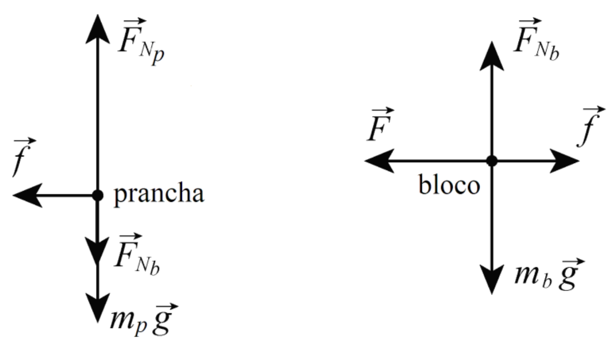
$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{\alpha t}{m}$$

Para $v = v_0/2$ e $m = 1000$ kg, temos

$$t = -\frac{m}{\alpha}\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{m}{\alpha}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1000\text{ kg}}{70\text{ N}\cdot\text{s/m}}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = 9{,}9\text{ s}$$

APRENDA A velocidade do barco é dada por $v(t) = v_0 e^{-\alpha t/m}$; isso mostra que a velocidade diminui exponencialmente com o tempo. Quanto maior o valor de α, mais depressa a velocidade diminui com o tempo.

34. A figura mostra os diagramas de corpo livre da prancha e do bloco.



$\vec{F}$ é a força aplicada ao bloco, $\vec{F}_{Np}$ é a força normal aplicada à prancha pelo piso, F_{Nb} é o módulo da força normal entre a prancha e o bloco, $\vec{f}$ é a força de atrito entre a prancha e o bloco, m_p é a massa da prancha e m_b é a massa do bloco. Para os dois objetos, o eixo x é horizontal, orientado para a direita, e o eixo y é vertical, orientado para cima.

Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y dos dois objetos, obtemos quatro equações:

$$\begin{aligned} -f &= m_p a_p \\ F_{Np} - F_{Nb} - m_p g &= 0 \\ f - F &= m_b a_b \\ F_{Nb} - m_b g &= 0 \end{aligned}$$

De acordo com a quarta equação, a maior força de atrito estático possível entre o bloco e a prancha é

$$\mu_p F_{Nb} = \mu_p m_b g = (0,60)(10\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 59\text{ N}.$$

Vamos verificar se o bloco desliza sobre a prancha. Supondo que isso não aconteça, $a_p = a_b$ (que vamos chamar simplesmente de a). Nesse caso, a força de atrito é

$$f = \frac{m_p F}{m_p + m_b} = \frac{(40\text{ kg})(100\text{ N})}{40\text{ kg} + 10\text{ kg}} = 80\text{ N}$$

que é maior que $f_{s,\text{máx}}$. Isso mostra que o bloco desliza sobre a prancha, de modo que temos que usar o coeficiente de atrito cinético.

(a) Fazendo $f = \mu_k F_{Nb}$ nas equações acima, temos:

$$a_b = \frac{\mu_k m_b g - F}{m_b} = \frac{(0{,}40)(10\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - 100\text{ N}}{10\text{ kg}} = -6{,}1\text{ m/s}^2.$$

O sinal negativo mostra que a aceleração do bloco é para a esquerda, ou seja,

$$\vec{a}_b = (-6{,}1\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}}.$$

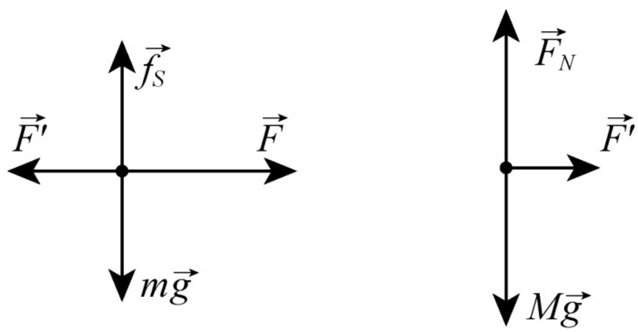
(b) Temos também:

$$a_p = -\frac{\mu_k m_b g}{m_p} = -\frac{(0{,}40)(10\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}{40\ \text{kg}} = -0{,}98\ \text{m/s}^2.$$

O sinal negativo mostra que a aceleração da prancha também é para a esquerda, ou seja,

$$\vec{a}_p = (-0{,}98\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}}.$$

35. Os diagramas de corpo livre dos dois blocos são mostrados na figura a seguir. F' é a força de contato entre os dois blocos e a força de atrito estático $\vec{f}_s$ está com o valor máximo (de modo que, de acordo com a Eq. 6-1, $f_s = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F'$).



Tratando os dois blocos como um sistema único (que desliza no piso sem atrito), usamos a Segunda Lei de Newton para obter uma expressão para a aceleração:

$$F = m_{\text{total}}\ a \quad \Rightarrow a = \frac{F}{m+M}$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco m e substituindo a pelo valor calculado acima, obtemos as seguintes equações:

$$F - F' = ma \quad \Rightarrow \quad F' = F - m\left(\frac{F}{m+M}\right)$$
$$f_s - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_s F' - mg = 0$$

Eliminando F' nas equações acima, obtemos:

$$F = \frac{mg}{\mu_s\left(1 - \dfrac{m}{m+M}\right)} = 4{,}9\times10^2\ \text{N}.$$

36. Explicitando a área da seção reta efetiva na Eq. 6-16, obtemos a equação $A = \dfrac{2F_g}{C\rho v_t^2}$, segundo a qual a área é inversamente proporcional à velocidade ao quadrado. Assim, dividindo a área na posição de menor velocidade pela área de maior velocidade, temos:

$$\frac{A_{\text{menor}}}{A_{\text{maior}}} = \left(\frac{v_{maior}}{v_{menor}}\right)^2 = \left(\frac{310\ \text{km/h}}{160\ \text{km/h}}\right)^2 = 3{,}75.$$

37. Na solução do Problema 8, vimos que a força do vento sobre a pedra teria que ser pelo menos $F = 160$ N para manter a pedra em movimento.

(a) Fazendo $F = D$ (a força de arrasto), podemos usar a Eq. 6-14 para calcular a velocidade do vento em relação ao solo (na verdade, deveria ser a velocidade do vento em relação à pedra, mas a velocidade da pedra é tão pequena que a diferença é desprezível):

$$V=\sqrt{\frac{2F}{C\rho A}}=\sqrt{\frac{2(157\text{ N})}{(0,80)(1,21\text{ kg/m}^3)(0,040\text{ m}^2)}}=90\text{ m/s }=320\text{ km/h.}$$

(b) Multiplicando por 2 o resultado do item anterior, obtemos uma velocidade de $6,4 \times 10^2$ km/h.

(c) Não, não é razoável. O vento de um furacão da categoria 5 (a maior de todas) é da ordem de 260 km/h.

38. (a) De acordo com a Eq. 6-14,

$$D=\frac{1}{2}C\rho Av^2$$

em que C é o coeficiente de arrasto, ρ é a massa específica do ar, A é a seção reta efetiva do conjunto piloto + assento e v é a velocidade do avião no momento da ejeção. Como no enunciado é dito que o coeficiente de arrasto é o mesmo que o de um paraquedista, podemos escrever, com base na Eq. 6-16,

$$v_t=\sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}\ \Rightarrow C\rho A=2\frac{mg}{v_t^2}$$

em que, de acordo com a Tabela 6-1, $v_t = 60$ m/s no caso de um paraquedista. Substituindo na primeira equação, obtemos:

$$D=\frac{1}{2}\left(2\frac{mg}{60^2}\right)v^2=mg\left(\frac{v}{60}\right)^2$$

Convertendo a velocidade do avião para unidades do SI, temos: $v = (1300)(1000)/3600 \times\ 360$ m/s. Supondo que a massa do piloto é 70 kg, obtemos: $D = (70\text{ kg})(9,8\text{ m/s}^2)(360/60)^2 \approx 2 \times 10^4$ N.

(b) Supondo que a massa do assento é igual à massa do piloto, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$|a|=\frac{D}{2m}=\frac{g}{2}\left(\frac{v}{60}\right)^2=18g\ .$$

39. No caso de um avião a jato, $D_j=\frac{1}{2}C\rho_1 Av_j^2$, enquanto para um avião a hélice $D_h=\frac{1}{2}C\rho_2 Av_h^2$, na qual ρ_1 e representam a massa específica do ar a 10 km e 5,0 km de altitude, respectivamente. Assim, a razão pedida é

$$\frac{D_j}{D_h}=\frac{\rho_1 v_j^2}{\rho_2 v_h^2}=\frac{\left(0,38\ \text{ kg/m}^3\right)\left(1000\ \text{ km/h}\right)^2}{\left(0,67\ \text{ kg/m}^3\right)\left(500\ \text{ km/h}\right)^2}=2,3.$$

40. (a) A força que age sobre o esquiador é

$$\begin{aligned}F_g&=mg\,\text{sen}\,\theta-\mu F_N=mg\,\text{sen}\,\theta-\mu mg\cos\theta=mg(\text{sen}\,\theta-\mu\cos\theta)\\&=(85,0\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)\left[\text{sen}\,40,0°-(0,04000)\cos 40,0°\right]\\&=510\text{ N.}\end{aligned}$$

Assim, a velocidade terminal do esquiador é

$$v_t=\sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}=\sqrt{\frac{2(510\text{ N})}{(0,150)(1,20\text{ kg/m}^3)(1,30\text{ m}^2)}}=66,0\text{ m/s.}$$

(b) Derivando v_t em relação a C, obtemos

$$\begin{aligned}dv_t&=-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2F_g}{\rho A}}\,C^{-3/2}dC=-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2(510\text{ N})}{(1,20\text{ kg/m}^3)(1,30\text{ m}^2)}}(0,150)^{-3/2}dC\\&=-(2,20\times10^2\ \text{ m/s})dC.\end{aligned}$$

41. De acordo com as Eqs. 4-35 e 6-23, temos:

$$\mu_s = (2\pi R/T)^2/gR = 4\pi^2 R/gT^2.$$

o que, para $T = 6{,}0$ s e $R = 5{,}4$ m, nos dá $\mu_s = 0{,}60$.

42. O módulo da aceleração do carro ao fazer a curva é v^2/R, na qual v é a velocidade do carro e R é o raio da curva. Como a curva não é compensada, apenas o atrito com a estrada torna possível essa aceleração. Aplicando a Segunda Lei de Newton à força de atrito, temos: $f = mv^2/R$. Se F_N é a força normal e m é a massa do carro, o equilíbrio de forças na direção vertical nos dá $F_N = mg$. De acordo com a Eq. 6-1, o valor máximo do atrito estático é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg.$$

Para que o carro não derrape, devemos ter $f \le \mu_s mg$. Isso significa que

$$\frac{v^2}{R} \le \mu_s g \quad \Rightarrow \quad v \le \sqrt{\mu_s R g}.$$

Assim, a velocidade máxima com a qual o carro pode fazer a curva sem derrapar é

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s R g} = \sqrt{(0{,}60)(30{,}5 \text{ m})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 13 \text{ m/s} \approx 48 \text{ km/h}.$$

43. Usando o mesmo raciocínio do problema anterior, chegamos às relações

$$\frac{v^2}{R} \le \mu_s g \quad \Rightarrow \quad R \ge \frac{v^2}{\mu_s g}.$$

Assim, o raio mínimo da curva que o ciclista pode fazer sem derrapar é

$$R_{\min} = \frac{v^2}{\mu_s g} = \frac{[(29)(1000)/3600]^2}{(0{,}32)(9{,}8)} = 21 \text{ m}.$$

44. Para $v = 96{,}6$ km/h = 26,8 m/s, a Eq. 6-17 nos dá

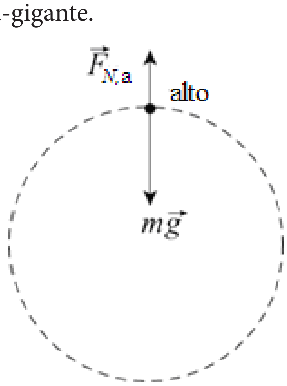
$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(26{,}8 \text{ m/s})^2}{7{,}6 \text{ m}} = 94{,}7 \text{ m/s}^2$$

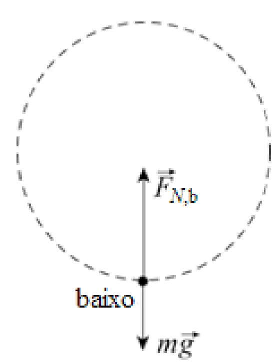
que podemos expressar em unidades de g:

$$a = \left(\frac{a}{g}\right) g = \left(\frac{94{,}7 \text{ m/s}^2}{9{,}80 \text{ m/s}^2}\right) g = 9{,}7g.$$

45. PENSE O movimento da roda-gigante é um movimento circular em um plano vertical; o peso aparente de um passageiro varia de forma periódica.

FORMULE A figura a seguir mostra os digramas de corpo livre do estudante no ponto mais alto e no ponto mais baixo do percurso da roda-gigante.





No ponto mais alto do percurso, o assento exerce sobre o estudante uma força de módulo $F_{N,a}$, enquanto a Terra exerce sobre o estudante uma força de módulo mg. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$mg - F_{N,a} = \frac{mv^2}{R}$$

No ponto mais baixo do percurso, o assento exerce sobre o estudante uma força de módulo $F_{N,b}$, enquanto a Terra exerce sobre o estudante uma força de módulo mg. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$F_{N,b} - mg = \frac{mv^2}{R}$$

Supondo que a velocidade angular da roda-gigante é constante, o valor da força centrípeta $F_c = mv^2/R$ é constante. O peso aparente do estudante é F_N.

ANALISE (a) De acordo com o enunciado do problema, no ponto mais alto do percurso, $F_{N,a} = 556$ N e $mg = 667$ N. Isso significa que o assento exerce sobre o estudante uma força menor que o seu peso e, portanto, ele se sente mais leve que o normal.

(b) De acordo com o resultado do item (a), a força centrípeta é

$$F_c = \frac{mv^2}{R} = mg - F_{N,a} = 667\text{ N} - 556\text{ N} = 111\text{ N}$$

Assim, a força normal no ponto mais baixo do circuito é

$$F_{N,b} = \frac{mv^2}{R} + mg = F_c + mg = 111\text{ N} + 667\text{ N} = 778\text{ N}$$

Isso significa que o assento exerce sobre o estudante uma força maior que o peso e, portanto, ele se sente mais pesado que o normal.

(c) Se a velocidade for multiplicada por dois, a nova força centrípeta será

$$F_c' = \frac{m(2v)^2}{R} = 4(111\text{ N}) = 444\text{ N}$$

Portanto, no ponto mais alto do percurso,

$$F_{N,a}' = mg - F_c' = 667\text{ N} - 444\text{ N} = 223\text{ N}$$

(d) No ponto mais baixo do percurso,

$$F_{N,b}' = F_c' + mg = 444\text{ N} + 667\text{ N} = 1111\text{ N}$$

APRENDA O peso aparente do estudante é máximo no ponto mais baixo do percurso e mínimo no ponto mais alto. Se a velocidade tangencial da roda-gigante fosse $v = \sqrt{gR}$, $F_{N,a} = 0$ e, portanto, o estudante se sentiria sem peso no ponto mais alto do percurso.

46. (a) Uma velocidade de 80,0 km/h equivale a aproximadamente 22,2 m/s em unidades do SI. A força horizontal que impede que a policial escorregue do assento é igual à força centrípeta (Eq. 6-18) e a força vertical é igual ao seu peso, mg. Assim,

$$F_{res} = \sqrt{(mg)^2 + (mv^2/R)^2} = 547\text{ N}.$$

(b) O ângulo é $\tan^{-1}[(mv^2/R)/(mg)] = \tan^{-1}(v^2/gR) = 9{,}53°$ (em relação à vertical).

47. (a) De acordo com a Eq. 4-35, $T = 2\pi R/v = 2\pi(10\text{ m})/(6{,}1\text{ m/s}) = 10$ s.

(b) A situação é semelhante à do Problema 45. No ponto mais alto do percurso,

$$F_N = m(g - v^2/R) = 486 \text{ N}.$$

(c) No ponto mais baixo do percurso,

$$F_N = m(g + v^2/R) = 1081 \text{ N}.$$

48. Como a situação é semelhante à do problema anterior (quando a roda-gigante está no ponto mais alto do percurso), a força normal é dada por

$$F_N = m(g - v^2/R)$$

(a) Para m = 1200 kg, v = 11 m/s e R = 18 m, obtemos $F_N = 3{,}7 \times 10^3$ N.

(b) $\vec{F}_N$ aponta para cima.

(c) Para v = 14 m/s, $F_N = -1{,}3 \times 10^3$ N, ou $|F_N| = 1{,}3 \times 10^3$ N.

(d) O fato de que o valor de F_N é negativo significa que, nesse caso, $\vec{F}_N$ aponta para baixo.

49. No alto do vale, a situação é semelhante à do problema anterior e a força normal é dada por

$$F_N = m(g - v^2/R).$$

que, para $F_N = 0$, nos dá $v^2/R = g$.

No fundo do vale, a situação é semelhante à do item (c) do Problema 47 e a força normal é dada por

$$F_N = m(g + v^2/R)$$

que, para $v^2/R = g$, nos dá F_N = 2mg = 1372 N ≈ $1{,}37 \times 10^3$ N.

50. Sabemos que o gráfico da Fig. 6-40*a* representa uma função da forma $F = mv^2/r$.

(a) A inclinação do gráfico para $v = 8{,}30$ m/s é

$$\left.\frac{dF}{dv}\right|_{v=8{,}30\text{ m/s}} = \left.\frac{2mv}{r}\right|_{v=8{,}30\text{ m/s}} = \frac{2(85{,}0\text{ kg})(8{,}30\text{ m/s})}{3{,}50\text{ m}} = 403\text{ N}\cdot\text{s/m}.$$

(b) Como o período do movimento é $T = 2\pi r/v$,

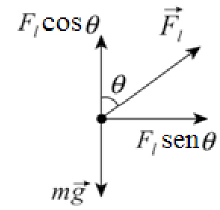
$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2},$$

e a inclinação do gráfico da Fig. 6-40*b* para T = 2,50 s é

$$\left.\frac{dF}{dT}\right|_{T=2{,}50\text{ s}} = -\left.\frac{8\pi^2 mr}{T^3}\right|_{T=2{,}50\text{ s}} = \frac{8\pi^2(85{,}0\text{ kg})(3{,}50\text{ m})}{(2{,}50\text{ s})^3} = -1{,}50\times10^3\text{ N/s}.$$

51. PENSE Um avião está descrevendo um movimento circular com as asas inclinadas, e devemos calcular o raio da circunferência a partir da força centrípeta.

FORMULE Na figura, que é o diagrama de corpo livre do avião, $m\vec{g}$ é a força gravitacional e $\vec{F}_l$ é a força de sustentação aerodinâmica. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita e o sentido positivo do eixo y como sendo para cima. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento do avião, obtemos o seguinte sistema de equações:



$$F_l \,\text{sen}\,\theta = m\frac{v^2}{R}$$
$$F_l \cos\theta = mg$$

A segunda equação nos dá $m = (F_l \cos\theta)/g$. Substituindo m por seu valor na primeira equação e explicitando R, obtemos a relação $R = v^2/(g \tan\theta)$.

ANALISE Para $v = 480$ km/h = 133 m/s e $\theta = 40°$, temos

$$R = \frac{v^2}{g\tan\theta} = \frac{(133\text{ m/s})^2}{(9{,}8\text{ m/s}^2)\tan 40°} = 2151\text{ m} \approx 2{,}2\times10^3\text{ m}$$

APRENDA Observe que a abordagem que usamos para resolver o problema é a mesma do Exemplo 6.06 do livro.

52. A situação é semelhante à do Problema 45, com a força normal F_N substituída pela força da haste F_H. Assim, no ponto mais alto da trajetória, $F_H = mv^2/r - P$, em que P é o peso do carro com os passageiros.

(a) Para $v = 5{,}0$ m/s, $r = 10$ m e $P = 5000$ N, $F_H = 3{,}7 \times 10^3$ N.

(b) O sentido de $\vec{F}_H$ é para cima.

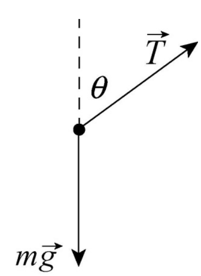
(c) Para $v = 10{,}0$ m/s, $r = 10$ m e $P = 5000$ N, $F_H = -2{,}3 \times 10^3$ N.

(d) O sinal negativo indica que o sentido de $\vec{F}_H$ é para baixo.

53. O diagrama de corpo livre de uma das alças foi traçado do ponto de vista que um passageiro teria se estivesse olhando para a frente e o bonde fizesse uma curva para a direita. Note que $\vec{a} = v^2/R$, na qual $v = 16$ km/h = 4,4 m/s.

Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos do problema (x para a direita e y para cima), temos:

$$T\,\text{sen} \quad m—$$
$$T\cos \quad mg.$$



Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{Rg}\right)$$

que nos dá $\theta = 12°$.

54. A força centrípeta experimentada pelos passageiros é $F = mv^2/r$.

(a) A variação de F com r sem que v varie é $dF = -\frac{mv^2}{r^2}dr$.

(b) A variação de F com v sem que r varie é $dF = \frac{2mv}{r}dv$.

(c) O período de uma trajetória circular é $T = 2\pi r / v$. Assim,

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2},$$

e a variação de F com T sem que r varie é

$$dF = -\frac{8\pi^2 mr}{T^3}dT = -8\pi^2 mr\left(\frac{v}{2\pi r}\right)^3 dT = -\left(\frac{mv^3}{\pi r^2}\right)dT.$$

55. Note que, como o período T é oito vezes maior que o intervalo entre os lampejos (1/2000 s), T = 0,0040 s. Combinando a Eq. 6-18 com a Eq. 4-35, temos:

$$F = \frac{4m\pi^2 R}{T^2} = \frac{4(0,030 \text{ kg})\pi^2(0,035 \text{ m})}{(0,0040 \text{ s})^2} = 2,6\times10^3 \text{ N}.$$

56. Podemos usar diretamente o resultado do Problema 53:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gR}\right)$$

com v = 60(1000/3600) = 17 m/s e R = 200 m. O ângulo de compensação é, portanto, θ = 8,1°. Considere um carro que entre na curva com uma velocidade v' = 40(1000/3600) = 11 m/s. A aceleração (horizontal) é $a' = v'^2/R$, que possui uma componente paralela e uma componente perpendicular à superfície da estrada:

$$a_{\parallel} = a'\cos\theta = \frac{v'^2\cos\theta}{R}$$
$$a_{\perp} = a'\text{sen}\,\theta = \frac{v'^2\text{sen}\,\theta}{R}.$$

De acordo com a Segunda Lei de Newton (escolhendo um eixo paralelo à superfície da estrada, apontando para o centro da curva, como eixo x e um eixo perpendicular à superfície da estrada, apontando para cima, como eixo y), temos:

$$mg\,\text{sen}\,\theta - f_s = ma_{\parallel}$$
$$F_N - mg\cos\theta = ma_{\perp}$$

o que nos dá

$$\frac{f_s}{F_N} = \frac{mg\,\text{sen}\,\theta - mv'^2\cos\theta / R}{mg\cos\theta + mv'^2\,\text{sen}\,\theta / R}.$$

Cancelando a massa e substituindo os valores numéricos, obtemos f_s/F_N = 0,078. Como o coeficiente de atrito pedido é o menor para o qual os carros não derrapam, $f_s = f_{s,\max}$ e μ_s = 0,078.

57. Para que o disco permaneça em repouso, o módulo da tensão T do fio deve ser igual ao peso Mg do cilindro. Como a tensão do fio é a força centrífuga que mantém o disco em uma trajetória circular, $T = mv^2/r$. Assim, $Mg = mv^2/r$. Explicitando a velocidade, temos:

$$v=\sqrt{\frac{Mgr}{m}}=\sqrt{\frac{(2{,}50\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)(0{,}200\text{ m})}{1{,}50\text{ kg}}}=1{,}81\text{ m/s}.$$

58. (a) De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade do carro é dada por $v^2=v_0^2+2ad$. Fazendo $v = 0$, $v_0 = 35$ m/s e $d = 107$ m, obtemos $a=-5{,}72\text{ m/s}^2$ como a aceleração mínima necessária para que o carro pare a tempo. Assim, a força de atrito mínima necessária para que o carro pare a tempo é

$$f=m|a|=(1400\text{ kg})(5{,}72\text{ m/s}^2)\approx 8{,}0\times10^3\text{ N}.$$

(b) O valor máximo possível do atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}}=\mu_s mg=(0{,}50)(1400\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)\approx 6{,}9\times10^3\text{ N}.$$

(c) Se $\mu_k=0{,}40$, $f_k=\mu_k mg$ e a aceleração é $a=-\mu_k g$. Assim, a velocidade com a qual o carro se choca com o muro é

$$v=\sqrt{v_0^2+2ad}=\sqrt{(35\text{ m/s})^2-2(0{,}40)(9{,}8\text{ m/s}^2)(107\text{ m})}\approx 20\text{ m/s ou }72\text{ km/h}.$$

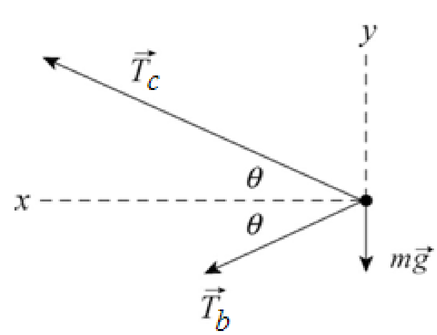
(d) A força necessária para que o carro descreva a trajetória circular que evitaria o choque é

$$F_r=\frac{mv_0^2}{r}=\frac{(1400\text{ kg})(35{,}0\text{ m/s})^2}{107\text{ m}}=1{,}6\times10^4\text{ N}.$$

(e) Como $F_r>f_{s,\text{máx}}$, a manobra não é possível.

59. PENSE Como mostra a Fig. 6-45, o problema envolve uma bola ligada por dois fios a uma haste giratória. Podemos analisar o sistema usando as equações do movimento circular uniforme.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre da bola. $\vec{T}_c$ é a força que a corda de cima exerce sobre a bola, $\vec{T}_b$ é a força que a corda de baixo exerce sobre a bola, e m é a massa da bola. Note que a força da corda de cima deve ser maior que a da bola de baixo, já que ela deve equilibrar, além da força da corda de baixo, a força gravitacional a que a bola está submetida.



Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita (na direção do centro da órbita circular) e o sentido positivo do eixo y como sendo para cima. Uma vez que o módulo da aceleração é $a = v^2/R$, a aplicação da segunda lei de Newton à componente x do movimento nos dá

$$T_c\cos\theta+T_\ell\cos\theta=\frac{mv^2}{R}$$

em que v é a velocidade da bola, e R é o raio do movimento circular.

A aplicação da Segunda Lei de Newton à componente y do movimento circular nos dá

$$T_c \operatorname{sen}\theta - T_b \operatorname{sen}\theta - mg = 0$$

Explicitando T_b na segunda equação, obtemos $\vec{T}_b = T_a - mg/\operatorname{sen}\theta$.

ANALISE (a) Como, de acordo com os dados do problema, o triângulo formado pelas duas cordas e a distância entre os pontos em que estão presas à haste é equilátero, $\theta = 30{,}0°$; portanto,

$$T_b = T_c - \frac{mg}{\operatorname{sen}\theta} = 35{,}0\ \mathrm{N} - \frac{(1{,}34\ \mathrm{kg})(9{,}80\ \mathrm{m/s^2})}{\operatorname{sen} 30{,}0°} = 8{,}74\ \mathrm{N}$$

(b) Como a força resultante na direção do eixo y é zero, o módulo da força resultante é dado por

$$F_{\mathrm{res}} = (T_c + T_b)\cos\theta = (35{,}0\ \mathrm{N} + 8{,}74\ \mathrm{N})\cos 30{,}0° = 37{,}9\ \mathrm{NN}$$

(c) O raio do movimento circular é

$$R = L\cos\theta = (1{,}70\ \mathrm{m})\cos 30° = 1{,}47\ \mathrm{m}$$

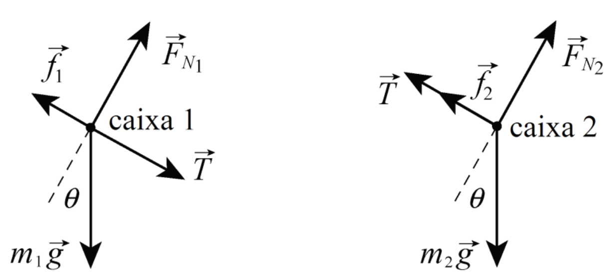
De acordo com a equação $F_{\mathrm{res}} = mv^2/R$, a velocidade da bola é

$$v = \sqrt{\frac{RF_{\mathrm{res}}}{m}} = \sqrt{\frac{(1{,}47\ \mathrm{m})(37{,}9\ \mathrm{N})}{1{,}34\ \mathrm{kg}}} = 6{,}45\ \mathrm{m/s}$$

(d) A força $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ aponta na direção do centro da órbita circular.

APRENDA Como a corda de cima está submetida a uma força cerca de quatro vezes maior que a corda de baixo ($T_c \approx 4T_b$), a probabilidade de que ela arrebente é maior.

60. A figura mostra os diagramas de corpo livre das duas caixas.



T é o módulo da força exercida sobre a haste (se $T > 0$, dizemos que a haste está sob tração; se $T < 0$, dizemos que a haste está sob compressão), $\vec{F}_{N2}$ é a força normal sobre a caixa 2 (a caixa com formigas pretas), $\vec{F}_{N1}$ é a força normal sobre a caixa 1 (a caixa com formigas vermelhas), $\vec{f}_1$ é a força de atrito cinético sobre a caixa 1, $\vec{f}_2$ é a força de atrito cinético sobre a caixa 2, m_1 é a massa da caixa 1 e m_2 é a massa da caixa 2.

Para cada bloco, escolhemos um eixo x encosta abaixo (na direção do canto inferior direito, nas figuras) e um eixo y na direção da força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y das duas caixas, obtemos quatro equações:

$$m_2 g \operatorname{sen}\theta - f_2 - T = m_2 a$$
$$F_{N2} - m_2 g\cos\theta = 0$$
$$m_1 g \operatorname{sen}\theta - f_1 + T = m_1 a$$
$$F_{N1} - m_1 g\cos\theta = 0$$

que, combinadas com a Eq. 6-2 ($f_k = \mu_k F_N$), descrevem totalmente a dinâmica do sistema.

(a) Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos:

$$T = \left(\frac{m_2 m_1 g}{m_2 + m_1} \right) (\mu_1 - \mu_2) \cos\theta = 1{,}05\ \text{N}.$$

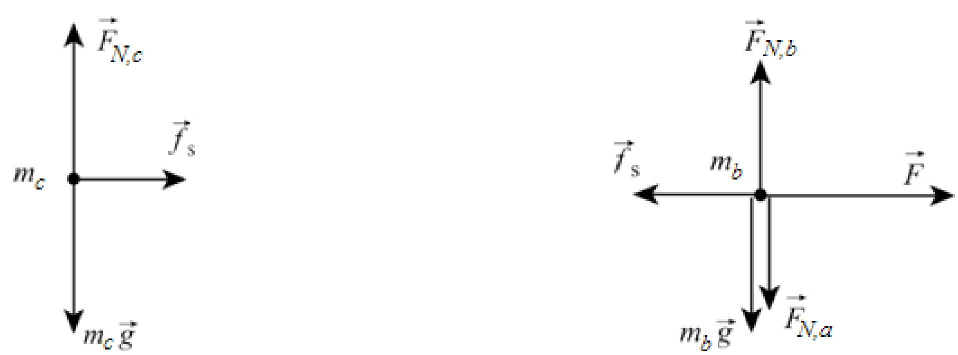
(b) A solução para a aceleração é

$$a = g \left[\operatorname{sen}\theta - \left(\frac{\mu_2 m_2 + \mu_1 m_1}{m_2 + m_1} \right) \cos\theta \right] = 3{,}62\ \text{m/s}^2.$$

(c) Inverter a posição das caixas equivale a trocar os índices. A equação obtida no item (a) mostra que essa troca leva a um valor negativo para T, com o mesmo módulo de antes. Assim, a situação permanece a mesma, exceto pelo fato de que a haste passa a estar sob compressão e não sob tração, como na situação anterior.

61. PENSE O sistema é formado por dois blocos, um em cima do outro. Se empurrarmos o bloco de baixo com muita força, o bloco de cima deslizará. Estamos interessados em calcular a maior força que pode ser aplicada ao bloco de baixo, sem que os blocos deixem de se mover juntos.

FORMULE A figura que se segue mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos.



Em primeiro lugar, calculamos o coeficiente de atrito estático da superfície entre os dois blocos. Quando a força aplicada ao bloco de baixo é a maior possível, a força de atrito estático entre os dois blocos também deve ser a maior possível. Como uma força $F_c = 12$ N deve ser aplicada ao bloco de cima (com o bloco de baixo mantido fixo) para que o bloco de cima entre em movimento, usando as relações $F_c = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_{N,c} = \mu_s m_c g$, obtemos

$$\mu_s = \frac{F_t}{m_t g} = \frac{12\ \text{N}}{(4{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 0{,}31$$

Usando o mesmo raciocínio para a situação em que os dois blocos se movem juntos, obtemos

$$F = \mu_s (m_c + m_b) g$$

ANALISE (a) Substituindo μ_s pelo valor calculado anteriormente, obtemos

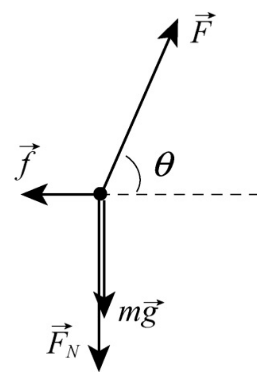
$$F = \mu_s (m_c + m_b) g = (0{,}31)(4{,}0\ \text{kg} + 5{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 27\ \text{N}$$

(b) A aceleração máxima é

$$a_{\text{máx}} = \frac{F}{m_c + m_b} = \mu_s g = (0{,}31)(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 3{,}0\ \text{m/s}^2$$

APRENDA O bloco de cima começará a deslizar se a força aplicada exceder 27 N. Na ausência de atrito entre os blocos (ou seja, se $\mu_s = 0$), qualquer força aplicada ao bloco de baixo fará o bloco de cima deslizar.

62. O diagrama de corpo livre da pedra é mostrado na figura.



$\vec{F}$ é a força aplicada à pedra, $\vec{F}_N$ é a força normal *para baixo* que o teto exerce sobre a pedra, $m\vec{g}$ é a força de gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Escolhemos um eixo x para a direita e um eixo y para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F_x = F\cos\theta - f = ma$$
$$F_y = F\,\text{sen}\,\theta - F_N - mg = 0$$

Como $f = \mu_k F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = F\,\text{sen}\,\theta - mg$,

$$f = \mu_k (F\,\text{sen}\,\theta - mg).$$

Substituindo essa expressão na primeira equação, obtemos

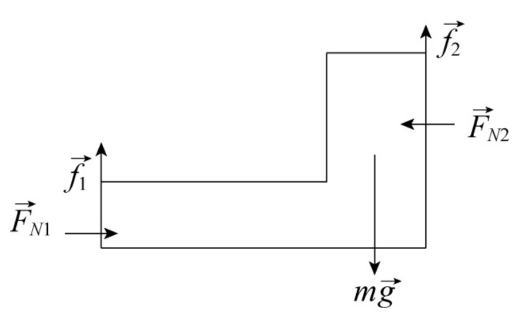
$$F\cos\theta - \mu_k (F\,\text{sen}\,\theta - mg) = ma.$$

Para $a = 0$, a força é

$$F = \frac{-\mu_k mg}{\cos\theta - \mu_k\,\text{sen}\,\theta}$$

Para $\mu_k = 0{,}65$, $m = 5{,}0$ kg e $\theta = 70°$, obtemos $F = 118$ N.

63. (a) A figura mostra o diagrama de corpo livre da alpinista (representada por um bloco em forma de L).



A força que a alpinista exerce sobre a pedra não é mostrada (já que o diagrama mostra apenas as forças que são exercidas sobre ela), mas está relacionada às forças normais $\vec{F}_{N1}$ e $\vec{F}_{N2}$ exercidas horizontalmente sobre os sapatos e sobre as costas da alpinista, respectivamente. Como vamos mostrar no item (b) que $F_{N1} = F_{N2}$, não está errado dizer que o módulo da força que a alpinista exerce sobre a pedra é F_{N2}. A força total para cima exercida pela força (máxima) de atrito estático é $\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$, em que $f_1 = \mu_{s1} F_{N1}$ e $f_2 = \mu_{s2} F_{N2}$.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos *x* e *y* (*x* para a direita e *y* para cima), e como não há aceleração em nenhuma direção,

$$F_{N1} - F_{N2} = 0$$
$$f_1 + f_2 - mg = 0$$

De acordo com a primeira equação, as forças normais são iguais: $F_{N1} = F_{N2} = F_N$. Assim, de acordo com a Eq. 6-1,

$$f_1 = \mu_{s\,1} F_N$$
$$f_2 = \mu_{s\,2} F_N$$

e, portanto,

$$f_1 = \left(\frac{\mu_{s\,1}}{\mu_{s\,2}}\right) f_2 \,.$$

Assim, a segunda equação, $f_1 + f_2 - mg = 0$, nos dá

$$\left(\frac{\mu_{s\,1}}{\mu_{s\,2}} + 1\right) f_2 = mg$$

que (para $m = 49$ kg) nos dá $f_2 = 192$ N. Portanto, $F_N = f_2 / \mu_{s2} = 240$ N é o módulo da força que a alpinista exerce sobre a pedra.

(c) De acordo com os cálculos acima, $f_1 = \mu_{s1} F_N = 288$ N, o que significa que

$$\frac{f_1}{P} = \frac{288}{(49)\,(9{,}8)} = 0{,}60,$$

ou seja, 60% do peso da alpinista é sustentado pelo atrito dos sapatos.

64. (a) A força para cima exercida pelo vagão sobre o passageiro é igual ao peso do passageiro; assim, a força resultante não possui uma componente vertical. Isso significa que a força resultante é igual à componente horizontal (força centrípeta). Assim,

$$\left|\vec{F}_{\text{res}}\right| = F = 210 \text{ N}.$$

(b) De acordo com a Eq. 6-18, temos:

$$v = \sqrt{\frac{FR}{m}} = \sqrt{\frac{(210 \text{ N})(470 \text{ m})}{51{,}0 \text{ kg}}} = 44{,}0 \text{ m/s}.$$

65. A massa da camada de gelo é

$$m_{\text{gelo}} = \left(917 \text{ kg/m}^3\right)\,(400 \text{ m} \times 500 \text{ m} \times 0{,}0040 \text{ m}) = 7{,}34 \times 10^5 \text{ kg}.$$

Somando a esse valor à massa de cem pedras (com 20 kg cada uma), obtemos $m = 7{,}36 \times 10^5$ kg.

(a) Fazendo $F = D$ (a força de arrasto), podemos usar a Eq. 6-14 para calcular a velocidade do vento em relação ao solo (na verdade, deveria ser a velocidade do vento em relação à pedra, mas a velocidade da pedra é tão pequena que a diferença é desprezível).

$$v = \sqrt{\frac{\mu_k mg}{4C_{\text{gelo}}\rho A_{\text{gelo}}}} = \sqrt{\frac{(0{,}10)\left(7{,}36 \times 10^5 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m/s}^2\right)}{4(0{,}002)\left(1{,}21 \text{ kg/m}^3\right)\left(400 \times 500 \text{ m}^2\right)}} = 19 \text{ m/s} \approx 69 \text{ km/h}.$$

(b) Multiplicando por 2 o resultado do item anterior, obtemos uma velocidade de 138 km/h.

(c) Sim, é razoável. O vento de um furacão da categoria 5 (a maior de todas) é da ordem de 260 km/h.

66. Como o coeficiente de atrito estático não é mencionado, concluímos que a força resultante é maior que $f_{s,\text{máx}}$. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x dos blocos, que para o bloco 1 é positivo para a direita e para o bloco 2 é positivo encosta abaixo, obtemos:

$$T - f_k = m_1 a$$
$$m_2 g \,\text{sen}\theta - T = m_2 a$$

Somando as equações, obtemos a aceleração:

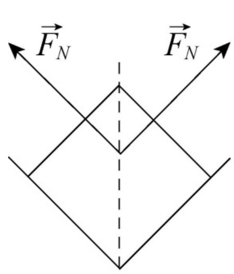
$$a = \frac{m_2 g \,\text{sen}\,\theta - f_k}{m_1 + m_2}$$

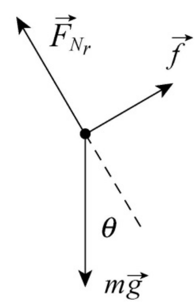
Para $f_k = \mu_k F_N = \mu_k m_1 g$, obtemos

$$a = \frac{(3{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)\,\text{sen}\,30° - (0{,}25)(2{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)}{3{,}0 \text{ kg} + 2{,}0 \text{ kg}} = 1{,}96 \text{ m/s}^2.$$

Substituindo esse valor em uma das equações, obtemos $T = 8{,}8$ N.

67. Cada lado da vala exerce uma força normal sobre o caixote. A figura da esquerda mostra uma seção reta do conjunto.





A força resultante tem a direção na reta tracejada. Como as duas forças normais fazem um ângulo de 45° com a reta tracejada, o módulo da força resultante é

$$F_{Nr} = 2F_N \cos 45° = \sqrt{2} F_N .$$

A figura da direita é o diagrama de corpo livre do caixote. (Trata-se de uma vista "lateral", como a que é mostrada no desenho da esquerda da Fig. 6-51.) $\vec{F}_{N_r}$ é a força normal resultante, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Escolhemos um eixo x encosta abaixo e um eixo y da direção de $\vec{F}_{Nr}$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$x: \quad mg \,\text{sen}\,\theta - f = ma$$
$$y: \quad F_{Nr} - mg \cos\theta = 0.$$

Como o caixote está em movimento, os dois lados da vala exercem uma força de atrito cinético, e o módulo da força de atrito resultante é dado por

$$f = 2\mu_k F_N = 2\mu_k F_{Nr} / \sqrt{2} = \sqrt{2} \mu_k F_{Nr}$$

Combinando essa expressão com $F_{Nr} = mg \cos\theta$ e substituindo na equação para o eixo x, obtemos

$$mg \,\text{sen}\,\theta - \sqrt{2} mg \cos\theta = ma .$$

Assim, $a = g(\operatorname{sen}\theta - \sqrt{2}\mu_k \cos\theta)$.

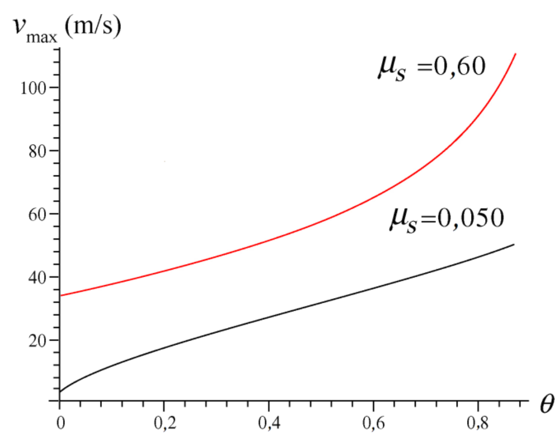
68. (a) Um carro está na iminência de derrapar quando a força de atrito estático atinge o valor máximo. Vamos considerar a soma vetorial $\vec{F}$ da força (máxima) de atrito com a força normal. Como as duas forças são mutuamente perpendiculares e seus módulos são proporcionais (Eq. 6-1), $\vec{F}$ faz um ângulo (com a *vertical*) $\phi = \theta + \theta_s$, em que $\tan\theta_s = \mu_s$ (compare com a Eq. 6-13) e θ é o ângulo de compensação da curva. Como a componente paralela ao plano da estrada da soma vetorial de $\vec{F}$ com a força da gravidade $m\vec{g}$ é a força centrípeta, cujo módulo é mv^2/R (Eq. 6-18), temos a seguinte relação:

$$\tan\phi = \frac{mv^2/R}{mg} = \frac{v_{\max}^2}{Rg} \quad .$$

Explicitando $v_{máx}$, obtemos:

$$v_{máx} = \sqrt{Rg\tan(\theta + \tan^{-1}\mu_s)} = \sqrt{\frac{Rg(\tan\theta + \mu_s)}{1 - \mu_s\tan\theta}}$$

(b) A figura mostra o gráfico pedido (com θ em radianos):



(c) Usando a equação obtida no item (a) ou a curva de cima do item (b), obtemos v = 41,3 m/s = 149 km/h para μ_s = 0,60 e θ = 10° = 0,175 rad.

(d) Usando a equação obtida no item (a) ou a curva de baixo do item (b), obtemos v = 21,2 m/s = 76,2 km/h para μ_s = 0,050 e θ = 10° = 0,175 rad.

69. As forças verticais que agem sobre o bloco são a força normal exercida pelo teto, a força da gravidade e a componente vertical de $\vec{P}$. Como a aceleração da direção vertical é zero,

$$F_N = P\operatorname{sen}\theta - mg$$

e, portanto, o módulo da força de atrito cinético é dada por

$$f_k = \mu_k(P\operatorname{sen}\theta - mg).$$

Escolhendo um eixo x para a direita, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$P\cos\ \theta - f_k = ma \ \Rightarrow\ a = \frac{P\cos\theta - u_k(P\operatorname{sen}\theta - mg)}{m}.$$

Fazendo θ = 70°, m = 5,0 kg e μ_k = 0,40, obtemos a = 3,4 m/s².

70. (a) Se o peso descreve uma circunferência de 0,94 m, a distância horizontal entre o peso e o eixo de rotação é dada por R = 0,94/2π = 0,15 m. O ângulo que a corda faz com a horizontal é

$$\theta = \cos^{-1}(R/L) = \cos^{-1}(0{,}15\text{ m}/0{,}90\text{ m}) = 80^\circ.$$

A componente vertical da tensão da corda é T sen θ e deve ser igual à força da gravidade mg. Assim,

$$T = \frac{mg}{\text{sen}\,\theta} = 0{,}40\text{ N}.$$

Note que estamos usando T para representar a tensão da corda, e não o período do movimento.

(b) Como a componente horizontal da tensão da corda é a força centrípeta, cujo módulo é mv^2/R (Eq. 6-18), $T\cos\theta = mv^2/R$, o que nos dá v = 0,49 m/s. Dividindo o comprimento da circunferência pela velocidade, obtemos o período: 0,94/0,49 = 1,9 s.

71. (a) se o bloco está na iminência de deslizar, a força aplicada é igual à força máxima de atrito estático (Eq. 6-1, com $F_N = mg$ neste caso):

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg = 35{,}3\text{ N}.$$

(b) Neste caso, a força aplicada $\vec{F}$ reduz indiretamente o valor máximo da força de atrito (já que a componente vertical diminui a força normal) e se opõe diretamente à força de atrito (por causa da componente horizontal). Como a força normal é dada por

$$F_N = mg - F\text{sen}\theta$$

a aplicação da Segunda Lei de Newton à direção horizontal nos dá

$$F\cos\theta - f_{s,\text{máx}} = F\cos\theta - \mu_s(mg - F\text{sen}\theta) = 0 \quad \Rightarrow F = 39{,}7\text{ N}.$$

(c) Neste caso, a força aplicada $\vec{F}$ aumenta indiretamente o valor máximo da força de atrito (já que a componente vertical aumenta a força normal) e se opõe diretamente à força de atrito (por causa da componente horizontal). Como a força normal é dada por

$$F_N = mg + F\text{sen}\theta,$$

a aplicação da Segunda Lei de Newton à direção horizontal nos dá

$$F\cos\theta - f_{s,\text{máx}} = F\cos\theta - \mu_s(mg + F\text{sen}\theta) = 0 \quad \Rightarrow F = 320\text{ N}.$$

72. Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção paralela à rampa e usando a Eq. 6-2 temos:

$$mg\,\text{sen}\theta - f = ma,$$

$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$$

Assim,

$$a = 0{,}75\text{ m/s}^2 = g(\text{sen}\theta - \mu_k\cos\theta)$$

o que, para $\theta = 40^\circ$, nos dá $\mu_k = 0{,}74$.

73. (a) Aplicando a Segunda Lei de Newton a um eixo orientado "encosta abaixo":

$$mg\,\text{sen}\theta - f = ma$$
$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta.$$

Assim,

$$a = g(\text{sen}\theta - \mu_k\cos\theta) = 7{,}5\text{ m/s}^2.$$

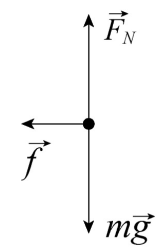
(b) O sentido da aceleração é para baixo.

(c) Nesse caso, a força de atrito aponta "encosta abaixo" (no sentido positivo do eixo escolhido) e a aceleração é

$$a = g(\text{sen}\theta + \mu_k \cos\theta) = 9{,}5 \text{ m/s}^2.$$

(d) O sentido da aceleração é para baixo.

74. A figura mostra o diagrama de corpo livre do disco. $\vec{F}_N$ é a força normal exercida pelo gelo, $\vec{f}$ é a força de atrito e $m\vec{g}$ é a força da gravidade. Escolhemos um eixo x apontando para a direita e um eixo y apontando para cima.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x, obtemos $-f = ma$. Como a velocidade final é zero, a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2ax$, nos dá $a = -v_0^2/2x$.

Combinando os dois resultados, obtemos

$$f = \frac{mv_0^2}{2x} = \frac{(0{,}110 \text{ kg})(6{,}0 \text{ m/s})^2}{2(15 \text{ m})} = 0{,}13 \text{ N}.$$

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo y, obtemos $F_N - mg = 0$ e, portanto, $F_N = mg$. Assim, de acordo com a Eq. 6-2, $f = \mu_k mg$. Explicitando μ_k, obtemos:

$$\mu_k = \frac{f}{mg} = \frac{0{,}13 \text{ N}}{(0{,}110 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 0{,}12 .$$

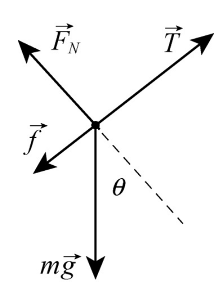
75. Podemos tratar os 25 vagões como um único objeto de massa $m = 25 \times 5{,}0 \times 10^4$ kg que (se a velocidade é 30 km/h = 8,3 m/s) está sujeito a uma força de atrito

$$f = 25 \times 250 \times 8{,}3 = 5{,}2 \times 10^4 \text{ N}.$$

(a) Em uma linha férrea plana, esse objeto experimenta uma força de tração T exercida pela locomotiva e, de acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$T - f = ma \;\Rightarrow\; T = 5{,}2\times10^4 + (1{,}25\times10^6)(0{,}20) = 3{,}0\times10^5 \text{ N}.$$

(b) A figura mostra o diagrama de corpo livre do conjunto de vagões, na qual θ é o ângulo de aclive. Escolhemos um eixo x encosta acima (na direção do canto superior direito da figura).



Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x, temos:

$$T - f - mg\,\text{sen}\,\theta = ma$$

Fazendo $a = 0$ e substituindo T, f e m por seus valores, obtemos $\theta = 1{,}2°$.

76. Este problema é conceitualmente análogo ao Problema 30. Usando o resultado do item (c) do Problema 30, temos:

$$\theta = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1} 0{,}50 = 27°$$

e, portanto, o ângulo de *redução* deve ser, no mínimo,

$$\phi = 45° - 27° \approx 20°.$$

77. De acordo com a Eq. 6-16,

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho\pi R^2}} = \sqrt{\frac{2(6)(9{,}8)}{(1{,}6)(1{,}2)\pi(0{,}03)^2}} = 147 \text{ m/s}$$

78. (a) O coeficiente de atrito estático é $\mu_s = \tan(\theta_{\text{máx}}) = 0{,}577 \approx 0{,}58$.

(b) Como

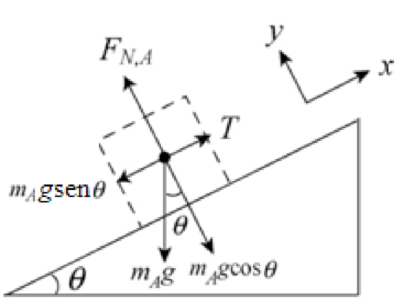
$$mg\,\text{sen}\theta - f = ma$$

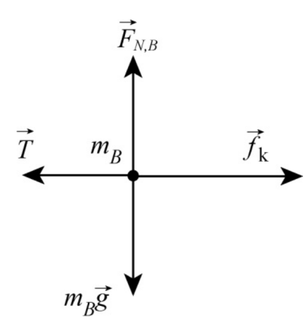
$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$$

e $a = 2d/t^2$ (com $d = 2{,}5$ m e $t = 4{,}0$ s), obtemos $\mu_k = 0{,}54$.

79. PENSE Este problema envolve dois blocos ligados por uma corda. O bloco A desce o plano inclinado arrastando o bloco B. A corda exerce uma força sobre o bloco A que depende da massa dos blocos e do coeficiente de atrito entre o bloco B e a superfície horizontal.

FORMULE A figura a seguir mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos.





Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do bloco A, temos

$$m_A g\,\text{sen}\,\theta - T = m_A a$$

Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do bloco B, temos

$$T - f_k = m_B a$$

em que $f_k = \mu_k F_{N,B} = \mu_k m_B g$. Combinando as equações do movimento dos blocos A e B, podemos determinar os valores de T, a tração da corda, e a, a aceleração dos blocos.

ANALISE (a) Combinando as equações anteriores e explicitando T, obtemos

$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}(\operatorname{sen}\theta + \mu_k)g = \frac{(4{,}0\text{ kg})(2{,}0\text{ kg})}{4{,}0\text{ kg} + 2{,}0\text{ kg}}(\operatorname{sen}30° + 0{,}50)(9{,}80\text{ m/s}^2) = 13\text{ N}$$

(b) A aceleração do sistema de dois blocos é dada por

$$a = \left(\frac{m_A \operatorname{sen}\theta - \mu_k m_B}{m_A + m_B}\right)g = \frac{(4{,}0\text{ kg})\operatorname{sen}30° - (0{,}50)(2{,}0\text{ kg})}{4{,}0\text{ kg} + 2{,}0\text{ kg}}(9{,}80\text{ m/s}^2) = 1{,}6\text{ m/s}^2$$

APRENDA Para $\theta = 90°$ e $\mu_k = 0$, o problema se torna o mesmo que foi discutido no Exemplo 5.03 do livro, e os valores da tração da corda e da aceleração se reduzem às expressões obtidas nesse exemplo, que são

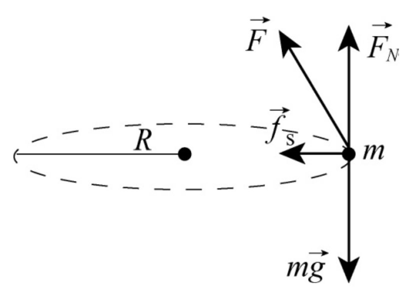
$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}g, \quad a = \frac{m_A}{m_A + m_B}g$$

80. Usamos a Eq. 6-14, $D = \frac{1}{2}C\rho A v^2$, na qual ρ é a massa específica do ar, A é a área da seção reta do míssil, v é a velocidade do míssil e C é o coeficiente de arrasto. A área da seção reta é πR^2, na qual R = 0,265 m é o raio do míssil. Assim,

$$D = \frac{1}{2}(0{,}75)\left(1{,}2\text{ kg/m}^3\right)\pi\left(0{,}265\text{ m}\right)^2\left(250\text{ m/s}\right)^2 = 6{,}2\times10^3\text{ N}.$$

81. PENSE A força responsável pelo movimento circular do sistema ciclista-bicicleta é a força de atrito entre os pneus da bicicleta e o piso.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do sistema ciclista-bicicleta. O módulo da aceleração do sistema é dado por v^2/R, em que v é a velocidade do ciclista e R é o raio da curva.



Aplicando a segunda lei de Newton à componente horizontal do movimento, obtemos a equação $f_s = mv^2/R$, em que f_s é a força de atrito estático exercida pelo piso sobre os pneus da bicicleta. Aplicando a segunda lei de Newton à componente vertical do movimento, obtemos a equação $F_N = mg$ = 833 N, em que F_N é a força normal que o piso exerce sobre o sistema e mg é a soma do peso do ciclista com o peso da bicicleta.

ANALISE (a) A força de atrito é $f_s = \dfrac{mv^2}{R} = \dfrac{(85{,}0\text{ kg})(9{,}00\text{ m/s})^2}{25{,}0\text{ m}} = 275\text{ N}.$

(b) De acordo com o teorema de Pitágoras, como a força de atrito $\vec{f}_s$ e a força normal $\vec{F}_N$ são mutuamente perpendiculares, a força resultante que o piso exerce sobre a bicicleta é

$$F = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{(275\text{ N})^2 + (833\text{ N})^2} = 877\text{ N}$$

APRENDA A força que o piso exerce sobre a bicicleta faz um ângulo $\theta = \tan^{-1}(275\text{ N}/833\text{ N}) = 18{,}3°$ com a vertical.

82. No alto do morro, as forças verticais que agem sobre o carro são a força normal exercida pela estrada e a força da gravidade. Escolhendo um eixo y orientado para baixo, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$mg - F_N = \frac{mv^2}{R}$$

Fazendo $F_N = 0$ e explicitando v, temos:

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(250\ \text{m})} = 49{,}5\ \text{m/s} = 49{,}5(3600/1000)\ \text{km/h} = 178\ \text{km/h}.$$

83. (a) A força mínima para que o caixote comece a se mover é $f_{s,\max} = \mu_s F_N$ (Eq. 6-1, com $F_N = mg$ neste caso), o que nos dá (0,51)(165 N) = 84,2 N.

(b) Depois que o caixote começa a se mover, a força necessária para mantê-lo em movimento com velocidade constante é uma força igual à força de atrito cinético $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 52{,}8$ N.

(c) Como a massa do caixote é 165/9,8 = 16,8 kg, a aceleração, usando a Segunda Lei de Newton e os resultados dos itens (a) e (b), é

$$a = (84{,}2\ \text{N} - 52{,}8\ \text{N})/(16{,}8\ \text{kg}) \approx 1{,}87\ \text{m/s}^2.$$

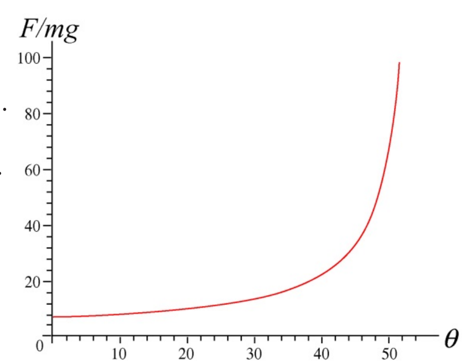
84. (a) A componente horizontal de $\vec{F}$ empurra o caixote, enquanto a componente vertical aumenta a força de atrito, ao aumentar a força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton nas direções, temos:

direção horizontal: $F\cos\theta - f_s = 0$

direção vertical: $F_N - F\,\text{sen}\,\theta - mg = 0.$

Dizer que o caixote está "na iminência de se mover" equivale a dizer que $f_s = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$ (Eq. 6-1). Combinando as três equações, obtemos

$$\frac{F}{mg} = \frac{\mu_s}{\cos\theta - \mu_s \,\text{sen}\,\theta}$$



A figura ao lado mostra um gráfico da razão F/mg em função de θ (com θ em graus).

(b) O denominador da expressão de F/mg em função de θ se anula para

$$\cos\theta - \mu_s \,\text{sen}\,\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\text{inf}} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\mu_s}\right)$$

Para $\mu_s = 0{,}70$, $\theta_{\text{inf}} = 55°$.

(c) Se o piso for lubrificado, o coeficiente de atrito estático será menor e, portanto, o ângulo θ_{inf} será maior que o valor calculado no item (b).

(d) Para $\mu_s = 0{,}60$, $\theta_{\text{inf}} = \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{0{,}60}\right) = 59°$.

85. O carro começará a escorregar se

$$\mu_s = \tan\theta = \tan 35{,}0° = 0{,}700.$$

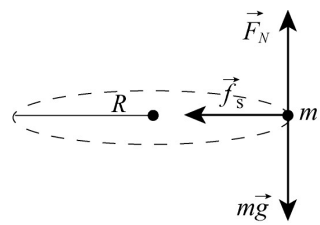
Este valor representa uma redução de 3,4% em relação ao valor inicial, 0,725.

86. (a) O problema é conceitualmente igual ao da roda-gigante (Problema 45), com a tensão T da corda assumindo o papel da força normal F_N. Assim, a tensão é dada por $T = m(g - v^2/r)$ no ponto mais alto do percurso e por $T = m(g + v^2/r)$ (o valor máximo) no ponto mais baixo do percurso. Isso significa que a corda vai arrebentar no ponto mais baixo do percurso.

(b) Quando a corda arrebenta, $T = 33$ N $= m(g + v^2/r)$, em que $m = 0{,}26$ kg e $r = 0{,}65$ m. Explicitando a velocidade, obtemos $v =$ 8,73 m/s.

87. PENSE A força responsável pelo movimento circular do automóvel é a força de atrito entre os pneus e o piso.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do automóvel. A massa do automóvel é $m = (10700/9{,}80)$ kg $= 1{,}09 \times 10^3$ kg. A força normal é $F_N = mg$, e a força centrípeta necessária para manter o movimento circular é $f_s = mv^2/R$.



ANALISE (a) Para uma velocidade $v = 13{,}4$ m/s e um raio $R = 61$ m, temos

$$f_s = \frac{mv^2}{R} = \frac{(1{,}09\times10^3\ \text{kg})(13{,}4\ \text{m/s})^2}{61{,}0\ \text{m}} = 3{,}21\times10^3\ \text{N}$$

(b) De acordo com a Eq. 6-1, a força máxima de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg = (0{,}35)(10700\ \text{N}) = 3{,}75\times10^3\ \text{N}$$

Como o valor calculado no item (a) é menor que este valor, concluímos que o carro consegue fazer a curva sem derrapar.

APRENDA De acordo com as expressões anteriores, se o coeficiente de atrito estático entre os pneus de um carro e o piso é μ_s, a velocidade máxima com a qual o carro consegue fazer uma curva de raio R sem derrapar é $v_{\text{máx}} = \sqrt{\mu_s gR}$. Na situação do problema, portanto, a velocidade máxima com a qual o carro pode fazer a curva sem derrapar é

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{(0{,}35)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(61\ \text{m})} = 14{,}5\ \text{m/s}$$

88. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 2, temos:

$$\begin{aligned} F\cos\theta - T - f_k &= m_2 a \qquad \text{eixo } x \\ F_N - F\,\text{sen}\,\theta - m_2 g &= 0 \qquad \text{eixo } y \end{aligned}$$

Combinando essas equações com a relação $f_k = \mu_k F_N$, temos:

$$F(\cos\theta - \mu_k \text{sen}\theta) - T - \mu_k m_2 g = m_2 a$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 1, temos:

$$\begin{aligned} T - f'_k &= m_1 a \qquad \text{eixo } x \\ F'_N - m_1 g &= 0 \qquad \text{eixo } y \end{aligned}$$

Combinando essas equações com a relação $f_k = \mu_k F'_N$, temos:

$$T - \mu_k m_1 g = m_1 a$$

Explicitando a na equação acima, substituindo na equação do bloco 2 e explicitando T, obtemos:

$$T = \frac{m_1(\cos\theta - \mu_k \text{sen}\,\theta)}{m_1 + m_2},\ F = \frac{(2{,}0\ \text{kg})[\cos 35° - (0{,}20)\,\text{sen}\,35°]}{2{,}0\ \text{kg} + 1{,}0\ \text{kg}}(20\ \text{N}) = 9{,}4\ \text{N}.$$

89. PENSE Para deslocar um armário, é preciso que a força aplicada seja maior que a força de atrito.

FORMULE Podemos aplicar ao problema a segunda lei de Newton, na forma $F_{ap} - f = ma$. Se a força aplicada F_{ap} for menor ou igual à força máxima de atrito estático $f_{s,\text{máx}}$, a conclusão será "o armário não se move", caso em que $a = 0$ e $f = F_{ap}$. Se, por outro lado, $F_{ap} > f_{s,\text{máx}}$, a conclusão será "o armário se move", caso em que $a > 0$ e $f = f_k$, em que f_k é a força de atrito cinético. Para determinar os valores de $f_{s,\text{máx}}$ e f_k, podemos usar as Eqs. 6-1 e 6-2, tomando como força normal o peso do armário. A força máxima de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = (0{,}68)(556\text{ N}) = 378\text{ N}$$

e a força máxima de atrito cinético é

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = (0{,}56)(556\text{ N}) = 311\text{ N}$$

ANALISE (a) Para $F_{ap} = 220$ N, $F_{ap} < f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = F_{ap} = 222$ N. O armário não se move.

(b) Para $F_{ap} = 334$ N, $F_{ap} < f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = F_{ap} = 334$ N. O armário não se move.

(c) Para $F_{ap} = 445$ N, $F_{ap} > f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = f_k = 311$ N.

(d) Para $F_{ap} = 456$ N, $F_{ap} > f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = f_k = 311$ N.

(e) O armário se move nas tentativas dos itens (c) e (d).

APRENDA Para que o armário se mova, é preciso que a força aplicada seja maior que a força máxima de atrito estático, $f_{s,\text{máx}}$.

90. Analisando as forças na direção horizontal (na qual não há aceleração), chegamos à conclusão de que $F = F_N$, ou seja, $F_N = 60$ N. A força máxima de atrito estático é, portanto, $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = 33$ N e a força de atrito cinético (se o bloco estiver em movimento) é $f_k = \mu_k F_N = 23$ N.

(a) Nesse caso, $\vec{P} = 34$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo, a aplicação da Segunda Lei de Newton à direção vertical nos dá

$$P - mg - f = ma.$$

Supondo que $a = 0$, $f = (34 - 22)$ N $= 12$ N. Como $f < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta e a força de atrito é $\vec{f_s} = 12$ N, para baixo. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 12 N.

(b) Nesse caso, $\vec{P} = 12$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo e que $a = 0$, $f = (12 - 22)$ N $= -10$ N. Como $|f_s| < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta, mas o fato de obtermos um valor negativo para f mostra que a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está errada. Assim, a força de atrito é $\vec{f_s} = 10$ N, para cima. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 10 N.

(c) Nesse caso, $\vec{P} = 48$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo e que $a = 0$, $f = (48 - 22)$ N $= 26$ N. Como $f_s < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta e, como obtivemos um valor positivo para f, a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo também está correta. Assim, a força de atrito é $\vec{f_s} = 26$ N, para baixo. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 26 N.

(d) Nesse caso, $\vec{P} = 62$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo e que $a = 0$, $f = (62 - 22)$ N $= 40$ N. Como $f > f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ não está correta. Como $a \neq 0$, $f = f_k$ e como a diferença entre a força vertical e o peso é positiva, a aceleração aponta para cima e a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está correta. Assim, a força de atrito é $\vec{f_k} = 23$ N, para baixo. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 23 N.

(e) Nesse caso, $\vec{P} = 10$ N para baixo. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo, $f = (-10 - 22)$ N $= -32$ N. Como $|f_s| < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta, mas o fato de obtermos um valor negativo para f mostra que a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está errada. Assim, a força de atrito é $\vec{f_s} = 32$ N, para cima. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 32 N.

(f) Nesse caso, $\vec{P} = 18$ N para baixo. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo, $f = (-18 - 22)$ N $= -40$ N. Como $|f| > f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ não está correta. Como $a \neq 0$, $f = f_k$ e, como a força vertical e o peso apontam para baixo, a aceleração aponta para baixo, e a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está errada. Assim, a força de atrito é $\vec{f_k} = 23$ N, para cima. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 23 N.

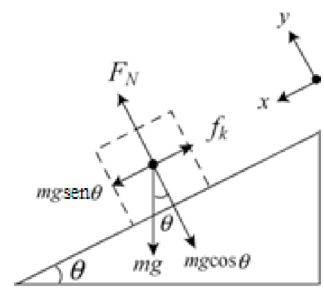
(g) O bloco se move para cima no caso do item (d).

(h) O bloco se move para baixo no caso do item (f).

(i) A força de atrito é para baixo nos casos dos itens (a), (c) e (d).

91. PENSE A força de atrito tem sempre o sentido contrário ao do movimento do bloco.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do bloco na situação da primeira parte do problema, em que o bloco está escorregando para baixo com velocidade constante.

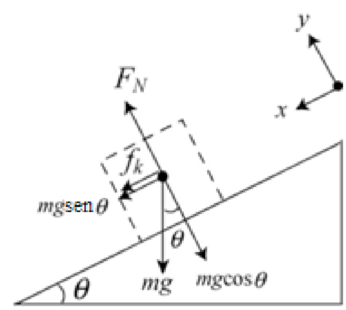


De acordo com a segunda lei de Newton,

$$mg\,\text{sen}\,\theta - f_k = mg\,\text{sen}\,\theta - \mu_k F_N = ma_x = 0$$
$$mg\cos\theta - F_N = ma_y = 0$$

Combinando as duas equações, obtemos a relação

$$\mu_k = \tan\theta$$



A figura mostra o diagrama de corpo livre do bloco na situação da segunda parte do problema, em que o bloco está subindo. De acordo com a segunda lei de Newton e a Eq. 6-12,

$$mg\,\text{sen}\,\theta + f_k = mg\,\text{sen}\,\theta + \mu_k F_N = ma_x$$
$$mg\cos\theta - F_N = ma_y = 0$$

Note que, de acordo com os sentidos escolhidos para os eixos, o fato de que $a_x > 0$ significa que a aceleração aponta para baixo e, portanto, a velocidade do bloco diminui com o tempo.

ANALISE (a) Usando as relações $\mu_k = \tan\theta$ e $F_N = mg\cos\theta$, obtemos a aceleração a_x do bloco paralelamente à superfície do plano inclinado:

$$a_x = g\,\text{sen}\,\theta + \frac{\mu_k F_N}{m} = g\,\text{sen}\,\theta + \frac{(\tan\theta)(mg\cos\theta)}{m} = 2g\,\text{sen}\,\theta$$

A distância que o bloco percorre até parar pode ser determinada usando a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, que nos dá

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2a_x} = \frac{v_0^2}{2(2g\,\text{sen}\,\theta)} = \frac{v_0^2}{4g\,\text{sen}\,\theta}$$

em que $\Delta x = x - x_0$.

(b) Como foi visto no Módulo 6-1, normalmente $\mu_s > \mu_k$. O ângulo de repouso (maior ângulo de inclinação do plano inclinado para o qual um bloco em repouso não escorrega para baixo) é dado por $\mu_s = \tan(\theta_{\text{repouso}})$. Assim, esperamos que $\theta_{\text{repouso}} > \theta$ e, portanto, que o bloco não volte a escorregar para baixo depois de parar.

APRENDA Outra forma de mostrar que o bloco não volta a escorregar depois de parar é notar que a componente da força gravitacional ao longo do plano inclinado é menor que a força de atrito, ou seja, que $mg\,\text{sen}\,\theta = f_k < f_{s,\text{máx}}$.

92. Suponha que o carro está "na iminência de derrapar", ou seja, que a força de atrito estático está com o valor máximo. Vamos primeiro considerar a soma vetorial $\vec{F}$ da força (máxima) de atrito estático com a força normal. Como a força de atrito e a força normal são mutuamente perpendiculares e têm módulos proporcionais (Eq. 6-1), o ângulo da força $\vec{F}$ com a vertical é $\phi = \theta + \theta_s$, na qual $\tan\theta_s = \mu_s$ (veja a Eq. 6-13) e θ é o ângulo de compensação. Como a componente horizontal da força $\vec{F}$ deve ser igual à força centrípeta (mv^2/R) e a componente vertical deve ser igual à força da gravidade (mg), chegamos a uma relação surpreendentemente simples:

$$\tan\phi = \frac{mv_{\max}^2/R}{mg} = \frac{v_{\max}^2}{Rg},$$

o que nos dá

$$v_{\max} = \sqrt{Rg\tan(\theta + \tan^{-1}\mu_s)} = \sqrt{\frac{Rg(\tan\theta + \mu_s)}{1-\mu_s\tan\theta}}.$$

(a) Para que os carros não "dependam" do atrito estático para não derrapar, a componente da força da gravidade paralela à estrada deve ser suficiente para proporcionar a aceleração centrípeta necessária. Para determinar o ângulo mínimo para que isso aconteça, basta fazer $\mu_s = 0$ na equação acima, o que nos dá $v_{\text{máx}} = \sqrt{Rg\tan\theta}$. Para $v_{\text{máx}}$ = 60 km/h = 16,67 m/s e R = 150 m, obtemos $\theta = 11°$.

(b) Por outro lado, se a curva não é compensada, $\theta = 0$ e a equação acima se torna

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{Rg\mu_s}$$

Para $v_{\text{máx}}$ = 60 km/h = 16,67 m/s e R = 150 m, obtemos $\mu_s = 0{,}19$.

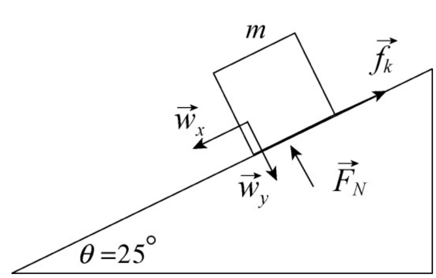
93. (a) Como a caixa não se move até o instante t = 2,8 s, no qual o módulo da força aplicada atinge o valor F = (1,8)(2,8) = 5,0 N, isso significa que $f_{s,\text{máx}}$ = 5,0 N. Sabemos também que o módulo da força normal é igual ao peso da caixa: $F_N = mg$ = 15 N. Assim, $\mu_s = f_{s,\text{máx}}/F_N = 0{,}34$.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo horizontal (e tomando como sentido positivo o sentido do movimento), temos:

$$F - f_k = ma \;\Rightarrow\; 1{,}8t - f_k = (1{,}5)(1{,}2t - 2{,}4)$$

O que nos dá f_k = 3,6 N. Assim, $\mu_k = f_k/F_N = 0{,}24$.

94. Na figura a seguir, m = 140/9,8 = 14,3 kg é a massa da criança. Chamamos de $\vec{w}_x$ e $\vec{w}_y$ as componentes da força gravitacional que a Terra exerce sobre a criança; os módulos dessas componentes são $w_x = mg\,\text{sen}\,\theta$ e $w_y = mg\cos\theta$.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção paralela à superfície do escorrega, e tomando o sentido positivo como sendo para cima (de modo que $a = -0{,}86$ m/s²), temos:

$$f_k - 140\,\text{sen}\,25° = m(-0{,}86)$$

o que nos dá f_k = 47 N.

Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção perpendicular à superfície do escorrega, temos:

$$F_N - 140\cos 25° = 0 \quad\Rightarrow\quad F_N = 127\text{ N}.$$

Assim, $\mu_k = f_k/F_N = 0{,}37$.

(b) Voltando à primeira equação do item (a), vemos que, se a componente do peso paralela à superfície do escorrega não fosse suficiente para vencer o atrito estático, a criança não escorregaria. Isso significa que 140 sen 25° > $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, o que nos dá tan 25° = 0,47 > μ_s. O valor máximo μ_s é, portanto, 0,47. O fato de que o valor mínimo de μ_s é μ_k é mais sutil; talvez seja conveniente reler a Seção 6-2 do livro. Se μ_k fosse maior que μ_s, a criança não poderia começar a se mover quando o atrito estático fosse superado (aumentando o ângulo do escorrega), já que o atrito se tornaria maior que o necessário para mantê-la em repouso! Os limites de μ_s são, portanto, 0,47 > μ_s > 0,37.

95. (a) A componente horizontal de $\vec{F}$ é responsável pelo movimento do esfregão, enquanto a componente vertical aumenta a força de atrito, ao aumentar a força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção vertical, temos $F_N - F\cos\theta - mg = 0$; aplicando a Segunda Lei de Newton à direção horizontal, temos $F\,\text{sen}\,\theta - f_k = 0$ (já que o esfregão, de acordo com o enunciado do problema, está se movendo com velocidade constante). Além disso, de acordo com a Eq. 6-2, $f_k = \mu_k F_N$. Combinando essas equações, obtemos

$$F = \frac{\mu_k mg}{\text{sen}\,\theta - \mu_k \cos\theta}\ .$$

(b) O pano de chão não poderá se mover se a componente horizontal de F for menor que a força máxima de atrito estático, $f_{s,\text{máx}}$. Isso significa que a condição limite é $F\,\text{sen}\,\theta = f_{s,\text{máx}}$. Combinando essa equação com a Eq. 6-1 e com a equação de equilíbrio na direção vertical, $F_N - F\cos\theta - mg = 0$, temos:

$$F = \frac{\mu_s mg}{\text{sen}\,\theta - \mu_s \cos\theta}$$

Como o denominador dessa equação se anula para $\mu_s = \tan\theta$, isso significa que o ângulo limite é $\mu_0 = \tan\ \ \mu_s$; para $\theta < \theta_0$, o pano de chão permanecerá em repouso.

96. (a) A distância percorrida em uma revolução do carrossel é $2\pi R = 2\pi(4{,}6\text{ m}) = 29$ m. A velocidade (supostamente constante) é, portanto, $v = (29\text{ m})/(30\text{ s}) = 0{,}96$ m/s.

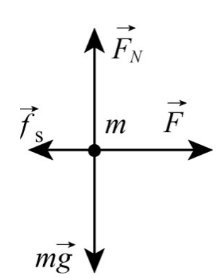
(b) A Segunda Lei de Newton (usando a Eq. 6-17 para o módulo da aceleração) nos dá

$$f_s = m\left(\frac{v^2}{R}\right) = m(0{,}20)$$

De acordo com a Eq. 6-1, como $F_N = mg$, o valor máximo do atrito estático é $f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg$. Igualando este valor a $f_s = m(0{,}20)$, podemos cancelar as massas e obter como resultado $\mu_s = 0{,}20/9{,}8 = 0{,}021$.

97. PENSE Neste problema, uma força é usada para acelerar uma caixa. Conhecendo a distância percorrida e a velocidade no final do percurso, podemos calcular o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre da caixa. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita, o sentido positivo do eixo y como sendo para cima, e chamar de F o módulo da força



aplicada pelo operário. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento segundo os eixos x e y, obtemos, respectivamente, as equações

$$F - f_k = ma_x, \qquad F_N - mg = 0$$

Por outro lado, usando a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, obtemos

$$a_x = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{(1{,}0\ \text{m/s})^2 - 0}{2(1{,}4\ \text{m})} = 0{,}357\ \text{m/s}^2$$

em que $\Delta x = x - x_0$.

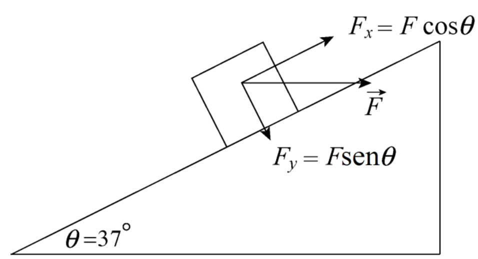
Combinando essas equações, podemos determinar o valor de μ_k.

ANALISE Explicitando μ_k na Eq. 6-2, $f_k = \mu_k F_N$, obtemos

$$\mu_k = \frac{f_k}{F_N} = \frac{F - ma_x}{mg} = \frac{85\ \text{N} - (40\ \text{kg})(0{,}357\ \text{m/s}^2)}{(40\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 0{,}18$$

APRENDA Escrevendo a aceleração na forma $a_x = (F/m) - \mu_k g$, vemos que o valor da aceleração aumenta quando μ_k diminui. Se o atrito for desprezível, ou seja, se $\mu_k = 0$, $a_x = F/m$.

98. A figura mostra as componentes da força F nas direções paralela e perpendicular ao plano inclinado.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton às direções paralela e perpendicular à superfície do plano inclinado, temos:

$$F\cos\theta - f_k - mg\,\text{sen}\,\theta = ma$$
$$F_N - F\,\text{sen}\,\theta - mg\cos\theta = 0.$$

Usando a relação $f_k = \mu_k F_N$, essas equações nos dão

$$a = \frac{F}{m}(\cos\theta - \mu_k\text{sen}\theta) - g(\text{sen}\theta + \mu_k\cos\theta).$$

Fazendo $\mu_k = 0{,}30$, $F = 50$ N e $m = 5{,}0$ kg, obtemos $a = -2{,}1\ \text{m/s}^2$ ou $|a| = 2{,}1\ \text{m/s}^2$.

(b) O sentido de $\vec{a}$ é para baixo.

(c) Para $v_0 = +4{,}0$ m/s e $v = 0$, a Eq. 2-16 nos dá $\Delta x = -\dfrac{(4{,}0\ \text{m/s})^2}{2(-2{,}1\ \text{m/s}^2)} = 3{,}9$ m.

(d) Esperamos que $\mu_s \le \mu_k$; caso contrário, um objeto que começasse a se mover imediatamente começaria a ser freado (antes mesmo de ganhar velocidade)! No caso limite, em que $\mu_s = \mu_k = 0{,}30$, o máximo atrito estático, de acordo com a Eq. 6-1, seria

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s(F\,\text{sen}\,\theta + mg\cos\theta) = 21\ \text{N}$$

Acontece que, para que a aceleração ao longo do eixo x seja nula, devemos ter

$$f_s = F\cos\theta - mg\,\text{sen}\,\theta = 10\ \text{N}$$

Como o valor de f_s necessário para que o bloco permaneça em repouso é menor que $f_{s,\text{máx}}$, o bloco permanece em repouso.

99. (a) Como, nesta situação, $F_N = mg$,

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg = (0{,}52)(11\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 56\text{ N}$$

Assim, o módulo da força horizontal que coloca o bloco na iminência de se mover é 56 N.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton à componente vertical do movimento, obtemos

$$F\text{sen}\,\theta + F_N = mg \;\Rightarrow\; f_{s,\text{máx}} = \mu_s(mg - F\text{ sen }\theta)$$

Assim, a componente horizontal da força que coloca o bloco na iminência de se mover é

$$F\cos\theta = \mu_s(mg - F\text{sen}\,\theta) \;\Rightarrow\; F = \frac{\mu_s mg}{\cos\theta + \mu_s \text{sen}\,\theta}$$

o que nos dá $F = 59$ N para $\theta = 60°$.

(c) Fazendo $\theta = -60°$, obtemos

$$F = \frac{(0{,}52)(11\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)}{\cos(-60°) + (0{,}52)\text{ sen}\,(-60°)} = 1{,}1\times 10^3\text{ N}$$

100. (a) Se, partindo do repouso com uma aceleração constante a, o esquiador percorre uma distância L em um intervalo de tempo t, $L = at^2/2$. Explicitando a e substituindo L e t por seus valores para os esquis convencionais, obtemos

$$a_1 = \frac{2L}{t_1^2} = \frac{2(200\text{ m})}{(61\text{ s})^2} = 0{,}11\text{ m/s}^2$$

(b) No caso dos novos esquis, temos

$$a_2 = \frac{2L}{t_2^2} = \frac{2(200\text{ m})}{(42\text{ s})^2} = 0{,}23\text{ m/s}^2$$

(c) A força resultante na direção da encosta para um esquiador de massa m é

$$F_{\text{res}} = mg\text{sen}\,\theta - f_k = mg(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta) = ma$$

o que nos dá, para os esquis convencionais,

$$\mu_{k1} = \tan\theta - \frac{a_1}{g\cos\theta} = \tan 3{,}0° - \frac{0{,}11\text{ m/s}^2}{(9{,}8\text{ m/s}^2)\cos 3{,}0°} = 0{,}041$$

(d) No caso dos novos esquis, temos

$$\mu_{k2} = \tan\theta - \frac{a_2}{g\cos\theta} = \tan 3{,}0° - \frac{0{,}23\text{ m/s}^2}{(9{,}8\text{ m/s}^2)\cos 3{,}0°} = 0{,}029$$

101. Vamos tomar como positivo o sentido "para baixo" do eixo vertical. A aplicação da segunda lei de Newton à componente vertical do movimento da criança nos dá

$$mg\text{sen}\,\theta - f_k = ma$$

De acordo com a Eq. 6-2,

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k m g$$

Portanto, $a = g(\text{sen}\,\theta - m_k \cos\theta) = -0{,}5\ \text{m/s}^2$ (note que, como a aceleração e a velocidade da criança têm sentidos opostos, a velocidade diminui com o tempo). Explicitando o coeficiente de atrito cinético e substituindo os valores conhecidos, obtemos $\mu_k = 0{,}76$.

102. (a) Vamos escolher os sentidos do eixo x (horizontal) e do eixo y (vertical) para que as componentes da força $\vec{F}$ sejam positivas. Nesse caso, $F_x = F_h = F\cos\theta = 100$ N.

(b) Como a aceleração vertical é nula, a aplicação da segunda lei de Newton à componente y do movimento nos dá

$$F_N + F_y = mg \Rightarrow F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta$$

em que $m = 25{,}0$ kg. Para $\theta = 0°$, essa equação nos dá $F_N = 245$ N.

(c) Para $\theta = 30{,}0°$, $F_x = F_h = F\cos\theta = 86{,}6$ N.

(d) Para $\theta = 30{,}0°$, $F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta = 195$ N.

(e) Para $\theta = 60{,}0°$, $F_x = F_h = F\cos\theta = 50{,}0$ N.

(f) Para $\theta = 60{,}0°$, $F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta = 158$ N.

(g) A condição para que a cadeira escorregue é

$$F_x > f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N \text{ em que } \mu_s = 0{,}42$$

Para $\theta = 0°$, temos

$$F_x = 100\ \text{N} < f_{s,\text{máx}} = (0{,}42)(245\ \text{N}) = 103\ \text{N}$$

Portanto, a cadeira permanece em repouso.

(h) Para $\theta = 30{,}0°$, $F_x = 86{,}6\ \text{N} > f_{s,\text{máx}} = (0{,}42)(195\ \text{N}) = 81{,}9\ \text{N}$; portanto, a cadeira escorrega.

(i) Para $\theta = 60{,}0°$, $F_x = 50{,}0\ \text{N} > f_{s,\text{máx}} = (0{,}42)(158\ \text{N}) = 66{,}4\ \text{N}$; portanto, a cadeira permanece em repouso.

103. (a) A tração da corda é máxima no ponto mais baixo do percurso, pois, nesse ponto, a tração da corda e a força gravitacional atuam sobre a corda na mesma direção e em sentidos opostos.

(b) O valor da tração da corda nesse ponto da trajetória pode ser obtido combinando a segunda lei de Newton com a Eq. 6-18:

$$T - mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow T = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$$

Explicitando a velocidade na equação anterior, obtemos

$$v = \sqrt{R\left(\frac{T}{m} - g\right)} = \sqrt{(0{,}91\ \text{m})\left(\frac{40\ \text{N}}{0{,}37\ \text{kg}} - 9{,}8\ \text{m/s}^2\right)}$$

o que nos dá $v = 9{,}5$ m/s.

104. (a) A componente do peso paralela à encosta (tomando como positivo o sentido "para baixo") é $mg\,\text{sen}\,\theta$. Aplicando a segunda lei de Newton à componente do movimento paralela à encosta, obtemos a relação $mg\,\text{sen}\,\theta - f = ma$. Explicitando a e substituindo os parâmetros pelos seus valores, obtemos $a = 1{,}64$ m/s². De acordo com a Eq. 2-15,

$$80{,}0\ \text{m} = \left(6{,}20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)t + \frac{1}{2}\left(1{,}64\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2$$

Aplicando a fórmula de Báskara à equação anterior e escolhendo a raiz positiva, obtemos t = 6,80 s.

(b) Se executarmos os mesmos cálculos do item (a) para f = 42,0 N, em vez de f = 62,0 N, vamos obter t = 6,76 s.

105. A componente do peso paralela à rampa (tomando como positivo o sentido "para cima") é $P\,\text{sen}\,\theta$, em que P é o peso do bloco. Aplicando a segunda lei de Newton à componente do movimento paralela à encosta e usando a Eq. 5-12, obtemos a relação

$$f_k - P\cos\theta = aP/g$$

Explicitando f_k e substituindo os parâmetros pelos seus valores, obtemos f_k = 20 N.

Aplicando a segunda lei de Newton à componente do movimento perpendicular à encosta, obtemos

$$F_N = P\cos\theta = (40)(0{,}9) = 36\ \text{N}\,.$$

Assim, de acordo com a Eq. 6-2,

$$\mu_k = \frac{f_k}{F_N} = 0{,}56\,.$$

CAPÍTULO 6

1. Para evitar que as caixas deslizem, é preciso que a desaceleração a seja menor ou igual à força máxima de atrito (Eq. 6-1, com $F_N = mg$ neste caso). De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$a = f_{s,\max}/m = \mu_s g\,.$$

A distância pode ser calculada com o auxílio da Eq. 2-16: $x - x_0 = v^2/2a = 36$ m. Antes de realizar este cálculo, é preciso converter a velocidade de 48 km/h para 13 m/s.

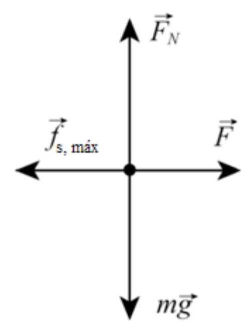
2. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao movimento horizontal, temos $F - \mu_k mg = ma$, em que usamos a Eq. 6-2, supondo que $F_N = mg$ (o que equivale a desprezar a força vertical exercida pela vassoura). A Eq. 2-16 relaciona a distância percorrida à velocidade final e à aceleração: $v^2 = 2a(x - x_0)$. Substituindo os valores conhecidos de v e $(x - x_0)$, obtemos $a = 1{,}4$ m/s². Voltando à equação da força, obtemos (para $F = 25$ N e $m = 3{,}5$ kg) um valor para o coeficiente de atrito cinético $\mu_k = 0{,}58$.

3. PENSE Como existe atrito entre a cômoda e o piso, a cômoda só começa a se mover se a força horizontal aplicada for maior que um determinado valor.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre da cômoda. Vamos chamar de $\vec{F}$ a força horizontal aplicada à cômoda, de $\vec{f}_s$ a força de atrito estático, de $\vec{F}_N$ a força normal exercida pelo piso, e de $m\vec{g}$ a força gravitacional. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento, obtemos as equações

$$\begin{aligned} F - f_{s,\,\text{máx}} &= ma \\ F_N - mg &= 0 \end{aligned}$$

respectivamente.



A segunda equação nos dá a força normal $F_N = mg$. Como, de acordo com a Eq. 6-1, $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, a primeira equação se torna

$$F - \mu_s mg = ma = 0$$

em que fizemos $a = 0$ para levar em conta o fato de que a força de atrito estático ainda é capaz de equilibrar a força aplicada, embora esteja prestes a ser superada.

ANALISE (a) Para $\mu_s = 0{,}45$ e $m = 45$ kg, a equação anterior nos dá

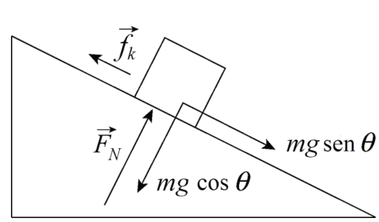
$$F = \mu_s mg = (0{,}45)(45\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 198\text{ N}$$

Para colocar a cômoda em movimento, é preciso aplicar uma força horizontal maior que esse valor. Arredondando para dois algarismos significativos, podemos dizer que a força mínima necessária para fazer a cômoda entrar em movimento é $F = 2{,}0 \times 10^2$ N.

(b) Substituindo $m = 45$ kg por $m = 45 - 17 = 28$ kg, obtemos $F = 1{,}2 \times 10^2$ N, o mesmo raciocínio do item (a).

APRENDA Os valores aqui calculados representam a força mínima necessária para vencer o atrito estático. Uma vez vencido o atrito estático, o corpo entrará em movimento e a força de atrito passará a ser a força de atrito cinético, que é menor que a força de atrito estático. Assim, se o valor da força aplicada permanecer o mesmo, o corpo sofrerá aceleração.

4. O diagrama a seguir mostra as forças que agem sobre o porco. O ângulo de inclinação da rampa é θ.



Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$mg\,\text{sen}\;\theta - f_k \;= ma$$
$$F_N - mg\cos\;\theta = 0.$$

Resolvendo esse sistema de equações e usando a Eq. 6-2 ($f_k = \mu_k F_N$), temos:

$$a = g\left(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta\right).$$

Para calcular o tempo que o porco leva para percorrer uma distância ℓ, usamos a Eq. 2-15:

$$\ell = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}.$$

Chamando de t' o tempo que o porco leva para percorrer a mesma distância ℓ em uma rampa sem atrito e de a' a aceleração correspondente, temos:

$$\frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{2\ell/a}}{\sqrt{2\ell/a'}} = \sqrt{\frac{a'}{a}}$$

o que nos leva a concluir que se $t/t' = 2$, $a' = 4a$. Como, de acordo com a Segunda Lei de Newton, $a' = g$ sen θ, temos:

$$g\,\text{sen}\,\theta = 4g\,\left(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta\right).$$

Resolvendo a equação acima para $\theta = 35°$, obtemos $\mu_k = 0{,}53$.

5. Além das forças mostradas na Fig. 6-17, um diagrama de corpo livre incluiria uma força normal para cima $\vec{F}_N$ exercida pela superfície sobre o bloco, uma força gravitacional $m\vec{g}$ para baixo exercida pela Terra sobre o bloco, e uma força de atrito cinético ou estático horizontal $\vec{f}$. Escolhemos o sentido do eixo x como positivo para a direita e o do eixo y como positivo para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton a esses eixos, obtemos:

$$F - f = ma$$
$$P + F_N - mg = 0$$

em que $F = 6{,}0$ N e $m = 2{,}5$ kg é a massa do bloco.

(a) Nesse caso, $P = 8{,}0$ N e

$$F_N = (2{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - 8{,}0\text{ N} = 16{,}5\text{ N}.$$

De acordo com a Eq. 6-1, isso significa que $f_{s,\,\text{máx}} = \mu_s F_N = 6{,}6\text{ N}$, que é maior que a força de 6,0 N para a direita. Assim, o bloco, que estava inicialmente em repouso, permanece em repouso. Fazendo $a = 0$ na primeira equação, obtemos uma força de atrito estático $f = P = 6{,}0$ N.

(b) Nesse caso, $P = 10$ N e

$$F_N = (2{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - 10\text{ N} = 14{,}5\text{ N}.$$

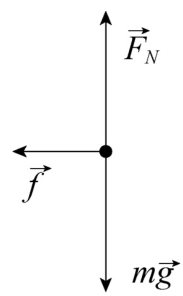
De acordo com a Eq. 6-1, isso significa que $f_{s,\,\text{máx}} = \mu_s F_N = 5{,}8\text{ N}$, que é menor que a força de 6,0 N para a direita. Assim, o bloco entra em movimento e passamos a ter um atrito cinético entre o bloco e a superfície, que, de acordo com a Eq. 6-2, é dado por

$$f_k = \mu_k F_N = 3{,}6\text{ N}.$$

(c) Nesse caso, $P = 12$ N, $F_N = 12{,}5$ N e $f_{s,\,\text{máx}} = \mu_s F_N = 5{,}0\text{ N}$, que, como era de se esperar, é menor que a força de 6,0 N para a direita. Assim, o bloco entra em movimento e a força de atrito cinético é $f_k = \mu_k F_N = 3{,}1\text{ N}$.

6. A figura mostra o diagrama de corpo livre do jogador. $\vec{F}_N$ é a força normal que o campo exerce sobre o jogador, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. A força de atrito está relacionada à força normal através da equação $f = \mu_k F_N$. Usamos a Segunda Lei de Newton, aplicada ao eixo vertical, para determinar a força normal. Como a componente vertical da aceleração é zero, $F_N - mg = 0$ e $F_N = mg$. Assim,

$$\mu_k = \frac{f}{F_N} = \frac{470\text{ N}}{(79\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)} = 0{,}61.$$

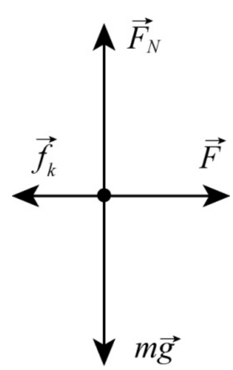


7. PENSE Uma força está sendo usada para acelerar um caixote na presença de atrito. Podemos usar a segunda lei de Newton para calcular a aceleração.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do caixote. Vamos chamar de $\vec{F}$ a força horizontal que a pessoa exerce sobre o caixote, de $\vec{f}_k$ a força de atrito cinético, de $\vec{F}_N$ a força normal exercida pelo piso, e de $m\vec{g}$ a força gravitacional. O módulo da força de atrito é dado pela Eq. 6-2: $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento, obtemos as equações

$$\begin{aligned} F - f_k &= ma \\ F_N - mg &= 0 \end{aligned}$$

respectivamente.



ANALISE (a) Como, de acordo com a segunda equação, a força normal é $F_N = mg$, a força de atrito cinético é

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = (0{,}35)(55\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 1{,}9 \times 10^2\text{ N}$$

(b) Substituindo f_k pelo seu valor na primeira equação, obtemos

$$F - \mu_k mg = ma$$

o que nos dá

$$a = \frac{F}{m} - \mu_k g = \frac{220\text{ N}}{55\text{ kg}} - (0{,}35)(9{,}8\text{ m/s}^2) = 0{,}56\text{ m/s}^2$$

APRENDA Para que o caixote seja acelerado, a condição $F > f_k = \mu_k mg$ deve ser satisfeita. Como mostra a equação anterior, para a mesma força aplicada, quanto maior o valor de μ_k, menor a aceleração.

8. Para manter a pedra em movimento, é preciso que exista uma força horizontal (no sentido $+x$) para cancelar o efeito do atrito cinético. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F - f_k = ma$$
$$F_N - mg = 0$$

A segunda equação nos dá $F_N = mg$, de modo que, de acordo com a Eq. 6-2, $f_k = \mu_k\, mg$. Assim, a primeira equação se torna

$$F - \mu_k mg = ma = 0$$

em que fizemos $a = 0$ porque estamos supondo que a velocidade horizontal da pedra é constante. Para $m = 20$ kg e $\mu_k = 0{,}80$, obtemos $F = 1{,}6 \times 10^2$ N.

9. Escolhemos um eixo $+x$ horizontal para a direita, um eixo $+y$ vertical para cima e observamos que as componentes da força aplicada são $F_x = F\cos\theta$ e $F_y = -F\,\text{sen}\,\theta$.

(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo y, temos:

$$F_N - F\,\text{sen}\,\theta - mg = 0 \;\Rightarrow\; F_N = (15\text{ N})\,\text{sen}\,40^\circ + (3{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 44\text{ N}.$$

Para $\mu_k = 0{,}25$, a Eq. 6-2 nos dá $f_k = 11$ N.

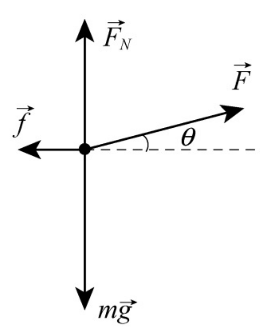
(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x, temos:

$$F\cos\theta - f_k = ma \;\Rightarrow\; a = \frac{(15\text{ N})\cos 40^\circ - 11\text{ N}}{3{,}5\text{ kg}} = 0{,}14\text{ m/s}^2$$

Como o resultado é positivo, o bloco acelera para a direita.

10. (a) O diagrama de corpo livre do bloco é mostrado na figura a seguir, em que $\vec{F}$ é a força aplicada, $\vec{F}_N$ é a força normal, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Escolhemos um eixo $+x$ horizontal para a direita e um eixo $+y$ vertical para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F_x = F\cos\theta - f = ma$$
$$F_y = F\,\text{sen}\,\theta + F_N - mg = 0$$



Como $f = \mu_k F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta$, $f = \mu_k(mg - F\text{sen}\theta)$. Substituindo f por essa expressão na primeira equação, obtemos

$$F\cos\theta - \mu_k(mg - F\,\text{sen}\,\theta) = ma,$$

e, portanto,

$$a = \frac{F}{m}(\cos\theta + \mu_k\,\text{sen}\,\theta) - \mu_k g.$$

(a) Para $\mu_s = 0{,}600$ e $\mu_k = 0{,}500$, o módulo de $\vec{f}$ tem um valor máximo

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = (0{,}600)(mg - 0{,}500mg\,\text{sen}\,20^\circ) = 0{,}497mg.$$

Por outro lado, $F\cos\theta = 0{,}500mg\cos 20° = 0{,}470mg$. Assim, $F\cos\theta < f_{s,\max}$ e o bloco permanece parado.

(b) Para $\mu_s = 0{,}400$ e $\mu_k = 0{,}300$, o módulo de $\vec{f}$ tem um valor máximo

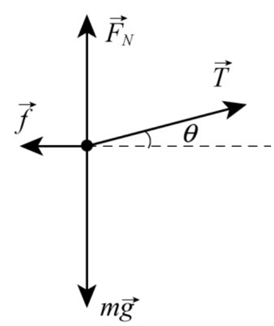
$$f_{s,\text{ máx}} = \mu_s F_N = (0{,}400)(mg - 0{,}500mg\,\text{sen}\,20°) = 0{,}332mg.$$

Nesse caso, $F\cos\theta = 0{,}500mg\cos 20° = 0{,}470mg > f_{s,\text{máx}}$. Assim, o bloco sofre uma aceleração dada por

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m}(\cos\theta + \mu_k\,\text{sen}\,\theta) - \mu_k g \\ &= (0{,}500)(9{,}80\text{ m/s}^2)[\cos 20^\circ + (0{,}300)\,\text{sen}\,20^\circ] - (0{,}300)(9{,}80\text{ m/s}^2) \\ &= 2{,}17\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

11. PENSE Como o caixote está sendo submetido a uma força que não é horizontal nem vertical, precisamos analisar o movimento ao longo dos eixos *x* e *y*.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do caixote, em que $\vec{T}$ é a força exercida pela corda, $\vec{F}_N$ é a força normal, $m\vec{g}$ é a força gravitacional e $\vec{f}$ é a força de atrito. Vamos tomar o sentido positivo do eixo *x* como para a direita e o sentido positivo do eixo *y* como para cima. Vamos supor também que o caixote está inicialmente em repouso.



Aplicando a segunda lei de Newton às componentes *x* e *y* do movimento, obtemos, respectivamente,

$$T\cos\theta - f = 0, \quad T\,\text{sen}\,\theta + F_N - mg = 0$$

em que θ é o ângulo entre a corda e a horizontal. A primeira equação nos dá $f = T\cos\theta$ e a segunda equação nos dá $F_N = mg - T\,\text{sen}\,\theta$. Para que o caixote permaneça em repouso, devemos ter $f < \mu_s F_N$, ou seja, $T\cos\theta < \mu_s(mg - T\,\text{sen}\,\theta)$. Quando a força aplicada pela corda está prestes a colocar o caixote em movimento, $T\cos\theta = \mu_s(mg - T\,\text{sen}\,\theta)$.

ANALISE (a) Explicitando a tração da corda na equação anterior, obtemos

$$T = \frac{\mu_s mg}{\cos\theta + \mu_s\,\text{sen}\,\theta} = \frac{(0{,}50)\,(68\text{ kg})\,(9{,}8\text{ m/s}^2)}{\cos 15° + 0{,}50\,\text{sen}\,15°} = 304\text{ N} \approx 3{,}0\times10^2\text{ N}$$

(b) As equações da segunda lei de Newton para o caso do caixote em movimento são

$$T\cos\theta - f = ma, \quad T\,\text{sen}\,\theta + F_N - mg = 0$$

Uma vez que $f = \mu_k F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = mg - T\,\text{sen}\,\theta$, a força de atrito é fornecida por $f = \mu_k(mg - T\,\text{sen}\,\theta)$. Substituindo *f* pelo seu valor na primeira equação, obtemos

$$T\cos\theta - \mu_k(mg - T\,\text{sen}\,\theta) = ma,$$

e, portanto, a aceleração é

$$\begin{aligned} a &= \frac{T(\cos\theta + \mu_k\,\text{sen}\,\theta)}{m} - \mu_k g \\ &= \frac{(304\text{ N})(\cos 15° + 0{,}35\,\text{sen}\,15°)}{68\text{ kg}} - (0{,}35)(9{,}8\text{ m/s}^2) = 1{,}3\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

APRENDA Fazendo $\theta = 0$ nessa equação, obtemos as expressões já conhecidas para uma força horizontal, $T = \mu_s mg$ e $a = (T - \mu_k mg)/m$.

12. Como não há aceleração, a soma das forças de atrito estático (que são quatro, uma para cada polegar e uma para cada conjunto dos outros quatro dedos) é igual à força da gravidade. Assim, de acordo com a Eq. 6-1, temos:

$$4\mu_s F_N = mg = (79\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)$$

que, para $\mu_s = 0{,}70$, nos dá $F_N = 2{,}8 \times 10^2$ N.

13. Chamamos de F o módulo da força exercida pelo operário. O módulo da força de atrito estático pode variar de 0 a $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$.

(a) Nesse caso, aplicando a Segunda Lei de Newton na direção vertical, temos $F_N = mg$. Assim,

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = (0{,}37)(35\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 127\text{ N}.$$

(b) O engradado não se move, já que $F = 110\text{ N} < f_{s,\text{máx}} = 127$ N.

(c) Aplicando a Segunda Lei de Newton na direção horizontal, temos $f_s = F = 110$ N.

(d) Chamando a força para cima exercida pelo segundo operário de F_2 e aplicando a Segunda Lei de Newton na direção vertical, obtemos $F_N = mg - F_2$, o que nos dá

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s(mg - F_2).$$

Para que o engradado se mova, F deve satisfazer a condição $F > f_{s,\text{máx}} = \mu_s(mg - F_2)$ o que nos dá

$$110\text{ N} > (0{,}37)\left[(35\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - F_2\right].$$

Como o menor valor de F_2 que satisfaz essa desigualdade é um valor ligeiramente maior que 45,7 N, podemos dizer que $F_{2,\text{mín}} = 46$ N.

(e) Nesse caso, a força horizontal total tem que ser maior que o valor de $f_{s,\text{máx}}$ calculado no item (a), ou seja,

$$F + F_2 > f_{s,\text{máx}} \Rightarrow \quad 110\text{ N} + F_2 > 127\text{ N}$$

o que nos dá $F_{2,\text{mín}} = 17$ N.

14. (a) Vamos supor que o bloco está em repouso e que o ângulo de mergulho tem o valor $\theta_{\text{máx}}$ para o qual a força de atrito estático é a maior possível, $f_{s,\text{máx}}$. Aplicando a Segunda Lei de Newton na direção paralela e na direção perpendicular à encosta, temos:

$$mg\,\text{sen}\,\theta_{\text{máx}} - f_{s,\text{máx}} = 0$$
$$F_N - mg\cos\theta_{\text{máx}} = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima e usando a Eq. 6-1, $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, obtemos:

$$\theta_{\text{máx}} = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1} 0{,}63 \approx 32°.$$

Como esse ângulo é maior que o ângulo de mergulho dado (24º), o bloco não desliza.

(b) Aplicando novamente a Segunda Lei de Newton, obtemos:

$$F + mg\,\text{sen} \quad - f_{s,\text{máx}} = 0$$
$$F \quad - mg\cos \quad = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, usando a Eq. 6-1 ($f_{s,\,\text{máx}} = \mu_s F_N$) e fazendo $\theta = 24°$ e m = 1,8 × 10^7 kg, obtemos:

$$F = mg\left(\mu_s \cos\theta - \operatorname{sen}\theta\right) = 3{,}0\times10^7 \text{ N}.$$

15. De acordo com o resultado obtido no item (a) do problema anterior,

$$\theta = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1} 0{,}04 \approx 2°.$$

16. (a) Nesta situação, supomos que $\vec{f}_s$ aponta ladeira acima e está com o valor máximo, $\mu_s F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton a um objeto de massa m, nas direções paralela e perpendicular à encosta, temos:

$$F_{\text{mín1}} - mg\operatorname{sen}\theta + \mu_s F_N = 0$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos:

$$F_{\text{mín 1}} = mg(\operatorname{sen}\theta - \mu s \cos\theta)$$

que, para $m = P/g$ = 8,2 kg, θ = 20° e μ_s = 0,25, nos dá $F_{\text{mín 1}}$ = 8,6 N.

(b) A única diferença em relação ao item anterior é que agora supomos que $\vec{f}_s$ aponta ladeira abaixo. Nesse caso, o sistema de equações é

$$F_{\text{mín 2}} - mg\operatorname{sen}\theta - \mu s\, F_N = 0$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos

$$F_{\text{mín 2}} = mg\left(\operatorname{sen}\theta + \mu_s\cos\theta\right) = 46 \text{ N}.$$

Na verdade, será necessário um valor ligeiramente maior que o valor calculado para fazer o trenó começar a subir a ladeira.

(c) Como agora estamos lidando com o atrito cinético (que aponta para baixo), o sistema de equações se torna

$$F - mg\operatorname{sen}\theta - f_k = ma$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos

$$F = mg(\operatorname{sen}\theta + \mu_k\cos\theta)$$

que, para $m = P/g$ = 8,2 kg, θ = 20° e μ_k = 0,15, nos dá F = 39 N.

17. Se o bloco começar a se mover, a força de atrito será a força de atrito cinético, dada pela Eq. 6-2; se permanecer em repouso, será a força de atrito estático, de módulo igual à soma do módulo da força $\vec{P}$ com a componente do peso do bloco paralela à superfície do plano inclinado. Antes de mais nada, portanto, é preciso saber se o bloco vai se mover quando a força $\vec{P}$ for aplicada, o que depende da força máxima de atrito estático, dada pela Eq. 6-1. Para calcular essa força, aplicamos a Segunda Lei de Newton na direção perpendicular à superfície do plano inclinado, o que nos dá

$$F_N - P\cos\theta = 0$$

em que P = 45 N é o peso do bloco e θ = 15° é o ângulo do plano inclinado. Assim, F_N = 43,5 N, o que significa que a força máxima de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = (0{,}50)\,(43{,}5 \text{ N}) = 21{,}7 \text{ N}.$$

(a) Para $\vec{P} = (-5{,}0\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$, a Segunda Lei de Newton, aplicada à direção paralela à superfície do plano inclinado, nos dá

$$f - |P| - mg\,\mathrm{sen}\,\theta = ma.$$

Ao escrever essa equação, estamos supondo que a força $\vec{f}$ aponta para cima; se a força apontar para baixo, o valor obtido para f será negativo. Se $f = f_s$, $a = 0$ e a equação se torna

$$f_s = |P| + mg\,\mathrm{sen}\,\theta = 5{,}0\ \mathrm{N} + (43{,}5\ \mathrm{N})\mathrm{sen}15° = 17\ \mathrm{N}.$$

Como f_s é menor que $f_{s,\,max}$, o bloco permanece em repouso e a força de atrito é $\vec{f}_s = (17\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$.

(b) Para $\vec{P} = (-8{,}0\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$, obtemos (usando a mesma equação) f_s = 20 N, que também é menor que $f_{s,\,\text{máx}}$, de modo que o bloco permanece em repouso e a força de atrito é $\vec{f}_s = (20\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$.

(c) Para $\vec{P} = (-15\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$, obtemos (usando a mesma equação) f_s = 27 N, que é maior que $f_{s,\,\text{máx}}$. A conclusão é que, nesse caso, o bloco entre em movimento e temos que usar o coeficiente de atrito cinético em vez do coeficiente de atrito estático. O resultado é o seguinte:

$$\vec{f}_k = \mu_k F_N \hat{\mathrm{i}} = (0{,}34)(43{,}5\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}} = (15\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}\,.$$

18. (a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao carro A na direção "ladeira abaixo", temos:

$$mg\,\mathrm{sen}\theta - f = ma$$

em que, de acordo com a Eq. 6-11,

$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$$

Assim, com μ_k = 0,600, temos:

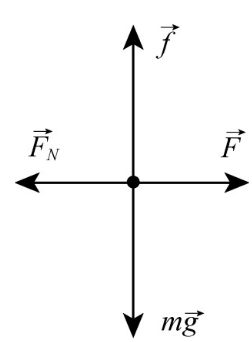
$$a = g\mathrm{sen}\theta\ - \mu_k \cos\theta = -3{,}72\ \mathrm{m/s^2}$$

o que significa, como escolhemos como sentido positivo o sentido "ladeira abaixo", que o vetor aceleração aponta "ladeira acima", ou seja, que a velocidade do carro A estava diminuindo. Para $v_0 = 18{,}0$ m/s e $(x - x_0) = d$ = 24,0 m, a Eq. 2-16 nos dá

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2ad} = 12{,}1\ \mathrm{m/s}.$$

(b) Nesse caso, a aceleração calculada é a = +1,1 m/s^2 e a velocidade no momento do choque é 19,4 m/s.

19. (a) A figura mostra o diagrama de corpo livre do bloco. $\vec{F}$ é a força aplicada, $\vec{F}_N$ é a força normal que a parede exerce sobre o bloco, $\vec{f}$ é a força de atrito e $m\vec{g}$ é a força da gravidade. Para verificar se o bloco vai



se mover, calculamos o módulo f da força de atrito necessária para mantê-lo em repouso e calculamos também o módulo da força normal F_N que a parede exerce sobre o bloco. Se $f < \mu_s F_N$, o bloco permanece em repouso, mas se $f > \mu_s F_N$, o bloco desliza para baixo. Como não existe aceleração na direção horizontal, $F - F_N = 0$, $F_N = F = 12$ N e

$$\mu_s F_N = (0{,}60)(12\ \text{N}) = 7{,}2\ \text{N}.$$

Na direção vertical, para que $f - mg = 0$, $f = mg = 5{,}0$ N. Como $f < \mu_s F_N$, o bloco não se move.

(b) Como o bloco não se move, $f = 5{,}0$ N e $F_N = 12$ N. A força que a parede exerce sobre o bloco é

$$\vec{F}_p = -F_N\hat{\text{i}} + f\,\hat{\text{j}} = -(12\ \text{N})\hat{\text{i}} + (5{,}0\ \text{N})\hat{\text{j}}$$

em que os eixos são os que aparecem na Fig. 6-26 do livro.

20. Tratando as duas caixas como um único sistema de massa total $m_C + m_W = 1{,}0 + 3{,}0 = 4{,}0$ kg, sujeito a uma força de atrito total (para a esquerda) de módulo 2,0 N + 4,0 N = 6,0 N, aplicamos a Segunda Lei de Newton (com o sentido positivo do eixo x para a direita):

$$F - f_{\text{total}} = m_{\text{total}}\, a \quad \Rightarrow \quad 12{,}0\ \text{N} - 6{,}0\ \text{N} = (4{,}0\ \text{kg})a,$$

o que nos dá uma aceleração $a = 1{,}5$ m/s^2. Tratamos a força F como se fosse conhecida com precisão de décimos de newton, de modo que a aceleração foi calculada com dois algarismos significativos. Aplicando a Segunda Lei de Newton apenas à caixa maior (a caixa de Wheaties, de massa $m_W = 3{,}0$ kg) e chamando de $\vec{F}'$ a força de contato que a caixa de Cheerios exerce sobre a caixa de Wheaties, temos:

$$F' - f_W = m_W a \quad \Rightarrow \quad F' - 4{,}0\ \text{N} = (3{,}0\ \text{kg})(1{,}5\ \text{m/s}^2)\ ,$$

o que nos dá F' = 8,5 N.

21. Vamos usar o mesmo sistema de coordenadas da Fig. 6-4 do livro.

(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$\begin{aligned} x:&\quad T\cos\theta - f = ma \\ y:&\quad T\,\text{sen}\,\theta + F_N - mg = 0 \end{aligned}$$

Fazendo $a = 0$ e $f = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, calculamos a massa total do sistema caixa + areia (em função do ângulo θ):

$$m = \frac{T}{g}\left(\text{sen}\,\theta + \frac{\cos\theta}{\mu_s}\right)$$

que é a função que deve ser maximizada (para calcular o ângulo μ_m que permite puxar a maior quantidade possível de areia). Derivando a equação acima em relação a θ, temos:

$$\frac{dm}{d\theta} = \frac{T}{g}\left(\cos\theta_m - \frac{\text{sen}\,\theta_m}{\mu_s}\right) = 0$$

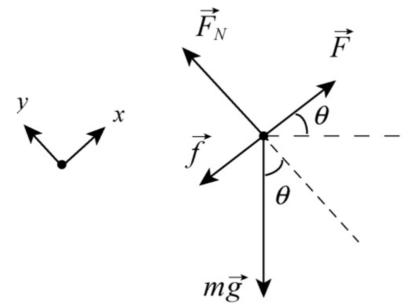
o que nos dá $\tan\theta_m = \mu_s$. Para $\mu_s = 0{,}35$, $\theta_m = \tan^{-1}(0{,}35) = 19°$.

(b) Substituindo o valor de μ_m calculado no item (a) na equação de m, obtemos m = 340 kg, o que corresponde a um peso de (340 kg)(9,80 m/s^2) = $3{,}3 \times 10^3$ N.

22. A figura mostra o diagrama de corpo livre do trenó, em que $\vec{F}$ é a força aplicada, $\vec{F}_N$ é a força normal, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força do atrito. Tomamos o eixo x paralelo à superfície do plano inclinado e o eixo y perpendicular à superfície. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F - f - mg\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$F_N - mg\cos\theta = 0$$



Como $f = \mu F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = mg\cos\theta$, $f = \mu mg\cos\theta$. Substituindo f por seu valor na primeira equação, obtemos

$$F = mg(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta).$$

De acordo com o gráfico da Fig. 6-28, $F = 2{,}0$ N para $\mu = 0$. Isso significa que $mg\,\text{sen}\,\theta = 2{,}0$ N. Vemos também que $F = 5{,}0$ N para $\mu = 0{,}5$, o que nos dá:

$$5{,}0\text{ N} = mg(\text{sen}\,\theta + 0{,}50\cos\theta) = 2{,}0\text{ N} + 0{,}50mg\cos\theta,$$

ou seja, $mg\cos\theta = 6{,}0$ N. Combinando os dois resultados, obtemos

$$\tan\theta = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad\Rightarrow\quad \theta = 18°.$$

23. Vamos chamar a tensão da corda que liga o bloco 1 ao bloco 2 de T_{12} e a tensão da corda que liga o bloco 2 ao bloco 3 de T_{23}. Aplicando a Segunda Lei de Newton (e a Eq. 6-2, $F_N = m_2 g$ neste caso) ao sistema como um todo, temos:

$$m_3 g - T_{23} = m_3 a$$
$$T_{23} - \mu_k m_2 g - T_{12} = m_2 a$$
$$T_{12} - m_1 g = m_1 a$$

Somando as três equações e fazendo $m_1 = M$ e $m_2 = m_3 = 2M$, temos:

$$2Mg - 2\mu_k Mg - Mg = 5Ma\,.$$

Para $a = 0{,}500$ m/s^2 essa equação nos dá $\mu_k = 0{,}372$. Assim, o coeficiente de atrito cinético é, aproximadamente, $\mu_k = 0{,}37$.

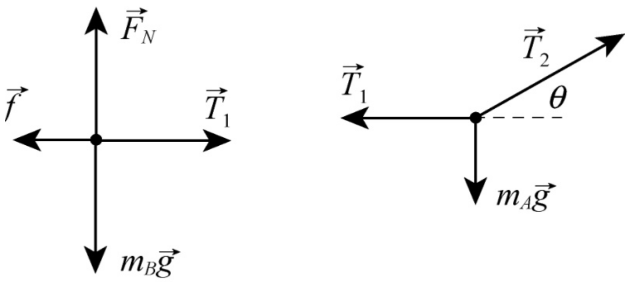
24. Podemos calcular a aceleração a partir da inclinação do gráfico da Fig. 6-30: $a = 4{,}5$ m/s^2. De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$F - \mu_k mg = ma,$$

em que $F = 40{,}0$ N é a força horizontal constante aplicada. Para $m = 4{,}1$ kg, obtemos $\mu_k = 0{,}54$.

25. PENSE Para que o sistema permaneça em repouso, é preciso que a força de atrito entre o bloco B e a superfície da mesa seja igual à força exercida pela corda sobre o bloco B.

FORMULE A figura adiante mostra os diagramas de corpo livre do bloco B e do nó verticalmente acima do bloco A. $\vec{T}_1$ é a força de tração que a corda 1 exerce sobre o bloco B e sobre o nó, $\vec{T}_2$ é a força de tração que a corda 2 exerce sobre o nó, $\vec{f}$ é a força de atrito estático que a superfície da mesa exerce sobre o bloco B, $\vec{F}_N$ é a força normal que a superfície da mesa exerce sobre o bloco B, $m_A\vec{g}$ é a força que a corda 3 exerce sobre o nó, e $m_B\vec{g}$ é a força gravitacional a que está submetido o bloco B.



Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como para a direita e o sentido positivo do eixo y como para cima. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento do bloco B e fazendo o mesmo para as componentes do movimento do nó, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} T_1 - f_{s,\text{máx}} &= 0 \\ F_N - W_B &= 0 \\ T_2 \cos\theta - T_1 &= 0 \\ T_2 \operatorname{sen}\theta - W_A &= 0 \end{aligned}$$

em que $W_B = gm_B$ é o peso do bloco B, e $W_A = gm_A$ é o peso do bloco A. De acordo com as três primeiras equações anteriores e a Eq. 6-1, $T_1 = \mu_s F_N$, $F_N = W_B$ e $T_1 = T_2 \cos\theta$.

ANALISE Substituindo os valores conhecidos na quarta equação e explicitando W_A, obtemos

$$\begin{aligned} W_A &= T_2 \operatorname{sen}\theta = T_1 \tan\theta = \mu_s F_N \tan\theta = \mu_s W_B \tan\theta \\ &= (0{,}25)(711\ \text{N})\tan 30° = 1{,}0\times 10^2\ \text{N} \end{aligned}$$

APRENDA Como era esperado, o peso máximo do bloco A é proporcional ao peso do bloco B e ao coeficiente de atrito estático. Além disso, W_A é proporcional a $\tan\theta$ (quanto maior o ângulo, maior a componente vertical de T_2 que sustenta o peso do bloco A).

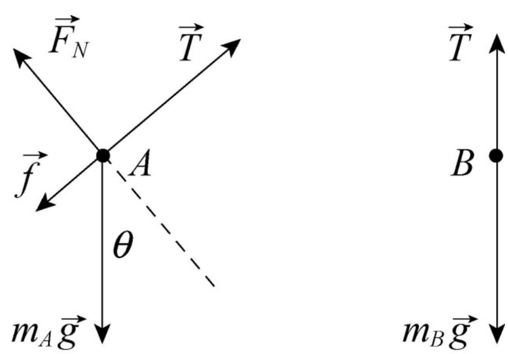
26. (a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao sistema como um todo (com M = 60 kg) e usando a Eq. 6-2 (com $F_N = Mg$ neste caso), obtemos:

$$F - \mu_k Mg = Ma \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}473\ \text{m/s}^2.$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton apenas ao bloco 3, obtemos $F_{32} = m_3(a + \mu_k g) =$ 147 N. Combinando os dois resultados, encontramos uma relação interessante: $F_{32} = (m_3/M)F$ (que não depende do atrito!).

(b) Como foi comentado no item anterior, o resultado não depende do atrito. Assim, o valor de F_{32} seria o mesmo do item (a).

27. Primeiro, vamos verificar se os blocos se movem. Supomos que permanecem em repouso e calculamos a força de atrito (estático) que os mantém em repouso, para compará-la com a força máxima de atrito estático $\mu_s F_N$. A figura mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos.



T é o módulo da tensão da corda, f é o módulo da força de atrito que age sobre o bloco A, F_N é o módulo da força normal que age sobre o bloco A, $m_A\vec{g}$ é a força da gravidade que age sobre o bloco A (de módulo P_A = 102 N) e $m_B\vec{g}$ é a força da gravidade que age sobre o bloco B (de módulo P_B = 32 N). θ = 40° é o ângulo do plano inclinado. Não conhecemos o sentido de $\vec{f}$, mas vamos supor que é para baixo. Se obtivermos um sinal negativo, isso significará que o sentido de $\vec{f}$ é para cima.

(a) No caso do bloco A, vamos tomar o eixo x encosta acima e o eixo y na direção da força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$T - f - P_A \operatorname{sen}\theta = 0$$
$$F_N - P_A \cos\theta = 0$$

Tomando o sentido positivo como *para baixo* para o bloco B, a Segunda Lei de Newton nos dá $P_B - T = 0$. Resolvendo esse sistema de equações, obtemos

$$f = P_B - P_A \operatorname{sen}\theta = 32\text{ N} - (102\text{ N})\operatorname{sen}40° = -34\text{ N}$$

(o que mostra que a força de atrito é *para cima*) e

$$F_N = P_A \cos\theta = (102\text{ N})\cos 40^o = 78\text{ N}$$

o que nos dá

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = (0{,}56)\ (78\text{ N}) = 44\text{ N}.$$

Como o módulo f da força de atrito que mantém os blocos em repouso é menor que $f_{s,\text{máx}}$, os corpos permanecem em repouso.

(b) Se o bloco A está subindo a rampa, a força de atrito é para baixo, com módulo $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos mesmos eixos do item (a), obtemos:

$$T - f_k - P_A \operatorname{sen}\theta = m_A a$$
$$F_N - P_A \cos\theta = 0$$
$$P_B - T = m_B a$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:

$$a = \frac{P_B - P_A \operatorname{sen}\theta - \mu_k P_A \cos\theta}{m_B + m_A} = \frac{32\text{ N} - (102\text{ N})\operatorname{sen}40^o - (0{,}25)(102\text{ N})\cos 40^o}{(32\text{ N} + 102\text{ N})/(9{,}8\text{ m/s}^2)}$$
$$= 3{,}9\text{ m/s}^2$$

A aceleração é para baixo: $\vec{a} = (-3{,}9\text{ m/s}^2)\hat{\mathrm{i}}$. Isso significa (já que a velocidade inicial é para cima) que a velocidade dos blocos está diminuindo. Note que a relação $m = P/g$ foi usada para calcular as massas usadas na equação acima.

(c) Se o bloco A está descendo a rampa, a força de atrito é para cima, com módulo $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos mesmos eixos dos itens (a) e (b), obtemos:

$$T + f_k - P_A \operatorname{sen}\theta = m_A a$$
$$F_N - P_A \cos\theta = 0$$
$$P_B - T = m_B a$$

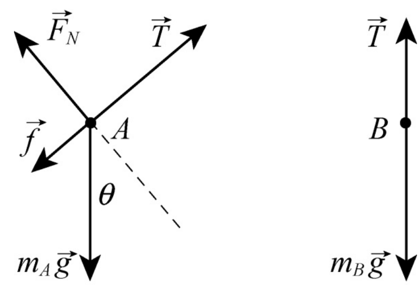
o que nos dá

$$a = \frac{P_B - P_A \operatorname{sen}\theta + \mu_k P_A \cos\theta}{m_B + m_A} = \frac{32\text{ N} - (102\text{ N})\operatorname{sen}40^o + (0{,}25)(102\text{ N})\cos 40^o}{(32\text{ N} + 102\text{ N})/(9{,}8\text{ m/s}^2)}$$

$$= -1{,}0\text{ m/s}^2$$

A aceleração é para baixo: $\vec{a} = (-1{,}0\ \text{m/s}^2)\,\hat{\text{i}}$. Nesse caso, isso significa (já que a velocidade inicial é para baixo) que a velocidade dos blocos está aumentando.

28. A figura mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos. T é o módulo da tensão do fio, f é o módulo da força de atrito que age sobre o bloco A, F_N é o módulo da força normal que a rampa exerce sobre o bloco A, $m_A\vec{g}$ é a força da gravidade sobre o bloco A, $m_B\vec{g}$ é a força da gravidade sobre o bloco B, e θ é o ângulo da rampa. No caso do bloco A, escolhemos um eixo x rampa acima e um eixo y na direção da força normal; no caso do bloco B, escolhemos um eixo y para baixo.



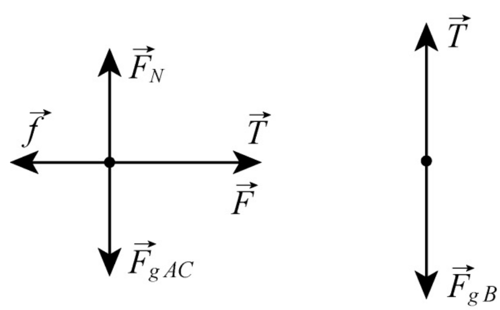
Como o bloco A está descendo, a força de atrito é para cima, com módulo $f_k = \mu_k F_N$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos blocos A e B, temos:

$$T - f_k + m_A g \operatorname{sen}\theta = 0$$
$$F_N - m_A g \cos\theta = 0$$
$$m_B g - T = 0$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:.

$$m_B = m_A\left(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta\right) = 3{,}3 \text{ kg}.$$

29. (a) A figura mostra diagramas de corpo livre dos blocos A e C, considerados como um único objeto, e do bloco B.



T é o módulo da tensão da corda, F_N é o módulo da força normal que a mesa exerce sobre o bloco A, f é o módulo da força de atrito, P_{AC} é o peso total dos blocos A e C (o módulo da força $\vec{F}_{g\,AC}$ mostrada na figura) e P_B é o peso do bloco B (o módulo da força $\vec{F}_{g\,B}$ mostrada na figura). Supomos que os blocos estão em repouso. Para os blocos que estão sobre a mesa, escolhemos um eixo x orientado para a direita e um eixo y orientado para cima. De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

componentes x: $T - f = 0$

componentes y: $F_N - W_{AC} = 0$.

No caso do bloco B, escolhemos um eixo y orientado para baixo. Nesse caso, a Segunda Lei de Newton nos dá $P_B - T = 0$. De acordo com a terceira equação, $T = P_B$ e, de acordo com a primeira, $f = T$. A segunda equação nos dá $F_N = P_{AC}$. Para que o sistema permaneça em repouso, f deve ser menor que $\mu_s F_N$, o que significa que $P_B < \mu_s P_{AC}$. O menor valor que P_{AC} pode ter sem que os blocos se movam é

$$P_{AC} = P_B/\mu_s = (22 \text{ N})/(0{,}20) = 110 \text{ N}.$$

Como o peso do bloco A é 44 N, o menor peso que o bloco C pode ter é (110 – 44) N = 66 N.

(b) Se o bloco C é removido, as equações do item (a) se tornam

$$\begin{aligned} T - f &= (P_A/g)a \\ F_N - W_A &= 0 \\ P_B - T &= (P_B/g)a. \end{aligned}$$

Além disso, $f = \mu_k F_N$. A segunda equação nos dá $F_N = P_A$, e, portanto, $f = \mu_k P_A$. A terceira equação nos dá $T = P_B - (P_B/g)a$. Substituindo essas duas expressões na primeira equação, temos:

$$P_B - (P_B/g)a - \mu_k P_A = (P_A/g)a.$$

Assim,

$$a = \frac{g\left(P_B - \mu_k P_A\right)}{P_A + P_B} = \frac{(9{,}8 \text{ m/s}^2)\left(22 \text{ N} - (0{,}15)(44 \text{ N})\right)}{44 \text{ N} + 22 \text{ N}} = 2{,}3 \text{ m/s}^2.$$

30. Escolhemos um eixo x horizontal orientado para a direita e um eixo y vertical orientado para cima. Supomos que a massa da corda é desprezível, de modo que a força $\vec{F}$ exercida pela criança é igual à tensão da corda. As componentes x e y de $\vec{F}$ são $F\cos\theta$ e $F\text{sen}\theta$, respectivamente. A força de atrito estático aponta para a esquerda.

(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo y e supondo que a aceleração vertical é nula, temos:

$$F_N + F \,\text{sen}\,\theta - mg = 0$$

o que mostra que o atrito estático máximo é $\mu_s(mg - F \text{ sen } \theta)$. Supondo que $f_s = f_{s,\,\text{máx}}$, a aplicação da Segunda Lei de Newton ao eixo x (para o qual a aceleração também é nula se a caixa de brinquedos está na iminência de se mover), temos:

$$F\cos\theta - f_s = ma \quad \Rightarrow \quad F\cos\,\theta - \mu_s(mg - F\text{sen}\theta) = 0.$$

Fazendo $\theta = 42°$ e $\mu_s = 0{,}42$, obtemos $F = 74$ N.

(b) Explicitando F e chamando de P o peso da caixa de brinquedos, temos:

$$F = \frac{\mu_s P}{\cos\theta + \mu_s \text{sen}\theta} = \frac{(0{,}42)(180 \text{ N})}{\cos\theta + (0{,}42) \text{ sen}\theta} = \frac{76 \text{ N}}{\cos\theta + (0{,}42) \text{ sen}\theta}.$$

(c) Para determinar o valor de θ para o qual F é mínimo, derivamos a expressão obtida no item (b) em relação a θ e igualamos o resultado a zero:

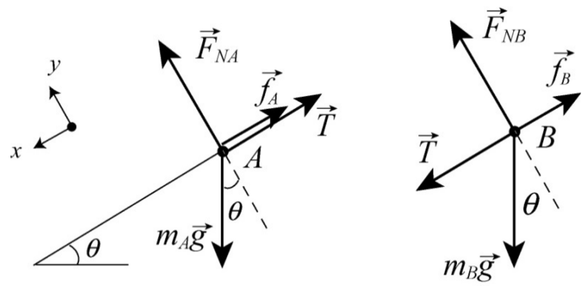
$$\frac{dF}{d\theta} = \frac{\mu_s W(\text{sen}\theta - \mu_s \cos\theta)}{(\cos\theta + \mu_s \text{ sen } \theta)^2} = 0,$$

o que nos dá $\theta = \tan^{-1}\mu_s = 23°$.

(d) Fazendo $\theta = 23°$ na expressão de F, com $\mu_s = 0{,}42$ e $P = 180$ N, obtemos $F = 70$ N.

31. PENSE Este problema envolve dois blocos, ligados por uma corda, com diferentes coeficientes de atrito cinético, que deslizam para baixo em um plano inclinado.

FORMULE A figura que se segue mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos. T é o módulo da força de tração da corda, $\vec{F}_{NA}$ é a força normal que a superfície do plano inclinado exerce sobre o bloco A (o bloco da frente), $\vec{F}_{NB}$ é a força normal que a superfície do plano inclinado exerce sobre o bloco B, $\vec{f}_A$ é a força de atrito cinético que age sobre o bloco A, $\vec{f}_B$ é a força de atrito cinético que age sobre o bloco B, m_A é a massa do bloco A, m_B é a massa do bloco B, e θ é o ângulo do plano inclinado.



Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita e o sentido positivo do eixo y como sendo para cima. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento dos blocos A e B, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$W_A \operatorname{sen}\theta - f_A - T = m_A a$$
$$F_{NA} - W_A \cos\theta = 0$$
$$W_B \operatorname{sen}\theta - f_B + T = m_B a$$
$$F_{NB} - W_B \cos\theta = 0$$

em que $W_A = gm_A$ é o peso do bloco A, e $W_B = gm_B$ é o peso do bloco B. Combinando essas equações com a Eq. 6-2 (que, no caso, nos dá $f_A = \mu_{kA}F_{NA}$ e $f_B = \mu_{kB}F_{NB}$, podemos descrever o comportamento do sistema.

ANALISE (a) De acordo com as equações anteriores, a aceleração dos blocos é

$$a = g\left(\operatorname{sen}\theta - \left(\frac{\mu_{kA}W_A + \mu_{kB}W_B}{W_A + W_B}\right)\cos\theta\right) = 3{,}5\ \text{m/s}^2$$

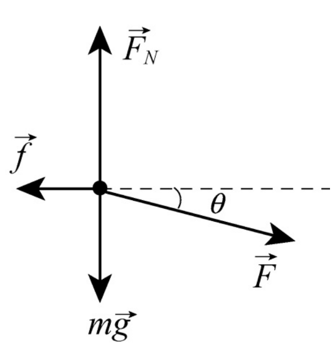
(b) De acordo com as equações anteriores, a tração da corda é

$$T = \left(\frac{W_A W_B}{W_A + W_B}\right)(\mu_{kB} - \mu_{kA})\cos\theta = \frac{(3{,}6\ \text{N})(7{,}2\ \text{N})}{3{,}6\ \text{N} + 7{,}2\ \text{N}}(0{,}20 - 0{,}10)\cos 30° = 0{,}21\ \text{N}$$

APRENDA A tração da corda é proporcional a $\mu_{kB} - \mu_{kA}$, a diferença entre os coeficientes de atrito cinético dos dois blocos. Quando os coeficientes são iguais ($\mu_{kB} = \mu_{kA}$), os blocos se movem de forma independente, e a tração da corda é zero. Quando o coeficiente do bloco da frente é maior que o coeficiente do bloco de trás ($\mu_{kB} < \mu_{kA}$), a tração da corda também é zero porque o bloco de trás desce mais depressa que o bloco da frente e, portanto, a corda permanece frouxa o tempo todo. Nesse caso, porém, as equações de movimento devem ser modificadas para levar em conta o fato de que as acelerações dos dois blocos são diferentes.

32. O diagrama de corpo livre do bloco é mostrado na figura. $\vec{F}$ é a força aplicada ao bloco,   é a força normal que o piso exerce sobre o bloco, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Tomamos o eixo x como horizontal, orientado para a direita, e o eixo y como vertical, orientado para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F_x = F\cos\theta - f = ma$$
$$F_y = F_N - F\operatorname{sen}\theta - mg = 0$$



Como $f = \mu_k F_N$ e a segunda equação nos dá $F_N = mg + F \operatorname{sen} \theta$, temos:

$$f = \mu_k (mg + F\operatorname{sen}\theta) .$$

Substituindo f por seu valor na primeira equação, obtemos

$$F \cos \theta - \mu_k (mg + F \operatorname{sen} \theta) = ma$$

e, portanto, a aceleração é

$$a = \frac{F}{m}\left(\cos\theta - \mu_k \operatorname{sen}\theta\right) - \mu_k g .$$

De acordo com o gráfico, $a = 3{,}0 \text{ m/s}^2$ para $\mu_k = 0$. Isso nos dá

$$3{,}0 m/s^2 = \frac{F}{m}\cos\theta.$$

O gráfico também mostra que $a = 0$ para $\mu_k = 0{,}20$ e, portanto,

$$0 = \frac{F}{m}(\cos\theta - (0{,}20)\operatorname{sen}\theta) - (0{,}20)(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 3{,}00 \text{ m/s}^2 - 0{,}20\frac{F}{m}\operatorname{sen}\theta - 1{,}96 \text{ m/s}^2$$
$$= 1{,}04 \text{ m/s}^2 - 0{,}20\frac{F}{M}\operatorname{sen}\theta$$

o que nos dá $5{,}2 \text{ m/s}^2 = \frac{F}{m}\operatorname{sen}\theta$. Combinando os dois resultados, obtemos

$$\tan\theta = \left(\frac{5{,}2 \text{ m/s}^2}{3{,}0 \text{ m/s}^2}\right) = 1{,}73 \quad\Rightarrow\quad \theta = 60°.$$

33. PENSE Neste problema, como a força de atrito varia com a velocidade, precisamos usar uma integral para calcular a velocidade em função do tempo.

FORMULE Vamos chamar o módulo da força de atrito de αv, em que α é uma constante, e supor que o barco está se movendo no sentido positivo do eixo de referência. Nesse caso, de acordo com a segunda lei de Newton,

$$-\alpha v = m\frac{dv}{dt} \quad\Rightarrow\quad \frac{dv}{v} = -\frac{\alpha}{m}dt$$

Integrando ambos os membros da equação anterior, obtemos

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = -\frac{\alpha}{m}\int_0^t dt$$

em que v_0 é a velocidade no instante em que o motor é desligado, e v é a velocidade no instante t. Resolvendo a integral, podemos calcular o tempo necessário para que a velocidade do barco diminua para 45 km/h, ou seja, para $v_0/2$, já que v_0 = 90 km/h.

ANALISE Resolvendo a integral, obtemos a equação

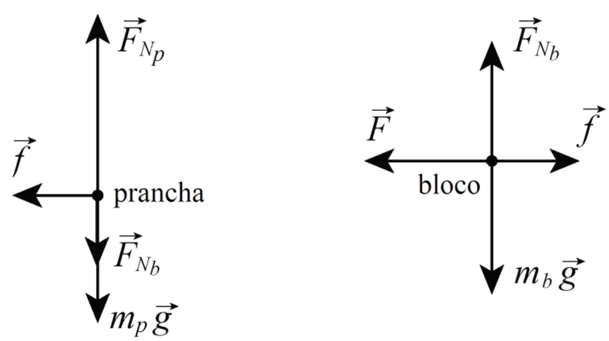
$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{\alpha t}{m}$$

Para $v = v_0/2$ e $m = 1000$ kg, temos

$$t = -\frac{m}{\alpha}\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{m}{\alpha}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1000\text{ kg}}{70\text{ N}\cdot\text{s/m}}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = 9{,}9\text{ s}$$

APRENDA A velocidade do barco é dada por $v(t) = v_0 e^{-\alpha t/m}$; isso mostra que a velocidade diminui exponencialmente com o tempo. Quanto maior o valor de α, mais depressa a velocidade diminui com o tempo.

34. A figura mostra os diagramas de corpo livre da prancha e do bloco.



$\vec{F}$ é a força aplicada ao bloco, $\vec{F}_{Np}$ é a força normal aplicada à prancha pelo piso, F_{Nb} é o módulo da força normal entre a prancha e o bloco, $\vec{f}$ é a força de atrito entre a prancha e o bloco, m_p é a massa da prancha e m_b é a massa do bloco. Para os dois objetos, o eixo x é horizontal, orientado para a direita, e o eixo y é vertical, orientado para cima.

Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y dos dois objetos, obtemos quatro equações:

$$\begin{aligned} -f &= m_p a_p \\ F_{Np} - F_{Nb} - m_p g &= 0 \\ f - F &= m_b a_b \\ F_{Nb} - m_b g &= 0 \end{aligned}$$

De acordo com a quarta equação, a maior força de atrito estático possível entre o bloco e a prancha é

$$\mu_p F_{Nb} = \mu_p m_b g = (0{,}60)(10\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 59\text{ N}\,.$$

Vamos verificar se o bloco desliza sobre a prancha. Supondo que isso não aconteça, $a_p = a_b$ (que vamos chamar simplesmente de a). Nesse caso, a força de atrito é

$$f = \frac{m_p F}{m_p + m_b} = \frac{(40\text{ kg})(100\text{ N})}{40\text{ kg} + 10\text{ kg}} = 80\text{ N}$$

que é maior que $f_{s,\text{máx}}$. Isso mostra que o bloco desliza sobre a prancha, de modo que temos que usar o coeficiente de atrito cinético.

(a) Fazendo $f = \mu_k F_{Nb}$ nas equações acima, temos:

$$a_b = \frac{\mu_k m_b g - F}{m_b} = \frac{(0{,}40)(10\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) - 100\text{ N}}{10\text{ kg}} = -6{,}1\text{ m/s}^2.$$

O sinal negativo mostra que a aceleração do bloco é para a esquerda, ou seja,

$$\vec{a}_b = (-6{,}1 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}}.$$

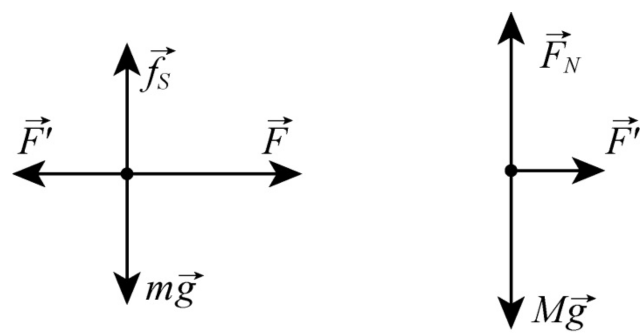
(b) Temos também:

$$a_p = -\frac{\mu_k m_b g}{m_p} = -\frac{(0{,}40)(10 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)}{40 \text{ kg}} = -0{,}98 \text{ m/s}^2.$$

O sinal negativo mostra que a aceleração da prancha também é para a esquerda, ou seja,

$$\vec{a}_p = (-0{,}98 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}}.$$

35. Os diagramas de corpo livre dos dois blocos são mostrados na figura a seguir. F' é a força de contato entre os dois blocos e a força de atrito estático $\vec{f}_s$ está com o valor máximo (de modo que, de acordo com a Eq. 6-1, $f_s = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F'$).



Tratando os dois blocos como um sistema único (que desliza no piso sem atrito), usamos a Segunda Lei de Newton para obter uma expressão para a aceleração:

$$F = m_{\text{total}}\, a \quad \Rightarrow a = \frac{F}{m+M}$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco m e substituindo a pelo valor calculado acima, obtemos as seguintes equações:

$$F - F' = ma \quad \Rightarrow \quad F' = F - m\left(\frac{F}{m+M}\right)$$
$$f_s - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_s F' - mg = 0$$

Eliminando F' nas equações acima, obtemos:

$$F = \frac{mg}{\mu_s\left(1 - \dfrac{m}{m+M}\right)} = 4{,}9\times10^2 \text{ N}.$$

36. Explicitando a área da seção reta efetiva na Eq. 6-16, obtemos a equação $A = \dfrac{2F_g}{C\rho v_t^2}$, segundo a qual a área é inversamente proporcional à velocidade ao quadrado. Assim, dividindo a área na posição de menor velocidade pela área de maior velocidade, temos:

$$\frac{A_{\text{menor}}}{A_{\text{maior}}} = \left(\frac{v_{maior}}{v_{menor}}\right)^2 = \left(\frac{310 \text{ km/h}}{160 \text{ km/h}}\right)^2 = 3{,}75.$$

37. Na solução do Problema 8, vimos que a força do vento sobre a pedra teria que ser pelo menos $F = 160$ N para manter a pedra em movimento.

(a) Fazendo $F = D$ (a força de arrasto), podemos usar a Eq. 6-14 para calcular a velocidade do vento em relação ao solo (na verdade, deveria ser a velocidade do vento em relação à pedra, mas a velocidade da pedra é tão pequena que a diferença é desprezível):

$$V=\sqrt{\frac{2F}{C\rho A}}=\sqrt{\frac{2(157\text{ N})}{(0,80)(1,21\text{ kg/m}^3)(0,040\text{ m}^2)}}=90\text{ m/s }=320\text{ km/h}.$$

(b) Multiplicando por 2 o resultado do item anterior, obtemos uma velocidade de $6{,}4 \times 10^2$ km/h.

(c) Não, não é razoável. O vento de um furacão da categoria 5 (a maior de todas) é da ordem de 260 km/h.

38. (a) De acordo com a Eq. 6-14,

$$D=\frac{1}{2}C\rho Av^2$$

em que C é o coeficiente de arrasto, ρ é a massa específica do ar, A é a seção reta efetiva do conjunto piloto + assento e v é a velocidade do avião no momento da ejeção. Como no enunciado é dito que o coeficiente de arrasto é o mesmo que o de um paraquedista, podemos escrever, com base na Eq. 6-16,

$$v_t=\sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}\;\Rightarrow C\rho A=2\frac{mg}{v_t^2}$$

em que, de acordo com a Tabela 6-1, v_t = 60 m/s no caso de um paraquedista. Substituindo na primeira equação, obtemos:

$$D=\frac{1}{2}\left(2\frac{mg}{60^2}\right)v^2=mg\left(\frac{v}{60}\right)^2$$

Convertendo a velocidade do avião para unidades do SI, temos: v = (1300)(1000)/3600 × 360 m/s. Supondo que a massa do piloto é 70 kg, obtemos: D = (70 kg)(9,8 m/s^2)(360/60)^2 ≈ 2 × 10^4 N.

(b) Supondo que a massa do assento é igual à massa do piloto, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$|a|=\frac{D}{2m}=\frac{g}{2}\left(\frac{v}{60}\right)^2=18g\ .$$

39. No caso de um avião a jato, $D_j=\frac{1}{2}C\rho_1 Av_j^2$, enquanto para um avião a hélice $D_h=\frac{1}{2}C\rho_2 Av_h^2$, na qual ρ_1 e representam a massa específica do ar a 10 km e 5,0 km de altitude, respectivamente. Assim, a razão pedida é

$$\frac{D_j}{D_h}=\frac{\rho_1 v_j^2}{\rho_2 v_h^2}=\frac{\left(0,38\ \text{kg/m}^3\right)\left(1000\ \text{km/h}\right)^2}{\left(0,67\ \text{kg/m}^3\right)\left(500\ \text{km/h}\right)^2}=2,3.$$

40. (a) A força que age sobre o esquiador é

$$\begin{aligned}F_g&=mg\,\text{sen}\,\theta-\mu F_N=mg\,\text{sen}\,\theta-\mu mg\cos\theta=mg(\text{sen}\,\theta-\mu\cos\theta)\\&=(85,0\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)\left[\text{sen}\,40,0°-(0,04000)\cos 40,0°\right]\\&=510\text{ N}.\end{aligned}$$

Assim, a velocidade terminal do esquiador é

$$v_t=\sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}=\sqrt{\frac{2(510\text{ N})}{(0,150)(1,20\text{ kg/m}^3)(1,30\text{ m}^2)}}=66,0\text{ m/s}.$$

(b) Derivando v_t em relação a C, obtemos

$$\begin{aligned}dv_t&=-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2F_g}{\rho A}}\,C^{-3/2}dC=-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2(510\text{ N})}{(1,20\text{ kg/m}^3)(1,30\text{ m}^2)}}(0,150)^{-3/2}dC\\&=-(2,20\times10^2\ \text{m/s})dC.\end{aligned}$$

41. De acordo com as Eqs. 4-35 e 6-23, temos:

$$\mu_s = (2\pi R/T)^2/gR = 4\pi^2 R/gT^2.$$

o que, para T = 6,0 s e R = 5,4 m, nos dá μ_s = 0,60.

42. O módulo da aceleração do carro ao fazer a curva é v^2/R, na qual v é a velocidade do carro e R é o raio da curva. Como a curva não é compensada, apenas o atrito com a estrada torna possível essa aceleração. Aplicando a Segunda Lei de Newton à força de atrito, temos: $f = mv^2/R$. Se F_N é a força normal e m é a massa do carro, o equilíbrio de forças na direção vertical nos dá $F_N = mg$. De acordo com a Eq. 6-1, o valor máximo do atrito estático é

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg.$$

Para que o carro não derrape, devemos ter $f \le \mu_s mg$. Isso significa que

$$\frac{v^2}{R} \le \mu_s g \quad \Rightarrow \quad v \le \sqrt{\mu_s Rg}.$$

Assim, a velocidade máxima com a qual o carro pode fazer a curva sem derrapar é

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s Rg} = \sqrt{(0,60)(30,5\text{ m})(9,8\text{ m/s}^2)} = 13\text{ m/s} \approx 48\text{ km/h}.$$

43. Usando o mesmo raciocínio do problema anterior, chegamos às relações

$$\frac{v^2}{R} \le \mu_s g \quad \Rightarrow \quad R \ge \frac{v^2}{\mu_s g}.$$

Assim, o raio mínimo da curva que o ciclista pode fazer sem derrapar é

$$R_{\min} = \frac{v^2}{\mu_s g} = \frac{[(29)(1000)/3600]^2}{(0,32)(9,8)} = 21\text{ m}.$$

44. Para v = 96,6 km/h = 26,8 m/s, a Eq. 6-17 nos dá

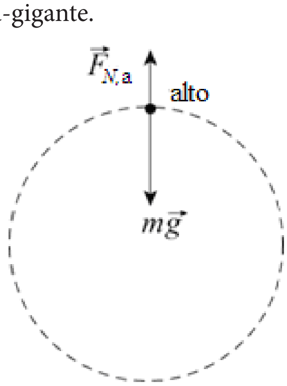
$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(26,8\text{ m/s})^2}{7,6\text{ m}} = 94,7\text{ m/s}^2$$

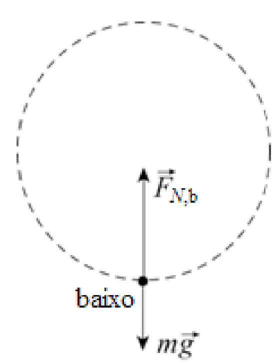
que podemos expressar em unidades de g:

$$a = \left(\frac{a}{g}\right) g = \left(\frac{94,7\text{ m/s}^2}{9,80\text{ m/s}^2}\right) g = 9,7g.$$

45. PENSE O movimento da roda-gigante é um movimento circular em um plano vertical; o peso aparente de um passageiro varia de forma periódica.

FORMULE A figura a seguir mostra os digramas de corpo livre do estudante no ponto mais alto e no ponto mais baixo do percurso da roda-gigante.





No ponto mais alto do percurso, o assento exerce sobre o estudante uma força de módulo $F_{N,a}$, enquanto a Terra exerce sobre o estudante uma força de módulo mg. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$mg - F_{N,a} = \frac{mv^2}{R}$$

No ponto mais baixo do percurso, o assento exerce sobre o estudante uma força de módulo $F_{N,b}$, enquanto a Terra exerce sobre o estudante uma força de módulo mg. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$F_{N,b} - mg = \frac{mv^2}{R}$$

Supondo que a velocidade angular da roda-gigante é constante, o valor da força centrípeta $F_c = mv^2/R$ é constante. O peso aparente do estudante é F_N.

ANALISE (a) De acordo com o enunciado do problema, no ponto mais alto do percurso, $F_{N,a} = 556$ N e $mg = 667$ N. Isso significa que o assento exerce sobre o estudante uma força menor que o seu peso e, portanto, ele se sente mais leve que o normal.

(b) De acordo com o resultado do item (a), a força centrípeta é

$$F_c = \frac{mv^2}{R} = mg - F_{N,a} = 667\text{ N} - 556\text{ N} = 111\text{ N}$$

Assim, a força normal no ponto mais baixo do circuito é

$$F_{N,b} = \frac{mv^2}{R} + mg = F_c + mg = 111\text{ N} + 667\text{ N} = 778\text{ N}$$

Isso significa que o assento exerce sobre o estudante uma força maior que o peso e, portanto, ele se sente mais pesado que o normal.

(c) Se a velocidade for multiplicada por dois, a nova força centrípeta será

$$F_c' = \frac{m(2v)^2}{R} = 4(111\text{ N}) = 444\text{ N}$$

Portanto, no ponto mais alto do percurso,

$$F_{N,a}' = mg - F_c' = 667\text{ N} - 444\text{ N} = 223\text{ N}$$

(d) No ponto mais baixo do percurso,

$$F_{N,b}' = F_c' + mg = 444\text{ N} + 667\text{ N} = 1111\text{ N}$$

APRENDA O peso aparente do estudante é máximo no ponto mais baixo do percurso e mínimo no ponto mais alto. Se a velocidade tangencial da roda-gigante fosse $v = \sqrt{gR}$, $F_{N,a} = 0$ e, portanto, o estudante se sentiria sem peso no ponto mais alto do percurso.

46. (a) Uma velocidade de 80,0 km/h equivale a aproximadamente 22,2 m/s em unidades do SI. A força horizontal que impede que a policial escorregue do assento é igual à força centrípeta (Eq. 6-18) e a força vertical é igual ao seu peso, mg. Assim,

$$F_{\text{res}} = \sqrt{(mg)^2 + (mv^2/R)^2} = 547\text{ N}.$$

(b) O ângulo é $\tan^{-1}[(mv^2/R)/(mg)] = \tan^{-1}(v^2/gR) = 9{,}53°$ (em relação à vertical).

47. (a) De acordo com a Eq. 4-35, $T = 2\pi R/v = 2\pi(10\text{ m})/(6{,}1\text{ m/s}) = 10$ s.

(b) A situação é semelhante à do Problema 45. No ponto mais alto do percurso,

$$F_N = m(g - v^2/R) = 486\text{ N}.$$

(c) No ponto mais baixo do percurso,

$$F_N = m(g + v^2/R) = 1081\text{ N}.$$

48. Como a situação é semelhante à do problema anterior (quando a roda-gigante está no ponto mais alto do percurso), a força normal é dada por

$$F_N = m(g - v^2/R)$$

(a) Para m = 1200 kg, v = 11 m/s e R = 18 m, obtemos $F_N = 3{,}7 \times 10^3$ N.

(b) $\vec{F}_N$ aponta para cima.

(c) Para v = 14 m/s, $F_N = -1{,}3 \times 10^3$ N, ou $|F_N| = 1{,}3 \times 10^3$ N.

(d) O fato de que o valor de F_N é negativo significa que, nesse caso, $\vec{F}_N$ aponta para baixo.

49. No alto do vale, a situação é semelhante à do problema anterior e a força normal é dada por

$$F_N = m(g - v^2/R).$$

que, para $F_N = 0$, nos dá $v^2/R = g$.

No fundo do vale, a situação é semelhante à do item (c) do Problema 47 e a força normal é dada por

$$F_N = m(g + v^2/R)$$

que, para $v^2/R = g$, nos dá $F_N = 2mg = 1372\text{ N} \approx 1{,}37 \times 10^3$ N.

50. Sabemos que o gráfico da Fig. 6-40*a* representa uma função da forma $F = mv^2/r$.

(a) A inclinação do gráfico para $v = 8{,}30$ m/s é

$$\left.\frac{dF}{dv}\right|_{v=8{,}30\text{ m/s}} = \left.\frac{2mv}{r}\right|_{v=8{,}30\text{ m/s}} = \frac{2(85{,}0\text{ kg})(8{,}30\text{ m/s})}{3{,}50\text{ m}} = 403\text{ N}\cdot\text{s/m}.$$

(b) Como o período do movimento é $T = 2\pi r/v$,

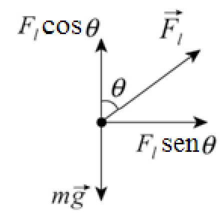
$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2},$$

e a inclinação do gráfico da Fig. 6-40*b* para T = 2,50 s é

$$\left.\frac{dF}{dT}\right|_{T=2{,}50\text{ s}} = -\left.\frac{8\pi^2 mr}{T^3}\right|_{T=2{,}50\text{ s}} = \frac{8\pi^2(85{,}0\text{ kg})(3{,}50\text{ m})}{(2{,}50\text{ s})^3} = -1{,}50\times 10^3\text{ N/s}.$$

51. PENSE Um avião está descrevendo um movimento circular com as asas inclinadas, e devemos calcular o raio da circunferência a partir da força centrípeta.

FORMULE Na figura, que é o diagrama de corpo livre do avião, $m\vec{g}$ é a força gravitacional e $\vec{F}_l$ é a força de sustentação aerodinâmica. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita e o sentido positivo do eixo y como sendo para cima. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y do movimento do avião, obtemos o seguinte sistema de equações:



$$F_l \,\text{sen}\,\theta = m\frac{v^2}{R}$$
$$F_l \cos\theta = mg$$

A segunda equação nos dá $m = (F_l \cos\theta)/g$. Substituindo m por seu valor na primeira equação e explicitando R, obtemos a relação $R = v^2/(g \tan\theta)$.

ANALISE Para v = 480 km/h = 133 m/s e θ = 40°, temos

$$R = \frac{v^2}{g\tan\theta} = \frac{(133\text{ m/s})^2}{(9{,}8\text{ m/s}^2)\tan 40°} = 2151\text{ m} \approx 2{,}2\times 10^3\text{ m}$$

APRENDA Observe que a abordagem que usamos para resolver o problema é a mesma do Exemplo 6.06 do livro.

52. A situação é semelhante à do Problema 45, com a força normal F_N substituída pela força da haste F_H. Assim, no ponto mais alto da trajetória, $F_H = mv^2/r - P$, em que P é o peso do carro com os passageiros.

(a) Para v = 5,0 m/s, r = 10 m e P = 5000 N, $F_H = 3{,}7 \times 10^3$ N.

(b) O sentido de $\vec{F}_H$ é para cima.

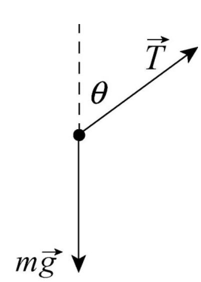
(c) Para v = 10,0 m/s, r = 10 m e P = 5000 N, $F_H = -2{,}3 \times 10^3$ N.

(d) O sinal negativo indica que o sentido de $\vec{F}_H$ é para baixo.

53. O diagrama de corpo livre de uma das alças foi traçado do ponto de vista que um passageiro teria se estivesse olhando para a frente e o bonde fizesse uma curva para a direita. Note que $\vec{a} = v^2/R$, na qual v = 16 km/h = 4,4 m/s.

Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos do problema (x para a direita e y para cima), temos:

$$T\,\text{sen} \qquad m—$$
$$T\cos \qquad mg.$$



Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{Rg}\right)$$

que nos dá θ = 12°.

54. A força centrípeta experimentada pelos passageiros é $F = mv^2/r$.

(a) A variação de F com r sem que v varie é $dF = -\dfrac{mv^2}{r^2}dr$.

(b) A variação de F com v sem que r varie é $dF = \dfrac{2mv}{r}dv$.

(c) O período de uma trajetória circular é $T = 2\pi r/v$. Assim,

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2},$$

e a variação de F com T sem que r varie é

$$dF = -\frac{8\pi^2 mr}{T^3}dT = -8\pi^2 mr\left(\frac{v}{2\pi r}\right)^3 dT = -\left(\frac{mv^3}{\pi r^2}\right)dT.$$

55. Note que, como o período T é oito vezes maior que o intervalo entre os lampejos (1/2000 s), T = 0,0040 s. Combinando a Eq. 6-18 com a Eq. 4-35, temos:

$$F = \frac{4m\pi^2 R}{T^2} = \frac{4(0,030 \text{ kg})\pi^2(0,035 \text{ m})}{(0,0040 \text{ s})^2} = 2,6\times10^3 \text{ N}.$$

56. Podemos usar diretamente o resultado do Problema 53:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gR}\right)$$

com v = 60(1000/3600) = 17 m/s e R = 200 m. O ângulo de compensação é, portanto, θ = 8,1°. Considere um carro que entre na curva com uma velocidade v' = 40(1000/3600) = 11 m/s. A aceleração (horizontal) é $a' = v'^2/R$, que possui uma componente paralela e uma componente perpendicular à superfície da estrada:

$$a_{\parallel} = a'\cos\theta = \frac{v'^2\cos\theta}{R}$$
$$a_{\perp} = a'\text{sen}\,\theta = \frac{v'^2\text{sen}\,\theta}{R}.$$

De acordo com a Segunda Lei de Newton (escolhendo um eixo paralelo à superfície da estrada, apontando para o centro da curva, como eixo x e um eixo perpendicular à superfície da estrada, apontando para cima, como eixo y), temos:

$$mg\,\text{sen}\,\theta - f_s = ma_{\parallel}$$
$$F_N - mg\cos\theta = ma_{\perp}$$

o que nos dá

$$\frac{f_s}{F_N} = \frac{mg\,\text{sen}\,\theta - mv'^2\cos\theta/R}{mg\cos\theta + mv'^2\,\text{sen}\,\theta/R}.$$

Cancelando a massa e substituindo os valores numéricos, obtemos f_s/F_N = 0,078. Como o coeficiente de atrito pedido é o menor para o qual os carros não derrapam, $f_s = f_{s,\max}$ e μ_s = 0,078.

57. Para que o disco permaneça em repouso, o módulo da tensão T do fio deve ser igual ao peso Mg do cilindro. Como a tensão do fio é a força centrífuga que mantém o disco em uma trajetória circular, $T = mv^2/r$. Assim, $Mg = mv^2/r$. Explicitando a velocidade, temos:

$$v=\sqrt{\frac{Mgr}{m}}=\sqrt{\frac{(2,50\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)(0,200\text{ m})}{1,50\text{ kg}}}=1,81\text{ m/s}.$$

58. (a) De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade do carro é dada por $v^2=v_0^2+2ad$. Fazendo $v = 0$, $v_0 = 35$ m/s e $d = 107$ m, obtemos $a=-5,72\text{ m/s}^2$ como a aceleração mínima necessária para que o carro pare a tempo. Assim, a força de atrito mínima necessária para que o carro pare a tempo é

$$f=m|a|=(1400\text{ kg})(5,72\text{ m/s}^2)\approx 8,0\times 10^3\text{ N}.$$

(b) O valor máximo possível do atrito estático é

$$f_{s,\,\text{máx}}=\mu_s mg=(0,50)(1400\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)\approx 6,9\times 10^3\text{ N}.$$

(c) Se $\mu_k=0,40$, $f_k=\mu_k mg$ e a aceleração é $a=-\mu_k g$. Assim, a velocidade com a qual o carro se choca com o muro é

$$v=\sqrt{v_0^2+2ad}=\sqrt{(35\text{ m/s})^2-2(0,40)(9,8\text{ m/s}^2)(107\text{ m})}\approx 20\text{ m/s ou }72\text{ km/h}.$$

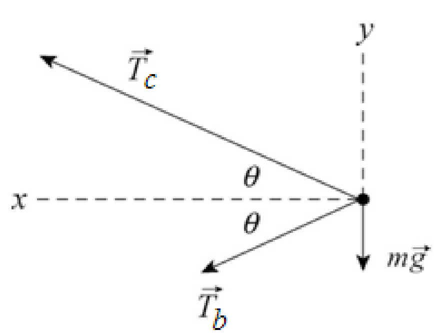
(d) A força necessária para que o carro descreva a trajetória circular que evitaria o choque é

$$F_r=\frac{mv_0^2}{r}=\frac{(1400\text{ kg})(35,0\text{ m/s})^2}{107\text{ m}}=1,6\times 10^4\text{ N}.$$

(e) Como $F_r > f_{s,\,\text{máx}}$, a manobra não é possível.

59. PENSE Como mostra a Fig. 6-45, o problema envolve uma bola ligada por dois fios a uma haste giratória. Podemos analisar o sistema usando as equações do movimento circular uniforme.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre da bola. $\vec{T}_c$ é a força que a corda de cima exerce sobre a bola, $\vec{T}_b$ é a força que a corda de baixo exerce sobre a bola, e m é a massa da bola. Note que a força da corda de cima deve ser maior que a da bola de baixo, já que ela deve equilibrar, além da força da corda de baixo, a força gravitacional a que a bola está submetida.



Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita (na direção do centro da órbita circular) e o sentido positivo do eixo y como sendo para cima. Uma vez que o módulo da aceleração é $a = v^2/R$, a aplicação da segunda lei de Newton à componente x do movimento nos dá

$$T_c\cos\theta+T_\ell\cos\theta=\frac{mv^2}{R}$$

em que v é a velocidade da bola, e R é o raio do movimento circular.

A aplicação da Segunda Lei de Newton à componente y do movimento circular nos dá

$$T_c \operatorname{sen}\theta - T_b \operatorname{sen}\theta - mg = 0$$

Explicitando T_b na segunda equação, obtemos $\vec{T}_b = T_a - mg/\operatorname{sen}\theta$.

ANALISE (a) Como, de acordo com os dados do problema, o triângulo formado pelas duas cordas e a distância entre os pontos em que estão presas à haste é equilátero, $\theta = 30{,}0°$; portanto,

$$T_b = T_c - \frac{mg}{\operatorname{sen}\theta} = 35{,}0\ \text{N} - \frac{(1{,}34\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)}{\operatorname{sen} 30{,}0°} = 8{,}74\ \text{N}$$

(b) Como a força resultante na direção do eixo y é zero, o módulo da força resultante é dado por

$$F_{\text{res}} = (T_c + T_b)\cos\theta = (35{,}0\ \text{N} + 8{,}74\ \text{N})\cos 30{,}0° = 37{,}9\ \text{NN}$$

(c) O raio do movimento circular é

$$R = L\cos\theta = (1{,}70\ \text{m})\cos 30° = 1{,}47\ \text{m}$$

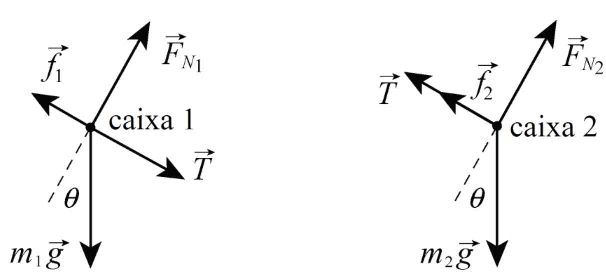
De acordo com a equação $F_{\text{res}} = mv^2/R$, a velocidade da bola é

$$v = \sqrt{\frac{RF_{\text{res}}}{m}} = \sqrt{\frac{(1{,}47\ \text{m})(37{,}9\ \text{N})}{1{,}34\ \text{kg}}} = 6{,}45\ \text{m/s}$$

(d) A força $\vec{F}_{\text{res}}$ aponta na direção do centro da órbita circular.

APRENDA Como a corda de cima está submetida a uma força cerca de quatro vezes maior que a corda de baixo ($T_c \approx 4T_b$), a probabilidade de que ela arrebente é maior.

60. A figura mostra os diagramas de corpo livre das duas caixas.



T é o módulo da força exercida sobre a haste (se $T > 0$, dizemos que a haste está sob tração; se $T < 0$, dizemos que a haste está sob compressão), $\vec{F}_{N2}$ é a força normal sobre a caixa 2 (a caixa com formigas pretas), $\vec{F}_{N1}$ é a força normal sobre a caixa 1 (a caixa com formigas vermelhas), $\vec{f}_1$ é a força de atrito cinético sobre a caixa 1, $\vec{f}_2$ é a força de atrito cinético sobre a caixa 2, m_1 é a massa da caixa 1 e m_2 é a massa da caixa 2.

Para cada bloco, escolhemos um eixo x encosta abaixo (na direção do canto inferior direito, nas figuras) e um eixo y na direção da força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y das duas caixas, obtemos quatro equações:

$$m_2 g \operatorname{sen}\theta - f_2 - T = m_2 a$$
$$F_{N2} - m_2 g\cos\theta = 0$$
$$m_1 g \operatorname{sen}\theta - f_1 + T = m_1 a$$
$$F_{N1} - m_1 g\cos\theta = 0$$

que, combinadas com a Eq. 6-2 ($f_k = \mu_k F_N$), descrevem totalmente a dinâmica do sistema.

(a) Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos:

$$T=\left(\frac{m_2 m_1 g}{m_2+m_1}\right)(\mu_1-\mu_2)\cos\theta=1{,}05\ \text{N}.$$

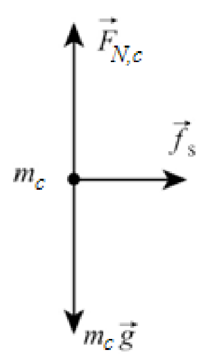
(b) A solução para a aceleração é

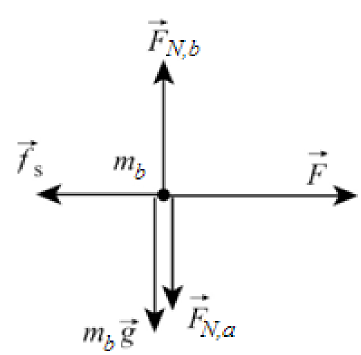
$$a=g\left[\operatorname{sen}\theta-\left(\frac{\mu_2 m_2+\mu_1 m_1}{m_2+m_1}\right)\cos\theta\right]=3{,}62\ \text{m/s}^2.$$

(c) Inverter a posição das caixas equivale a trocar os índices. A equação obtida no item (a) mostra que essa troca leva a um valor negativo para T, com o mesmo módulo de antes. Assim, a situação permanece a mesma, exceto pelo fato de que a haste passa a estar sob compressão e não sob tração, como na situação anterior.

61. PENSE O sistema é formado por dois blocos, um em cima do outro. Se empurrarmos o bloco de baixo com muita força, o bloco de cima deslizará. Estamos interessados em calcular a maior força que pode ser aplicada ao bloco de baixo, sem que os blocos deixem de se mover juntos.

FORMULE A figura que se segue mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos.





Em primeiro lugar, calculamos o coeficiente de atrito estático da superfície entre os dois blocos. Quando a força aplicada ao bloco de baixo é a maior possível, a força de atrito estático entre os dois blocos também deve ser a maior possível. Como uma força $F_c = 12$ N deve ser aplicada ao bloco de cima (com o bloco de baixo mantido fixo) para que o bloco de cima entre em movimento, usando as relações $F_c = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_{N,c} = \mu_s m_c g$, obtemos

$$\mu_s=\frac{F_t}{m_t g}=\frac{12\ \text{N}}{(4{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}=0{,}31$$

Usando o mesmo raciocínio para a situação em que os dois blocos se movem juntos, obtemos

$$F=\mu_s(m_c+m_b)g$$

ANALISE (a) Substituindo μ_s pelo valor calculado anteriormente, obtemos

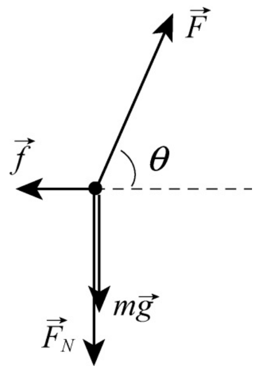
$$F=\mu_s(m_c+m_b)g=(0{,}31)(4{,}0\ \text{kg}+5{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)=27\ \text{N}$$

(b) A aceleração máxima é

$$a_{\text{máx}}=\frac{F}{m_c+m_b}=\mu_s g=(0{,}31)(9{,}8\ \text{m/s}^2)=3{,}0\ \text{m/s}^2$$

APRENDA O bloco de cima começará a deslizar se a força aplicada exceder 27 N. Na ausência de atrito entre os blocos (ou seja, se $\mu_s = 0$), qualquer força aplicada ao bloco de baixo fará o bloco de cima deslizar.

62. O diagrama de corpo livre da pedra é mostrado na figura.



$\vec{F}$ é a força aplicada à pedra, $\vec{F}_N$ é a força normal *para baixo* que o teto exerce sobre a pedra, $m\vec{g}$ é a força de gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Escolhemos um eixo x para a direita e um eixo y para cima. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$F_x = F\cos\theta - f = ma$$
$$F_y = F\,\text{sen}\,\theta - F_N - mg = 0$$

Como $f = \mu_k F_N$, e a segunda equação nos dá $F_N = F\,\text{sen}\,\theta - mg$,

$$f = \mu_k(F\,\text{sen}\,\theta - mg).$$

Substituindo essa expressão na primeira equação, obtemos

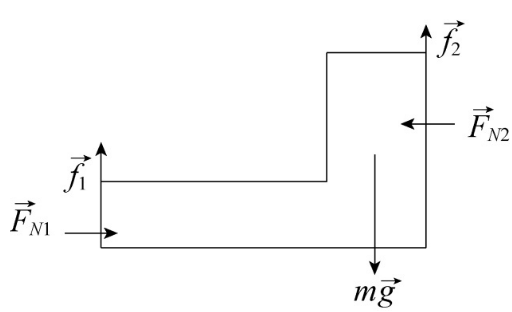
$$F\cos\theta - \mu_k(F\,\text{sen}\,\theta - mg) = ma.$$

Para $a = 0$, a força é

$$F = \frac{-\mu_k mg}{\cos\theta - \mu_k\,\text{sen}\,\theta}$$

Para $\mu_k = 0{,}65$, $m = 5{,}0$ kg e $\theta = 70°$, obtemos $F = 118$ N.

63. (a) A figura mostra o diagrama de corpo livre da alpinista (representada por um bloco em forma de L).



A força que a alpinista exerce sobre a pedra não é mostrada (já que o diagrama mostra apenas as forças que são exercidas sobre ela), mas está relacionada às forças normais $\vec{F}_{N1}$ e $\vec{F}_{N2}$ exercidas horizontalmente sobre os sapatos e sobre as costas da alpinista, respectivamente. Como vamos mostrar no item (b) que $F_{N1} = F_{N2}$, não está errado dizer que o módulo da força que a alpinista exerce sobre a pedra é F_{N2}. A força total para cima exercida pela força (máxima) de atrito estático é $\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$, em que $f_1 = \mu_{s1}F_{N1}$ e $f_2 = \mu_{s2}F_{N2}$.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y (x para a direita e y para cima), e como não há aceleração em nenhuma direção,

$$F_{N1} - F_{N2} = 0$$
$$f_1 + f_2 - mg = 0$$

De acordo com a primeira equação, as forças normais são iguais: $F_{N1} = F_{N2} = F_N$. Assim, de acordo com a Eq. 6-1,

$$f_1 = \mu_{s\,1} F_N$$
$$f_2 = \mu_{s\,2} F_N$$

e, portanto,

$$f_1 = \left(\frac{\mu_{s\,1}}{\mu_{s\,2}}\right) f_2 \,.$$

Assim, a segunda equação, $f_1 + f_2 - mg = 0$, nos dá

$$\left(\frac{\mu_{s\,1}}{\mu_{s\,2}} + 1\right) f_2 = mg$$

que (para $m = 49$ kg) nos dá $f_2 = 192$ N. Portanto, $F_N = f_2 / \mu_{s2} = 240 \text{ N}$ é o módulo da força que a alpinista exerce sobre a pedra.

(c) De acordo com os cálculos acima, $f_1 = \mu_{s1} F_N = 288 \text{ N}$, o que significa que

$$\frac{f_1}{P} = \frac{288}{(49)\,(9,8)} = 0,60,$$

ou seja, 60% do peso da alpinista é sustentado pelo atrito dos sapatos.

64. (a) A força para cima exercida pelo vagão sobre o passageiro é igual ao peso do passageiro; assim, a força resultante não possui uma componente vertical. Isso significa que a força resultante é igual à componente horizontal (força centrípeta). Assim,

$$\left|\vec{F}_{\text{res}}\right| = F = 210 \text{ N}.$$

(b) De acordo com a Eq. 6-18, temos:

$$v = \sqrt{\frac{FR}{m}} = \sqrt{\frac{(210 \text{ N})(470 \text{ m})}{51,0 \text{ kg}}} = 44,0 \text{ m/s}.$$

65. A massa da camada de gelo é

$$m_{\text{gelo}} = \left(917 \text{ kg/m}^3\right)\,(400 \text{ m} \times 500 \text{ m} \times 0,0040 \text{ m}) = 7,34 \times 10^5 \text{ kg}.$$

Somando a esse valor à massa de cem pedras (com 20 kg cada uma), obtemos $m = 7,36 \times 10^5$ kg.

(a) Fazendo $F = D$ (a força de arrasto), podemos usar a Eq. 6-14 para calcular a velocidade do vento em relação ao solo (na verdade, deveria ser a velocidade do vento em relação à pedra, mas a velocidade da pedra é tão pequena que a diferença é desprezível).

$$v = \sqrt{\frac{\mu_k mg}{4C_{\text{gelo}}\rho A_{\text{gelo}}}} = \sqrt{\frac{(0,10)\left(7,36 \times 10^5 \text{ kg}\right)\left(9,8 \text{ m/s}^2\right)}{4(0,002)\left(1,21 \text{ kg/m}^3\right)\left(400 \times 500 \text{ m}^2\right)}} = 19 \text{ m/s} \approx 69 \text{ km/h}.$$

(b) Multiplicando por 2 o resultado do item anterior, obtemos uma velocidade de 138 km/h.

(c) Sim, é razoável. O vento de um furacão da categoria 5 (a maior de todas) é da ordem de 260 km/h.

66. Como o coeficiente de atrito estático não é mencionado, concluímos que a força resultante é maior que $f_{s,\text{máx}}$. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x dos blocos, que para o bloco 1 é positivo para a direita e para o bloco 2 é positivo encosta abaixo, obtemos:

$$T - f_k = m_1 a$$
$$m_2 g \operatorname{sen}\theta - T = m_2 a$$

Somando as equações, obtemos a aceleração:

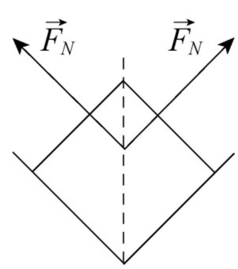
$$a = \frac{m_2 g \operatorname{sen}\theta - f_k}{m_1 + m_2}$$

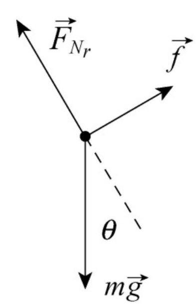
Para $f_k = \mu_k F_N = \mu_k m_1 g$, obtemos

$$a = \frac{(3{,}0\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)\operatorname{sen}30° - (0{,}25)(2{,}0\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)}{3{,}0\text{ kg} + 2{,}0\text{ kg}} = 1{,}96\text{ m/s}^2.$$

Substituindo esse valor em uma das equações, obtemos $T = 8{,}8$ N.

67. Cada lado da vala exerce uma força normal sobre o caixote. A figura da esquerda mostra uma seção reta do conjunto.





A força resultante tem a direção na reta tracejada. Como as duas forças normais fazem um ângulo de 45° com a reta tracejada, o módulo da força resultante é

$$F_{Nr} = 2F_N \cos 45° = \sqrt{2}F_N .$$

A figura da direita é o diagrama de corpo livre do caixote. (Trata-se de uma vista "lateral", como a que é mostrada no desenho da esquerda da Fig. 6-51.) $\vec{F}_{N_r}$ é a força normal resultante, $m\vec{g}$ é a força da gravidade e $\vec{f}$ é a força de atrito. Escolhemos um eixo x encosta abaixo e um eixo y da direção de $\vec{F}_{Nr}$. Aplicando a Segunda Lei de Newton aos eixos x e y, temos:

$$x: \quad mg \operatorname{sen}\theta - f = ma$$
$$y: \quad F_{Nr} - mg\cos\theta = 0.$$

Como o caixote está em movimento, os dois lados da vala exercem uma força de atrito cinético, e o módulo da força de atrito resultante é dado por

$$f = 2\mu_k F_N = 2\mu_k F_{Nr}/\sqrt{2} = \sqrt{2}\mu_k F_{Nr}$$

Combinando essa expressão com $F_{Nr} = mg\cos\theta$ e substituindo na equação para o eixo x, obtemos

$$mg \operatorname{sen}\theta - \sqrt{2}mg\cos\theta = ma .$$

Assim, $a = g(\operatorname{sen}\theta - \sqrt{2}\mu_k \cos\theta)$.

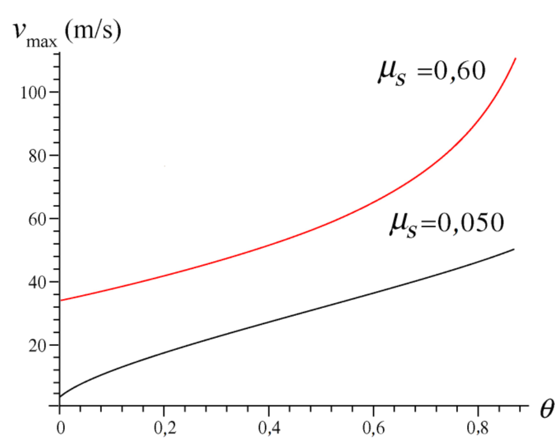
68. (a) Um carro está na iminência de derrapar quando a força de atrito estático atinge o valor máximo. Vamos considerar a soma vetorial $\vec{F}$ da força (máxima) de atrito com a força normal. Como as duas forças são mutuamente perpendiculares e seus módulos são proporcionais (Eq. 6-1), $\vec{F}$ faz um ângulo (com a *vertical*) $\phi = \theta + \theta_s$, em que $\tan\theta_s = \mu_s$ (compare com a Eq. 6-13) e θ é o ângulo de compensação da curva. Como a componente paralela ao plano da estrada da soma vetorial de $\vec{F}$ com a força da gravidade $m\vec{g}$ é a força centrípeta, cujo módulo é mv^2/R (Eq. 6-18), temos a seguinte relação:

$$\tan\phi = \frac{mv^2/R}{mg} = \frac{v_{\max}^2}{Rg} \ .$$

Explicitando $v_{\text{máx}}$, obtemos:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{Rg\tan(\theta + \tan^{-1}\mu_s)} = \sqrt{\frac{Rg(\tan\theta + \mu_s)}{1 - \mu_s\tan\theta}}$$

(b) A figura mostra o gráfico pedido (com θ em radianos):



(c) Usando a equação obtida no item (a) ou a curva de cima do item (b), obtemos v = 41,3 m/s = 149 km/h para μ_s = 0,60 e θ = 10º = 0,175 rad.

(d) Usando a equação obtida no item (a) ou a curva de baixo do item (b), obtemos v = 21,2 m/s = 76,2 km/h para μ_s = 0,050 e θ = 10º = 0,175 rad.

69. As forças verticais que agem sobre o bloco são a força normal exercida pelo teto, a força da gravidade e a componente vertical de $\vec{P}$. Como a aceleração da direção vertical é zero,

$$F_N = P\operatorname{sen}\theta - mg$$

e, portanto, o módulo da força de atrito cinético é dada por

$$f_k = \mu_k(P\operatorname{sen}\theta - mg).$$

Escolhendo um eixo x para a direita, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$P\cos\ \theta - f_k = ma \ \Rightarrow\ a = \frac{P\cos\theta - u_k(P\operatorname{sen}\theta - mg)}{m}.$$

Fazendo θ = 70º, m = 5,0 kg e μ_k = 0,40, obtemos a = 3,4 m/s².

70. (a) Se o peso descreve uma circunferência de 0,94 m, a distância horizontal entre o peso e o eixo de rotação é dada por $R = 0{,}94/2\pi = 0{,}15$ m. O ângulo que a corda faz com a horizontal é

$$\theta = \cos^{-1}(R/L) = \cos^{-1}(0{,}15\text{ m}/0{,}90\text{ m}) = 80^\circ.$$

A componente vertical da tensão da corda é T sen θ e deve ser igual à força da gravidade mg. Assim,

$$T = \frac{mg}{\text{sen}\,\theta} = 0{,}40\text{ N}.$$

Note que estamos usando T para representar a tensão da corda, e não o período do movimento.

(b) Como a componente horizontal da tensão da corda é a força centrípeta, cujo módulo é mv^2/R (Eq. 6-18), $T\cos\theta = mv^2/R$, o que nos dá $v = 0{,}49$ m/s. Dividindo o comprimento da circunferência pela velocidade, obtemos o período: 0,94/0,49 = 1,9 s.

71. (a) se o bloco está na iminência de deslizar, a força aplicada é igual à força máxima de atrito estático (Eq. 6-1, com $F_N = mg$ neste caso):

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg = 35{,}3\text{ N}.$$

(b) Neste caso, a força aplicada $\vec{F}$ reduz indiretamente o valor máximo da força de atrito (já que a componente vertical diminui a força normal) e se opõe diretamente à força de atrito (por causa da componente horizontal). Como a força normal é dada por

$$F_N = mg - F\text{sen}\theta$$

a aplicação da Segunda Lei de Newton à direção horizontal nos dá

$$F\cos\theta - f_{s,\text{máx}} = F\cos\theta - \mu_s(mg - F\text{sen}\theta) = 0 \quad \Rightarrow F = 39{,}7\text{ N}.$$

(c) Neste caso, a força aplicada $\vec{F}$ aumenta indiretamente o valor máximo da força de atrito (já que a componente vertical aumenta a força normal) e se opõe diretamente à força de atrito (por causa da componente horizontal). Como a força normal é dada por

$$F_N = mg + F\text{sen}\theta,$$

a aplicação da Segunda Lei de Newton à direção horizontal nos dá

$$F\cos\theta - f_{s,\text{máx}} = F\cos\theta - \mu_s(mg + F\text{sen}\theta) = 0 \quad \Rightarrow F = 320\text{ N}.$$

72. Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção paralela à rampa e usando a Eq. 6-2 temos:

$$mg\,\text{sen}\theta - f = ma,$$

$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$$

Assim,

$$a = 0{,}75\text{ m/s}^2 = g(\text{sen}\theta - \mu_k\cos\theta)$$

o que, para $\theta = 40^\circ$, nos dá $\mu_k = 0{,}74$.

73. (a) Aplicando a Segunda Lei de Newton a um eixo orientado "encosta abaixo":

$$mg\,\text{sen}\theta - f = ma$$
$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta.$$

Assim,

$$a = g(\text{sen}\theta - \mu_k\cos\theta) = 7{,}5\text{ m/s}^2.$$

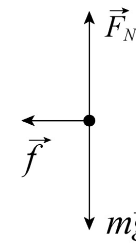
(b) O sentido da aceleração é para baixo.

(c) Nesse caso, a força de atrito aponta "encosta abaixo" (no sentido positivo do eixo escolhido) e a aceleração é

$$a = g(\operatorname{sen}\theta + \mu_k \cos\theta) = 9{,}5 \text{ m/s}^2.$$

(d) O sentido da aceleração é para baixo.

74. A figura mostra o diagrama de corpo livre do disco. $\vec{F}_N$ é a força normal exercida pelo gelo, $\vec{f}$ é a força de atrito e $m\vec{g}$ é a força da gravidade. Escolhemos um eixo x apontando para a direita e um eixo y apontando para cima.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x, obtemos $-f = ma$. Como a velocidade final é zero, a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2ax$, nos dá $a = -v_0^2/2x$.

Combinando os dois resultados, obtemos

$$f = \frac{mv_0^2}{2x} = \frac{(0{,}110 \text{ kg})(6{,}0 \text{ m/s})^2}{2(15 \text{ m})} = 0{,}13 \text{ N}.$$

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo y, obtemos $F_N - mg = 0$ e, portanto, $F_N = mg$. Assim, de acordo com a Eq. 6-2, $f = \mu_k mg$. Explicitando μ_k, obtemos:

$$\mu_k = \frac{f}{mg} = \frac{0{,}13 \text{ N}}{(0{,}110 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 0{,}12 .$$

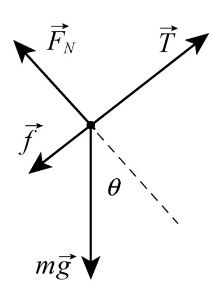
75. Podemos tratar os 25 vagões como um único objeto de massa $m = 25 \times 5{,}0 \times 10^4$ kg que (se a velocidade é 30 km/h = 8,3 m/s) está sujeito a uma força de atrito

$$f = 25 \times 250 \times 8{,}3 = 5{,}2 \times 10^4 \text{ N}.$$

(a) Em uma linha férrea plana, esse objeto experimenta uma força de tração T exercida pela locomotiva e, de acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$T - f = ma \quad \Rightarrow \quad T = 5{,}2\times10^4 + (1{,}25\times10^6)(0{,}20) = 3{,}0\times10^5 \text{ N} .$$

(b) A figura mostra o diagrama de corpo livre do conjunto de vagões, na qual θ é o ângulo de aclive. Escolhemos um eixo x encosta acima (na direção do canto superior direito da figura).



Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo x, temos:

$$T - f - mg\,\text{sen}\,\theta = ma$$

Fazendo $a = 0$ e substituindo T, f e m por seus valores, obtemos $\theta = 1{,}2°$.

76. Este problema é conceitualmente análogo ao Problema 30. Usando o resultado do item (c) do Problema 30, temos:

$$\theta = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1} 0{,}50 = 27°$$

e, portanto, o ângulo de *redução* deve ser, no mínimo,

$$\phi = 45° - 27° \approx 20°.$$

77. De acordo com a Eq. 6-16,

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho\pi R^2}} = \sqrt{\frac{2(6)(9{,}8)}{(1{,}6)(1{,}2)\pi(0{,}03)^2}} = 147 \text{ m/s}$$

78. (a) O coeficiente de atrito estático é $\mu_s = \tan(\theta_{\text{máx}}) = 0{,}577 \approx 0{,}58$.

(b) Como

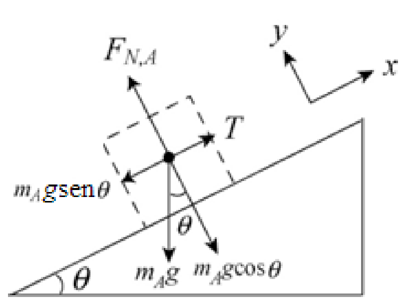
$$mg\,\text{sen}\theta - f = ma$$

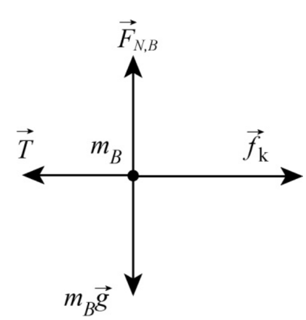
$$f = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$$

e $a = 2d/t^2$ (com $d = 2{,}5$ m e $t = 4{,}0$ s), obtemos $\mu_k = 0{,}54$.

79. PENSE Este problema envolve dois blocos ligados por uma corda. O bloco A desce o plano inclinado arrastando o bloco B. A corda exerce uma força sobre o bloco A que depende da massa dos blocos e do coeficiente de atrito entre o bloco B e a superfície horizontal.

FORMULE A figura a seguir mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos.





Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do bloco A, temos

$$m_A g\,\text{sen}\,\theta - T = m_A a$$

Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do bloco B, temos

$$T - f_k = m_B a$$

em que $f_k = \mu_k F_{N,B} = \mu_k m_B g$. Combinando as equações do movimento dos blocos A e B, podemos determinar os valores de T, a tração da corda, e a, a aceleração dos blocos.

ANALISE (a) Combinando as equações anteriores e explicitando T, obtemos

$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}(\operatorname{sen}\theta + \mu_k)g = \frac{(4,0\text{ kg})(2,0\text{ kg})}{4,0\text{ kg} + 2,0\text{ kg}}(\operatorname{sen}30° + 0,50)(9,80\text{ m/s}^2) = 13\text{ N}$$

(b) A aceleração do sistema de dois blocos é dada por

$$a = \left(\frac{m_A \operatorname{sen}\theta - \mu_k m_B}{m_A + m_B}\right)g = \frac{(4,0\text{ kg})\operatorname{sen}30° - (0,50)(2,0\text{ kg})}{4,0\text{ kg} + 2,0\text{ kg}}(9,80\text{ m/s}^2) = 1,6\text{ m/s}^2$$

APRENDA Para $\theta = 90°$ e $\mu_k = 0$, o problema se torna o mesmo que foi discutido no Exemplo 5.03 do livro, e os valores da tração da corda e da aceleração se reduzem às expressões obtidas nesse exemplo, que são

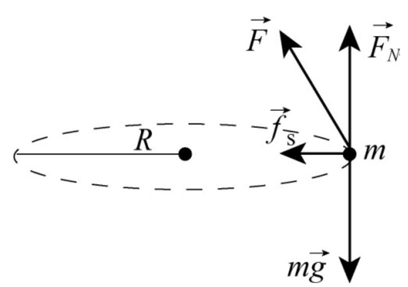
$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}g, \quad a = \frac{m_A}{m_A + m_B}g$$

80. Usamos a Eq. 6-14, $D = \frac{1}{2}C\rho A v^2$, na qual ρ é a massa específica do ar, A é a área da seção reta do míssil, v é a velocidade do míssil e C é o coeficiente de arrasto. A área da seção reta é πR^2, na qual R = 0,265 m é o raio do míssil. Assim,

$$D = \frac{1}{2}(0,75)\left(1,2\text{ kg/m}^3\right)\pi\left(0,265\text{ m}\right)^2\left(250\text{ m/s}\right)^2 = 6,2\times10^3\text{ N}.$$

81. PENSE A força responsável pelo movimento circular do sistema ciclista-bicicleta é a força de atrito entre os pneus da bicicleta e o piso.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do sistema ciclista-bicicleta. O módulo da aceleração do sistema é dado por v^2/R, em que v é a velocidade do ciclista e R é o raio da curva.



Aplicando a segunda lei de Newton à componente horizontal do movimento, obtemos a equação $f_s = mv^2/R$, em que f_s é a força de atrito estático exercida pelo piso sobre os pneus da bicicleta. Aplicando a segunda lei de Newton à componente vertical do movimento, obtemos a equação $F_N = mg$ = 833 N, em que F_N é a força normal que o piso exerce sobre o sistema e mg é a soma do peso do ciclista com o peso da bicicleta.

ANALISE (a) A força de atrito é $f_s = \dfrac{mv^2}{R} = \dfrac{(85,0\text{ kg})(9,00\text{ m/s})^2}{25,0\text{ m}} = 275\text{ N}.$

(b) De acordo com o teorema de Pitágoras, como a força de atrito $\vec{f}_s$ e a força normal $\vec{F}_N$ são mutuamente perpendiculares, a força resultante que o piso exerce sobre a bicicleta é

$$F = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{(275\text{ N})^2 + (833\text{ N})^2} = 877\text{ N}$$

APRENDA A força que o piso exerce sobre a bicicleta faz um ângulo $\theta = \tan^{-1}(275\text{ N}/833\text{ N}) = 18,3°$ com a vertical.

82. No alto do morro, as forças verticais que agem sobre o carro são a força normal exercida pela estrada e a força da gravidade. Escolhendo um eixo y orientado para baixo, a Segunda Lei de Newton nos dá

$$mg - F_N = \frac{mv^2}{R}$$

Fazendo $F_N = 0$ e explicitando v, temos:

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(250\ \text{m})} = 49{,}5\ \text{m/s} = 49{,}5(3600/1000)\ \text{km/h} = 178\ \text{km/h}.$$

83. (a) A força mínima para que o caixote comece a se mover é $f_{s,\max} = \mu_s F_N$ (Eq. 6-1, com $F_N = mg$ neste caso), o que nos dá (0,51)(165 N) = 84,2 N.

(b) Depois que o caixote começa a se mover, a força necessária para mantê-lo em movimento com velocidade constante é uma força igual à força de atrito cinético $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 52{,}8$ N.

(c) Como a massa do caixote é 165/9,8 = 16,8 kg, a aceleração, usando a Segunda Lei de Newton e os resultados dos itens (a) e (b), é

$$a = (84{,}2\ \text{N} - 52{,}8\ \text{N})/(16{,}8\ \text{kg}) \approx 1{,}87\ \text{m/s}^2.$$

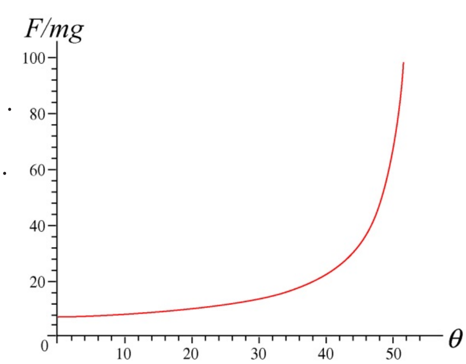
84. (a) A componente horizontal de $\vec{F}$ empurra o caixote, enquanto a componente vertical aumenta a força de atrito, ao aumentar a força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton nas direções, temos:

$$\text{direção horizontal: } F\cos\theta - f_s = 0$$

$$\text{direção vertical: } F_N - F\text{sen}\theta - mg = 0.$$

Dizer que o caixote está "na iminência de se mover" equivale a dizer que $f_s = f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$ (Eq. 6-1). Combinando as três equações, obtemos

$$\frac{F}{mg} = \frac{\mu_s}{\cos\theta - \mu_s \text{sen}\,\theta}$$



A figura ao lado mostra um gráfico da razão F/mg em função de θ (com θ em graus).

(b) O denominador da expressão de F/mg em função de θ se anula para

$$\cos\theta - \mu_s\,\text{sen}\,\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\text{inf}} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\mu_s}\right)$$

Para $\mu_s = 0{,}70$, $\theta_{\text{inf}} = 55°$.

(c) Se o piso for lubrificado, o coeficiente de atrito estático será menor e, portanto, o ângulo θ_{inf} será maior que o valor calculado no item (b).

(d) Para $\mu_s = 0{,}60$, $\theta_{\text{inf}} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{0{,}60}\right) = 59°$.

85. O carro começará a escorregar se

$$\mu_s = \tan\theta = \tan 35{,}0° = 0{,}700.$$

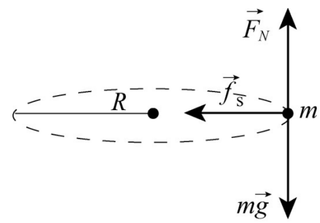
Este valor representa uma redução de 3,4% em relação ao valor inicial, 0,725.

86. (a) O problema é conceitualmente igual ao da roda-gigante (Problema 45), com a tensão T da corda assumindo o papel da força normal F_N. Assim, a tensão é dada por $T = m(g - v^2/r)$ no ponto mais alto do percurso e por $T = m(g + v^2/r)$ (o valor máximo) no ponto mais baixo do percurso. Isso significa que a corda vai arrebentar no ponto mais baixo do percurso.

(b) Quando a corda arrebenta, $T = 33$ N $= m(g + v^2/r)$, em que $m = 0{,}26$ kg e $r = 0{,}65$ m. Explicitando a velocidade, obtemos $v =$ 8,73 m/s.

87. PENSE A força responsável pelo movimento circular do automóvel é a força de atrito entre os pneus e o piso.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre do automóvel. A massa do automóvel é $m = (10700/9{,}80)$ kg $= 1{,}09 \times 10^3$ kg. A força normal é $F_N = mg$, e a força centrípeta necessária para manter o movimento circular é $f_s = mv^2/R$.



ANALISE (a) Para uma velocidade $v = 13{,}4$ m/s e um raio $R = 61$ m, temos

$$f_s = \frac{mv^2}{R} = \frac{(1{,}09\times10^3\ \text{kg})(13{,}4\ \text{m/s})^2}{61{,}0\ \text{m}} = 3{,}21\times10^3\ \text{N}$$

(b) De acordo com a Eq. 6-1, a força máxima de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg = (0{,}35)(10700\ \text{N}) = 3{,}75\times10^3\ \text{N}$$

Como o valor calculado no item (a) é menor que este valor, concluímos que o carro consegue fazer a curva sem derrapar.

APRENDA De acordo com as expressões anteriores, se o coeficiente de atrito estático entre os pneus de um carro e o piso é μ_s, a velocidade máxima com a qual o carro consegue fazer uma curva de raio R sem derrapar é $v_{\text{máx}} = \sqrt{\mu_s gR}$. Na situação do problema, portanto, a velocidade máxima com a qual o carro pode fazer a curva sem derrapar é

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{(0{,}35)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(61\ \text{m})} = 14{,}5\ \text{m/s}$$

88. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 2, temos:

$$\begin{aligned} F\cos\theta - T - f_k &= m_2 a \qquad \text{eixo } x \\ F_N - F\,\text{sen}\,\theta - m_2 g &= 0 \qquad \text{eixo } y \end{aligned}$$

Combinando essas equações com a relação $f_k = \mu_k F_N$, temos:

$$F(\cos\theta - \mu_k \text{sen}\theta) - T - \mu_k m_2 g = m_2 a$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 1, temos:

$$\begin{aligned} T - f'_k &= m_1 a \qquad \text{eixo } x \\ F'_N - m_1 g &= 0 \qquad \text{eixo } y \end{aligned}$$

Combinando essas equações com a relação $f_k = \mu_k F'_N$, temos:

$$T - \mu_k m_1 g = m_1 a$$

Explicitando a na equação acima, substituindo na equação do bloco 2 e explicitando T, obtemos:

$$T = \frac{m_1(\cos\theta - \mu_k \text{sen}\,\theta)}{m_1 + m_2},\ F = \frac{(2{,}0\ \text{kg})[\cos 35° - (0{,}20)\,\text{sen}\,35°]}{2{,}0\ \text{kg} + 1{,}0\ \text{kg}}(20\ \text{N}) = 9{,}4\ \text{N}.$$

89. PENSE Para deslocar um armário, é preciso que a força aplicada seja maior que a força de atrito.

FORMULE Podemos aplicar ao problema a segunda lei de Newton, na forma $F_{ap} - f = ma$. Se a força aplicada F_{ap} for menor ou igual à força máxima de atrito estático $f_{s,\text{máx}}$, a conclusão será "o armário não se move", caso em que $a = 0$ e $f = F_{ap}$. Se, por outro lado, $F_{ap} > f_{s,\text{máx}}$, a conclusão será "o armário se move", caso em que $a > 0$ e $f = f_k$, em que f_k é a força de atrito cinético. Para determinar os valores de $f_{s,\text{máx}}$ e f_k, podemos usar as Eqs. 6-1 e 6-2, tomando como força normal o peso do armário. A força máxima de atrito estático é

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = (0{,}68)(556\ \text{N}) = 378\ \text{N}$$

e a força máxima de atrito cinético é

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = (0{,}56)(556\ \text{N}) = 311\ \text{N}$$

ANALISE (a) Para $F_{ap} = 220$ N, $F_{ap} < f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = F_{ap} = 222$ N. O armário não se move.

(b) Para $F_{ap} = 334$ N, $F_{ap} < f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = F_{ap} = 334$ N. O armário não se move.

(c) Para $F_{ap} = 445$ N, $F_{ap} > f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = f_k = 311$ N.

(d) Para $F_{ap} = 456$ N, $F_{ap} > f_{s,\text{máx}}$ e, portanto, $f = f_k = 311$ N.

(e) O armário se move nas tentativas dos itens (c) e (d).

APRENDA Para que o armário se mova, é preciso que a força aplicada seja maior que a força máxima de atrito estático, $f_{s,\text{máx}}$.

90. Analisando as forças na direção horizontal (na qual não há aceleração), chegamos à conclusão de que $F = F_N$, ou seja, $F_N = 60$ N. A força máxima de atrito estático é, portanto, $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = 33$ N e a força de atrito cinético (se o bloco estiver em movimento) é $f_k = \mu_k F_N = 23$ N.

(a) Nesse caso, $\vec{P} = 34$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo, a aplicação da Segunda Lei de Newton à direção vertical nos dá

$$P - mg - f = ma.$$

Supondo que $a = 0$, $f = (34 - 22)$ N $= 12$ N. Como $f < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta e a força de atrito é $\vec{f_s} = 12$ N, para baixo. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 12 N.

(b) Nesse caso, $\vec{P} = 12$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo e que $a = 0$, $f = (12 - 22)$ N $= -10$ N. Como $|f_s| < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta, mas o fato de obtermos um valor negativo para f mostra que a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está errada. Assim, a força de atrito é $\vec{f_s} = 10$ N, para cima. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 10 N.

(c) Nesse caso, $\vec{P} = 48$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo e que $a = 0$, $f = (48 - 22)$ N $= 26$ N. Como $f_s < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta e, como obtivemos um valor positivo para f, a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo também está correta. Assim, a força de atrito é $\vec{f_s} = 26$ N, para baixo. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 26 N.

(d) Nesse caso, $\vec{P} = 62$ N para cima. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo e que $a = 0$, $f = (62 - 22)$ N $= 40$ N. Como $f > f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ não está correta. Como $a \neq 0$, $f = f_k$ e como a diferença entre a força vertical e o peso é positiva, a aceleração aponta para cima e a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está correta. Assim, a força de atrito é $\vec{f_k} = 23$ N, para baixo. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 23 N.

(e) Nesse caso, $\vec{P} = 10$ N para baixo. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo, $f = (-10 - 22)$ N $= -32$ N. Como $|f_s| < f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ está correta, mas o fato de obtermos um valor negativo para f mostra que a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está errada. Assim, a força de atrito é $\vec{f_s} = 32$ N, para cima. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 32 N.

(f) Nesse caso, $\vec{P} = 18$ N para baixo. Supondo que $\vec{f}$ aponta para baixo, $f = (-18 - 22)$ N $= -40$ N. Como $|f| > f_{s,\text{ máx}}$, a hipótese de que $a = 0$ não está correta. Como $a \neq 0$, $f = f_k$ e, como a força vertical e o peso apontam para baixo, a aceleração aponta para baixo, e a hipótese de que $\vec{f}$ aponta para baixo está errada. Assim, a força de atrito é $\vec{f_k} = 23$ N, para cima. Como foi pedido apenas o módulo da força, a resposta é 23 N.

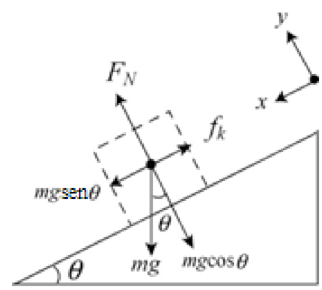
(g) O bloco se move para cima no caso do item (d).

(h) O bloco se move para baixo no caso do item (f).

(i) A força de atrito é para baixo nos casos dos itens (a), (c) e (d).

91. PENSE A força de atrito tem sempre o sentido contrário ao do movimento do bloco.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do bloco na situação da primeira parte do problema, em que o bloco está escorregando para baixo com velocidade constante.



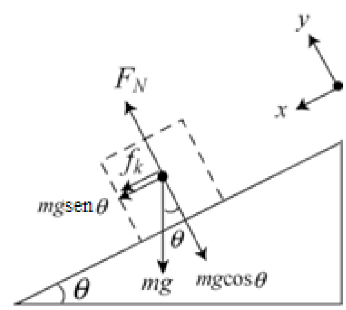
De acordo com a segunda lei de Newton,

$$mg\,\text{sen}\,\theta - f_k = mg\,\text{sen}\,\theta - \mu_k F_N = ma_x = 0$$
$$mg\cos\theta - F_N = ma_y = 0$$

Combinando as duas equações, obtemos a relação

$$\mu_k = \tan\theta$$

A figura mostra o diagrama de corpo livre do bloco na situação da segunda parte do problema, em que o bloco está subindo. De acordo com a segunda lei de Newton e a Eq. 6-12,



$$mg\,\text{sen}\,\theta + f_k = mg\,\text{sen}\,\theta + \mu_k F_N = ma_x$$
$$mg\cos\theta - F_N = ma_y = 0$$

Note que, de acordo com os sentidos escolhidos para os eixos, o fato de que $a_x > 0$ significa que a aceleração aponta para baixo e, portanto, a velocidade do bloco diminui com o tempo.

ANALISE (a) Usando as relações $\mu_k = \tan\theta$ e $F_N = mg\cos\theta$, obtemos a aceleração a_x do bloco paralelamente à superfície do plano inclinado:

$$a_x = g\,\text{sen}\,\theta + \frac{\mu_k F_N}{m} = g\,\text{sen}\,\theta + \frac{(\tan\theta)(mg\cos\theta)}{m} = 2g\,\text{sen}\,\theta$$

A distância que o bloco percorre até parar pode ser determinada usando a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, que nos dá

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2a_x} = \frac{v_0^2}{2(2g\,\text{sen}\,\theta)} = \frac{v_0^2}{4g\,\text{sen}\,\theta}$$

em que $\Delta x = x - x_0$.

(b) Como foi visto no Módulo 6-1, normalmente $\mu_s > \mu_k$. O ângulo de repouso (maior ângulo de inclinação do plano inclinado para o qual um bloco em repouso não escorrega para baixo) é dado por $\mu_s = \tan(\theta_{\text{repouso}})$. Assim, esperamos que $\theta_{\text{repouso}} > \theta$ e, portanto, que o bloco não volte a escorregar para baixo depois de parar.

APRENDA Outra forma de mostrar que o bloco não volta a escorregar depois de parar é notar que a componente da força gravitacional ao longo do plano inclinado é menor que a força de atrito, ou seja, que $mg\,\text{sen}\,\theta = f_k < f_{s,\text{máx}}$.

92. Suponha que o carro está "na iminência de derrapar", ou seja, que a força de atrito estático está com o valor máximo. Vamos primeiro considerar a soma vetorial $\vec{F}$ da força (máxima) de atrito estático com a força normal. Como a força de atrito e a força normal são mutuamente perpendiculares e têm módulos proporcionais (Eq. 6-1), o ângulo da força $\vec{F}$ com a vertical é $\phi = \theta + \theta_s$, na qual tan $\theta_s = \mu_s$ (veja a Eq. 6-13) e θ é o ângulo de compensação. Como a componente horizontal da força $\vec{F}$ deve ser igual à força centrípeta (mv^2/R) e a componente vertical deve ser igual à força da gravidade (mg), chegamos a uma relação surpreendentemente simples:

$$\tan\phi = \frac{mv_{\max}^2/R}{mg} = \frac{v_{\max}^2}{Rg},$$

o que nos dá

$$v_{\max} = \sqrt{Rg\tan(\theta + \tan^{-1}\mu_s)} = \sqrt{\frac{Rg(\tan\theta + \mu_s)}{1 - \mu_s\tan\theta}}.$$

(a) Para que os carros não "dependam" do atrito estático para não derrapar, a componente da força da gravidade paralela à estrada deve ser suficiente para proporcionar a aceleração centrípeta necessária. Para determinar o ângulo mínimo para que isso aconteça, basta fazer $\mu_s = 0$ na equação acima, o que nos dá $v_{\text{máx}} = \sqrt{Rg\tan\theta}$. Para $v_{\text{máx}}$ = 60 km/h = 16,67 m/s e R = 150 m, obtemos θ = 11°.

(b) Por outro lado, se a curva não é compensada, θ = 0 e a equação acima se torna

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{Rg\mu_s}$$

Para $v_{\text{máx}}$ = 60 km/h = 16,67 m/s e R = 150 m, obtemos μ_s = 0,19.

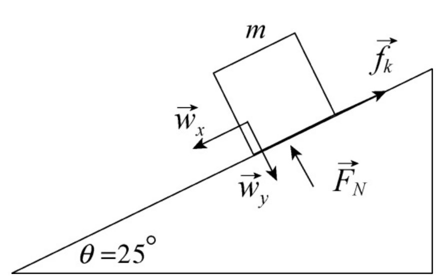
93. (a) Como a caixa não se move até o instante t = 2,8 s, no qual o módulo da força aplicada atinge o valor F = (1,8)(2,8) = 5,0 N, isso significa que $f_{s,\,\text{máx}}$ = 5,0 N. Sabemos também que o módulo da força normal é igual ao peso da caixa: $F_N = mg$ = 15 N. Assim, $\mu_s = f_{s,\,\text{máx}}/F_N$ = 0,34.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao eixo horizontal (e tomando como sentido positivo o sentido do movimento), temos:

$$F - f_k = ma \;\Rightarrow\; 1{,}8t - f_k = (1{,}5)(1{,}2t - 2{,}4)$$

O que nos dá f_k = 3,6 N. Assim, $\mu_k = f_k/F_N$ = 0,24.

94. Na figura a seguir, m = 140/9,8 = 14,3 kg é a massa da criança. Chamamos de $\vec{w}_x$ e $\vec{w}_y$ as componentes da força gravitacional que a Terra exerce sobre a criança; os módulos dessas componentes são $w_x = mg$ sen θ e $w_y = mg$ cos θ.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção paralela à superfície do escorrega, e tomando o sentido positivo como sendo para cima (de modo que a = –0,86 m/s²), temos:

$$f_k - 140\,\text{sen}\,25° = m(-0{,}86)$$

o que nos dá f_k = 47 N.

Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção perpendicular à superfície do escorrega, temos:

$$F_N - 140\cos 25° = 0 \;\Rightarrow\; F_N = 127\text{ N}.$$

Assim, $\mu_k = f_k/F_N = 0{,}37$.

(b) Voltando à primeira equação do item (a), vemos que, se a componente do peso paralela à superfície do escorrega não fosse suficiente para vencer o atrito estático, a criança não escorregaria. Isso significa que 140 sen 25° > $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$, o que nos dá tan 25° = 0,47 > μ_s. O valor máximo μ_s é, portanto, 0,47. O fato de que o valor mínimo de μ_s é μ_k é mais sutil; talvez seja conveniente reler a Seção 6-2 do livro. Se μ_k fosse maior que μ_s, a criança não poderia começar a se mover quando o atrito estático fosse superado (aumentando o ângulo do escorrega), já que o atrito se tornaria maior que o necessário para mantê-la em repouso! Os limites de μ_s são, portanto, 0,47 > μ_s > 0,37.

95. (a) A componente horizontal de $\vec{F}$ é responsável pelo movimento do esfregão, enquanto a componente vertical aumenta a força de atrito, ao aumentar a força normal. Aplicando a Segunda Lei de Newton à direção vertical, temos $F_N - F\cos\theta - mg = 0$; aplicando a Segunda Lei de Newton à direção horizontal, temos $F \operatorname{sen}\theta - f_k = 0$ (já que o esfregão, de acordo com o enunciado do problema, está se movendo com velocidade constante). Além disso, de acordo com a Eq. 6-2, $f_k = \mu_k F_N$. Combinando essas equações, obtemos

$$F = \frac{\mu_k mg}{\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta}\,.$$

(b) O pano de chão não poderá se mover se a componente horizontal de F for menor que a força máxima de atrito estático, $f_{s,\text{máx}}$. Isso significa que a condição limite é $F \operatorname{sen}\theta = f_{s,\text{máx}}$. Combinando essa equação com a Eq. 6-1 e com a equação de equilíbrio na direção vertical, $F_N - F\cos\theta - mg = 0$, temos:

$$F = \frac{\mu_s mg}{\operatorname{sen}\theta - \mu_s \cos\theta}$$

Como o denominador dessa equação se anula para $\mu_s = \tan\theta$, isso significa que o ângulo limite é $\mu_0 = \tan \quad \mu_s$; para $\theta < \theta_0$, o pano de chão permanecerá em repouso.

96. (a) A distância percorrida em uma revolução do carrossel é $2\pi R = 2\pi(4{,}6\text{ m}) = 29$ m. A velocidade (supostamente constante) é, portanto, $v = (29\text{ m})/(30\text{ s}) = 0{,}96$ m/s.

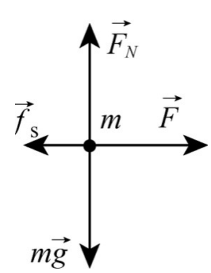
(b) A Segunda Lei de Newton (usando a Eq. 6-17 para o módulo da aceleração) nos dá

$$f_s = m\left(\frac{v^2}{R}\right) = m(0{,}20)$$

De acordo com a Eq. 6-1, como $F_N = mg$, o valor máximo do atrito estático é $f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg$. Igualando este valor a $f_s = m(0{,}20)$, podemos cancelar as massas e obter como resultado $\mu_s = 0{,}20/9{,}8 = 0{,}021$.

97. PENSE Neste problema, uma força é usada para acelerar uma caixa. Conhecendo a distância percorrida e a velocidade no final do percurso, podemos calcular o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso.

FORMULE A figura mostra o diagrama de corpo livre da caixa. Vamos tomar o sentido positivo do eixo x como sendo para a direita, o sentido positivo do eixo y como sendo para cima, e chamar de F o módulo da força



aplicada pelo operário. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento segundo os eixos x e y, obtemos, respectivamente, as equações

$$F - f_k = ma_x, \qquad F_N - mg = 0$$

Por outro lado, usando a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, obtemos

$$a_x = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{(1{,}0\ \text{m/s})^2 - 0}{2(1{,}4\ \text{m})} = 0{,}357\ \text{m/s}^2$$

em que $\Delta x = x - x_0$.

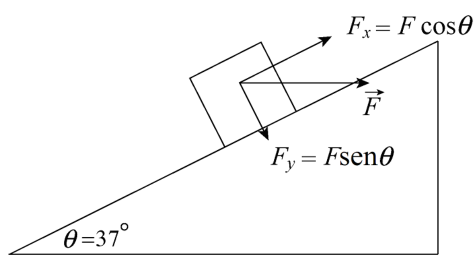
Combinando essas equações, podemos determinar o valor de μ_k.

ANALISE Explicitando μ_k na Eq. 6-2, $f_k = \mu_k F_N$, obtemos

$$\mu_k = \frac{f_k}{F_N} = \frac{F - ma_x}{mg} = \frac{85\ \text{N} - (40\ \text{kg})(0{,}357\ \text{m/s}^2)}{(40\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 0{,}18$$

APRENDA Escrevendo a aceleração na forma $a_x = (F/m) - \mu_k g$, vemos que o valor da aceleração aumenta quando μ_k diminui. Se o atrito for desprezível, ou seja, se $\mu_k = 0$, $a_x = F/m$.

98. A figura mostra as componentes da força F nas direções paralela e perpendicular ao plano inclinado.



(a) Aplicando a Segunda Lei de Newton às direções paralela e perpendicular à superfície do plano inclinado, temos:

$$F\cos\theta - f_k - mg\,\text{sen}\,\theta = ma$$
$$F_N - F\,\text{sen}\,\theta - mg\cos\theta = 0.$$

Usando a relação $f_k = \mu_k F_N$, essas equações nos dão

$$a = \frac{F}{m}(\cos\theta - \mu_k \text{sen}\theta) - g(\text{sen}\theta + \mu_k \cos\theta).$$

Fazendo $\mu_k = 0{,}30$, $F = 50$ N e $m = 5{,}0$ kg, obtemos $a = -2{,}1\ \text{m/s}^2$ ou $|a| = 2{,}1\ \text{m/s}^2$.

(b) O sentido de $\vec{a}$ é para baixo.

(c) Para $v_0 = +4{,}0$ m/s e $v = 0$, a Eq. 2-16 nos dá $\Delta x = -\dfrac{(4{,}0\ \text{m/s})^2}{2(-2{,}1\ \text{m/s}^2)} = 3{,}9$ m.

(d) Esperamos que $\mu_s \le \mu_k$; caso contrário, um objeto que começasse a se mover imediatamente começaria a ser freado (antes mesmo de ganhar velocidade)! No caso limite, em que $\mu_s = \mu_k = 0{,}30$, o máximo atrito estático, de acordo com a Eq. 6-1, seria

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N = \mu_s (F\,\text{sen}\,\theta + mg\cos\theta) = 21\ \text{N}$$

Acontece que, para que a aceleração ao longo do eixo x seja nula, devemos ter

$$f_s = F\cos\theta - mg\,\text{sen}\,\theta = 10\ \text{N}$$

Como o valor de f_s necessário para que o bloco permaneça em repouso é menor que $f_{s,\text{máx}}$, o bloco permanece em repouso.

99. (a) Como, nesta situação, $F_N = mg$,

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg = (0{,}52)(11\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2) = 56\text{ N}$$

Assim, o módulo da força horizontal que coloca o bloco na iminência de se mover é 56 N.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton à componente vertical do movimento, obtemos

$$F\text{sen}\,\theta + F_N = mg \;\Rightarrow\; f_{s,\text{máx}} = \mu_s(mg - F\text{ sen }\theta)$$

Assim, a componente horizontal da força que coloca o bloco na iminência de se mover é

$$F\cos\theta = \mu_s(mg - F\text{sen}\,\theta) \;\Rightarrow\; F = \frac{\mu_s mg}{\cos\theta + \mu_s\text{sen}\,\theta}$$

o que nos dá $F = 59$ N para $\theta = 60°$.

(c) Fazendo $\theta = -60°$, obtemos

$$F = \frac{(0{,}52)(11\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)}{\cos(-60°) + (0{,}52)\text{ sen}(-60°)} = 1{,}1\times 10^3\text{ N}$$

100. (a) Se, partindo do repouso com uma aceleração constante a, o esquiador percorre uma distância L em um intervalo de tempo t, $L = at^2/2$. Explicitando a e substituindo L e t por seus valores para os esquis convencionais, obtemos

$$a_1 = \frac{2L}{t_1^2} = \frac{2(200\text{ m})}{(61\text{ s})^2} = 0{,}11\text{ m/s}^2$$

(b) No caso dos novos esquis, temos

$$a_2 = \frac{2L}{t_2^2} = \frac{2(200\text{ m})}{(42\text{ s})^2} = 0{,}23\text{ m/s}^2$$

(c) A força resultante na direção da encosta para um esquiador de massa m é

$$F_{\text{res}} = mg\text{sen}\,\theta - f_k = mg(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta) = ma$$

o que nos dá, para os esquis convencionais,

$$\mu_{k1} = \tan\theta - \frac{a_1}{g\cos\theta} = \tan 3{,}0° - \frac{0{,}11\text{ m/s}^2}{(9{,}8\text{ m/s}^2)\cos 3{,}0°} = 0{,}041$$

(d) No caso dos novos esquis, temos

$$\mu_{k2} = \tan\theta - \frac{a_2}{g\cos\theta} = \tan 3{,}0° - \frac{0{,}23\text{ m/s}^2}{(9{,}8\text{ m/s}^2)\cos 3{,}0°} = 0{,}029$$

101. Vamos tomar como positivo o sentido “para baixo” do eixo vertical. A aplicação da segunda lei de Newton à componente vertical do movimento da criança nos dá

$$mg\text{sen}\,\theta - f_k = ma$$

De acordo com a Eq. 6-2,

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k m g$$

Portanto, $a = g(\text{sen}\,\theta - m_k \cos\theta) = -0{,}5\ \text{m/s}^2$ (note que, como a aceleração e a velocidade da criança têm sentidos opostos, a velocidade diminui com o tempo). Explicitando o coeficiente de atrito cinético e substituindo os valores conhecidos, obtemos $\mu_k = 0{,}76$.

102. (a) Vamos escolher os sentidos do eixo x (horizontal) e do eixo y (vertical) para que as componentes da força $\vec{F}$ sejam positivas. Nesse caso, $F_x = F_h = F\cos\theta = 100$ N.

(b) Como a aceleração vertical é nula, a aplicação da segunda lei de Newton à componente y do movimento nos dá

$$F_N + F_y = mg \Rightarrow F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta$$

em que $m = 25{,}0$ kg. Para $\theta = 0°$, essa equação nos dá $F_N = 245$ N.

(c) Para $\theta = 30{,}0°$, $F_x = F_h = F\cos\theta = 86{,}6$ N.

(d) Para $\theta = 30{,}0°$, $F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta = 195$ N.

(e) Para $\theta = 60{,}0°$, $F_x = F_h = F\cos\theta = 50{,}0$ N.

(f) Para $\theta = 60{,}0°$, $F_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta = 158$ N.

(g) A condição para que a cadeira escorregue é

$$F_x > f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N \text{ em que } \mu_s = 0{,}42$$

Para $\theta = 0°$, temos

$$F_x = 100\ \text{N} < f_{s,\text{máx}} = (0{,}42)(245\ \text{N}) = 103\ \text{N}$$

Portanto, a cadeira permanece em repouso.

(h) Para $\theta = 30{,}0°$, $F_x = 86{,}6\ \text{N} > f_{s,\text{máx}} = (0{,}42)(195\ \text{N}) = 81{,}9\ \text{N}$; portanto, a cadeira escorrega.

(i) Para $\theta = 60{,}0°$, $F_x = 50{,}0\ \text{N} > f_{s,\text{máx}} = (0{,}42)(158\ \text{N}) = 66{,}4\ \text{N}$; portanto, a cadeira permanece em repouso.

103. (a) A tração da corda é máxima no ponto mais baixo do percurso, pois, nesse ponto, a tração da corda e a força gravitacional atuam sobre a corda na mesma direção e em sentidos opostos.

(b) O valor da tração da corda nesse ponto da trajetória pode ser obtido combinando a segunda lei de Newton com a Eq. 6-18:

$$T - mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow T = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$$

Explicitando a velocidade na equação anterior, obtemos

$$v = \sqrt{R\left(\frac{T}{m} - g\right)} = \sqrt{(0{,}91\ \text{m})\left(\frac{40\ \text{N}}{0{,}37\ \text{kg}} - 9{,}8\ \text{m/s}^2\right)}$$

o que nos dá $v = 9{,}5$ m/s.

104. (a) A componente do peso paralela à encosta (tomando como positivo o sentido "para baixo") é $mg\,\text{sen}\,\theta$. Aplicando a segunda lei de Newton à componente do movimento paralela à encosta, obtemos a relação $mg\,\text{sen}\,\theta - f = ma$. Explicitando a e substituindo os parâmetros pelos seus valores, obtemos $a = 1{,}64$ m/s². De acordo com a Eq. 2-15,

$$80{,}0\ \text{m} = \left(6{,}20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t + \frac{1}{2}\left(1{,}64\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) t^2$$

Aplicando a fórmula de Báskara à equação anterior e escolhendo a raiz positiva, obtemos t = 6,80 s.

(b) Se executarmos os mesmos cálculos do item (a) para f = 42,0 N, em vez de f = 62,0 N, vamos obter t = 6,76 s.

105. A componente do peso paralela à rampa (tomando como positivo o sentido "para cima") é $P \operatorname{sen} \theta$, em que P é o peso do bloco. Aplicando a segunda lei de Newton à componente do movimento paralela à encosta e usando a Eq. 5-12, obtemos a relação

$$f_k - P\cos\theta = aP/g$$

Explicitando f_k e substituindo os parâmetros pelos seus valores, obtemos f_k = 20 N.

Aplicando a segunda lei de Newton à componente do movimento perpendicular à encosta, obtemos

$$F_N = P\cos\theta = (40)(0{,}9) = 36\ \text{N}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 6-2,

$$\mu_k = \frac{f_k}{F_N} = 0{,}56.$$

Capítulo 7

1. PENSE Quando o próton é acelerado, a velocidade e a energia cinética aumentam.

FORMULE Como a velocidade inicial do próton é conhecida, a velocidade final pode ser calculada usando a Eq. 2-16, que, no caso, assume a forma $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$, em que v é a velocidade final, v_0 é a velocidade inicial, a é a aceleração e Δx é a distância percorrida. Em seguida, a variação de energia cinética pode ser calculada usando a equação $\Delta K = K_f - K_i$, em que $K_f = mv_f^2/2$ é a energia cinética final, e $K_i = mv_i^2/2$ é a energia cinética inicial.

ANALISE (a) Para $\Delta x = 3{,}5$ cm $= 0{,}035$ m e $a = 3{,}6 \times 10^{15}$ m/s², temos

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta x} = \sqrt{\left(2{,}4\times10^7 \text{ m/s}\right)^2 + 2\ \left(3{,}6\times10^{15} \text{ m/s}^2\right)\left(0{,}035 \text{ m}\right)} = 2{,}9\times10^7 \text{ m/s}$$

(b) A energia cinética inicial é

$$K_i = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\ \left(1{,}67\times10^{-27} \text{ kg}\right)\left(2{,}4\times10^7 \text{ m/s}\right)^2 = 4{,}8\times10^{-13} \text{ J}$$

e a energia cinética final é

$$K_f = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\ \left(1{,}67\times10^{-27} \text{ kg}\right)\left(2{,}9\times10^7 \text{ m/s}\right)^2 = 6{,}9\times10^{-13} \text{ J}$$

Assim, a variação de energia cinética é

$$\Delta K = K_f - K_i = 6{,}9 \times 10^{-13} \text{ J} - 4{,}8 \times 10^{-13} \text{ J} = 2{,}1 \times 10^{-13} \text{ J}$$

APRENDA A variação de energia cinética pode ser escrita na forma

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}m(2a\Delta x) = ma\Delta x = F\Delta x = W$$

que, de acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, é o trabalho realizado sobre a partícula.

2. Para uma velocidade $v = 11.200$ m/s, temos:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2.9\times10^5)\ (11200)^2 = 1.8\times10^{13}\ \text{J.}$$

3. (a) A variação da energia cinética do meteorito seria

$$\begin{aligned}\Delta K = K_f - K_i = -K_i &= -\frac{1}{2}m_i v_i^2 \\ &= -\frac{1}{2}\left(4\times10^6 \text{ kg}\right)\ \left(15\times10^3 \text{ m/s}\right)^2, \\ &= -5\times10^{14} \text{ J}\end{aligned}$$

ou $|\Delta K| = 5\times10^{14}$ J. O sinal negativo indica que a energia cinética final seria menor que a energia cinética inicial.

(b) A perda de energia em megatons de TNT seria

$$-\Delta K = \left(5\times10^{14} \text{ J}\right)\left(\frac{1 \text{ megaton de TNT}}{4{,}2\times10^{15} \text{ J}}\right) = 0{,}1 \text{megaton de TNT.}$$

(c) Como 1 megaton = 1000 quilotons, o número N de bombas que seria equivalente ao impacto do meteorito é dado por

$$N = \frac{0.1\times1000 \text{ kiloton TNT}}{13 \text{ kiloton TNT}} = 8.$$

4. Vamos aplicar a equação $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, que aparece na Tabela 2-1. Como $x_0 = 0$ e $v_0 = 12$ m/s no instante $t = 0$, a equação se torna

$$x(t) = 12t + \tfrac{1}{2}at^2.$$

Como $x = 10$ m para $t = 1{,}0$ s, $a = -4{,}0$ m/s^2. O fato de que $a < 0$ significa que a velocidade da conta está diminuindo. A posição da conta é dada por $x(t) = 12t - 2{,}0t^2$. Derivando x em relação a t, obtemos

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 12 - 4{,}0t.$$

No instante $t = 3{,}0$ s, $v(3{,}0) = 0$ e a conta para momentaneamente. A velocidade no instante $t = 10$ s é $v(10) = -28$ m/s e a energia cinética correspondente é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1{,}8\times10^{-2}\,\text{kg})(-28\ \text{m/s})^2 = 7{,}1\ \text{J}.$$

5. Vamos chamar a massa do pai de m e a velocidade inicial do pai de v_i. A energia cinética inicial do pai é

$$K_i = \frac{1}{2}K_{\text{filho}}$$

e a energia cinética final (quando a velocidade é $v_f = v_i + 1{,}0$ m/s) é $K_f = K_{\text{filho}}$. Usamos essas relações e a Eq. 7-1 para resolver o problema.

(a) Como $K_i = \frac{1}{2}K_{\text{filho}}$, temos:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m\ (v_i + 1.0)^2\right).$$

o que leva a uma equação do segundo grau em v_i:

$$\frac{1}{2}v_i^2 - v_i - \frac{1}{2} = 0.$$

A raiz positiva da equação acima (a única fisicamente aceitável) é $v_i = 2{,}4$ m/s.

(b) Como $K_i = \frac{1}{2}K_{\text{filho}}$ e $m_{\text{filho}} = \text{m}/2$, temos:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)v_{\text{son}}^2\right)$$

o que nos dá $v_{\text{filho}} = 2v_{\text{i}} = 4{,}8$ m/s.

6. Podemos usar a Eq. 2-15, $x(t) = x_0 + v_0 t + at^2/2$. Como, no instante $t = 0$ s, $x_0 = 0$ e $v_0 = 12$ m/s, a equação se torna (em unidades do SI)

$$x(t) = 12t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Fazendo $x = 10$ m e $t = 1{,}0$ s na equação anterior, obtemos $a = -4{,}0$ m/s^2. O fato de que $a < 0$ significa que a velocidade da conta está diminuindo com o tempo. Substituindo a pelo seu valor na equação anterior e derivando em relação a t, obtemos

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 12 - 4{,}0t$$

De acordo com essa equação, a velocidade da conta no instante t = 10 s é v = –28 m/s e a energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1{,}8\times10^{-2}\,\text{kg})(-28\ \text{m/s})^2 = 7{,}1\ \text{J}$$

7. Como este problema envolve um movimento com aceleração constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1, como $x = v_0 t + at^2/2$ (fazendo x_0 = 0). Para o terceiro e quinto pontos, temos:

$$0{,}2\,\text{m} = v_0(1{,}0\ \text{s}) + \frac{1}{2}a\ (1{,}0\ \text{s})^2$$
$$0{,}8\,\text{m} = v_0(2{,}0\ \text{s}) + \frac{1}{2}a\ (2{,}0\ \text{s})^2.$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos v_0 = 0 e a = 0,40 m/s². Existem duas formas de completar a solução do problema. Uma é calcular a força a partir da equação $F = ma$ e usar a Eq. 7-7 para calcular o trabalho; outra é levar em conta o fato de que o trabalho W é igual à variação da energia cinética ΔK (Eq. 7-10). Usando a segunda abordagem, calculamos primeiro a velocidade no instante t = 2,0 s a partir da equação $v = v_0 + at$, obtendo v = 0,80 m/s. Assim,

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}(3{,}0\,\text{kg})(0{,}80\,\text{m/s})^2 = 0{,}96\ \text{J}.$$

8. De acordo com a Eq. 7-8 e a Eq. 3-23, o trabalho realizado pela força sobre o bloco de gelo é dado por

$$\begin{aligned} W &= \vec{F}\cdot\vec{d} \\ &= \left(210\hat{\text{i}} - 150\hat{\text{j}}\right)\cdot\left(15\hat{\text{i}} - 12\hat{\text{j}}\right) \\ &= (210)\ (15) + (-150)\ (-12) \\ &= 5{,}0\times10^3\ \text{J}. \end{aligned}$$

9. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética,

$$\begin{aligned} W &= \Delta K \\ &= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \\ &= \frac{1}{2}(2{,}0\ \text{kg})\left[(6{,}0\ \text{m/s})^2 - (4{,}0\ \text{m/s})^2\right] \\ &= 20\,\text{J}. \end{aligned}$$

Note que o resultado não depende das *direções* de $\vec{v}_f$ e $\vec{v}_i$.

10. De acordo com a Eq. 7-8, temos:

$$W = F_x\Delta x + F_y\Delta y = (2{,}0\ \text{N})\cos(100°)(3{,}0\ \text{m}) + (2{,}0\ \text{N})\text{sen}(100°)(4{,}0\ \text{m}) = 6{,}8\ \text{J}.$$

11. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$\Delta K = W = \vec{F}\cdot\vec{d} = Fd\cos\phi\,.$$

Além disso, $F = 12$ N e $d = \sqrt{(2{,}00\ \text{m})^2 + (-4{,}00\ \text{m})^2 + (3{,}00\ \text{m})^2} = 5{,}39$ m.

(a) Para $\Delta K = +30{,}0$ J,

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\Delta K}{Fd}\right) = \cos^{-1}\left[\frac{30{,}0\ \text{J}}{(12{,}0\ \text{N})(5{,}39\ \text{m})}\right] = 62{,}3°$$

(b) Para $\Delta K = -30{,}0\ \text{J}$,

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\Delta K}{Fd}\right) = \cos^{-1}\left[\frac{-30{,}0\ \text{J}}{(12{,}0\ \text{N})(5{,}39\ \text{m})}\right] = 118°.$$

12. (a) De acordo com a Eq. 7-6, $F = W/x = 3{,}00$ N (a inclinação da reta da Fig. 7-25).

(b) De acordo com a Eq. 7-10, $K = K_i + W = 3{,}00\ \text{J} + 6{,}00\ \text{J} = 9{,}00$ J.

13. Vamos tomar o sentido do movimento do trenó como sentido positivo do eixo x. Nesse caso, a aceleração $\vec{a}$ e a força $\vec{F}$ são negativas.

(a) De acordo com a segunda lei de Newton, $\vec{F} = (85\,\text{kg})(-2{,}0\,\text{m/s}^2)$ e, portanto,

$$F = \left|\vec{F}\right| = 1{,}7 \times 10^2\ \text{N}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-16 (com $v = 0$), temos:

$$0 = v_0^2 + 2a\Delta x \;\Rightarrow\; \Delta x = -\frac{(37\,\text{m/s})^2}{2(-2{,}0\,\text{m/s}^2)} = 3{,}4 \times 10^2\,\text{m}.$$

Também podemos calcular a distância percorrida usando o teorema do trabalho e energia cinética.

(c) Como a força $\vec{F}$ tem o sentido oposto ao do movimento (ou seja, o ângulo ϕ entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$ é 180°), a Eq. 7-7 nos dá $W = -F\Delta x = -5.8 \times 10^4\ \text{J}$.

(d) Nesse caso, a segunda lei de Newton nos dá $\vec{F} = (85\ \text{kg})\ (-4.0\ \text{m/s}^2)$ e, portanto, $F = |\vec{F}| = 3{,}4 \times 10^2\,\text{N}$.

(e) De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$\Delta x = -\frac{(37\,\text{m/s})^2}{2(-4{,}0\,\text{m/s}^2)} = 1{,}7 \times 10^2\ \text{m}.$$

(f) Como, mais uma vez, a força $\vec{F}$ tem o sentido oposto ao do movimento (ou seja, o ângulo ϕ entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$ é 180°), a Eq. 7-7 nos dá $W = -F\Delta x = -5{,}8 \times 10^4$ J. O fato de que este resultado é igual ao do item (c) é uma consequência da lei de conservação da energia.

14. Como todas as forças são constantes, o trabalho total é dado por $W = F_{\text{res}}\Delta x$, na qual F_{res} é o módulo da força resultante e Δx é o módulo do deslocamento. As componentes x e y da força resultante são

$$\begin{aligned}
F_{\text{res}\,x} &= -F_1 - F_2\ \text{sen}\,50° + F_3 \cos 35° = -3{,}00\ \text{N} - (4{,}00\ \text{N})\ \text{sen}\ 35° + (10{,}0\ \text{N})\cos 35° \\
&= 2{,}127\ \text{N} \\
F_{\text{res}\,y} &= -F_2 \cos 50° + F_3\ \text{sen}\,35° = -(4{,}00\ \text{N})\cos 50° + (10{,}0\ \text{N})\ \text{sen}\,35° \\
&= 3{,}165\ \text{N}.
\end{aligned}$$

O módulo da força resultante é

$$F_{\text{res}} = \sqrt{F_{\text{res}\,x}^2 + F_{\text{res}\,y}^2} = \sqrt{(2{,}13\ \text{N})^2 + (3{,}17\ \text{N})^2} = 3{,}82\,\text{N}.$$

O trabalho realizado pela força resultante é

$$W = F_{res}d = (3{,}82\,\text{N})(4{,}00\,\text{m}) = 15{,}3\ \text{J}$$

na qual usamos o fato de que $\vec{d} \parallel \vec{F}_{res}$ (pois a caixa partiu do repouso e se moveu horizontalmente ao ser submetida a forças horizontais, cuja resultante é $\vec{F}_{res}$).

15. (a) Como as forças são constantes, o trabalho realizado por elas é dado por $W = \vec{F}\cdot\vec{d}$, em que $\vec{d}$ é o deslocamento. Como a força $\vec{F}_1$ age na direção do deslocamento,

$$W_1 = F_1 d\cos\phi_1 = (5{,}00\,\text{N})(3{,}00\,\text{m})\cos 0° = 15{,}0\ \text{J}.$$

Como a força $\vec{F}_2$ faz um ângulo de 120° com a direção do deslocamento,

$$W_2 = F_2 d\cos\phi_2 = (9{,}00\,\text{N})(3{,}00\,\text{m})\cos 120° = -13{,}5\ \text{J}.$$

Como a força $\vec{F}_3$ é perpendicular à direção do deslocamento,

$$W_3 = F_3 d\cos\phi_3 = 0, \text{ pois } \cos 90° = 0.$$

O trabalho total realizado pelas três forças é

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 15{,}0\ \text{J} - 13{,}5\ \text{J} + 0 = +1{,}50\ \text{J}.$$

(b) A energia cinética aumenta de 1,50 J durante o deslocamento.

16. A variação de energia cinética é dada por

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}m(2a\Delta x) = ma\Delta x$$

em que usamos a relação $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ da Tabela 2-1. De acordo com a Fig. 7-28, $\Delta K = (0-30)\ \text{J} = -30\ \text{J}$ para $\Delta x = +5\ \text{m}$. A aceleração é, portanto,

$$a = \frac{\Delta K}{m\Delta x} = \frac{(-30\ \text{J})}{(8{,}0\ \text{kg})(5{,}0\ \text{m})} = -0{,}75\ \text{m/s}^2.$$

O sinal negativo mostra que a velocidade do objeto está diminuindo. De acordo com a Fig. 7-28, a energia cinética se anula no ponto $x = 5\ \text{m}$, o que significa que o objeto para momentaneamente. Assim,

$$v_0^2 = v^2 - 2a\Delta x = 0 - 2(-0{,}75\ \text{m/s}^2)(5{,}0\ \text{m}) = 7{,}5\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

ou $v_0 = 2{,}7\ \text{m/s}$. A velocidade do objeto no ponto $x = -3{,}0$ m é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta x} = \sqrt{7{,}5\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 2(-0{,}75\ \text{m/s}^2)(-3{,}0\ \text{m})} = \sqrt{12}\ \text{m/s} = 3{,}5\ \text{m/s}.$$

17. PENSE O helicóptero realiza trabalho para levantar a astronauta, porque ela está sob a ação da força gravitacional. Esse trabalho é convertido em energia cinética da astronauta.

FORMULE Vamos chamar de $\vec{F}$ a força exercida pelo cabo sobre a astronauta e de $\vec{F}_g$ a força gravitacional a que a astronauta está submetida. A força do cabo, de módulo F, aponta para cima, e a força gravitacional, de módulo $F_g = mg$, aponta para baixo. De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$F - mg = ma \;\Rightarrow\; F = m(g + a) = \frac{11}{10}mg$$

ANALISE (a) Como a força $\vec{F}$ do cabo e o deslocamento $\vec{d}$ da astronauta têm o mesmo sentido, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ é

$$W_F = Fd = \frac{11mgd}{10} = \frac{11\,(72\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(15\text{ m})}{10} = 1{,}164\times10^4\text{ J} \approx 1{,}2\times10^4\text{ J}$$

(b) Como a força gravitacional $\vec{F}_g$ e o deslocamento $\vec{d}$ da astronauta têm sentidos opostos, o trabalho realizado pela força gravitacional é

$$W_g = -F_g d = -mgd = -\,(72\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(15\text{ m}) = -1{,}058\times10^4\text{ J} \approx -1{,}1\times10^4\text{ J}$$

(c) O trabalho total é a soma dos dois trabalhos:

$$W_{\text{tot}} = W_F + W_g = 1{,}164\times10^4\text{ J} - 1{,}058\times10^4\text{ J} = 1{,}06\times10^3\text{ J} \approx 1{,}1\times10^3\text{ J}$$

De acordo com o teorema do trabalho e energia, a energia cinética da astronauta imediatamente antes de chegar ao helicóptero é $K = W_{\text{tot}} = 1{,}1 \times 10^3$ J.

(d) Como $K = mv^2/2$, a velocidade da astronauta nesse instante é

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(1{,}06\times10^3\text{ J})}{72\text{ kg}}} = 5{,}4\text{ m/s}.$$

APRENDA No caso de uma aceleração a, o trabalho realizado é

$$W_{\text{tot}} = W_F + W_g = Fd - F_g d = m(g+a)d - mgd = mad$$

Como, de acordo com o teorema do trabalho e energia, $W_{\text{tot}} = \Delta K = mv^2/2$, a velocidade da astronauta nesse caso será $v = \sqrt{2ad}$. Note que esse resultado não depende da massa da astronauta. Para os dados do problema, $v = \sqrt{2(9{,}8\text{ m/}s^2/10)(15\text{ m})} = 5{,}4\text{ m/s}$, o mesmo valor que foi obtido no item (d).

18. Nos dois casos, como não existe aceleração, a força usada para levantar o objeto é igual ao peso do objeto.

(a) De acordo com a Eq. 7-8, $W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (360\,\text{kN})(0{,}10\,\text{m}) = 36$ kJ.

(b) Nesse caso, $W = (4000\text{ N})(0{,}050\text{ m}) = 2{,}0\times10^2\text{ J}$.

19. Poderíamos usar a Eq. 7-15, mas, na verdade, para responder ao que foi pedido no enunciado do problema, basta calcular a contribuição da corda (que corresponde ao termo "W_a" da Eq. 7-15):

$$W_a = -(50\text{ N})(0{,}50\text{ m}) = -25\text{ J}$$

(O sinal negativo aparece porque a força exercida pela corda tem o sentido oposto ao do movimento do bloco.) Assim, a energia cinética aumentaria 25 J se o bloco não estivesse preso a uma corda (e sofresse o mesmo deslocamento).

20. De acordo com o gráfico da Fig. 7-30, a energia cinética (em joules) varia com x (em metros) de acordo com a equação

$$K = K_s - 20x = 40 - 20x\,.$$

Como $W = \Delta K = \vec{F}_x \cdot \Delta x$, a componente da força na direção do semieixo x positivo é $F_x = dK/dx = -20$ N. A força normal que age sobre o bloco é $F_N = F_y$ e está relacionada à força da gravidade através da equação

$$mg = \sqrt{F_x^2 + (-F_y)^2}$$

(Note que F_N aponta no sentido oposto ao da componente da força gravitacional.) Para uma energia cinética inicial K_s = 40,0 J e v_0 = 4,00 m/s, a massa do bloco é

$$m = \frac{2K_s}{v_0^2} = \frac{2(40{,}0\ \text{J})}{(4{,}00\ \text{m/s})^2} = 5{,}00\ \text{kg}.$$

Assim, a força normal é

$$F_y = \sqrt{(mg)^2 - F_x^2} = \sqrt{(5{,}0\ \text{kg})^2(9{,}8\ \text{m/s}^2)^2 - (20\ \text{N})^2} = 44{,}7\ \text{N} \approx 45\ \text{N}.$$

21. PENSE Neste problema, a corda realiza trabalho sobre o bloco para evitar que ele entre em queda livre.

FORMULE Vamos chamar de F o módulo da força que a corda exerce sobre o bloco. Tomando o sentido para baixo como positivo, a segunda lei de Newton nos dá

$$\vec{F}_{\text{tot}} = m\vec{a} \Rightarrow Mg - F = M\left(\frac{g}{4}\right)$$

e, portanto, $F = 3Mg/4$, no sentido oposto ao do deslocamento.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 7-7, o trabalho realizado pela força da corda sobre o bloco é

$$W_F = -Fd = -\frac{3}{4}Mgd$$

(b) De acordo com a mesma equação, o trabalho realizado pela força da gravidade sobre o bloco é $W_g = F_g d = Mgd$.

(c) O trabalho total realizado sobre o bloco é a soma dos dois trabalhos:

$$W_{\text{tot}} = W_F + W_g = -\frac{3}{4}Mgd + Mgd = \frac{1}{4}Mgd$$

De acordo com a Eq. 7-15, a energia cinética do bloco depois de descer uma distância d partindo do repouso é $K = W_{\text{tot}} = Mgd/4$.

(d) Como $K = Mv^2/2$, a velocidade do bloco nesse instante é

$$v = \sqrt{\frac{2K}{M}} = \sqrt{\frac{2(Mgd/4)}{M}} = \sqrt{\frac{gd}{2}}$$

APRENDA No caso de uma aceleração a, a força exercida pela corda é $F = m(g - a)$ e o trabalho realizado pela corda sobre o bloco é $W_{\text{tot}} = F_{\text{res}}d = mad$. A velocidade do bloco depois de descer uma distância d é $v = \sqrt{2ad}$. No caso especial em que o bloco está parado, $a = 0$, $F = mg$ e $v = 0$. Neste problema, $a = g/4$ e, portanto, $v = \sqrt{2(g/4)\ d} = \sqrt{gd/2}$, o mesmo valor obtido no item (d).

22. Vamos chamar de d o módulo do deslocamento do espeleólogo em cada estágio. A massa do espeleólogo é m = 80,0 kg. O trabalho executado pela força usada para içá-lo será chamada de W_i, na qual i = 1, 2, 3 para os três estágios. O problema pode ser resolvido usando o teorema do trabalho e energia cinética, Eq. 17-15.

(a) No estágio 1, $W_1 - mgd = \Delta K_1 = m\,v_1^2/2$, na qual v_1 = 5,00 m/s. Isso nos dá

$$W_1 = mgd + \frac{1}{2}mv_1^2 = (80.0)\ (9.8)\ (10.0)\ +\ \frac{1}{2}(8.00)(5.00)^2 = 8.84\times10^3\ \text{J}.$$

(b) No estágio 2, $W_2 - mgd = \Delta K_2 = 0$, o que nos dá

$$W_2 = mgd = (80.0\ \text{kg})\ \left(9.8\ \text{m/s}^2\right)\ (10.0\ \text{m})\ = 7.84\times10^3\ \text{J}.$$

(c) No estágio 3, $W_3 - mgd = \Delta K_3 = -m v_1^2/2$. Isso nos dá

$$W_3 = mgd - \frac{1}{2}mv_1^2 = (80.0)\ (9.8)\ (10.0)\ -\ \frac{1}{2}(8.00)(5.00)^2 = 6.84\times10^3\ \text{J}.$$

23. O fato de que a força aplicada $\vec{F}_a$ faz com que a caixa suba uma rampa sem atrito com velocidade constante significa que não há variação de energia cinética: $\Delta K = 0$. Assim, o trabalho realizado por $\vec{F}_a$ é igual ao negativo do trabalho realizado pela gravidade: $W_a = -W_g$. Como a caixa sofre um deslocamento vertical h = 0,150 m, temos:

$$W_a = +mgh = (3{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}150\ \text{m}) = 4{,}41\ \text{J}$$

24. (a) Usando a notação adotada em muitas calculadoras científicas, temos, de acordo com a Eq. 7-8, W = dot([20.0,0] + [0, –(3.00)(9.8)], [0.500 ∠ 30.0º]) = +1,31 J , onde "dot" significa produto escalar.

(b) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10,

$$v = \sqrt{2(1{,}31\ \text{J})/(3{,}00\ \text{kg})} = 0{,}935\ \text{m/s}.$$

25. (a) A força resultante que age sobre o sistema elevador-queijo é dada por

$$F + F_N - (m+M)g = (m+M)a$$

em que m = 0,250 kg é a massa do pedaço de queijo, M = 900 kg é a massa do elevador, F é a força exercida pelo cabo sobre o elevador e F_N = 3,00 N é a força normal exercida pelo piso do elevador sobre o queijo.

Considerando apenas o queijo, temos:

$$F_N - mg = ma \ \Rightarrow\ a = \frac{3{,}00\ \text{N} - (0{,}250\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)}{0{,}250\ \text{kg}} = 2{,}20\ \text{m/s}^2.$$

Assim, a força exercida pelo cabo sobre o elevador é

$$F = (m+M)(a+g) - F_N = 1{,}08\times10^4\ \text{N}$$

e o trabalho realizado pelo cabo é

$$W = Fd_1 = (1{,}80\times10^4\ \text{N})(2{,}40\ \text{m}) = 2{,}59\times10^4\ \text{J}.$$

(b) Para W = 92,61 kJ e d_2 = 10,5 m, o módulo da força normal é

$$F_N = (m+M)g - \frac{W}{d_2} = (0{,}250\ \text{kg} + 900\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2) - \frac{9{,}261\times10^4\ \text{J}}{10{,}5\ \text{m}} = 2{,}45\ \text{N}.$$

26. Como o bloco está em repouso antes e depois do deslocamento, podemos usar as Eqs. 7-25 e 7-28. O trabalho realizado pela força é dado por

$$W_a = -W_s = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2).$$

A constante elástica é k = (80 N)/(2,0 cm) = 4,0 × 10³ N/m. Para W_a = 4,0 J e x_i = –2,0 cm, temos:

$$x_f = \pm\sqrt{\frac{2W_a}{k} + x_i^2} = \pm\sqrt{\frac{2(4{,}0\ \text{J})}{(4{,}0\times10^3\ \text{N/m})} + (-0{,}020\ \text{m})^2} = \pm 0{,}049\ \text{m} = \pm 4{,}9\ \text{cm}.$$

27. De acordo com a Eq. 7-25, o trabalho realizado pela mola é

$$W_s = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)\,.$$

O fato de que uma força de 360 N deve ser aplicada para fazer o bloco se deslocar até o ponto x = + 4,0 cm significa que a constante elástica é

$$= \frac{360 \text{ N}}{4{,}0 \text{ cm}} = 90 \text{ N/cm} = 9{,}0 \times 10 \quad \text{N/m}\,.$$

(a) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = +3,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3 \text{ N/m})[(0{,}050 \text{ m})^2 - (0{,}030 \text{ m})^2] = 7{,}2 \text{ J}.$$

(b) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −3,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3 \text{ N/m})[(0{,}050 \text{ m})^2 - (-0{,}030 \text{ m})^2] = 7{,}2 \text{ J}.$$

(c) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −5,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3 \text{ N/m})[(0{,}050 \text{ m})^2 - (-0{,}050 \text{ m})^2] = 0 \text{ J}.$$

(d) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −9,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3 \text{ N/m})[(0{,}050 \text{ m})^2 - (-0{,}090 \text{ m})^2] = -25 \text{ J}.$$

28. A constante elástica é k = 100 N/m e o alongamento é x_i = 5,00 m. Usando a Eq. 7-25 com x_f = 0, obtemos:

$$W = \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}(100 \text{ N/m})(5{,}00 \text{ m})^2 = 1{,}25\times 10^3 \text{ J}.$$

29. O trabalho realizado pela mola é dado pela Eq. 7-25: $W_s = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$. A constante elástica k pode ser determinada a partir do gráfico da Fig. 7-34, que mostra o trabalho realizado para deslocar o bloco de x = 0 até x = 3,0 cm. Como a parábola $W_a = kx^2/2$ passa pelos pontos (0,0), (2,0 cm, 0,40 J) e (3,0 cm, 0,90 J), concluímos que $k = 2{,}0 \times 10^3$ N/m.

(a) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = +4,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(2{,}0\times 10^3 \text{ N/m})[(0{,}050 \text{ m})^2 - (0{,}040 \text{ m})^2] = 0{,}90 \text{ J}.$$

(b) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −2,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(2{,}0\times 10^3 \text{ N/m})[(0{,}050 \text{ m})^2 - (-0{,}020 \text{ m})^2] = 2{,}1 \text{ J}.$$

(c) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x_i = −5,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(2{,}0\times 10^3 \text{ N/m})[(0{,}050 \text{ m})^2 - (-0{,}050 \text{ m})^2] = 0 \text{ J}.$$

30. A Lei de Hooke e o trabalho realizado por uma mola são discutidos neste capítulo. Aplicamos o teorema do trabalho e energia cinética, na forma $\Delta K = W_a + W_s$, aos pontos x = 1,0 m e x = 2,0 m da Fig. 7-35. Reconhecendo que o trabalho "aplicado" W_a está associado à força constante $\vec{P}$, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$4 \text{ J} = P(1{,}0 \text{ m}) - \frac{1}{2}k(1{,}0 \text{ m})^2$$
$$0 = P(2{,}0 \text{ m}) - \frac{1}{2}k(2{,}0 \text{ m})^2.$$

(a) Resolvendo o sistema de equações, obtemos P = 8,0 N.

(b) Substituindo P pelo seu valor em uma das equações, obtemos k = 8,0 N/m.

31. PENSE Como o corpo é submetido a uma força variável ao se mover no eixo x, o trabalho realizado sobre o corpo deve ser calculado por integração.

FORMULE O trabalho realizado pela força quando o corpo se desloca do ponto x_i = 3,0 m para o ponto x_f = 4,0 m é dado por

$$W=\int_{x_i}^{x_f} F_x\ dx=\int_{x_i}^{x_f} -6x\ dx=-3(x_f^2-x_i^2)=-3\ (4{,}0^2-3{,}0^2)=-21\ \text{J}$$

De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, a variação de energia cinética durante esse deslocamento é

$$W=\Delta K=\frac{1}{2}m\left(v_f^2-v_i^2\right)$$

em que v_i é a velocidade no ponto x_i, e v_f é a velocidade no ponto x_f. Conhecendo v_i, podemos calcular v_f.

ANALISE (a) Explicitando v_f na equação anterior, obtemos

$$v_f=\sqrt{\frac{2W}{m}+v_i^2}=\sqrt{\frac{2(-21\ \text{J})}{2{,}0\ \text{kg}}+(8{,}0\ \text{m/s})^2}=6{,}6\ \text{m/s}$$

(b) De acordo com o teorema do trabalho e energia,

$$W=\Delta K \quad\Rightarrow\quad -3\left(x_f^2-x_i^2\right)=\frac{1}{2}m\ \left(v_f^2-v_i^2\right)$$

Portanto,

$$x_f=\sqrt{-\frac{m}{6}\left(v_f^2-v_i^2\right)+x_i^2}=\sqrt{-\frac{2.0\ \text{kg}}{6\ \text{N/m}}\left((5{,}0\ \text{m/s})^2-(8{,}0\ \text{m/s})^2\right)+(3{,}0\ \text{m})^2}=4{,}7\ \text{m}$$

APRENDA Para $x_f > x_i$, $W=-3(x_f^2-x_i^2)<0$, ou seja, o trabalho realizado pela força é negativo. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, isso significa que $\Delta K<0$. Assim, a velocidade do corpo diminui progressivamente até se anular no ponto x_f = 5,5 m. Desse momento em diante, o corpo passa a se mover com velocidade crescente no sentido negativo do eixo x até o ponto x = 0. A partir desse ponto, a velocidade do corpo diminui progressivamente até se anular no ponto x_f = –5,5 m. Desse momento em diante, o corpo passa a se mover com velocidade crescente no sentido positivo do eixo x até o ponto x = 0. O ciclo se repete indefinidamente.

32. O trabalho realizado pela mola é dado pela Eq. 7-25: $W_s=k(x_i^2-x_f^2)/2$. Como F_x = –kx, a inclinação da reta da Fig. 7-36 corresponde à constante elástica k. O valor da constante elástica é k = 80 N/cm = 8,0 × 10³ N/m.

(a) Quando o bloco se desloca de x_i = +8,0 cm para x = +5,0 cm, temos:

$$W_s=\frac{1}{2}(8{,}0\times10^3\ \text{N/m})[(0{,}080\ \text{m})^2-(0{,}050\ \text{m})^2]=15{,}6\ \text{J}\approx16\ \text{J}.$$

(b) Quando o bloco se desloca de x_i = +8,0 cm para x = 5,0 cm, temos:

$$W_s=\frac{1}{2}(8{,}0\times10^3\ \text{N/m})[(0{,}080\ \text{m})^2-(-0{,}050\ \text{m})^2]=15{,}6\ \text{J}\approx16\ \text{J}.$$

(c) Quando o bloco se desloca de x_i = +8,0 cm para x = –8,0 cm, temos:

$$W_s=\frac{1}{2}(8{,}0\times10^3\ \text{N/m})[(0{,}080\ \text{m})^2-(-0{,}080\ \text{m})^2]=0\ \text{J}.$$

(d) Quando o bloco se desloca de $x_i = +8{,}0$ cm para $x = -10{,}0$ cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(8{,}0\times10^3 \text{ N/m})[(0{,}080 \text{ m})^2 - (-0{,}10 \text{ m})^2] = -14{,}4 \text{ J} \approx -14 \text{ J}.$$

33. (a) De acordo com a Eq. 7-28, temos:

$$Fx = kx^2/2 \;\Rightarrow\; (3{,}0 \text{ N})\, x = (50 \text{ N/m})x^2/2,$$

o que nos dá uma única solução diferente de zero, $x = (3{,}0/25)$ m $= 0{,}12$ m.

(b) O trabalho realizado pela força aplicada é $W_a = Fx = (3{,}0 \text{ N})(0{,}12 \text{ m}) = 0{,}36$ J.

(c) De acordo com a Eq. 7-28, $W_s = -W_a = -0{,}36$ J.

(d) Fazendo $K_f = K$ e $K_i = 0$, a Eq. 7-27 nos dá $K = Fx - kx^2/2$. Vamos derivar K em relação a x e igualar a expressão resultante a zero para determinar o valor de x, x_c, para o qual a energia cinética K é máxima:

$$x_c = \frac{F}{k} = (3{,}0/50) \text{ m} = 0{,}060 \text{ m}.$$

Note que x_c também é o ponto no qual a força resultante é nula.

(e) Fazendo $x = x_c$ na expressão da energia cinética, obtemos $K = K_{max} = 0{,}090$ J.

34. De acordo com o gráfico da Fig. 7-37, a aceleração a varia linearmente com a coordenada x. Assim, sabemos que a aceleração varia de acordo com a equação $a = \alpha x$, em que α é a inclinação da reta. De acordo com os valores mostrados no gráfico,

$$\alpha = \frac{20 \text{ m/s}^2}{8{,}0 \text{ m}} = 2{,}5 \text{ s}^{-2}.$$

A força aplicada ao tijolo aponta no sentido positivo do eixo x e, de acordo com a segunda lei de Newton, seu módulo é dado por $F = ma = m\alpha x$. Chamando de x_f a coordenada do ponto final do deslocamento, o trabalho realizado pela força é

$$W = \int_0^{x_f} F\, dx = m\alpha\int_0^{x_f} x\, dx = \frac{m\alpha}{2}x_f^2 = \frac{(10\,\text{kg})(2{,}5\,\text{s}^{-2})}{2}(8{,}0 \text{ m})^2 = 8{,}0\times10^2 \text{ J}.$$

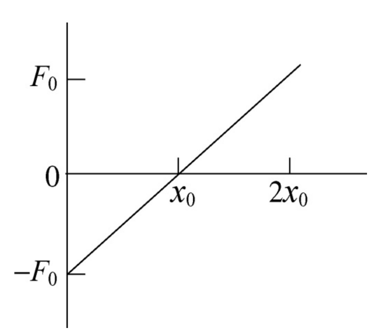
35. PENSE Como o corpo é submetido a uma força variável ao se mover no eixo x, o trabalho realizado sobre o corpo deve ser calculado por integração.

FORMULE Dada a curva da força unidimensional F aplicada a uma partícula em função do deslocamento x da partícula, o trabalho realizado pela força é igual à área sob a curva: $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$.

ANALISE (a) A figura mostra o gráfico de $F(x)$. Vamos supor que x_0 é positivo. O trabalho é negativo enquanto a partícula se desloca de $x = 0$ até $x = x_0$ e positivo enquanto a partícula se desloca de $x = x_0$ até $x = 2x_0$.

Como a área de um triângulo é igual à metade do produto da base pela altura, o trabalho realizado pela força de $x = 0$ até $x = x_0$ é $W_1 = -x_0F_0/2$ e o trabalho realizado pela força de $x = x_0$ até $x = 2x_0$ é $W_2 = (2x_0 - x_0)F_0/2 = x_0F_0/2$.

O trabalho total é a soma dos dois trabalhos:



$$W = W_1 + W_2 = -\frac{1}{2}F_0x_0 + \frac{1}{2}F_0x_0 = 0$$

(b) Usando uma integral para calcular o trabalho, temos

$$W = \int_0^{2x_0} F_0\left(\frac{x}{x_0}-1\right)dx = F_0\left(\frac{x^2}{2x_0}-x\right)\Bigg|_0^{2x_0} = 0$$

APRENDA Se a partícula parte do ponto $x = 0$ com velocidade inicial v_i, no ponto $x = x_0$, depois que a força realiza uma trabalho negativo $W_1 = -x_0F_0/2$, a velocidade da partícula diminui para

$$v = \sqrt{v_i^2 + \frac{2W_1}{m}} = \sqrt{v_i^2 - \frac{F_0x_0}{m}} < v_i$$

mas aumenta novamente para v_i no ponto $x = 2x_0$, depois que a força realiza um trabalho positivo $x_0F_0/2$.

36. De acordo com a Eq. 7-32, a área sob a curva da Fig. 7-38 é igual ao trabalho realizado. Calculando a área a partir das expressões da área de um retângulo (comprimento × largura) e da área de um triângulo (base × altura)/2, obtemos

$$W = W_{0<x<2} + W_{2<x<4} + W_{4<x<6} + W_{6<x<8} = (20+10+0-5)\ \text{J} = 25\ \text{J}.$$

37. (a) Depois de multiplicar o eixo vertical do gráfico da Fig. 7-39 pela massa da partícula, para que se torne um gráfico da força aplicada em função do deslocamento, somamos a área triangular do gráfico, de $x = 0$ até $x = 1$, com a área retangular, de $x = 1$ até $x = 4$. O resultado é $W = 42$ J.

(b) Somando as áreas de $x = 0$ até $x = 7$ e considerando as áreas sob o eixo x como negativas, obtemos $W = 30$ J.

(c) Somando as áreas de $x = 0$ até $x = 9$ e considerando as áreas sob o eixo x como negativas, obtemos $W = 12$ J.

(d) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, $v = 6{,}5$ m/s para $x = 4{,}0$ m. Voltando ao gráfico original, da aceleração em função do deslocamento, vemos que a partícula partiu do repouso e foi acelerada apenas no sentido positivo do eixo x; assim, em $x = 4{,}0$ m, o vetor velocidade aponta no sentido positivo do eixo x.

(e) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, $v = 5{,}5$ m/s para $x = 7{,}0$ m. Embora a partícula tenha sofrido uma desaceleração a partir do ponto $x = 5{,}0$ m, o vetor velocidade continua a apontar no sentido positivo do eixo x.

(f) Finalmente, de acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, $v = 3{,}5$ m/s para $x = 9{,}0$ m. Embora a partícula tenha sofrido uma desaceleração ainda maior, o vetor velocidade *continua* a apontar no sentido positivo do eixo x.

38. (a) De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$K_f = K_i + \int_0^{2,0} (2{,}5 - x^2)\ dx = 0 + (2{,}5)(2{,}0) - \frac{1}{3}(2{,}0)^3 = 2{,}3\ \text{J}.$$

(b) Considerando o limite superior de integração como variável, poderíamos obter uma equação para K_f em função de x, cuja derivada seria igualada a zero para obtermos o valor extremo de K_f. Entretanto, esse processo equivale a integrar a força para depois calcular a derivada dessa integral; é muito mais simples igualar diretamente a força a zero:

$$F = 0 \Rightarrow 2{,}5 - x^2 = 0.$$

Assim, K passa por um extremo em $x = \sqrt{2{,}5} \approx 1{,}6$ m e, para esse valor de x,

$$K_f = K_i + \int_0^{\sqrt{2,5}} (2{,}5 - x^2)dx = 0 + (2{,}5)(\sqrt{2{,}5}) - \frac{1}{3}(\sqrt{2{,}5})^3 = 2{,}6\ \text{J}.$$

Como este valor é maior que o obtido no item (a), não há dúvida de que se trata de um máximo.

39. Quando a partícula se desloca no eixo x de $x_i = 0$ m até $x_f = 3{,}00$ m, o trabalho realizado pela força é

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\ dx = \int_{x_i}^{x_f} (cx - 3{,}00x^2)dx = \left(\frac{c}{2}x^2 - x^3\right)_0^3 = \frac{c}{2}(3{,}00)^2 - (3{,}00)^3$$
$$= 4{,}50c - 27{,}0.$$

Além disso, de acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, $W = \Delta K = (11{,}0 - 20{,}0) = -9{,}00$ J. Assim,

$$4{,}50c - 27{,}0 = -9{,}00.$$

e, portanto, $c = 4{,}00$ N/m.

40. De acordo com a Eq. 7-32,

$$W = \int_{0,25}^{1,25} e^{-4x^2}\, dx = 0{,}21 \text{ J}$$

em que o resultado foi obtido numericamente, já que a integral não tem solução analítica. Muitas calculadoras e programas de computador voltados para a matemática permitem calcular esse tipo de integral.

41. Podemos resolver o problema usando o teorema do trabalho e energia cinética (Eq. 7-10). Para obter a energia cinética inicial e a energia cinética final, calculamos primeiro as velocidades, usando a relação

$$v = \frac{dx}{dt} = 3{,}0 - 8{,}0t + 3{,}0t^2$$

em unidades do SI. De acordo com a equação acima, a velocidade inicial é $v_i = 3{,}0$ m/s e a velocidade no instante $t = 4$ s é $v_f = 19$ m/s. A variação de energia cinética de um objeto com uma massa $m = 3{,}0$ kg é, portanto,

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\ \left(v_f^2 - v_i^2\right) = 528 \text{ J}.$$

Arredondando para dois algarismos significativos e aplicando o teorema do trabalho e energia cinética, obtemos $W = 5{,}3 \times 10^2$ J.

42. Podemos resolver o problema usando o teorema do trabalho e energia cinética, segundo o qual a variação de energia cinética é igual ao trabalho realizado pela força aplicada, $\Delta K = W$. Neste problema, o trabalho realizado é $W = Fd$, em que F é a força de tração da corda e d é a variação de comprimento do trecho da corda entre a polia e o carrinho quando o carrinho se desloca de x_1 até x_2. De acordo com a Fig. 7-40, temos:

$$d = \sqrt{x_1^2 + h^2} - \sqrt{x_2^2 + h^2} = \sqrt{(3{,}00 \text{ m})^2 + (1{,}20 \text{ m})^2} - \sqrt{(1{,}00 \text{ m})^2 + (1{,}20 \text{ m})^2}$$
$$= 3{,}23 \text{ m} - 1{,}56 \text{ m} = 1{,}67 \text{ m}$$

o que nos dá $\Delta K = Fd = (25{,}0 \text{ N})(1{,}67 \text{ m}) = 41{,}7$ J.

43. PENSE Este problema envolve o trabalho realizado e a potência desenvolvida por uma força constante.

FORMULE A potência desenvolvida por uma força constante de módulo F é dada por $P = Fv$, e o trabalho realizado pela força do instante t_1 ao instante t_2 é

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P\ dt = \int_{t_1}^{t_2} Fv\ dt$$

De acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração de um corpo, de massa m, submetido a uma força F é $a = F/m$. Assim, se a velocidade inicial do corpo é $v_0 = 0$, a velocidade em função do tempo é dada por $v = v_0 + at = (F/m)t$. Substituindo v pelo seu valor na expressão do trabalho, obtemos a seguinte equação:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} (F^2/m)t\,dt = \frac{F^2}{2m}\left(t_2^2 - t_1^2\right)$$

ANALISE (a) Para $t_1 = 0$ e $t_2 = 1{,}0$ s, $W = \frac{1}{2}\left[\frac{(5{,}0\text{ N})^2}{15\text{ kg}}\right]\left[(1{,}0\text{ s})^2 - 0\right] = 0{,}83\text{ J}.$

(b) Para $t_1 = 1{,}0$ s e $t_2 = 2{,}0$ s, $W = \frac{1}{2}\left[\frac{(5{,}0\text{ N})^2}{15\text{ kg}}\right]\left[(2{,}0\text{ s})^2 - (1{,}0\text{ s})^2\right] = 2{,}5\text{ J}.$

(c) Para $t_1 = 2{,}0$ s e $t_2 = 3{,}0$ s, $W = \frac{1}{2}\left[\frac{(5{,}0\text{ N})^2}{15\text{ kg}}\right]\left[(3{,}0\text{ s})^2 - (2{,}0\text{ s})^2\right] = 4{,}2\text{ J}.$

(d) Substituindo v por $(F/m)t$ na equação $P = Fv$, obtemos a relação $P = F^2t/m$, que é válida para qualquer instante de tempo t. Após três segundos, a potência instantânea é

$$P = \left(\frac{(5{,}0\text{ N})^2\ (3{,}0\text{ s})}{15\text{ kg}}\right) = 5{,}0\text{ W}$$

APRENDA Como o trabalho realizado por uma força constante é proporcional a t^2, é natural que a potência instantânea desenvolvida pela força seja proporcional a t, já que, por definição, $P = dW/dt$.

44. (a) Como a velocidade é constante, $\Delta K = 0$, e, portanto, de acordo com a Eq. 7-15, $W_a = -W_g$. Como W_g é o mesmo nos dois casos (mesmo peso e mesma trajetória), $W_a = 9{,}0 \times 10^2$ J, como no primeiro caso.

(b) Como a velocidade de 1,0 m/s é constante, os 8,0 metros são percorridos em 8,0 segundos. Usando a Eq. 7-42 e notando que a potência média se confunde com a potência instantânea quando o trabalho não varia com o tempo, temos:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{900\text{ J}}{8{,}0\text{ s}} = 1{,}1 \times 10^2\text{ W}.$$

(c) Como a velocidade de 2,0 m/s é constante, 8,0 metros são percorridos em 4,0 segundos. Usando o mesmo raciocínio do item anterior, obtemos

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{900\text{ J}}{4{,}0\text{ s}} = 225\text{ W} \approx 2{,}3 \times 10^2\text{ W}.$$

45. PENSE Um bloco é puxado, com velocidade constante, por uma força que faz um ângulo conhecido com a direção do movimento. Estamos interessados em calcular a potência desenvolvida pela força.

FORMULE A potência desenvolvida por uma força $\vec{F}$ é dada por $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv\cos\phi$, em que $\vec{v}$ é a velocidade do objeto ao qual a força é aplicada, e ϕ é o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{v}$.

ANALISE Para $F = 122$ N, $v = 5{,}0$ m/s e $\phi = 37{,}0°$, temos

$$P = Fv\cos\phi = (122\text{ N})(5{,}0\text{ m/s})\cos 37{,}0° = 4{,}9 \times 10^2\text{ W}$$

APRENDA De acordo com a segunda lei de Newton, para que o bloco se mova com velocidade constante, a força resultante que age sobre o bloco deve ser nula. Isso significa que a força F deve ser equilibrada por uma força de mesmo módulo e sentido oposto. Essa força pode ser, por exemplo, a força de atrito.

46. Como a força exercida pelo cabo é igual ao peso do elevador (já que a aceleração é zero), podemos usar a Eq. 7-47:

$$P = Fv\cos\theta = mg\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$$

Na qual usamos o fato de que $\theta = 0^o$ (a força do cabo e o movimento do elevador têm a mesma direção). Assim,

$$P = (3{,}0\times10^3 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)\left(\frac{210 \text{ m}}{23 \text{ s}}\right) = 2{,}7\times10^5 \text{ W}.$$

47. (a) De acordo com a Eq. 7-8, temos:

$$\begin{aligned} W &= F_x\Delta x + F_y\Delta y + F_z\Delta z \\ &= (2{,}00 \text{ N})(7{,}5 \text{ m} - 0{,}50 \text{ m}) + (4{,}00 \text{ N})(12{,}0 \text{ m} - 0{,}75 \text{ m}) + (6{,}00 \text{ N})(7{,}2 \text{ m} - 0{,}20 \text{ m}) \\ &= 101 \text{ J} \approx\sim 1{,}0\times10^2 \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) Dividindo o resultado do item (a) por 12 s (veja a Eq. 7-42), obtemos P = 8,4 W.

48. (a) Como a força exercida pela mola sobre a bandeja quando a bandeja passa pela posição de equilíbrio da mola é zero, a taxa com a qual a mola está realizando trabalho sobre a bandeja também é zero.

(b) A taxa é dada por $P = \vec{F}\cdot\vec{v} = -Fv$, na qual o sinal negativo se deve ao fato de que $\vec{F}$ e $\vec{v}$ apontam em sentidos opostos. O módulo da força é dado por

$$F = kx = (500 \text{ N/m})(0{,}10 \text{ m}) = 50 \text{ N},$$

enquanto a velocidade v pode ser obtida aplicando a lei de conservação da energia ao sistema massa-mola:

$$E = K + U = 10 \text{ J} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(0{,}30 \text{ kg})v^2 + \frac{1}{2}(500 \text{ N/m})(0{,}10 \text{ m})^2$$

o que nos dá v = 7,1 m/s. Assim,

$$P = -Fv = -(50 \text{ N})(7{,}1 \text{ m/s}) = -3{,}5\times10^2 \text{ W}.$$

49. PENSE Este problema envolve um elevador carregado que se move com velocidade constante. As forças que agem sobre o sistema são a força gravitacional a que está submetido o elevador, a força gravitacional a que está submetido o contrapeso, e a força que o motor exerce sobre o elevador por meio do cabo.

FORMULE O trabalho total é a soma do trabalho realizado pela força gravitacional sobre o elevador, do trabalho realizado pela força gravitacional sobre o contrapeso, e do trabalho realizado pelo motor sobre o elevador:

$$W = W_e + W_c + W_m$$

Vamos supor que o elevador se move com velocidade constante. Nesse caso, a energia cinética do sistema não varia e, portanto, o trabalho total realizado deve ser nulo, ou seja, $W = \Delta K = 0$.

ANALISE Como o elevador se desloca 54 m *para cima*, o trabalho realizado pela gravidade sobre o elevador é

$$W_e = -m_e g d = -(1200 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(54 \text{ m}) = -6{,}35\times10^5 \text{ J}$$

Como o contrapeso se desloca 54 m *para baixo*, o trabalho realizado pela gravidade sobre o contrapeso é

$$W_c = m_c g d = (950 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(54 \text{ m}) = 5{,}03\times10^5 \text{ J}$$

Como $W = 0$, o trabalho realizado pelo motor sobre o sistema é

$$W_m = -W_e - W_c = 6{,}35\times10^5 \text{ J} - 5{,}03\times10^5 \text{ J} = 1{,}32\times10^5 \text{ J}$$

Como este trabalho é realizado em um intervalo de tempo Δt = 3,0 min = 180 s, a potência desenvolvida pelo motor para levantar o elevador é

$$P = \frac{W_m}{\Delta t} = \frac{1{,}32 \times 10^5 \text{ J}}{180 \text{ s}} = 7{,}4 \times 10^2 \text{ W}$$

APRENDA No caso geral, o trabalho realizado pelo motor é $W_m = (m_e - m_c)gd$. Assim, se a massa do contrapeso for igual à massa do motor, o trabalho realizado pelo motor, para manter o elevador em movimento com velocidade constante, será zero.

50. (a) De acordo com as Eqs. 3-23 e 7-48,

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = (4{,}0\,\text{N})(-2{,}0 \text{ m/s}) + (9{,}0 \text{ N})(4{,}0 \text{ m/s}) = 28 \text{ W}.$$

(b) Usando novamente as Eqs. 3-23 e Eq. 7-48 e supondo que a velocidade é da forma $\vec{v} = v\hat{j}$, temos:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \;\; \Rightarrow -12 \text{ W} = (-2{,}0 \text{ N})v,$$

o que nos dá v = 6 m/s.

51. (a) O deslocamento do objeto é

$$\vec{d} = \vec{d}_f - \vec{d}_i = (-8{,}00 \text{ m})\hat{\text{i}} + (6{,}00 \text{ m})\hat{\text{j}} + (2{,}00 \text{ m})\hat{\text{k}}\,.$$

Assim, de acordo com a Eq. 7-8,

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (3{,}00 \text{ N})(-8{,}00 \text{ m}) + (7{,}00 \text{ N})(6{,}00 \text{ m}) + (7{,}00 \text{ N})(2{,}00 \text{ m}) = 32{,}0 \text{ J}.$$

(b) A potência média é dada pela Eq. 7-42:

$$P_{\text{med}} = \frac{W}{t} = \frac{32{,}0}{4{,}00} = 8{,}00 \text{ W}.$$

(c) O módulo da distância entre a origem e a posição inicial do objeto é

$$d_i = \sqrt{(3{,}00 \text{ m})^2 + (-2{,}00 \text{ m})^2 + (5{,}00 \text{ m})^2} = 6{,}16 \text{ m}$$

e o módulo da distância entre a origem e a posição final do objeto é

$$d_f = \sqrt{(-5{,}00 \text{ m})^2 + (4{,}00 \text{ m})^2 + (7{,}00 \text{ m})^2} = 9{,}49 \text{ m}\,.$$

O produto escalar dos dois deslocamentos é

$$\vec{d}_i \cdot \vec{d}_f = (3{,}00 \text{ m})(-5{,}00 \text{ m}) + (-2{,}00 \text{ m})(4{,}00 \text{ m}) + (5{,}00 \text{ m})(7{,}00 \text{ m}) = 12{,}0 \text{ m}^2.$$

Assim, o ângulo entre os dois deslocamentos é

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{d}_i \cdot \vec{d}_f}{d_i d_f}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{12{,}0}{(6{,}16)(9{,}49)}\right) = 78{,}2°.$$

52. De acordo com o enunciado do problema, a potência do carro é

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = mv\frac{dv}{dt} = \text{constante}.$$

Explicitando *dt*, obtemos $dt = mvdv/P$. Integrando essa última equação, temos

$$\int_0^T dt = \int_0^{v_T} \frac{mvdv}{P} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{mv_T^2}{2P}$$

na qual v_T é a velocidade do carro no instante $t = T$. Por outro lado, a distância total percorrida pelo carro é

$$L = \int_0^T vdt = \int_0^{v_T} v\frac{mvdv}{P} = \frac{m}{P}\int_0^{v_T} v^2 dv = \frac{mv_T^3}{3P}.$$

Elevando ambos os membros ao quadrado e substituindo $m\,v_T^2/2P$ por T, obtemos

$$L^2 = \left(\frac{mv_T^3}{3P}\right)^2 = \frac{8P}{9m}\left(\frac{mv_T^2}{2P}\right)^3 = \frac{8PT^3}{9m}$$

o que nos dá

$$PT^3 = \frac{9}{8}mL^2 = \text{constante.}$$

Diferenciando a equação acima, obtemos

$$dPT^3 + 3PT^2 dT = 0 \quad \Rightarrow \quad dT = -\frac{T}{3P}dP.$$

53. (a) Notando que a componente x da terceira força é F_{3x} = (4,00 N)cos(60°), aplicamos a Eq. 7-8 ao problema:

$$W = [5{,}00\ \text{N} - 1{,}00\ \text{N} + (4{,}00\ \text{N})\cos 60°](0{,}20\ \text{m}) = 1{,}20\ \text{J}.$$

(b) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, temos: $v = \sqrt{2W/m}$ = 1,10 m/s.

54. De acordo com a Eq. 7-32, a área sob o gráfico da Fig. 7-42 é igual ao trabalho executado. Calculamos a área da região retangular (largura × altura) e da região triangular [(largura × altura)/2] do gráfico e usamos o teorema do trabalho e energia cinética. O ponto inicial é x = 0, no qual a velocidade do corpo é v_0 = 4,0 m/s.

(a) Como $K_0 = m\,v_0^2/2$ = 16 J, temos:

$$K_3 - K_0 = W_{0<x<1} + W_{1<x<2} + W_{2<x<3} = -4{,}0\ \text{J}$$

e, portanto, K_3 (a energia cinética do corpo no ponto x = 3,0 m) é dada por

$$K_3 = -4{,}0 + K_0 = -4{,}0 + 16 = 12\ \text{J}.$$

(b) Podemos escrever $W_{<x<x}$ na forma $F\,\Delta x = (-4{,}0\ \text{N})(x\ \ -3{,}0\ \text{m})$ e usar o teorema do trabalho e energia cinética:

$$K_{x_f} - K_3 = W_{3<x<x_f}$$
$$K_{x_f} - 12 = (-4)(x_f - 3{,}0).$$

Para $K_{x_f} = 8{,}0$ J , x_f = 4,0 m.

(c) Enquanto o trabalho é positivo, a energia cinética aumenta. De acordo com o gráfico da Fig. 7-42, isso acontece até o ponto x = 1,0 m. Nesse ponto, a energia cinética é

$$K_1 = K_0 + W_{0<x<1} = 16\ \text{J} + 2{,}0\ \text{J} = 18\ \text{J}.$$

55. PENSE O cavalo está realizando trabalho para puxar a carroça com velocidade constante, e estamos interessados em calcular o trabalho realizado pelo cavalo em um dado intervalo de tempo e a potência média desenvolvida pelo cavalo nesse intervalo.

FORMULE O cavalo puxa a carroça com uma força $\vec{F}$. Se a carroça sofre um deslocamento $\vec{d}$, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ é $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\phi$, em que ϕ é o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$.

ANALISE (a) A distância percorrida pela carroça em 10 minutos é

$$d = v\Delta t = \left(6{,}0\ \frac{\text{mi}}{\text{h}}\right)\left(\frac{5280\ \text{ft/mi}}{60\ \text{min/h}}\right)(10\ \text{min}) = 5280\ \text{ft}$$

e, portanto,

$$W = Fd\cos\phi = (40\ \text{lb})(5280\ \text{ft})\cos 30° = 1{,}8 \times 10^5\ \text{ft} \cdot \text{lb}$$

(b) A potência média é dada pela Eq. 7-42. Para $\Delta t = 10\ \text{min} = 600\ \text{s}$, temos

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1{,}8 \times 10^5\ \text{ft} \cdot \text{lb}}{600\ \text{s}} = 305\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}$$

o que (usando o fator de conversão $1\ \text{hp} = 550\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}$, que pode ser encontrado no Apêndice D do livro) nos dá $P_{\text{méd}}$ = 0,55 hp.

APRENDA A potência média também pode ser calculada usando a Eq. 7-47: $P_{\text{méd}} = Fv\cos\phi$. Convertendo a velocidade para $v = (6{,}0\ \text{mi/h})\left(\frac{5280\ \text{ft/mi}}{3600\ \text{s/h}}\right) = 8{,}8\ \text{ft/s}$, obtemos

$$P_{\text{méd}} = Fv\cos\phi = (40\ \text{lb})(8{,}8\ \text{ft/s})\cos 30° = 305\ \text{ft} \cdot \text{lb} = 0{,}55\ \text{hp}$$

que é o mesmo valor calculado no item (b).

56. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. Escolhemos o sentido do movimento como o sentido positivo do eixo $+x$ e notamos que o deslocamento é igual à distância percorrida pelo objeto. Vamos chamar de $\vec{F}$ a força aplicada ao objeto (estamos supondo que existe apenas uma força).

(a) Para $v_0 = 0$, a Eq. 2-11 nos dá $a = v/t$ e a Eq. 2-17 nos dá $\Delta x = vt/2$. De acordo com a segunda lei de Newton, $F = ma$. O trabalho pode ser calculado usando a Eq. 7-8:

$$W = F\Delta x = m\left(\frac{v}{t}\right)\left(\frac{1}{2}vt\right) = \frac{1}{2}mv^2$$

o que está de acordo com o teorema do trabalho e energia cinética. Para v = 10 m/s, a equação acima nos dá $W = 1{,}0 \times 10^2$ J.

(b) A potência instantânea é dada pela Eq. 7-48. Para t = 3,0 s, temos:

$$P = Fv = m\left(\frac{v}{t}\right)v = 67\ \text{W}.$$

(c) Como a velocidade no instante t' = 1,5 s é $v' = at'$ = 5,0 m/s, a potência nesse instante é $P' = Fv'$ = 33 W.

57. (a) Para que o caixote fique em equilíbrio na posição final, é preciso que a força $\vec{F}$ tenha o mesmo módulo que a componente horizontal da força de tração da corda, T sen θ, em que θ é o ângulo entre a corda (na posição final) e a vertical:

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{4,00}{12,0}\right) = 19,5°.$$

Além disso, a componente vertical da força de tração da corda deve ser igual ao peso do caixote: $T \cos\theta = mg$. Assim, a força de tração é

$$T = (230 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)/\cos 19,5° = 2391 \text{ N}$$

e $F = (2391 \text{ N}) \text{ sen } 19,5° = 797$ N.

Outra forma de resolver o problema seria desenhar um diagrama vetorial (de forças) na situação final.

(b) Como não há variação de energia cinética, o trabalho realizado é zero.

(c) O trabalho realizado pela força gravitacional é $W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = -mgh$, na qual $h = L(1 - \cos\theta)$ é a componente vertical do deslocamento. Para $L = 12,0$ m, obtemos $W_g = -1547$ J, que deve ser arredondado para três algarismos significativos: –1,55 kJ.

(d) Como a força da corda é sempre perpendicular à direção do movimento, o trabalho realizado é zero (já que cos 90° = 0).

(e) Os resultados dos três itens anteriores mostram que o trabalho realizado por $\vec{F}$ deve ser $-W_g$ (para que o trabalho total seja zero). Assim, $W_F = -W_g = 1,55$ kJ.

(f) Como o módulo de $\vec{F}$ não é constante, não podemos usar a Eq. 7-8.

58. (a) Como a força que o operário exerce sobre o engradado é constante, o trabalho é dado por $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos\phi$, na qual $\vec{F}$ é a força, $\vec{d}$ é o deslocamento do engradado e ϕ é o ângulo entre a força e o deslocamento. Para $F = 210$ N, $d = 3,0$ m e $\phi = 20°$,

$$W = (210 \text{ N})(3,0 \text{ m}) \cos 20° = 590 \text{ J}.$$

(b) Como a força da gravidade é vertical e o deslocamento do engradado é horizontal, o ângulo entre a força e o deslocamento é 90°; como cos 90° = 0, o trabalho realizado pela força da gravidade é zero.

(c) Como a força normal exercida pelo piso sobre o engradado também é perpendicular ao deslocamento, o trabalho realizado pela força é zero.

(d) Como as forças analisadas nos itens anteriores são as únicas que agem sobre o engradado, o trabalho total realizado é 590 J.

59. (a) De acordo com o enunciado do problema,

$$\frac{50 \text{ km}}{1 \text{ km}} = \left(\frac{E}{1 \text{ megaton}}\right)^{1/3}$$

o que nos dá $E = 50^3 \approx 1 \times 10^5$ megatons de TNT.

(b) Como 13 quilotons equivalem a 0,013 megaton, 1×10^5 megatons equivalem a cerca de 1×10^7 bombas de Hiroshima, ou seja, dez milhões de bombas.

60. (a) Vamos chamar de W_a o trabalho realizado pela mãe e de W_g o trabalho realizado pela gravidade. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$\Delta K = W_a + W_g \quad \Rightarrow \quad 30 \text{ J} = (100 \text{ N})(1,8 \text{ m}) \cos 180° + W_g$$

o que nos dá $W_g = 30 + 180 = 2,1 \times 10^2$ J.

(b) Como o valor de W_g é o mesmo que foi calculado no item (a), pois o peso e a trajetória da criança não mudaram, $\Delta K = W_g = 2{,}1\times10^2$ J.

61. Uma forma de resolver o problema é escolher uma trajetória de $\vec{r}_i$ a $\vec{r}_f$ e calcular a integral de linha correspondente. Outra é usar a Eq. 7-36:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy = \int_2^{-4} (2x)dx + \int_3^{-3} (3)dy$$

na qual as unidades do SI estão subentendidas. O resultado é W = 12 J – 18 J = – 6 J.

62. (a) A compressão da mola é d = 0,12 m. De acordo com a Eq. 7-12, o trabalho realizado sobre o bloco pela força da gravidade é

$$W_1 = mgd = (0{,}25 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}12 \text{ m}) = 0{,}29 \text{ J},$$

(b) De acordo com a Eq. 7-26, o trabalho realizado pela mola é

$$W_2 = -\frac{1}{2}kd^2 = -\frac{1}{2}(250 \text{ N/m})(0{,}12 \text{ m})^2 = -1{,}8 \text{ J}.$$

(c) A velocidade v_i do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola pode ser calculada a partir do teorema do trabalho e energia (Eq. 7-15):

$$\Delta K = 0 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W_1 + W_2$$

o que nos dá

$$v_i = \sqrt{\frac{(-2)(W_1+W_2)}{m}} = \sqrt{\frac{(-2)(0{,}29 \text{ J} - 1{,}8 \text{ J})}{0{,}25 \text{ kg}}} = 3{,}5 \text{ m/s}.$$

(d) Para resolver este item, invertemos a ordem dos cálculos e calculamos o valor de d' para o qual v_i' = 7 m/s. De acordo com o teorema do trabalho e energia,

$$0 - \frac{1}{2}mv_i'^2 = W_1' + W_2' = mgd' - \frac{1}{2}kd'^2$$

e, portanto (usando a raiz com sinal positivo),

$$d' = \frac{mg + \sqrt{m^2g^2 + mkv_i'^2}}{k}$$

o que nos dá d' = 0,23 m.

Para obter os resultados acima, usamos mais dígitos nos resultados intermediários (como $v_i = \sqrt{12{,}048}$ m/s $= 3{,}471$ m/s e v_i' = 6,942 m/s) que nas respostas finais.

63. PENSE Um engradado está sendo empurrado em um plano inclinado. As forças que agem sobre o engradado são a força gravitacional, a força normal exercida pela superfície do plano inclinado e a força aplicada pelo operário.

FORMULE O trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ sobre um objeto que sofre um deslocamento $\vec{d}$ é dada por

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = Fd\cos\phi,$$

em que ϕ é o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$.

ANALISE (a) Como a força aplicada pelo operário é paralela ao plano inclinado, o trabalho realizado pela força é

$$W_a = Fd\cos 0° = (209\ \text{N})(1{,}50\ \text{m}) \approx 314\ \text{J}$$

(b) O trabalho realizado pela força gravitacional é

$$\begin{aligned} W_g &= F_g d\cos(90° + 25°) = mgd\cos 115° \\ &= (25{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(1{,}50\ \text{m})\cos 115° \\ &\approx -155\ \text{J} \end{aligned}$$

(c) Como o ângulo entre a força normal e a direção do movimento é 90º, o trabalho realizado pela força normal é zero:

$$W_N = F_N d\cos 90° = 0$$

(d) O trabalho total realizado sobre o engradado é a soma dos três trabalhos:

$$W = W_a + W_g + W_N = 314\ \text{J} + (-155\ \text{J}) + 0\ \text{J} = 158\ \text{J}$$

APRENDA De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, se o engradado estiver inicialmente em repouso ($K_i = 0$), a energia cinética, depois que ele for deslocado 1,50 m para cima ao longo do plano inclinado, será $K_f = W = 158$ J, e a velocidade do engradado nesse instante será

$$v = \sqrt{2K_f / m} = \sqrt{2(158\ \text{J})/25{,}0\ \text{kg}} = 3{,}56\ \text{m/s}$$

64. (a) A força $\vec{F}$ exercida pela esteira sobre a caixa é uma combinação da força normal e da força de atrito. Como a caixa está se movendo para cima com velocidade constante, essa força aponta para cima e cancela exatamente a força da gravidade *mg*. Assim, $|\vec{F}| = mg$. Nesta parte do problema, o ângulo ϕ entre a esteira e a força $\vec{F}$ é 80°. De acordo com a Eq. 7-47, temos:

$$P = Fv\cos\phi = (19{,}6\ \text{N})(0{,}50\ \text{m/s})\cos 80° = 1{,}7\ \text{W}.$$

(b) Nesse caso, o ângulo entre a esteira e a força $\vec{F}$ é 90° e, portanto, $P = 0$.

(c) Nesse caso, o ângulo entre a esteira e a força $\vec{F}$ é 100° e, portanto,

$$P = (19{,}6\ \text{N})(0{,}50\ \text{ms})\cos 100° = -1{,}7\ \text{W}.$$

65. Como a velocidade é constante, a força usada para levantar a lata é igual ao peso do objeto. Note que a força $\vec{F}$ aplicada pela pessoa é igual (em módulo) à tensão da corda.

(a) Como é dito na *sugestão*, a força total com a qual a corda puxa a segunda polia é duas vezes maior que a tensão da corda: $2T = mg = 20 \times 9{,}8 = 196$ N. Como $|\vec{F}| = T$, $|\vec{F}| = 98$ N.

(b) Para que a lata suba 0,020 m, dois segmentos da corda (veja a Fig. 7-45) devem sofrer uma redução de 0,020 m. Assim, o deslocamento da corda na extremidade esquerda (que é igual a $\vec{d}$, o deslocamento para baixo da mão da pessoa que está puxando a corda) é $d = 0{,}040$ m.

(c) Como (na extremidade esquerda) $\vec{F}$ e $\vec{d}$ apontam para baixo, a Eq. 7-7 nos dá

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (98\ \text{N})(0{,}040\ \text{m}) = 3{,}9\ \text{J}.$$

(d) Como a força de gravidade $\vec{F}_g$ (cujo módulo é *mg*) tem o sentido oposto ao do deslocamento $\vec{d}_l = 0{,}020$ m da lata, a Eq. 7-7 nos dá

$$W = \vec{F}_g\cdot\vec{d}_l = -(196\ \text{N})(0{,}020\ \text{m}) = -3{,}9\ \text{J}.$$

Este resultado está de acordo com a Eq. 7-15, já que não há variação de energia cinética.

66. Depois de converter a velocidade para unidades do SI (v = 120 km/h = 33,33 m/s), obtemos:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1200\,\text{kg})(33{,}33\,\text{m/s})^2 = 6{,}67\times10^5\ \text{J}.$$

67. PENSE Neste problema, que envolve pacotes pendurados em uma mola, o alongamento da mola pode ser calculado usando a lei de Hooke.

FORMULE De acordo com a lei de Hooke, a força exercida pela mola é dada por

$$F_x = -k(x - x_0) = -k\Delta x$$

em que Δx é o deslocamento em relação à posição de repouso. Assim, para as duas primeiras situações mostradas na Fig. 7-48, temos

$$-110\ \text{N} = -k(40\ \text{mm} - x_0)$$
$$-240\ \text{N} = -k(60\ \text{mm} - x_0)$$

Podemos resolver esse sistema de equações para obter os valores de k, a constante elástica da mola, e x_0, o comprimento de repouso da mola.

ANALISE (a) Somando as duas equações, obtemos

$$240\ \text{N} - 110\ \text{N} = k(60\ \text{mm} - 40\ \text{mm})$$

o que nos dá k = 6,5 N/mm. Substituindo k pelo seu valor na primeira equação, obtemos

$$x_0 = 40\ \text{mm} - \frac{110\ \text{N}}{k} = 40\ \text{mm} - \frac{110\ \text{N}}{6{,}5\ \text{N/mm}} = 23\ \text{mm}$$

(b) Aplicando os resultados do item (a) à terceira situação mostrada na Fig. 7-48, obtemos

$$W = k(30\text{mm} - x_o) = (6{,}5\ \text{N/mm})(30\ \text{mm} - 23\ \text{mm}) = 45\ \text{N}$$

APRENDA Uma forma alternativa de calcular W para a terceira situação é observar que, como o alongamento da mola é proporcional do peso do pacote, $W/W' = \Delta x/\Delta x'$. Aplicando essa relação à segunda situação e à terceira situação, obtemos

$$W = \left(\frac{\Delta x_3}{\Delta x_2}\right)W_2 = \left(\frac{30\ \text{mm} - 23\ \text{mm}}{60\ \text{mm} - 23\ \text{mm}}\right)(240\ \text{N}) = 45\ \text{N}$$

que é o mesmo valor calculado no item (b).

68. De acordo com a Eq. 7-7, $W = Fd\cos\phi = 1504\ \text{J}$. Nesse caso, o teorema do trabalho e energia cinética nos dá $K_f = K_i + W = 0 + 1504$ J. A resposta é, portanto, 1,5 kJ.

69. O peso total é (100)(660 N) = $6{,}60 \times 10^4$ N. Como o elevador está subindo com velocidade constante, a aceleração é zero e, de acordo com a segunda lei de Newton, a força exercida sobre o elevador é igual ao peso total. Assim,

$$P = Fv = (6{,}60 \times 10^4)(150\ \text{m}/60{,}0\ \text{s}) = 1{,}65 \times 10^5\ \text{W}.$$

70. De acordo com a Eq. 7-8, em unidades do SI, $W = (4{,}0)(3{,}0) - c(2{,}0) = 12 - 2c$.

(a) Para $W = 0$, $c = 6{,}0$ N.

(b) Para $W = 17$ J, $c = -2{,}5$ N.

(c) Para $W = -18$ J, $c = 15$ N.

71. De acordo com a Eq. 7-8,

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (F\cos\theta\ \hat{\mathrm{i}} + F\ \mathrm{sen}\,\theta\ \hat{\mathrm{j}})\cdot(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}}) = Fx\cos\theta + Fy\,\mathrm{sen}\,\theta$$

na qual $x = 2{,}0$ m, $y = -4{,}0$ m, $F = 10$ N e $\theta = 150°$. Assim, $W = -37$ J. Note que o valor conhecido da massa (2,0 kg) não é usado no cálculo.

72. (a) Eq. 7-10 (juntamente com as Eqs. 7-1 e Eq. 7-7) nos dá, para $v_i = 0$,

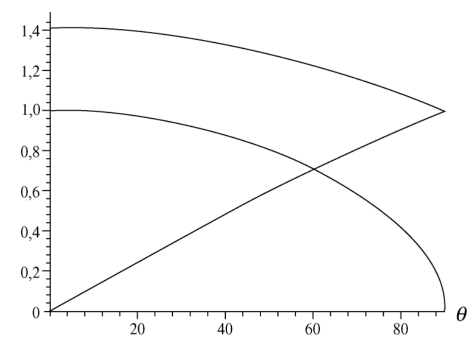
$$v_f = \sqrt{\frac{2dF}{m}\cos\theta} = \sqrt{\cos\theta}$$

(b) Para $v_i = 1$, as mesmas equações nos dão $v_f = (1 + \cos\theta\,)^{1/2}$.

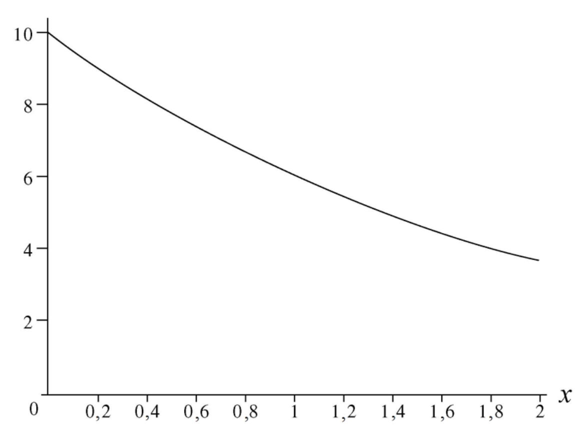
(c) Substituindo θ por $180° - \theta$ e fazendo $v_i = 1$, obtemos

$$v_f = \sqrt{1 + \cos(180° - \theta)} = \sqrt{1 - \cos\theta}$$

(d) A figura ao lado mostra os gráficos das três soluções. Note que nas soluções dos itens (a) e (b) a aceleração diminui quando o ângulo θ aumenta, enquanto na solução do item (c) a frenagem diminui quando o ângulo θ aumenta. A curva que começa em $v_f = 1{,}4$ é a curva correspondente ao item (b); a curva que começa em $v_f = 1{,}0$ é a curva correspondente ao item (a); a curva que começa em $v_f = 0$ é a curva correspondente ao item (c).



73. (a) A figura a seguir mostra o gráfico de $F(x)$ em unidades do SI.



A estimativa da área sob a curva pode variar, dentro de certos limites. Valores típicos estão entre 11 J e 14 J.

(b) Calculando o trabalho analiticamente (usando a Eq. 7-32), obtemos

$$W = \int_0^2 10e^{-x/2}dx = -20e^{-x/2}\Big|_0^2 = 12{,}6\ \mathrm{J} \approx 13\ \mathrm{J}.$$

74. (a) De acordo com a Eq. 7-8, temos, em unidades do SI:

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (2\hat{\mathrm{i}} - 4\hat{\mathrm{j}})\cdot(8\hat{\mathrm{i}} + c\,\hat{\mathrm{j}}) = 16 - 4c$$

que, para $W = 0$, nos dá $c = 16/4 = 4$ m.

(b) Para $W > 0$, $16 > 4c$ e, portanto, $c < 4$ m.

(c) Para $W < 0$, $16 < 4c$ e, portanto, $c > 4$ m.

75. PENSE Na ausência de um contrapeso, é necessária uma força para manter um elevador subindo com velocidade constante. Ao deslocar o elevador para cima, essa força desenvolve uma potência constante.

FORMULE Para que o sistema elevador-carga suba com velocidade constante (aceleração zero), é preciso que a força aplicada F seja igual à força gravitacional $F_g = (m_e + m_c)g$, em que m_e é a massa do elevador, e m_c é a massa da carga. A potência necessária pode ser calculada usando a Eq. 7-47, que, para $\phi = 0$, nos dá $P = Fv$.

ANALISE Para $m_e = 4500$ kg, $m_c = 1800$ kg e $v = 3{,}80$ m/s, a potência é

$$P = Fv = (m_e + m_c)gv = (4500\,\text{kg} + 1800\,\text{kg})(9{,}8\,\text{m/s}^2)(3{,}80\,\text{m/s}) = 235\,\text{kW}$$

APRENDA A potência é proporcional à velocidade de subida do elevador; quanto maior a velocidade, maior a potência necessária.

76. (a) A componente da força da gravidade paralela ao plano inclinado é dada por mg sen θ, na qual m é a massa do bloco e $\theta = \text{sen}^{-1}(0{,}91/15)$ é o ângulo do plano inclinado. O fato de que o bloco está descendo com velocidade constante significa que o operário está exercendo uma força $\vec{F}$ "plano acima" de módulo igual a mg sen θ. Assim,

$$F = mg\,\text{sen}\,\theta = (45\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)\left(\frac{0{,}91\text{m}}{1{,}5\text{m}}\right) = 2{,}7\times10^2\text{ N}.$$

(b) Como o deslocamento é "plano abaixo" e, portanto, tem o sentido contrário ao da força $\vec{F}$, o trabalho realizado pelo operário é

$$W_1 = -(2{,}7 \times 10^2\text{ N})(1{,}5\text{ m}) = -4{,}0 \times 10^2\text{ J}.$$

(c) Como o deslocamento possui uma componente vertical de valor absoluto 0,91 m (no mesmo sentido que a força da gravidade), o trabalho realizado pela força gravitacional é

$$W_2 = (45\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(0{,}91\text{ m}) = 4{,}0 \times 10^2\text{ J}.$$

(d) De acordo com a Eq. 7-7, como $\vec{F}_N$ é perpendicular à direção do movimento do bloco, e cos 90º = 0, o trabalho realizado pela força normal é $W_3 = 0$.

(e) Como a aceleração é nula, $\vec{F}_{\text{res}}$ é zero e, portanto, o trabalho realizado pela força resultante também é zero, o que pode ser confirmado somando os resultados dos itens (b), (c) e (d): $W_1 + W_2 + W_3 = 0$.

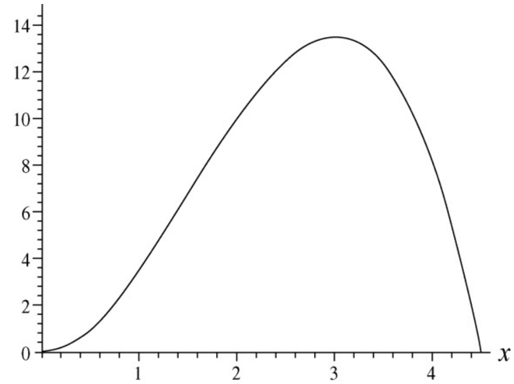
77. (a) Para estimar a área sob a curva entre $x = 1$ m e $x = 3$ m (que é igual ao trabalho realizado nesse intervalo), podemos "contar os quadrados" (e também as frações de quadrado) entre a curva e o eixo x. O resultado obtido usando este método aproximado deverá estar entre 5 J e 8 J.

(b) De acordo com a Eq. 7-32, temos:

$$\int_1^3 \frac{a}{x^2}\,dx = \frac{a}{3} - \frac{a}{1} = 6\text{ J}$$

já que $a = -9$ N·m².

78. (a) De acordo com a Eq. 7-32, $W = \int F_{ax}\,dx = 9x^2/2 - x^3$ (em unidades do SI). A figura a seguir mostra um gráfico de W em função de x.



(b) Podemos ver no gráfico que o máximo de W acontece para x = 3,00 m. Isso pode ser confirmado derivando W em relação a x e igualando o resultado a zero, ou simplesmente notando que F_{ax} é zero para este valor de x.

(c) O valor máximo do trabalho é $W = (9/2)(3{,}00)^2 - (3{,}00)^3 = 13{,}50$ J.

(d) De acordo com o gráfico (ou com a expressão do trabalho em função de x), $W = 0$ para x = 4,50 m.

(e) Se a caixa está em repouso, $v = 0$. Como $W = \Delta K = mv^2/2$, essa condição equivale a dizer que $W = 0$, o que acontece para x = 4,50 m.

79. PENSE Uma merendeira escorrega em um plano inclinado sob a ação de um vento constante. O problema envolve a análise de um gráfico.

FORMULE A Fig. 7-51 mostra um gráfico de $x(t)$, a posição da merendeira em função do tempo. Pela forma da curva, fica evidente que é possível ajustá-la a uma parábola com a concavidade voltada para baixo:

$$x(t) = \frac{1}{10}t(10-t) = t - \frac{1}{10}t^2$$

Derivando duas vezes a equação anterior, obtemos a velocidade e a aceleração da merendeira:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 1 - \frac{t}{5} \text{ (em m/s)}, \quad a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{5} = -0{,}2 \text{(em m/s}^2\text{)}$$

As equações mostram que a velocidade inicial é $v_i = v(0)$ = 1,0 m/s e que a força constante do vento é

$$F = ma = (2{,}0 \text{ kg})(-0{,}2 \text{ m/s}^2) = -0{,}40 \text{ N}$$

O trabalho correspondente é dado por

$$W(t) = F \cdot x(t) = -0{,}04t(10-t)$$

A energia cinética inicial da merendeira é

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(2{,}0 \text{ kg})(1{,}0 \text{ m/s})^2 = 1{,}0 \text{ J}$$

Como $\Delta K = K_f - K_i = W$, a energia cinética em um instante posterior é dada (em unidades do SI) por

$$K(t) = K_i + W = 1 - 0{,}04t(10-t)$$

ANALISE (a) Para t = 1,0 s, a expressão anterior nos dá

$$K(1 \text{ s}) = 1 - 0{,}04(1)(10-1) = 1 - 0{,}36 = 0{,}64 \approx 0{,}6 \text{ J}$$

em que o resultado foi arredondado para dois algarismos significativos.

(b) Para t = 5,0 s, a expressão anterior nos dá K(5,0 s) = 1 – 0,04(5)(10 – 5) = 1 – 1 = 0

(c) O trabalho realizado pelo vento sobre a merendeira entre t = 1,0 s e t = 5,0 s é

$$W = K(5{,}0) - K(1{,}0\ \text{s}) = 0 - 0{,}6 \approx -0{,}6\ \text{J}$$

APRENDA O resultado do item (c) também pode ser obtido calculando a diferença entre $W(5)$ e $W(1)$ a partir da expressão $W(t) = -0{,}04t(10 - t)$:

$$W(5) - W(1) = -0{,}04(5)(10-5) - \left[-0{,}04(1)(10-1)\right] = -1 - (-0{,}36) = -0{,}64 \approx -0{,}6\ \text{J}$$

Note que no instante t = 5,0 s, K = 0 e a merendeira para momentaneamente; em seguida, ela começa a se mover no sentido oposto.

80. Como o problema foi formulado em unidades do SI, o resultado (dado pela Eq. 7-23) está em joules. Calculado numericamente, usando um recurso disponível na maioria das calculadoras modernas, o resultado é aproximadamente 0,47 J. Para o estudante interessado, vale a pena mostrar a resposta "exata" (em termos da "função erro"):

$$\int_{0{,}15}^{1{,}2} e^{-2x^2}\,dx = \frac{1}{4}\sqrt{2\pi}\left[\text{erf}(6\sqrt{2}/5) - \text{erf}(3\sqrt{2}/20)\right].$$

81. (a) O trabalho realizado pela mola é $W_m = (k/2)(x_i^2 - x_f^2)$. De acordo com a lei de conservação da energia, quando o bloco chega ao ponto $x_f = 0$, toda a energia armazenada na mola foi convertida em energia cinética do bloco: $W_m = mv^2/2$. Igualando as duas expressões e explicitando v, obtemos

$$\frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad v = x_i\sqrt{\frac{k}{m}} = (0{,}300\ \text{m})\sqrt{\frac{500\ \text{N/m}}{4{,}00\ \text{kg}}} = 3{,}35\ \text{m/s}.$$

(b) O trabalho realizado pela mola é

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}(500\ \text{N/m})(0{,}300\ \text{m})^2 = 22{,}5\ \text{J}$$

(c) A potência instantânea desenvolvida pela mola é dada por

$$P = Fv = (kx)\sqrt{\frac{k}{m}\left(x_i^2 - x^2\right)}$$

No momento em que o bloco é liberado, $x = x_i$ e, portanto, P = 0.

(d) De acordo com a equação anterior, para x = 0, P = 0.

(e) A posição em que a potência desenvolvida pela mola é máxima pode ser determinada derivando P em relação a x e igualando o resultado a 0:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{k^2(x_i^2 - 2x^2)}{\sqrt{\dfrac{k(x_i^2 - x^2)}{m}}} = 0$$

o que nos dá

$$x = \frac{x_i}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}300\ \text{m}}{\sqrt{2}} = 0{,}212\ \text{m}.$$

82. (a) Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento nas direções paralela e perpendicular ao plano inclinado, obtemos as equações

$$F - mg\,\text{sen}\theta = ma$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Podemos usar a segunda equação para calcular o ângulo θ que o plano inclinado faz com a horizontal:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{F_N}{mg}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{13{,}41\ \text{N}}{(4{,}00\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}\right) = 70{,}0°$$

De acordo com a primeira equação, a aceleração do bloco é

$$a = \frac{F}{m} - g\,\text{sen}\theta = \frac{50\ \text{N}}{4{,}00\ \text{kg}} - (9{,}8\ \text{m/s}^2)\text{sen}\,70{,}0° = 3{,}29\ \text{m/s}^2$$

De acordo com a Eq. 2-16, $v^2 = v_0^2 + 2ad$; portanto, a velocidade do bloco para $d = 3{,}00$ m é

$$v = \sqrt{2ad} = \sqrt{2(3{,}29\ \text{m/s}^2)(3{,}00\ \text{m})} = 4{,}44\ \text{m/s}$$

83. (a) O trabalho realizado pela mola é

$$W_s = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2) = -\frac{1}{2}kx_f^2 = -\frac{1}{2}(1800\ \text{N/m})(7{,}60\times10^{-3}\ \text{m})^2 = -5{,}20\times10^{-2}\ \text{J}$$

(b) Como, para $x_f' = 2x_f$, o trabalho realizado pela mola é $W_m' = -k(x_f')^2 = -k(2x_f)^2$, o trabalho adicional realizado pela mola é

$$\Delta W = W_s' - W_s = -\frac{1}{2}k(2x_f)^2 - \left(-\frac{1}{2}kx_f^2\right) = -\frac{3}{2}kx_f^2 = 3W_s = 3(-5{,}20\times10^{-2}\ \text{J}) = -0{,}156\ \text{J}$$

84. (a) O deslocamento do objeto é

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-4{,}10\hat{\text{i}} + 3{,}30\hat{\text{j}} + 5{,}40\,\hat{\text{k}}) - (2{,}70\hat{\text{i}} - 2{,}90\hat{\text{j}} + 5{,}50\,\hat{\text{k}}) = (-6{,}80\hat{\text{i}} + 6{,}20\hat{\text{j}} - 0{,}10\,\hat{\text{k}})$$

O trabalho realizado pela força $\vec{F} = (2{,}00\,\hat{\text{i}} + 3{,}30\,\hat{\text{j}} + 5{,}30\,\hat{\text{k}})$ N é

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = (2{,}00\hat{\text{i}} + 9{,}00\hat{\text{j}} + 5{,}30\,\hat{\text{k}})\cdot(-6{,}80\hat{\text{i}} + 6{,}20\hat{\text{j}} - 0{,}10\,\hat{\text{k}}) = 41{,}7\ \text{J}$$

(b) A potência média desenvolvida nesse intervalo de tempo é

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{41{,}7\ \text{J}}{2{,}10\ \text{s}} = 19{,}8\ \text{W}$$

(c) Os módulos dos vetores posição são (em unidades do SI)

$$r_1 = |\vec{r}_1| = \sqrt{(2{,}70)^2 + (-2{,}90)^2 + (5{,}50)^2} = 6{,}78$$
$$r_2 = |\vec{r}_2| = \sqrt{(-4{,}10)^2 + (3{,}30)^2 + (5{,}40)^2} = 7{,}54$$

e o produto escalar dos vetores posição é

$$\begin{aligned}\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2 &= (2{,}70\hat{\text{i}} - 2{,}90\hat{\text{j}} + 5{,}50\,\hat{\text{k}})\cdot(-4{,}10\hat{\text{i}} + 3{,}30\hat{\text{j}} + 5{,}40\,\hat{\text{k}})\\ &= (2{,}70)(-4{,}10) + (-2{,}90)(3{,}30) + (5{,}50)(5{,}40) = 9{,}06\end{aligned}$$

De acordo com a relação $\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2 = r_1r_2\cos\theta$, o ângulo entre $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ é

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2}{r_1r_2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{9{,}06}{(6{,}78)(7{,}54)}\right) = 79{,}8°$$

85. O trabalho realizado pela força é

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (-5{,}00\hat{\text{i}} + 5{,}00\hat{\text{j}} + 4{,}00\,\hat{\text{k}})\cdot(2{,}00\hat{\text{i}} + 2{,}00\hat{\text{j}} + 7{,}00\,\hat{\text{k}}) = 28\ \text{J}$$

Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $W = \Delta K = (m/2)(v_f^2 - v_i^2)$, a velocidade final da partícula é

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2W}{m}} = \sqrt{(4{,}00\ \text{m/s})^2 + \frac{2(28\ \text{J})}{2{,}00\ \text{kg}}} = 6{,}63\ \text{m/s}$$

Capítulo 8

1. PENSE Uma mola comprimida armazena energia. Este problema envolve a relação entre a energia armazenada e a constante elástica da mola.

FORMULE A energia potencial armazenada em uma mola é dada por $U = kx^2/2$, em que k é a constante elástica e x é o deslocamento da extremidade da mola em relação à posição de equilíbrio.

ANALISE Explicitando k na expressão anterior e substituindo U e x pelos seus valores, obtemos

$$k = \frac{2U}{x^2} = \frac{2(25\ \text{J})}{(0{,}075\ \text{m})^2} = 8{,}9\times10^3\ \text{N/m}$$

APRENDA A constante elástica é uma medida da rigidez de uma mola; quanto maior o valor de k, maior a força necessária para deformar a mola, e maior a energia U armazenada na mola.

2. Podemos usar a Eq. 7-12 para calcular W_g e a Eq. 8-9 para calcular U.

(a) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto A é horizontal, $\phi = 90{,}0°$ e $W_g = 0$ (pois cos 90,0° = 0).

(b) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto B possui uma componente vertical $h/2$ para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos:

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = \frac{1}{2}mgh = \frac{1}{2}(825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 1{,}70\times10^5\ \text{J}\,.$$

(c) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto C possui uma componente vertical h para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos:

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = \frac{1}{2}mgh = (825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 3{,}40\times10^5\ \text{J}.$$

(d) Usando o ponto C como referência, temos:

$$U_B = \frac{1}{2}mgh = \frac{1}{2}(825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 1{,}70\times10^5\ \text{J}.$$

(e) Usando o ponto C como referência, temos:

$$U_A = mgh = (825\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m}) = 3{,}40\times10^5\ \text{J}\,.$$

(f) Todos os valores calculados são proporcionais à massa do carro; assim, se a massa for duplicada, todos os valores serão duplicados.

3. (a) Como o deslocamento vertical é 10,0 m – 1,50 m = 8,50 m para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), a Eq. 7-12 nos dá

$$W_g = mgd\cos\phi = (2{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(8{,}50\ \text{m})\cos 0° = 167\ \text{J}.$$

(b) Uma abordagem relativamente simples seria usar a Eq. 8-1, mas consideramos mais didático calcular ΔU a partir da definição $U = mgy$ (considerando o sentido "para cima" como positivo). O resultado é

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = (2{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}50\ \text{m} - 10{,}0\ \text{m}) = -167\ \text{J}.$$

(c) $U_i = mgy_i = 196$ J.

(d) $U_f = mgy_f = 29$ J.

(e) Como W_g não depende da referência para a energia potencial, $W_g = 167$ J.

(f) Como a variação de energia potencial não depende da referência, $\Delta U = -W_g = -167$ J.

(g) Usando a nova referência, temos:

$$U_i = mgy_i + U_0 = 296 \text{ J}.$$

(h) Usando a nova referência, temos:

$$U_f = mgy_f + U_0 = 129 \text{ J}.$$

Podemos verificar se o resultado do item (f) está correto calculando ΔU a partir dos novos valores de U_i e U_f.

4. (a) Como a força da haste é perpendicular à trajetória da bola, a única força que realiza trabalho sobre a bola é a força da gravidade. Ao passar da posição inicial para o ponto mais baixo da trajetória, a bola percorre uma distância vertical igual ao comprimento L da roda, e o trabalho realizado pela força da gravidade é

$$W = mgL = (0{,}341 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}452 \text{ m}) = 1{,}51 \text{ J} \cdot$$

(b) Ao passar da posição inicial para o ponto mais alto da trajetória, a bola também percorre uma distância vertical igual a L, mas desta vez o deslocamento é para cima, na direção oposta à da força da gravidade. Assim, o trabalho realizado pela força da gravidade é

$$W = mgL = (0{,}341 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}452 \text{ m}) = 1{,}51 \text{ J}$$

(c) Nesse caso, a posição final da bola está à mesma altura que a posição inicial e, portanto, o deslocamento é horizontal, perpendicular à força da gravidade, e o trabalho realizado pela força da gravidade é nulo.

(d) Como a força da gravidade é uma força conservativa, a variação da energia potencial é o negativo do trabalho realizado pela gravidade até o ponto mais baixo da trajetória:

$$\Delta U = -mgL = -(0{,}341 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}452 \text{ m}) = -1{,}51 \text{ J}.$$

(e) Usando o mesmo raciocínio do item anterior,

$$\Delta U = +mgL = (0{,}341 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}452 \text{ m}) = 1{,}51 \text{ J}.$$

(f) Usando o mesmo raciocínio dos itens anteriores,

$$\Delta U = 0.$$

(g) Como a variação da energia potencial depende apenas das posições inicial e final da bola, a variação é *a mesma* de quando a bola chegava ao ponto mais alto com velocidade zero.

5. PENSE Quando o floco de gelo escorrega, sem atrito, pela superfície da taça, ele está sujeito apenas à força gravitacional.

FORMULE Como a força gravitacional é vertical e praticamente constante, o trabalho realizado pela força sobre o floco de gelo é dado por $W = mgh$, em que m é a massa do floco, g é a aceleração da gravidade e h é a variação de altura do floco. Como a força gravitacional é conservativa, a variação da energia potencial do sistema floco-Terra tem o mesmo valor absoluto que o trabalho realizado pela força e o sinal oposto: $\Delta U = -W$.

ANALISE (a) Para os dados do problema, o trabalho realizado pela força gravitacional é

$$W = mgr = (2.00 \times 10^{-3} \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(22{,}0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 4{,}31 \times 10^{-3} \text{ J}$$

(b) A variação da energia potencial do sistema floco-Terra é $\Delta U = -W = -4{,}31 \times 10^{-3}$ J.

(c) Como a energia potencial do floco é maior quando o floco está na borda da taça, se $U = 0$ no fundo da taça, $U = +4{,}31 \times 10^{-3}$ J no ponto em que o floco é liberado.

(d) Se $U = 0$ na borda da taça, o resultado é o mesmo do item (b): $U = -4{,}31 \times 10^{-3}$ J.

(e) Como todos os resultados são proporcionais à massa do floco, todas as respostas aumentariam de valor.

APRENDA Enquanto o valor da energia potencial depende da referência escolhida (ponto no qual $U = 0$), a variação de energia potencial $\Delta U = U_f - U_i$ não depende da referência. Tanto no caso do item (c) como no caso do item (d), $\Delta U = -4{,}31 \times 10^{-3}$ J.

6. Podemos usar a Eq. 7-12 para calcular W_g e a Eq. 8-9 para calcular U.

(a) Como o deslocamento entre o ponto inicial e Q tem uma componente vertical $h - R$ que aponta para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos (para $h = 5R$):

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = 4mgR = 4(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}15\ \text{J}\,.$$

(b) Como o deslocamento entre o ponto inicial e o ponto mais alto do loop tem uma componente vertical $h - 2R$ que aponta para baixo (na mesma direção que $\vec{F}_g$), temos (para $h = 5R$):

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = 3mgR = 3(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}11\ \text{J}\,.$$

(c) No ponto P, $y = h = 5R$ e

$$U = 5mgR = 5(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}19\ \text{J}\,.$$

(d) No ponto Q, $y = R$ e

$$U = mgR = (3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}038\ \text{J}\,.$$

(e) No alto do loop, $y = 2R$ e

$$U = 2mgR = 2(3{,}20\times10^{-2}\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}12\ \text{m}) = 0{,}075\ \text{J}\,.$$

(f) Como nenhum dos cálculos precedentes envolve a velocidade inicial, as respostas permanecem as mesmas.

7. A principal dificuldade que os estudantes encontram para resolver problemas deste tipo parece estar relacionada ao cálculo da altura h da bola (em relação ao ponto mais baixo da trajetória) em função do ângulo entre a haste e a vertical, $h = L - L\cos\theta$, em que L é o comprimento da haste. Uma vez obtida esta relação (que não será demonstrada aqui, mas é fácil de deduzir usando um desenho simples no quadro-negro), o problema pode ser facilmente resolvido usando a Eq. 7-12 (para calcular W_g) e a Eq. 8-9 (para calcular U).

(a) Como a componente vertical do vetor deslocamento aponta para baixo e tem módulo h,

$$\begin{aligned} W_g &= \vec{F}_g \cdot \vec{d} = mgh = mgL(1-\cos\theta) \\ &= (5{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(2{,}00\ \text{m})(1-\cos 30°) = 13{,}1\ \text{J}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 8-1, $\Delta U = -W_g = -mgL(1 - \cos\theta) = -13{,}1$ J.

(c) Para $y = h$, a Eq. 8-9 nos dá $U = mgL(1 - \cos\theta) = 13{,}1$ J.

(d) Se o ângulo θ_0 aumenta, vemos intuitivamente que a altura h aumenta (matematicamente, $\cos\theta$ diminui e, portanto, $1 - \cos\theta$ aumenta). Em consequência, os valores das respostas dos itens (a) e (c) aumentam e o valor absoluto da resposta do item (b) também aumenta.

8. (a) Como a força da gravidade é constante, o trabalho realizado é dado por $W=\vec{F}\cdot\vec{d}$, em que $\vec{F}$ é a força e $\vec{d}$ é o deslocamento. Como a força aponta verticalmente para baixo e tem módulo mg, em que m é a massa da bola de neve, a expressão do trabalho assume a forma $W = mgh$, na qual h é a altura do penhasco. Assim,

$$W=mgh=(1{,}50\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(12{,}5\ \text{m})=184\ \text{J}\,.$$

(b) Como a força da gravidade é conservativa, a variação da energia potencial do sistema bola de neve-Terra é o negativo do trabalho realizado: $\Delta U = -W = -184$ J.

(c) Como o valor absoluto da diferença entre a energia potencial do sistema quando a bola chega ao solo e a energia potencial quando a bola está na borda do penhasco é $|\Delta U|$, $U = 0 - |\Delta U| = 184$ J quando a bola de neve chega ao solo.

9. Como o atrito é desprezível, podemos usar a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-17.

(a) No Problema 8-2, calculamos que $U_A = mgh$ (usando o ponto C como referência). Observando a Fig. 8-27, vemos que $U_A = U_0$, o que significa que $K_A = K_0$ e, portanto,
que

$$v_A = v_0 = 17{,}0\ \text{m/s}.$$

(b) Também calculamos no Problema 8-2 que $U_B = mgh/2$. Nesse caso, temos:

$$K_0+U_0=K_B+U_B$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2+mgh=\frac{1}{2}mv_B^2+mg\left(\frac{h}{2}\right)$$

o que nos dá

$$v_B=\sqrt{v_0^2+gh}=\sqrt{(17{,}0\ \text{m/s})^2+(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m})}=26{,}5\ \text{m/s}.$$

(c) Analogamente,

$$v_C=\sqrt{v_0^2+2gh}=\sqrt{(17{,}0\ \text{m/s})^2+2(9{,}80\ \text{m/s}^2)(42{,}0\ \text{m})}=33{,}4\ \text{m/s}.$$

(d) Para determinar a altura "final", fazemos $K_f = 0$, o que nos dá o sistema de equações

$$K_0+U_0=K_f+U_f$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2+mgh=0+mgh_f$$

cuja solução é

$$h_f=h+\frac{v_0^2}{2g}=42{,}0\ \text{m}+\frac{(17{,}0\ \text{m/s})^2}{2(9{,}80\ \text{m/s}^2)}=56{,}7\ \text{m}.$$

(e) Como os resultados acima não dependem da massa do carro, as respostas dos itens (a) a (d) seriam as mesmas se o carro tivesse uma massa duas vezes maior.

10. Como o atrito é desprezível, podemos usar a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-17.

(a) Na solução do Problema 8-3 (ao qual este problema se refere), obtivemos $U_i = mgy_i = 196$ J e $U_f = mgy_f = 29{,}0$ J (usando o nível do solo como referência). Como $K_i = 0$, temos:

$$0+196\ \text{J}=K_f+29{,}0\ \text{J}$$

o que nos dá K_f = 167 J e, portanto,

$$v=\sqrt{\frac{2K_f}{m}}=\sqrt{\frac{2(167\ \text{J})}{2{,}00\ \text{kg}}}=12{,}9\ \text{m/s}.$$

(b) A partir dos resultados do item (a), obtemos $K_f = -\Delta U = mgh$, em que $h = y_i - y_f$. Assim,

$$v=\sqrt{\frac{2K_f}{m}}=\sqrt{2gh}$$

como poderíamos ter calculado usando as equações da Tabela 2-1 (em particular, a Eq. 2-16). Como a resposta não depende da massa do livro, a resposta do item (b) é a mesma do item (a), ou seja, v = 12,9 m/s.

(c) Se $K_i \neq 0$, $K_f = mgh + K_i$ (em que K_i é necessariamente positivo). Nesse caso, a energia cinética final K_f é maior que o valor encontrado no item (a) e, portanto, a velocidade final v também é maior.

11. PENSE Como foi visto no Problema 8-5, quando o floco de gelo escorrega, a energia potencial do floco diminui. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a energia mecânica do floco deve aumentar.

FORMULE Se K_i é a energia cinética do floco na borda da taça, K_f é a energia cinética do floco no fundo da taça, U_i é a energia potencial gravitacional do sistema floco-Terra quando o floco está na borda da taça, e U_f é a energia potencial gravitacional do sistema floco-Terra quando o floco está no fundo da taça, temos

$$K_f+U_f=K_i+U_i$$

Tomando a energia potencial como sendo zero no fundo da taça, a energia potencial quando o floco está na borda da taça é U_i = mgr, em que r é o raio da taça, e m é a massa do floco. Como o floco parte do repouso, K_i = 0 e $K_f = mv^2/2$, em que v é a velocidade final do floco.

ANALISE (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_f+U_f=K_i+U_i \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}mv^2+0=0+mgr$$

o que nos dá $v=\sqrt{2gr}=2{,}08\ \text{m/s}$.

(b) Como a expressão da velocidade é $v=\sqrt{2gr}$, que não envolve a massa do floco, a velocidade seria a mesma que foi calculada no item (a).

(c) A energia cinética final é dada por $K_f = K_i + U_i - U_f$. Se o floco tivesse uma velocidade inicial, K_i seria maior, K_f seria maior e, portanto, a velocidade final do floco seria maior.

APRENDA A lei de conservação da energia mecânica também pode ser escrita na forma $\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = 0$.

12. Podemos resolver o problema usando a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-18. Escolhemos o solo como referência para a energia potencial U. O solo também é considerado a posição "final" da bola de neve.

(a) De acordo com a Eq. 8-9, a posição inicial da bola de neve é dada por $U_i = mgh$, em que h = 12,5 m e m = 1,50 kg. Assim, temos:

$$K_i+U_i=K_f+U_f$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2+mgh=\frac{1}{2}mv^2+0$$

o que nos dá a velocidade da bola de neve ao chegar ao solo:

$$v=\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{1}{2}mv_i^2+mgh\right)}=\sqrt{v_i^2+2gh}$$

em que v_i = 14,0 m/s é o módulo da velocidade inicial (e não uma componente da velocidade). O resultado é v = 21,0 m/s.

(b) Como foi dito no item (a), v_i é o módulo da velocidade inicial e não uma componente; assim, a velocidade final da bola de neve não depende do ângulo de lançamento, e a resposta é a mesma do item (a): v = 21,0 m/s.

(c) Como a equação usada para calcular v no item (a) não envolve a massa, a resposta é a mesma do item (a): v = 21,0 m/s.

13. PENSE Quando a bola de gude sobe verticalmente, a energia potencial gravitacional da bola aumenta. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, esse aumento é igual à energia potencial elástica armazenada na mola da espingarda.

FORMULE A energia potencial gravitacional, quando a bola está no ponto mais alto da trajetória, é $U_g = mgh$ e a energia potencial elástica armazenada na mola é $U_m = kx^2/2$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, as duas energias devem ser iguais.

ANALISE (a) Para os dados do problema, a energia potencial gravitacional da bola no ponto mais alto da trajetória é

$$\Delta U_g = mgh = (5{,}0\times10^{-3}\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(20\text{ m}) = 0{,}98\text{ J}$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, como a energia cinética é zero no ponto de lançamento e no ponto mais alto da trajetória, $\Delta U_g + \Delta U_m = 0$, em que ΔU_m é a variação da energia potencial elástica da mola. Assim, $\Delta U_m = -\Delta U_g = -0{,}98$ J.

(c) Vamos tomar a energia potencial elástica da mola como zero quando a mola está relaxada. Nesse caso, o resultado do item (b) significa que a energia potencial inicial da mola é U_m = 0,98 J. Como a energia potencial elástica de uma mola é igual a $kx^2/2$, em que k é a constante elástica e x é o deslocamento da extremidade da mola em relação à posição no estado relaxado, temos

$$k=\frac{2U_s}{x^2}=\frac{0{,}98\text{ J}}{(0{,}080\text{ m})^2}=3{,}1\times10^2\text{ N/m}=3{,}1\text{ N/cm}$$

APRENDA Em um ponto qualquer da trajetória, em que a energia da bola é a soma da energia cinética com a energia potencial, a relação entre a energia armazenada na mola e a energia da bola é

$$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv^2+mgy$$

Quando a bola atinge a altura máxima $y_{\text{máx}}$, $v = 0$; portanto, $mgy_{\text{máx}} = kx^2/2$, o que nos dá

$$y_{\text{máx}}=\frac{kx^2}{2mg}.$$

14. Podemos resolver o problema usando a lei de conservação da energia mecânica, Eq. 8-18.

(a) Quando a bola chega ao ponto mais alto da trajetória, a variação de energia potencial é $\Delta U = mgL$. Assim, temos:

$$\Delta K+\Delta U=0$$
$$K_{\text{alto}}-K_0+mgL=0$$

o que, para $K_{\text{alto}} = 0$, nos dá $K_0 = mgL$ e, portanto,

$$v_0=\sqrt{\frac{2K_0}{m}}=\sqrt{2gL}=\sqrt{2(9{,}80\text{ m/s}^2)(0{,}452\text{ m})}=2{,}98\text{ m/s}$$

(b) Também vimos no Problema 8-4 que a variação de energia potencial quando a bola chega ao ponto mais baixo da trajetória é $\Delta U = -mgL$. Assim, temos:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$
$$K_{\text{baixo}} - K_0 - mgL = 0$$

o que, com $K_0 = mgL$, nos dá $K_{\text{baixo}} = 2mgL$. Assim,

$$v_{\text{baixo}} = \sqrt{\frac{2K_{\text{baixo}}}{m}} = \sqrt{4gL} = \sqrt{4(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}452\ \text{m})} = 4{,}21\ \text{m/s}\ .$$

(c) Como, nesse caso, o ponto inicial e o ponto final estão na mesma altura, $\Delta U = 0$ e, portanto, $\Delta K = 0$. Assim, a velocidade é igual à velocidade inicial:

$$v_{\text{direita}} = v_0 = 2{,}98\ \text{m/s}\ .$$

(d) Como os resultados obtidos nos itens anteriores não dependem da massa da bola, as respostas dos itens (a) a (c) seriam as mesmas se a massa da bola fosse duas vezes maior.

15. PENSE Se um caminhão que perdeu os freios entra em uma rampa de emergência, ele só vai parar quando toda a energia cinética do caminhão for convertida em energia potencial gravitacional.

FORMULE De acordo com o enunciado, podemos ignorar as forças de atrito. A velocidade do caminhão ao chegar à rampa de emergência é $v_i = 130(1000/3600) = 36{,}1$ m/s. Quando o caminhão para, as energias potencial e cinética do caminhão são $K_f = 0$ e $U_f = mgh$, respectivamente. Podemos usar a lei de conservação da energia mecânica para resolver o problema.

ANALISE (a) De acordo com a lei de conservação da energia, $K_f + U_k = K_i + U_i$. Como $U_i = 0$ e $K_i = mv^2/2$, temos

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + 0 = 0 + mgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{(36{,}1\ \text{m/s})^2}{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)} = 66{,}5\ \text{m}$$

Se L é o comprimento mínimo da rampa, devemos ter $L\,\text{sen}\,\theta = h$, o que nos dá

$$L = \frac{66{,}5\ \text{m}}{\text{sen}\,15^\circ} = 257\ \text{m}$$

(b) Como a expressão do comprimento mínimo da rampa, $L = h/\text{sen}\,\theta = v_i^2/2g\,\text{sen}\,\theta$, não envolve a massa do caminhão, o comprimento mínimo será o mesmo se a massa do caminhão for menor.

(c) Se a velocidade diminuir, L será menor (note que h é proporcional ao quadrado da velocidade e L é proporcional a h).

APRENDA O comprimento L diminui consideravelmente se o atrito entre os pneus e a rampa for levado em conta.

16. Vamos tomar como referência da energia potencial gravitacional a posição da mola no estado relaxado e chamar de x a deformação da mola, tomando o sentido para baixo como positivo (de modo que $x > 0$ significa que a mola está comprimida).

(a) Para $x = 0{,}190$ m, a Eq. 7-26 nos dá

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2 = -7{,}22\ \text{J} \approx -7{,}2\ \text{J}$$

para o trabalho realizado pela mola sobre o bloco. De acordo com a terceira lei de Newton, o trabalho realizado pelo bloco sobre a mola é 7,2 J.

(b) Como foi calculado no item (a), o trabalho realizado pela mola sobre o bloco é –7,2 J.

(c) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$mgh_0 = -mgx + \frac{1}{2}kx^2$$

o que, para $m = 0{,}70$ kg, nos dá $h_0 = 0{,}86$ m.

(d) Podemos calcular o valor de x para uma altura $h'_0 = 2h_0 = 1,72$ m usando a fórmula da equação do segundo grau e escolhendo a raiz positiva, para que $x > 0$:

$$mgh'_0 = -mgx + \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow \quad x = \frac{mg + \sqrt{(mg)^2 + 2mgkh'_0}}{k}$$

o que nos dá $x = 0,26$ m.

17. (a) No ponto Q, o bloco (que nesse ponto está descrevendo um movimento circular) experimenta uma aceleração centrípeta v^2/R que aponta para a esquerda. Podemos calcular o valor de v^2 usando a lei de conservação da energia:

$$K_P + U_P = K_Q + U_Q$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgR$$

Usando o fato de que $h = 5R$, obtemos $mv^2 = 8mgR$. Assim, a componente horizontal da força resultante que age sobre o bloco no ponto Q é

$$F = mv^2/R = 8mg = 8(0,032 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 2,5 \text{ N}.$$

A força aponta para a esquerda (na mesma direção de $\vec{a}$).

(b) A componente vertical da força que age sobre o bloco no ponto Q é a força da gravidade

$$F = mg = (0,032 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 0,31 \text{ N}.$$

(c) Quando o bloco está na iminência de perder contato com a superfície, a força centrípeta é igual à força da gravidade:

$$\frac{mv_t^2}{R} = mg \quad \Rightarrow \quad mv_t^2 = mgR.$$

Para obter o novo valor de h, usamos a lei de conservação da energia:

$$K_P + U_P = K_t + U_t$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_t^2 + mgh_t$$
$$mgh = \frac{1}{2}(mgR) + mg(2R)$$

Assim, $h = 2,5R = (2,5)(0,12 \text{ m}) = 0,30$ m.

(d) De acordo com a segunda lei de Newton, a força normal F_N, para velocidades v_t maiores que $\sqrt{gR}$ (que são as únicas para as quais existe força normal; veja a solução do item anterior), é dada por

$$F_N = \frac{mv_t^2}{R} - mg$$

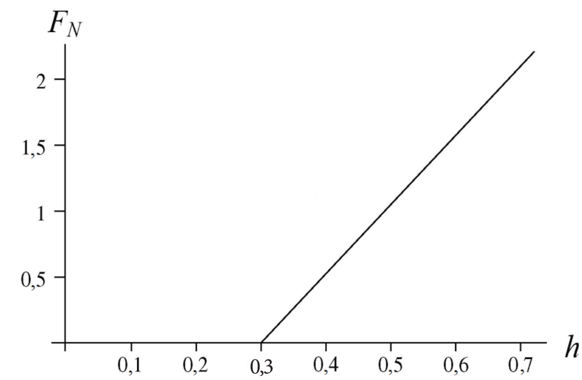
Como v_t^2 está relacionada a h pela lei de conservação da energia

$$K_P + U_P = K_t + U_t \quad \Rightarrow \quad gh = \frac{1}{2}v_t^2 + 2gR$$

a força normal em função de h (contanto que $h \geq 2,5R$; veja o item anterior) se torna

$$F_N = \frac{2mgh}{R} - 5mg.$$

Assim, o gráfico para $h \geq 2{,}5R = 0{,}30$ m, mostrado na figura a seguir, é uma linha reta de inclinação positiva $2mg/R$. Note que a força normal é zero para $h \leq 2{,}5R$.



18. Para resolver este problema, podemos usar a Eq. 8-18, escolhendo como referência para a energia potencial o ponto mais baixo da trajetória, que também será considerado a posição "final" da bola.

(a) Na posição mostrada na Fig. 8-32, que vamos considerar como posição inicial, a energia potencial é $U = mgL(1 - \cos\theta)$. Assim, temos:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$0 + mgL(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{\frac{2mgL(1-\cos\theta)}{m}} = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}.$$

Para $L = 2{,}00$ m e $\theta = 30{,}0°$, $v = 2{,}29$ m/s.

(b) Como o resultado do item anterior mostra que a velocidade não depende da massa, a velocidade permanece a mesma quando a massa aumenta.

19. Vamos converter a distância dada para unidades do SI e escolher o sentido para cima do eixo y como positivo. Além disso, vamos tomar a origem como a posição da extremidade superior da mola não comprimida. Nesse caso, a compressão inicial da mola (que define a posição de equilíbrio entre a força elástica e a força da gravidade) é $y_0 = -0{,}100$ m e a compressão adicional leva a extremidade superior da mola para a posição $y_1 = -0{,}400$ m.

(a) De acordo com a segunda lei de Newton, quando a pedra está na posição de equilíbrio ($a = 0$), temos:

$$\vec{F}_{\text{res}} = ma$$
$$F_{\text{mola}} - mg = 0$$
$$-k(-0{,}100) - (8{,}00)(9{,}8) = 0$$

Em que foi usada a lei de Hooke (Eq. 7-21). A última equação nos dá uma constante elástica $k = 784$ N/m .

(b) Quando a mola é comprimida por uma força adicional e depois liberada, a aceleração deixa de ser nula e a pedra começa a se mover para cima, transformando parte da energia potencial elástica (armazenada na mola) em energia cinética. De acordo com a Eq. 8-11, a energia potencial elástica no momento em que a mola é liberada é

$$U = \frac{1}{2}ky_1^2 = \frac{1}{2}(784 \text{ N/m})(-0{,}400)^2 = 62{,}7 \text{ J}.$$

(c) A altura máxima y_2 está além do ponto em que a pedra se separa da mola e é caracterizada por uma velocidade momentânea igual a zero. Tomando a posição y_1 como referência para a energia potencial gravitacional, temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$
$$0 + \frac{1}{2}ky_1^2 = 0 + mgh$$

em que $h = y_2 - y_1$ é a distância entre o ponto de altura máxima e o ponto de lançamento. Assim, mgh (o ganho de energia potencial gravitacional) é igual à perda da energia potencial elástica calculada no item anterior, 62,7 J.

(d) A altura máxima é $h = k\, y_1^2\, /2mg$ = 0,800 m ou 80,0 cm.

20. (a) Tomamos como referência para a energia potencial gravitacional o ponto mais baixo da trajetória da pedra. Seja θ o ângulo do fio do pêndulo com a vertical. Nesse caso, a altura y da pedra é dada por $L(1 - \cos\theta) = y$. Assim, a energia potencial gravitacional é

$$mg\,y = mgL(1 - \cos\theta).$$

Sabemos que para $\theta = 0°$ (ou seja, quando a pedra está no ponto mais baixo da trajetória) a velocidade é 8,0 m/s; de acordo com a Eq. 7-1, a energia cinética nessa posição é 64 J. Para $\theta = 60°$, a energia mecânica da pedra é

$$E_{\text{mec}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgL(1 - \cos\theta).$$

De acordo com a lei de conservação da energia, como não há atrito, essa energia é igual a 64 J. Explicitando a velocidade, obtemos v = 5,0 m/s.

(b) Para determinar o ângulo máximo atingido pelo pêndulo (conhecido como "ponto de retorno"), igualamos novamente a 64 J à expressão do item anterior, mas fazendo $v = 0$ e considerando θ como incógnita. Isso nos dá $\theta_{\text{máx}} = 79°$.

(c) Como foi visto no item (a), a energia mecânica total é 64 J.

21. Para resolver este problema, podemos usar a lei de conservação da energia mecânica (Eq. 8-18). Escolhemos como referência para a energia potencial U (e para a altura h) o ponto mais baixo da trajetória do peso, que também será considerado sua posição "final".

(a) Observando a Fig. 8-32, vemos que $h = L - L\cos\theta$, em que θ é o ângulo entre o fio do pêndulo e a vertical. Assim, a energia potencial gravitacional na posição mostrada na Fig. 8-32 (a posição inicial) é $U = mgL(1 - \cos\theta_0)$. Nesse caso, temos:

$$K_0 + U_0 = K_f + U_f$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1 - \cos\theta_0) = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}\left[\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1 - \cos\theta_0)\right]} = \sqrt{v_0^2 + 2gL(1 - \cos\theta_0)}$$

$$= \sqrt{(8{,}00\text{ m/s})^2 + 2(9{,}80\text{ m/s}^2)(1{,}25\text{ m})(1 - \cos 40°)} = 8{,}35\text{ m/s}.$$

(b) Estamos interessados em encontrar o menor valor da velocidade inicial para o qual o peso chega à posição horizontal, ou seja, devemos ter $v_h = 0$ para $\theta = 90°$ (ou $\theta = -90°$, tanto faz, já que $\cos(-\phi) = \cos\phi$). Temos:

$$K_0 + U_0 = K_h + U_h$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1 - \cos\theta_0) = 0 + mgL$$

o que nos dá

$$v_0 = \sqrt{2gL\cos\theta_0} = \sqrt{2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1{,}25 \text{ m})\cos 40°} = 4{,}33 \text{ m/s}.$$

(c) Para que a corda fique esticada na posição vertical, com o peso acima da corda, a força centrípeta deve ser, no mínimo, igual à força gravitacional:

$$\frac{mv_t^2}{r} = mg \quad \Rightarrow \quad mv_t^2 = mgL,$$

na qual levamos em conta que $r = L$. Substituindo na expressão da energia cinética (com $\theta = 180°$), temos:

$$K_0 + U_0 = K_t + U_t$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}mv_t^2 + mg(1-\cos 180°)$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}(mgL) + mg(2L)$$

o que nos dá

$$v_0 = \sqrt{gL(3+2\cos\theta_0)} = \sqrt{(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1{,}25 \text{ m})(3+2\cos 40°)} = 7{,}45 \text{ m/s}.$$

(d) Quanto maior a energia potencial inicial, menor a energia cinética necessária para chegar às posições dos itens (b) e (c). Aumentar θ_0 significa aumentar U_0; assim, a um maior valor de θ_0 correspondem menores valores de v_0 nos itens (b) e (c).

22. De acordo com a Eq. 4-24, a altura h do salto do esquiador pode ser obtida a partir da equação $v_y^2 = 0 = v_{0y}^2 - 2gh$ s, na qual $v_{0y} = v_0$ sen 28° é a componente vertical da "velocidade de lançamento" do esquiador. Para determinar v_0, usamos a lei de conservação da energia.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, como o esquiador parte do repouso $y = 20$ m acima do ponto de "lançamento", temos:

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gy} = 20 \text{ m/s}$$

que se torna a velocidade inicial v_0 do salto. Assim, a relação entre h e v_0 é

$$h = \frac{(v_0 \text{ sen } 28°)^2}{2g} = 4{,}4 \text{ m}.$$

(b) Como o resultado final não depende da massa do esquiador, a altura máxima h seria a mesma.

23. (a) Quando a bola chega ao ponto mais baixo, a energia potencial inicial $U = mgL$ (medida em relação ao ponto mais baixo) foi convertida totalmente em energia cinética. Assim,

$$mgL = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gL}.$$

Para $L = 1{,}20$ m, $v = \sqrt{2gL} = \sqrt{2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1{,}20 \text{ m})} = 4{,}85 \text{ m/s}$.

(b) Nesse caso, a energia mecânica total se divide entre a energia cinética $mv_b^2/2$ e a energia potencial mgy_b. Sabemos que $y_b = 2r$, na qual $r = L - d = 0{,}450$ m. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$mgL = \frac{1}{2}mv_b^2 + mgy_b$$

o que nos dá $v_b = \sqrt{2gL - 2g(2r)} = 2{,}42$ m/s.

24. Vamos chamar de x a compressão da mola (considerada positiva) e usar como referência para a energia potencial gravitacional a posição inicial do bloco. O bloco desce uma distância total $h + x$ e a energia potencial gravitacional final é $-mg(h + x)$. A energia potencial elástica da mola é $kx^2/2$ na posição final e a energia cinética do bloco é zero tanto na posição inicial como na posição final. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$0 = -mg(h+x) + \frac{1}{2}kx^2$$

que é uma equação do segundo grau em x. Usando a fórmula da equação do segundo grau, obtemos

$$x = \frac{mg \pm \sqrt{(mg)^2 + 2mghk}}{k}.$$

Para mg = 19,6 N, h = 0,40 m, k = 1960 N/m e, escolhendo a raiz positiva para que $x > 0$, temos:

$$x = \frac{19,6 + \sqrt{19,6^2 + 2(19,6)(0,40)(1960)}}{1960} = 0,10 \text{ m}.$$

25. Como o tempo não aparece explicitamente nas expressões da energia, usamos primeiro uma das equações da Tabela 2-1 para calcular a variação de altura da bola durante a queda livre de t = 6,0 s:

$$\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

o que nos dá Δy = –32 m. Assim, $\Delta U = mg\Delta y = -318 \text{ J} \approx -3,2\times10^{-2} \text{ J}$.

26. (a) Com a energia em joules e o comprimento em metros, temos:

$$\Delta U = U(x) - U(0) = -\int_0^x (6x' - 12)dx'.$$

Assim, como sabemos que U (0) = 27 J, podemos obter $U(x)$ (escrita simplesmente como U) calculando a integral e reagrupando os termos:

$$U = 27 + 12x - 3x^2.$$

(b) Podemos maximizar a função acima igualando a derivada a zero ou usando o equilíbrio de forças. Vamos usar o segundo método.

$$F = 0 \Rightarrow 6x_{eq} - 12 = 0.$$

Assim, x_{eq} = 2,0 m e, portanto, U = 39 J.

(c) Usando a fórmula da equação do segundo grau, um computador ou uma calculadora científica, descobrimos que o valor negativo de x para o qual U = 0 é x = –1,6 m.

(d) Usando a fórmula da equação do segundo grau, um computador ou uma calculadora científica, descobrimos que o valor positivo de x para o qual U = 0 é x = 5,6 m.

27. (a) Para verificar se o cipó se rompe, basta analisar a situação no instante em que Tarzan passa pelo ponto mais baixo da trajetória, já que é nesse ponto que o cipó (se não se romper) estará submetido ao máximo esforço. Tomando o sentido para cima como positivo, a segunda lei de Newton nos dá

$$T - mg = m\frac{v^2}{r}$$

na qual r = 18,0 m e $m = W/g$ = 688/9,8 = 70,2 kg. Podemos obter o valor de v^2 a partir da lei de conservação da energia (tomando como referência para a energia potencial o ponto mais baixo da trajetória):

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh$$

na qual h = 3,20 m. Combinando esses resultados, obtemos

$$T = mg + m\frac{2gh}{r} = mg\left(1 + \frac{2h}{r}\right)$$

o que nos dá 933 N. Assim, o cipó não se rompe.

(b) Arredondando para o número apropriado de algarismos significativos, vemos que a maior força a que é submetido o cipó é $9{,}3 \times 10^2$ N.

28. A constante elástica é dada pela inclinação do gráfico:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} = 0{,}10 \text{ N/cm} = 10 \text{ N/m}.$$

(a) Igualando a energia potencial da mola comprimida à energia cinética da rolha no momento em que se separa da mola, temos:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = x\sqrt{\frac{k}{m}}$$

o que nos dá v = 2,8 m/s para m = 0,0038 kg e x = 0,055 m.

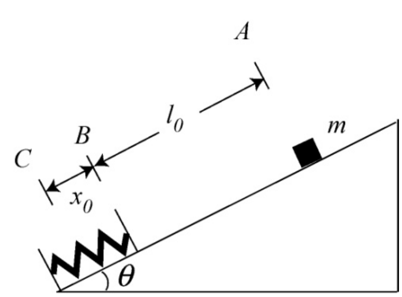
(b) Na nova situação, a energia potencial não é zero no instante em que a rolha se separa da mola. Para d = 0,015 m, temos:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kd^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}(x^2 - d^2)}$$

o que nos dá v = 2,7 m/s.

29. PENSE Para que o bloco pare momentaneamente, é preciso que toda a energia mecânica do bloco seja convertida em energia potencial elástica da mola.

FORMULE Vamos chamar de A o ponto inicial, de B o ponto em que o bloco se choca com a mola, e de C o ponto em que o bloco para momentaneamente (veja a figura que se segue). Vamos tomar a energia potencial do bloco como sendo zero quando o bloco está no ponto C.



A constante elástica da mola pode ser calculada a partir das informações contidas na segunda frase do enunciado. De acordo com a lei de Hooke,

$$k=\frac{F}{x}=\frac{270\ \text{N}}{0{,}02\ \text{m}}=1{,}35\times10^{4}\ \text{N/m}$$

Se a distância entre os pontos A é l_0, a distância percorrida pelo bloco até parar, $l_0 + x_0$, está relacionada à altura inicial h_A do bloco em relação ao ponto C pela equação $\operatorname{sen}\theta = h_A/(l_0+x_0)$.

ANALISE (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_A+U_A=K_C+U_C \quad\Rightarrow\quad 0+mgh_A=\frac{1}{2}kx_0^2$$

o que nos dá

$$h_A=\frac{kx_0^2}{2mg}=\frac{(1{,}35\times10^4\ \text{N/m})(0{,}055\ \text{m})^2}{2(12\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}=0{,}174\ \text{m}$$

Assim, a distância percorrida pelo bloco até parar é

$$l_0+x_0=\frac{h_A}{\operatorname{sen}30°}=\frac{0{,}174\ \text{m}}{\operatorname{sen}30°}=0{,}347\ \text{m}\approx0{,}35\ \text{m}$$

(b) De acordo com o resultado do item (a), $l_0 = 0{,}347 - x_0 = 0{,}347 - 0{,}055 = 0{,}292$ m, o que significa que a distância vertical entre o ponto A e o ponto B é

$$|\Delta y|=h_A-h_B=l_0\operatorname{sen}\theta=(0.292\ \text{m})\operatorname{sen}30°=0{,}146\ \text{m}$$

Assim, de acordo com a Eq. 8-18,

$$0+mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}mv_B^2=mg|\Delta y|$$

o que nos dá $v_B=\sqrt{2g|\Delta y|}=\sqrt{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}146\ \text{m})}=1{,}69\ \text{m/s}\approx1{,}7\ \text{m/s}$.

APRENDA A energia é conservada no processo. A energia total do bloco na posição B é

$$E_B=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B=\frac{1}{2}(12\ \text{kg})(1{,}69\ \text{m/s})^2+(12\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}028\ \text{m})=20{,}4\ \text{J}$$

que é igual à energia armazenada na mola quando o bloco chega ao ponto C:

$$\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}(1{,}35\times10^4\ \text{N/m})(0{,}055\ \text{m})^2=20{,}4\ \text{J}$$

30. Tomando a altura inicial da caixa como nível de referência, a altura da caixa (depois que desce uma distância d) é $y=-d\operatorname{sen}40°$.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_i+U_i=K+U\Rightarrow0+0=\frac{1}{2}mv^2+mgy+\frac{1}{2}kd^2.$$

Assim, para d = 0,10 m, v = 0,81 m/s.

(b) Devemos encontrar um valor de $d \neq 0$ tal que K = 0. Temos:

$$K_i+U_i=K+U\Rightarrow0+mgy+\frac{1}{2}kd^2$$

o que nos dá mgd sen 40° = $kd^2/2$ ou d = 0,21 m.

(c) A força para cima é a força elástica da mola (lei de Hooke), cujo módulo é kd = 25,2 N. A força para baixo é a componente da gravidade $mg \operatorname{sen} 40°$ = 12,6 N. Assim, a força resultante que age sobre a caixa é (25,2 – 12,6) N = 12,6 N para cima e

$$a = F/m = (12{,}6 \text{ N})/(2{,}0 \text{ kg}) = 6{,}3 \text{ m/s}^2.$$

(d) A aceleração é para cima.

31. Vamos tomar como referência para a energia potencial gravitacional U_g (e para a altura h) o ponto em que a compressão da mola é máxima. Quando o bloco está se movendo para cima, primeiro é acelerado pela mola; em seguida, se separa da mola e, finalmente, chega a um ponto no qual a velocidade v_f é momentaneamente nula. Tomamos o eixo x como paralelo ao plano inclinado, com o sentido positivo para cima (de modo que a coordenada do ponto x_0 em que a compressão é máxima tem valor negativo; a origem é o ponto em que a mola está relaxada. Em unidades do SI, k = 1960 N/m e x_0 = –0,200 m.

(a) A energia potencial elástica é $kx_0^2/2$ = 39,2 J.

(b) Como, inicialmente, $U_g = 0$, a variação de U_g é igual ao valor final mgh, na qual m = 2,00 kg. De acordo com a lei de conservação da energia, esse valor deve ser igual ao obtido no item (a). Assim, ΔU_g = 39,2 J.

(c) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_0 + U_0 = K_f + U_f$$
$$0 + \frac{1}{2}kx_0^2 = 0 + mgh$$

o que nos dá h = 2,00 m. Como o problema pede a distância percorrida *ao longo do plano inclinado*, a resposta é $d = h/\operatorname{sen} 30°$ = 4,00 m.

32. O trabalho pedido é igual à variação da energia potencial gravitacional quando a corrente é puxada para cima da mesa. Dividindo a corrente em um grande número de segmentos infinitesimais de comprimento dy, vemos que a massa de um segmento é $(m/L)\,dy$ e a variação da energia potencial de um segmento, quando um segmento que está a uma distância $|y|$ abaixo do tampo da mesa é puxado para cima da mesa, é dada por

$$dU = (m/L)g|y|\,dy = -(m/L)gy\,dy,$$

já que y é negativo (o eixo y aponta para cima e a origem está no tampo da mesa). A variação total de energia potencial é

$$\Delta U = -\frac{mg}{L}\int_{-L/4}^{0} y\,dy = \frac{1}{2}\frac{mg}{L}\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{mgL}{32}.$$

O trabalho necessário para puxar a corrente é, portanto,

$$W = \Delta U = mgL/32 = (0{,}012 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}28 \text{ m})/32 = 0{,}0010 \text{ J}.$$

33. Vamos medir todas as alturas em relação à base do plano inclinado, que usamos como referência para a energia potencial gravitacional. Tomamos o eixo x paralelo ao plano inclinado, com o sentido para cima como positivo e a origem na extremidade da mola no estado relaxado. A altura que corresponde à posição inicial da mola é dada por $h_1 = (D + x)\operatorname{sen}\theta$, na qual θ é o ângulo do plano inclinado.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \Rightarrow \quad 0 + mg(D+x)\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgD\operatorname{sen}\theta,$$

o que nos dá, para m = 2,00 kg e k = 170 N/m,

$$v_2 = \sqrt{2gx \operatorname{sen}\theta + \frac{kx^2}{m}} = 2,40 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_1 + U_1 = K_3 + U_3$$
$$0 + mg(D+x)\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + 0,$$

o que nos dá $v_3 = \sqrt{2g(D+x)\operatorname{sen}\theta + kx^2/m} = 4,19$ m/s.

34. Seja $\vec{F}_N$ a força normal que o gelo exerce sobre o menino e seja m a massa do menino. A força radial é $mg\cos\theta - F_N$ e, de acordo com a segunda lei de Newton, é igual a mv^2/R, na qual v é a velocidade do menino. No ponto em que o menino perde contato com o gelo, $F_N = 0$ e, portanto, $g\cos\theta = v^2/R$. Queremos conhecer a velocidade v. Tomando como referência para a energia potencial gravitacional o alto do monte de gelo, a energia potencial do menino no instante em que perde contato com o gelo é

$$U = -mgR(1 - \cos\theta).$$

De acordo com a lei de conservação da energia, como o menino parte do repouso e sua energia cinética no momento em que perde contato com o gelo é $mv^2/2$,

$$0 = mv^2/2 - mgR(1 - \cos\theta)$$

ou $v^2 = 2gR(1 - \cos\theta)$. Como, de acordo com a segunda lei de Newton, $v^2/R = g\cos\theta$, obtemos a relação $g\cos\theta = 2g(1 - \cos\theta)$, o que nos dá $\cos\theta = 2/3$. A altura do menino em relação à base do monte de gelo é

$$h = R\cos\theta = \frac{2}{3}R = \frac{2}{3}(13,8 \text{ m}) = 9,20 \text{ m}.$$

35. (a) A energia potencial elástica da mola quando o bloco para momentaneamente é

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(431 \text{ N/m})(0,210 \text{ m})^2 = 9,50 \text{ J}.$$

Essa energia é igual à energia potencial gravitacional do bloco no instante em que começou a deslizar, mgy, em que $y = (d + x)$ sen(30º) é a altura inicial do bloco em relação ao ponto em que para momentaneamente. Assim,

$$mg(d + x)\operatorname{sen}(30^\circ) = 9,50 \text{ J} \quad \Rightarrow \quad d = 0,396 \text{ m}.$$

(b) Depois de se chocar com a mola, o bloco continua a acelerar por algum tempo, até que a força elástica da mola se torne igual à componente da força da gravidade paralela ao plano inclinado. No instante em que isso acontece,

$$kx = mg\operatorname{sen}30^\circ$$

o que nos dá $x = 0,0364$ m = 3,64 cm.

Nota: Isso acontece muito antes que o bloco pare momentaneamente (depois de se chocar com a mola, o bloco percorre uma distância de 21 cm até parar).

36. Vamos chamar de h a altura da mesa e de x a distância horizontal percorrida pela bola de gude. Nesse caso, $x = v_0t$ e $h = gt^2/2$ (já que a componente vertical da "velocidade de lançamento" da bola é zero). Isso nos dá $x = v_0\sqrt{2h/g}$. Note que a distância horizontal percorrida pela bola é diretamente proporcional à velocidade inicial. Vamos chamar de v_{01} a velocidade inicial do primeiro lançamento e de $D_1 = (2,20 - 0,27)$ m = 1,93 m a distância horizontal percorrida. Supondo que o segundo lançamento acerta no alvo, vamos chamar de v_{02} a velocidade inicial do segundo lançamento e de $D = 2,20$ m a distância horizontal percorrida; nesse caso, temos:

$$\frac{v_{02}}{v_{01}}=\frac{D}{D_1} \quad \Rightarrow \quad v_{02}=\frac{D}{D_1}v_{01}$$

Quando a mola é comprimida de uma distância ℓ, a energia potencial elástica é $k\ell^2/2$. No instante do lançamento, a energia cinética da bola de gude é $mv_0^2/2$. De acordo com a lei de conservação da energia, $mv_0^2/2 = k\ell^2/2$, o que mostra que a velocidade inicial da bola é diretamente proporcional à compressão inicial da mola. Chamando de ℓ_1 a compressão usada no primeiro lançamento e de ℓ_2 a compressão usada no segundo, $v_{02} = (\ell_2/\ell_1)v_{01}$. Combinando este resultado com o anterior, obtemos:

$$\ell_2=\frac{D}{D_1}\ell_1=\left(\frac{2{,}20\text{ m}}{1{,}93\text{ m}}\right)(1{,}10\text{ cm})=1{,}25\text{ cm}.$$

37. Considere um elemento infinitesimal de comprimento dx situado a uma distância x de uma das extremidades da mola (a extremidade de cima quando a corda é colocada na vertical). Quando a corda é colocada na vertical, a variação de energia potencial desse elemento é

$$dU=-(\lambda dx)gx$$

em que $\lambda = m/h$ é a massa específica linear da corda e o sinal negativo mostra que a energia potencial diminuiu. Integrando ao longo de toda a corda, obtemos a variação total da energia potencial:

$$\Delta U=\int dU=-\int_0^h \lambda gx dx=-\frac{1}{2}\lambda gh^2=-\frac{1}{2}mgh.$$

Para $m = 15$ g e $h = 25$ cm, obtemos $\Delta U = -0{,}018$ J.

38. Neste problema, a energia mecânica (a soma de K e U) permanece constante.

(a) Como a energia mecânica é conservada, $U_B+K_B=U_A+K_A$, e a energia cinética da partícula na região A ($3{,}00\text{ m}\le x\le 4{,}00\text{ m}$) é

$$K_A=U_B-U_A+K_B=12{,}0\text{ J}-9{,}00\text{ J}+4{,}00\text{ J}=7{,}00\text{ J}\cdot$$

Como $K_A=mv_A^2/2$, a velocidade da partícula no ponto $x = 3{,}5$ m (dentro da região A) é

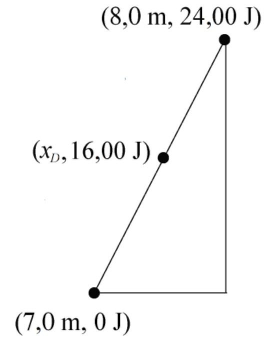
$$v_A=\sqrt{\frac{2K_A}{m}}=\sqrt{\frac{2(7{,}00\text{ J})}{0{,}200\text{ kg}}}=8{,}37\text{ m/s}.$$

(b) No ponto $x = 6{,}5$ m, $U=0$ e $K=U_B+K_B=12{,}0\text{ J}+4{,}00\text{ J}=16{,}0\text{ J}$. Assim, a velocidade da partícula é

$$v=\sqrt{\frac{2K}{m}}=\sqrt{\frac{2(16{,}0\text{ J})}{0{,}200\text{ kg}}}=12{,}6\text{ m/s}.$$

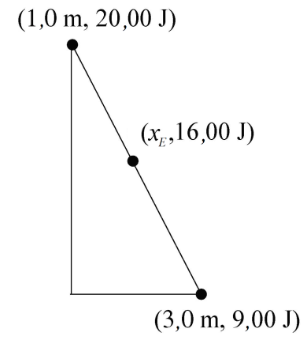
(c) No ponto de retorno, a velocidade da partícula é zero. Chamando de x_D a posição do ponto de retorno da direita, temos (veja a figura):

$$\frac{16{,}00\text{ J}-0}{x_D-7{,}00\text{ m}}=\frac{24{,}00\text{ J}-16{,}00\text{ J}}{8{,}00\text{ m}-x_D} \quad \Rightarrow \quad x_D=7{,}67\text{ m}.$$



(d) Chamando de x_E a posição do ponto de retorno da esquerda, temos (veja a figura):

$$\frac{16,00\text{ J}-20,00\text{ J}}{x_E-1,00\text{ m}}=\frac{9,00\text{ J}-16,00\text{ J}}{3,00\text{ m}-x_E} \quad \Rightarrow \quad x_E=1,73\text{ m}.$$



39. De acordo com o gráfico, a energia potencial da partícula no ponto x = 4,5 m é U_1 = 15 J. Se a velocidade neste ponto é v = 7,0 m/s, a energia cinética é

$$K_1 = mv^2/2 = (0{,}90\text{ kg})(7{,}0\text{ m/s})^2/2 = 22\text{ J}.$$

A energia total é $E_1 = U_1 + K_1 = (15 + 22)$ J = 37 J.

(a) No ponto x = 1,0 m, a energia potencial é U_2 = 35 J. De acordo com a lei de conservação da energia, K_2 = 2,0 J > 0. Isso significa que a partícula chega a este ponto com uma velocidade

$$v_2=\sqrt{\frac{2K_2}{m}}=\sqrt{\frac{2(2,0\text{ J})}{0,90\text{ kg}}}=2,1\text{ m/s}.$$

(b) A força experimentada pela partícula está relacionada à energia potencial pela equação

$$F_x=-\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

De acordo com o gráfico da Fig. 8-48,

$$F_x=-\frac{35\text{ J}-15\text{ J}}{2\text{ m}-4\text{ m}}=+10\text{ N}.$$

(c) Como $F_x > 0$, a força aponta no sentido positivo do eixo x.

(d) No ponto x = 7,0 m, a energia potencial é U_3 = 45 J, que é maior que a energia inicial total E_1 = 37 J. Assim, a partícula não chega a esse ponto. No ponto de retorno, a energia cinética é zero. Como entre x = 5,0 m e x = 6, 0 m a energia potencial é dada por

$$U(x)=15+30(x-5).$$

O ponto de retorno pode ser determinado resolvendo a equação $37=15+30(x-5)$, o que nos dá x = 5,7 m.

(e) No ponto x = 5,0 m, a força que age sobre a partícula é

$$F_x=-\frac{\Delta U}{\Delta x}=-\frac{(45-15)\text{ J}}{(6-5)\text{ m}}=-30\text{ N},$$

cujo módulo é $|F_x|=30\text{ N}$.

(f) O fato de que $F_x<0$ mostra que a força aponta no sentido negativo do eixo x.

40. (a) A força na distância de equilíbrio $r = r_{eq}$ é

$$F = -\left.\frac{dU}{dr}\right|_{r=r_{eq}} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{12A}{r_{eq}^{13}} + \frac{6B}{r_{eq}^{7}} = 0,$$

o que nos dá

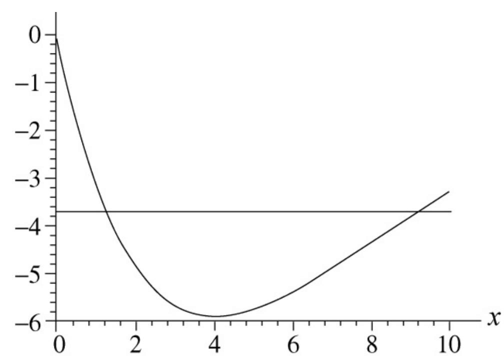
$$r_{eq} = \left(\frac{2A}{B}\right)^{1/2} = 1{,}12\left(\frac{A}{B}\right)^{1/2}.$$

(b) O fato de que o ponto $r = r_{eq}$ define um mínimo da curva de energia potencial (o que pode ser confirmado desenhando um gráfico ou derivando novamente a função e verificando que a concavidade aponta para cima) significa que para valores de r menores que r_{eq} a inclinação da curva de energia potencial é negativa e, portanto, a força é positiva, ou seja, repulsiva.

(c) Para valores de r maiores que r_{eq}, a inclinação da curva de energia potencial é positiva e, portanto, a força é negativa, ou seja, atrativa.

41. (a) A energia no ponto $x = 5{,}0$ m é $E = K + U = 2{,}0\ \text{J} - 5{,}7\ \text{J} = -3{,}7$ J.

(b) A figura mostra um gráfico da energia potencial $U(x)$ em função de x (em unidades do SI) e a reta horizontal que representa a energia E, para $0 \le x \le 10$ m.



(c) Devemos determinar graficamente os pontos de retorno, que são os pontos em que a energia potencial é igual à energia total do sistema, calculada no item (a). No gráfico, esses pontos correspondem às interseções da curva de $U(x)$ com a reta horizontal que representa a energia total. O resultado para o menor valor de x (determinado, na verdade, matematicamente) é $x = 1{,}3$ m.

(d) O resultado para o maior valor de x é $x = 9{,}1$ m.

(e) Como $K = E - U$ e E é constante, maximizar K equivale a minimizar U. Observando o gráfico, vemos que $U(x)$ passa por um mínimo em $x = 4{,}0$ m. Fazendo $x = 4{,}0$ na expressão $E - U = -3{,}7 - (-4xe^{-x/4})$, obtemos $K = 2{,}16\ \text{J} \approx 2{,}2\ \text{J}$. Outra forma de resolver o problema é medir no gráfico a distância vertical entre o mínimo da curva de $U(x)$ e a reta que representa a energia total.

(f) Como foi dito no item anterior, a energia cinética é máxima para $x = 4{,}0$ m.

(g) A força pode ser obtida a partir da energia potencial usando a Eq. 8-22 (e o Apêndice E, se houver necessidade, para calcular a derivada).

$$F = \frac{dU}{dx} = (4 - x)e^{-x/4}.$$

(h) Essa questão nos leva de volta à discussão dos itens (d) e (e), já que calcular a raiz da equação $F(x) = 0$ equivale a determinar o valor de x para o qual $U(x)$ passa por um mínimo, mas com a vantagem de podermos contar com o resultado matemático do item (g). Podemos ver que o valor de x para o qual $F(x) = 0$ é exatamente $x = 4{,}0$ m.

42. Como a velocidade é constante, $\vec{a}=0$ e a componente horizontal da força aplicada pelo operário, $F\cos\theta$, é igual ao módulo da força de atrito, $f_k=\mu_k F_N$. Além disso, as forças verticais se cancelam, e, portanto, a soma do peso do caixote, mg, com a componente vertical da força aplicada pelo operário, $F\,\text{sen}\,\theta$, é igual à reação normal do piso, F_N. Isso nos dá o seguinte sistema de equações:

$$F\cos\theta=\mu_k F_N$$
$$F\,\text{sen}\,\theta+mg=F_N$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos $F = 71$ N.

(a) De acordo com a Eq. 7-7, o trabalho realizado pelo operário sobre o bloco é

$$W = Fd\cos\theta = (71\text{ N})(9{,}2\text{ m})\cos 32° = 5{,}6\times 10^2\text{ J}.$$

(b) Como $f_k=\mu_k\,(mg + F\,\text{sen}\,\theta)$, $\Delta E_t = f_k d = (60\,\text{N})(9{,}2\,\text{m}) = 5{,}6\times10^2$ J.

43. (a) De acordo com a Eq. 7-8,

$$W=(8{,}0\,\text{N})(0{,}70\,\text{m})=5{,}6\ \text{J}.$$

(b) De acordo com a Eq. 8-31, o aumento de energia térmica é dado por

$$\Delta E_t = f_k d=(5{,}0\,\text{N})(0{,}70\,\text{m})=3{,}5\ \text{J}.$$

44. (a) O trabalho realizado é $W = Fd = (35{,}0\text{ N})(3{,}00\text{ m}) = 105$ J.

(b) De acordo com a Eq. 6-2 e a Eq. 8-31, o aumento total de energia térmica é dado por

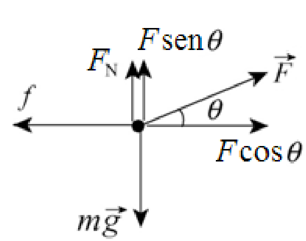
$$\Delta E_t = \mu_k mgd = (0{,}600)(4{,}00\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)(3{,}00\text{ m}) = 70{,}6\text{ J}.$$

Se a energia térmica do bloco aumentou de 40,0 J, a energia térmica do piso aumentou de (70,6 – 40,0) J = 30,6 J.

(c) Parte do trabalho total (105 J) foi "desperdiçada" (70,6 J transformaram-se em energia térmica), mas o restante, (105 – 70,6) J = 34,4 J, transformou-se em energia cinética. (Não houve aumento de energia potencial do bloco porque está implícito que o piso é horizontal.) Assim, o aumento da energia cinética do bloco é 34,4 J.

45. PENSE Para manter um bloco em movimento com velocidade constante em uma superfície com atrito, é preciso aplicar ao bloco uma força constante.

FORMULE A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do bloco, tomando o eixo x como eixo horizontal e o eixo y como eixo vertical.



ANALISE (a) O trabalho realizado pela força sobre o bloco é $W=Fd\cos\theta$. Substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$W=Fd\cos\theta=(7{,}68\,\text{N})(4{,}06\,\text{m})\cos15{,}0°=30{,}1\ \text{J}$$

(b) Como, de acordo com a lei de conservação da energia, o aumento da energia térmica deve ser igual ao trabalho realizado sobre o bloco, $\Delta E_t = W = 30{,}1$ J.

(c) Podemos usar a segunda lei de Newton para determinar a força de atrito e a força normal e, em seguida, usar a relação $\mu_k = f/F_N$ para calcular o coeficiente de atrito cinético.

Aplicando a segunda lei de Newton à componente x do movimento, obtemos

$$f = F\cos\theta = (7{,}68\ \text{N})\cos 15{,}0° = 7{,}42\ \text{N}$$

Aplicando a segunda lei de Newton à componente y do movimento, obtemos

$$F_N = mg - F\ \text{sen}\ \theta = (3{,}57\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) - (7{,}68\ \text{N})\text{sen}15{,}0° = 33{,}0\ \text{N}$$

Assim, o coeficiente de atrito cinético é

$$\mu_k = \frac{f}{F_N} = \frac{7{,}42\ \text{N}}{33{,}0\ \text{N}} = 0{,}225$$

APRENDA O aumento da energia térmica do sistema bloco-piso é dado pela Eq. 8-31, $\Delta E_t = fd$. Substituindo f e d por valores numéricos, obtemos $\Delta E_t = (7{,}42\ \text{N})(4{,}06\ \text{m}) = 30{,}1$ J, o mesmo valor calculado no item (b).

46. Vamos resolver o problema usando unidades inglesas (tomando $g = 32$ pés/s), mas, para facilitar os cálculos, vamos primeiro converter o peso para libras:

$$mg = (9{,}0)\ \text{onças}\left(\frac{1\ \ 1\text{libra}}{16\ \text{onças}}\right) = 0{,}56\ \text{libra}$$

o que nos dá $m = 0{,}018\ \text{libras}\cdot\text{s}^2/\text{pé}$. Vamos também converter a velocidade inicial para pés por segundo:

$$v_i = (81{,}8\ \text{mi/h})\left(\frac{5280\ \text{pés/mi}}{3600\ \text{s/h}}\right) = 120\ \text{pés/s}$$

De acordo com a Eq. 8-33, a energia "perdida" é dada por $\Delta E_t = -\Delta E_{mec}$. Assim,

$$\Delta E_t = \frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + mg(y_i - y_f) = \frac{1}{2}(0{,}018)(120^2 - 110^2) + 0 = 20\ \text{pés}\cdot\text{libras}.$$

47. Para trabalhar no SI, convertemos a massa m do disco de plástico para kg: $m = 0{,}075$ kg. De acordo com a Eq. 8-33, a energia "perdida" é dada por $\Delta E_t = -\Delta E_{mec}$. Assim,

$$\begin{aligned}\Delta E_t &= \frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + mg(y_i - y_f)\\ &= \frac{1}{2}(0{,}075\ \text{kg})[(12\ \text{m/s})^2 - (10{,}5\ \text{m/s})^2] + (0{,}075\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(1{,}1\ \text{m} - 2{,}1\ \text{m})\\ &= 0{,}53\ \text{J}.\end{aligned}$$

48. De acordo com a Eq. 8-31, temos:

$$\Delta E_t = f_k d = (10\ \text{N})(5{,}0\ \text{m}) = 50\ \text{J}$$

e, de acordo com a Eq. 7-8,

$$W = Fd = (2{,}0\ \text{N})(5{,}0\ \text{m}) = 10\ \text{J}.$$

De acordo com a Eq. 8-33,

$$W = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{t}} = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{t}}$$
$$10 = 35 + \Delta U + 50,$$

o que nos dá $\Delta U = -75$ J. Assim, de acordo com a Eq. 8-1, o trabalho realizado pela força gravitacional é $W = -\Delta U = 75$ J.

49. PENSE Quando o urso escorrega para baixo, parte da sua energia potencial é convertida em energia cinética e parte é convertida em energia térmica.

FORMULE Tomando a energia potencial do urso ao chegar ao chão como $U_f = 0$, sua energia potencial antes que comece a escorregar é $U_i = mgL$, em que m é a massa do urso e L é a altura inicial em relação ao solo. A energia cinética final pode ser calculada a partir da velocidade final e a força de atrito média pode ser determinada usando a lei de conservação da energia.

ANALISE (a) A variação do potencial gravitacional é

$$\Delta U = U_f - U_i = -mgL = -(25\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(12\text{ m}) = -2{,}9\times10^3\text{ J}$$

(b) A energia cinética final do urso é

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}(25\text{ kg})(5{,}6\text{ m/s})^2 = 3{,}9\times10^2\text{ J}$$

(c) De acordo com a Eq. 8-31, a variação de energia térmica é $\Delta E_t = fL$, em que f é o módulo da força de atrito média. De acordo com a lei de conservação da energia, $\Delta E_t + \Delta K + \Delta U = 0$, o que nos dá

$$f = -\frac{\Delta K + \Delta U}{L} = -\frac{3{,}9\times10^2\text{ J} - 2{,}9\times10^3\text{ J}}{12\text{ m}} = 2{,}1\times10^2\text{ N}$$

APRENDA Explicitando a variação de energia cinética na última equação, obtemos $\Delta K = -\Delta U - \Delta E_t = (mg - f)L = (p - f)L$, em que p é o peso do urso. Assim, a força de atrito pode ser vista como uma força que se opõe ao peso do urso e assim reduz a velocidade (e a energia cinética) com a qual ele chega ao solo.

50. De acordo com a Eq. 8-33, a energia "perdida" é dada por $\Delta E_{\text{t}} = -\Delta E_{\text{mec}}$. Assim,

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{t}} &= \frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + mg(y_i - y_f)\\ &= \frac{1}{2}(60\text{ kg})[(24\text{ m/s})^2 - (22\text{ m/s})^2] + (60\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(14\text{ m})\\ &= 1{,}1\times10^4\text{ J.}\end{aligned}$$

O fato de que o ângulo de 25° não é usado nos cálculos mostra que a energia é uma grandeza escalar.

51. (a) A energia potencial inicial é

$$U_i = mgy_i = (520\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(300\text{ m}) = 1{,}53\times10^6\text{ J},$$

em que $y = 0$ na base da montanha e o sentido positivo de y é para cima.

(b) Como $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$, a Eq. 8-31 nos dá $\Delta E_{\text{t}} = f_k d = \mu_k mgd\cos\theta$. Tratando a superfície da montanha (de comprimento $d = 500$ m) como a hipotenusa de um triângulo retângulo, obtemos a relação $\cos\theta = x/d$, em que $x = 400$ m. Assim,

$$\Delta E_t = \mu_k mgd\frac{x}{d} = \mu_k mgx = (0{,}25)(520)(9{,}8)(400) = 5{,}1\times10^5\text{ J.}$$

(c) A Eq. 8-31 (com $W = 0$) nos dá

$$K_f = K_i + U_i - U_f - \Delta E_t = 0 + (1{,}53\times10^6\ \text{J}) - 0 - (5{,}1\times10^6\ \text{J}) = 1{,}02\times10^6\ \text{J}.$$

(d) Explicitando v na relação $K_f = mv^2/2$, obtemos v = 63 m/s.

52. (a) A situação do problema pode ser representada pela Fig. 8-3 do livro. Usamos a Eq. 8-31, $\Delta E_t = f_k d$, e relacionamos a energia cinética inicial K_i à energia potencial de "repouso" U_r:

$$K_i + U_i = f_k d + K_r + U_r \Rightarrow 20{,}0\ \text{J} + 0 = f_k d + 0 + \frac{1}{2}kd^2$$

em que f_k = 10,0 N e k = 400 N/m. Resolvendo a equação do segundo grau ou usando uma calculadora científica, obtemos d = 0,292 m, a única raiz positiva.

(b) Usamos a Eq. 8-31 para relacionar U_r à energia cinética K_s que o biscoito possui ao passar novamente pela posição de equilíbrio:

$$K_r + U_r = f_k d + K_s + U_s \Rightarrow \frac{1}{2}kd^2 = f_k d + K_s + 0$$

Usando o resultado do item (a), obtemos K_s = 14,2 J.

53. (a) As forças verticais que agem sobre o bloco são a força normal, que aponta para cima, e a força da gravidade, que aponta para baixo. Como a componente vertical da aceleração do bloco é zero, a segunda lei de Newton nos dá $F_N = mg$, em que m é a massa do bloco. Assim, $f = \mu_k F_N = \mu_k mg$. O aumento de energia térmica é dado por $\Delta E_t = fd = \mu_k mgD$, na qual D é a distância que o bloco percorre até parar. Substituindo por valores numéricos, obtemos

$$\Delta E_t = (0{,}25)(3{,}5\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(7{,}8\ \text{m}) = 67\ \text{J}.$$

(b) A energia cinética do bloco tem o valor máximo $K_{máx}$ no momento em que o bloco se separa da mola e passa a ser submetido a uma força de atrito. Assim, a energia cinética máxima é igual à energia térmica gerada até que o bloco entre em repouso, 67 J.

(c) A energia que se manifesta como energia cinética estava inicialmente na forma de energia potencial da mola comprimida. Assim, $K_{máx} = U_i = kx^2/2$, na qual k é a constante elástica e x é a compressão da mola. Assim,

$$x = \sqrt{\frac{2.\,K_{máx}}{k}} = \sqrt{\frac{2(67\ \text{J})}{640\ \text{N/m}}} = 0{,}46\ \text{m}.$$

54. (a) Como a força normal que o escorrega exerce sobre a criança é dada por $F_N = mg\cos\theta$, temos:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta.$$

Assim, a Eq. 8-31 nos dá

$$\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd\cos\theta = (0{,}10)(267)(6{,}1)\cos 20° = 1{,}5\times10^2\ \text{J}.$$

(b) A variação de energia potencial é

$$\Delta U = mg(-d\ \text{sen}\ \theta) = (267\ \text{N})(-6{,}1\ \text{m})\ \text{sen}\ 20° = -5{,}6\times10^2\ \text{J}.$$

A energia cinética inicial é

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{267\ \text{N}}{9{,}8\ \text{m/s}^2}\right)(0{,}457\ \text{m/s}^2) = 2{,}8\ \text{J}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 8-33 (com W = 0), a energia cinética final é

$$K_f = K_i - \Delta U - \Delta E_t = 2{,}8 - (-5{,}6\times10^2) - 1{,}5\times10^2 = 4{,}1\times10^2\ \text{J}.$$

Assim, a velocidade final é $v_f = \sqrt{2K_f/m} = 55$ m/s.

55. (a) Para $x = 0{,}075$ m e $k = 320$ N/m, a Eq. 7-26 nos dá $W_s = -kx^2/2 = -0{,}90$ J. Esse também é o valor de $-\Delta U$.

(b) Analisando as forças, descobrimos que $F_N = mg$, o que nos dá $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$. Para $d = x$, a Eq. 8-31 nos dá

$$\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgx = (0{,}25)(2{,}5)(9{,}8)(0{,}075) = 0{,}46 \text{ J}.$$

(c) De acordo com a Eq. 8-33 (com $W = 0$), a energia cinética inicial é

$$K_i = \Delta U + \Delta E_t = 0{,}90 + 0{,}46 = 1{,}36 \text{ J},$$

o que nos dá $v_i = \sqrt{2K_i/m} = 1{,}0$ m/s.

56. De acordo com a Eq. 8-33 (com $W = 0$), temos:

$$\Delta E_t = K_i - K_f + U_i - U_f \;\Rightarrow\; f_k d = 0 - 0 + \frac{1}{2}kx^2 - 0$$
$$\Rightarrow\; \mu_k mgd = \frac{1}{2}(200\,\text{N/m})(0{,}15\,\text{m})^2 \;\Rightarrow\; \mu_k(2{,}0\,\text{kg})(9{,}8\,\text{m/s}^2)(0{,}75\,\text{m}) = 2{,}25\ \text{J},$$

o que nos dá $\mu_k = 0{,}15$.

57. Como não há atrito no vale, a única razão pela qual a velocidade é menor quando o bloco chega ao nível mais elevado é o ganho de energia potencial $\Delta U = mgh$, em que h é a diferença entre a altura final e a altura inicial. Quando passa a se mover na superfície rugosa, o bloco perde velocidade porque a energia cinética se transforma em energia térmica. O aumento de energia térmica é dado por $\Delta E_t = f_k d = \mu mgd$. Podemos obter a distância d usando a Eq. 8-33 (com $W = 0$):

$$K_i = \Delta U + \Delta E_t = mg(h + \mu d),$$

sendo $K_i = mv_i^2/2$ e $v_i = 6{,}0$ m/s. Isso nos dá

$$d = \frac{v_i^2}{2\mu g} - \frac{h}{\mu} = 1{,}2 \text{ m}.$$

58. Este problema pode ser totalmente resolvido usando os métodos apresentados nos Capítulos 2 a 6; na solução apresentada a seguir, porém, usamos a lei de conservação da energia sempre que possível.

(a) Analisando as forças envolvidas, vemos que o valor absoluto da força normal é $F_N = mg\cos\theta$, o que significa que $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$. Assim, de acordo com a Eq. 8-31,

$$\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd\cos\theta.$$

Também é possível concluir, usando uma relação trigonométrica, que $\Delta U = mgd\,\text{sen}\,\theta$. Nesse caso, a Eq. 8-33 (com $W = 0$ e $K_f = 0$) nos dá

$$K_i = \Delta U + \Delta E_t$$
$$\frac{1}{2}mv_i^2 = mgd(\text{sen}\,\theta + \mu_k\cos\theta),$$

em que v_i é a velocidade inicial do pote. Dividindo ambos os membros pela massa e reagrupando os termos, obtemos

$$d = \frac{v_i^2}{2g(\text{sen}\,\theta + \mu_k\cos\theta)} = 0{,}13\,\text{m}.$$

(b) Agora que sabemos em que ponto o pote para ($d' = 0{,}13 + 0{,}55 = 0{,}68$ m é a distância em relação à base do plano inclinado), podemos usar novamente a Eq. 8-33 (com $W = 0$ e agora com $K_i = 0$) para obter a energia cinética final (com o pote na base do plano inclinado):

$$K_f = -\Delta U - \Delta E_t$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgd'(\text{sen}\,\theta - \mu_k \cos\theta),$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{2gd'(\text{sen}\,\theta - \mu_k \cos\theta)} = 2{,}7 \text{ m/s}.$$

(c) O resultado do item (a) deixa claro que d aumenta quando μ_k diminui — tanto matematicamente (já que μ_k é positivo e está no denominador) como intuitivamente (menos atrito, menos energia "perdida"). No item (b), existem dois termos na expressão de v que mostram que a velocidade aumenta quando μ_k diminui: o aumento do valor de $d' = d_0 + d$ e o fator sen $\theta - \mu_k \cos\theta$, que mostra que um valor menor é subtraído de sen θ quando μ_k diminui (e, portanto, o valor do fator aumenta).

59. (a) Se h é a altura máxima alcançada pela pedra, a energia térmica gerada pela resistência do ar enquanto a pedra sobe até a altura h, de acordo com a Eq. 8-31, é $\Delta E_t = fh$. Nesse caso, a Eq. 8-33 (com $W = 0$) nos dá:

$$K_f + U_f + \Delta E_t = K_i + U_i$$

Tomando como referência para a energia potencial o ponto de lançamento (nível do solo), $U_i = 0$ e $U_f = wh$, em que $w = mg$ é o peso da pedra. Além disso, sabemos que a energia cinética inicial é $K_i = mv^2/2$ e a energia cinética final é $K_f = 0$. Assim, $wh + fh = mv_0^2/2$ e

$$h = \frac{mv_0^2}{2(w+f)} = \frac{v_0^2}{2g(1+f/w)}.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$h = \frac{(20{,}0 \text{ m/s})^2}{2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(1+0{,}265/5{,}29)} = 19{,}4 \text{ m}.$$

(b) Note que a força de arrasto do ar é para baixo quando a pedra está subindo e para cima quando a pedra está descendo, já que tem o sentido contrário ao do movimento da pedra. O aumento da energia térmica em todo o percurso é $\Delta E_t = 2fh$. A energia cinética final é $K_f = mv^2/2$, em que v é a velocidade da pedra imediatamente antes de se chocar com o solo. A energia potencial final é $U_f = 0$. Assim, de acordo com a Eq. 8-31 (com $W = 0$), temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 + 2fh = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Substituindo h por seu valor, obtido no item (a), obtemos:

$$\frac{2fv_0^2}{2g(1+f/w)} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

o que nos dá

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2fv_0^2}{mg(1+f/w)} = v_0^2 - \frac{2fv_0^2}{w(1+f/w)} = v_0^2\left(1 - \frac{2f}{w+f}\right) = v_0^2\,\frac{w-f}{w+f}$$

na qual mg foi substituído por w e foram executadas algumas manipulações algébricas. Assim,

$$v = v_0\sqrt{\frac{w-f}{w+f}} = (20{,}0 \text{ m/s})\sqrt{\frac{5{,}29 \text{ N} - 0{,}265 \text{ N}}{5{,}29 \text{ N} + 0{,}265 \text{ N}}} = 19{,}0 \text{ m/s}.$$

60. A distância d percorrida ao longo do plano inclinado está relacionada ao aumento de altura através da equação $\Delta h = d$ sen θ. Analisando as forças envolvidas, usando os métodos do Capítulo 6, concluímos que o módulo da força normal é $F_N = mg\cos\theta$, o que significa que $f_k = \mu_k mg\cos\theta$. Assim, de acordo com a Eq. 8-33 (com $W = 0$), temos:

$$\begin{aligned} 0 &= K_f - K_i + \Delta U + \Delta E_t \\ &= 0 - K_i + mgd\,\text{sen}\,\theta + \mu_k mgd\cos\theta, \end{aligned}$$

o que nos dá

$$d = \frac{K_i}{mg(\text{sen}\,\theta + \mu_k\cos\theta)} = \frac{128}{(4,0)(9,8)(\text{sen}\,30^\circ + 0,30\cos 30^\circ)} = 4,3\text{ m}.$$

61. Antes do salto, a energia mecânica é $\Delta E_{\text{mec},0} = 0$. Na altura máxima h, em que a velocidade é zero, a energia mecânica é $\Delta E_{\text{mec},1} = mgh$. A variação da energia mecânica está relacionada à força externa através da equação

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta E_{\text{mec},1} - \Delta E_{\text{mec},0} = mgh = F_{\text{med}}\, d\cos\phi\,,$$

em que F_{med} é o valor médio do módulo da força externa exercida pelo piso sobre as costas do besouro.

(a) Explicitando Fmed na equação acima, obtemos

$$F_{\text{med}} = \frac{mgh}{d\cos\phi} = \frac{(4,0\times10^{-6}\text{ kg})(9,80\text{ m/s}^2)(0,30\text{ m})}{(7,7\times10^{-4}\text{ m})(\cos 0^\circ)} = 1,5\times10^{-2}\text{ N}.$$

(b) Dividindo o resultado do item (a) pela massa do besouro, temos:

$$a = \frac{F_{\text{med}}}{m} = \frac{h}{d\cos\phi}\,g = \frac{(0,30\text{ m})}{(7,7\times10^{-4}\text{ m})(\cos 0^\circ)}\,g = 3,8\times10^2\,g.$$

62. Vamos chamar o ponto em que o bloco encontra o "terreno acidentado" de ponto C (esse ponto está a uma altura h em relação ao solo). De acordo com a Eq. 8-17, a velocidade do bloco no ponto C é

$$v_C = \sqrt{v_A^2 - 2gh} = \sqrt{(8,0)2 - 2(9,8)(2,0)} = 4,980 \approx 5,0\text{ m/s}.$$

Assim, a energia cinética do bloco ao chegar ao "terreno acidentado" (ou seja, ao chegar ao ponto B) é

$$K_C = \frac{1}{2}m(4,980\text{ m/s})^2 = 12,4m$$

(em unidades do SI). Note que deixamos o resultado em termos da massa, como se fosse uma grandeza conhecida; como vamos ver em seguida, a massa não aparece no resultado final. Usando a Eq. 8-37 (e a Eq. 6-2 com $F_N = mg\cos\theta$) e $y = d$ sen θ, notamos que, se $d < L$ (ou seja, se o bloco não chega ao ponto B), a energia cinética é totalmente transformada em energia térmica e potencial:

$$K_C = mgy + f_k d \;\Rightarrow\; 12,4m = mgd\,\text{sen}\theta + \mu_k mgd\cos\theta.$$

Para $\mu_k = 0,40$ e $\theta = 30^\circ$, $d = 1,49$ m, que é maior que L (de acordo com o enunciado do problema, $L = 0,75$ m). Assim, a hipótese de que $d < L$ está errada. Qual é a energia cinética do bloco ao chegar ao ponto B? O cálculo é semelhante ao anterior, com d em lugar de L e a velocidade final v^2 como incógnita, em vez de ser nula:

$$\frac{1}{2}mv^2 = K_C - (mgL\,\text{sen}\theta + \mu_k mgL\cos\theta)\,.$$

Assim, a velocidade do bloco ao chegar ao ponto B é

$$v_B = \sqrt{v_C^2 - 2gL(\text{sen}\,\theta + \mu_k \cos\theta)}$$
$$= \sqrt{(4{,}98 \text{ m/s})^2 - 2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}75 \text{ m})(\text{sen}\,30° + 0{,}4\cos 30°)} = 3{,}5 \text{ m/s}.$$

63. De acordo com a última linha do enunciado, a força de atrito estático deve ser desprezada. A força de atrito de módulo f = 4400 N é uma força de atrito cinético; de acordo com a Eq. 8-31, a variação de energia térmica associada a essa força é $\Delta E_t = fd$, na qual d = 3,7 m no item (a) (mas será um valor a ser calculado, x, no item (b).

(a) De acordo com a Eq. 8-33, fazendo W = 0 e usando como referência para a energia potencial a extremidade superior da mola no estado relaxado, temos:

$$U_i = K + \Delta E_t \Rightarrow v = \sqrt{2d\left(g - \frac{f}{m}\right)}$$

o que nos dá v = 7,4 m/s para m = 1800 kg.

(b) Vamos aplicar novamente a Eq. 8-33 (com W = 0), agora relacionando a energia cinética, no instante em que o elevador se choca com a mola, à energia do sistema no ponto mais baixo atingido pelo elevador. Usando a referência para a energia potencial escolhida na parte (a), a energia potencial do sistema no ponto mais baixo atingido pelo elevador é $mg(-x)$, na qual x é a redução de comprimento da mola. Assim, a energia cinética é dada por

$$K = mg(-x) + \frac{1}{2}kx^2 + fx$$

em que, usando a velocidade calculada no item (a), $K = mv^2/2 = 4{,}9 \times 10^4$ J. Fazendo $\zeta = mg - f = 1{,}3 \times 10^4$ N, a fórmula da equação do segundo grau nos dá

$$x = \frac{\xi \pm \sqrt{\xi^2 + 2kK}}{k} = 0{,}90 \text{ m}$$

em que escolhemos a raiz positiva.

(c) Usando como referência para a energia potencial o ponto mais baixo atingido pelo elevador, a energia do sistema elevador-mola nesse ponto é apenas a energia potencial elástica da mola, $kx^2/2$. Chamando de d' a distância máxima atingida pelo elevador quando sobe de volta no poço, a lei de conservação da energia nos dá

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgd' + fd' \Rightarrow d' = \frac{kx^2}{2(mg + d)} = 2{,}8 \text{ m}.$$

(d) A única força não conservativa (veja a Seção 8-2) é o atrito, e a energia "desperdiçada" pelo atrito é que determina a distância total percorrida pelo elevador, já que as energias associadas a forças conservativas dependem apenas das posições inicial e final. Como, na posição final de equilíbrio, o peso do elevador é equilibrado pela força elástica da mola, temos:

$$mg = kd_{\text{eq}} \Rightarrow d_{\text{eq}} = \frac{mg}{k} = 0{,}12 \text{ m}.$$

em que d_{eq} é a diferença entre o comprimento da mola na posição final e o comprimento da mola no estado relaxado.

Usando como referência para a energia potencial gravitacional o ponto final de equilíbrio do elevador, a energia do sistema na situação inicial é $U = mg(d_{\text{eq}} + d)$. Na posição final, a energia potencial gravitacional é zero e a energia potencial elástica é $kd_{\text{eq}}^2/2$. Assim, de acordo com a Eq. 8-33,

$$mg(d_{\text{eq}} + d) = \frac{1}{2}kd_{\text{eq}}^2 + fd_{\text{total}}$$
$$(1800)(9{,}8)(0{,}12 + 3{,}7) = \frac{1}{2}(1{,}5 \times 10^5)(0{,}12)^2 + (4400)d_{\text{total}}$$

o que nos dá d_{total} = 5 m.

64. Nos trechos em que não existe atrito, ou seja, nas rampas, temos uma simples conversão de energia cinética (Eq. 7-1) para energia potencial (Eq. 8-9), e vice-versa. Nos trechos horizontais, por outro lado, o atrito faz com que parte da energia seja dissipada, de acordo com a Eq. 8-31 (juntamente com a Eq. 6-2, em que $\mu_k = 0{,}50$ e $F_N = mg$ nesta situação). Assim, depois de descer uma distância (vertical) d, o bloco está com uma energia cinética $K = mv^2/2 = mgd$, parte da qual ($\Delta E_t = \mu_k\, mgd$) é dissipada no primeiro trecho horizontal, de modo que o valor da energia cinética no final desse trecho é

$$K = mgd - \mu_k mgd = \frac{1}{2} mgd\;.$$

Quando o bloco desce para o segundo trecho horizontal, a energia cinética aumenta de $mgd/2$, mas parte dessa energia ($\mu_k\, mgd/2$) é dissipada no segundo trecho horizontal. Assim, quando o bloco chega à rampa ascendente do lado direito da Fig. 8-55, sua energia cinética é

$$K = \frac{1}{2} mgd + \frac{1}{2} mgd - \frac{1}{2}\mu_k mgd = \frac{3}{4} mgd\;.$$

Igualando essa energia à energia potencial gravitacional na posição final (Eq. 8-9), obtemos $H = 3d/4$. Assim, o bloco para (momentaneamente) na rampa da direita quando a altura em relação ao trecho plano mais baixo é

$$H = 0{,}75d = 0{,}75\ (\ 40\text{ cm}) = 30\text{ cm}.$$

65. As energias cinéticas inicial e final são nulas e podemos escrever a lei de conservação da energia na forma da Eq. 8-33 (com $W = 0$). É evidente que a partícula só pode parar na parte plana da pista, mas não sabemos de antemão se a partícula vai parar durante a primeira passagem (quando está indo para a direita), durante a segunda passagem (quando está indo para a esquerda), durante a terceira passagem (quando está indo novamente para a direita), e assim por diante. Se a parada acontecer durante a primeira passagem, a energia térmica gerada será $\Delta E_t = f_k d$, em que $d \le L$ e $f_k = \mu_k mg$. Se ocorrer durante a segunda passagem, será $\Delta E_t = \mu_k\, mg(L + d)$, na qual usamos novamente o símbolo d para representar a distância percorrida na última passagem (de modo que $0 \le d \le L$). Generalizando para a enésima passagem, temos:

$$\Delta E_t = \mu_k\, mg[(n - 1)L + d].$$

Assim,

$$mgh = \mu_k mg\left[(n-1)L + d\right],$$

o que nos dá (para $h = L/2$)

$$\frac{d}{L} = 1 + \frac{1}{2\mu_k} - n.$$

Como, para $\mu_k = 0{,}20$, $1 + 1/2\mu_k = 3{,}5$, a condição de que $0 \le d/L \le 1$ só pode ser satisfeita para $n = 3$. Assim, chegamos à conclusão de que $d/L = 1/2$, ou

$$d = \frac{1}{2} L = \frac{1}{2}(40\text{ cm}) = 20\text{ cm}$$

e de que essa distância é atingida na terceira passagem pela parte plana da pista.

66. (a) A Eq. 8-9 nos dá $U = mgh = (3{,}2\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ m}) = 94$ J.

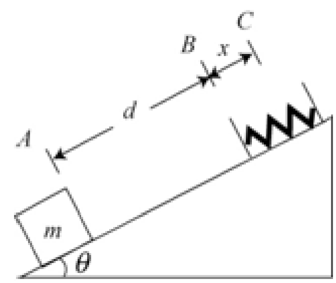
(b) Como a energia mecânica é conservada, $K = 94$ J.

(c) De acordo com a Eq. 7-1, a velocidade da preguiça no momento em que chega ao solo é

$$v = \sqrt{2K/m} = \sqrt{2(94\text{ J})/(32\text{ kg})} = 7{,}7\text{ m/s}.$$

67. PENSE Para que o bloco pare momentaneamente, é preciso que toda a energia mecânica do bloco seja convertida em energia potencial elástica da mola.

FORMULE Vamos chamar de A o ponto inicial, de B o ponto em que o bloco se choca com a mola, e de C o ponto em que o bloco para momentaneamente (veja a figura a seguir). Vamos tomar a energia potencial do bloco como sendo zero quando o bloco está no ponto A.



De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $K_A + U_A = K_B + U_B = K_C + U_C$. Note que

$$U = U_g + U_s = mgy + \frac{1}{2}kx^2$$

ou seja, a energia potencial total é a soma da energia potencial gravitacional com a energia potencial elástica da mola.

ANALISE (a) No instante em que $x = x_a = 0{,}20$ m, o bloco está a uma altura dada por

$$y_C = (d + x_C)\,\text{sen}\,\theta = (0{,}60 \text{ m} + 0{,}20 \text{ m})\,\text{sen}\,40° = 0{,}514 \text{ m}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_A + U_A = K_C + U_C \;\Rightarrow\; 16 \text{ J} + 0 = K_C + mgy_C + \frac{1}{2}kx_C^2$$

o que nos dá

$$\begin{aligned} K_C &= K_A - mgy_C - \frac{1}{2}kx_C^2 \\ &= 16 \text{ J} - (1{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}514 \text{ m}) - \frac{1}{2}(200 \text{ N/m})(0{,}20 \text{ m})^2 = 6{,}96 \text{ J} \approx 7{,}0 \text{ J} \end{aligned}$$

(b) No instante em que $x = x_b = 0{,}40$ m, o bloco está a uma altura dada por

$$y'_C = (d + x'_C)\,\text{sen}\,\theta = (0{,}60 \text{ m} + 0{,}40 \text{ m})\,\text{sen}\,40° = 0{,}64 \text{ m}$$

De acordo com a lei de conservação da emergia, $K'_A + U'_A = K'_C + U'_C$. Como $U'_A = 0$, a energia cinética inicial para a qual $K'_C = 0$ é

$$\begin{aligned} K'_A &= U'_C = mgy'_C + \frac{1}{2}kx'^2_C \\ &= (1{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}64 \text{ m}) + \frac{1}{2}(200 \text{ N/m})(0{,}40 \text{ m})^2 \\ &= 22 \text{ J} \end{aligned}$$

APRENDA Um cálculo semelhante ao do item (b), executado para a mesma energia cinética inicial do item (a), 16 J, mostra que o bloco fica momentaneamente parado depois de comprimir a mola 0,32 m. Comparando esse resultado com o do item (b), vemos que é preciso uma energia cinética quase 40% maior para obter um aumento de 25% no alongamento da mola. Isso acontece porque o bloco precisa de mais energia, tanto para comprimir mais a mola como para atingir uma altura maior no plano inclinado.

68. (a) No ponto em que a altura é máxima, $y = 140$ m, a componente vertical da velocidade é zero, mas a componente horizontal conserva o mesmo valor que possuía no instante do lançamento (desprezando a resistência do ar). A energia cinética no instante em que a altura é máxima é, portanto,

$$K = \frac{1}{2}(0,55\ \text{kg})v_x^2.$$

Tomando como referência a borda do penhasco, a energia potencial no instante em que a altura é máxima é $U = mgy = 755$ J. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K = K_i - U = 1550 - 755 \Rightarrow v_x = \sqrt{\frac{2(1550-755)}{0,55}} = 54\ \text{m/s}.$$

(b) Como $v_x = v_{ix}$, a energia cinética inicial

$$K_i = \frac{1}{2}m\left(v_{ix}^2 + v_{iy}^2\right)$$

pode ser usada para calcular v_{iy}. O resultado é $v_{iy} = 52$ m/s.

(c) Aplicando a Eq. 2-16 à direção vertical (com o eixo y apontando para cima), temos:

$$v_y^2 = v_{iy}^2 - 2g\Delta y \quad \Rightarrow \quad (65\ \text{m/s})^2 = (52\ \text{m/s})^2 - 2(9,8\ \text{m/s}^2)\Delta y$$

o que nos dá $\Delta y = -76$ m. O sinal negativo mostra que o deslocamento é para baixo em relação ao ponto de lançamento.

69. PENSE Como os dois blocos estão ligados por uma corda, a distância percorrida pelos dois blocos é sempre a mesma.

FORMULE Se a variação de altura do bloco B é $d = -0,25$ m, a variação de altura do bloco A é $h = d\,\text{sen}\,\theta$, em que θ é o ângulo do plano inclinado, e a variação de energia potencial gravitacional é

$$\Delta U = -m_B g d + m_A g h$$

Como, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $\Delta K + \Delta U = 0$, a variação de energia cinética do sistema é $\Delta K = -\Delta U$.

ANALISE Como a energia cinética inicial é zero, a energia cinética final é

$$\begin{aligned} K_f &= \Delta K = m_B g d - m_A g h = m_B g d - m_A g d\,\text{sen}\,\theta \\ &= (m_B - m_A\,\text{sen}\,\theta) g d = [2,0\ \text{kg} - (1,0\ \text{kg})\,\text{sen}\,30°](9,8\ \text{m/s}^2)(0,25\ \text{m}) \\ &= 3,7\ \text{J}. \end{aligned}$$

APRENDA De acordo com a expressão anterior, existem três possibilidades, dependendo dos valores relativos de m_A, m_B e θ. Se $m_A\,\text{sen}\,\theta < m_B$, como acontece neste problema, o bloco B desce e o bloco A sobe; se $m_A\,\text{sen}\,\theta = m_B$, os blocos permanecem em equilíbrio; se $m_A\,\text{sen}\,\theta > m_B$, o bloco A desce e o bloco B sobe.

70. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a energia mecânica é a mesma no instante inicial e no instante em que a bola atinge o ponto mais alto da circunferência. A segunda lei de Newton pode ser usada para determinar a velocidade, e portanto a energia cinética, no ponto mais alto da circunferência. Nesse ponto, a força de tração T da corda e a força da gravidade apontam para baixo, na direção do centro da circunferência. Como o raio da circunferência é $r = L - d$, temos:

$$T + mg = \frac{mv^2}{L-d},$$

na qual v é a velocidade e m é a massa da bola. Quando a bola passa pelo ponto mais alto da circunferência com a menor velocidade possível, a tração da corda é zero e, portanto,

$$mg = \frac{mv^2}{L-d} \Rightarrow v = \sqrt{g(L-d)}.$$

Tomando como referência para a energia potencial gravitacional do sistema bola-Terra o nível em que a bola está no ponto mais baixo da circunferência, a energia potencial inicial é mgL. Como a bola parte do repouso, a energia cinética inicial é zero. A energia potencial final, com a bola no ponto mais alto da circunferência, é $2mg(L - d)$ e a energia cinética final é $mv^2/2 = mg(L - d)/2$, usando o valor já calculado para a velocidade. De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$mgL = 2mg(L-d) + \frac{1}{2}mg(L-d) \Rightarrow d = 3L/5.$$

Para L = 1,20 m, d = 0,60(1,20 m) = 0,72 m.

Note que, se d for maior que esse valor, a altura do ponto mais alto da circunferência será menor e a bola passará por esse ponto sem dificuldade. Por outro lado, se d for menor que esse valor, a bola não chegará ao ponto mais alto da circunferência. Assim, o valor calculado para d é um limite inferior.

71. PENSE Quando o bloco escorrega para baixo no plano inclinado sem atrito, sua energia potencial gravitacional é convertida em energia cinética, e a velocidade do bloco aumenta.

FORMULE Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $K_A + U_A = K_B + U_B$, a variação de energia cinética quando o bloco se move do ponto A para o ponto B é

$$\Delta K = K_B - K_A = -\Delta U = -(U_B - U_A)$$

Nos dois casos, como a variação de energia potencial é a mesma, $\Delta K_1 = \Delta K_2$.

ANALISE Uma vez que $\Delta K_1 = \Delta K_2$, temos

$$\frac{1}{2}mv_{B,1}^2 - \frac{1}{2}mv_{A,1}^2 = \frac{1}{2}mv_{B,2}^2 \frac{1}{2}mv_{A,2}^2$$

e, portanto, a velocidade do bloco no ponto B no segundo caso é

$$v_{B,2} = \sqrt{v_{B,1}^2 - v_{A,1}^2 + v_{A,2}^2} = \sqrt{(2{,}60\text{ m/s})^2 - (2{,}00\text{ m/s})^2 + (4{,}00\text{ m/s})^2} = 4{,}33\text{ m/s}$$

APRENDA Em vez de supor que o bloco foi lançado para baixo com uma velocidade inicial diferente de zero, podemos supor que o bloco foi liberado, sem velocidade inicial, em um ponto do plano inclinado acima do ponto A. Nesse caso, o fato de que $v_{A,2} > v_{A,1}$ significaria que, no segundo caso, o bloco foi liberado de um ponto do plano inclinado mais distante do ponto A.

72. (a) Tomamos a energia potencial gravitacional do sistema esquiador-Terra como sendo zero quando o esquiador está no vale. A energia potencial inicial é $U_i = mgH$, na qual m é a massa do esquiador e H é a altura do pico mais alto. A energia potencial final é $U_f = mgh$, na qual h é a altura do pico mais baixo. A energia cinética inicial do esquiador é $K_i = 0$ e a energia cinética final é $K_f = mv^2/2$, em que v é a velocidade do esquiador no cume do pico mais baixo. Como a força normal que a encosta exerce sobre o esquiador não realiza trabalho e o atrito é desprezível, a energia mecânica é conservada:

$$U_i + K_i = U_f + K_f \quad \Rightarrow \quad mgH = mgh + \frac{1}{2}mv^2.$$

Assim,

$$v = \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2(9{,}8\text{ m/s}^2)(850\text{ m} - 750\text{ m})} = 44\text{ m/s}.$$

(b) A força normal que a encosta exerce sobre o esquiador é dada por $F_N = mg\cos\theta$, em que θ é o ângulo que a encosta faz com a horizontal. O módulo da força de atrito é dado por $f = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$. A energia térmica produzida pela força de atrito é $fd = \mu_k mgd\cos\theta$, em que d é a distância total coberta pelo esquiador. Como o esquiador chega ao cume do monte mais baixo sem energia cinética, o aumento da energia térmica é igual à redução da energia potencial, ou seja, $\mu_k mgd\cos\theta = mg(H - h)$. Assim,

$$\mu_k = \frac{H-h}{d\cos\theta} = \frac{(850\text{ m} - 750\text{ m})}{(3{,}2\times 10^3\text{ m})\cos 30^\circ} = 0{,}036$$

73. PENSE Quando o cubo é empurrado, o trabalho realizado pela força que empurra o cubo é convertido em energia térmica, que é dividida entre o cubo e o piso.

FORMULE De acordo com a Eq. 8-33, $W = \Delta E_m + \Delta E_t$, em que W é o trabalho realizado e ΔE_m e ΔE_t são, respectivamente, a variação da energia mecânica e a variação da energia térmica do sistema cubo-piso. Como a velocidade é constante e o piso é horizontal, $\Delta E_m = \Delta K + \Delta U = 0$ e, portanto,

$$W = \Delta E_t = \Delta E_{t(\text{cubo})} + \Delta E_{t(\text{piso})}.$$

ANALISE Como $W = (15 \text{ N})(3{,}0 \text{ m}) = 45 \text{ J}$ e $\Delta E_{t(\text{cubo})} = 20 \text{ J}$, temos

$$\Delta E_{t(\text{piso})} = 45 \text{ J} - 20 \text{ J} = 25 \text{ J}.$$

APRENDA Como será visto no Capítulo 18, o modo como a energia térmica é dividida entre o cubo e o piso depende das propriedades dos dois materiais.

74. Vamos tomar, como referência, a altura em que se encontra a esquiadora ao passar pelo ponto B. Nesse caso, a altura em que se encontra a esquiadora ao passar pelo ponto A é $y_A = R(1 - \cos 20°) = 1{,}2$ m, em que R é o raio do morro. A massa da esquiadora é $m = (600 \text{ N})/(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 61 \text{ kg}$.

(a) De acordo com a Eq. 8-17,

$$K_B + U_B = K_A + U_A \Rightarrow K_B + 0 = K_A + mgy_A.$$

Como $K_B = (61 \text{ kg})(8{,}0 \text{ m/s})^2/2$, $K_A = 1{,}2 \times 10^3$ J. Assim, a velocidade da esquiadora no alto do morro é

$$v_A = \sqrt{\frac{2K_A}{m}} = \sqrt{\frac{2(1{,}2\times10^3 \text{ J})}{61 \text{ kg}}} = 6{,}4 \text{ m/s}.$$

Nota: Alguém pode aventar a possibilidade de que a esquiadora perca contato com a neve ao passar pelo ponto A, mas é fácil demonstrar que isso não acontece no caso que estamos examinando. No ponto A, a aceleração centrípeta é $v^2/r \approx 2 \text{ m/s}^2$, um valor bem menor que g.

(b) Para $K_A = 0$, temos:

$$K_B + U_B = K_A + U_A \Rightarrow K_B + 0 = 0 + mgy_A,$$

o que nos dá $K_B = 724$ J. A velocidade correspondente é

$$v_B = \sqrt{\frac{2K_B}{m}} = \sqrt{\frac{2(724 \text{ J})}{61 \text{ kg}}} = 4{,}9 \text{ m/s}.$$

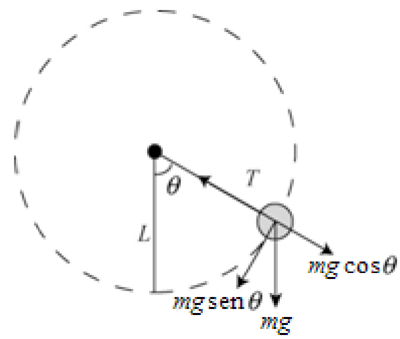
(c) Expressando as energias em termos da massa da esquiadora, temos:

$$K_B + U_B = K_A + U_A \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgy_B = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgy_A.$$

Assim, a massa m pode ser colocada em evidência e a razão entre as velocidades v_A e v_B não depende da massa e, portanto, não depende do peso da esquiadora.

75. PENSE Este problema envolve o movimento de um pêndulo. A energia cinética e a energia potencial da bola variam com o tempo, mas a energia mecânica total permanece constante.

FORMULE Seja L o comprimento da haste. A altura h da bola em relação ao ponto mais baixo do percurso (que será tomado como referência para a energia potencial) está relacionada ao ângulo θ entre a haste e a vertical pela equação $h = L(1 - \cos\theta)$.



Essa figura mostra o diagrama de corpo livre da bola. A altura máxima da bola é $h_1 = 2L$ e a altura mínima é $h_2 = 0$.

ANALISE (a) No ponto mais alto do percurso da bola, $h_1 = 2L$, $K_1 = 0$ e $U_1 = mgh_1 = mg(2L)$. No ponto mais baixo, $h_2 = 0$, $K_2 = mv_2^2/2$ e $U_2 = 0$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad \Rightarrow \quad 0 + 2mgL = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

o que nos dá $v_2 = 2\sqrt{gL}$. Para $L = 0{,}62$ m, temos

$$v_2 = 2\sqrt{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}62 \text{ m})} = 4{,}9 \text{ m/s}$$

(b) De acordo com a Eq. 4-34, a aceleração centrípeta da bola no ponto mais baixo do percurso é dada por $a = v^2/r$, em que v é a velocidade da bola e r é o comprimento da haste. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento, temos

$$T - mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow T = m\left(g + \frac{4gL}{L}\right) = 5\ mg$$

Para $m = 0{,}092$ kg, a tração da haste é $T = 5(0{,}092)(9{,}80) \times 4{,}5$ N.

(c) Vamos considerar que a bola seja liberada (a partir do repouso) no ponto mais alto do percurso ($\theta = 90°$) e calcular o ângulo θ para o qual $T = mg$. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento da bola nessa posição, temos

$$\frac{mv^2}{r} = T - mg\cos\theta = mg(1 - \cos\theta)$$

o que, para $r = L$, nos dá $v^2 = gL(1 - \cos\theta)$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$\begin{aligned} K_i + U_i &= K + U \\ 0 + mgL &= \frac{1}{2}mv^2 + mgL\ (1 - \cos\theta) \\ gL &= \frac{1}{2}(gL(1 - \cos\theta)) + gL\ (1 - \cos\theta) \end{aligned}$$

o que nos dá

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 71°$$

(d) Como o valor de θ obtido no item (c) não depende da massa (nem, na verdade, de qualquer outro parâmetro ou constante física), a resposta permanece a mesma.

APRENDA Quando a haste faz um ângulo θ qualquer com a vertical, a tração da haste é

$$T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\cos\theta\right)$$

É a aceleração tangencial, $a_t = g\,\mathrm{sen}\,\theta$, que faz com que a velocidade e a energia cinética variem com o tempo. A energia mecânica total, por outro lado, permanece constante.

76. (a) A tabela mostra que a força é +(3,0 N) $\hat{\mathrm{i}}$ quando o deslocamento é no sentido positivo do eixo x [$\vec{d}$ = +(3,0 m) $\hat{\mathrm{i}}$] e é −(3,0 N) $\hat{\mathrm{i}}$ quando o deslocamento é no sentido negativo do eixo x. Usando a Eq. 7-8 para cada parte do percurso e somando os resultados, descobrimos que o trabalho realizado é 18 J. Este campo de força não é conservativo; se fosse, o trabalho realizado seria zero, já que a partícula voltou ao ponto de partida.

(b) Neste caso, o campo de força é conservativo, já que a força é a mesma para deslocamentos nos dois sentidos. Isso pode ser facilmente demonstrado calculando o trabalho realizado e mostrando que o resultado é zero.

(c) As duas integrais usadas para calcular o trabalho são $\int_1^4 x\,dx$ e $\int_4^1 (-x)\,dx$ e o resultado é o mesmo: $4^2 - 1^2 = 15$. Assim, o trabalho realizado é $2 \times 15 = 30$ J.

(d) Neste caso, o campo de força é conservativo, já que a força é a mesma para deslocamentos nos dois sentidos. Isso pode ser facilmente demonstrado calculando o trabalho realizado e mostrando que o resultado é zero.

(e) Nas situações (b) e (d), as forças são conservativas.

77. PENSE Este problema envolve a análise de um gráfico. A partir de um gráfico da energia potencial em função da posição, podemos calcular o valor de uma força conservativa.

FORMULE A relação entre a função energia potencial $U(x)$ e a força conservativa $F(x)$ correspondente é dada pela Eq. 8-22: $F(x) = -dU/dx$.

ANALISE (a) No ponto x = 2,0 m, a força é

$$F = -\frac{dU}{dx} \approx -\frac{\Delta U}{\Delta x} = -\frac{U(x=4\text{ m}) - U(x=1\text{ m})}{4{,}0\text{ m} - 1{,}0\text{ m}} = -\frac{-(17{,}5\text{ J}) - (-2{,}8\text{ J})}{4{,}0\text{ m} - 1{,}0\text{ m}} = 4{,}9\,\text{N}$$

(b) Como a inclinação de $U(x)$ no ponto x = 2,0 m é negativa, a força aponta no sentido positivo do eixo x.

(c) Como o valor estimado da energia potencial no ponto x = 2,0 m é

$$U(x = 2{,}0\text{ m}) \approx U(x = 1{,}0\text{ m}) + (-4{,}9\text{ J/m})(1{,}0\text{ m}) = -7{,}7\text{ J}$$

a energia mecânica total é

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + U = \frac{1}{2}(2{,}0\,\text{kg})(-1{,}5\,\text{m/s})^2 + (-7{,}7\text{ J}) = -5{,}5\text{ J}$$

Para esse valor da energia mecânica total (−5,5 J), o menor valor para o qual a energia potencial é igual à energia total é $x \approx 1{,}5$ m. Assim, $x = 1{,}5$ m é o ponto limite do movimento da partícula para a esquerda.

(d) Para o valor da energia mecânica total calculado no item anterior (−5,5 J), o maior valor para o qual a energia potencial é igual à energia total é $x \approx 13{,}5$ m. Assim, $x \approx 13{,}5$ m é o ponto limite do movimento da partícula para a direita.

(e) De acordo com o gráfico, no ponto x = 7,0 m, temos $U \approx -17{,}5$ J. Como a energia total (calculada anteriormente) é $E \approx -5{,}5$ J, temos

$$\frac{1}{2}mv^2 = E - U \approx 12\text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}(E-U)} \approx 3{,}5\text{ m/s}$$

APRENDA Como a energia mecânica total é negativa, a partícula está aprisionada em um poço de potencial e só pode se mover na região em que 1,5 m < x < 13,5 m. Nos pontos de retorno (1,5 m e 13,5 m), a energia cinética é zero e a partícula permanece momentaneamente em repouso.

78. (a) Como a velocidade do caixote aumenta de 0 para 1,20 m/s em relação ao piso da fábrica, a energia cinética fornecida ao caixote é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(300\,\text{kg})(120\,\text{m/s})^2 = 216\ \text{J}.$$

(b) O módulo da força de atrito cinético é

$$f = \mu F_N = \mu mg = (0{,}400)(300\,\text{kg})(9{,}8\,\text{m/s}^2) = 1{,}18\times10^3\ \text{N}.$$

(c) Seja d a distância percorrida pelo caixote em relação à esteira antes que pare de escorregar. De acordo com a Eq. 2-16, $v^2 = 2ad = 2fd/m$ e, portanto, $mv^2/2 = fd$. Assim, a Eq. 8-31 nos dá

$$\Delta E_t = fd = \frac{1}{2}mv^2 = K$$

e a energia total fornecida pelo motor é

$$W = K + \Delta E_t = 2K = (2)(216\,\text{J}) = 432\ \text{J}.$$

(d) A energia fornecida pelo motor, calculada no item (c), é maior que a energia cinética fornecida ao caixote, calculada no item (a), porque parte da energia fornecida pelo motor foi dissipada na forma de calor (ΔE_t) enquanto o caixote estava escorregando.

79. PENSE Quando o carro desce a ladeira, o atrito faz com que parte da energia mecânica seja convertida em energia térmica.

FORMULE Vamos tomar o eixo y como vertical, apontando para cima, com a origem na posição final do carro. Como o ângulo da ladeira é θ = 5,0°, a variação de altura do carro do ponto inicial ao ponto final é Δy = −(50 m) sen θ = −4,4 m. Tomando a energia potencial gravitacional como U = 0 no ponto y = 0, a variação da energia potencial gravitacional é dada por $\Delta U = mg\Delta y$. A variação de energia cinética é $\Delta K = m(v_f^2 - v_i^2)/2$. A variação total de energia mecânica é $\Delta E_m = \Delta K + \Delta U$.

ANALISE (a) Convertendo as velocidades para m/s e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$\begin{aligned}\Delta E_m &= \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + mg\Delta y \\ &= \frac{1}{2}(1500\ \text{kg})\left[(11{,}1\ \text{m/s})^2 - (8{,}3\ \text{m/s})^2\right] + (1500\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(-4{,}4\ \text{m}) \\ &= -23940\ \text{J} \approx -2{,}4\times10^4\ \text{J}\end{aligned}$$

(b) De acordo com as Eqs. 8-31 e Eq. 8-33, $\Delta E_t = f_k d = -\Delta E_m$. Para d = 50 m, temos

$$f_k = \frac{-\Delta E_m}{d} = \frac{-(-2{,}4\times10^4\ \text{J})}{50\ \text{m}} = 4{,}8\times10^2\ \text{N}$$

APRENDA A perda de energia mecânica é proporcional à força de atrito; se não houvesse atrito, a energia mecânica seria conservada.

80. Se, quando o bloco percorre uma distância horizontal d_1 = 40 m, o deslocamento vertical é d_2 = 30 m, o ângulo do plano inclinado é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{30}{40}\right) = 37^\circ.$$

Note também que a força de atrito cinético é $f_k = \mu_k mg\cos\theta$. Nesse caso, de acordo com as Eqs. 8-31 e 8-33, o trabalho realizado pela força em um segundo é

$$W = mgh + f_k d = mgd(\text{sen}\,\theta + \mu_k\cos\theta)$$

em que $d = 1{,}34$ m é a distância percorrida pelo bloco em um segundo. Substituindo valores conhecidos, obtemos $W = 1{,}69 \times 10^4$ J. Assim, a potência desenvolvida pela força é

$$P = \frac{1{,}69 \times 10^4 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1{,}69 \times 10^4 \text{ W} \approx 1{,}7 \times 10^4 \text{ W}.$$

81. (a) O trabalho realizado quando a partícula se move de $x = 3{,}00$ m até $x = 2{,}00$ m é

$$W = F_2 \Delta x = (5{,}00 \text{ N})(-1{,}00 \text{ m}) = -5{,}00 \text{ J}.$$

e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 2{,}00$ m é $U_2 = +5{,}00$ J.

(b) De acordo com o enunciado do problema, $E_{max} = 14{,}0$ J e, portanto, a energia cinética no ponto $x = 2{,}00$ m é

$$K_2 = E_{max} - U_2 = 14{,}0 - 5{,}00 = 9{,}00 \text{ J}.$$

(c) O trabalho realizado quando a partícula se move de $x = 2{,}00$ m até $x = 0$ é

$$W = F_1 \Delta x = (3{,}00 \text{ N})(-2{,}00 \text{ m}) = -6{,}00 \text{ J}$$

e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 0$ é

$$U_0 = 6{,}00 \text{ J} + U_2 = (6{,}00 + 5{,}00) \text{ J} = 11{,}0 \text{ J}.$$

(d) Um raciocínio semelhante ao do item (a) nos dá

$$K_0 = E_{max} - U_0 = (14{,}0 - 11{,}0) \text{ J} = 3{,}00 \text{ J}.$$

(e) O trabalho realizado quando a partícula se move do ponto $x = 8{,}00$ m até o ponto $x = 11{,}0$ m é

$$W = F_3 \Delta x = (-4{,}00 \text{ N})(3{,}00 \text{ m}) = -12{,}0 \text{ J}$$

e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 11{,}0$ m é $U_{11} = 12{,}0$ J.

(f) A energia cinética no ponto $x = 11{,}0$ m é, portanto,

$$K_{11} = E_{max} - U_{11} = (14{,}0 - 12{,}0) \text{ J} = 2{,}00 \text{ J}.$$

(g) Nesse caso, $W = F_4 \Delta x = (-1{,}00 \text{ N})(1{,}00 \text{ m}) = -1{,}00$ J e, portanto, a energia potencial no ponto $x = 12{,}0$ m é

$$U_{12} = 1{,}00 \text{ J} + U_{11} = (1{,}00 + 12{,}0) \text{ J} = 13{,}0 \text{ J}.$$

(h) A energia cinética no ponto $x = 12{,}0$ m é, portanto,

$$K_{12} = E_{max} - U_{12} = (14{,}0 - 13{,}0) = 1{,}00 \text{ J}.$$

(i) Como o trabalho realizado no intervalo de $x = 12{,}0$ m até $x = 13{,}0$ m é nulo, a resposta é a mesma do item (g): $U_{12} = 13{,}0$ J.

(j) Como o trabalho realizado no intervalo de $x = 12{,}0$ m até $x = 13{,}0$ m é nulo, a resposta é a mesma do item (h): $K_{12} = 1{,}00$ J.

(k) Embora o gráfico não seja mostrado aqui, tem o aspecto de um "poço de potencial" formado por retas horizontais e inclinadas. De $x = 0$ até $x = 2$ (em unidades do SI) o gráfico de U é uma reta inclinada para baixo que vai de 11 a 5; de $x = 2$ até $x = 3$, é uma reta inclinada para baixo que vai de 5 a 0. De $x = 3$ até $x = 8$, é uma reta horizontal. De $x = 8$ até $x = 11$, é uma reta inclinada para cima que vai de 0 a 12; de $x = 11$ até $x = 12$, é uma reta inclinada para cima que vai de 12 a 13. A partir de $x = 12$, é uma reta horizontal (esta é a "borda direita do poço").

(l) Podemos imaginar que a partícula "cai" no poço até o nível mais baixo, que se estende de $x = 3$ até $x = 8$. Nesse nível, como $U = 0$, toda a energia potencial inicial (11 J) foi convertida em energia cinética e, portanto, $K = 11{,}0$ J.

(m) A energia cinética calculada no item (l) não é suficiente para que a partícula atinja a borda direita do poço, mas permite que chegue a uma "altura" de 11 no ponto x = 10,8 m. Como é discutido na Seção 8-6, este é um "ponto de retorno".

(n) Após atingir o ponto de retorno, a partícula "cai de volta" no poço de potencial e torna a subir do lado esquerdo até voltar à posição inicial. Uma análise mais detalhada mostra que, depois de parar (momentaneamente) no ponto x = 10,8 m, a partícula é acelerada para a esquerda pela força $\vec{F}_3$ e ganha velocidade suficiente para subir de volta até o ponto x = 0, onde para novamente.

82. (a) No ponto x = 5,00 m, a energia potencial é zero e a energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2{,}00\text{ kg})(3{,}45\text{ m/s})^2 = 11{,}9\text{ J}.$$

A energia total, portanto, é suficiente para que a partícula chegue ao ponto x = 0, onde U = 11,0 J, com uma pequena "reserva" (11,9 J – 11,0 J = 0,9025 J). Como essa sobra de energia está na forma de energia cinética, a velocidade em x = 0 é

$$v = \sqrt{2(0{,}9025\text{ J})/(2\text{ kg})} = 0{,}950\text{ m/s}.$$

Não existe, portanto, um ponto de retorno.

(b) A energia total (11,9 J) é igual à energia potencial no ponto x = 10,9756 ≈ 11,0 m. Esse ponto pode ser determinado por interpolação ou com o auxílio do teorema do trabalho e energia cinética:

$$K_f = K_i + W = 0 \;\Rightarrow\; 11{,}9025 + (-4)d = 0 \;\Rightarrow\; d = 2{,}9756 \approx 2{,}98$$

[distância que, ao ser somada a x = 8,00 (o ponto no qual $\vec{F}_3$ começa a agir), fornece o resultado correto]. Assim, existe um ponto de retorno em x = 11,0 m.

83. PENSE Como uma força externa realiza trabalho sobre o bloco, a energia do bloco aumenta.

FORMULE De acordo com as Eqs. 8-25 e 8-26, o trabalho realizado por uma força externa é $W = \Delta E_m = \Delta K + \Delta U$. Como, neste caso, a energia potencial não varia, $\Delta U = 0$ e, portanto,

$$W = \Delta E_m = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

A potência média, ou taxa média com a qual a energia é transferida para o bloco, é dada pela Eq. 7-42, $P_{méd} = W/\Delta t$.

ANALISE (a) Substituindo os valores conhecidos na expressão anterior, obtemos

$$\Delta E_m = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}(15\text{ kg})[(30\text{ m/s})^2 - (10\text{ m/s})^2] = 6000\text{ J} = 6{,}0\times10^3\text{ J}$$

(b) A potência média, ou taxa média com a qual a energia é transferida para o bloco, é dada pela Eq. 7-42, $P_{méd} = W/\Delta t$, em que, de acordo com a Eq. 2-11, $\Delta t = \Delta v/a = 10$ s. Assim, temos

$$P_{méd} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{6{,}0\times10^3\text{ J}}{10{,}0\text{ s}} = 600\text{ W}$$

(c) e (d) De acordo com a segunda lei de Newton, a força aplicada ao bloco é $F = ma$ = 30 N. De acordo com a Eq. 7-48, a potência instantânea é

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = \begin{cases} 300\text{ W} & \text{para } v = 10\text{ m/s} \\ 900\text{ W} & \text{para } v = 30\text{ m/s} \end{cases}$$

APRENDA A média aritmética dos valores calculados nos itens (c) e (d) é igual ao resultado obtido no item (b).

84. (a) Para distender uma mola, é preciso aplicar uma força de módulo igual e sentido oposto ao da força da mola. Como uma mola distendida no sentido positivo do eixo x exerce uma força no sentido negativo do eixo x, a força aplicada deve ser $F = 52,8\,x + 38,4\,x^2$, no sentido positivo do eixo x. O trabalho executado é

$$W = \int_{0,50}^{1,00} (52,8x + 38,4x^2)dx = \left(\frac{52,8}{2}x^2 + \frac{38,4}{3}x^3\right)\Bigg|_{0,50}^{1,00} = 31,0 \text{ J}.$$

(b) Como a mola realiza um trabalho de 31,0 J, esse é o aumento da energia cinética da partícula. A velocidade da partícula é, portanto,

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(31,0\text{ J})}{2,17\text{ kg}}} = 5,35 \text{ m/s}.$$

(c) A força é conservativa, já que o trabalho realizado pela força quando a partícula é deslocada de um ponto qualquer de coordenada x_1 para outro ponto qualquer de coordenada x_2 depende apenas dos valores das coordenadas x_1 e x_2.

85. PENSE Este problema envolve o uso da energia cinética da água para gerar energia elétrica.

FORMULE De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a variação da energia cinética da água em um segundo é

$$\Delta K = -\Delta U = mgh = \rho Vgh = (10^3 \text{ kg/m}^3)(1200 \text{ m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m}) = 1,176 \times 10^9 \text{ J}$$

ANALISE Supondo que a potência elétrica gerada é constante, temos

$$P_{\text{méd}} = \frac{(3/4)\Delta K}{t} = \frac{(3/4)(1,176\times 10^9 \text{ J})}{1,0\text{ s}} = 8,82\times 10^8 \text{ W}$$

APRENDA As usinas hidrelétricas são responsáveis por 16% da eletricidade gerada em todo o mundo.

86. (a) De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade no ponto B é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh_1} = \sqrt{(7,0 \text{ m/s})^2 + 2(9,8 \text{ m/s}^2)(6,0 \text{ m})} = 13 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-16, a velocidade no ponto C é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{(7,0 \text{ m/s})^2 + 2(9,8 \text{ m/s}^2)(4,0 \text{ m})} = 11,29 \text{ m/s} \approx 11 \text{ m/s}.$$

(c) Como a partir do ponto C a pista é horizontal, a energia cinética do bloco no início do trecho "acidentado" é a mesma que o bloco possuía no ponto C, que podemos calcular usando o resultado do item (b): $K = mv^2/2 = m(11,29)^2/2 = 63,7m$ (em unidades do SI). Note que mantivemos a massa na equação como se fosse uma grandeza conhecida; no final, como vamos ver em seguida, a massa será cancelada. De acordo com a Eq. 8-33 e a Eq. 6-2 com $F_N = mg$ e supondo que toda a energia cinética é transformada em energia térmica, temos:

$$63,7m = \mu_k mgd$$

para $d < L$. Fazendo $\mu_k = 0,70$, obtemos $d = 9,3$ m, que é realmente menor que L (dado no problema como sendo 12 m). Concluímos que o bloco não chega ao ponto D e a distância que percorre no trecho com atrito é 9,3 m.

87. PENSE Este problema envolve o movimento de uma bola sujeita a uma força centrípeta, uma força gravitacional e uma força de atrito. Como não existe uma força externa aplicada, a energia final do sistema é igual à energia inicial.

FORMULE Tomando o ponto A como referência para a energia potencial, $U_A = 0$. A energia mecânica total nos pontos A, B e D é

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + U_A = \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + U_B = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgL$$
$$E_D = \frac{1}{2}mv_D^2 + U_D = mgL$$

em que $v_D = 0$. De acordo com a lei de conservação da energia, $E_A = E_B = E_D$.

ANALISE (a) Como $E_A = E_D$, temos

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgL \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2gL}$$

(b) Para determinar a tração da haste quando a bola passa pelo ponto B, calculamos primeiro a velocidade da bola nesse ponto. Como $E_B = E_D$, temos

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - mgL = mgL$$

o que nos dá $v_B = \sqrt{4gL}$. Como, quando a bola passa pelo ponto B, a tração da haste aponta verticalmente para cima, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento da bola, obtemos

$$T - mg = \frac{mv_B^2}{r} = \frac{m(4gL)}{L} = 4mg$$

o que nos dá $T = 5mg$.

(c) Como a diferença de altura entre os pontos C e D é L, a energia mecânica "perdida" (que é transformada em energia térmica) é $-mgL$.

(d) Como a diferença de altura entre os pontos B e D é $2L$, a energia mecânica "perdida" (que é transformada em energia térmica) é $-2mgL$.

APRENDA Outra forma de resolver o item (d) é notar que

$$E'_B = \frac{1}{2}mv'^2_B + U_B = 0 - mgL = -mgL$$

o que nos dá

$$\Delta E = E'_B - E_A = -mgL - mgL = -2mgL$$

88. (a) A energia cinética inicial é

$$K_i = \frac{1}{2}(1,5)(3)^2 = 6,75 \text{ J.}$$

(b) Desprezando a resistência do ar, o trabalho realizado pela força gravitacional é igual à variação da energia cinética. No ponto mais alto da trajetória, a energia cinética é zero e, portanto, o trabalho realizado pela força gravitacional é −6,75 J.

(c) Como a variação de energia potencial é igual ao negativo da variação de energia cinética, $\Delta U = 6{,}75$ J.

(d) Se $U_i = 0$, a energia potencial no ponto mais alto da trajetória é $U_f = U_i + \Delta U = 0 + 6{,}75 = 6{,}75$ J

(e) Se $U_f = 0$, $U_i = U_f - \Delta U = 0 - 6{,}75 = -6{,}75$ J.

(f) Como $mg\Delta y = \Delta U$, $\Delta y = \Delta U/mg = 6{,}75/(1{,}5 \times 9{,}8) = 0{,}459$ m.

89. (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, a energia cinética da lata ao chegar ao solo (que tomamos como referência para a energia potencial) é a soma da energia cinética inicial com a energia potencial inicial:

$$K = K_i + U_i = -(2{,}50\text{ kg})(3{,}00\text{ m/s})^2 + (2{,}50\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)(4{,}00\text{ m}) = 109\text{ J}.$$

Para uso futuro, notamos que a velocidade da lata ao chegar ao solo é

$$v = \sqrt{2K/m} = 9{,}35\text{ m/s}.$$

(b) Quando a lata se encontra a 4,00/2 = 2,00 m do solo, a energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}(2{,}50\text{ kg})(3{,}00\text{ m/s})^2 + (2{,}50\text{ kg})(9{,}80\text{ m/s}^2)(2{,}00\text{ m}) = 60{,}3\text{ J}.$$

(c) Uma forma simples de resolver este item e o item seguinte é imaginar que a lata está sendo *lançada* do solo, no instante $t = 0$, com uma velocidade de 9,35 m/s [veja o item (a)], e calcular a altura e a velocidade da lata no instante $t = 0{,}200$ s, usando as Eqs. 2-15 e Eq. 2-11:

$$y = (9{,}35\text{ m/s})(0{,}200\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}80\text{ m/s}^2)(0{,}200\text{ s})^2 = 1{,}67\text{ m},$$

$$v = 9{,}35\text{ m/s} - (9{,}80\text{ m/s}^2)(0{,}200\text{ s}) = 7{,}39\text{ m/s}.$$

A energia cinética é

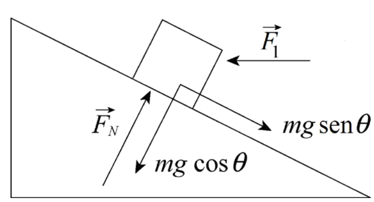
$$K = \frac{1}{2}(2{,}50\text{ kg})\,(7{,}39\text{ m/s})^2 = 68{,}2\text{ J}.$$

(d) A energia potencial gravitacional é

$$U = mgy = (2{,}5\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(1{,}67\text{ m}) = 41{,}0\text{ J}.$$

90. A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do baú. Aplicando a segunda lei de Newton às componentes x e y das forças envolvidas, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$F_1 \cos\theta - f_k - mg\,\text{sen}\,\theta = ma$$
$$F_N - F_1\,\text{sen}\,\theta - mg\cos\theta = 0.$$



(a) Como o baú está se movendo com velocidade constante, $a = 0$. Fazendo $f_k = \mu_k F_N$ no sistema de equações acima, e resolvendo o sistema, obtemos

$$F_1 = \frac{mg(\text{sen}\,\theta + \mu_k\cos\theta)}{\cos\theta - \mu_k\,\text{sen}\,\theta}$$

O trabalho realizado pela força $\vec{F}_1$ quando o baú sobe uma distância d ao longo do plano inclinado é, portanto,

$$W_1 = F_1 d\cos\theta = \frac{(mgd\cos\theta)(\text{sen}\,\theta + \mu_k\cos\theta)}{\cos\theta - \mu_k\,\text{sen}\,\theta}$$
$$= \frac{(50\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(6{,}0\text{ m})(\cos 30°)(\text{sen}\,30° + (0{,}20)\cos 30°)}{\cos 30° - (0{,}20)\,\text{sen}\,30°}$$
$$= 2{,}2\times 10^3\text{ J}.$$

(b) O aumento da energia potencial gravitacional do baú é

$$\Delta U = mgd\,\text{sen}\,\theta = (50\,\text{kg})(9{,}8\,\text{m/s}^2)(6{,}0\,\text{m})\text{sen}\,30° = 1{,}5\times10^3\ \text{J}.$$

Como a velocidade (e, portanto, a energia cinética) do baú é constante, a Eq. 8-33 nos dá

$$W_1 = \Delta U + \Delta E_t.$$

Assim, usando números mais precisos que os mostrados acima, o aumento da energia térmica (produzido pelo atrito cinético) é $2{,}24 \times 10^3$ J – $1{,}47 \times 10^3$ J = $7{,}7 \times 10^2$ J. Outra forma de resolver o problema é usar a relação $\Delta E_t = f_k d$ (Eq. 8-31).

91. Vamos tomar como referência para a energia potencial a altura inicial do bloco $2M$ da Fig. 8-67. Quando o bloco $2M$ começa a descer, a energia potencial total é a soma da energia potencial gravitacional com a energia potencial elástica da mola. Note que a energia cinética total é a soma das energias cinéticas dos dois blocos.

(a) De acordo com a Eq. 8-17, temos:

$$K_i + U_i = K_{tot} + U_{tot} \;\Rightarrow\; 0 + 0 = K_{tot} + (2M)g(-0{,}090) + \frac{1}{2}\,k(0{,}090)^2\,.$$

Para M = 2,0 kg, obtemos K_{tot} = 2,7 J.

(b) A energia cinética do bloco $2M$ constitui uma fração conhecida da energia cinética total:

$$\frac{K_{2M}}{K_{tot}} = \frac{(2M)v^2/2}{(3M)v^2/2} = \frac{2}{3}\,.$$

Assim, $K_{2M} = \dfrac{2}{3}(2{,}7\ \text{J}) = 1{,}8$ J.

(c) Para resolver este item, basta fazer $y = -d$, $K_{tot} = 0$ e calcular o valor de d.

$$K_i + U_i = K_{tot} + U_{tot} \;\Rightarrow\; 0 + 0 \;=\; 0 + (2M)g(-d) + \frac{1}{2}\,kd^2\,.$$

Para M = 2,0 kg, obtemos d = 0,39 m.

92. De acordo com a lei de conservação da energia, $mgh = mv^2/2$ e a velocidade da nuvem é dada por $v = \sqrt{2gh}$. Neste problema, a altura h está relacionada à distância d = 920 m ao longo da encosta pela relação trigonométrica $h = d\,\text{sen}\theta$, em que $\theta = 10°$ é a inclinação da encosta. Assim,

$$v = \sqrt{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(920\ \text{m})\,\text{sen}\,10°} = 56\ \text{m/s}.$$

93. (a) Como o escorrega representado na Fig. 8-68 tem a forma de um arco de circunferência que tangencia o solo, o movimento da criança é análogo ao do peso de um pêndulo de comprimento R = 12 m que é levantado de um ângulo θ (correspondente à posição da criança no alto do escorrega, a uma altura h = 4,0 m) e depois liberado, chegando ao ponto mais baixo da trajetória com uma velocidade v = 6,2 m/s . Examinando as relações trigonométricas exatamente como faríamos no problema do pêndulo, encontramos

$$h = R(1-\cos\theta) \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(1-\frac{h}{R}\right) = 48°$$

ou 0,84 radiano. Assim, o comprimento do escorrega é $s = R\theta$ = (12 m)(0,84) = 10 m.

(b) Para determinar o módulo f da força de atrito, usamos a Eq. 8-33 (com $W = 0$):

$$\begin{aligned}0&=\Delta K+\Delta U+\Delta E_t\\&=\frac{1}{2}mv^2-mgh+fs\end{aligned}$$

o que (para m = 25 kg) nos dá f = 49 N.

(c) Voltando à analogia do pêndulo, a hipótese de que o alto do escorrega tangencia uma reta vertical, 12 m à esquerda do centro de curvatura, corresponde a liberar o pêndulo da horizontal (ou seja, de um ângulo θ_1 = 90° em relação à vertical), caso em que, ao chegar ao solo, o peso faz um ângulo θ_2 com a vertical e possui uma velocidade v = 6,2 m/s. A diferença de altura entre as duas posições (tanto no caso do pêndulo como no caso do escorrega) é

$$\Delta h = R(1-\cos\theta_2) - R(1-\cos\theta_1) = -R\cos\theta_2$$

em que usamos o fato de que cos θ_1 = 0. Fazendo Δh = –4,0 m, obtemos θ_2 = 70,5°, o que significa que o arco de circunferência subtende um ângulo $\Delta\theta$ = 19,5° ou 0,34 radianos. Multiplicando pelo raio, obtemos um comprimento s' = 4,1 m para o escorrega.

(d) Podemos obter o módulo f' da força de atrito usando a Eq. 8.33 (com W = 0):

$$\begin{aligned}0&=\Delta K+\Delta U+\Delta E_t\\&=\frac{1}{2}mv^2-mgh+f's'\end{aligned}$$

o que nos dá f' = 1,2 × 10² N.

94. Usamos a equação $P = Fv$ para calcular a força:

$$F=\frac{P}{v}=\frac{92\times10^6\ \text{W}}{(32{,}5\,\text{nós})\left(1{,}852\,\frac{\text{km/h}}{\text{nó}}\right)\left(\frac{1000\,\text{m/km}}{3600\,\text{s/h}}\right)}=5{,}5\times10^6\ \text{N}.$$

95. Este problema pode ser totalmente resolvido usando os métodos apresentados nos Capítulos 2 a 6; na solução apresentada a seguir, porém, usamos a lei de conservação da energia sempre que possível.

(a) Analisando as forças envolvidas, descobrimos que o módulo da força normal é $F_N = mg\cos\theta$, em que θ é a inclinação da rampa, o que nos dá uma força de atrito $f_k = \mu_k mg\cos\theta$, em que μ_k é o coeficiente de atrito cinético. Assim, de acordo com a Eq. 8-31, temos: $\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd\cos\theta$.

Além disso, uma relação trigonométrica simples mostra que $\Delta U = -mgd$ sen θ, em que d é o comprimento da rampa. Como K_i = 0, a Eq. 8-33 (com W = 0) mostra que a energia cinética final é

$$K_f = -\Delta U - \Delta E_t = mgd\,(\text{sen}\,\theta - \mu_k\cos\theta)$$

o que nos permite calcular a velocidade do caixote ao chegar ao final da rampa:

$$v=\sqrt{\frac{2K_f}{m}}=\sqrt{2gd(\text{sen}\,\theta-\mu_k\cos\theta)}=55\ \text{m/s}.$$

(b) Depois de chegar ao piso com a velocidade calculada no item (a), o caixote passa a se mover horizontalmente sob a ação de uma força de atrito $f_k = \mu_k mg$ e percorre uma distância d' antes de parar. De acordo com a Eq. 8-33 (com W = 0),

$$\begin{aligned}0&=\Delta K+\Delta U+\Delta E_t\\&=0-\frac{1}{2}mv^2+0+\mu_k mgd'\\&=-\frac{1}{2}\left[2gd(\text{sen}\,\theta-\mu_k\cos\theta)\right]+\mu_k gd'\end{aligned}$$

na qual dividimos ambos os membros pela massa e substituímos a velocidade pelo valor calculado no item (a). Assim,

$$d' = \frac{d(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta)}{\mu_k} = 5{,}4 \text{ m}.$$

(c) As expressões obtidas nos itens (a) e (b) mostram que as respostas não dependem da massa. Um caixote de 90 kg teria a mesma velocidade ao chegar ao final da rampa e percorreria a mesma distância no piso. É interessante notar que a aceleração da gravidade também não aparece na expressão de d'. Isso quer dizer que a distância percorrida no piso pelo caixote seria a mesma se o acidente tivesse acontecido em Marte!

96. (a) Como a velocidade final (e, portanto, a energia cinética final) é zero, o decréscimo de energia cinética é $\Delta K = mv^2/2 = (70 \text{ kg})(10 \text{ m/s})^2/2 = 3500 \text{ J} = 3{,}5 \text{ kJ}$.

(b) Como toda a energia cinética é transformada em energia térmica, $\Delta E_t = 3500 \text{ J} = 3{,}5 \text{ kJ}$.

97. De acordo com a Eq. 8-33, $mgy_f = K_i + mgy_i - \Delta E_t$, ou

$$(0{,}50 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}80 \text{ m}) = \frac{1}{2}(0{,}50 \text{ kg})(4{,}00 \text{ /s})^2 + (0{,}50 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0) - \Delta E_t$$

o que nos dá $\Delta E_t = 4{,}00 \text{ J} - 3{,}92 \text{ J} = 0{,}080 \text{ J}$.

98. Como o período T é $(2{,}5 \text{ rev/s})^{-1} = 0{,}40$ s, a Eq. 4-35 nos dá $v = 3{,}14$ m/s. De acordo com a Eq. 6-2, o módulo da força de atrito é

$$f = \mu_k F_N = (0{,}320)(180 \text{ N}) = 57{,}6 \text{ N}.$$

Como a potência dissipada pelo atrito é igual à potência fornecida pelo motor, a Eq. 7-48 nos dá $P = (57{,}6 \text{ N})(3{,}14 \text{ m/s}) = 181$ W.

99. Se a força de arrasto média é 110 N, o nadador deve exercer sobre a água uma força de 110 N para manter a velocidade constante. Como a velocidade relativa entre o nadador e a água é 0,22 m/s, a Eq. 7-48 nos dá

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = Fv = (110 \text{ N})(0{,}22 \text{ m/s}) = 24 \text{ W}.$$

100. A energia cinética inicial do automóvel é $K_i = mv^2/2$, em que $m = 16400/9{,}8 = 1673$ kg. De acordo com as Eqs. 8-31 e 8-33, supondo que a estrada é plana, $K_i = fd$, na qual f é o módulo da força de atrito e d é a distância percorrida pelo carro antes de parar. Usando

$$v_i = (113 \text{ km/h}) = (113 \text{ km/h})(1000 \text{ m/km})(1 \text{ h}/3600 \text{ s}) = 31{,}4 \text{ m/s},$$

obtemos

$$d = \frac{K_i}{f} = \frac{mv_i^2}{2f} = \frac{(1673 \text{ kg})(31{,}4 \text{ m/s})^2}{2(8230 \text{ N})} = 100 \text{ m}.$$

101. Usando como referência para a energia potencial o ponto de onde a bola foi lançada, temos (em unidades do SI):

$$\Delta E = mgh - \frac{1}{2}mv_0^2 = m\left[(9{,}8)(8{,}1) - \frac{1}{2}(14)^2\right]$$

o que, para $m = 0{,}63$ kg, nos dá $\Delta E = -12$ J. Esta “perda” de energia mecânica se deve presumivelmente à resistência do ar.

102. (a) A energia (interna) que o alpinista teria que converter em energia potencial gravitacional seria

$$\Delta U = mgh = (90 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(8850 \text{ m}) = 7{,}8\times10^6 \text{ J}.$$

(b) O número de barras de chocolate seria

$$N = \frac{7{,}8\times10^6\ \text{J}}{1{,}25\times10^6\ \text{J/barra}} \approx 6{,}2\ \text{barras}.$$

103. (a) De acordo com a Eq. 2-15, a aceleração do velocista é

$$a = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{(2)(7{,}0\,\text{m})}{(1{,}6\,\text{s})^2} = 5{,}47\,\text{m/s}^2.$$

A velocidade no instante t = 1,6 s é, portanto,

$$v = at = \left(5{,}47\,\text{m/s}^2\right)(1{,}6\,\text{s}) = 8{,}8\,\text{m/s}.$$

O problema também pode ser resolvido usando a Eq. 2-16.

(b) A energia cinética do velocista é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{w}{g}\right)v^2 = \frac{1}{2}\left[670\ \text{N}/(9{,}8\ \text{m/s}^2)\right](8{,}8\ \text{m/s})^2 = 2{,}6\times10^3\ \text{J}$$

em que m é a massa e w é o peso do velocista.

(c) A potência média é

$$P_{\text{med}} = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{2{,}6\times10^3\ \text{J}}{1{,}6\ \text{s}} = 1{,}6\times10^3\ \text{W}.$$

104. De acordo com a Eq. 8-6, temos (em unidades do SI):

$$U(\xi) = -\int_0^{\xi}(-3x-5x^2)\,dx = \frac{3}{2}\xi^2 + \frac{5}{3}\xi^3.$$

(a) Usando a expressão acima, obtemos $U(2) \approx 19$ J.

(b) Sabemos que, quando a velocidade do objeto é v = 4 m/s, a energia mecânica é $mv^2/2 + U(5)$. De acordo com a lei de conservação da energia, o objeto deve ter a mesma energia mecânica na origem:

$$\frac{1}{2}mv^2 + U(5) = \frac{1}{2}mv_0^2 + U(0).$$

Assim, a velocidade na origem é

$$v_0 = \sqrt{v^2 + \frac{2}{m}[U(5) - U(0)]}.$$

Para $U(5)$ = 246 J, $U(0)$ = 0 e m = 20 kg, obtemos v_0 = 6,4 m/s.

(c) Neste caso, a expressão obtida para U no item (a) muda para

$$U(x) = -8 + \frac{3}{2}\xi^2 + \frac{5}{3}\xi^3$$

Assim, a resposta do item (a) muda para $U(2) = 2$ J. Por outro lado, a resposta do item (b) permanece a mesma, pois depende apenas da diferença entre dois valores da energia potencial, $U(5)$ e $U(0)$, que não é afetada pela mudança da referência escolhida para a energia potencial.

105. (a) Aplicando a segunda lei de Newton e a Eq. 6-2 às componentes das forças envolvidas, obtemos

$$F_{\text{maq}} - mg\,\text{sen}\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma.$$

Como o tronco se move com velocidade constante, $a = 0$ e, portanto,

$$F_{\text{maq}} = mg\,\text{sen}\theta + \mu_k mg\cos\theta = 372 \text{ N}.$$

Assim, o trabalho realizado pela máquina é $F_{\text{maq}}d = 744 \text{ J} = 7{,}4 \times 10^2$ J.

(b) A energia térmica produzida é $\mu_k mg\cos\theta\, d = 240 \text{ J} = 2{,}4 \times 10^2$ J.

106. (a) No ponto mais alto da trajetória da bola, a componente vertical v_y da velocidade é zero e a componente horizontal v_x é igual à componente horizontal da velocidade de lançamento (veja a Seção 4-6): $v_{0x} = v_0\cos\theta$, em que θ é o ângulo de lançamento. A energia cinética no ponto mais alto da trajetória está relacionada à energia cinética no ponto de lançamento através da Eq. 8-17:

$$mgy + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \frac{1}{2}mv_{0y}^2,$$

em que y é a altura máxima atingida pela bola. Como o termo $mv_{0x}^2/2$ no lado esquerdo da equação cancela o termo $mv^2/2$ no lado direito, $v_{0y} = \sqrt{2gy} \approx 6$ m/s. Como $v_{0y} = v_0\,\text{sen}\theta$, temos:

$$v_0 = 11{,}98 \text{ m/s} \approx 12 \text{ m/s}.$$

(b) A lei de conservação da energia (incluindo a energia elástica da mola comprimida, dada pela Eq. 8-11) também pode ser aplicada ao movimento no interior do cano da espingarda (levando em conta o fato de que uma distância d percorrida no interior do cano corresponde a um aumento de altura de $d\,\text{sen}\theta$):

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}v_0^2 + mgd\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow d = 0{,}11 \text{ m}.$$

107. O trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ é o negativo da variação de energia potencial (veja a Eq. 8-6); assim, $U_B = U_A - 25 = 15$ J.

108. (a) Vamos supor que a massa do alpinista está entre $m_1 = 50$ kg e $m_2 = 70$ kg (o que corresponde a um peso entre 490 e 686 N). O aumento de energia potencial do alpinista está, portanto, no intervalo

$$m_1gh \le \Delta U \le m_2gh \quad \Rightarrow \quad 2\times10^5 \le \Delta U \le 3\times10^5$$

em unidades do SI (J), em que $h = 443$ m.

(b) Como o problema pede apenas o valor da energia interna que é convertida em energia potencial gravitacional, o resultado é o mesmo do item (a). Entretanto, se fôssemos considerar a energia interna *total* (boa parte da qual é convertida em calor), a energia despendida para escalar o prédio seria bem maior do que se o alpinista simplesmente subisse as escadas.

109. (a) A Eq. 8-37 nos dá

$$K_f = K_i + mgy_i - f_k d = 0 + (60 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(4{,}0 \text{ m}) - 0 = 2{,}35 \times 10^3 \text{ J}.$$

(b) Incluindo o atrito, temos:

$$K_f = K_i + mgy_i - f_k d = 0 + (60 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(4{,}0 \text{ m}) - (500 \text{ N})(4{,}0 \text{ m}) = 352 \text{ J}.$$

110. Vamos usar a base do plano inclinado como referência. A distância d ao longo do plano está relacionada à altura y pela equação $y = d$ sen θ.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_0 + U_0 = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgy$$

sendo v_0 = 5,0 m/s. Isso nos dá y = 1,3 m e, portanto, d = 2,6 m.

(b) Analisando as forças envolvidas (veja o Capítulo 6), concluímos que o módulo da força de atrito é $f_k = \mu_k mg \cos\theta$. De acordo com a Eq. 8-33,

$$K_0 + U_0 = K_1 + U_1 + f_k d$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgy + f_k d$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgd \,\text{sen}\,\theta + \mu_k mgd \cos\theta.$$

Dividindo ambos os membros pela massa e explicitando d, obtemos:

$$d = \frac{v_0^2}{2g(\mu_k \cos\theta + \text{sen}\,\theta)} = 1{,}5 \text{ m.}$$

(c) A energia térmica produzida pelo atrito é $\Delta E_t = f_k d = \mu_k mgd \cos\theta$ = 26 J.

(d) A descida de volta, da altura y = 1,5 sen 30º até a base do plano inclinado, também pode ser analisada com o auxílio da Eq. 8-33. Temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + \Delta E_t \Rightarrow 0 + mgy = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 + 26,$$

o que nos dá v_2 = 2,1 m/s.

111. De acordo com a Eq. 8-8,

$$\Delta y = \frac{68.000 \text{ J}}{(9{,}4 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 738 \text{ m.}$$

112. Vamos supor que a energia cinética inicial (no instante em que o homem pula) é desprezível. Nesse caso, desprezando a resistência do ar, a energia potencial elástica da rede estimada é igual à diferença de energia potencial gravitacional entre o local do salto e o solo. Assim,

$$U_{\text{rede}} = U_{\text{grav}} = mgh$$

sendo h = 11,0 m + 1,5 m = 12,5 m. Para m = 70 kg, obtemos U_{rede} = 8580 J.

113. Em unidades do SI, m = 0,030 kg e d = 0,12 m.

(a) Como não há variação de altura (e, presumivelmente, também não há variação de energia potencial elástica), ΔU = 0. Como v_0 = 500 m/s e a velocidade final é zero, temos:

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = -\frac{1}{2}mv_0^2 = -3{,}8 \times 10^3 \text{ J}$$

(b) De acordo com a Eq. 8-33 (com $W = 0$), temos $\Delta E_t = 3{,}8 \times 10^3$ J, o que nos dá

$$f = \frac{\Delta E_t}{d} = 3{,}1 \times 10^4 \text{ N}$$

usando a Eq. 8-31 com f no lugar de f_k (o que significa generalizar a equação para incluir forças dissipativas às quais não se aplica necessariamente a Eq. 6-2).

114. (a) A energia cinética K do carro no instante $t = 30$ s é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1500\,\text{kg})\left[(72\,\text{km/h})\left(\frac{1000\,\text{m/km}}{3600\,\text{s/h}}\right)\right]^2 = 3{,}0 \times 10^5 \text{ J}.$$

(b) A potência média desenvolvida é

$$P_{\text{méd}} = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{3{,}0 \times 10^5 \text{ J}}{30\,\text{s}} = 1{,}0 \times 10^4 \text{ W}.$$

(c) Como a aceleração é constante, a potência instantânea é dada por $P = Fv = mav = ma(at) = ma^2t$. Por outro lado, como foi visto no item (b), a potência média é $P_{\text{méd}} = \Delta K/\Delta t = mv^2/2t = m(at)^2/2t = ma^2t/2$. Assim, a potência instantânea após qualquer intervalo de tempo é duas vezes maior que a potência média no mesmo intervalo. No caso de um intervalo de 30 s, $P_{\text{med}} = 1{,}0 \times 10^4$ W e

$$P = 2P_{\text{méd}} = (2)\left(1{,}0 \times 10^4 \text{ W}\right) = 2{,}0 \times 10^4 \text{ W}.$$

115. (a) A energia cinética inicial é $K_i = (1{,}5 \text{ kg})(20 \text{ m/s})^2/2 = 300$ J.

(b) No ponto de altura máxima, a componente vertical da velocidade é zero, mas a componente horizontal (desprezando a resistência do ar) é a mesma do instante do "lançamento". A energia cinética no ponto de altura máxima é, portanto,

$$K = \frac{1}{2}(1{,}5 \text{ kg})\left[(20 \text{ m/s})\cos 34°\right]^2 = 206 \text{ J}.$$

Assim, $\Delta U = K_i - K = 300 \text{ J} - 206 \text{ J} = 93{,}8$ J.

(c) Como $\Delta U = mg\Delta y$, temos:

$$\Delta y = \frac{94 \text{ J}}{(1{,}5 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 6{,}38 \text{ m}.$$

116. (a) A taxa de variação da energia potencial gravitacional é

$$\frac{dU}{dt} = mg\frac{dy}{dt} = -mg|v| = -(68)(9{,}8)(59) = -3{,}9 \times 10^4 \text{ J/s}.$$

Assim, a energia potencial gravitacional está sendo reduzida à taxa de $3{,}9 \times 10^4$ W.

(b) Como a velocidade é constante, a taxa de variação da energia cinética é zero. Assim, a taxa de variação da energia mecânica é igual à taxa de variação da energia potencial gravitacional, $3{,}9 \times 10^4$ W.

117. (a) Usando a Eq. 8-31 para descrever o efeito do atrito em termos da energia dissipada, $\Delta E_t = f_k d$, temos:

$$\Delta E = K + \frac{1}{2}k(0{,}08)^2 - \frac{1}{2}k(0{,}10)^2 = -f_k(0{,}02)$$

em que as distâncias estão em metros e as energias em joules. Para k = 4000 N/m e $f_k = 80$ N, obtemos K = 5,6 J.

(b) Neste caso, d = 0,10 m e, portanto,

$$\Delta E = K + 0 - \frac{1}{2}k(0{,}10)^2 = -f_k(0{,}10)$$

o que nos dá K = 12 J.

(c) Podemos resolver o problema de duas formas. No primeiro método, começamos por escrever uma expressão para a energia em função da distância percorrida d,

$$\Delta E = K + \frac{1}{2}k(d_0 - d)^2 - \frac{1}{2}kd_0^2 = -f_k d,$$

na qual d_0 é a distensão inicial da mola. Explicitando K, obtemos:

$$K = -\frac{1}{2}kd^2 + (kd_0)d - f_k d.$$

Derivando a expressão acima em relação a d e igualando o resultado a zero, obtemos um valor de d que, substituído na expressão de K, fornece o resultado:

$$K_{\max} = \frac{1}{2k}(kd_0 - f_k)^2 = 12{,}8 \text{ J}.$$

No segundo método (talvez mais simples), notamos que, para que a energia cinética K seja máxima, basta que a velocidade v seja máxima, o que acontece quando a velocidade é constante, ou seja, quando as forças estão em equilíbrio. Assim, o segundo método consiste em encontrar a situação de equilíbrio na qual a força aplicada pela mola é igual à força de atrito:

$$|F_{mola}| = f_k \Rightarrow kx = 80.$$

Para k = 4000 N/m, obtemos x = 0,02 m. Acontece que $x = d_0 - d$, de modo que esse valor corresponde a d = 0,08 m, o mesmo valor obtido no primeiro método, que, substituído na expressão de K, leva à mesma resposta, $K_{máx}$ = 12,8 J ≈ 13 J.

118. Vamos trabalhar em unidades do SI e realizar a conversão para horsepower no final. Temos:

$$v = (80 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 22{,}2 \text{ m/s}.$$

De acordo com a segunda lei de Newton, a força F_{ac} necessária para acelerar o carro (de peso w e massa $m = w/g$) obedece à equação

$$F_{res} = F_{ac} - F = ma = \frac{wa}{g}$$

na qual $F = 300 + 1{,}8v^2$ em unidades do SI. Assim, a potência necessária é

$$P = \vec{F}_{ac} \cdot \vec{v} = \left(F + \frac{wa}{g}\right)v = \left(300 + 1{,}8(22{,}2)^2 + \frac{(12.000)(0{,}92)}{9{,}8}\right)(22{,}2) = 5{,}14 \times 10^4 \text{ W}$$
$$= (5{,}14 \times 10^4 \text{ W})\left(\frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}}\right) = 69 \text{ hp}.$$

119. PENSE Este problema envolve o uso da lei de conservação da energia para resolver um problema de movimento balístico.

FORMULE Vamos tomar a posição inicial da bola como referência para o cálculo da energia potencial. Nesse caso, a energia inicial da bola é $E_0 = mv_0^2/2$. No ponto mais alto da trajetória, a componente vertical da velocidade é zero e a componente horizontal (desprezando a resistência do ar) é igual à componente horizontal da velocidade inicial: $v_x = v_0 \cos\theta$. A uma distância h abaixo do ponto inicial, a energia da bola é

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$$

em que v é a velocidade da bola.

ANALISE (a) A energia cinética da bola no ponto mais alto da trajetória é

$$K_a = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m(v_0\cos\theta)^2 = \frac{1}{2}(0{,}050\text{ kg})[(8{,}0\text{ m/s})\cos 30°]^2 = 1{,}2\text{ J}$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, quando a bola está a uma distância h = 3,0 m abaixo do ponto inicial, temos

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{(8{,}0\text{ m/s})^2 + 2(9{,}8\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ m})} = 11{,}1\text{ m/s}$$

(c) Como mostra a expressão anterior, $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$, a velocidade não depende da massa da bola.

(d) Como mostra a expressão anterior, $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$, a velocidade não depende do ângulo de lançamento.

APRENDA É natural que a velocidade final da bola não dependa da massa, já que a aceleração de um corpo pela força gravitacional não depende da massa do corpo. É natural também que a velocidade final não dependa do ângulo de lançamento, já que ela pode ser calculada a partir da energia cinética, e a energia cinética depende apenas do módulo do vetor velocidade.

120. (a) De acordo com a Eq. 8-11, a distensão da mola na situação inicial era

$$x_i = \sqrt{2(1{,}44)/3200} = 0{,}030\text{ m (ou 3,0 cm)}.$$

Na nova situação, a distensão é apenas 2,0 cm (ou 0,020 m) e, portanto, a energia potencial elástica é menor que na situação inicial. Especificamente,

$$\Delta U = \frac{1}{2}(3200\text{ N/m})(0{,}020\text{ m})^2 - 1{,}44\text{ J} = -0{,}80\text{ J}.$$

(b) A energia potencial elástica depende apenas da diferença entre o comprimento da mola no estado deformado e no estado relaxado; o fato de a mola estar distendida ou comprimida não faz diferença. Assim, a resposta é a mesma do item (a),

$$\Delta U = -0{,}80\text{ J}.$$

(c) Agora, $|x|$ = 0,040 m, que é maior que x_i, de modo que a energia potencial elástica é maior que a situação inicial. Especificamente,

$$\Delta U = \frac{1}{2}(3200\text{ N/m})(0{,}040\text{ m})^2 - 1{,}44\text{ J} = +1{,}12\text{ J} \approx 1{,}1\text{ J}.$$

121. (a) De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$W = Pt = \Delta K = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right).$$

Substituindo os valores conhecidos e explicitando a massa, obtemos:

$$m = \frac{2Pt}{v_f^2 - v_i^2} = \frac{(2)\left(1,5\times10^6\ \text{W}\right)(360\,\text{s})}{(25\,\text{m/s})^2 - (10\,\text{m/s})^2} = 2,1\times10^6\ \text{kg}.$$

(b) Considerando t variável e explicitando $v = v(t)$ na equação $Pt = (v^2 - v_i^2)/2$, obtemos:

$$v(t) = \sqrt{v_i^2 + \frac{2Pt}{m}} = \sqrt{(10)^2 + \frac{(2)\left(1,5\times10^6\right)t}{2,1\times10^6}} = \sqrt{100 + 1,5t}$$

em unidades do SI (v em m/s e t em s).

(c) A força em função do tempo é dada por

$$F(t) = \frac{P}{v(t)} = \frac{1,5\times10^6}{\sqrt{100+1,5t}}$$

em unidades do SI (F em N e t em s).

(d) A distância d percorrida pelo trem é dada por

$$d = \int_0^t v(t')dt' = \int_0^{360}\left(100 + \frac{3}{2}t\right)^{1/2} dt = \frac{4}{9}\left(100 + \frac{3}{2}t\right)^{3/2}\Bigg|_0^{360} = 6,7\times10^3\ \text{m}.$$

122. PENSE Este problema envolve um corpo que é acelerado por uma força externa e depois desacelerado por uma força de atrito até parar.

FORMULE De acordo com o teorema do trabalho e energia, na presença de uma força de atrito, o trabalho realizado por uma força externa sobre um sistema é $W = \Delta E_m + \Delta E_t$, em que $\Delta E_m = \Delta K + \Delta U$, e $\Delta E_t = f_k d$. Neste problema, o taco realiza trabalho apenas nos primeiros 2,0 m do percurso do disco; nos outros 12 m do percurso, o sistema não está submetido a nenhuma força externa e, portanto, a energia é constante.

ANALISE (a) Vamos usar o índice 1 para representar os valores de K e de U, no instante em que o taco perde contato com o disco, e o índice 2 para representar os valores de K e de U no instante em que o disco para. Como a energia total é constante nessa parte do percurso, temos

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + f_k d$$
$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + 0 + f_k d$$

o que nos dá $\Delta E_t = f_k d = mv^2/2 = (0,42)(4,2)^2/2 = 3,7$ J.

(b) De acordo com o item (a), $f_k d = 3,7$ J para $d = 12$ m, o que nos dá $f_k = 3,7/12 = 0,31$ N. Assim, a energia térmica total gerada pelo atrito é

$$\Delta E_{t,\text{total}} = f_k d_{\text{total}} = (0,31\ \text{N})(14\ \text{m}) = 4,3\ \text{J}$$

(c) Nos primeiros $d' = 2$ m do percurso do disco, temos

$$W = \Delta E_{\mathrm{m}} + \Delta E_{\mathrm{t}}' = \Delta K + \Delta U + f_k d' = \frac{1}{2}mv^2 + 0 + f_k d'$$

e, portanto,

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + f_k d' = \frac{1}{2}(0{,}42\ \mathrm{kg})(4{,}2\ \mathrm{m/s})^2 + (0{,}31\ \mathrm{N})(2{,}0\ \mathrm{m}) = 4{,}3\ \mathrm{J}$$

APRENDA A resposta do item (c) é igual à do item (b), como era esperado, já que, no instante em que o disco para, toda a energia fornecida pelo taco foi convertida em energia térmica.

123. Na descida, 10 kg de água ganham

$$\Delta K = \frac{1}{2}\ (10\ \mathrm{kg})(13\ \mathrm{m/s})^2 - \frac{1}{2}\ (10\ \mathrm{kg})(3.2\ \mathrm{m/s})^2 = 794\ \mathrm{J}$$

de energia cinética e perdem

$$\Delta U = (10\ \mathrm{kg})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(15\ \mathrm{m}) = 1470\ \mathrm{J}$$

de energia potencial (a diferença pode ser atribuída a perdas por atrito). A razão entre os dois valores é 0,54 = 54%. Como as massas se cancelam quando a razão é calculada, o resultado não depende da massa usada nos cálculos.

124. (a) De acordo com a Eq. 8-6, fazendo $x_1 = x$, $x_2 = \infty$ e tomando como referência para a energia potencial $U(x) = 0$, obtemos

$$U(x) = -\int_x^{\infty} G\frac{m_1 m_2}{x^2}\, dx = -G\frac{m_1 m_2}{x}$$

(b) Como, de acordo com a Eq. 8-1, $W = -\Delta U$, usando o resultado do item (a), obtemos

$$W = \frac{G\, m_1\, m_2}{x_1} - \frac{G\, m_1\, m_2}{x_1 + d} = \frac{G\, m_1\, m_2\, d}{x_1(x_1 + d)}$$

125. (a) Durante um segundo, o decréscimo de energia potencial é

$$-\Delta U = mg(-\Delta y) = (5{,}5\times 10^6\ \mathrm{kg})\left(9{,}8\ \mathrm{m/s^2}\right)(50\ \mathrm{m}) = 2{,}7\times 10^9\ \mathrm{J}$$

(b) Para resolver este item não é necessário conhecer a relação entre a massa e o volume da água. De acordo com a Eq. 8-40,

$$P = (2{,}7\times 10^9\ \mathrm{J})/(1\ \mathrm{s}) = 2{,}7\times 10^9\ \mathrm{W}$$

(c) Como um ano equivale a $24 \times 365{,}25 = 8766$ h ≈ 8,77 kh, a receita anual seria

$$(2{,}7\times 10^9\ \mathrm{W})(8{,}77\ \mathrm{kh})\left(\frac{1\ \mathrm{cent}}{1\ \mathrm{kWh}}\right) = 2{,}4\times 10^{10}\ \mathrm{cents} = \$2{,}4\times 10^8$$

126. A relação entre o ângulo θ (em relação à vertical) e a altura h (em relação ao ponto mais baixo do percurso da bola, que vamos tomar como referência para o cálculo da energia potencial gravitacional) é dada por $h = L(1 - \cos\theta)$, em que L é o comprimento da corda.

(a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$0 + mgL\left(1 - \cos\theta_1\right) = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgL\left(1 - \cos\theta_2\right)$$

o que nos dá

$$v_2 = \sqrt{2gL(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)} = 1{,}4 \text{ m/s}$$

(b) A velocidade máxima v_3 é atingida quando a bola está no ponto mais baixo do percurso. Nesse ponto, $U = U_3 = 0$. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_3 + U_3$$
$$0 + mgL(1 - \cos\theta_1) = \frac{1}{2}mv_3^2 + 0$$

o que nos dá $v_3 = 1{,}9$ m/s.

(c) Estamos interessados em determinar o ângulo θ_4 para o qual a velocidade da bola é $v_4 = v_3/3$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_1 + U_1 = K_4 + U_4$$
$$0 + mgL(1 - \cos\theta_1) = \frac{1}{2}mv_4^2 + mgL(1 - \cos\theta_4)$$
$$mgL(1 - \cos\theta_1) = \frac{1}{2}m\frac{v_3^2}{9} + mgL(1 - \cos\theta_4)$$
$$-gL\cos\theta_1 = \frac{1}{2}\frac{2gL(1 - \cos\theta_1)}{9} - gL\cos\theta_4$$

o que nos dá

$$\theta_4 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{9} + \frac{8}{9}\cos\theta_1\right) = 28{,}2° \approx 28°$$

127. Igualando a energia mecânica do palhaço na posição inicial (ao sair da boca do canhão, que vamos tomar como referência para o cálculo da energia potencial) à energia final (no ponto em que o palhaço cai na rede), temos

$$K_i = K_f + U_f$$
$$\frac{1}{2}(60\,\text{kg})(16\,\text{m/s})^2 = K_f + (60\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(3.9\,\text{m})$$

o que nos dá $K_f = 5{,}4 \times 10^3$ J.

128. (a) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, tomando o nível do solo como referência, temos

$$K_i + U_i = K + U \Rightarrow 0 + mgy_i = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

o que nos dá $v = \sqrt{2gy_i} = 9{,}2$ m/s.

(b) De acordo com as Eqs. 8-31 e 8-33,

$$K_i + U_i = K + U \Rightarrow 0 + mgy_i = \frac{1}{2}mv^2 + 0 + f_k d$$

o que nos dá $v = \sqrt{2y_i(mg - f_k)/m} = 4{,}8$ m/s.

129. De acordo com os dados do problema, a massa total da água da chuva que cai nos Estados Unidos continentais durante um ano é

$$m_{\text{total}} = \rho A \Delta z = (1000)(8 \times 10^{12})(0{,}75) = 6 \times 10^{15}\,\text{kg}$$

em que ρ é a massa específica da água, A é a área da parte continental dos Estados Unidos e Δz é a precipitação média anual. Se um terço dessa massa chega até o oceano, a massa a ser usada para calcular o decréscimo de energia potencial mgh é $m = 2 \times 10^{15}$ kg e, de acordo com a Eq. 7-42 e levando em conta o fato de que 1 ano corresponde a aproximadamente $3{,}2 \times 10^7$ s, a potência média correspondente é

$$P_{\text{méd}} = \frac{(2\times10^{15})(9{,}8)(500)}{3{,}2\times10^{7}} = 3{,}1\times10^{11}\,\text{W}$$

130. De acordo com a Eq. 8-11, se a mola está relaxada para $y = 0$, a energia potencial elástica da mola é $U_e = ky^2/2$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, temos

$$0 = K + U_g + U_e \quad\Rightarrow\quad K = -U_g - U_e$$

em que $U_g = mgy$ é a energia potencial gravitacional do bloco. Os resultados podem ser colocados em uma tabela:

posição y	−0,05	−0,10	−0,15	−0,20
K	(a) 0,75	(d) 1,0	(g) 0,75	(j) 0
U_g	(b) −1,0	(e) −2,0	(h) −3,0	(k) −4,0
U_e	(c) 0,25	(f) 1,0	(i) 2,25	(l) 4,0

131. Seja x o alongamento da mola. Para que o repolho esteja em equilíbrio,

$$kx - mg = 0 \Rightarrow x = mg/k$$

Para esse valor de x, o aumento da energia potencial elástica da mola é

$$\Delta U_e = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{m^2g^2}{2k}$$

e a redução de energia potencial gravitacional do sistema é

$$-\Delta U_g = mgx = mg\left(\frac{mg}{k}\right) = \frac{m^2g^2}{k}$$

Comparando os dois valores, vemos que $|\Delta U_g| = 2|\Delta U_e|$. A razão pela qual $|\Delta U_g| \neq |\Delta U_e|$ é que, para baixar o repolho lentamente, é necessário aplicar uma força externa para cima. Essa força realiza um trabalho negativo sobre o repolho, reduzindo a energia mecânica do sistema. (Se a força para cima não fosse aplicada, o repolho passaria do ponto de equilíbrio, e o sistema entraria em oscilação por um tempo que, na ausência de forças de atrito e de arrasto, seria ilimitado.)

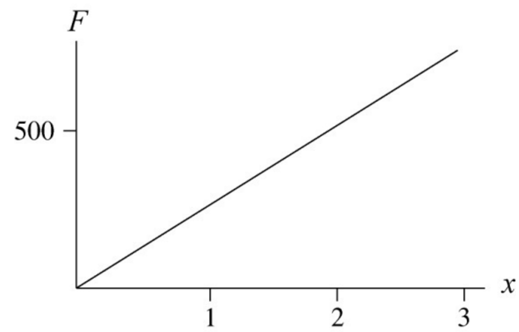
132. (a) Como o caramelo "age como uma mola" ao resistir à mordida, a compressão do caramelo está relacionada à força da mordida pela lei de Hooke. Assim, temos:

$$F_x = kx \Rightarrow x = \frac{750}{2{,}5\times10^{5}} = 0{,}0030\,\text{m}$$

(b) De acordo com o teorema do trabalho e energia, o trabalho é igual à energia armazenada na mola. Assim, de acordo com a Eq. 8-11,

$$W = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(2{,}5\times10^{5})(0{,}0030)^2 = 1{,}1\,\text{J}$$

(c) De acordo com a terceira lei de Newton, a força F exercida pelo dente sobre o caramelo é igual, em módulo, à força elástica exercida pelo caramelo sobre o dente. Isso significa que o gráfico da força F em função da compressão x é uma reta de inclinação k como a que aparece na figura a seguir, em que F está em newtons e x está em milímetros.



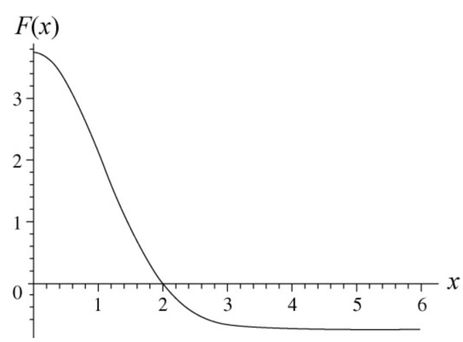
(d) Mesmo que a resistência do caramelo à compressão seja semelhante à de uma mola, o caramelo sofre uma deformação permanente ao ser mordido e, portanto, não existe uma energia potencial associada à compressão.

(e) Como estimativa grosseira, podemos dizer que a área sob a curva da Fig. 8-71 é metade da área da região de plotagem (8000 N por 12 mm), o que nos dá um trabalho

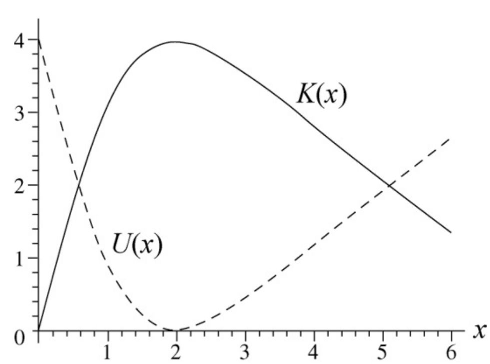
$$W \leq (8000)\ (0{,}012\ \text{m})/2 \approx 50\ \text{J}.$$

(f) Como o osso sofre uma deformação permanente ao ser mordido, não existe uma energia potencial associada a esse ensaio.

133. (a) A figura a seguir mostra um esboço da curva de $F(x)$ (em newtons) em função de x (em metros) obtida usando a Eq. 8-22.



(b) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $U(x) + K(x) = E = 4$ J e, portanto, $K(x) = 4\ \text{J} - U(x)$. A figura a seguir mostra os gráficos de $U(x)$ e $K(x)$.



134. O raciocínio usado para resolver este problema é o mesmo usado para analisar a Fig. 8-9 do livro.

(a) A reta horizontal que representa a energia E_1 intercepta a curva da energia potencial no ponto $r \approx 0{,}07$ nm. Assim, se m se mover em direção a M vindo da direita com energia E_1, sofrerá uma parada momentânea no ponto $r \approx 0{,}7$ nm e depois começará a se mover no sentido oposto.

(b) A reta horizontal que representa a energia E_2 intercepta a curva da energia potencial em dois pontos: $r_1 \approx 0{,}16$ nm e $r_2 \approx 0{,}28$ nm. Assim, se m partir da região $r_1 < r < r_2$ com energia E_2, oscilará indefinidamente entre os pontos r_1 e r_2.

(c) De acordo com o gráfico, no ponto $r = 0{,}3$ nm, a energia potencial é $U = -1{,}1 \times 10^{-19}$ J.

(d) Como $M >> m$, a energia cinética do sistema é praticamente igual à energia cinética de m. Como $E = 1 \times 10^{-19}$ J, a energia cinética é $K = E - U \approx 2{,}1 \times 10^{-19}$ J.

(e) Como a força é o negativo da inclinação da curva de $U(r)$, podemos estimar que $F = -1 \times 10^{-9}$ N nesse ponto.

(f) A inclinação da curva de $U(r)$ é negativa (e, portanto, a força F é positiva, ou seja, repulsiva) para $r < 0{,}2$ nm.

(g) A inclinação da curva de $U(r)$ é positiva (e, portanto, a força F é negativa, ou seja, atrativa) para $r > 0{,}2$ nm.

(h) A inclinação da curva de $U(r)$ é zero (e, portanto, a força F é nula) para $r = 0{,}2$ nm.

135. A distância percorrida pelo bloco pode ser determinada usando a Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \;\; \rightarrow \Delta x = 200 \text{ m}$$

Isso corresponde a um aumento de altura $h = 200$ sen θ, em que θ é o ângulo do plano inclinado. Vamos tomar a referência de altura como sendo a base do plano inclinado.

(a) De acordo com a Eq. 8-26,

$$W_{\text{ap}} \; = \; \Delta E = \frac{1}{2} m\left(v^2 - v_0^2\right) + mgy$$

o que nos dá $\Delta E = 8{,}6 \times 10^3$ J.

(b) De acordo com a Eq. 2-11, $\Delta t = \Delta v/a = 10$ s. Assim, de acordo com a Eq. 7-42,

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{8{,}6 \times 10^3}{10} = 860 \text{ W}$$

(c) e (d) Levando em conta a componente da força da gravidade ao longo da superfície do plano inclinado, a força aplicada é $ma + mg$ sen $\theta = 43$ N e, portanto, de acordo com a Eq. 7-48,

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = \begin{cases} 430 \text{ W} & \text{para} \;\; v = 10 \text{ m/s} \\ 1300 \text{ W} & \text{para} \;\; v = 30 \text{ m/s} \end{cases}$$

em que as respostas foram arredondadas (de 428 e 1284, respectivamente). Note que a média dos dois valores é igual ao resultado do item (b).

136. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_i + U_i = K_f + U_f \;\; \Rightarrow \;\; 0 + \frac{1}{2}ky_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}k(y_f - y_i)^2 + mgy_f$$

em que y_i é a posição inicial da mola e $y_f - y_i$ é o deslocamento da mola em relação à posição inicial quando a mola está na posição y_f. Assim, a energia cinética do bloco é dada por

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f$$

(a) Para $y_f = 0$, $K_f = 0$.

(b) Para $y_f = 0{,}050$ m,

$$K_f = \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f$$

(c) Para $y_f = 0{,}100$ m,

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f \\ &= \frac{1}{2}(620 \text{ N/m})\left[(0{,}250 \text{ m})^2 - (0{,}100 \text{ m} - 0{,}250 \text{ m})^2\right] - (50 \text{ N})(0{,}100 \text{ m}) = 7{,}40 \text{ J} \end{aligned}$$

(d) Para $y_f = 0{,}150$ m,

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f \\ &= \frac{1}{2}(620 \text{ N/m})\left[(0{,}250 \text{ m})^2 - (0{,}150 \text{ m} - 0{,}250 \text{ m})^2\right] - (50 \text{ N})(0{,}150 \text{ m}) = 8{,}78 \text{ J} \end{aligned}$$

(e) Para $y_f = 0{,}200$ m,

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2}k\left[y_i^2 - (y_f - y_i)^2\right] - mgy_f \\ &= \frac{1}{2}(620 \text{ N/m})\left[(0{,}250 \text{ m})^2 - (0{,}200 \text{ m} - 0{,}250 \text{ m})^2\right] - (50 \text{ N})(0{,}200 \text{ m}) = 8{,}60 \text{ J} \end{aligned}$$

(f) Para $y_f = y_i$, a mola deixa de estar comprimida e, portanto, toda a sua energia potencial elástica foi convertida em energia cinética do bloco. Por outro lado, quando o bloco atinge a altura máxima, $K = 0$, e toda a sua energia cinética foi convertida em energia potencial gravitacional. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$\frac{1}{2}ky_i^2 = mgy_{\text{máx}} \quad \Rightarrow \quad y_{\text{máx}} = \frac{ky_i^2}{2mg} = \frac{(620 \text{ N/m})(0{,}250 \text{ m})^2}{2(50 \text{ N})} = 0{,}388 \text{ m}$$

Capítulo 9

1. Podemos usar a Eq. 9-5 para determinar x_3 e y_3.
(a) A coordenada x do centro de massa do sistema é

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(2{,}00\text{ kg})(-1{,}20\text{ m}) + (4{,}00\text{ kg})(0{,}600\text{ m}) + (3{,}00\text{ kg})x_3}{2{,}00\text{ kg} + 4{,}00\text{ kg} + 3{,}00\text{ kg}}$$

$$= -0{,}500\text{ m},$$

o que nos dá $x_3 = -1{,}50$ m.

(b) A coordenada y do centro de massa do sistema é

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(2{,}00\text{ kg})(0{,}500\text{ m}) + (4{,}00\text{ kg})(-0{,}750\text{ m}) + (3{,}00\text{ kg})y_3}{2{,}00\text{ kg} + 4{,}00\text{ kg} + 3{,}00\text{ kg}}$$

$$= -0{,}700\text{ m},$$

o que nos dá $y_3 = -1{,}43$ m.

2. Vamos usar a seguinte notação: $x_1 = 0$ e $y_1 = 0$ são as coordenadas da partícula de massa $m_1 = 3{,}0$ kg; $x_2 = 2{,}0$ m e $y_2 = 1{,}0$ m são as coordenadas da partícula de massa $m_2 = 4{,}0$ kg; $x_3 = 1{,}0$ m e $y_3 = 2{,}0$ m são as coordenadas da partícula de massa $m_3 = 8{,}0$ kg.

(a) A coordenada x do centro de massa é

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0 + (4{,}0\text{ kg})(2{,}0\text{ m}) + (8{,}0\text{ kg})(1{,}0\text{ m})}{3{,}0\text{ kg} + 4{,}0\text{ kg} + 8{,}0\text{ kg}} = 1{,}1\text{ m}.$$

(b) A coordenada y do centro de massa é

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0 + (4{,}0\text{ kg})(1{,}0\text{ m}) + (8{,}0\text{ kg})(2{,}0\text{ m})}{3{,}0\text{ kg} + 4{,}0\text{ kg} + 8{,}0\text{ kg}} = 1{,}3\text{ m}.$$

(c) se a massa m_3 aumenta, o centro de massa é deslocado para cima, na direção da partícula 3. No limite em que m_3 tem uma massa muito maior que as outras partículas, o centro de massa praticamente coincide com a posição da partícula 3.

3. Usamos a Eq. 9-5 para determinar as coordenadas do centro de massa.

(a) Por simetria, $x_{CM} = -d_1/2 = -(13\text{ cm})/2 = -6{,}5$ cm. O valor negativo se deve a nossa escolha da origem.

(b) A coordenada y_{CM} é dada por

$$y_{CM} = \frac{m_i y_{CM,i} + m_a y_{CM,a}}{m_i + m_a} = \frac{\rho_i V_i y_{CM,i} + \rho_a V_a y_{CM,a}}{\rho_i V_i + \rho_a V_a}$$
$$= \frac{(11\text{ cm}/2)(7{,}85\text{ g/cm}^3) + 3(11\text{ cm}/2)(2{,}7\text{ g/cm}^3)}{7{,}85\text{ g/cm}^3 + 2{,}7\text{ g/cm}^3} = 8{,}3\text{ cm}.$$

(c) Por simetria, $z_{CM} = (2{,}8\text{ cm})/2 = 1{,}4$ cm.

4. Vamos chamar este arranjo de "mesa". Escolhemos para origem das coordenadas a extremidade esquerda do tampo da mesa (como mostra a Fig. 9-37). Tomando o sentido positivo do eixo x para a direita e o sentido positivo do eixo y para cima, o centro de massa da perna direita da mesa está no ponto (+L, –L/2), o centro de massa da perna direita está no ponto (0, –L/2) e o centro de massa do tampo da mesa está no ponto (L/2, 0).

(a) A coordenada x da mesa inteira é

$$x_{CM} = \frac{M(+L) + M(0) + 3M(+L/2)}{M + M + 3M} = \frac{L}{2}.$$

Para L = 22 cm, x_{CM} = (22 cm)/2 = 11 cm.

(b) A coordenada y do centro de massa da mesa inteira é

$$y_{CM} = \frac{M(-L/2) + M(-L/2) + 3M(0)}{M + M + 3M} = -\frac{L}{5},$$

ou y_{CM} = – (22 cm)/5 = – 4,4 cm.

As coordenadas mostram que o centro de massa da mesa inteira está 4,4 cm abaixo do centro do tampo da mesa.

5. Como a placa é homogênea, podemos dividi-la em três peças retangulares, com a massa de cada peça proporcional à área e o centro de massa coincidindo com o centro geométrico. Vamos chamar a peça maior, de 35 cm × 10 cm (mostrada do lado esquerdo do eixo y na Fig. 9-38), de Peça 1; ela representa 63,6% da área total e o centro de massa está no ponto (x_1, y_1) = (–5,0 cm, –2,5 cm). A peça de 20 cm × 5 cm (Peça 2, situada no primeiro quadrante) representa 18,2% da área total; o centro de massa está no ponto (x_2,y_2) = (10 cm, 12,5 cm). A peça de 10 cm × 10 cm (Peça 3, situada no quarto quadrante) também representa 18,2% da área total; o centro de massa está no ponto (x_3,y_3) = (5 cm, –15 cm).

(a) A coordenada x do centro de massa da placa é

$$x_{CM} = (0{,}636)x_1 + (0{,}182)x_2 + (0{,}182)x_3 = -\,0{,}45 \text{ cm}.$$

(b) A coordenada y do centro de massa da placa é

$$y_{CM} = (0{,}636)y_1 + (0{,}182)y_2 + (0{,}182)y_3 = -\,2{,}0 \text{ cm}.$$

6. As coordenadas dos centros de massa (em centímetros) das cinco faces são:

$$\begin{array}{ll}
(x_1, y_1, z_1) = (0, 20, 20) & \text{para a face no plano } yz \\
(x_2, y_2, z_2) = (20, 0, 20) & \text{para a face no plano } xz \\
(x_3, y_3, z_3) = (20, 20, 0) & \text{para a face no plano } xy \\
(x_4, y_4, z_4) = (40, 20, 20) & \text{para a face paralela ao plano } yz \\
(x_5, y_5, z_5) = (20, 40, 20) & \text{para a face paralela ao plano } xz
\end{array}$$

Como todas as faces têm a mesma massa m, podemos substituir essas coordenadas na Eq. 9-5 para obter os resultados a seguir (os dois primeiros resultados poderiam ser obtidos apenas por considerações de simetria).

(a) A coordenada x do centro de massa é

$$x_{CM} = \frac{mx_1 + mx_2 + mx_3 + mx_4 + mx_5}{5m} = \frac{0 + 20 + 20 + 40 + 20}{5} = 20 \text{ cm}$$

(b) A coordenada y do centro de massa é

$$y_{CM} = \frac{my_1 + my_2 + my_3 + my_4 + my_5}{5m} = \frac{20 + 0 + 20 + 20 + 40}{5} = 20 \text{ cm}$$

(c) A coordenada z do centro de massa é

$$z_{\text{CM}} = \frac{mz_1 + mz_2 + mz_3 + mz_4 + mz_5}{5m} = \frac{20+20+0+20+20}{5} = 16 \text{ cm}$$

7. (a) Por simetria, o centro de massa está localizado no eixo de simetria da molécula, que é o eixo y. Assim, $x_{\text{CM}} = 0$.

(b) Para determinar y_{CM}, basta notar que $3m_{\text{H}}y_{\text{CM}} = m_{\text{N}}(y_{\text{N}} - y_{\text{CM}})$, em que y_{N} é a distância entre o átomo de nitrogênio e o plano dos três átomos de hidrogênio:

$$y_{\text{N}} = \sqrt{\left(10{,}14\times10^{-11}\,\text{m}\right)^2 - \left(9{,}4\times10^{-11}\,\text{m}\right)^2} = 3{,}803\times10^{-11} \text{ m}.$$

Assim,

$$y_{\text{CM}} = \frac{m_{\text{N}}y_{\text{N}}}{m_{\text{N}} + 3m_{\text{H}}} = \frac{(14{,}0067)\left(3{,}803\times10^{-11}\text{ m}\right)}{14{,}0067 + 3(1{,}00797)} = 3{,}13\times10^{-11} \text{ m},$$

em que o valor das massas foi obtido no Apêndice F.

8. (a) Como a lata é homogênea, o centro de massa está no centro geométrico, a uma distância $H/2$ acima da base. O centro de massa do refrigerante está no seu centro geométrico, a uma distância $x/2$ acima da base da lata. Quando a lata está cheia, os dois centros geométricos coincidem. Assim, o centro de massa do conjunto está no eixo do cilindro e a uma distância h acima da base dada por

$$h = \frac{M(H/2) + m(H/2)}{M+m} = \frac{H}{2}.$$

Para H = 12 cm, obtemos h = 6,0 cm.

(b) No caso da lata vazia, o centro de massa está no eixo do cilindro, a uma distância $H/2$ = 6,0 cm acima da base.

(c) Quando x diminui, o centro de massa do conjunto diminui a princípio e depois aumenta até atingir novamente uma altura $h = H/2 = 6{,}0$ quando a lata fica totalmente vazia.

(d) Quando a superfície do refrigerante está a uma altura x acima da base da lata, a massa de refrigerante contida na lata é $m_p = m(x/H)$, na qual m é a massa de refrigerante quando a lata está cheia, e o centro de massa do refrigerante está a uma distância $x/2$ acima da base da lata. Assim,

$$h = \frac{M(H/2) + m_p(x/2)}{M + m_p} = \frac{M(H/2) + m(x/H)(x/2)}{M + (mx/H)} = \frac{MH^2 + mx^2}{2(MH + mx)}.$$

Para determinar o valor de x para o qual o centro de massa atinge o ponto mais baixo, derivamos h em relação a x e igualamos o resultado a 0. A derivada é

$$\frac{dh}{dx} = \frac{2mx}{2(MH+mx)} - \frac{(MH^2 + mx^2)m}{2(MH+mx)^2} = \frac{m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2}{2(MH+mx)^2}.$$

A solução da equação $m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2 = 0$ é

$$x = \frac{MH}{m}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{m}{M}}\right).$$

A raiz positiva foi escolhida porque x deve ser um número positivo. Substituindo esse valor de x na expressão $h = (MH^2 + mx^2)/2(MH + mx)$, obtemos, após algumas manipulações algébricas,

$$h=\frac{HM}{m}\left(\sqrt{1+\frac{m}{M}}-1\right)=\frac{(12\text{ cm})(0{,}14\text{ kg})}{0{,}354\text{ kg}}\left(\sqrt{1+\frac{0{,}354\text{ kg}}{0{,}14\text{ kg}}}-1\right)=4{,}2\text{ cm.}$$

9. Para resolver o problema, usamos uma das equações da Tabela 2-1 (com o sentido positivo do eixo y para baixo e a origem no ponto em que a pedra é liberada), as Eqs. 9-5 e 9-17.

(a) A coordenada da primeira pedra (de massa m_1) no instante $t = 300 \times 10^{-3}$ s é

$$y_1 = (1/2)gt^2 = (1/2)(9{,}8\text{ m/s}^2)\,(300 \times 10^{-3}\text{ s})^2 = 0{,}44\text{ m}$$

e a coordenada da segunda pedra (de massa $m_2 = 2m_1$) no mesmo instante é

$$y_2 = (1/2)gt^2 = (1/2)(9{,}8\text{ m/s}^2)(300 \times 10^{-3}\text{ s} - 100 \times 10^{-3}\text{ s})^2 = 0{,}20\text{ m.}$$

Assim, a coordenada do centro de massa é

$$y_{CM}=\frac{m_1y_1+m_2y_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1(0{,}44\text{ m})+2m_1(0{,}20\text{ m})}{m_1+2m_2}=0{,}28\text{ m.}$$

(b) A velocidade da primeira pedra no instante t é $v_1 = gt$ e a da segunda pedra é

$$v_2 = g(t - 100 \times 10^{-3}\text{ s}).$$

Assim, a velocidade do centro de massa no instante $t = 300 \times 10^{-3}$ s é

$$\begin{aligned}v_{CM}&=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}\\&=\frac{m_1(9{,}8\text{ m/s}^2)(300\times10^{-3}\text{ s})+2m_1(9{,}8\text{ m/s}^2)(300\times10^{-3}\text{ s}-100\times10^{-3}\text{ s})}{m_1+2m_1}\\&=2{,}3\text{ m/s.}\end{aligned}$$

10. Para resolver o problema, usamos uma das equações da Tabela 2-1 (com a origem no sinal de trânsito), as Eqs. 9-5 e 9-17. No instante $t = 3{,}0$ s, a coordenada do automóvel é

$$x_1=\tfrac{1}{2}at^2=\tfrac{1}{2}(4{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})^2=18\text{ m}$$

e a do caminhão é

$$x_2 = vt = (8{,}0\text{ m/s})(3{,}0\text{s}) = 24\text{ m.}$$

A velocidade do automóvel nesse instante é $v_1=at=(4{,}0\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ s})=12\text{ m/s},$ enquanto a velocidade do caminhão é $v_2 = 8{,}0$ m/s.

(a) A coordenada do centro de massa é

$$x_{CM}=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}=\frac{(1000\text{ kg})(18\text{ m})+(2000\text{ kg})(24\text{ m})}{1000\text{ kg}+2000\text{ kg}}=22\text{ m.}$$

(b) A velocidade do centro de massa é

$$v_{CM}=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}=\frac{(1000\text{ kg})(12\text{ m/s})+(2000\text{ kg})(8.0\text{ m/s})}{1000\text{ kg}+2000\text{ kg}}=9{,}3\text{ m/s.}$$

11. Embora o problema pudesse ser resolvido analisando separadamente as forças que agem sobre a azeitona e a castanha-do-pará, vamos analisar o movimento do sistema como um todo a partir da Eq. 9-14. A força resultante a que o sistema formado pela azeitona e a castanha-do-pará está submetido é $\vec{F}_a + \vec{F}_c = (-\hat{\text{i}} + \hat{\text{j}})$ N. De acordo com a Eq. 9-14,

$$(-\hat{\text{i}} + \hat{\text{j}})\ \text{N} = M\vec{a}_{\text{CM}}$$

em que M = 2,0 kg. Assim, $\vec{a}_{\text{CM}} = (-\frac{1}{2}\hat{\text{i}} + \frac{1}{2}\hat{\text{j}})\ \text{m/s}^2$. Como as duas componentes da aceleração são constantes, podemos usar as equações discutidas nos Capítulos 2 e 4 para obter

$$\Delta\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{1}{2}\vec{a}_{\text{CM}}t^2 = (-4{,}0\ \text{m})\hat{\text{i}} + (4{,}0\ \text{m})\hat{\text{j}}$$

para t = 4,0 s. Para ter uma ideia da vantagem de usar a Eq. 9.14, o leitor pode experimentar resolver o problema *da forma mais trabalhosa*, analisando separadamente as forças a que a azeitona e a castanha-do-pará estão submetidas e depois aplicando a Eq. 9-5.

12. Como o centro de massa do sistema de dois patinadores não se move, os patinadores se encontram no centro de massa do sistema. Chamando de x a distância entre o patinador de 40 kg e o centro de massa, temos:

$$(65\ \text{kg})(10\ \text{m} - x) = (40\ \text{kg})x \Rightarrow x = 6{,}2\ \text{m}.$$

Assim, a distância percorrida pelo patinador de 40 kg é 6,2 m.

13. PENSE Um projétil explode em dois fragmentos no ponto mais alto da trajetória. Conhecendo a trajetória de um dos fragmentos após a explosão, podemos determinar a trajetória do outro fragmento usando a lei de conservação do momento.

FORMULE Precisamos determinar as coordenadas do ponto em que o projétil explodiu e a velocidade do fragmento que não caiu verticalmente. Vamos usar um sistema de coordenadas com a origem no ponto do disparo, o eixo x horizontal, apontando para a direita, e o eixo y vertical, apontando para cima. A componente y da velocidade é dada por $v = v_{0y} - gt$ e é zero no instante $t = v_{0y}/g = (v_0/g)\,\text{sen}\,\theta_0$, em que v_0 é a velocidade inicial e θ_0 é o ângulo do disparo. As coordenadas do ponto mais alto da trajetória são

$$x = v_{0x}t = v_0 t\cos\theta_0 = \frac{v_0^2}{g}\text{sen}\theta_0\cos\theta_0 = \frac{(20\ \text{m/s})^2}{9.8\ \text{m/s}^2}\text{sen}60°\cos 60° = 17{,}7\ \text{m}$$

e

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}\text{sen}^2\,\theta_0 = \frac{1}{2}\frac{(20\ \text{m/s})^2}{9{,}8\ \text{m/s}^2}\text{sen}^2\,60° = 15{,}3\ \text{m}$$

Como, depois do lançamento, o projétil não está sujeito a forças horizontais, a componente horizontal do momento é conservada. Como a velocidade horizontal de um dos fragmentos é zero após a explosão, a componente horizontal do momento do outro fragmento após a explosão é igual à componente horizontal do projétil antes da explosão, $v_0\cos\theta_0$. Como a componente vertical da velocidade do projétil é zero no momento em que atinge a altura máxima e a velocidade inicial do fragmento que cai verticalmente é zero, a componente vertical da velocidade do outro fragmento também é zero logo após a explosão. Seja M a massa do projétil e seja V_0 a velocidade (horizontal) do segundo fragmento. Como as massas dos dois fragmentos são iguais, a massa do segundo fragmento é $M/2$. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$Mv_0\cos\theta_0 = MV_0/2$$

e, portanto,

$$V_0 = 2v_0\cos\theta_0 = 2(20\ \text{m/s})\cos 60° = 20\ \text{m/s}$$

Essa informação pode ser usada como uma das condições iniciais para determinar a trajetória do segundo fragmento.

ANALISE Vamos agora mudar o instante inicial e analisar o movimento do segundo fragmento como o movimento de um projétil lançado horizontalmente no instante $t = 0$ com uma velocidade de 20 m/s a partir de um ponto de coordenadas $x_0 = 17{,}7$ m, $y_0 = 15{,}3$ m. A coordenada y do fragmento é dada por $y = y_0 - gt^2/2$ e é zero no instante em que o fragmento atinge o solo. O tempo que o fragmento leva para atingir o solo é $t = \sqrt{2y_0/g}$ e a coordenada x do ponto em que o fragmento se choca com o solo é

$$x = x_0 + V_0 t = x_0 + V_0\sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 17{,}7\ \text{m} + (20\ \text{m/s})\sqrt{\frac{2(15{,}3\ \text{m})}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 53\ \text{m}$$

APRENDA Se a explosão não tivesse acontecido, o projétil teria se chocado com o solo a uma distância

$$R = 2x_0 = \frac{v_0^2}{g}\,\text{sen}\,2\theta_0 = \frac{(20\ \text{m/s})^2}{9{,}8\ \text{m/s}^2}\,\text{sen}[2(60°)] = 35{,}3\ \text{m}$$

do canhão, muito menor que a distância atingida pelo fragmento. Isso é razoável, já que o fragmento possui uma velocidade horizontal maior que o projétil.

14. (a) A expressão usada no enunciado "tal que [a partícula 2] se mantém verticalmente acima da partícula 1" significa que a sombra (como se houvesse uma lâmpada verticalmente acima das partículas) da partícula 2 coincide sempre com a posição da partícula 1. Em outras palavras, as partículas estão sempre alinhadas na vertical. Esse alinhamento significa que $v_{2x} = v_1 = 10{,}0$ m/s. Como o valor inicial de v_2 é 20,0 m/s, o teorema de Pitágoras nos dá

$$v_{2y} = \sqrt{v_2^2 - v_{2x}^2} = \sqrt{300}\ \text{m/s}$$

para o valor inicial da componente y da velocidade da partícula 2. Nesse caso, a Eq. 2-16 (ou a lei de conservação da energia) nos dá $y_{\text{máx}} = 300/19{,}6 = 15{,}3$ m. Assim, temos:

$$H_{\text{máx}} = m_2\, y_{\text{máx}}/m_{\text{total}} = (3{,}00\ \text{g})(15{,}3\ \text{m})/(8{,}00\ \text{g}) = 5{,}74\ \text{m}.$$

(b) Como as duas partículas têm a mesma velocidade horizontal e a velocidade vertical da partícula 2 é zero no ponto mais alto da trajetória, a velocidade do centro de massa é $(10{,}0\ \text{m/s})\hat{\text{i}}$ (como é fácil de verificar usando a Eq. 9-17).

(c) Como apenas a partícula 2 sofre aceleração (a aceleração de queda livre), a Eq. 9-18 (ou a Eq. 9-19) nos dá

$$a_{\text{CM}} = m_2\, g/m_{\text{total}} = (3{,}00\ \text{g})(9{,}8\ \text{m/s}^2)/(8{,}00\ \text{g}) = 3{,}68\ \text{m/s}^2$$

para o módulo da aceleração vertical para baixo do centro de massa do sistema. Assim, $\vec{a}_{\text{CM}} = (-3{,}68\ \text{m/s}^2)\,\hat{\text{j}}$.

15. (a) A força resultante a que o *sistema* (cuja massa total é $m_1 + m_2$) está submetido é $m_2 g$. De acordo com a Segunda Lei de Newton, $a = g[m_2/(m_1 + m_2)] = 0{,}4g$. No caso do bloco 1, a aceleração é para a direita (na direção $\hat{\text{i}}$); no caso do bloco 2, a aceleração é para baixo (na direção $-\hat{\text{j}}$). Assim, a Eq. 9-18 nos dá

$$\vec{a}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(0{,}6)(0{,}4g\hat{\text{i}}) + (0{,}4)(-0{,}4g\hat{\text{j}})}{0{,}6 + 0{,}4} = (2{,}35\hat{\text{i}} - 1{,}57\hat{\text{j}})\ \text{m/s}^2.$$

(b) Integrando a Eq. 4-16, obtemos

$$\vec{v}_{\text{CM}} = (2{,}35\vec{\text{i}} - 1{,}57\hat{\text{j}})t$$

(em unidades do SI), já que o sistema partiu do repouso. Note que a *razão* das componentes do vetor velocidade do centro de massa não varia com o tempo, e, de acordo com a Eq. 3-6, é essa razão que determina o ângulo do vetor velocidade, e, portanto, a direção do movimento do centro de massa do sistema.

(c) Como a razão entre as componentes do vetor velocidade é constante (veja o item anterior), o gráfico da trajetória do centro de massa é uma linha reta.

(d) A Eq. 3-6 nos dá $\theta = -34°$. A trajetória do centro de massa é portanto uma reta que faz um ângulo, para baixo, de 34° com a horizontal.

16. Vamos chamar a massa de Ricardo de M_R e a massa de Carmelita de M_C. Se o centro de massa do sistema formado pelos dois jovens (vamos supor que está mais próximo de Ricardo) se encontra a uma distância x do centro da canoa, temos:

$$M_R(L/2 - x) = mx + M_C(L/2 + x)$$

em que L é a distância entre os bancos e m é a massa da canoa.

Quando o casal troca de posição, o centro da canoa de desloca de uma distância $2x$ em relação à posição inicial. Assim, x = 40 cm/2 = 0,20 m. Explicitando M_C na equação acima e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$M_C = \frac{M_R\left(L/2-x\right)-mx}{L/2+x} = \frac{(80)\left(\frac{3,0}{2}-0,20\right)-(30)(0,20)}{(3,0/2)+0,20} = 58 \text{ kg}.$$

17. Como não existe nenhuma força horizontal agindo sobre o sistema cachorro-barco, o centro de massa do sistema permanece em repouso. Assim, de acordo com a Eq. 9-16, $M\Delta x_{\text{CM}} = 0 = m_b\Delta x_b + m_c\Delta x_c$, o que nos dá

$$|\Delta x_b| = \frac{m_d}{m_b}|\Delta x_c|.$$

Vamos agora expressar a condição geométrica de que o cachorro se deslocou de uma distância d = 2,4 m *em relação ao barco*:

$$|\Delta x_b| + |\Delta x_c| = d,$$

o que mostra que o cachorro e o barco se deslocam em sentidos opostos. Combinando as duas equações, obtemos:

$$\frac{m_c}{m_b}|(\Delta x_c)| + |\Delta x_c| = d$$

o que nos dá $|\Delta x_c| = \dfrac{d}{1+m_c/m_b} = \dfrac{2,4 \text{ m}}{1+(4,5/18)} = 1,92 \text{ m}.$

O cachorro está, portanto, 1,9 m mais próximo da margem do que na situação inicial (em que a distância era D = 6,1 m). Assim, a nova distância é $D - |\Delta x_c|$ = 4,2 m.

18. O módulo da variação do momento linear da bola é

$$\Delta p = m|v_i - v_f| = (0,70 \text{ kg})|(5,0 \text{ m/s}) - (-2,0 \text{ m/s})| = 4,9 \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

19. (a) A variação da energia cinética é

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(2100 \text{ kg})\left[(51 \text{ km/h})^2 - (41 \text{ km/h})^2\right]$$

$$= 9,66\times10^4 \text{ kg}\cdot(\text{km/h})^2\left[(10^3 \text{ m/km})(1 \text{ h/3600 s})\right]^2$$

$$= 7,5\times10^4 \text{ J}.$$

(b) O módulo da variação de velocidade é

$$|\Delta\vec{v}| = \sqrt{(-v_i)^2 + (v_f)^2} = \sqrt{(-41 \text{ km/h})^2 + (51 \text{ km/h})^2} = 65,4 \text{ km/h}$$

e, portanto, o módulo da variação de momento é

$$|\Delta\vec{p}| = m|\Delta\vec{v}| = (2100 \text{ kg})(65{,}4 \text{ km/h})\left(\frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 3{,}8\times10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(c) O vetor $\Delta\vec{p}$ faz um ângulo θ para o sul em relação à direção leste, sendo

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_i}{v_f}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{41 \text{ km/h}}{51 \text{ km/h}}\right) = 39°.$$

20. De acordo com o gráfico, a componente horizontal do momento, p_x, é $4{,}0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, já que, no instante em que o momento é mínimo, a componente vertical é zero e, portanto, a componente horizontal é igual ao momento total. Como a componente horizontal é constante e o módulo do momento inicial, de acordo com o gráfico, é $6{,}0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, temos:

$$\cos\theta_0 = \frac{p_x}{p_0} \quad\Rightarrow\quad \theta_0 = 48°.$$

21. Escolhemos um eixo x horizontal, apontando para o batedor, e um eixo y vertical, apontando para cima. Os ângulos são medidos no sentido anti-horário, a partir do semieixo x positivo. As unidades de massa, velocidade e momento são as unidades do SI. Nesse caso, o momento inicial, na notação módulo-ângulo, é $\vec{p}_0 = (4{,}5\angle 215°)$.

(a) Na notação módulo-ângulo, a variação do momento é

$$(6{,}0 \angle -90°) - (4{,}5 \angle 215°) = (5{,}0 \angle -43°)$$

(essa soma vetorial pode ser feita com uma calculadora científica no modo polar). O módulo da variação de momento é, portanto, $5{,}0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$.

(b) Nesse caso, a variação de momento é $(6{,}0 \angle 0°) - (4{,}5 \angle 215°) = (10 \angle 15°)$. O módulo da variação do momento é, portanto, $10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$.

22. (a) Como a força do choque da bola com a tabela aponta na direção y, a componente p_x do momento é conservada:

$$p_{xi} = p_{xf} \quad\Rightarrow\quad mv_i \operatorname{sen}\theta_1 = mv_i \operatorname{sen}\theta_2 .$$

Para $\theta_1 = 30{,}0°$, obtemos $\theta_2 = 30{,}0°$.

(b) A variação do momento é

$$\begin{aligned}\Delta\vec{p} &= mv_i \cos\theta\left(-\hat{\text{j}}\right) - mv_i\cos\theta\left(+\hat{\text{j}}\right)\\ &= -2(0{,}165 \text{ kg})(2{,}00 \text{ m/s})(\cos 30°)\,\hat{\text{j}}\\ &= -0{,}572\hat{\text{j}} \text{ kg}\cdot\text{m/s}.\end{aligned}$$

23. Vamos estimar a massa de LaMothe em 70 kg e calcular a força de empuxo F usando a segunda lei de Newton: $F - mg = ma$, em que escolhemos um eixo y vertical e apontando para cima, de modo que $a > 0$ (a aceleração é para cima, já que representa uma desaceleração do movimento de LaMothe ao entrar na água). Sua velocidade ao chegar à superfície da água pode ser calculada usando a Eq. 2-16 ou a lei de conservação da energia: $v = \sqrt{2gh}$, onde $h = 12$ m; como a desaceleração a reduz a velocidade a zero em uma distância $d = 0{,}30$ m, obtemos também $v = \sqrt{2ad}$. Igualando as duas expressões de v, obtemos $a = gh/d$. A força de empuxo, portanto, é dada por

$$F = mg + m\left(g\frac{h}{d}\right) = mg\left(1 + \frac{h}{d}\right),$$

o que nos dá $F \approx 2{,}8 \times 10^4$ kg. Como a massa é apenas uma estimativa, vamos expressar o valor da força de empuxo como um intervalo (em kN): $25 < F < 30$.

Como $F >> mg$, o impulso $\vec{J}$ devido à força resultante (enquanto LaMothe está em contato com a água) se deve quase totalmente à força de empuxo, ou seja, $\int F\,dt = \vec{J}$ é uma boa aproximação. Assim, de acordo com a Eq. 9-29,

$$\int F dt = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 - m\left(-\sqrt{2gh}\right)$$

(o sinal negativo da velocidade inicial se deve ao fato de que o eixo de referência aponta para cima), o que nos dá $\sqrt{2(9{,}8)(12)} = 1{,}1\times10^3\,\text{kg}\cdot\text{m/s}$. Expressando esse valor como um intervalo, temos:

$$1{,}0\times10^3 \text{ kg}\cdot\text{m/s} < \int F\,dt < 1{,}2\times10^3 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

24. Escolhemos um eixo y vertical apontando para cima, o que significa que $a > 0$ (a aceleração é para cima porque representa uma desaceleração causada pela neve).

(a) De acordo com a segunda lei de Newton, a desaceleração a do paraquedista está relacionada à força exercida pela neve através da equação

$$F - mg = ma$$

sendo $F = 1{,}2 \times 10^5$ N. Podemos usar a Eq. 2-16, $v^2 = 2ad$, para calcular a profundidade mínima da neve para que o homem não sofra ferimentos graves:

$$d = \frac{v^2}{2a} = \frac{mv^2}{2(F - mg)} \approx \frac{(85\text{kg})(56\,\text{m/s})^2}{2\left(1{,}2\times10^5\,\text{N}\right)} = 1{,}1 \text{ m.}$$

(b) Supondo que a profundidade da neve é maior que o valor calculado no item (a), a variação do momento do paraquedista causada pela neve é

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 - (85 \text{ kg})(-56 \text{ m/s}) = 4{,}8\times10^3 \text{ kg}\cdot\text{m/s.}$$

O valor negativo da velocidade inicial se deve ao fato de que o sentido positivo do eixo y é para cima. De acordo com o teorema do impulso e momento linear, essa variação é igual ao impulso produzido pela força resultante, $F - mg$. Entretanto, como $F >> mg$, podemos dizer que o impulso produzido pela neve é aproximadamente igual à variação do momento, $4{,}8 \times 10^3$ kg·m/s.

25. Escolhemos um eixo y vertical apontando para cima, o que significa que $\vec{v}_i = -25\,\text{m/s}$ e $\vec{v}_f = +10\,\text{m/s}$. Durante a colisão, adotamos a hipótese razoável de que a força resultante que age sobre a bola é igual a $F_{\text{méd}}$, a força média que o piso exerce sobre a bola.

(a) De acordo com o teorema do impulso e do momento linear (Eq. 9-31), temos:

$$\vec{J} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = (1{,}2)(10) - (1{,}2)(-25) = 42\,\text{kg}\cdot\text{m/s.}$$

(b) De acordo com a Eq. 9-35,

$$F_{\text{méd}} = \frac{\vec{J}}{\Delta t} = \frac{42}{0{,}020} = 2{,}1\times10^3\,\text{N.}$$

26. (a) De acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade da vítima ao chegar ao chão é

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}8\text{ m/s}^2)(0{,}50\text{ m})} = 3{,}1\,\text{m/s.}$$

Assim, o módulo do impulso é

$$J = |\Delta p| = m|\Delta v| = mv = (70\text{ kg})(3{,}1\text{ m/s}) \approx 2{,}2\times10^2\text{ N}\cdot\text{s}.$$

(b) Se a duração da colisão é $\Delta t = 0{,}082\text{ s}$, a força média é

$$F_{\text{med}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{2{,}2\times10^2\text{ N}\cdot\text{s}}{0{,}082\text{ s}} \approx 2{,}7\times10^3\text{ N}.$$

27. PENSE A velocidade da bola variou porque ela foi submetida a uma força externa. Podemos aplicar o teorema do momento linear e impulso.

FORMULE A bola está se movendo inicialmente no sentido positivo do eixo x. O módulo da força média $F_{\text{méd}}$ é

$$F_{\text{méd}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{32{,}4\text{ N}\cdot\text{s}}{2{,}70\times10^{-2}\text{ s}} = 1{,}20\times10^3\text{ N}$$

A força aponta no sentido negativo do eixo x. De acordo com o teorema do momento linear e impulso (Eq. 9-31), temos

$$-F_{\text{méd}}\Delta t = J = \Delta p = m(v_f - v_i)$$

em que m é a massa, v_i é a velocidade inicial e v_f é a velocidade final da bola. A equação pode ser usada para determinar o valor de v_f.

ANALISE (a) Explicitando v_f na equação anterior, obtemos

$$v_f = \frac{mv_i - F_{\text{méd}}\Delta t}{m} = \frac{(0{,}40\text{ kg})(14\text{ m/s}) - (1200\text{ N})(27\times10^{-3}\text{ s})}{0{,}40\text{ kg}} = -67\text{ m/s}.$$

O módulo da velocidade da bola imediatamente após a aplicação da força é, portanto, $|v_f| = 67$ m/s.

(b) O sinal negativo de v_f indica que a velocidade aponta no sentido negativo do eixo x, ou seja, no sentido oposto ao do movimento inicial.

(c) De acordo com o resultado obtido anteriormente, a intensidade média da força é $F_{\text{méd}} = 1{,}20 \times 10^3$ N.

(d) O impulso aplicado à bola aponta no mesmo sentido que a força, ou seja, no sentido negativo do eixo x.

APRENDA Em notação vetorial, $\vec{F}_{\text{méd}}\Delta t = \vec{J} = \Delta\vec{p} = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$, o que nos dá

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \frac{\vec{J}}{m} = \vec{v}_i + \frac{\vec{F}_{\text{méd}}\Delta t}{m}$$

Como $\vec{J}$ aponta no sentido contrário ao de $\vec{v}_i$ e $|\vec{J}/m| > |v_i|$, o impulso tem intensidade suficiente para fazer a velocidade mudar de sentido.

28. (a) O módulo do impulso é

$$J = |\Delta p| = m|\Delta v| = mv = (0{,}70\text{ kg})(13\text{ m/s}) \approx 9{,}1\text{ kg}\cdot\text{m/s} = 9{,}1\text{ N}\cdot\text{s}.$$

(b) Para um choque com uma duração de $\Delta t = 5{,}0\times10^{-3}\text{ s}$, a força média é

$$F_{\text{méd}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{9{,}1\text{ N}\cdot\text{s}}{5{,}0\times10^{-3}\text{ s}} \approx 1{,}8\times10^3\text{ N}.$$

29. Escolhendo como positivo o sentido do movimento das balas após ricochetearem, $\vec{v}_f > 0$ e $\vec{v}_i < 0$. Como a velocidade escalar é a mesma, vamos fazer $|\vec{v}_f| = v$ e $|\vec{v}_i| = -v$. A variação do momento de uma das balas é, portanto, $\Delta\vec{p} = m\Delta v = 2mv$. Assim a variação total do momento de 100 balas disparadas em um minuto é $\Delta\vec{P} = 100\Delta\vec{p} = 200mv$. A força média é, portanto,

$$\vec{F}_{\text{med}} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{(200)(3\times10^{-3}\,\text{kg})(500\,\text{m/s})}{(1\,\text{min})(60\,\text{s/min})} \approx 5\text{N}.$$

30. (a) De acordo com a Eq. 9-30, é possível determinar o impulso calculando a área sob a curva de $F(t)$. Como a área de um triângulo é (base)(altura)/2, o impulso neste caso é $(10^{-2})(2 \times 10^{-2})/2 = 1{,}00\ \text{N}\cdot\text{s}$.

(b) Por definição (da média de uma função, no sentido matemático), a força média é o resultado do item (a) dividido pelo intervalo (0,010 s). Assim, a força média é 100 N.

(c) Considere dez choques. Pensando nos dez choques como 10 triângulos de $F(t)$, o intervalo de tempo total é 10(0,050 s) = 0,50 s e a área total é $10(1{,}0\ \text{N}\cdot\text{s})$. Assim, a força média é 10/0,50 = 20,0 N. Se considerássemos 15 choques, 17 choques ou qualquer outro número de choques, chegaríamos à mesma resposta.

31. (a) De acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade do passageiro quando o elevador chega ao fundo do poço é

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}8\ \text{m/s}^2)(36\ \text{m})} = 26{,}6\ \text{m/s}.$$

Assim, o módulo do impulso é

$$J = |\Delta p| = m|\Delta v| = mv = (90\ \text{kg})(26{,}6\ \text{m/s}) \approx 2{,}39\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}.$$

(b) Se a duração do choque é $\Delta t = 5{,}0\times10^{-3}$ s, a força média é

$$F_{\text{méd}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{2{,}39\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}}{5{,}0\times10^{-3}\ \text{s}} \approx 4{,}78\times10^5\ \text{N}.$$

(c) Se o passageiro pulasse com uma velocidade $v' = 7{,}0$ m/s, a velocidade resultante para baixo seria

$$v'' = v - v' = 26{,}6\ \text{m/s} - 7{,}0\ \text{m/s} = 19{,}6\ \text{m/s},$$

e o módulo do impulso passaria a ser

$$J'' = |\Delta p''| = m|\Delta v''| = mv'' = (90\ \text{kg})(19{,}6\ \text{m/s}) \approx 1{,}76\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}.$$

(d) A força média correspondente seria

$$F''_{\text{méd}} = \frac{J''}{\Delta t} = \frac{1{,}76\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s}}{5{,}0\times10^{-3}\ \text{s}} \approx 3{,}52\times10^5\ \text{N}.$$

32. (a) De acordo com o teorema do impulso e do momento linear (Eq. 9-31), a variação do momento é igual à área sob a curva de $F(t)$. Sabendo que a área de um triangulo é (base)(altura)/2 e que a área de um retângulo é (base)(altura), calculamos que o momento no instante $t = 4$ s é $(30\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\,\hat{\text{i}}$.

(b) Da mesma forma (mas sem esquecer que as áreas abaixo do eixo do tempo têm sinal negativo) calculamos que o momento no instante $t = 7$ s é $(38\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\,\hat{\text{i}}$.

(c) No instante $t = 9$ s, um cálculo análogo nos dá $\vec{v} = (6{,}0\ \text{m/s})\hat{\text{i}}$.

33. Vamos escolher um eixo x horizontal, apontando para a direita, e um eixo y vertical, apontando para cima, com a convenção usual para medir os ângulos (de modo que o ângulo inicial é 180 + 35 = 215°). Usando unidades do SI e a notação módulo-ângulo (que é a mais conveniente se o problema for resolvido usando uma calculadora científica), a variação do momento é

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = (3{,}00\angle 90^\circ) - (3{,}60\angle 215^\circ) = (5{,}86\angle 59{,}8^\circ).$$

(a) O módulo do impulso é $J = \Delta p = 5{,}86 \text{ kg}\cdot\text{m/s} = 5{,}86 \text{ N}\cdot\text{s}$.

(b) O vetor $\vec{J}$ faz um ângulo de 59,8° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

(c) A Eq. 9-35 nos dá

$$\vec{J} = F_{\text{méd}}\Delta t = 5{,}86 \text{ N}\cdot\text{s} \Rightarrow F_{\text{méd}} = \frac{5{,}86 \text{ N}\cdot\text{s}}{2{,}0\times 10^{-3} \text{ s}} \approx 2{,}93 \times 10^3 \text{ N}.$$

Note que esta força é muito maior que o peso da bola, o que justifica nossa suposição (implícita) de que a influência da gravidade na colisão pode ser desprezada.

(d) A orientação de $\vec{F}_{\text{méd}}$ é a mesma de $\vec{J}$: $\vec{F}_{\text{méd}}$ faz um ângulo de 59,8° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

34. (a) Escolhendo o sentido para cima como positivo, a variação do momento da pata é

$$\Delta\vec{p} = 0 - m_{\text{pata}}\vec{v}_i = -(0{,}003 \text{ kg})\,(-1{,}5 \text{ m/s}).$$

(b) Usando a Eq. 9-35 e considerando agora o sentido *para baixo* como positivo, temos:

$$\vec{J} = \vec{F}_{\text{méd}}\Delta t = m_{\text{lagarto}}g\,\Delta t = (0{,}090)(9{,}8)(0{,}6)$$

(c) O principal mecanismo de sustentação é o de bater a pata na água.

35. Escolhemos como positivo o sentido de movimento da bola depois de ricochetear (o que faz com que a velocidade inicial da bola seja negativa). Calculamos a integral $J = \int F\,dt$ somando as áreas apropriadas (de um triângulo, um retângulo e outro triângulo) mostradas no gráfico (mas com o tempo t convertido para segundos). Com m = 0,058 kg e v = 34 m/s, aplicamos o teorema do impulso e momento linear:

$$\int F_{\text{parede}}\,dt = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i \quad\Rightarrow\quad \int_0^{0{,}002} F\,dt + \int_{0{,}002}^{0{,}004} F\,dt + \int_{0{,}004}^{0{,}006} F\,dt = m(+v) - m(-v)$$

$$\Rightarrow\quad \frac{1}{2}F_{\text{máx}}(0{,}002\text{s}) + F_{\text{máx}}(0{,}002\text{s}) + \frac{1}{2}F_{\text{máx}}(0{,}002\text{s}) = 2mv$$

o que nos dá $F_{\text{máx}}$(0,004 s) = 2(0,058)(34 m/s) = 9,9 × 10² N.

36. (a) Calculando a integral (do instante a ao instante b) indicada na Eq. 9-30, obtemos

$$\int_a^b (12 - 3t^2)\,dt = 12(b-a) - (b^3 - a^3)$$

em unidades do SI. Para b = 1,25 s e a = 0,50 s, obtemos $|\vec{J}| = 7{,}17 \text{ N}\cdot\text{s}$.

(b) A integral calculada no item (a) está relacionada à variação do momento pela Eq. 9-31. Sabemos que a força é zero no instante t = 2,00 s. Calculando o valor da integral para a = 0 e b = 2,00, obtemos $\Delta\vec{p} = 16{,}0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$.

37. PENSE Neste problema, devemos conhecer o impulso, a força média e a força máxima a partir de uma equação que descreve a variação da força com o tempo.

FORMULE Como o movimento é unidimensional, podemos trabalhar com os módulos das grandezas vetoriais. O impulso J associado a uma força $F(t)$ aplicada a um corpo é dado por

$$J=\int_{t_i}^{t_f} F(t)dt = F_{\text{méd}}\Delta t$$

em que $F_{\text{méd}}$ é a força média e $\Delta t = t_f - t_i$. Para determinar o instante no qual a força é máxima, basta derivar a função $F(t)$ em relação ao tempo, igualar o resultado a zero e explicitar t.

ANALISE (a) De acordo com a equação anterior,

$$J=\int_0^{3,0\times10^{-3}} F dt = \int_0^{3,0\times10^{-3}} \left[(6,0\times10^6)t-(2,0\times10^9)t^2\right]dt$$

$$=\left[\frac{1}{2}(6,0\times10^6)t^2-\frac{1}{3}(2,0\times10^9)t^3\right]\Bigg|_0^{3,0\times10^{-3}} = 9,0\,\text{N}\cdot\text{s}$$

(b) Como $J = F_{\text{méd}}\Delta t$, a força média é

$$F_{\text{méd}}=\frac{J}{\Delta t}=\frac{9,0\ \text{N}\cdot\text{s}}{3,0\times10^{-3}\ \text{s}}=3,0\times10^3\text{N}.$$

(c) Derivando $F(t)$ em relação a t e igualando o resultado a zero, obtemos

$$\frac{dF}{dt}=\frac{d}{dt}\left[(6,0\times10^6)t-(2,0\times10^9)t^2\right]=(6,0\times10^6)-(4,0\times10^9)t=0$$

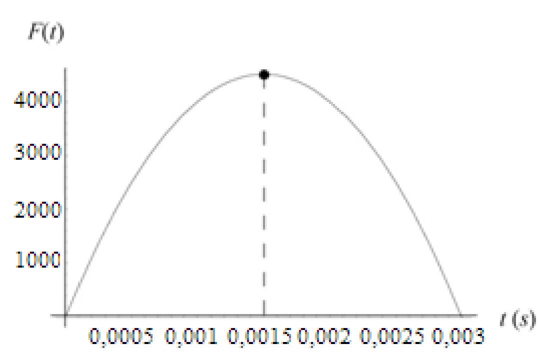
que nos dá $t = 1,5 \times 10^{-3}$ s. Nesse instante, a força é

$$F_{\text{máx}}=(6,0\times10^6)(1,5\times10^{-3})-(2,0\times10^9)(1,5\times10^{-3})^2=4,5\times10^3\ \text{N}$$

(d) Como a bola parte do repouso, seu momento, no instante em que perde contato com o pé do jogador, é igual ao impulso fornecido. Se m é a massa da bola, a velocidade v da bola imediatamente após perder contato com o pé do jogador é

$$v=\frac{p}{m}=\frac{J}{m}=\frac{9,0\ \text{N}\cdot\text{s}}{0,45\ \text{kg}}=\ 20\ \text{m/s}$$

APRENDA A figura a seguir mostra a força em função do tempo. A área sob a curva é o impulso J. O gráfico mostra que $F(t)$ passa pelo valor máximo de 4500 N no instante $t = 0,0015$ s.



38. Na Fig. 9-54, y é um eixo perpendicular à parede, que aponta para longe da parede, e x é um eixo paralelo à parede, que aponta para a direita. Na notação dos vetores unitários, as velocidades inicial e final da bola são

$$\vec{v}_i = v\cos\theta\,\hat{\text{i}} - v\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}} = 5,2\,\hat{\text{i}} - 3,0\,\hat{\text{j}}$$

$$\vec{v}_f = v\cos\theta\,\hat{\text{i}} + v\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}} = 5,2\,\hat{\text{i}} + 3,0\,\hat{\text{j}}$$

respectivamente (em unidades do SI).

(a) Para m = 0,30 kg, o teorema do impulso e do momento linear (Eq. 9-31) nos dá

$$\vec{J} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = 2(0,30)(3,0\,\hat{\mathrm{j}}).$$

(b) De acordo com a Eq. 9-35, a força que a parede exerce sobre a bola é $\vec{J}/\Delta t = (1,8/0,010)\hat{\mathrm{j}} = (180\,\mathrm{N})\,\hat{\mathrm{j}}$. De acordo com a terceira lei de Newton, a força que a bola exerce sobre a parede é $(-180\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}}$ (ou seja, o módulo é 180 N e a força aponta na direção da parede, ou seja, "para baixo" na vista superior da Fig. 9-54).

39. PENSE Este problema pode ser resolvido usando a lei de conservação do momento. Como não existem forças externas com componentes horizontais agindo sobre o sistema homem-pedra, a componente horizontal do momento do sistema é conservada.

FORMULE Como o homem e a pedra estão inicialmente em repouso, a componente horizontal do momento deve ser zero antes e depois que a pedra é arremessada. Sejam m_p a massa da pedra e v_p a velocidade (horizontal) da pedra e sejam m_h a massa do homem e v_h a velocidade (horizontal) do homem após o arremesso. Nesse caso, de acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_s v_s + m_m v_m = 0 \;\Rightarrow\; v_m = -\frac{m_s}{m_m} v_s$$

ANALISE Tomando como positivo o sentido do movimento da bola, temos

$$v_m = -\frac{m_s}{m_m} v_s = -\frac{0{,}068\ \mathrm{kg}}{91\ \mathrm{kg}}(4{,}0\ \mathrm{m/s}) = -3{,}0\times 10^{-3}\ \mathrm{m/s}$$

ou $|\,v_m\,| = 3{,}0\times 10^{-3}\ \mathrm{m/s}$

APRENDA O sinal negativo de v_h mostra que o homem se move no sentido oposto ao do movimento da pedra. Note também que a velocidade do homem é muito menor que a velocidade da pedra porque a massa do homem é muito maior que a massa da pedra.

40. Vamos usar a seguinte notação: a massa do motor é M; a massa do módulo é m; a velocidade inicial do sistema é v_0; a velocidade relativa entre o motor e o módulo é v_r; a velocidade do módulo em relação à Terra após a separação é v. De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$(M + m)v_0 = mv + M(v - v_r).$$

Assim,

$$v = v_0 + \frac{Mv_r}{M+m} = 4300\ \mathrm{km/h} + \frac{(4m)(82\ \mathrm{km/h})}{4m+m} = 4{,}4\times 10^3\ \mathrm{km/h}.$$

41. (a) Em unidades do SI, a velocidade do bloco E (no referencial da Fig. 9-55) é $(v_1 - 3)\,\hat{\mathrm{i}}$. Assim, de acordo com a lei de conservação do momento (no caso da explosão que aconteceu no instante t = 0), temos:

$$m_E(v_1 - 3) + (m_C + m_D)v_1 = 0,$$

o que nos dá

$$v_1 = \frac{3m_E}{m_E + m_C + m_D} = \frac{3(2\ \mathrm{kg})}{10\ \mathrm{kg}} = 0{,}60\ \mathrm{m/s}.$$

No instante t = 0,80 s (o instante da segunda explosão), a lei de conservação do momento nos dá

$$m_C v_2 + m_D(v_2 + 3) = (m_C + m_D)v_1 = (8\ \mathrm{kg})(0{,}60\ \mathrm{m/s}) = 4{,}8\ \mathrm{kg{\cdot}m/s},$$

ou v_2 = –0,15. Assim, a velocidade do bloco C após a segunda explosão é

$$v_2 = -(0{,}15\ \mathrm{m/s})\,\hat{\mathrm{i}}.$$

(b) Entre os instantes t = 0 e t = 0,80 s, a distância percorrida pelo bloco C é $v_1\Delta t$ = (0,60 m/s)(0,80 s) = 0,48 m. Entre os instantes t = 0,80 s e t = 2,80 s, o bloco percorre uma distância

$$v_2\Delta t = (-\,0{,}15\ \mathrm{m/s})(2{,}00\ \mathrm{s}) = -\,0{,}30\ \mathrm{m}.$$

A distância total percorrida pelo bloco C desde o instante $t = 0$ é, portanto, $0,48\text{ m} - 0,30\text{ m} = 0,18\text{ m}$.

42. Nossa notação (e, implicitamente, nossa escolha do sistema de coordenadas) será a seguinte: a massa do objeto original é m; a velocidade do objeto original é $\vec{v}_0 = v\hat{\text{i}}$; a massa do pedaço de menor massa é m_1; a velocidade desse pedaço é $\vec{v}_1 = 0$; a massa do pedaço de maior massa é m_2. Note que as condições $m_2 = 3m_1$ (especificada no enunciado) e $m_1 + m_2 = m$ (que é válida na mecânica clássica e será usada neste problema, mas não pode ser aplicada às reações nucleares) levam às relações

$$m_1 = \frac{1}{4}m \;\text{ e }\; m_2 = \frac{3}{4}m.$$

De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \;\Rightarrow\; mv\hat{\text{i}} = 0 + \frac{3}{4}m\vec{v}_2$$

o que nos dá $\vec{v}_2 = \frac{4}{3}v\hat{\text{i}}$. O aumento da energia cinética do sistema é, portanto,

$$\Delta K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}m\right)\left(\frac{4}{3}v\right)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{6}mv^2.$$

43. Se $\vec{v}_0 = (9,5\,\hat{\text{i}} + 4,0\,\hat{\text{j}})\text{ m/s}$, a velocidade inicial é

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} = \sqrt{(9,5\text{ m/s})^2 + (4,0\text{ m/s})^2} = 10,31\text{ m/s}$$

e o ângulo inicial da velocidade do atleta é

$$\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4,0}{9,5}\right) = 22,8°.$$

De acordo com a Eq. 4-26, a distância coberta pelo atleta sem usar halteres é

$$R_0 = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g} = \frac{(10,31\text{ m/s})^2 \operatorname{sen} 2(22,8°)}{9,8\text{ m/s}^2} = 7,75\text{ m}.$$

Por outro lado, de acordo com a lei de conservação do momento, se dois halteres de massa $m = 5,50$ kg fossem arremessados horizontalmente para trás quando o atleta atingisse a altura máxima, a velocidade subsequente do atleta seria

$$(M + 2m)v_{x0} = Mv'_x \quad \Rightarrow v'_x = \frac{M + 2m}{M}v_{x0}$$

Assim, o aumento da componente x da velocidade seria

$$\Delta v_x = v'_x - v_{x0} = \frac{M + 2m}{M}v_{x0} - v_{x0} = \frac{2m}{M}v_{x0} = \frac{2(5,5\text{ kg})}{78\text{ kg}}(9,5\text{ m/s}) = 1,34\text{ m/s}.$$

Na altura máxima, $v_y = v_{y0} - gt = 0$. O tempo necessário para atingir a altura máxima é, portanto,

$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{4,0\text{ m/s}}{9,8\text{ m/s}^2} = 0,41\text{ s}.$$

Como o tempo necessário para chegar ao solo após atingir a altura máxima é igual ao tempo para atingir a altura máxima, o aumento da distância coberta pelo atleta por estar usando halteres é

$$\Delta R = (\Delta v'_x)t = (1,34\text{ m/s})(0,41\text{ s}) = 0,55\text{ m}.$$

44. Podemos pensar em um bloco deslizando até parar como um exemplo de conversão de energia cinética em energia térmica (veja a Eq. 8-31 e a Eq. 6-2, com $F_N = mg$). Isso nos leva à conclusão de que a relação $v^2 = 2\mu gd$ é verdadeira, separadamente, para os dois pedaços. Assim, temos:

$$\left(\frac{v_E}{v_D}\right)^2 = \frac{2\mu_E g d_E}{2\mu_D g d_D} = \frac{12}{25}.$$

Por outro lado, de acordo com a lei de conservação do momento, como o momento do bloco completo era nulo, a razão das velocidades dos fragmentos é inversamente proporcional à razão das massas. Assim,

$$\left(\frac{m_D}{m_E}\right)^2 = \frac{12}{25} \quad \Rightarrow \quad m_D = \frac{2\sqrt{3}}{5} m_E = 0,69 \times 2 = 1,38 \text{ kg}.$$

Assim, a massa total é $m_D + m_E = 1,38 + 2,0 \approx 3,4$ kg.

45. PENSE Como o corpo em movimento é um sistema isolado, ou seja, não está submetido a nenhuma força externa, o momento é conservado quando o corpo se quebra em três pedaços.

FORMULE De acordo com a lei de conservação do momento,

$$M\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3$$

em que M é a massa do corpo, $\vec{v}_0$ é a velocidade inicial, m_1, m_2 e m_3 são as massas dos três fragmentos, e $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ são as velocidades do três fragmentos. De acordo com a lei de conservação da energia, a energia liberada pela explosão é igual à diferença ΔK entre a energia cinética do corpo antes da explosão e a soma das energias cinéticas dos três fragmentos.

ANALISE (a) Explicitando $\vec{v}_3$ na equação anterior, obtemos

$$\begin{aligned}
\vec{v}_3 &= \frac{M\vec{v}_0 - m_1\vec{v}_1 - m_2\vec{v}_2}{m_3} \\
&= \frac{(20,0\text{ kg})(200\text{ m/s})\hat{\text{i}} - (10,0\text{ kg})(100\text{ m/s})\hat{\text{j}} - (4,0\text{ kg})(-500\text{ m/s})\hat{\text{i}}}{6,00\text{ kg}} \\
&= (1,00\times10^3\text{ m/s})\,\hat{\text{i}} - (0,167\times10^3\text{ m/s})\hat{\text{j}}
\end{aligned}$$

(b) A energia liberada na explosão é

$$\Delta K = K_f - K_i = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2\right) - \frac{1}{2}Mv_0^2 = 3,23\times10^6\text{ J}$$

APRENDA A energia liberada na explosão é transformada de energia química em energia cinética.

46. Escolhemos um eixo x na direção leste e um eixo y na direção norte. Em relação a esses eixos, os momentos lineares dos dois fragmentos são

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = mv_1\,\hat{\text{j}}$$

e

$$\vec{p}_2 = m\vec{v}_2 = m\left(v_{2x}\,\hat{\text{i}} + v_{2y}\,\hat{\text{j}}\right) = mv_2\left(\cos\theta\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}\right).$$

O momento linear resultante é

$$\begin{aligned}
\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= mv_1\,\hat{\text{j}} + mv_2\left(\cos\theta\,\hat{\text{i}} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\text{j}}\right) = \left(mv_2\cos\theta\right)\hat{\text{i}} + \left(mv_1 + mv_2\,\text{sen}\,\theta\right)\hat{\text{j}} \\
&= (2,0\text{ kg})(5,0\text{ m/s})(\cos 30°)\hat{\text{i}} + (2,0\text{ kg})\left[3,0\text{ m/s} + (5,0\text{ m/s})(\text{sen}\,30°)\right]\hat{\text{j}} \\
&= \left(8,66\,\hat{\text{i}} + 11\,\hat{\text{j}}\right)\text{ kg}\cdot\text{m/s}.
\end{aligned}$$

De acordo com a lei de conservação do momento linear, este era também o momento linear do balde antes da explosão. Assim, a velocidade escalar do balde antes da explosão era

$$v=\frac{P}{M}=\frac{\sqrt{p_x^2+p_y^2}}{M}=\frac{\sqrt{(8,66\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2+(11\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2}}{4,0\ \text{kg}}=3,5\ \text{m/s}.$$

47. Nossa notação (e, implicitamente, nossa escolha do sistema de coordenadas) será a seguinte: a massa de um dos pedaços é $m_1 = m$; a velocidade desse pedaço é $\vec{v}_1=-30\,\hat{\text{i}}$; a massa do segundo pedaço é $m_2 = m$; a velocidade desse pedaço é $\vec{v}_2=-30\,\hat{\text{j}}$; a massa do terceiro pedaço é $m_3 = 3m$.

(a) De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$m\vec{v}_0=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3 \quad\Rightarrow\quad 0=m\left(-30\hat{\text{i}}\right)+m\left(-30\hat{\text{j}}\right)+3m\vec{v}_3$$

o que nos dá $\vec{v}_3=10\hat{\text{i}}+10\hat{\text{j}}$. O módulo de $\vec{v}_3$ é $v_3=10\sqrt{2}\approx 14\,\text{m/s}$.

(b) O vetor $\vec{v}_3$ faz um ângulo de 45º *no sentido anti-horário* com o semieixo x positivo (no sistema escolhido, em que o pedaço de massa m_1 se move no sentido do semieixo x negativo e o pedaço de massa m_2 se move no sentido do semieixo y negativo).

48. Este problema envolve tanto a lei de conservação da energia mecânica,

$$U_m = K_A + K_B,$$

como a lei de conservação do momento,

$$0=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2,$$

em que $m_A = 2m_B$. A segunda equação nos dá $|\vec{v}_B|=2|\vec{v}_A|$, o que, por sua vez, significa que

$$K_B=\frac{1}{2}m_Bv_B^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_A\right)(2v_A)^2=2\left(\frac{1}{2}m_Av_A^2\right)=2K_A.$$

(a) Fazendo $K_B = 2K_A$ na primeira equação, obtemos

$$U_i=K_A+2K_A\Rightarrow K_A=\frac{1}{3}U_m=20\ \text{J}.$$

(b) $K_B = 2K_A = 2(20) = 40$ J.

49. Este problema é semelhante ao Exemplo "Conservação do momento: pêndulo balístico". Usando a mesma equação que aparece no final do exemplo, temos (em unidades do SI):

$$v=\frac{m+M}{m}\sqrt{2gh}=\frac{2,010}{0,010}\sqrt{2(9,8)(0,12)}=3,1\times10^2\ \text{m/s}.$$

50. (a) Escolhendo um eixo x na direção do movimento da bala e aplicando a lei de conservação do momento, temos:

$$m_{\text{bala}}\vec{v}_i=m_{\text{bala}}\vec{v}_1+m_{\text{bloco}}\vec{v}_2$$

$$(5,2\ \text{g})(672\ \text{m/s})=(5,2\ \text{g})(428\ \text{m/s})+(700\ \text{g})\vec{v}_2$$

o que nos dá $v_2 = 1,81$ m/s.

(b) Uma das consequências da lei de conservação do momento é o fato de que a velocidade do centro de massa não é afetada pela colisão. Assim, tanto faz calcularmos a velocidade do centro de massa antes ou depois da colisão. Vamos realizar o cálculo antes da colisão:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_{bala}\vec{v}_i}{m_{bala}+m_{bloco}} = \frac{(5{,}2\text{ g})(672\text{ m/s})}{5{,}2\text{ g}+700\text{ g}} = 4{,}96\text{ m/s}.$$

51. Vamos escolher um eixo x horizontal apontando para a direita (o que faz com que todas as velocidades tenham valores positivos).

(a) Vamos usar a lei de conservação do momento para relacionar a situação quando a bala está prestes a se chocar com o segundo bloco com a situação quando a bala fica alojada no segundo bloco.

$$(0{,}0035\text{ kg})v = (1{,}8035\text{ kg})(1{,}4\text{ m/s}) \Rightarrow v = 721\text{ m/s}.$$

(b) Vamos usar a lei de conservação do momento para relacionar a situação quando a bala está prestes a se chocar com o primeiro bloco com a situação quando a bala acabou de atravessar o primeiro bloco e está com a velocidade v calculada no item (a).

$$(0{,}0035\text{ kg})v_0 = (1{,}2\text{ kg})(0{,}63\text{ m/s}) + (0{,}0035\text{ kg})(721\text{ m/s}),$$

o que nos dá v_0 = 937 m/s.

52. Podemos pensar neste problema como composto de duas partes: a primeira é a colisão em si, na qual a bala passa pelo bloco tão depressa que o bloco não tem tempo de se mover; a segunda é o "salto" do bloco, que sofre um deslocamento vertical h antes de voltar a cair. Aplicando a lei de conservação do momento à primeira parte, com o eixo y apontando para cima, temos:

$$(0{,}01\text{kg})(1000\text{m/s}) = (5{,}0\text{kg})\vec{v} + (0{,}01\text{kg})(400\text{m/s}),$$

o que nos dá $\vec{v} = 1{,}2\text{m/s}$. Para resolver a segunda parte, podemos usar as equações de queda livre do Capítulo 2 (já que estamos desprezando a resistência do ar) ou a lei de conservação da energia do Capítulo 8. Usando a segunda abordagem, temos:

$$\frac{1}{2}(5{,}0\text{kg})(1{,}2\text{m/s})^2 = (5{,}0\text{kg})\left(9{,}8\text{m/s}^2\right)h,$$

o que nos dá h = 0,073 m.

53. Se a velocidade do carro antes de atropelar o alce é v_i, a energia cinética do carro é $K_i = m_c v_i^2/2$. De acordo com a lei de conservação do momento, depois de uma colisão totalmente inelástica com um alce de massa m_a, a velocidade do sistema carro + alce é

$$m_c v_i = (m_c + m_a)v_f \Rightarrow v_f = \frac{m_c v_i}{m_c + m_a},$$

e a energia cinética do sistema é

$$K_f = \frac{1}{2}(m_c+m_a)v_f^2 = \frac{1}{2}(m_c+m_a)\left(\frac{m_c v_i}{m_c+m_a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{m_c^2}{m_c+m_a}v_i^2.$$

(a) A perda percentual de energia cinética em consequência da colisão é

$$\frac{\Delta K}{K_i} = \frac{K_i - K_f}{K_i} = 1 - \frac{K_f}{K_i} = 1 - \frac{m_c}{m_c+m_a} = \frac{m_a}{m_c+m_a} = \frac{500\text{ kg}}{1000\text{ kg}+500\text{ kg}} = \frac{1}{3} = 33{,}3\%.$$

(b) Se a colisão fosse com um camelo com uma massa $m_{camelo} = 300\text{ kg}$, a perda percentual de energia cinética seria

$$\frac{\Delta K}{K_i} = \frac{m_{camelo}}{m_c + m_{camelo}} = \frac{300\text{ kg}}{1000\text{ kg}+300\text{ kg}} = \frac{3}{13} = 23\%.$$

(c) Quando a massa do animal diminui, a perda percentual de energia cinética também diminui.

54. O momento total imediatamente antes da colisão, com o eixo x apontando verticalmente para cima, é

$$p_i = (3{,}0\text{ kg})(20\text{ m/s}) + (2{,}0\text{ kg})(-12\text{ m/s}) = 36\text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

O momento imediatamente após a colisão, quando as bolas formam um objeto único de massa M = 5,0 kg, é $p_f = (5{,}0\text{ kg})\vec{v}$. De acordo com lei de conservação do momento, $\vec{v}$ = 7,2 m/s, que se torna a velocidade "inicial" do movimento de queda livre subsequente. Podemos usar os métodos do Capítulo 2 ou a lei de conservação da energia do Capítulo 8 para analisar esse movimento; escolhemos a segunda abordagem. Usando a altura em que ocorre a colisão como referência para a energia potencial gravitacional, temos:

$$K_0 + U_0 = K + U \quad\Rightarrow\quad Mv_0^2/2 + 0 = 0 + Mgy_{\text{máx}}.$$

Assim, para v_0 = 7,2 m/s, obtemos $y_{\text{máx}}$ = 2,6 m.

55. Escolhemos um eixo x apontando no sentido inicial de movimento dos blocos.

(a) De acordo com a lei de conservação do momento, temos:

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

$$(5\text{ kg})(3{,}0\text{ m/s}) + (10\text{ kg})(2{,}0\text{ m/s}) = (5\text{ kg})v_{1f} + (10\text{ kg})(2{,}5\text{ m/s})$$

o que nos dá $v_{1f} = 2$ m/s. Assim, a velocidade do bloco de 5,0 kg imediatamente após a colisão é 2,0 m/s.

(b) A variação da energia cinética total é

$$K_i - K_f = \frac{1}{2}(5)(3)^2 + \frac{1}{2}(10)(2)^2 - \frac{1}{2}(5)(2)^2 - \frac{1}{2}(10)(2{,}5)^2$$

$$= -1{,}25\text{ J} \approx -1{,}3\text{ J}.$$

(c) Nessa nova situação em que v_{2f} = 4,0 m/s, a lei de conservação do momento nos dá v_{1f} = −1,0 m/s e obtemos ΔK = +40 J.

(d) O aumento de energia cinética é possível se, por exemplo, existir um pouco de pólvora no local do impacto (nesse caso, a energia química poderá se transformar em energia mecânica).

56. (a) O módulo da desaceleração de cada carro é $a = f/m = \mu_k mg/m = \mu_k g$. Se um dos carros para depois de percorrer uma distância d, a velocidade v do carro logo após o choque é dada pela Eq. 2-16:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow v = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\mu_k gd},$$

já que $v_0 = 0$ (este resultado também poderia ser obtido usando a Eq. 8-28). Assim,

$$v_A = \sqrt{2\mu_k gd_A} = \sqrt{2(0{,}13)(9{,}8\text{ m/s}^2)(8{,}2\text{ m})} = 4{,}6\text{ m/s}.$$

(b) Da mesma forma,

$$v_B = \sqrt{2\mu_k gd_B} = \sqrt{2(0{,}13)(9{,}8\text{ m/s}^2)(6{,}1\text{ m})} = 3{,}9\text{ m/s}.$$

(c) Seja v a velocidade do carro B imediatamente antes do choque. De acordo com a lei de conservação do momento linear, $m_Bv = m_Av_A + m_Bv_B$, o que nos dá

$$v = \frac{(m_A v_A + m_B v_B)}{m_B} = \frac{(1100)(4{,}6) + (1400)(3{,}9)}{1400} = 7{,}5 \text{ m/s}.$$

(d) A conservação do momento linear em uma colisão depende do fato de que a única força importante (durante o tempo Δt de duração do choque) é a força de contato entre os objetos. Neste caso, isso significa que a força de atrito exercida pelo asfalto sobre os carros pode ser desprezada durante o intervalo Δt. Essa hipótese pode introduzir um certo erro na análise. Uma hipótese correlata é a de que a transferência de momento acontece em apenas um local, ou seja, que a distância percorrida pelos carros durante o intervalo de tempo Δt é desprezível, o que é certamente uma aproximação (embora seja provavelmente uma aproximação razoável). Outra fonte de erro é a aplicação da Eq. 6-2 ao movimento dos carros após o choque; o atrito é uma força complexa, que é descrita de forma apenas aproximada pela Eq. 6-2.

57. (a) Seja v a velocidade final do sistema bola-canhão. Como o momento total do sistema é conservado, $mv_i = (m + M)v$. Assim,

$$v = \frac{mv_i}{m+M} = \frac{(60 \text{ g})(22 \text{ m/s})}{60 \text{ g} + 240 \text{ g}} = 4{,}4 \text{ m/s}.$$

(b) A energia cinética inicial é $K_i = mv_i^2/2$ e a energia cinética final é

$$K_f = \tfrac{1}{2}(m+M)v^2 = \tfrac{1}{2}m^2v_i^2/(m+M).$$

Como, de acordo com o enunciado, $\Delta E_t = 0$, a diferença $K_i - K_f$ é igual à energia U_m armazenada na mola:

$$U_m = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{1}{2}\frac{m^2v_i^2}{(m+M)} = \frac{1}{2}mv_i^2\left(1 - \frac{m}{m+M}\right) = \frac{1}{2}mv_i^2\,\frac{M}{m+M}.$$

Assim, a fração da energia cinética inicial que fica armazenada na mola é

$$\frac{U_m}{K_i} = \frac{M}{m+M} = \frac{240}{60+240} = 0{,}80.$$

58. Podemos pensar nesse processo como sendo composto por duas partes: a primeira é a colisão em si, na qual os blocos se unem tão depressa que o bloco de 1,0 kg não tem tempo de se deslocar de uma distância significativa, e a segunda é o movimento subsequente do sistema de 3,0 kg que comprime a mola até que atinja o comprimento mínimo x_m. Aplicando a lei de conservação do momento à primeira parte (com o eixo x apontando para a direita), temos:

$$m_1v_1 = (m_1+m_2)v \quad \Rightarrow \quad (2{,}0 \text{ kg})(4{,}0 \text{ m/s}) = (3{,}0 \text{ kg})\vec{v},$$

o que nos dá $v = 2{,}7$ m/s. Aplicando a lei de conservação da energia mecânica à segunda parte, temos:

$$\frac{1}{2}(3{,}0 \text{ kg})\,(2{,}7 \text{ m/s})^2 = \frac{1}{2}\,(200 \text{ N/m})x_m^2$$

o que nos dá $x_m = 0{,}33$ m.

59. De acordo com o enunciado, a velocidade v do sistema como um todo, quando a mola atinge a máxima compressão x_m, satisfaz a equação

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)v.$$

A variação de energia cinética do sistema é, portanto,

$$\Delta K = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 - \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 - \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{(m_1v_{1i}+m_2v_{2i})^2}{2(m_1+m_2)} - \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 - \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

o que nos dá $\Delta K = -35$ J. Embora não seja necessário para resolver o problema, vale a pena notar que a expressão acima também nos dá

$$|\Delta K| = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{\text{rel}}^2$$

sendo $v_{\text{rel}} = v_1 - v_2$.

De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$\frac{1}{2} k x_{\text{m}}^2 = -\Delta K \Rightarrow x_{\text{m}} = \sqrt{\frac{-2\Delta K}{k}} = \sqrt{\frac{-2(-35\text{ J})}{1120\text{ N/m}}} = 0,25\text{ m.}$$

60. (a) Seja m_A a massa do bloco da esquerda, seja v_{Ai} a velocidade inicial desse bloco e seja v_{Af} a velocidade final desse bloco. Seja m_B a massa do bloco da direita, seja v_{Bi} a velocidade inicial desse bloco e seja v_{Bf} a velocidade final desse bloco. Como o momento do sistema de dois blocos é conservado,

$$m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf}$$

e

$$v_{Af} = \frac{m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} - m_B v_{Bf}}{m_A} = \frac{(1,6\text{ kg})(5,5\text{ m/s}) + (2,4\text{ kg})(2,5\text{ m/s}) - (2,4\text{ kg})(4,9\text{ m/s})}{1,6\text{ kg}}$$

$$= 1,9\text{ m/s.}$$

(b) O bloco continua a se mover para a direita após a colisão.

(c) Para verificar se a colisão é elástica, comparamos a energia cinética total antes da colisão com a energia cinética total após a colisão. A energia cinética total antes da colisão é

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}(1,6)(5,5)^2 + \frac{1}{2}(2,4)(2,5)^2 = 31,7\text{ J.}$$

A energia cinética total após a colisão é

$$K_f = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2}(1,6)(1,9)^2 + \frac{1}{2}(2,4)(4,9)^2 = 31,7\text{ J.}$$

Como $K_i = K_f$, a colisão é elástica.

61. PENSE Este problema envolve um carrinho em movimento que se choca com um carrinho em repouso. Como a colisão é elástica, a energia cinética total é a mesma antes e depois da colisão.

FORMULE Sejam m_1 a massa do carrinho que estava inicialmente em movimento, v_{1i} a velocidade desse corpo antes da colisão, e v_{1f} a velocidade desse corpo após a colisão. Sejam m_2 a massa do carrinho que estava inicialmente em repouso, e v_{2f} a velocidade desse carrinho após a colisão. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}, \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos

$$v_{\text{com}} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

ANALISE (a) Explicitando m_2 em uma dessas equações e substituindo os valores conhecidos de m_1, v_{1i} e v_{1f}, obtemos

$$m_2 = \frac{v_{1i} - v_{1f}}{v_{1i} + v_{1f}} m_1 = \left(\frac{1{,}2\ \text{m/s} - 0{,}66\ \text{m/s}}{1{,}2\ \text{m/s} + 0{,}66\ \text{m/s}}\right)(0{,}34\ \text{kg}) = 0.0987\ \text{kg} \approx 0{,}099\ \text{kg}.$$

(b) A velocidade do segundo carrinho é

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \left(\frac{2(0{,}34\ \text{kg})}{0.34\ \text{kg} + 0{,}099\ \text{kg}}\right)(1{,}2\ \text{m/s}) = 1{,}9\ \text{m/s}$$

(c) A velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{(0{,}34\ \text{kg})(1{,}2\ \text{m/s}) + 0}{0{,}34\ \text{kg} + 0{,}099\ \text{kg}} = 0{,}93\ \text{m/s}$$

APRENDA Para calcular v_{CM}, usamos os valores da velocidade dos dois carrinhos antes da colisão. Como o sistema é isolado e a colisão é elástica, a velocidade do centro de massa é a mesma antes e depois da colisão e, portanto, o resultado será o mesmo, se usarmos os valores da velocidade dos dois carrinhos depois da colisão:

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}}{m_1 + m_2} = \frac{(0{,}34\ \text{kg})(0{,}66\ \text{m/s}) + (0{,}099\ \text{kg})(1{,}9\ \text{m/s})}{0{,}34\ \text{kg} + 0{,}099\ \text{kg}} = 0{,}93\ \text{m/s}$$

62. (a) Seja m_1 a massa de uma das esferas, seja v_{1i} a velocidade dessa esfera antes da colisão e seja v_{1f} a velocidade dessa esfera depois da colisão. Seja m_2 a massa da outra esfera, seja v_{2i} a velocidade dessa esfera antes da colisão e seja v_{2f} a velocidade dessa esfera depois da colisão. Nesse caso, de acordo com a Eq. 9-75,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}\,.$$

Suponha que a esfera 1 está se movendo inicialmente no sentido positivo do eixo e depois da colisão permanece em repouso. Nesse caso, a esfera 2 está se movendo inicialmente no sentido negativo do eixo. Substituindo v_{1i} por v, v_{2i} por $-v$ e v_{1f} por zero, obtemos $0 = m_1 - 3m_2$ e, portanto,

$$m_2 = m_1/3 = (300\ \text{g})/3 = 100\ \text{g}\,.$$

(b) Podemos usar as velocidades antes da colisão para calcular a velocidade do centro de massa:

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{(300\ \text{g})(2{,}0\ \text{m/s}) + (100\ \text{g})(-2{,}0\ \text{m/s})}{300\ \text{g} + 100\ \text{g}}.$$

63. (a) Como, na ausência de forças externas, a velocidade do centro de massa permanece constante, a velocidade do centro de massa é 3,00 m/s antes e depois da colisão.

(b) Podemos calcular a velocidade v_{1i} do bloco 1 antes da colisão (supondo que a velocidade do bloco 2 antes da colisão é zero) usando a Eq. 9-17:

$$(m_1 + m_2)v_{\text{CM}} = m_1\, v_{1i} + 0 \quad \Rightarrow \quad v_{1i} = 12{,}0\ \text{m/s}\,.$$

Agora podemos usar a Eq. 9-68 para calcular v_{2f}:

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = 6{,}00\ \text{m/s}.$$

64. Em primeiro lugar, calculamos a velocidade v da bola imediatamente antes da colisão (ou seja, no ponto mais baixo da trajetória). De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, temos:

$$m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = 3{,}7 \text{ m/s}.$$

(a) Vamos agora analisar a colisão elástica usando a Eq. 9-67:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v = \frac{0{,}5 \text{ kg} - 2{,}5 \text{ kg}}{0{,}5 \text{ kg} + 2{,}5 \text{ kg}}(3{,}7 \text{ m/s}) = -2{,}47 \text{ m/s},$$

o que significa que a velocidade escalar final da bola é 2,47 m/s.

(b) Finalmente, usamos a Eq. 9-68 para calcular a velocidade final do bloco:

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v = \frac{2(0{,}5 \text{ kg})}{0{,}5 \text{ kg} + 2{,}5 \text{ kg}}(3{,}7 \text{ m/s}) = 1{,}23 \text{ m/s}.$$

65. PENSE Este problema envolve um carrinho em movimento que se choca com um carrinho em repouso. Como a colisão é elástica, a energia cinética total é a mesma antes e depois da colisão.

FORMULE Sejam m_1 a massa do corpo que estava inicialmente em movimento, v_{1i} a velocidade desse corpo antes da colisão, e v_{1f} a velocidade desse corpo após a colisão. Sejam m_2 a massa do corpo que estava inicialmente em repouso, e v_{2f} a velocidade desse carrinho após a colisão. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos $v_{1f} = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$, o que nos dá

$$m_2 = \frac{v_{1i} - v_{1f}}{v_{1i} + v_{1f}} m_1$$

A velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

ANALISE (a) Como $v_{1f} = v_{1i}/4$, temos

$$m_2 = \frac{v_{1i} - v_{1f}}{v_{1i} + v_{1f}} m_1 = \left(\frac{v_{1i} - v_{1i}/4}{v_{1i} + v_{1i}/4}\right) m_1 = \frac{3}{5} m_1 = \frac{3}{5}(2{,}0 \text{ kg}) = 1{,}2 \text{ kg}$$

(b) A velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{(2{,}0 \text{ kg})(4{,}0 \text{ m/s})}{2{,}0 \text{ kg} + 1{,}2 \text{ kg}} = 2{,}5 \text{m/s}.$$

APRENDA A velocidade final da segunda massa é

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \left(\frac{2(2{,}0 \text{ kg})}{2{,}0 \text{ kg} + 1{,}2 \text{ kg}}\right)(4{,}0 \text{ m/s}) = 5{,}0 \text{ m/s}$$

Como o sistema é isolado e a colisão é elástica, a velocidade do centro de massa é a mesma antes e depois da colisão e, portanto, o resultado será o mesmo, se usarmos os valores da velocidade dos dois corpos depois da colisão:

$$v_{CM} = \frac{m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}}{m_1 + m_2} = \frac{(2{,}0\text{ kg})(1{,}0\text{ m/s}) + (1{,}2\text{ kg})(5{,}0\text{ kg})}{2{,}0\text{ kg} + 1.2\text{ kg}} = 2{,}5\text{ m/s}$$

66. De acordo com as Eqs. 9-67 e 9-68, temos, após a colisão,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{m_1 - 0{,}40 m_1}{m_1 + 0{,}40 m_1}(4{,}0\text{ m/s}) = 1{,}71\text{ m/s}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + 0{,}40 m_1}(4{,}0\text{ m/s}) = 5{,}71\text{ m/s}.$$

(a) Durante o deslizamento subsequente, a energia cinética do bloco 1, $K_{1f} = m_1 v_{1f}^2/2$, é convertida em energia térmica ($\Delta E_t = \mu_k m_1 g d_1$). Explicitando a distância percorrida d_1, obtemos $d_1 = 0{,}2999$ m ≈ 30 cm.

(b) Um cálculo muito semelhante, com o índice 2 no lugar do índice 1, nos dá a distância percorrida pelo bloco 2, $d_2 = 3{,}332$ m ≈ 3,3 m.

67. Usamos as Eqs. 9-67 e 9-68 para calcular a velocidade das partículas após a primeira colisão (em $x = 0$ e $t = 0$):

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{0{,}30\text{ kg} - 0{,}40\text{ kg}}{0{,}30\text{ kg} + 0{,}40\text{ kg}}(2{,}0\text{ m/s}) = -0{,}29\text{ m/s}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2(0{,}30\text{ kg})}{0{,}30\text{ kg} + 0{,}40\text{ kg}}(2{,}0\text{ m/s}) = 1{,}7\text{ m/s}.$$

A uma velocidade de 1,7 m/s, a partícula leva 0,82 s para percorrer uma distância $2x_p =$ 140 cm e voltar ao ponto $x = 0$. Nesse instante, a partícula 1 se encontra no ponto

$$x = (-0{,}29)(0{,}82) = -24\text{ cm}$$

e a partícula 2 está "ganhando terreno" à taxa de 1,7 – 0,24 = 1,46 m/s. A distância entre as duas partículas se reduz a zero após um tempo adicional de (0,24 m)/(1,46 m/s) = 0,16 s. Nesse instante (t = 0,82 + 0,16 = 0,98 s) as duas partículas estão no ponto $x = (-0{,}29)(0{,}98) = -28$ cm.

68. (a) se a colisão é elástica, podemos usar a Eq. 9-68:

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + (2{,}00)m_1}\sqrt{2gh} = \frac{2}{3}\sqrt{2gh}$$

na qual usamos o fato (que é fácil de demonstrar a partir da lei de conservação da energia) de que a velocidade do bloco 1 na base da rampa é $\sqrt{2gh}$, sendo que h é a altura da rampa. Para analisar o movimento do bloco 2, usamos a Eq. 8-29:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \Delta E_t = f_k d = \mu_k m_2 g d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{4h}{9\mu_k} = \frac{4 \times 2{,}50\text{ m}}{9 \times 0{,}500} = 2{,}22\text{ m}$$

(b) Se a colisão é perfeitamente inelástica, podemos usar a Eq. 9-53:

$$v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

em que, como no item (a), $v_{1i} = \sqrt{2gh}.$ Assim, neste caso,

$$v_2 = \frac{1}{3}\sqrt{2gh}$$

Para analisar o movimento do conjunto dos dois blocos (já que, agora, eles se mantêm unidos após a colisão), usamos a Eq. 8-29:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_2^2 = \Delta E_t = f_k d = \mu_k (m_1 + m_2) gd \quad \Rightarrow \quad d = \frac{h}{9\mu_k} = \frac{2{,}5 \text{ m}}{9 \times 0{,}500} = 0{,}556 \text{ m}$$

69. (a) Usamos a lei de conservação da energia mecânica para determinar a velocidade das bolas depois de caírem uma distância h. A energia cinética inicial das duas bolas é zero, a energia potencial gravitacional inicial é Mgh para a bola maior e mgh para a bola menor, a energia cinética final é $Mv^2/2$ para a bola maior e $mv^2/2$ para a bola menor e a energia potencial final das duas bolas é zero. Assim, $Mgh = Mv^2/2$ para a bola maior, $mgh = mv^2/2$ para a bola menor e, nos dois casos, $v = \sqrt{2gh}.$ A colisão da bola maior com o chão é uma colisão elástica de um objeto leve com um objeto de massa muito maior, na qual a velocidade do objeto leve muda de sentido conservando o mesmo módulo. Assim, imediatamente após a colisão, a bola maior começa a subir com uma velocidade escalar $v = \sqrt{2gh},$ enquanto a bola menor ainda está descendo com a mesma velocidade escalar. Podemos usar a Eq. 9-75 para calcular a velocidade da bola maior após a colisão:

$$v_{Mf} = \frac{M-m}{M+m}v_{Mi} + \frac{2m}{M+m}v_{mi} = \frac{M-m}{M+m}\sqrt{2gh} - \frac{2m}{M+m}\sqrt{2gh} = \frac{M-3m}{M+m}\sqrt{2gh}.$$

De acordo com a equação acima, para que a velocidade da bola maior seja nula no momento da colisão, devemos ter $m = M/3$. Como $M = 0{,}63$ kg, $m = 0{,}21$ kg.

(b) Usamos a mesma equação (intercambiando M e m) para calcular a velocidade da bola menor imediatamente após a colisão:

$$v_{Mf} = \frac{M-m}{M+m}v_{Mi} + \frac{2m}{M+m}v_{mi} = \frac{M-m}{M+m}\sqrt{2gh} - \frac{2m}{M+m}\sqrt{2gh} = \frac{M-3m}{M+m}\sqrt{2gh},$$

o que nos dá, para $M = 3m$, $v_{mf} = 2\sqrt{2gh}.$ Para calcular a altura h' atingida pela bola menor, usamos a lei de conservação da energia. A energia cinética inicial é $mv_{mf}^2/2$, a energia potencial inicial é zero, a energia cinética final é zero e a energia potencial final é mgh'. Assim,

$$\frac{1}{2}mv_{mf}^2 = mgh' \Rightarrow h' = \frac{v_{mf}^2}{2g} = 4h.$$

Para $h = 1{,}8$ m, obtemos $h' = 7{,}2$ m.

70. Usamos as Eqs. 9-67 e 9-68 para analisar a colisão elástica e a Eq. 4-21 para analisar o movimento balístico subsequente. Note que os tempos de queda livre, t, dos dois discos são iguais. Assim, temos:

$$\Delta x_2 = v_2 t \quad \text{sendo } \Delta x_2 = d \text{ e } v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i}$$

$$\Delta x_1 = v_1 t \quad \text{sendo } \Delta x_1 = -2d \text{ e } v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i}.$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, obtemos

$$\frac{d}{-2d} = \frac{\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_{1i}t}{\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i}t}.$$

Depois de cancelar v_{1i}, t e d, obtemos $m_2 = 1{,}0$ kg.

71. Aplicando a lei de conservação do momento linear às componentes x e y do momento, obtemos:

$$\begin{aligned} m_\alpha v_\alpha &= m_\alpha v'_\alpha \cos\theta + m_o v'_o \cos\phi \\ 0 &= m_\alpha v'_\alpha \sin\theta + m_o v'_o \sin\phi \end{aligned}$$

Como sabemos que $v'_o = 1,20\times10^5$ m/s, $\theta = 64,0^\circ$ e $\theta = -51,0^\circ$, temos duas equações e duas incógnitas.

(a) Podemos calcular a velocidade final da partícula alfa usando a segunda equação:

$$v'_\alpha = -\frac{m_\alpha v'_\alpha \sin\theta}{m_o \sin\phi} = -\frac{(16)(1.2\times10^5)\sin(-51^\circ)}{(4)\sin(64^\circ)}$$

(b) Substituindo o resultado obtido no item (a) na primeira equação, podemos calcular a velocidade inicial da partícula alfa:

$$\begin{aligned} m_\alpha v_\alpha &= \frac{m_\alpha v'_\alpha \cos\theta + m_o v'_o \cos\phi}{m_\alpha} \\ &= \frac{(4)(4.15\times10^5)\cos(64^\circ) + (16)(1.2\times10^5)\cos(-51^\circ)}{4} \\ &= 4.84\times10^5 \text{ m/s} . \end{aligned}$$

72. Aplicando a lei de conservação do momento linear às componentes x e y do momento, obtemos:

$$\begin{aligned} m_B v_B &= m_B v'_B \cos\theta + m_A v'_A \cos\phi \\ 0 &= m_B v'_B \sin\theta + m_A v'_A \sin\phi \end{aligned}$$

(a) Fazendo $v_B = v$, $v'_B = v/2$ e $\theta = -90^\circ$, a segunda equação nos dá

$$m_A v'_A \sin\phi = m_B \frac{v}{2}$$

e a primeira equação nos dá

$$m_A v'_A \cos\phi = m_B v.$$

Dividindo membro a membro as duas equações, obtemos:

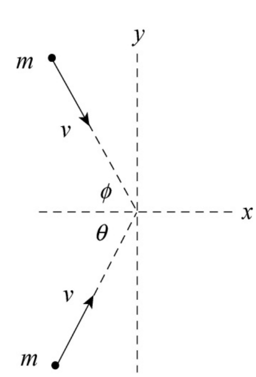
$$\tan\phi = \frac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad \phi = 27^\circ.$$

(b) Usando as equações obtidas no item (a), chegamos à equação

$$v'_A = \frac{\sqrt{5}}{2}\frac{m_B}{m_A} v$$

Entretanto, como não conhecemos o valor numérico de v e a razão das massas das duas bolas, não podemos calcular a velocidade final da bola A.

73. Suponha que as trajetórias dos objetos antes da colisão façam ângulos $\theta > 0$ e $\phi > 0$ com o eixo x, como mostra a figura ao lado. Após a colisão, os objetos se movem juntos, ao longo do eixo x, com velocidade v'.



Como a componente y do momento total do sistema de duas partículas é conservada,

$$mv \operatorname{sen} \theta - mv \operatorname{sen} \phi = 0,$$

o que nos dá $\phi = \theta$.

Como a componente x é conservada,

$$2mv \cos \theta = 2mv'.$$

Como, de acordo com o enunciado, $v' = v/2$, a equação anterior nos dá $\cos \theta = 1/2$. Assim, $\theta = 60°$ e o ângulo entre as velocidades iniciais dos dois objetos é 120°.

74. (a) De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}\,'_A + m_B \vec{v}\,'_B .$$

Como $m_A = m_B = m = 2{,}0$ kg, as massas se cancelam e obtemos:

$$\vec{v}'_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B - \vec{v}'_A = (15\hat{\text{i}} + 30\hat{\text{j}})\ \text{m/s} + (-10\hat{\text{i}} + 5\hat{\text{j}})\ \text{m/s} - (-5\hat{\text{i}} + 20\hat{\text{j}})\ \text{m/s}$$

$$= (10\hat{\text{i}} + 15\hat{\text{j}})\ \text{m/s} .$$

(b) A energia cinética final e a energia cinética inicial são

$$K_f = \frac{1}{2}mv'^2_A + \frac{1}{2}mv'^2_B = \frac{1}{2}(2{,}0)\left[(-5)^2 + 20^2 + 10^2 + 15^2\right] = 8{,}0 \times 10^2\ \text{J}$$

$$K_i = \frac{1}{2}mv^2_A + \frac{1}{2}mv^2_B = \frac{1}{2}(2{,}0)\left[15^2 + 30^2 + (-10)^2 + 5^2\right] = 1{,}3 \times 10^3\ \text{J} .$$

A variação da energia cinética é, portanto, $\Delta K = -5{,}0 \times 10^2$ J (ou seja, da energia cinética inicial, 500 J são perdidos na colisão).

75. Escolhemos o eixo x no sentido do movimento do próton 1 e especificamos os ângulos da forma usual, de modo que $\theta = +60°$ para o próton 1, que após a colisão passa a se mover no primeiro quadrante, e $\phi = -30°$ para o próton 2, que após a colisão passa a se mover no quarto quadrante (de acordo com o enunciado, os dois prótons se movem em trajetórias perpendiculares). Aplicando a lei de conservação do momento linear às componentes x e y, temos:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 &= m_1 v'_1 \cos\theta + m_2 v'_2 \cos\phi \\ 0 &= m_1 v'_1 \operatorname{sen}\theta + m_2 v'_2 \operatorname{sen}\phi \end{aligned}$$

Como sabemos que $v_1 = 500$ m/s, temos duas equações e duas incógnitas. Além disso, como $m_1 = m_2$, as massas se cancelam e não aparecem na solução.

(a) Combinando as equações acima e explicitando v'_2, obtemos:

$$v'_2 = \frac{v_1 \operatorname{sen}(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta - \phi)} = \frac{(500\ \text{m/s})\operatorname{sen}(60°)}{\operatorname{sen}(90°)} = 433\ \text{m/s}$$

em que usamos a identidade $\operatorname{sen}\theta \cos\phi - \cos\theta \operatorname{sen}\phi = \operatorname{sen}(\theta - \phi)$.

(b) Explicitando v'_1, obtemos:

$$v'_1 = \frac{v_1 \operatorname{sen}(\theta)}{\operatorname{sen}(\phi - \theta)} = \frac{(500\ \text{m/s})\operatorname{sen}(-30°)}{\operatorname{sen}(-90°)} = 250\ \text{m/s}.$$

76. De acordo com a Eq. 9-88,

$$v_f = v_i + v_{\text{rel}} \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) = 105\text{ m/s} + (253\text{ m/s}) \ln\left(\frac{6090\text{ kg}}{6010\text{ kg}}\right) = 108\text{ m/s}.$$

77. PENSE Como a massa da barcaça mais rápida está aumentando, é preciso aumentar a força dos motores para que a velocidade não diminua.

FORMULE Vamos considerar o que acontece com o carvão que é transferido para a barcaça mais rápida durante um intervalo de tempo Δt. Nesse intervalo, uma massa Δm de carvão experimenta uma variação de velocidade (de uma velocidade menor para uma velocidade maior) $\Delta v = v_{\text{maior}} - v_{\text{menor}}$. A taxa de variação do momento do carvão é, portanto,

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(\Delta m)}{\Delta t}\Delta v = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)(v_{\text{maior}} - v_{\text{menor}})$$

que, de acordo com a Eq. 9-23, deve ser igual à força exercida pela barcaça mais rápida sobre o carvão. Note que só foi possível substituir dp/dt por $\Delta p/\Delta t$ na Eq. 9-23 porque a taxa de transferência do carvão e as velocidades das barcaças são constantes. Note também que estamos considerando desprezível a velocidade transversal do carvão ao ser transferido de uma barcaça para outra.

ANALISE (a) Usando o raciocínio exposto e convertendo a taxa de transferência do carvão e as velocidades das barcaças para unidades do SI (kg/s e m/s, respectivamente), obtemos

$$F_{\text{maior}} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)(v_{\text{maior}} - v_{\text{menor}}) = (16{,}67\text{ kg/s})(5{,}56\text{ m/s} - 2{,}78\text{ m/s}) = 46{,}3\text{ N}$$

(b) Como o momento do carvão que permanece na barcaça mais lenta não muda com a transferência do carvão, não é necessário que o motor forneça uma força adicional.

APRENDA A força que deve ser aplicada à barcaça mais rápida para que a velocidade não mude é igual à taxa de variação do momento do carvão ao ser transferido.

78. Podemos usar a Eq. 9-88, com $v_i = 0$, $v_f = v$ e $v_{\text{rel}} = u$.

$$v_f - v_i = v_{\text{rel}} \ln\frac{M_i}{M_f} \Rightarrow \frac{M_i}{M_f} = e^{v/u}$$

(a) Para $v = u$, $\dfrac{M_i}{M_f} = e^1 \approx 2{,}7.$

(b) Para $v = 2u$, $\dfrac{M_i}{M_f} = e^2 \approx 7{,}4.$

79. PENSE A queima do combustível faz variar tanto a massa como a velocidade do foguete.

FORMULE O empuxo de um foguete é dado por $T = Rv_{\text{rel}}$, em que R é a taxa de consumo de combustível e v_{rel} é a velocidade dos produtos da combustão em relação ao foguete. Por outro lado, a massa de combustível perdida é dada por $M_c = R\Delta t$, em que Δt é o intervalo durante o qual o combustível foi queimado. Assim, a massa do foguete após a queima é

$$M_f = M_i - M_c$$

ANALISE (a) De acordo com a equação anterior,

$$T = Rv_{\text{rel}} = (480\text{ kg/s})(3{,}27\times10^3\text{ m/s}) = 1{,}57\times10^6\text{ N}$$

(b) Como a massa de combustível perdida é $M_c = R\Delta t = (480\text{ kg/s})(250\text{ s}) = 1{,}20 \times 10^5$ kg, a massa final do foguete é

$$M_f = M_i - M_c = (2{,}55 \times 10^5\text{ kg}) - (1{,}20 \times 10^5\text{ kg}) = 1{,}35 \times 10^5\text{ kg}$$

(c) Como a velocidade inicial do foguete é zero, a Eq. 9-88 nos dá

$$v_f = v_{\text{rel}} \ln \frac{M_i}{M_f} = \left(3{,}27\times10^3 \text{ m/s}\right)\ln\left(\frac{2{,}55\times10^5 \text{ kg}}{1{,}35\times10^5 \text{ kg}}\right) = 2{,}08\times10^3 \text{ m/s}$$

APRENDA A aceleração do foguete aumenta enquanto o combustível está sendo queimado, porque a massa do foguete diminui. De acordo com a Eq. 9-87, combinada com a relação $T = Rv_{\text{rel}}$, o empuxo T do foguete está relacionado à aceleração pela equação $T = Ma$. Usando essa equação, a aceleração inicial do foguete é

$$a_i = \frac{T}{M_i} = \frac{1{,}57\times10^6 \text{ N}}{2{,}55\times10^5 \text{ kg}} = 6{,}16 \text{ m/s}^2$$

e a aceleração final é

$$a_f = \frac{T}{M_f} = \frac{1{,}57\times10^6 \text{ N}}{1{,}35\times10^5 \text{ kg}} = 11{,}6 \text{ m/s}^2.$$

80. A velocidade do objeto é

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(3500-160t)\,\hat{\text{i}} + 2700\,\hat{\text{j}} + 300\,\hat{\text{k}}\right] = -160\,\hat{\text{i}} \text{ m/s}.$$

(a) O momento linear é

$$\vec{p} = m\vec{v} = (250)\left(-160\,\hat{\text{i}}\right) = -4{,}0\times10^4\,\hat{\text{i}} \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) O foguete está se movendo para oeste (na direção $-\hat{\text{i}}$).

(c) De acordo com a Eq. 9-23, como o valor de $\vec{p}$ não varia com o tempo, a força que age sobre o foguete é zero.

81. Vamos supor que não existem forças externas agindo sobre o sistema formado pelas duas partes do último estágio. Nesse caso, o momento total do sistema é conservado. Seja m_i a massa do invólucro do foguete e seja m_c a massa da carga. Inicialmente, as duas partes estão se movendo à mesma velocidade v. Depois que a trava é aberta, o invólucro passa a se mover com velocidade v_i e a carga passa a se mover com velocidade v_c. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$(m_i + m_c)v = m_i v_i + m_c v_c.$$

(a) Depois que a trava é aberta, a carga, cuja massa é menor, passa a se mover com maior velocidade que o invólucro. Vamos fazer $v_c = v_i + v_{\text{rel}}$, em que v_{rel} é a velocidade relativa. Substituindo essa expressão na equação anterior, obtemos

$$(m_i + m_c)v = m_i v_i + m_c v_i + m_c v_{\text{rel}}$$

Assim,

$$v_i = \frac{(m_i + m_c)v - m_c v_{\text{rel}}}{m_i + m_c} = \frac{(290{,}0 \text{ kg} + 150{,}0 \text{ kg})(7600 \text{ m/s}) - (150{,}0 \text{ kg})(910{,}0 \text{ m/s})}{290{,}0 \text{ kg} + 150{,}0 \text{ kg}}$$

$$= 7290 \text{ m/s}.$$

(b) A velocidade final da carga é $v_c = v_i + v_{\text{rel}} = 7290 \text{ m/s} + 910{,}0 \text{ m/s} = 8200 \text{ m/s}$.

(c) A energia cinética total antes que a trava seja aberta é

$$K_i = \frac{1}{2}(m_i + m_c)v^2 = \frac{1}{2}(290{,}0 \text{ kg} + 150{,}0 \text{ kg})(7600 \text{ m/s})^2 = 1{,}271\times10^{10} \text{ J}.$$

(d) A energia cinética total depois que a trava é aberta é

$$K_f = \frac{1}{2}m_i v_i^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2 = \frac{1}{2}(290{,}0\ \text{kg})(7290\ \text{m/s})^2 + \frac{1}{2}(150{,}0\ \text{kg})(8200\ \text{m/s})^2$$
$$= 1{,}275 \times 10^{10}\ \text{J}.$$

(e) A energia cinética total aumentou ligeiramente porque a energia elástica da mola foi convertida em energia cinética.

82. Seja m a massa dos andares mais altos. De acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade dos andares mais altos imediatamente antes do choque é

$$mgd = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gd}.$$

O módulo do impulso durante o choque é

$$J = |\Delta p| = m|\Delta v| = mv = m\sqrt{2gd} = mg\sqrt{\frac{2d}{g}} = W\sqrt{\frac{2d}{g}}$$

sendo $W = mg$ o peso dos andares mais altos. Assim, a força média exercida sobre o andar mais baixo é

$$F_{\text{méd}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t}\sqrt{\frac{2d}{g}}$$

Para $F_{\text{méd}} = sW$, em que s é o fator de segurança, temos:

$$s = \frac{1}{\Delta t}\sqrt{\frac{2d}{g}} = \frac{1}{1{,}5\times 10^{-3}\ \text{s}}\sqrt{\frac{2(4{,}0\ \text{m})}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 6{,}0\times 10^2.$$

83. (a) De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_D v_D + m_E v_E = 0 \quad \Rightarrow \quad (0{,}500\ \text{kg})\, v_D + (1{,}00\ \text{kg})(-1{,}20\ \text{m/s}) = 0,$$

o que nos dá $v_D = 2{,}40$ m/s. Assim, $\Delta x = v_D\, t = (2{,}40\ \text{m/s})(0{,}800\ \text{s}) = 1{,}92$ m.

(b) Nesse caso, $m_D v_D + m_E (v_D - 1{,}20\ \text{m/s}) = 0$, o que nos dá

$$v_D = \frac{(1{,}2\ \text{m/s})m_E}{m_E + m_D} = \frac{(1{,}20\ \text{m/s})(1{,}00\ \text{kg})}{1{,}00\ \text{kg} + 0{,}500\ \text{kg}} = 0{,}800\ \text{m/s}.$$

Assim, $\Delta x = v_D\, t = 0{,}640$ m.

84. (a) Pela simetria da colisão, podemos ver que a soma das componentes y dos momentos das partículas após a colisão é zero. Assim, se a colisão for perfeitamente inelástica, as partículas (que, no caso de uma colisão perfeitamente inelástica, permanecem juntas) viajarão ao longo do eixo x.

(b) No caso de uma colisão elástica de duas partículas iguais, a velocidade final das partículas é igual à velocidade inicial. De acordo com a lei de conservação do momento, o ângulo entre as trajetórias das partículas após a colisão é igual ao ângulo entre as trajetórias antes da colisão. Assim, uma das partículas viajará ao longo da trajetória 2 e a outra ao longo da trajetória 3.

(c) No caso de uma colisão parcialmente inelástica, a velocidade final das partículas é menor que a velocidade inicial. Entretanto, de acordo com a lei de conservação do momento, a soma das componentes x da velocidade após o choque não pode ser menor que a soma das componentes x da velocidade antes do choque. Isso significa que a perda de velocidade se manifesta através de uma diminuição das componentes y. Isso, por sua vez, significa que o ângulo entre as trajetórias das partículas após a colisão é menor que o ângulo das trajetórias das partículas antes da colisão. Assim, uma das partículas viajará na região B e a outra na região C, em trajetórias simétricas em relação ao eixo x. Note que se trata de uma situação intermediária em relação às situações descritas nos itens (a) e (b).

(d) De acordo com a lei de conservação do momento, as componentes x das duas partículas são as mesmas antes e depois da colisão. Nesse caso, portanto, as partículas viajarão juntas após a colisão com uma velocidade escalar

$$v_f = v_{fx} = v\cos\theta = (4{,}00 \text{ m/s}) \cos 40° = 3{,}06 \text{ m/s}.$$

(e) Nesse caso, como foi dito no item (b), a velocidade final das duas partículas é igual à velocidade inicial, ou seja, as duas partículas viajarão com uma velocidade escalar de 4,00 m/s.

85. Após a primeira colisão, de acordo com as Eqs. 9-67 e 9-68,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} v_{1i} = -\frac{1}{3} v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} v_{1i} = \frac{2}{3} v_{1i}.$$

Após a segunda colisão, as velocidades são

$$v_{2ff} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_{2f} = \frac{-m_2}{3m_2} \frac{2}{3} v_{1i} = -\frac{2}{9} v_{1i}$$

$$v_{3ff} = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_{2f} = \frac{2m_2}{3m_2} \frac{2}{3} v_{1i} = \frac{4}{9} v_{1i}.$$

(a) Para $v_{1i} = 4$ m/s, obtemos $v_{3ff} \approx 1{,}78$ m/s.

(b) De acordo com o resultado do item (a), v_{3ff} é menor que v_{1i}.

(c) A energia cinética final do bloco 3 (expressa em termos da energia cinética inicial do bloco 1) é

$$K_{3ff} = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 = \frac{1}{2} (4m_1) \left(\frac{16}{9}\right)^2 v_{1i}^2 = \frac{64}{81} K_{1i}.$$

Vemos, portanto, que K_{3ff} é menor que K_{1i}.

(d) O momento final do bloco 3 é

$$p_{3ff} = m_3 v_{3ff} = (4m_1)\left(\frac{16}{9}\right) v_1 = \frac{64}{9} m_1 v_1 = \frac{64}{9} p_{1i}$$

Vemos, portanto, que p_{3ff} é maior que p_{1i}.

86. (a) Usando a Eq. 9-68 duas vezes, temos:

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{1{,}5m_1} (4{,}00 \text{ m/s}) = \frac{16}{3} \text{ m/s}$$

$$v_3 = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_2 = \frac{2m_2}{1{,}5m_2} (16/3 \text{ m/s}) = \frac{64}{9} \text{ m/s} = 7{,}11 \text{ m/s}.$$

(b) O resultado do item (a) mostra que a velocidade do bloco 3 é maior que a velocidade inicial do bloco 1.

(c) A energia cinética do bloco 3 é

$$K_{3f} = \frac{1}{2}m_3 v_3^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 m_1 \left(\frac{16}{9}\right)^2 v_{1i}^2 = \frac{64}{81}K_{1i}.$$

Vemos, portanto, que a energia cinética do bloco 3 é menor que a energia cinética inicial do bloco 1. Como, na situação final, a energia cinética inicial é compartilhada pelos três blocos (que continuam todos em movimento), essa conclusão já era esperada.

(d) O momento do bloco 3 é

$$p_{3f} = m_3 v_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 m_1 \left(\frac{16}{9}\right) v_{1i} = \frac{4}{9}p_{1i}.$$

Portanto, o momento do bloco 3 é menor que o momento inicial do bloco 1.

87. Escolhemos como sentido positivo o sentido do movimento da bola depois de ricochetear na parede (o que, naturalmente, significa que a velocidade inicial da bola é negativa).

(a) A velocidade da bola imediatamente após a colisão é

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(K_i/2)}{m}} = \sqrt{\frac{mv_i^2/2}{m}} = \frac{v_i}{\sqrt{2}} \approx 3,7 \text{ m/s}.$$

(b) Para m = 0,15 kg, o teorema do momento linear e impulso (Eq. 9-31) nos dá

$$\vec{J} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i = (0,15 \text{ kg})(3,7 \text{ m/s}) - (0,15 \text{ kg})(-5,2 \text{ m/s}) = 1,3 \text{ N}\cdot\text{s}.$$

(c) A Eq. 9-35 nos dá $F_{\text{med}} = J/\Delta t$ = 1,3/0,0076 = $1,8 \times 10^2$ N.

88. Consideramos primeiro a parte de 1200 kg part. O impulso tem módulo J e (para nossa escolha do sistema de coordenadas) aponta no sentido negativo. Seja m_1 a massa dessa parte e seja v_1 a velocidade depois que os rebites explodem. Vamos supor que as duas partes estão em repouso antes da explosão. Nesse caso, $J = m_1 v_1$ e, portanto,

$$v_1 = \frac{J}{m_1} = \frac{300 \text{ N}\cdot\text{s}}{1200 \text{ kg}} = 0,25 \text{ m/s}.$$

Como o impulso que age sobre a parte de 1800 kg tem o mesmo módulo e o sentido oposto, $-J = m_2 v_2$, em que m_2 é a massa dessa parte e v_2 a velocidade depois que os rebites explodem. Assim,

$$v_2 = -\frac{J}{m_2} = -\frac{300\text{N}\cdot\text{s}}{1800 \text{ kg}} = -0,167 \text{ m/s}.$$

A velocidade relativa das duas partes após a explosão é, portanto,

$$u = 0,25 \text{ m/s} - (-0,167 \text{ m/s}) = 0,417 \text{ m/s}.$$

89. PENSE O momento do carro muda quando ele faz a curva e muda novamente quando ele colide com a árvore.

FORMULE Se o momento inicial e o momento final de um objeto são $\vec{p}_i = m\vec{v}_i$ e $\vec{p}_f = m\vec{v}_f$, respectivamente, o impulso recebido pelo objeto é igual à variação do momento:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

A força média durante o tempo de duração do impulso, Δt, é dada por $\vec{F}_{\text{méd}} = \vec{J}/\Delta t$.

ANALISE (a) O momento inicial do carro é

$$\vec{p}_i = m\vec{v}_i = (1400\,\text{kg})(5{,}3\,\text{m/s})\hat{\text{j}} = (7400\,\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{j}}$$

e o momento final depois que o carro faz a curva é $\vec{p}_f = (7400\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}}$ (note que o módulo do momento não muda). Assim, o impulso é

$$\vec{J} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = (7{,}4\times10^3\ \text{N}\cdot\text{s})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})$$

(b) Como o momento inicial do carro depois de fazer a curva é $\vec{p}_i' = (7400\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}}$ e o momento final após a colisão com a árvore é $\vec{p}_f' = 0$, o impulso é

$$\vec{J}' = \vec{p}_f' - \vec{p}_i' = (-7{,}4\times10^3\,\text{N}\cdot\text{s})\hat{\text{i}}$$

(c) A força média que age sobre o carro durante a curva é

$$\vec{F}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{J}}{\Delta t} = \frac{(7400\,\text{kg}\cdot\text{m/s})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})}{4{,}6\ \text{s}} = (1600\,\text{N})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})$$

e o módulo da força é

$$F_{\text{méd}} = (1600\,\text{N})\sqrt{2} = 2{,}3\times10^3\,\text{N}$$

(d) A força média durante a colisão com a árvore é

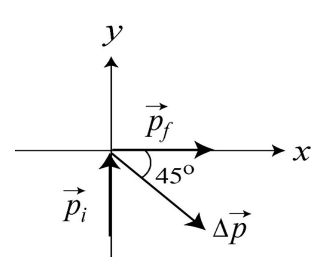
$$\vec{F}'_{\text{méd}} = \frac{\vec{J}'}{\Delta t} = \frac{(-7400\,\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}}}{350\times10^{-3}\text{s}} = (-2{,}1\times10^4\,\text{N})\hat{\text{i}}$$

e o módulo da força é

$$F'_{\text{méd}} = 2{,}1\times10^4\ \text{N}.$$

(e) Como, de acordo com o item (c), a força média que age sobre o carro durante a curva é $F_{\text{méd}} = (1600\ \text{N})(\hat{\text{i}} - \hat{\text{j}})$, a força média faz um ângulo de −45° com o semieixo x positivo.

APRENDA Durante a curva, a força média tem a mesma direção que $\Delta\vec{p}$. Como as componentes x e y de $\Delta\vec{p}$ têm o mesmo valor absoluto, a componente x é positiva e a componente y é negativa, a força média faz um ângulo de −45° com o semieixo x positivo, como mostra a figura.



90. (a) Podemos calcular o momento $\vec{p}_{nf}$ do núcleo filho a partir da lei de conservação do momento:

$$\vec{p}_{np} = \vec{p}_e + \vec{p}_v + \vec{p}_{nf} \ \Rightarrow\ 0 = (-1{,}2\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}} + (-6{,}4\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{j}} + \vec{p}_{nf}$$

Assim,

$$\vec{p}_{nf} = (1{,}2\times10^{-22}\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{i}} + (6{,}4\times10^{-23}\text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\text{j}}.$$

O módulo do momento do núcleo filho é

$$|\vec{p}_{nf}| = \sqrt{(1,2\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2 + (6,4\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2} = 1,4\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) O ângulo entre o momento do núcleo filho e o semieixo x positivo é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6,4\times10^{-23}}{1,2\times10^{-22}}\right) = 28°.$$

(c) Combinando as equações $p = mv$ e $K = mv^2/2$, obtemos, para $p = p_{nf}$ e $m = m_{nf}$,

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1,4\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2}{2(5,8\times10^{-26}\ \text{kg})} = 1,6\times10^{-19}\ \text{J}.$$

91. Como não existem forças externas com componente horizontal agindo sobre o sistema carrinho-homem e a soma das forças verticais é nula, o momento total do sistema é conservado. Sejam m_c a massa, v a velocidade inicial e v_c a velocidade final do carrinho (depois que o homem pula). Seja m_h a massa do homem. A velocidade inicial do homem é igual à do carrinho e a velocidade final é zero. De acordo com a lei de conservação do momento, $(m_h + m_c)v = m_c v_c$. Assim, a velocidade final do carrinho é

$$v_c = \frac{v(m_h + m_c)}{m_c} = \frac{(2,3\ \text{m/s})(75\ \text{kg} + 39\ \text{kg})}{39\ \text{kg}} = 6,7\ \text{m/s}.$$

A variação de velocidade do carrinho é 6,7 m/s – 2,3 m/s = + 4,4 m/s, ou seja, a velocidade do carrinho aumenta de 4,4 m/s. Fisicamente, o que acontece é o seguinte: para perder velocidade, o homem tem que empurrar o carrinho para a frente, porque, assim, a reação do carrinho o empurrará para trás.

92. A solução não depende das propriedades da mola que liga os dois blocos. De acordo com a Eq. 9-17, temos:

$$M\vec{v}_{\text{CM}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (1,0\ \text{kg})(1,7\ \text{m/s}) + (3,0\ \text{kg})\vec{v}_2$$

o que nos dá $|\vec{v}_2|$ = 0,57 m/s. O sentido de $\vec{v}_2$ é oposto ao de $\vec{v}_1$, ou seja, ambos se movem em direção ao centro de massa, mas vindo de direções opostas.

93. PENSE O fato de a locomotiva e o vagão permanecerem juntos após a colisão significa que a colisão é perfeitamente inelástica. O movimento é unidimensional.

FORMULE Sejam m_L a massa da locomotiva e v_L a velocidade inicial da locomotiva. Sejam m_V a massa do vagão e v a velocidade da locomotiva e do vagão após a colisão. Aplicando a lei de conservação do momento ao sistema formado pela locomotiva e o vagão, temos

$$m_L v_L = (m_L + m_V)v \;\Rightarrow\; v = \frac{m_L v_L}{m_L + m_V}$$

A energia cinética inicial do sistema é $K_i = m_L v_L^2/2$ e a energia cinética final é

$$K_f = \frac{1}{2}(m_L + m_V)v^2 = \frac{1}{2}(m_L + m_V)\frac{m_L^2 v_L^2}{(m_L + m_V)^2} = \frac{1}{2}\frac{m_L^2 v_L^2}{(m_L + m_V)}$$

Como 27% da energia cinética inicial é perdida, sabemos que $K_f = 0,73K_i$. Combinando essa relação com a equação anterior, podemos obter o valor de m_V, a massa do vagão.

ANALISE Para $K_f = 0,73K_i$, temos

$$\frac{1}{2}\frac{m_L^2 v_L^2}{(m_L + m_V)} = (0,73)\left(\frac{1}{2}m_L v_L^2\right)$$

o que nos dá $m_L/(m_L + m_V) = 0,73$. Explicitando m_V, obtemos

$$m_V = \frac{0{,}27}{0{,}73} m_L = 0{,}37 m_L = (0{,}37)(3{,}18 \times 10^4 \text{ kg}) = 1{,}18 \times 10^4 \text{ kg}$$

APRENDA Nas colisões inelásticas, a energia não é conservada, mas o momento é conservado, a não ser que existam forças externas agindo sobre o sistema.

94. Seja m_C a massa e seja v_C a velocidade do Chrysler. Seja m_F a massa e seja v_F a velocidade do Ford. Nesse caso, a velocidade do centro de massa é

$$v_{\text{CM}} = \frac{m_C v_C + m_F v_F}{m_C + m_F} = \frac{(2400 \text{ kg})(80 \text{ km/h}) + (1600 \text{ kg})(60 \text{ km/h})}{2400 \text{ kg} + 1600 \text{ kg}} = 72 \text{ km/h}.$$

Note que, como os dois carros estão viajando no mesmo sentido, os dois termos do numerador têm o mesmo sinal.

95. PENSE O choque de dois objetos que sofrem uma colisão oblíqua pode ser considerado uma colisão elástica bidimensional, se tanto o momento como a energia mecânica forem conservados.

FORMULE Se massa das bolas é m e a velocidade inicial de uma das bolas é v_{1i}, a aplicação da lei de conservação do momento às componentes x e y do movimento nos dá

$$m v_{1i} = m v_{1f} \cos\theta_1 + m v_{2f} \cos\theta_2$$
$$0 = m v_{1f} \operatorname{sen}\theta_1 - m v_{2f} \operatorname{sen}\theta_2$$

ANALISE (a) Resolvendo o sistema de equações anteriores, obtemos

$$v_{1f} = \frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} v_{1i}, \quad v_{2f} = \frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} v_{1i}$$

Como v_{2f} = 1,1 m/s = $v_{1f}/2$ e θ_2 = 60º, temos

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}(\theta_1 + 60°)} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

o que nos dá θ_1 = 30º. Assim, a velocidade da bola 1 após a colisão é

$$v_{1f} = \frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} v_{1i} = \frac{\operatorname{sen} 60°}{\operatorname{sen}(30° + 60°)} v_{1i} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{1i} = \frac{\sqrt{3}}{2}(2{,}2 \text{ m/s}) = 1.9 \text{ m/s}$$

(b) De acordo com o resultado do item (a), θ_1 = 30º no *sentido horário* em relação ao semieixo x positivo ou, alternativamente, θ_1 = −30º no *sentido anti-horário* em relação ao semieixo x positivo.

(c) A energia cinética antes da colisão é $K_i = m v_{1i}^2/2$. Depois da colisão, temos

$$K_f = \frac{1}{2} m \left(v_{1f}^2 + v_{2f}^2\right)$$

Substituindo v_{1f} e v_{2f} por seus valores em termos de θ_1 e θ_2, obtemos

$$K_f = \frac{1}{2} m \left[\frac{\operatorname{sen}^2\theta_2}{\operatorname{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\operatorname{sen}^2\theta_1}{\operatorname{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)}\right] v_{1i}^2$$

Como θ_1 = 30º e θ_2 = 60º, $\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2) = 1$, $\operatorname{sen}^2\theta_1 + \operatorname{sen}^2\theta_2 = \operatorname{sen}^2\theta_1 + \cos^2\theta_1 = 1$, e, portanto, $K_f = m v_{1i}^2/2 = K_i$, o que significa que a energia mecânica é conservada; logo, a colisão é elástica.

APRENDA Quando a colisão oblíqua de dois objetos de massas iguais é elástica, como neste caso, as trajetórias dos objetos após a colisão são mutuamente perpendiculares, ou seja, $\theta_1 + \theta_2 = 90°$.

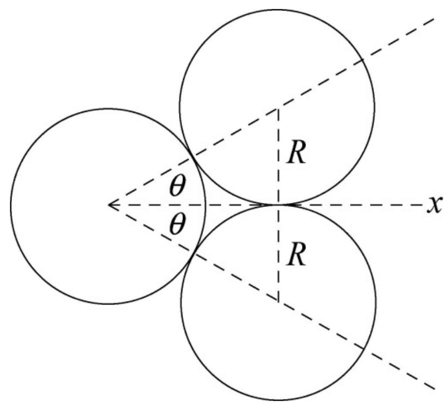
96. (a) De acordo com a Eq. 9-87, o empuxo é

$$Rv_{rel} = Ma = \left(4,0\times10^4 \text{ kg}\right)\left(2,0 \text{ m/s}^2\right) = 8,0\times10^4 \text{ N}.$$

(b) De acordo com o resultado do item (a), para v_{rel} = 3000 m/s,

$$R = \frac{8,0\times10^4 \text{ N}}{3,0\times10^3 \text{ m/s}} \approx 27 \text{ kg/s}.$$

97. A figura a seguir mostra a situação no momento em que a bola incidente (a bola da esquerda) se choca com as outras duas.



A bola incidente exerce um impulso de mesmo módulo sobre as outras duas bolas, ao longo da reta que liga o centro da bola incidente ao centro da bola que sofre o choque. As bolas que sofrem o choque se afastam ao longo dessas retas, enquanto a bola incidente continua a se mover ao longo do eixo x. Como as três retas tracejadas mostradas na figura, que representam as trajetórias das bolas após a colisão, formam um triângulo equilátero, os ângulos θ assinalados na figura valem 30°. Seja v_0 a velocidade da bola incidente antes do choque e seja V a velocidade depois do choque. As duas bolas que sofrem o choque se afastam com a mesma velocidade, que vamos chamar de v. Vamos chamar de m a massa de cada uma das três bolas. Como a componente x do momento total do sistema de três bolas é conservada,

$$mv_0 = mV + 2mv\cos\theta$$

e, como a energia cinética total é conservada,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mV^2 + 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right).$$

A primeira equação nos dá $V = v_0 - 2v\cos\theta$; elevando ao quadrado, obtemos

$$V^2 = v_0^2 - 4v_0v\cos\theta + 4v^2\cos^2\theta.$$

Substituindo na segunda equação e explicitando v, obtemos

$$v = \frac{2v_0\cos\theta}{1+2\cos^2\theta} = \frac{2(10 \text{ m/s})\cos 30°}{1+2\cos^2 30°} = 6,9 \text{ m/s}.$$

(a) De acordo com o cálculo acima, o módulo da velocidade da bola 2 da Fig. 9-76 é 6,9 m/s.

(b) A velocidade da bola 2 faz um ângulo de 30° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

(c) A velocidade da bola 3 é 6,9 m/s.

(d) A velocidade da bola 3 faz um ângulo de 30° no sentido horário com o semieixo x positivo.

(e) Podemos usar a equação do momento para calcular a velocidade final da bola 1:

$$V = v_0 - 2v\cos\theta = 10 \text{ m/s} - 2(6{,}9 \text{ m/s})\cos 30° = -2{,}0 \text{ m/s}.$$

Assim, o módulo da velocidade da bola 1 é 2,0 m/s.

(f) O sinal negativo mostra que, após o choque, a bola 1 se move no sentido negativo do eixo x.

98. (a) A variação do momento da bola é

$$\Delta\vec{p} = (0{,}15)[2\hat{\text{i}} + 3{,}5\hat{\text{j}} - 3{,}2\hat{\text{k}} - (5\hat{\text{i}} + 6{,}5\hat{\text{j}} + 4\hat{\text{k}})] = (-0{,}450\hat{\text{i}} - 0{,}450\hat{\text{j}} - 1{,}08\hat{\text{k}}) \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) De acordo com o teorema do momento linear e impulso (Eq. 9-31),

$$\vec{J} = (-0{,}450\hat{\text{i}} - 0{,}450\hat{\text{j}} - 1{,}08\hat{k}) \text{ N}\cdot\text{s}.$$

(c) Como, de acordo com a terceira lei de Newton, $\vec{J}_{\text{parede}} = -\vec{J}_{\text{bola}}$, onde $\vec{J}_{\text{bola}}$ é o resultado do item (b), temos:

$$\vec{J}_{\text{parede}} = (0{,}450\hat{\text{i}} + 0{,}450\hat{\text{j}} + 1{,}08\hat{k}) \text{ N}\cdot\text{s}.$$

99. (a) Vamos colocar a origem do sistema de coordenadas no centro da polia, com o eixo x horizontal, apontando para a direita, e o eixo y vertical, apontando para baixo. O centro de massa está entre os dois recipientes, no ponto $x = 0$ e $y = \ell$, sendo que ℓ é a distância vertical entre o centro da polia e o centro de massa de um dos recipientes. Como o diâmetro da polia é 50 mm, a distância horizontal entre o centro de massa do recipiente 1 e o centro de massa do sistema de dois recipientes é 25 mm.

(b) Se 20 g de açúcar são transferidos do recipiente 1 para o recipiente 2, a massa do recipiente 1 se torna $m_1 = 480$ g, mas a coordenada x do centro de massa do recipiente 1 continua a ser $x_1 = -25$ mm. A massa do recipiente 2 se torna $m_2 = 520$ g, mas a coordenada x do recipiente 2 continua a ser $x_2 = +25$ mm. Assim, a coordenada x do centro de massa do sistema passa a ser

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(480 \text{ g})(-25 \text{ mm}) + (520 \text{ g})(25 \text{ mm})}{480 \text{ g} + 520 \text{ g}} = 1{,}0 \text{ mm}.$$

A coordenada y do centro de massa do sistema continua a ser $y = \ell$. O novo centro de massa do sistema está, portanto, a uma distância horizontal de 26 mm do centro de massa do recipiente 1 e a uma distância vertical ℓ do centro da polia.

(c) Quando os recipientes são liberados, o recipiente mais pesado desce e o recipiente mais leve sobe. Em consequência, o centro de massa, que tende a permanecer mais próximo do recipiente mais pesado, se desloca para baixo.

(d) Como os recipientes estão ligados por uma corda que passa por uma polia, as acelerações têm o mesmo módulo e sentidos opostos. Se a é a aceleração do recipiente 2, a aceleração do recipiente 1 é $-a$. A aceleração do centro de massa é

$$a_{\text{CM}} = \frac{m_1(-a) + m_2a}{m_1 + m_2} = a\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}.$$

Podemos usar a segunda lei de Newton para determinar a aceleração dos recipientes. As forças que agem sobre o recipiente 1 são a força da gravidade m_1g, que aponta para baixo, e a tensão T da corda, que aponta para cima. De acordo com a segunda lei de Newton, $m_1g - T = -m_1a$. O sinal negativo aparece porque chamamos de a a aceleração do recipiente 2. Aplicando a segunda lei de Newton ao recipiente 2, obtemos $m_2g - T = m_2a$. De acordo com a primeira equação, $T = m_1g + m_1a$. Substituindo este valor de T na segunda equação e explicitando a, obtemos:

$$a = (m_2 - m_1)g/(m_1 + m_2).$$

Assim,

$$a_{CM} = \frac{g(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(520 \text{ g} - 480 \text{ g})^2}{(480 \text{ g} + 520 \text{ g})^2} = 1{,}6 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2.$$

O sentido da aceleração é para baixo.

100. (a) Usamos a Fig. 9-21 do livro (que trata os dois ângulos como positivos, embora um deles esteja no quarto quadrante; é por isso que o sinal negativo precede o primeiro termo do segundo membro da Eq. 9-80, em vez de aparecer no ângulo). Chamamos a bola branca de bola 1 e a outra bola de bola 2. Aplicando a lei de conservação do momento às componentes x e y do momento total do sistema de duas bolas, temos:

$$mv_{1i} = mv_{1f} \cos\theta_1 + mv_{2f} \cos\theta_2$$
$$0 = -mv_{1f} \operatorname{sen}\theta_1 + mv_{2f} \operatorname{sen}\theta_2.$$

As massas são iguais e se cancelam nas equações. Explicitando sen θ_2 na segunda equação, obtemos:

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{v_{1f}}{v_{2f}} \operatorname{sen}\theta_1 = \left(\frac{3{,}50 \text{ m/s}}{2{,}00 \text{ m/s}}\right) \operatorname{sen} 22{,}0° = 0{,}656.$$

O ângulo entre a direção do movimento da segunda bola após o choque e a direção do movimento da bola branca antes do choque é, portanto, $\theta_2 = \operatorname{sen}^{-1}(0{,}656) = 41{,}0°$.

(b) Podemos usar a primeira equação para determinar a velocidade inicial da bola branca.

$$v_{1i} = v_{1f} \cos\theta_1 + v_{2f} \cos\theta_2 = (3{,}50 \text{ m/s}) \cos 22{,}0° + (2{,}00 \text{ m/s}) \cos 41{,}0° = 4{,}75 \text{ m/s}.$$

(c) A energia cinética inicial, em unidades do SI, é

$$K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m (4{,}75)^2 = 11{,}3m$$

e a energia cinética final é

$$K_f = \frac{1}{2} m v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m v_{2f}^2 = \frac{1}{2} m \left[(3{,}50)^2 + (2{,}00)^2\right] = 8{,}1m.$$

Este resultado mostra que a energia cinética não é conservada.

101. Trata-se de uma colisão totalmente inelástica, seguida por um movimento balístico. Vamos usar a lei de conservação do momento para analisar a colisão.

$$\vec{p}_{\text{sapatos}} = \vec{p}_{\text{conjunto}} \quad \Rightarrow \quad (3{,}2 \text{ kg})(3{,}0 \text{ m/s}) = (5{,}2 \text{ kg})\vec{v}$$

Assim, a velocidade escalar com a qual o conjunto é lançado da borda da mesa é $v = (3{,}2 \times 3{,}0)/5{,}2 = 1{,}8$ m/s.

Para analisar o movimento balístico do conjunto, podemos usar as equações do Capítulo 4 ou a abordagem do Capítulo 8, baseada na conservação da energia. Vamos optar pelo segundo método. A lei de conservação da energia nos dá

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$\frac{1}{2}(5{,}2 \text{ kg})(1{,}8 \text{ m/s})^2 + (5{,}2 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}40 \text{ m}) = K_f + 0$$

Assim, a energia cinética do conjunto imediatamente antes de atingir o chão é K_f = 29 J.

102. (a) Como o centro de massa do sistema homem-balão não se move, o balão se move para baixo com uma certa velocidade u em relação ao solo enquanto o homem está subindo.

(b) Como a velocidade do homem em relação ao solo é $v_s = v - u$, a velocidade do centro de massa do sistema em relação ao solo é

$$v_{CM} = \frac{mv_g - Mu}{M+m} = \frac{m(v-u)-Mu}{M+m} = 0,$$

o que nos dá

$$u = \frac{mv}{M+m} = \frac{(80 \text{ kg})(2{,}5 \text{ m/s})}{320 \text{ kg} + 80 \text{ kg}} = 0{,}50 \text{ m/s}.$$

(c) Se o homem para de subir, não há movimento relativo no interior do sistema e a velocidade, tanto do homem como do balão, passa a ser igual à velocidade do centro de massa do sistema, que é zero. Isso significa que a velocidade escalar do balão nesta situação é zero.

103. De acordo com as Eqs. 9-75 e 9-76, as velocidades dos blocos 1 e 2 após a colisão são (fazendo $v_{1i} = 0$):

$$v_{1f} = \frac{2m_2}{m_1+m_2} v_{2i} \qquad v_{2f} = \frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2} v_{2i}$$

A velocidade do bloco 2 depois de colidir com parede é $-v_{2f}$. De acordo com o enunciado, devemos ter $v_{1f} = -v_{2f}$, ou seja,

$$\frac{2m_2}{m_1+m_2} v_{2i} = -\frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2} v_{2i}$$

o que nos dá

$$2m_2 = -(m_2 - m_1) \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{3}.$$

Para m_1 = 6,6 kg, obtemos m_2 = 2,2 kg.

104. Vamos tratar o carro (de massa m_1) como uma "massa pontual" que está inicialmente a 1,5 m da extremidade direita da barcaça. A extremidade esquerda da barcaça (de massa m_2) está inicialmente no ponto x = 0 (borda do cais), e a extremidade direita está no ponto x = 14 m. O centro de massa da barcaça (sem levar em conta o carro) está inicialmente no ponto x = 7,0 m. Vamos usar a Eq. 9-5 para calcular o centro de massa do sistema:

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{(1500 \text{ kg})(14 \text{ m} - 1{,}5 \text{ m}) + (4000 \text{ kg})(7 \text{ m})}{1500 \text{ kg} + 4000 \text{ kg}} = 8{,}5 \text{ m}.$$

Como não existem formas externas, o centro de massa do sistema não pode mudar. Assim, quando a frente do carro atinge a extremidade esquerda da barcaça (que agora está a uma distância δx do cais), o centro de massa do sistema ainda está a 8,5 m de distância do cais. O carro, considerado como uma "massa pontual", está a 1,5 m de distância da borda esquerda da barcaça. Assim, temos:

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{(1500 \text{ kg})(\delta x + 1{,}5 \text{ m}) + (4000 \text{ kg})(7 \text{ m} + \delta x)}{1500 \text{ kg} + 4000 \text{ kg}} = 8{,}5 \text{ m}.$$

Explicitando δx, obtemos δx = 3,0 m.

105. PENSE Além do momento, a energia mecânica também é conservada nas colisões elásticas.

FORMULE Sejam m_1 a massa do objeto que está inicialmente em movimento, v_{1i} a velocidade desse objeto antes da colisão, e v_{1f} a velocidade desse objeto depois da colisão. Sejam $m_2 = M$ a massa do objeto que está inicialmente em repouso e v_{2f} a velocidade desse objeto após a colisão. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$m_1v_{1i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i}, \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i}$$

Explicitando m_2 na segunda equação, obtemos

$$m_2 = m_1\left(\frac{2v_{1i}}{v_{2f}} - 1\right)$$

ANALISE Para m_1 = 3,0 kg, v_{1i} = 8,0 m/s e v_{2f} = 6,0 m/s, a equação anterior nos dá

$$m_2 = M = m_1\left(\frac{2v_{1i}}{v_{2f}} - 1\right) = (3{,}0\text{ kg})\left(\frac{2(8{,}0\text{ m/s})}{6{,}0\text{ m/s}} - 1\right) = 5{,}0\text{ kg}$$

APRENDA As expressões gerais de v_{1f} e v_{2f} mostram que as massas foram iguais, $v_{1f} = 0$ e $v_{2f} = v_{1i}$, ou seja, a velocidade da bola que estava em movimento é totalmente transferida para a bola que estava em repouso, como às vezes acontece nos jogos de sinuca.

106. Vamos chamar a massa do vagão de M, a massa do lutador de sumô de m, a velocidade inicial do lutador de sumô de v_0 e a velocidade final do vagão de v.

(a) De acordo com a lei de conservação do momento, $mv_0 = (M + m)v$ e, portanto,

$$v = \frac{mv_0}{M + m} = \frac{(242\text{ kg})(5{,}3\text{ m/s})}{2140\text{ kg} + 242\text{ kg}} = 0{,}54\text{ m/s}.$$

(b) Como $v_{rel} = v_0$, temos:

$$mv_0 = Mv + m(v + v_{rel}) = mv_0 + (M + m)v\,,$$

e, portanto, a velocidade do vagão é $v = 0$.

(c) Nesse caso, $mv_0 = Mv + m(v - v_{rel})$, o que nos dá

$$v = \frac{m(v_0 + v_{rel})}{m + M} = \frac{(242\text{ kg})(5{,}3\text{ m/s} + 5{,}3\text{ m/s})}{242\text{ kg} + 2140\text{ kg}} = 1{,}1\text{ m/s}.$$

107. PENSE A aceleração de um foguete depende da taxa de consumo de combustível.

FORMULE O empuxo de um foguete é dado por $T = Rv_{rel}$, em que R é a taxa de consumo de combustível e v_{rel} é a velocidade dos produtos da combustão em relação ao foguete.

ANALISE (a) Para que o empuxo seja igual ao peso Mg do foguete, devemos ter

$$T = Rv_{rel} = Mg \quad \Rightarrow \quad R = \frac{Mg}{v_{rel}} = \frac{(6100\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)}{1200\text{ m/s}} = 49{,}8\text{ kg/s} \approx 50\text{ kg/s}$$

(b) De acordo com a segunda lei de Newton,

$$Rv_{\text{rel}} - Mg = Ma$$

o que nos dá

$$R = \frac{M(g+a)}{v_{\text{rel}}} = \frac{(6100\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2 + 21\text{ m/s}^2)}{1200\text{ m/s}} = 156{,}6\text{ kg/s} \approx 1{,}6\times 10^2\text{ kg/s}$$

APRENDA A solução do item (a) deste problema se baseia no fato de que a taxa mínima de consumo de combustível necessária para que um foguete seja lançado da superfície de um astro é aquela para a qual o empuxo imprime ao foguete uma aceleração igual, em módulo, à aceleração da gravidade no local de lançamento.

108. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$(900\text{ kg})(1000\text{ m/s}) = (500\text{ kg})(v_{\text{nave}} - 100\text{ m/s}) + (400\text{ kg})(v_{\text{nave}}),$$

o que nos dá uma velocidade da nave $v_{\text{nave}} = 1055{,}6$ m/s e uma velocidade do módulo $v_{\text{mod}} = v_{\text{nave}} - 100\text{ m/s} = 955{,}6$ m/s (as duas velocidades medidas em relação à nave-mãe). O aumento relativo da energia cinética é

$$\frac{\Delta K}{K_i} = \frac{K_f}{K_i} - 1 = \frac{(500\text{ kg})(955{,}6\text{ m/s})^2/2 + (400\text{ kg})(1055{,}6\text{ m/s})^2/2}{(900\text{ kg})(1000\text{ m/s})^2/2} = 2{,}5\times 10^{-3}.$$

109. PENSE Este problema envolve o conceito de centro de massa.

FORMULE De acordo com a Eq. 9-2, a distância entre o centro da Terra e o centro de massa do sistema Terra-Lua é dada por

$$r_{\text{CM}} = \frac{m_L r_{LT}}{m_L + m_T}$$

em que m_L é a massa da Lua, m_T é a massa da Terra e r_{LT} é a distância entre a Terra e a Lua.

ANALISE (a) Para $m_L = 7{,}36\times 10^{22}$ kg, $m_T = 5{,}98\times 10^{24}$ kg e $r_{LT} = 3{,}82\times 10^8$ m (esses valores estão no Apêndice C), temos

$$r_{\text{CM}} = \frac{\left(7{,}36\times 10^{22}\text{ kg}\right)\left(3{,}82\times 10^8\text{ m}\right)}{7{,}36\times 10^{22}\text{ kg} + 5{,}98\times 10^{24}\text{ kg}} = 4{,}64\times 10^6\text{ m} \approx 4{,}6\times 10^3\text{ km}$$

(b) Como o raio da Terra é $R_T = 6{,}37\times 10^6$ m, $r_{\text{CM}}/R_T = 0{,}73 = 73\%$.

APRENDA De acordo com o resultado do item (b), o centro de massa do sistema Terra-Lua está no centro da Terra!

110. (a) O módulo do impulso é igual à variação do momento:

$$J = mv - m(-v) = 2mv = 2(0{,}140\text{ kg})(7{,}80\text{ m/s}) = 2{,}18\text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) Como, na definição do cálculo, a média de uma função é a integral da função dividida pelo intervalo correspondente, a força média é o impulso dividido pelo intervalo de tempo Δt. Assim, o módulo da força média é $2mv/\Delta t$. Substituindo por valores numéricos, obtemos

$$F_{\text{méd}} = \frac{2(0{,}140\text{ kg})(7{,}80\text{ m/s})}{0{,}00380s} = 575\text{ N}.$$

111. PENSE A água acrescentada ao trenó passa a se mover com a mesma velocidade que o trenó.

FORMULE Sejam m_t a massa do trenó e v_i a velocidade inicial do trenó. De acordo com a lei de conservação do momento, se a massa total da água transferida para o trenó é m_a, $m_t v_i = (m_t + m_a)v_f$, em que v_f é a velocidade final do sistema trenó-água.

ANALISE Para m_t = 2900 kg, m_a = 920 kg e v_i = 250 m/s, temos

$$v_f = \frac{m_t v_i}{m_t + m_a} = \frac{(2900 \text{ kg})(250 \text{ m/s})}{2900 \text{ kg} + 920 \text{ kg}} = 189{,}8 \text{ m/s} \approx 190 \text{ m/s}.$$

APRENDA Podemos imaginar que a água acrescentada ao trenó sofre uma colisão perfeitamente inelástica com o trenó. Como parte da energia cinética do sistema é convertida em outras formas de energia (térmica, acústica, etc.) e a energia cinética inicial da água é zero, a energia cinética final do sistema trenó-água é menor que a energia cinética inicial do trenó e, portanto, a velocidade final do sistema trenó-água é menor que a velocidade inicial do trenó.

112. PENSE As balas que se chocam com a parede possuem energia cinética e momento. A parede rígida exerce uma força que reduz a zero a velocidade das balas.

FORMULE Se m é a massa de uma bala e v é a velocidade da bala ao se chocar com a parede, o momento da bala é $p = mv$, na direção da parede, e a energia cinética da bala é $K = mv^2/2$. A força a que a parede é submetida é dada pela taxa com a qual o momento é transferido das balas para a parede. Como as balas não ricocheteiam, cada bala que se choca com a parede transfere um momento p. Se ΔN balas atingem a parede em um intervalo de tempo Δt, a taxa média com a qual o momento é transferido para a parede é $F_{\text{méd}} = p(\Delta N/\Delta t)$.

ANALISE (a) Para $m = 2{,}0 \times 10^{-3}$ kg e v = 500 m/s, o momento de cada bala é

$$p = mv = (2{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg})(500 \text{ m/s}) = 1{,}0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(b) A energia cinética de cada bala é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg})(500 \text{ m/s})^2 = 2{,}5 \times 10^2 \text{ J}$$

(c) Para $\Delta N/\Delta t = 10 \text{ s}^{-1}$, o módulo da força média que as balas exercem sobre a parede é

$$F_{\text{méd}} = p\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right) = (1{,}0 \text{ kg} \cdot \text{m/s})(10 \text{s}^{-1}) = 10 \text{ N}$$

(d) Se $\Delta t'$ é o tempo durante o qual cada bala permanece em contato com a parede, o módulo da força média que uma bala exerce sobre a parede é

$$F'_{\text{méd}} = \frac{p}{\Delta t'} = \frac{1{,}0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0{,}6 \times 10^{-3} \text{s}} = 1{,}7 \times 10^3 \text{ N}$$

(e) Como, no item (d) o intervalo de tempo é o tempo durante o qual uma bala permanece em contato com a parede, enquanto, no item (c), o intervalo de tempo é o tempo durante o qual muitas balas se chocam com a parede, é natural que $F'_{\text{méd}} \neq F_{\text{méd}}$.

APRENDA Uma vez que, na maior parte do tempo, não existe nenhuma bala em contato com a parede, é natural que a força média calculada no item (c) seja muito menor que a força média calculada no item (d).

113. Vamos converter a taxa com a qual os grãos caem no vagão para unidades do SI: R = (540 kg/min)/(60 s/min) = 9,00 kg/s. Na ausência de uma força externa, o vagão perde velocidade a uma taxa dada pela Eq. 9-87: $Rv_{\text{rel}} = M|a|$. Assim, para que a desaceleração seja nula, é preciso que a força aplicada seja igual a Rv_{rel}:

$$F = Rv_{\text{rel}} = (9{,}00)(3{,}20) = 28{,}8 \text{ N}.$$

114. Para começar, imaginamos que o pequeno pedaço quadrado (de massa m) foi recolocado no lugar, de modo que a placa é novamente uma placa quadrada de dimensões $6d \times 6d$, cujo centro de massa está na origem. Em seguida, "acrescentamos" um pedaço quadrado de "massa negativo" ($-m$) no local apropriado para obter a peça mostrada na Fig. 9-82. Se a massa da placa inteira é M, a massa do pequeno pedaço quadrado pode ser obtida a partir de uma simples relação de áreas:

$$m = \left(\frac{2{,}0 \text{ m}}{6{,}0 \text{ m}}\right)^2 M \Rightarrow M = 9m.$$

(a) Como a coordenada x do pequeno pedaço quadrado é x = 2,0 m (o centro do "vazio" da figura), a coordenada x do centro de massa da peça restante é

$$x_{CM} = \frac{(-m)x}{M+(-m)} = \frac{-m(2,0\text{ m})}{9m-m} = -0,25\text{ m}.$$

(b) Como a coordenada y do pequeno pedaço quadrado é zero, $y_{CM} = 0$.

115. PENSE Duas forças agem separadamente sobre duas massas, cujo movimento obedece à segunda lei de Newton.

FORMULE Seja $\vec{F}_1$ a força que age sobre a partícula de massa m_1 e seja $\vec{F}_2$ a força que age sobre a partícula de massa m_2. De acordo com a segunda lei de Newton, os deslocamentos das duas partículas são

$$\vec{d}_1 = \frac{1}{2}\vec{a}_1 t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_1}{m_1}\right)t^2, \quad \vec{d}_2 = \frac{1}{2}\vec{a}_2 t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_2}{m_2}\right)t^2$$

e o deslocamento correspondente do centro de massa é

$$\vec{d}_{CM} = \frac{m_1\vec{d}_1 + m_2\vec{d}_2}{m_1+m_2} = \frac{1}{2}\frac{m_1}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_1}{m_1}\right)t^2 + \frac{1}{2}\frac{m_2}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_2}{m_2}\right)t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2}{m_1+m_2}\right)t^2$$

ANALISE (a) Para os valores dados de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, m_1, m_2 e t, temos

$$\begin{aligned}\vec{d}_{CM} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2}{m_1+m_2}\right)t^2 = \frac{1}{2}\frac{(-4,00\text{ N}+2,00\text{ N})\hat{\text{i}}+(5,00\text{ N}-4,00\text{ N})\hat{\text{j}}}{2,00\times10^{-3}\text{ kg}+4,00\times10^{-3}\text{ kg}}(2,00\times10^{-3}\text{ s})^2\\ &= (-6,67\times10^{-4}\text{ m})\hat{\text{i}}+(3,33\times10^{-4}\text{ m})\hat{\text{j}}\end{aligned}$$

O módulo de $\vec{d}_{CM}$ é

$$d_{CM} = \sqrt{(-6,67\times10^{-4}\text{ m})^2+(3,33\times10^{-4}\text{ m})^2} = 7,45\times10^{-4}\text{ m}$$

ou 0,745 mm.

(b) O ângulo de $\vec{d}_{CM}$ é dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3,33\times10^{-4}\text{ m}}{-6,67\times10^{-4}\text{ m}}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 153°$$

medido no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo.

(c) As velocidades das duas partículas são

$$\vec{v}_1 = \vec{a}_1 t = \frac{\vec{F}_1 t}{m_1}, \quad \vec{v}_2 = \vec{a}_2 t = \frac{\vec{F}_2 t}{m_2}$$

e a velocidade do centro de massa é

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} = \frac{m_1}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_1 t}{m_1}\right)+\frac{m_2}{m_1+m_2}\left(\frac{\vec{F}_2 t}{m_2}\right) = \left(\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2}{m_1+m_2}\right)t\,.$$

A energia cinética do centro de massa é

$$K_{CM} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{CM}^2 = \frac{1}{2}\frac{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2}{m_1 + m_2}t^2$$

Como $\left|\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right| = \left|(-2{,}00\text{ N})\hat{\mathrm{i}} + (1{,}00\text{ N})\hat{\mathrm{j}}\right| = \sqrt{5}$ N, temos

$$K_{CM} = \frac{1}{2}\frac{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2}{m_1 + m_2}t^2 = \frac{1}{2}\frac{(\sqrt{5}\text{ N})^2}{2{,}00\times 10^{-3}\text{ kg} + 4{,}00\times 10^{-3}\text{ kg}}(2{,}00\times 10^{-3}\text{ s})^2 = 1{,}67\times 10^{-3}\text{ J}$$

APRENDA O movimento do centro de massa pode ser analisado como se uma força $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ estivesse agindo sobre uma partícula de massa $M = m_1 + m_2$, o que nos dá uma aceleração do centro de massa

$$a_{CM} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m_1 + m_2}.$$

116. (a) O centro de massa não se move na ausência de forças externas, já que estava inicialmente em repouso.

(b) As partículas colidem no centro de massa. Se a coordenada inicial de P é $x = 0$ e a coordenada inicial de Q é $x = 1{,}0$ m, a Eq. 9-5 nos dá

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{0 + (0{,}30\text{ kg})(1{,}0\text{ m})}{0{,}1\text{ kg} + 0{,}3\text{ kg}} = 0{,}75\text{ m}.$$

Assim, as partículas colidem a uma distância de 0,75 m da posição original da partícula P.

117. Trata-se de uma colisão totalmente inelástica, mas a Eq. 9-53 [$V = m_1v_{1i}/(m_1 + m_2)$] não pode ser usada porque as duas partículas estão em movimento antes da colisão. Entretanto, podemos aplicar a lei de conservação do momento:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V} \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = \frac{2(4\hat{\mathrm{i}} - 5\hat{\mathrm{j}}) + 4(6\hat{\mathrm{i}} - 2\hat{\mathrm{j}})}{2 + 4}.$$

(a) Na notação dos vetores unitários, $\vec{V} = (2{,}67\text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (-3{,}00\text{m/s})\hat{\mathrm{j}}.$

(b) O módulo de $\vec{V}$ é $\left|\vec{V}\right| = 4{,}01$ m/s.

(c) O ângulo de $\vec{V}$ é 48,4° no sentido *horário*, em relação ao eixo x.

118. Este problema é semelhante ao do Exemplo "Colisão elástica de dois pêndulos". Escolhemos o sentido para a direita na Fig. 9-20 como sentido positivo do eixo x. Vamos usar a notação $\vec{v}$ para designar velocidades e v para designar velocidades escalares (que são sempre positivas). Como as manipulações algébricas são relativamente complexas, é conveniente introduzir a variável $\Delta m = m_2 - m_1$ (que, em nosso caso, é positiva).

(a) Como $\vec{v}_{1f} = \sqrt{2gh_1}$, temos:

$$\vec{v}_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} = -\frac{\Delta m}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_1}$$

o que significa que a velocidade escalar da esfera 1 imediatamente após a colisão é $v_{1f} = \left(\Delta m/\left(m_1 + m_2\right)\right)\sqrt{2gh_1}$ e que $\vec{v}_{1f}$ aponta no sentido negativo do eixo x. Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $m_1gh_{1f} = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2$, isso nos dá

$$h_{1f} = \frac{v_{1f}^2}{2g} = \left(\frac{\Delta m}{m_1 + m_2}\right)^2 h_1.$$

Para m_1 = 50 g e m_2 = 85 g, obtemos $h_{1f} \approx$ 0,60 cm.

(b) De acordo com a Eq. 9-68,

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_1}$$

Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $m_2 g h_{2f} = \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$, isso nos dá

$$h_{2f} = \frac{v_{2f}^2}{2g} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 h_1 \ .$$

Para m_1 = 50 g e m_2 = 85 g, $h_{2f} \approx$ 4,9 cm.

(c) Felizmente, as esferas se chocam de novo no ponto mais baixo das respectivas trajetórias (contanto que a amplitude do movimento seja "suficientemente pequena", como é discutido no Capítulo 16). Correndo o risco de usar uma notação imprópria, vamos chamar as alturas alcançadas após a *segunda* colisão elástica de h_{1ff} e h_{2ff}. No ponto mais baixo (imediatamente antes da segunda colisão), a velocidade da esfera 1 é $+\sqrt{2gh_{1f}}$ (para a direita na Fig. 9-20) e a velocidade da esfera 2 é $-\sqrt{2gh_{1f}}$ (para a esquerda na Fig. 9-20). Assim, de acordo com a Eq. 9-75, a velocidade da esfera 1 imediatamente após a segunda colisão é

$$\begin{aligned} \vec{v}_{1ff} &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_{1f}} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \left(-\sqrt{2gh_{2f}} \right) \\ &= \frac{-\Delta m}{m_1 + m_2} \left(\frac{\Delta m}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_1} \right) - \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_1} \right) \\ &= -\frac{(\Delta m)^2 + 4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \sqrt{2gh_1} \ . \end{aligned}$$

Expandindo $(\Delta m)^2$ e $(m_1 + m_2)^2$ na expressão acima, obtemos $v_{1ff} = \sqrt{2gh_1}$. De acordo com a lei de conservação da energia, $\left(m_1 g h_{1ff} = \frac{1}{2} m_1 v_{1ff}^2 \right)$ isso nos dá

$$h_{1ff} = \frac{v_{1ff}^2}{2g} = h_1 = 9{,}0 \text{ cm.}$$

(d) Com base no resultado do item (c), podemos concluir (raciocinando em termos de energia) que h_{2ff} = 0. Entretanto, vamos ver como esse resultado surge a partir da aplicação da Eq. 9-76 à velocidade da esfera 2 imediatamente após a segunda colisão:

$$\begin{aligned} v_{2ff} &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_{1f}} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \left(-\sqrt{2gh_{2f}} \right) \\ &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \left(\frac{\Delta m}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_1} \right) + \frac{\Delta m}{m_1 + m_2} \left(\frac{-2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_1} \right) \end{aligned}$$

Após a segunda colisão, portanto, a esfera 2 permanece no ponto mais baixo da trajetória e a esfera 1 volta à altura inicial, o que recria as condições do início do problema. Assim, as colisões subsequentes, desprezando os efeitos do atrito, são uma mera repetição das duas primeiras.

119. (a) Como os blocos são homogêneos, os centros de massa dos blocos coincidem com os centros geométricos, cujas posições no instante t = 0 são dadas na tabela que acompanha o enunciado do problema. Substituindo essas posições e as massas dos blocos na Eq. 9-4, obtemos x_{CM} = –0,50 m (no instante t = 0).

(b) No momento do choque, o centro do bloco 2 está em x = 0, a borda esquerda do bloco 2 está em x = –3,0 cm e a borda da direita do bloco 1 está também em x = –3,0 cm, o que significa que o centro do bloco 1 está em x = –5,5 cm. Substituindo essas posições e as massas dos blocos na Eq. 9-4, obtemos x_{CM} = – 1,8 cm = 0,018 m [no instante t = (1,445 m)/(0,75 m/s) = 1,93 s].

(c) Poderíamos determinar as posições dos blocos no instante $t = 4{,}0$ s e usar novamente a Eq. 9-4, mas é mais fácil (e mais instrutivo) notar que na ausência de forças *externas*, o centro de massa do sistema se move com velocidade constante:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = (0{,}25 \text{ m/s})\hat{\text{i}},$$

como pode ser verificado facilmente usando os valores para $t = 0$. Assim,

$$x_{CM} = x_{CM\text{ inicial}} + \vec{v}_{CM}t = (-0{,}50 \text{ m}) + (0{,}25 \text{ m/s})(4{,}0 \text{ s}) = +0{,}50 \text{ m}.$$

120. Uma possível abordagem é usar um sistema de coordenadas que se move com a mesma velocidade que o centro de massa do corpo original; outra é analisar o problema no sistema de coordenadas original (no qual, de acordo com o enunciado do problema, a velocidade escalar do corpo é 2 m/s). Vamos usar a segunda abordagem, que, embora seja mais trabalhosa, provavelmente será a adotada pela maioria dos alunos.

De acordo com a lei de conservação do momento linear, temos:

$$mv_0 = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \Rightarrow \quad (8{,}0)(2{,}0) = (4{,}0)v_1 + (4{,}0)v_2$$

o que nos dá $v_2 = 4 - v_1$ em unidades do SI (m/s).

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right) - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \Rightarrow \quad 16 = \left[\frac{1}{2}(4{,}0)v_1^2 + \frac{1}{2}(4{,}0)v_2^2\right] - \frac{1}{2}(8{,}0)(2{,}0)^2$$

o que nos dá $v_2^2 = 16 - v_1^2$ em unidades do SI. Substituindo o valor de v_2 encontrado anteriormente, obtemos

$$(4 - v_1)^2 = 16 - v_1^2$$

o que nos dá a equação do segundo grau $2v_1^2 - 8v_1 = 0$, cujas soluções são $v_1 = 0$ e $v_1 = 4$ m/s. Para $v_1 = 0$, $v_2 = 4 - v_1 = 4$ m/s; para $v_1 = 4$ m/s, $v_2 = 0$.

(a) Como a parte da frente continua a se mover na mesma direção e sentido que o corpo original, a velocidade escalar da parte de trás é zero.

(b) A velocidade escalar da parte da frente é 4,0 m/s.

121. Vamos chamar de m_1 a massa do elétron e de m_2 a massa do átomo de hidrogênio. De acordo com a Eq. 9-68,

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + 1840m_1}v_{1i} = \frac{2}{1841}v_{1i}.$$

Assim, a energia cinética final do átomo de hidrogênio é

$$K_{2f} = \frac{1}{2}(1840m_1)\left(\frac{2v_{1i}}{1841}\right)^2 = \frac{(1840)(4)}{1841^2}\left[\frac{1}{2}(1840m_1)v_{1i}^2\right]$$

e a porcentagem pedida é $(1840)(4)/(1841)^2 \approx 2{,}2 \times 10^{-3} = 0{,}22\%$.

122. Chamando a nova velocidade do carro de v, a nova velocidade do homem em relação ao solo é $v - v_{\text{rel}}$. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$\left(\frac{W}{g}+\frac{w}{g}\right)v_0=\left(\frac{W}{g}\right)v+\left(\frac{w}{g}\right)(v-v_{\text{rel}}).$$

Assim, o aumento de velocidade do vagão é

$$\Delta v=v-v_0=\frac{pv_{\text{rel}}}{P+p}=\frac{(915\text{ N})(4{,}00\text{ m/s})}{(2415\text{ N})+(915\text{ N})}=1{,}10\text{ m/s}.$$

123. De acordo com a lei de conservação do momento,

$$mv+MV_J=mv_f+MV_{Jf}$$

De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV_J^2=\frac{1}{2}mv_f^2+\frac{1}{2}MV_{Jf}^2$$

Resolvendo o sistema de equações formado por essas duas equações, obtemos

$$v_{1f}=\frac{m-M}{m+M}v+\frac{2M}{m+M}V_J,\quad V_{Jf}=\frac{2m}{m+M}v+\frac{M-m}{m+M}V_J$$

Como $m << M$, as expressões anteriores podem ser simplificadas para

$$v_{1f}\approx -v+2V_J,\quad V_{Jf}\approx V_J$$

A velocidade da sonda em relação ao Sol é

$$v_{1f}\approx -v+2V_J=-(10{,}5\text{ km/s})+2(-13{,}0\text{ km/s})=-36{,}5\text{ km/s}$$

em que o sinal negativo indica que a sonda está se afastando do Sol.

124. (a) A variação de momento (considerando o sentido para cima como positivo) é

$$\Delta\vec{p}=(0{,}550\text{ kg})[(3\text{ m/s})\hat{\text{j}}-(-12\text{ m/s})\hat{\text{j}}]=(+8{,}25\text{ kg·m/s})\hat{\text{j}}$$

(b) De acordo com o teorema do impulso e momento linear (Eq. 9-31), $\vec{J}=\Delta\vec{p}=(+8{,}25\text{ N}\cdot\text{s})\hat{\text{j}}$.

(c) De acordo com a terceira lei de Newton, $\vec{J}_p=-\vec{J}_b=(-8{,}25\text{ N}\cdot\text{s})\hat{\text{j}}$.

125. (a) Como o momento inicial do sistema é zero, o módulo do momento final também deve ser zero. Assim, temos

$$\begin{aligned}\vec{p}_3&=-\vec{p}_1-\vec{p}_2=-m_1\vec{v}_1-m_2\vec{v}_2\\&=-\left(16{,}7\times10^{-27}\right)\left(6{,}00\times10^{6}\,\hat{\text{i}}\right)-\left(8{,}35\times10^{-27}\right)\left(-8{,}00\times10^{6}\,\hat{\text{j}}\right)\\&=\left(-1{,}00\times10^{-19}\,\hat{\text{i}}+0{,}67\times10^{-19}\,\hat{\text{j}}\right)\text{kg}\cdot\text{m/s}\end{aligned}$$

(b) Dividindo o momento da terceira partícula por $m_3 = 11{,}7 \times 10^{-27}$ kg e aplicando o teorema de Pitágoras, obtemos $v_3 = 1{,}03 \times 10^7$ m/s. A energia cinética total após a desintegração é, portanto,

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2+\frac{1}{2}m_3v_3^2=1{,}19\times10^{-12}\text{ J}$$

126. (a) De acordo com a Eq. 9-67, temos

$$v_{1f}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_{1i}=\frac{-200\text{ g}}{600\text{ g}}v_{1i}=-\frac{1}{3}(3{,}00\text{ m/s})=-1{,}00\text{ m/s}$$

(a) O impulso é, portanto,

$$J = m_1 v_{1f} - m_1 v_{1i} = (0{,}200 \text{ kg})(-1{,}00 \text{ m/s}) - (0{,}200 \text{ kg})(3{,}00 \text{ m/s}) = -0{,}800 \text{ N·s}$$

(b) De acordo com a Eq. 9-53, temos

$$v_{1f} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = +1{,}00 \text{ m/s}$$

O impulso é, portanto,

$$J = m_1 v_{1f} - m_1 v_{1i} = (0{,}200 \text{ kg})(1{,}00 \text{ m/s}) - (0{,}200 \text{ kg})(3{,}00 \text{ m/s}) = 0{,}400 \text{ N·s}$$

127. De acordo com a Eq. 9-88, fazendo $v_f - v_i = \Delta v$ e $v_{\text{rel}} = u$, temos

$$v_f - v_i = v_{\text{rel}} \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{M_f}{M_i} = e^{-\Delta v/u}$$

Para $\Delta v = 2{,}2$ m/s e $u = 1000$ m/s, obtemos

$$\frac{M_i - M_f}{M_i} = 1 - e^{-0{,}0022} \approx 0{,}0022$$

128. De acordo com o teorema do impulso e momento linear,

$$J = F_{\text{méd}} \Delta t = \Delta p = m(v_f - v_i)$$

em que m é a massa, v_i é a velocidade inicial e v_f é a velocidade final da bola. Para $v_i = 0$, temos

$$v_f = \frac{F_{\text{méd}} \Delta t}{m} = \frac{(32 \text{ N})(14 \times 10^{-3} \text{ s})}{0{,}20 \text{ kg}} = 2{,}24 \text{ m/s}$$

Capítulo 10

1. De acordo com o enunciado, v_{CM} e ω são constantes. Em unidades do SI, temos:

$$v_{CM} = (85 \text{ mi/h})\left(\frac{1609 \text{ m/mi}}{3600 \text{ s/h}}\right) = 38 \text{ m/s}$$

$$\omega = (1800 \text{ rev/min}) / (60 \text{ s/min}) = 30 \text{ rev/s}$$

$$\Delta x = (60 \text{ ft})\ (0{,}3048 \text{ ft/m}) = 18{,}3 \text{ m}$$

O tempo de percurso é, portanto,

$$t = \Delta x / v_{CM} = (18{,}3 \text{ m})/(38 \text{ m/s}) = 0{,}481 \text{ s}$$

Durante esse tempo, o deslocamento angular de um ponto da superfície da bola é

$$\theta = \omega t = (30 \text{ rev/s0}(0{,}481 \text{ s}) \approx 14 \text{ rev.}$$

2. (a) O ponteiro dos segundos de um relógio completa uma volta (2π rad) em 60 s . Assim,

$$\omega = \frac{2\pi}{60} = 0{,}105 \text{ rad/s.}$$

(b) O ponteiro dos minutos de um relógio completa uma volta (2π rad) em $(60)(60) = 3600$ s. Assim,

$$\omega = \frac{2\pi}{3600} = 1{,}75 \times 10^{-3} \text{ rad/s.}$$

(c) O ponteiro das horas de um relógio completa uma volta (2π rad) em (12)(60)(60) = 43.200 s. Assim,

$$\omega = \frac{2\pi}{43.200} = 1{,}45 \times 10^{-4} \text{rad/s.}$$

3. De acordo com as equações do movimento uniformemente acelerado, discutidas no Capítulo 2, o tempo que a torrada leva para chegar ao chão é

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(0{,}76 \text{ m})}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 0{,}394 \text{ s.}$$

(a) O menor ângulo para o qual a torrada cai com a manteiga para baixo é $\Delta\theta_{\text{min}} = 0{,}25 \text{ rev} = \pi/2 \text{ rad.}$ A velocidade angular correspondente é

$$\omega_{\text{min}} = \frac{\Delta\theta_{\text{min}}}{\Delta t} = \frac{\pi/2 \text{ rad}}{0{,}394 \text{ s}} = 4{,}0 \text{ rad/s.}$$

(b) O maior ângulo (menor que 1 revolução) para o qual a torrada cai com a manteiga para baixo é $\Delta\theta_{\text{max}} = 0{,}75 \text{ rev} = 3\pi/2 \text{ rad.}$ A velocidade angular correspondente é

$$\omega_{\text{max}} = \frac{\Delta\theta_{\text{max}}}{\Delta t} = \frac{3\pi/2 \text{ rad}}{0{,}394 \text{ s}} = 12{,}0 \text{ rad/s.}$$

4. (a) Fazendo $t = 0$ na função dada, obtemos $\theta_0 = 2{,}0$ rad.

(b) A velocidade angular em função do tempo é dada pela Eq. 10-6:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 8{,}0t + 6{,}0t^2 .$$

Fazendo $t = 0$ na função acima, obtemos $\omega_0 = 0$.

(c) Para $t = 4{,}0$ s, função do item (b) nos dá

$$\theta_4 = (8{,}0)(4{,}0) + (6{,}0)(4{,}0)^2 = 128 \text{ rad/s} = 1{,}3 \times 10^2 \text{ rad/s}.$$

(d) A aceleração angular em função do tempo é dada pela Eq. 10-8:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 8{,}0 + 12{,}0t$$

Para $t = 2{,}0$, a equação acima nos dá $\alpha_2 = 8{,}0 + (12{,}0)(2{,}0) = 32 \text{ rad/s}^2$

(e) De acordo com a equação obtida no item (d), a aceleração angular varia com o tempo e, portanto, não é constante.

5. De acordo com as equações do movimento uniformemente acelerado, discutidas no Capítulo 2, o tempo que o mergulhador leva para chegar à água é

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(10 \text{ m})}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 1{,}4 \text{ s}.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 10-5, o módulo da velocidade angular média do mergulhador é

$$\omega_{\text{med}} = \frac{(2{,}5 \text{ rev})(2\pi \text{ rad/rev})}{1{,}4 \text{ s}} = 11 \text{ rad/s}.$$

6. (a) De acordo com a Eq. 10-6, temos:

$$\omega = \frac{d}{dt}\left(4t - 3t^2 + t^3\right) = 4 - 6t + 3t^2 .$$

Fazendo $t = 2$ s na expressão fornecida obtemos $\omega_2 = 4{,}0$ rad/s.

(b) Fazendo $t = 4$ s na expressão do item (a), obtemos $\omega_4 = 28$ rad/s.

(c) De acordo com a Eq. 10-7, temos:

$$\alpha_{\text{med}} = \frac{\omega_4 - \omega_2}{4 - 2} = 12 \text{ rad/s}^2 .$$

(d) De acordo com a Eq. 10-8, temos:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(4 - 6t + 3t^2\right) = -6 + 6t.$$

Fazendo $t = 2$ s na expressão acima, obtemos $\alpha_2 = 6{,}0 \text{ rad/s}^2$.

(e) Fazendo t = 4 s na expressão do item (d), obtemos α_4 = 18 rad/s^2. Note que, neste problema, α_{med} é igual à média aritmética de α_2 e α_4, mas isso só acontece nos casos em que a aceleração é uma função linear do tempo.

7. (a) Para não se chocar com os raios, a flecha deve passar pela roda em um tempo menor que

$$\Delta t = \frac{(1/8)\text{ rev}}{2,5\text{ rev/s}} = 0,050\text{ s.}$$

A velocidade mínima da flecha é, portanto,

$$v_{\min} = \frac{20\text{ cm}}{0,050\text{ s}} = 400\,\text{cm/s} = 4,0\text{ m/s.}$$

(b) Não; o cálculo do item (a) não envolve a posição radial do ponto por onde a flecha passa.

8. (a) Integrando em relação ao tempo a expressão dada para a aceleração e levando em conta que a velocidade inicial é 2,0 rad/s, obtemos:

$$\omega = 1{,}2\ t^5 - 1{,}33\ t^3 + 2{,}0.$$

(b) Integrando novamente e levando em conta que a posição angular inicial é 1 rad, obtemos;

$$\theta = 0{,}20t^6 - 0{,}33\ t^4 + 2{,}0\ t + 1{,}0.$$

9. (a) Para $\omega = 0$ e $\omega = -\,4{,}2$ rad/s^2, a Eq. 10-12 nos dá $t = -\omega_o/\omega = 3{,}00$ s.

(b) A Eq. 10-4 nos dá $\theta - \theta_o = -\,\omega_o{}^2/\,2\alpha = 18{,}9$ rad.

10. Supomos que o disco está girando no sentido anti-horário; nesse caso, como o disco parte do repouso, todas as grandezas (deslocamento angular, velocidade, etc.) são positivas.

(a) A aceleração angular satisfaz a Eq. 10-13:

$$25\text{ rad} = \frac{1}{2}\alpha(5,0\text{ s})^2 \;\;\Rightarrow\;\; \alpha = 2,0\text{ rad/s}^2.$$

(b) A velocidade angular média é dada pela Eq. 10-5:

$$\omega_{\text{med}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{25\text{ rad}}{5,0\text{ s}} = 5,0\text{ rad/s.}$$

(c) De acordo com a Eq. 10-12, a velocidade angular no instante t = 5,0 s é

$$\omega = \left(2,0\text{ rad/s}^2\right)(5,0\text{ s}) = 10\text{ rad/s .}$$

(d) De acordo com a Eq. 10-13, o deslocamento angular no instante t = 10 s é

$$\theta = \omega_0 + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2}(2,0\text{ rad/s}^2)(10\text{ s})^2 = 100\text{ rad.}$$

Assim, o deslocamento angular entre os instantes t = 5 s e t = 10 s é $\Delta\theta$ = 100 rad – 25 rad = 75 rad.

11. Supomos que o disco está girando inicialmente no sentido anti-horário (positivo). Nesse caso, como o disco é freado, a aceleração é negativa: $\alpha = -\,4{,}0$ rad/s^2.

(a) Usamos a Eq. 10-12 para obter o valor de t.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{0 - 120 \text{ rad/s}}{-4{,}0 \text{ rad/s}^2} = 30 \text{ s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 10-15, temos:

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(120 \text{ rad/s} + 0)(30 \text{ s}) = 1{,}8 \times 10^3 \text{ rad}.$$

12. (a) Vamos supor que o motor está girando no sentido anti-horário. De acordo com a Eq. 10-12, temos:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{(3000 - 1200) \text{ rev/min}}{(12/60) \text{ min}} = 9{,}0 \times 10^3 \text{ rev/min}^2.$$

(b) A Eq. 10-15 nos dá

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(1200 \text{ rev/min} + 3000 \text{ rev/min})\left(\frac{12}{60} \text{ min}\right) = 4{,}2 \times 10^2 \text{ rev}.$$

13. Sabemos que ω_0 = 1,5 rad/s = 0,239 rev/s no instante $t = 0$ e que $\alpha < 0$, já que a roda desacelera até parar. Vamos chamar de t_1 o instante em que o deslocamento angular é θ_1 = 20 rev e de t_2 o instante em que o deslocamento angular é θ_2 = 40 rev e a velocidade angular é $\omega_2 = 0$.

(a) Podemos calcular t_2 a partir da Eq. 10-15:

$$\theta_2 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega_2)t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{2(40 \text{ rev})}{0{,}239 \text{ rev/s}} = 335 \text{ s},$$

que arredondamos para $t_2 \approx 3{,}4 \times 10^2$ s.

(b) Qualquer equação da Tabela 10-1 que envolva α pode ser usada para calcular a aceleração angular; escolhemos a Eq. 10-16.

$$\theta_2 = \omega_2 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha = -\frac{2(40 \text{ rev})}{(335 \text{ s})^2} = -7{,}12 \times 10^{-4} \text{ rev/s}^2$$

que convertemos para $\alpha = -4{,}5 \times 10^{-3}$ rad/s^2.

(c) Usando $\theta_1 = \omega_0 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2$ (Eq. 10-13) e resolvendo a equação do segundo grau, obtemos:

$$= \frac{-\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0 + \ \ \theta_1 \alpha}}{} = \frac{-(0{,}239 \text{ rev/s}) \pm \sqrt{(0{,}239 \text{ rev/s})^2 + 2(20 \text{ rev})(-7{,}12 \times 10^{\ 4} \text{ rev/s}^2)}}{-7{,}12 \times 10^{\ 4} \text{ rev/s}^2}$$

que nos dá duas raízes positivas: 98 s e 572 s. Como a solução faz sentido apenas se $t_1 < t_2$, concluímos que a resposta correta é t_1 = 98 s.

14. Vamos supor que o disco está girando no sentido anti-horário (positivo). O disco parte do repouso ($\omega_0 = 0$) no instante $t = 0$, e, como a velocidade angular aumenta com o tempo, sabemos que a aceleração angular α é positiva. No instante t_1, a velocidade angular é ω_1 = +10 rev/s e no instante t_2 a velocidade angular é ω_2 = +15 rev/s. No intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$, o disco descreve $\Delta\theta$ = 60 rev.

(a) Podemos calcular α usando a Eq. 10-14:

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{(15 \text{ rev/s})^2 - (10 \text{ rev/s})^2}{2(60 \text{ rev})} = 1{,}04 \text{ rev/s}^2$$

que arredondamos para 1,0 rev/s^2.

(b) Podemos calcular Δt usando a Eq. 10-15:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2(60 \text{ rev})}{10 \text{ rev/s} + 15 \text{ rev/s}} = 4{,}8 \text{ s}.$$

(c) Podemos calcular t_1 usando a Eq. 10-12:

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{10 \text{ rev/s}}{1{,}04 \text{ rev/s}^2} = 9{,}6 \text{ s}.$$

(d) Qualquer equação da Tabela 10-1 que envolva θ pode ser usada para calcular θ_1 (o deslocamento angular no intervalo $0 \le t \le t_1$); escolhemos a Eq. 10-14.

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \frac{(10 \text{ rev/s})^2}{2(1{,}04 \text{ rev/s}^2)} = 48 \text{ rev}.$$

15. PENSE O problema envolve uma roda que gira com aceleração angular constante. Podemos usar as equações da Tabela 10-1 para analisar o movimento da roda.

FORMULE Como a roda parte do repouso, o deslocamento angular em função do tempo é dado pela relação $\theta = at^2/2$. Chamando de t_1 e t_2 os instantes inicial e final do intervalo, respectivamente, os deslocamentos angulares nesses instantes são

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2, \quad \theta_2 = \frac{1}{2}\alpha t_2^2$$

ANALISE Combinando as expressões anteriores, obtemos

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \frac{1}{2}\alpha\left(t_2^2 - t_1^2\right) = \frac{1}{2}\alpha(t_2 + t_1)(t_2 - t_1)$$

Para $\Delta\theta = 120$ rad, $\theta = 3{,}0$ rad/s^2 e $t_2 - t_1 = 4{,}0$ s, obtemos

$$t_2 + t_1 = \frac{2(\Delta\theta)}{\alpha(t_2 - t_1)} = \frac{2(120 \text{ rad})}{(3{,}0 \text{ rad/s}^2)(4{,}0 \text{ s})} = 20 \text{ s}$$

o que nos dá $t_2 = 12{,}0$ s e $t_1 = 8{,}0$ s. Isso significa que a roda começou a girar 8,0 s antes do início do intervalo de 4,0 s.

APRENDA Podemos verificar se o resultado está correto calculando os valores de θ_1 e θ_2:

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 = \frac{1}{2}(3{,}0 \text{ rad/s}^2)(8{,}0 \text{ s})^2 = 96 \text{ rad}$$
$$\theta_2 = \frac{1}{2}\alpha t_2^2 = \frac{1}{2}(3{,}0 \text{ rad/s}^2)(12{,}0 \text{ s})^2 = 216 \text{ rad}$$

Isso mostra que a roda descreve realmente um ângulo $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 120$ rad no intervalo de tempo dado.

16. (a) De acordo com a Eq. 10-13,

$$\theta - \theta_o = \theta_o t + \alpha t^2/2 = 0 + (1{,}5 \text{ rad/s}^2)\, t_1^2/2$$

em que $\theta - \theta_o = (2 \text{ rev})(2\pi \text{ rad/rev})$. Assim, $t_1 = 4{,}09$ s.

(b) Podemos calcular o tempo t_2 necessário para que o carrossel descreva 4 revoluções, usando a mesma equação do item (a), e subtrair o tempo t_1 calculado no item (a) para obter o valor desejado.

$$(4 \text{ rev})(2\pi \text{ rad/rev}) = 0 + (1{,}5 \text{ rad/s}^2)\, t_2^2/2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 5{,}789 \text{ s}.$$

A resposta é 5,789 s – 4,093 s ≈ 1,70 s.

17. (a) O ângulo $\theta_{máx}$ é definido pela condição $\omega = 0$ (que acontece no instante em que a roda para momentaneamente de girar no sentido positivo antes de começar a girar no sentido negativo). Podemos calcular $\theta_{máx}$ usando a Eq. 10-14:

$$\theta_{max} = -\frac{\omega_o^2}{2\alpha} = -\frac{(4,7 \text{ rad/s})^2}{2(-0,25 \text{ rad/s}^2)} = 44 \text{ rad.}$$

(b) De acordo com a Eq. 10-13, temos:

$$\theta_1 = \omega_o t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1 = \frac{-\omega_o \pm \sqrt{\omega_o^2 + 2\theta_1\alpha}}{\alpha}$$

Fazendo $\theta_1 = \theta_{máx}/2 = 22$ rad, obtemos dois valores para t_1, 5,5 s e 32 s. Assim, o primeiro instante em que a reta de referência passa pelo ângulo $\theta_{máx}/2$ é $t = 5,5$ s.

(c) De acordo com o resultado do item (b), o segundo instante em que a reta de referência passa pelo ângulo $\theta_{máx}/2$ é $t = 32$ s.

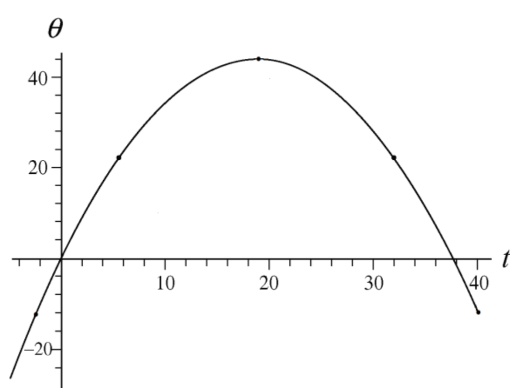
(d) De acordo com a Eq. 10-13, temos:

$$\theta_2 = \omega_o t_2 + \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{-\omega_o \pm \sqrt{\omega_o^2 + 2\theta_2\alpha}}{\alpha}$$

Fazendo $\theta_2 = -10,5$ rad, obtemos dois valores para t_2, $-2,1$ s e 40 s. Assim, o instante negativo em que a reta de referência passa pelo ângulo $-10,5$ rad é $-2,1$ s.

(e) De acordo com o resultado do item (d), o instante positivo em que a reta de referência passa pelo ângulo $-10,5$ rad é 40 s.

(f) O gráfico pedido é mostrado na figura a seguir, com os resultados dos itens anteriores assinalados por pontos.



18. (a) Como uma revolução completa corresponde a um deslocamento angular $\theta = 2\pi$ rad, a velocidade angular em rad/s é dada por $\omega = \Delta\theta/T = 2\pi/T$ e a aceleração angular é dada por

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -\frac{2\pi}{T^2}\frac{dT}{dt}$$

De acordo com os dados do problema,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1,26 \times 10^{-5} \text{ s/ano}}{3,16 \times 10^7 \text{ s/ano}} = 4,00 \times 10^{-13}$$

e, portanto,

$$\alpha = -\left(\frac{2\pi}{(0,033 \text{ s})^2}\right)(4,00 \times 10^{-13}) = -2,3 \times 10^{-9} \text{ rad / s}^2$$

O sinal negativo indica que a aceleração angular tem o sentido oposto ao da velocidade angular e, portanto, a velocidade angular do pulsar está diminuindo.

(b) Fazendo $\omega = 0$ na expressão $\omega = \omega_0 + \alpha t$ e explicitando t, obtemos

$$t = -\frac{\omega_0}{\alpha} = -\frac{2\pi}{\alpha T} = -\frac{2\pi}{(-2{,}3\times10^{-9}\ \text{rad/s}^2)(0{,}033\ \text{s})} = 8{,}3\times10^{10}\ \text{s} \approx 2{,}6\times10^{3}\ \text{anos}$$

(c) O pulsar foi criado há 1992 − 1054 = 938 anos, o que equivale a (938 anos)($3{,}16 \times 10^7$ s/ano) = $2{,}96 \times 10^{10}$ s. A velocidade angular do pulsar naquele instante era

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = \frac{2\pi}{T} + \alpha t = \frac{2\pi}{0{,}033\ \text{s}} + (-2{,}3\times10^{-9}\ \text{rad/s}^2)(-2{,}96\times10^{10}\ \text{s}) = 258\ \text{rad/s}$$

e o período era

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{258\ \text{rad/s}} = 2{,}4\times10^{-2}\ \text{s}$$

19. (a) Supondo que a velocidade angular é positiva e usando a Eq. 10-18, temos:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\left(2{,}90\times10^4\ \text{km/h}\right)\left(1000\ \text{h}/3600\ \text{s}\right)}{3{,}22\times10^3\ \text{km}} = 2{,}50\times10^{-3}\ \text{rad/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 10-23, temos:

$$\alpha_r = \omega^2 r = (250\times10^{-3}\ \text{rad/s})^2)(3{,}22\times10^6\ \text{m}) = 20{,}2\ \text{m/s}^2.$$

(c) Se a velocidade tangencial v_t é constante, a velocidade angular $\omega = v_t/r$ é constante, a aceleração angular α é nula e a aceleração tangencial α_t é nula, já que

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \text{e} \quad \alpha_t = r\alpha = 0.$$

20. A função $\theta = \xi e^{\beta t}$ é usada para descrever a posição angular de uma reta. Derivando a função duas vezes em relação ao tempo, obtemos:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \zeta\beta e^{\beta t} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \zeta\beta^2 e^{\beta t}.$$

(a) De acordo com a Eq. 10-22,

$$\alpha_t = \alpha r = r\frac{d^2\theta}{dt^2} = r\zeta\beta^2 e^{\beta t}.$$

Fazendo r = 0,04 m, ζ = 0,40 m, $\beta = 2\ \text{s}^{-1}$ e t = 0, obtemos $\alpha_t = 0{,}064\ \text{m/s}^2$.

(b) De acordo com a Eq. 10-23,

$$a_r = \omega^2 r = r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = r\zeta^2\beta^2 e^{2\beta t}.$$

Fazendo r = 0,04 m, ζ = 0,40 m, $\beta = 2\ \text{s}^{-1}$ e t = 0, obtemos $a_r = 0{,}026\ \text{m/s}^2$.

21. Vamos supor que a taxa de 1,2 mm/ano = 1,2 × 10^{-3} m/ano é a velocidade tangencial de um ponto situado no alto da torre; também seria possível interpretar essa informação como a componente horizontal da velocidade tangencial, mas a diferença entre as duas interpretações não modifica substancialmente o resultado final. De acordo com a Eq. 10-18, temos:

$$\omega = \frac{1,2\times 10^{-3}\ \text{m/ano}}{55\ \text{m}} = 2,18\times 10^{-5}\ \text{rad/ano}$$

Como um ano possui aproximadamente 3,16 × 10^7 s, ω = 6,9 × 10^{-13} rad/s.

22. (a) De acordo com a Eq. 10-6, a velocidade angular no instante t = 5,0 s é

$$\omega = \left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{t=5,0} = \frac{d}{dt}(0,30t^2)\Big|_{t=5,0} = 2(0,30)(5,0) = 3,0\ \text{rad/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 10-18, a velocidade linear no instante t = 5,0 é

$$v = \omega r = (3,0\ \text{rad/s})(10\ \text{m}) = 30\ \text{m/s}.$$

(c) De acordo a Eq. 10-8, a aceleração angular é

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(0,60t) = 0,60\ \text{rad/s}^2.$$

Assim, de acordo com a Eq. 10-22, a aceleração tangencial é

$$\alpha_t = r\alpha = (10\ \text{m})(0,60\ \text{rad/s}^2) = 6,0\ \text{m/s}^2.$$

(d) De acordo com a Eq. 10-23, a aceleração radial é

$$a_r = \omega^2 r = (3,0\ \text{rad/s})^2(10\ \text{m}) = 90\ \text{m/s}.$$

23. PENSE Para que a velocidade angular da roda aumente, ela deve ser submetida a uma aceleração angular positiva.

FORMULE A velocidade linear da roda está relacionada à velocidade angular por meio da equação $v = \omega r$, em que r é o raio da roda. Quando a roda é submetida a uma aceleração angular, a velocidade angular em um instante posterior t é dada por $\omega = \omega_0 + \alpha t$.

ANALISE (a) A velocidade angular da roda em rad/s é

$$\omega_0 = \frac{(200\ \text{rev/min})(2\pi\ \text{rad/rev})}{60\ \text{s/min}} = 20,9\ \text{rad/s}$$

(b) A velocidade linear da roda é

$$v = r\omega_0 = (0,60\ \text{m})(20,9\ \text{rad/s}) = 12,5\ \text{m/s}$$

(c) A aceleração angular da roda deve ser

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = 800\ \text{rev/min}^2$$

(d) De acordo com a Eq. 10-15,

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(200\ \text{rev/min} + 1000\ \text{rev/min})(1.0\ \text{min}) = 600\ \text{rev}$$

APRENDA O item (d) também pode ser resolvido usando a Eq. 10-13:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + (200 \text{ rev/min})(1{,}0 \text{ min}) + \frac{1}{2}(800 \text{ rev/min}^2)(1{,}0 \text{ min})^2 = 600 \text{ rev}$$

24. Convertendo 33 e 1/3 rev/min em radianos por segundo, obtemos ω = 3,49 rad/s. Cominando a Eq. 10-18, $v = \omega r$, com $\Delta t = d/v$, em que Δt é o intervalo de tempo entre os instantes em que duas saliências sucessivas atingem a agulha e d é a distância média entre as saliências, obtemos a taxa pedida:

$$\text{taxa} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\omega r}{d} \approx 199/\text{s}$$

25. PENSE A velocidade linear de um ponto da superfície da Terra depende da distância entre o ponto e o eixo de rotação da Terra.

FORMULE Para determinar a velocidade linear, podemos usar a relação $v = \omega r$, em que r é o raio do movimento circular. Um ponto da superfície da Terra na latitude 40° descreve uma circunferência de raio $r = R \cos 40°$, em que R é o raio da Terra ($6{,}4 \times 10^6$ m). Por outro lado, um ponto situado no equador descreve uma circunferência de raio $r = R$.

ANALISE (a) Como a Terra descreve uma rotação por dia, e 1 dia corresponde a (24 h) (3600 s/h) = $8{,}64 \times 10^4$ s, a velocidade angular da Terra, em qualquer latitude, é

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{8{,}64 \times 10^4 \text{ s}} = 7{,}3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

(b) Na latitude 40° (N ou S), a velocidade linear é

$$v = \omega(R \cos 40°) = (7{,}3 \times 10^{-5} \text{ rad/s})(6{,}4 \times 10^6 \text{ m})\cos 40° = 3{,}5 \times 10^2 \text{ m/s}$$

(c) A velocidade angular da Terra no equador, como em todas as outras latitudes, tem o valor calculado no item (a): $7{,}3 \times 10^{-5}$ rad/s.

(d) Na latitude do equador, 0°, a velocidade linear é

$$v = \omega R = (7{,}3 \times 10^{-5} \text{ rad/s})(6{,}4 \times 10^6 \text{ m}) = 4{,}6 \times 10^2 \text{ m/s}$$

APRENDA A velocidade linear nos polos é zero, já que $r = R \cos 90° = 0$.

26. (a) A aceleração angular é

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 150 \text{ rev/min}}{(2{,}2 \text{ h})(60 \text{ min}/1 \text{ h})} = -1{,}14 \text{ rev/min}^2.$$

(b) Usando a Eq. 10-13 com t = (2,2) (60) = 132 min, temos:

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (150 \text{ rev/min})(132 \text{ min}) + \frac{1}{2}\left(-1{,}14 \text{ rev/min}^2\right)\left(132 \text{ min}\right)^2 = 9{,}9 \times 10^3 \text{ rev}.$$

(c) Para r = 500 mm, a aceleração tangencial é

$$a_t = \alpha r = (-1{,}14 \text{ rev/min}^2)\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}}\right)\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right)^2 (500 \text{ mm}),$$

o que nos dá $a_t = -0{,}99$ mm/s².

(d) A velocidade angular do volante é

$$= (75 \text{ rev/min})(2\pi \text{ rad/rev})(1 \text{ min}/ 60 \text{ s}) = 7{,}85 \text{ rad/s}.$$

Para r = 0,50 m, a aceleração radial (ou centrípeta) é dada pela Eq. 10-23:

$$a_r = \omega^2 r = (7,85\ \text{rad/s})^2\ (0,50\ \text{m}) \approx 31\ \text{m/s}^2$$

que é muito maior que a_t. Assim, o módulo da aceleração é

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} \approx a_r = 31\ \text{m/s}^2.$$

27. (a) A velocidade angular em rad/s é

$$\omega = \left(33\frac{1}{3}\ \text{rev/min}\right)\left(\frac{2\pi\ \text{rad/rev}}{60}\right) = 3,49\ \text{rad/s}.$$

De acordo com a Eq. 10-23, a aceleração radial (centrípeta) é

$$a = \omega^2 r = (3,49\ \text{rad/s})^2 (6,0 \times 10^{-2}\ \text{m}) = 0,73\ \text{m/s}^2.$$

(b) Usando os métodos do Capítulo 6, obtemos $ma = f_s \le f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg$, o que nos dá

$$\mu_{s,\min} = \frac{a}{g} = \frac{0,73}{9,8} = 0,075.$$

(c) A aceleração radial do prato é $a_r = \omega^2 r$ e a aceleração tangencial é $a_t = \alpha r$. Assim,

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(\omega^2 r)^2 + (\alpha r)^2} = r\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}.$$

Para que a semente não escorregue, é preciso que

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s mg = ma_{\text{máx}} = mr\sqrt{\omega_{\text{máx}}^4 + \alpha^2}.$$

Como, de acordo com a Eq. 10-12, $\alpha = \omega/t$, temos:

$$\mu_{s,\text{mín}} = \frac{r\sqrt{\omega_{\text{máx}}^4 + \alpha^2}}{g} = \frac{r\sqrt{\omega_{\text{máx}}^4 + (\omega_{\text{máx}}/t)^2}}{g} = \frac{(0,060)\sqrt{3,49^4 + (3,4/0,25)^2}}{9,8} = 0,11.$$

28. Como a correia não desliza, um ponto da borda da roda C tem a mesma aceleração tangencial que um ponto da borda da roda A. Isso significa que $\alpha_A r_A = \alpha_C r_C$, onde α_A é a aceleração angular da roda A e α_C é a aceleração angular da roda C. Assim,

$$\alpha_C = \left(\frac{r_A}{r_C}\right)\alpha_A = \left(\frac{10\ \text{cm}}{25\ \text{cm}}\right)(1,6\ \text{rad/s}^2) = 0,64\ \text{rad/s}^2.$$

Com a velocidade angular da roda C dada por $\omega_C = \alpha_C t$, o tempo para que a roda C atinja uma velocidade angular ω = 100 rev/min = 10,5 rad/s a partir do repouso é

$$t = \frac{\omega_C}{\alpha_C} = \frac{10,5\ \text{rad/s}}{0,64\ \text{rad/s}^2} = 16\ \text{s}.$$

29. (a) No tempo que a luz leva para ir da roda ao espelho e voltar à roda, a roda gira um ângulo $\theta = 2\pi/500 = 1,26 \times 10^{-2}$ rad. Esse tempo é

$$t=\frac{2L}{c}=\frac{2(500\text{ m})}{2,998\times10^{8}\text{ m/s}}=3,34\times10^{-6}\text{ s}$$

e, portanto, a velocidade angular da roda é

$$\omega=\frac{\theta}{t}=\frac{1,26\times10^{-2}\text{ rad}}{3,34\times10^{-6}\text{ s}}=3,8\times10^{3}\text{ rad/s.}$$

(b) Se r é o raio da roda, a velocidade linear de um ponto da borda é

$$v=\omega r=\left(3,8\times10^{3}\text{ rad/s}\right)\left(0,050\text{ m}\right)=1,9\times10^{2}\text{ m/s.}$$

30. (a) De acordo com a Eq. 10-22, a aceleração tangencial é

$$\alpha_t=\alpha r=(14,2\text{ rad/s}^2)(2,83\text{ cm})=40,2\text{ cm/s}^2.$$

(b) Em rad/s, a velocidade angular é ω = (2760)(2π/60) = 289 rad/s; assim,

$$a_r=\omega^2 r=(289\text{ rad/s}^2)(0,0283\text{ m})=2,36\times10^{3}\text{ m/s}^2.$$

(c) De acordo com a Eq. 10-14, o deslocamento angular é

$$\theta=\frac{\omega^2}{2\alpha}=\frac{(289\text{ rad/s})^2}{2(14,2\text{ rad/s}^2)}=2,94\times10^{3}\text{ rad.}$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 10-1, a distância percorrida é

$$s=r\theta=(0,0283\text{ m})(2,94\times10^{3}\text{ rad})=83,2\text{ m.}$$

31. (a) O limite superior da aceleração centrípeta estabelece um limite superior para a velocidade angular através da relação $a = r\omega^2$, em que r é a distância entre o ponto considerado e o eixo de rotação. Considerando o caso mais desfavorável, que é o de um ponto na borda do disco (r = 0,25 m), temos $\omega_{max} = \sqrt{a/r}$ = 40 rad/s. Aplicando a Eq. 10-15 à fase em que o disco está ganhando velocidade, temos:

$$\theta-\theta_o=(\omega_o+\omega)t/2 \;\Rightarrow\; 400\text{ rad} = (0+40\text{ rad/s})t/2$$

o que nos dá t = 20 s. A fase em que o disco está perdendo velocidade leva exatamente o mesmo tempo (já que o valor da desaceleração é igual ao da aceleração); assim, o tempo total é 40 s.

(b) Na fase em que o disco está ganhando velocidade, a Eq. 10-11 nos dá

$$\omega=\omega_o+\alpha t \;\Rightarrow\; \alpha = (40\text{ rad/s})/(20\text{ s}) = 2,0\text{ rad/s}^2.$$

32. (a) A velocidade linear do carro no instante t = 15,0 s é

$$v=a_t t=\left(0,500\,\text{m/s}^2\right)\left(15,0\,\text{s}\right)=7,50\,\text{m/s}$$

A aceleração radial (centrípeta) nesse instante é

$$a_r=\frac{v^2}{r}=\frac{\left(7,50\,\text{m/s}\right)^2}{30,0\,\text{m}}=1,875\,\text{m/s}^2$$

O módulo da aceleração total é, portanto,

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{\left(0.500\,\text{m/s}^2\right)^2 + \left(1{,}875\,\text{m/s}^2\right)^2} = 1{,}94\,\text{m/s}^2$$

(b) Como $\vec{a}_t \parallel \vec{v}$, o ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{a}$ é

$$\tan^{-1}\left(\frac{a_r}{a_t}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}875}{0{,}5}\right) = 75{,}1°$$

e, portanto, o vetor aceleração aponta mais para o centro da pista do que para a direção do movimento.

33. PENSE Este problema envolve o cálculo do momento de inércia de uma roda a partir da energia cinética e da velocidade de rotação.

FORMULE A energia cinética (em J) é dada por $K = I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia (em kg · m²) e ω é a velocidade angular (em rad/s).

ANALISE De acordo com os dados do problema, a velocidade angular da roda é

$$\omega = \frac{(602\text{ rev/min})(2\pi\,\text{rad/rev})}{60\text{ s/min}} = 63{,}0\text{ rad/s}$$

e, portanto, o momento de inércia é

$$I = \frac{2K}{\omega^2} = \frac{2(24.400\text{ J})}{63{,}0\text{ rad/s})^2} = 12{,}3\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

APRENDA Note a semelhança entre a energia cinética de rotação $I\omega^2/2$ e a energia cinética associada ao movimento linear $mv^2/2$.

34. (a) De acordo com a Eq. 10-12, o módulo da aceleração angular, α, é a inclinação do gráfico de ω em função de t. Assim, $\alpha = 9/6 = 1{,}5$ rad/s².

(b) De acordo com a Eq. 10-34, a energia cinética de rotação K é proporcional a ω^2. Como a velocidade angular no instante $t = 0$ é –2 rad/s e a velocidade angular no instante $t = 4$ s é 4 rad/s, a razão entre as energias cinéticas nesses dois instantes é

$$\frac{K_0}{K_4} = \frac{4}{16} \quad \Rightarrow \quad K_0 = \frac{K_4}{4} = 0{,}40\text{ J}.$$

35. PENSE O momento de inércia de um corpo rígido depende da distribuição de massa.

FORMULE Uma vez que, de acordo com a Tabela 10-2(c), o momento de inércia de um cilindro é $I = MR^2/2$, a energia cinética de rotação é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{4}MR^2\omega^2$$

ANALISE (a) No caso do cilindro menor,

$$K_1 = \frac{1}{4}(1{,}25\text{ kg})(0{,}25\text{ m})^2(235\text{ rad/s})^2 = 1{,}08\times10^3\text{ J}$$

(b) No caso do cilindro maior,

$$K_2 = \frac{1}{4}(1{,}25\text{ kg})(0{,}75\text{ m})^2(235\text{ rad/s})^2 = 9{,}71\times10^3\text{ J}$$

APRENDA Como os dois cilindros têm a mesma massa e a mesma velocidade angular, a razão entre as energias cinéticas de rotação é igual ao quadrado da razão entre os raios:

$$\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2=\left(\frac{0,75\text{ m}}{0,25\text{ m}}\right)^2=(3)^2=9$$

36. De acordo com o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36), I aumenta com h. A expressão "até a borda do disco" no enunciado do problema indica que o maior valor de h mostrado no gráfico corresponde ao raio R do disco. Assim, R = 0,20 m. Agora podemos tomar, por exemplo, o valor de I para h = 0 e usar a fórmula de I_{CM} para um disco homogêneo [Tabela 10-2(c)] ou (o que talvez seja melhor, porque não depende da hipótese de que trata de um disco homogêneo) tomar a diferença entre o valor de I para h = 0 e o valor de I para $h = h_{max} = R$ e aplicar o teorema dos eixos paralelos [a diferença é $M(h_{max})^2 = 0,10\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$] . Qualquer dos dois métodos nos dá M = 2,5 kg.

37. PENSE Este problema envolve o cálculo do momento de inércia de uma régua em relação a um eixo que é perpendicular à régua, mas não passa pelo centro da régua.

FORMULE Podemos usar o teorema dos eixos paralelos $I = I_{CM} + Mh^2$, em que I_{CM} é o momento de inércia da régua em relação ao centro de massa, dado na Tabela 10-2(e), M é a massa e h é a distância entre o centro de massa e o eixo de rotação. Como o centro de massa está no centro da régua, h = 0,50 m – 0,20 m = 0,30 m.

ANALISE Para M = 0,56 kg e L = 1,0 m, temos

$$I_{CM}=\frac{1}{12}ML^2=\frac{1}{12}(0,56\text{ kg})(1,0\text{ m})^2=4,67\times10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Assim, de acordo com o teorema dos eixos paralelos,

$$I=4,67\times10^{-2}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2+(0,56\text{ kg})(0,30\text{ m})^2=9,7\times10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

APRENDA O fato de que $I > I_{CM}$ para qualquer valor de h mostra que é mais difícil fazer girar uma régua em torno de um eixo quando o eixo não passa pelo centro da régua.

38. De acordo com a Eq. 10-33, temos:

$$I_{total} = md^2 + m(2d)^2 + m(3d)^2 = 14\ md^2.$$

(a) Se a partícula removida for a que está mais próxima do ponto O, o novo momento de inércia será $m(2d)^2 + m(3d)^2 = 13\ md^2$. A redução percentual será, portanto, (14 – 13)/14 = 0,0714 ≈ 7,1%.

(b) Se a partícula removida for a que está mais distante do ponto O, o novo momento de inércia será $md^2 + m(2d)^2 = 5\ md^2$. A redução percentual será, portanto, (14 – 5)/14 = 0,643 ≈ 64%.

39. (a) De acordo com a Tabela 10-2(c) e a Eq. 10-34, a energia cinética de rotação é

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega^2=\frac{1}{4}(500\text{kg})(200\pi\ \text{rad/s})^2(1,0\text{m})^2=4,9\times10^7\ \text{J}.$$

(b) Usando a equação $P = K/t$, na qual P é a potência média, temos:

$$t=\frac{K}{P}=\frac{4,9\times10^7\ \text{J}}{8,0\times10^3\ \text{W}}=6,2\times10^3\ \text{s},$$

o que corresponde a aproximadamente 1 h 40 min.

40. (a) Considere três dos discos (começando pelo que está no ponto O): ⊕OO. De acordo com a Tabela 10-2(c), o primeiro (o que está no ponto O, assinalado por uma cruz) tem um momento de inércia $I = mR^2/2$. De acordo com o teorema dos eixos paralelos, o segundo tem um momento de inércia

$$I = mR^2/2 + mh^2$$

sendo $h = 2R$. O terceiro tem um momento de inércia

$$I = mR^2/2 + m(4R)^2.$$

Se tivéssemos considerado cinco discos, OO⊕OO, com o que está no ponto O no centro, o momento de inércia total seria

$$I = 5(mR^2/2) + 2[m(2R)^2 + m(4R)^2].$$

O padrão agora está claro e podemos escrever para o conjunto de quinze discos:

$$I = 15(mR^2/2) + 2[m(2R)^2 + m(4R)^2 + m(6R)^2 + \dots + m(14R)^2] = 2255mR^2/2.$$

A generalização para N discos (em que N é um número ímpar) seria

$$I = (2N^2 + 1)NmR^2/6.$$

Fazendo $m = M/15$ e $R = L/30$, em que M é a massa total e L é o comprimento total da barra, temos:

$$I = 0{,}083519ML^2 \approx (0{,}08352)(0{,}1000 \text{ kg})(1{,}0000 \text{ m})^2 = 8{,}352 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(b) Comparando com a fórmula (e) da Tabela 10-2 (que nos dá aproximadamente $I = 0{,}08333\ ML^2$), vemos que a resposta do item (a) é 0,22% menor.

41. As partículas são tratadas como "pontuais", no sentido de que o momento de inércia é calculado usando a Eq. 10-33, e o momento de inércia das barras é calculado usando a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36).

(a) Usando o índice 1 para a barra mais próxima do eixo e o índice 4 para a partícula mais afastada do eixo, temos:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = \left[\frac{1}{12}Md^2 + M\left(\frac{1}{2}d\right)^2\right] + md^2 + \left[\frac{1}{12}Md^2 + M\left(\frac{3}{2}d\right)^2\right] + m(2d)^2 \\ &= \frac{8}{3}Md^2 + 5md^2 = \frac{8}{3}(1{,}2 \text{ kg})(0{,}056 \text{ m})^2 + 5(0{,}85 \text{ kg})(0{,}056 \text{ m})^2 \\ &= 0{,}023 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 10-34, temos:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}I\omega^2 = \left(\frac{4}{3}M + \frac{5}{2}m\right)d^2\omega^2 = \left[\frac{4}{3}(1{,}2 \text{ kg}) + \frac{5}{2}(0{,}85 \text{ kg})\right](0{,}056 \text{ m})^2(0{,}30 \text{ rad/s})^2 \\ &= 1{,}1 \times 10^{-3} \text{ J}. \end{aligned}$$

42. (a) De acordo com a Eq. 10-33,

$$I_x = \sum_{i=1}^{4} m_i y_i^2 = \left[50(2{,}0)^2 + (25)(4{,}0)^2 + 25(-3{,}0)^2 + 30(4{,}0)^2\right] \text{g} \cdot \text{cm}^2 = 1{,}3 \times 10^3 \text{ g} \cdot \text{cm}^2.$$

(b) O momento de inércia em relação ao eixo y é dado por

$$I_y = \sum_{i=1}^{4} m_i x_i^2 = (50)(2{,}0)^2 + (25)(0)^2 + 25(3{,}0)^2 + 30(2{,}0)^2 = 5{,}5 \times 10^2 \text{ g} \cdot \text{cm}^2.$$

(c) O momento de inércia em relação ao eixo z (levando em conta o fato de que a distância do eixo z é $\sqrt{x^2 + y^2}$) é

$$I_z = \sum_{i=1}^{4} m_i (x_i^2 + y_i^2) = I_x + I_y = 1{,}3\times10^3 + 5{,}5\times10^2 = 1{,}9\times10^2 \ \text{g}\cdot\text{cm}^2.$$

(d) Por inspeção, é fácil ver que a resposta do item (c) é $A + B$.

43. PENSE Este problema envolve o cálculo do momento de inércia de um bloco em relação a um eixo que não passa pelo centro do bloco.

FORMULE Podemos usar o teorema dos eixos paralelos $I = I_{CM} + Mh^2$, em que I_{CM} é o momento de inércia do bloco em relação ao centro de massa, dado na Tabela 10-2(i), M é a massa e h é a distância entre o centro de massa e o eixo de rotação. Como o centro de massa está no centro do bloco, $h = \sqrt{(a/2)^2 + (b/2)^2}$. Assim,

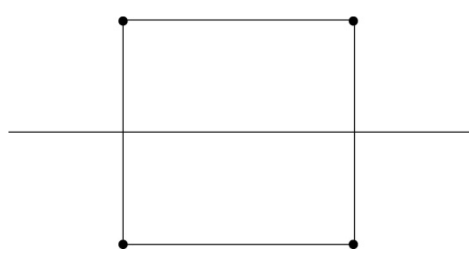
$$I = I_{\text{CM}} + Mh^2 = \frac{M}{12}\left(a^2 + b^2\right) + \frac{M}{4}\left(a^2 + b^2\right) = \frac{M}{3}\left(a^2 + b^2\right)$$

ANALISE Para $M = 0{,}172$ kg, $a = 3{,}5$ cm e $b = 8{,}4$ cm,

$$I = \frac{M}{3}\left(a^2 + b^2\right) = \frac{0{,}172\ \text{kg}}{3}[(0{,}035\ \text{m})^2 + (0{,}084\ \text{m})^2] = 4{,}7\times10^{-4}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

APRENDA O fato de que $I > I_{CM}$ para qualquer valor de h mostra que é mais difícil fazer girar um bloco em torno de um eixo quando o eixo não passa pelo centro do bloco.

44. (a) A figura mostra as partículas, as barras e o eixo de rotação (reta horizontal).



Note que todas as cargas estão a uma distância $r = 1{,}0$ m do eixo. Assim, de acordo com a Eq. 10-33,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 4\ (0{,}50\ \text{kg})\ (1{,}0\ \text{m})^2 = 2{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) Nesse caso, as duas cargas mais próximas do eixo estão a uma distância $r = 1{,}0$ m do eixo e as duas mais afastadas estão a uma distância $r = \sqrt{(1{,}0\ \text{m})^2 + (2{,}0\ \text{m})^2}$ do eixo. Assim, de acordo com a Eq. 10-33,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2(0{,}50\ \text{kg})(1{,}0\ \text{m}^2) + 2(0{,}50\ \text{kg})(5{,}0\ \text{m}^2) = 6{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

(c) Nesse caso, duas das massas estão sobre o eixo (e, portanto, $r = 0$) e as outras duas estão a uma distância $r = \sqrt{(1{,}0\ \text{m})^2 + (1{,}0\ \text{m})^2}$ do eixo. Assim, de acordo com a Eq. 10-33,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2(0{,}50\ \text{kg})(2{,}0\ \text{m}^2) = 2{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

45. PENSE O torque é o produto da força aplicada pelo braço de alavanca. Quando um corpo está submetido a mais de um torque, o torque resultante pode ser calculado somando vetorialmente os torques.

FORMULE Vamos considerar como positivo o torque que tende a fazer o corpo girar no sentido anti-horário. Nesse caso, a força $\vec{F}_1$ produz um torque positivo de módulo r_1F_1 sen θ_1, e a força $\vec{F}_2$ produz um torque r_2F_2 sen θ_2. O torque resultante é, portanto,

$$\tau = r_1 F_1 \operatorname{sen}\theta_1 - r_2 F_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

ANALISE Substituindo os valores dados, obtemos

$$\begin{aligned}\tau &= r_1 F_1 \operatorname{sen}\theta_1 - r_2 F_2 \operatorname{sen}\theta_2 = (1{,}30 \text{ m})(4{,}20 \text{ N})\operatorname{sen}75° - (2{,}15 \text{ m})(4{,}90 \text{ N})\operatorname{sen}60° \\ &= -3{,}85 \text{ N}\cdot\text{m}.\end{aligned}$$

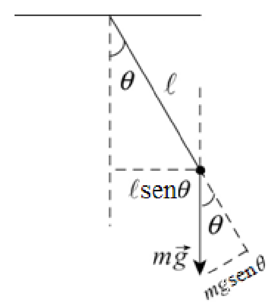
APRENDA Como $\tau < 0$, o corpo vai girar em torno do eixo no sentido horário.

46. O torque resultante é

$$\begin{aligned}\tau &= \tau_A + \tau_B + \tau_C = F_A r_A \operatorname{sen}\phi_A - F_B r_B \operatorname{sen}\phi_B + F_C r_C \operatorname{sen}\phi_C \\ &= (10)(8,0)\operatorname{sen}135° - (16)(4,0)\operatorname{sen}90° + (19)(3,0)\operatorname{sen}160° \\ &= 12 \text{ N}\cdot\text{m}.\end{aligned}$$

47. PENSE Neste problema, a bola está submetida a duas forças: a força de tração da barra e a força gravitacional.

FORMULE O torque que a força de tração da barra exerce sobre a bola é zero, já que a linha de ação da força passa pelo eixo de rotação. Como se pode ver na figura, a componente da força gravitacional perpendicular à bola, a única que exerce torque sobre a barra, é mg sen θ. Se ℓ é o comprimento da barra, o módulo do torque que a força gravitacional exerce sobre a barra é, portanto, $\tau = mg\ell$ sen θ.



ANALISE Para m = 0,75 kg, ℓ = 1,25 m e θ = 30°, o módulo do torque é

$$\tau = mg\ell \operatorname{sen}\theta = (0{,}75)(9{,}8)(1{,}25)\operatorname{sen}30° = 4{,}6 \text{ N}\cdot\text{m}$$

APRENDA Em vez de dizer que ℓ é o braço de alavanca da componente mg sen θ da força gravitacional, podemos dizer que ℓ sen θ é o braço de alavanca da força gravitacional mg. As duas interpretações levam ao mesmo resultado: $\tau = (mg \operatorname{sen}\theta)\ell = (mg)(\ell \operatorname{sen}\theta)$.

48. Calculamos os torques usando a equação $\tau = rF$ sen ϕ.

(a) Para $\phi = 30°$, $\tau_a = (0{,}152 \text{ m})(111 \text{ N})\operatorname{sen}30° = 8{,}4 \text{ N}\cdot\text{m}$.

(b) Para $\phi = 90°$, $\tau_b = (0{,}152 \text{ m})(111 \text{ N})\operatorname{sen}90° = 17 \text{ N}\cdot\text{m}$.

(c) Para $\phi = 180°$, $\tau_c = (0{,}152 \text{ m})(111 \text{ N})\operatorname{sen}180° = 0$.

49. PENSE Como a velocidade angular da nadadora varia com o tempo, a aceleração angular é diferente de zero.

FORMULE Para calcular a aceleração angular ω, podemos usar a equação $\omega = \omega_0 + \alpha t$, em que ω_0 é a velocidade angular inicial, ω é a velocidade angular final e t é o tempo. Se I é o momento de inércia da mergulhadora, o módulo do torque que age sobre a mergulhadora está relacionado à aceleração angular pela equação $\tau = I\alpha$.

ANALISE (a) De acordo com os dados do problema, a aceleração angular é

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{6{,}20 \text{ rad/s}}{220\times 10^{-3} \text{ s}} = 28{,}2 \text{ rad/s}^2$$

(b) O módulo do torque que age sobre a mergulhadora é

$$\tau = I\alpha = \left(12{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\right)\left(28{,}2\ \text{rad/s}^2\right) = 3{,}38\times10^2\ \text{N}\cdot\text{m}$$

APRENDA De acordo com a equação $\tau = I\alpha$, quanto maior o momento de inércia I de um corpo, maior o torque necessário para imprimir ao corpo uma aceleração angular α.

50. De acordo com a Eq. 10-45, temos:

$$I = \frac{\tau}{\alpha} = \frac{32{,}0}{25{,}0} = 1{,}28\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

51. (a) Tomando o sentido para baixo como positivo e chamando de a a aceleração do bloco 2, a coordenada y do bloco 2 é dada por $y = at^2/2$ e, portanto,

$$a = \frac{2y}{t^2} = \frac{2(0{,}750\ \text{m})}{(5{,}00\ \text{s})^2} = 6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2.$$

A aceleração do bloco 1 é $6{,}00 \times 10^{-2}$ m/s² para cima.

(b) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 2, obtemos a equação $m_2 g - T_2 = m_2 a$, em que m_2 é a massa do bloco 2 e T_2 é a tensão a que o bloco 2 está submetido. Assim,

$$T_2 = m_2(g-a) = (0{,}500\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m/s}^2 - 6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2\right) = 4{,}87\ \text{N}.$$

(c) Aplicando a Segunda Lei de Newton ao bloco 1, obtemos a equação $m_1 g - T_1 = -m_1 a$, em que m_1 é a massa do bloco 1 e T_1 é a tensão a que o bloco 1 está submetido. Assim,

$$T_1 = m_1(g+a) = (0{,}460\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m/s}^2 + 6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2\right) = 4{,}54\ \text{N}.$$

(d) Como a aceleração tangencial de um ponto situado na borda da polia é igual à aceleração dos blocos,

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{6{,}00\times10^{-2}\ \text{m/s}^2}{5{,}00\times10^{-2}\ \text{m}} = 1{,}20\ \text{rad/s}^2$$

(e) O torque resultante que age sobre a polia é $\tau = (T_2 - T_1)R$. Igualando a $I\alpha$ e explicitando o momento de inércia, obtemos:

$$I = \frac{(T_2 - T_1)R}{\alpha} = \frac{\left(4{,}87\ \text{N} - 4{,}54\ \text{N}\right)\left(5{,}00\times10^{-2}\ \text{m}\right)}{1{,}20\ \text{rad/s}^2} = 1{,}38\times10^{-2}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

52. De acordo com as convenções de sinal adotadas no livro, o módulo do torque resultante a que o cilindro está submetido é

$$\tau_{\text{res}} = F_1R - F_2R - F_3r = (6{,}0\ \text{N})(0{,}12\ \text{m}) - (4{,}0\ \text{N})(0{,}12\ \text{m}) - (2{,}0\ \text{N})(0{,}050\ \text{m}) = 71\ \text{N}\cdot\text{m}.$$

(a) A aceleração do cilindro [para $I = \frac{1}{2}MR^2$, de acordo com a Tabela 10-2(c)] é

$$\alpha = \frac{\tau_{\text{res}}}{I} = \frac{71\ \text{N}\cdot\text{m}}{\frac{1}{2}(2{,}0\ \text{kg})(0{,}12\ \text{m})^2} = 9{,}7\ \text{rad/s}^2.$$

(b) Como a aceleração é positiva, o sentido da aceleração é o sentido anti-horário e o vetor aceleração aponta para fora do papel na Fig. 10.39.

53. Combinando a Eq. 10-45 com a Eq. 10-38, obtemos $RF_2 - RF_1 = I\alpha$, em que, de acordo com a Eq. 10-12 (com $\omega_0 = 0$), $\alpha = \omega/t$. Usando o item (c) da Tabela 10-2 e explicitando F_2 obtemos

$$F_2 = \frac{MR\omega}{2t} + F_1 = \frac{(0,02)(0,02)(250)}{2(1,25)} + 0,1 = 0,140 \text{ N}.$$

54. (a) Nesse caso, a força é mg = (70 kg)(9,8 m/s²) e o "braço de alavanca" (a distância perpendicular entre o ponto O e a linha de ação da força) é 0,28 m. Assim, o valor absoluto do torque é (70 kg)(9,8 m/s²)(0,28 m). Como o momento de inércia é $I = 65 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, a Eq. 10-45 nos dá $|\alpha| = 2{,}955 \approx 3{,}0 \text{ rad/s}^2$.

(b) Nesse caso, como temos uma nova contribuição (1,4 m × 300 N) para o torque, o torque resultante passa a ser

$$|\tau_{res}| = (70 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}28 \text{ m}) + (1{,}4 \text{ m})(300 \text{ N}) = (65 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)\,|\alpha|,$$

o que nos dá $|\alpha| = 9{,}4 \text{ rad/s}^2$.

55. Combinando a Eq. 10-34 com a Eq. 10-45, obtemos $RF = I\alpha$, onde, de acordo com a Eq. 10-12 com $\omega_o = 0$, $\alpha = \omega/t$. Também podemos usar o fato de que

$$I = I_{placa} + I_{disco}$$

em que $I_{disco} = MR^2/2$ [item (c) da Tabela 10-2]. Assim,

$$I_{placa} = RFt/\omega - MR^2/2 = 2{,}51 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

56. Tomando como positivo o sentido anti-horário e combinando as Eqs. 10-33, 10-39 e 10-45, obtemos:

$$\tau = mgL_1 - mgL_2 = I\alpha = \left(mL_1^2 + mL_2^2\right)\alpha.$$

Assim, em unidades do SI,

$$\alpha = \frac{g\left(L_1 - L_2\right)}{L_1^2 + L_2^2} = \frac{\left(9{,}8 \text{ m/s}^2\right)\left(0{,}20 \text{ m} - 0{,}80 \text{ m}\right)}{(0{,}20 \text{ m})^2 + (0{,}80 \text{ m})^2} = -8{,}65 \text{ rad/s}^2$$

em que o sinal negativo indica que o sistema começa a girar no sentido anti-horário. A componente radial do vetor aceleração é nula, já que, como se trata do instante inicial, a velocidade instantânea é zero. Assim, aplicando a Eq. 10-22, temos:

(a) $|\vec{a}_1| = |\alpha| L_1 = \left(8{,}65 \text{ rad/s}^2\right)\left(0{,}20 \text{ m}\right) = 1{,}7 \text{ m/s}.$

(b) $|\vec{a}_2| = |\alpha| L_2 = \left(8{,}65 \text{ rad/s}^2\right)\left(0{,}80 \text{ m}\right) = 6{,}9 \text{ m/s}^2.$

57. Como a força é aplicada tangencialmente a uma distância r = 0,10 m do eixo, a aceleração angular (supostamente positiva) é

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Fr}{I} = \frac{(0{,}5t + 0{,}3t^2)(0{,}10)}{1{,}0 \times 10^{-3}} = 50t + 30t^2$$

em unidades do SI (rad/s²).

(a) Para o instante t = 3 s, a expressão acima nos dá $\alpha = 4{,}2 \times 10^2 \text{ rad/s}^2$.

(b) Integrando a expressão acima e levando em conta o fato de que $\omega_o = 0$, obtemos a velocidade angular da polia no instante t = 3 s:

$$\omega = \int_0^3 \alpha\, dt = \left(25t^2 + 10t^3\right)\Big|_0^3 = 5{,}0 \times 10^2 \text{ rad/s}.$$

58. (a) A velocidade v do bloco após ter descido uma distância d a partir do repouso é dada por $v^2 = 2ad$ (Eq. 2-16). Assim, para $g = 980$ cm/s^2, temos:

$$v=\sqrt{2ad}=\sqrt{\frac{2(2mg)d}{M+2m}}=\sqrt{\frac{4(50)(980)(50)}{400+2(50)}}=1,4\times10^2 \text{ cm/s.}$$

(b) A resposta é a mesma do item (a), $1,4 \times 10^2$ cm/s, já que a velocidade do bloco não depende de R.

59. Aplicamos a Eq. 10-55 com $\omega = (1800)(2\pi/60) = 188,5$ rad/s:

$$P=\tau\omega \quad\Rightarrow\quad \tau=\frac{74.600\text{ W}}{188,5\text{ rad/s}}=396\text{ N}\cdot\text{m}.$$

60. (a) Aplicamos a Eq. 10-34:

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}mL^2\right)\omega^2=\frac{1}{6}mL^2\omega^2$$
$$=\frac{1}{6}(0,42\text{ kg})(0,75\text{ m})^2(4,0\text{ rad/s})^2=0,63\text{ J.}$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, $K = mgh$. Assim, o centro de massa alcança uma altura

$$h=\frac{K}{mg}=\frac{mL^2\omega^2}{6mg}=\frac{L^2\omega^2}{6g}=\frac{(0,75\text{ m})^2(4,0\text{ rad/s})^2}{6(9,8\text{ m/s}^2)}=0,153\text{ m}\approx0,15\text{ m.}$$

61. A velocidade angular inicial é $\omega = (280\text{ rev/min})(2\pi/60) = 29,3$ rad/s.

(a) Como o momento de inércia, de acordo com a Tabela 10-2(a), é $I=(32\text{ kg})(1,2\text{ m})^2=46,1\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, o trabalho necessário é

$$W=\Delta K=0-\frac{1}{2}I\omega^2=-\frac{1}{2}(46,1\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(29,3\text{ rad/s})^2=-1,98\times10^4\text{ J}.$$

(b) A potência média (em valor absoluto) é, portanto,

$$|P|=\frac{|W|}{\Delta t}=\frac{19,8\times10^3}{15}=1,32\times10^3\text{ W.}$$

62. (a) De acordo com a Eq. 10-33, temos:

$$I_{\text{total}} = md^2 + m(2d)^2 + m(3d)^2 = 14\, md^2,$$

em que $d = 0,020$ m e $m = 0,010$ kg. O trabalho necessário é

$$W = \Delta K = I\omega_f^2/2 - I\omega_i^2/2,$$

em que $\omega_f = 20$ rad/s e $\omega_i = 0$. Isso nos dá $W = 11,2$ mJ.

(b) Nesse caso, $\omega_f = 40$ rad/s e $\omega_i = 20$ rad/s, o que nos dá $W = 33,6$ mJ.

(c) Nesse caso, $\omega_f = 60$ rad/s e $\omega_i = 40$ rad/s, o que nos dá $W = 56,0$ mJ.

(d) De acordo com a Eq. 10-34, a inclinação é $I/2$. Assim, temos:

$$\text{inclinação} = 7md^2 = 2,80 \times 10^{-5}\text{ J}\cdot\text{s}^2/\text{rad}^2.$$

63. PENSE Durante a rotação da régua, a energia potencial é convertida em energia cinética de rotação.

FORMULE Vamos chamar de ℓ o comprimento da régua. Como a régua está inicialmente em repouso, a energia cinética inicial é zero. Como o centro de massa da régua está a uma distância $\ell/2$ das extremidades, a energia potencial inicial (tomando como referência o nível do solo) é $U_g = mg\ell/2$, em que m é a massa da régua. Imediatamente antes de atingir o solo, a energia potencial da régua é zero e a energia cinética de rotação é $I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia da régua em relação a um eixo que passa por uma das extremidades da régua, e ω é a velocidade angular. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\frac{1}{2}mg\ell = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mg\ell}{I}}$$

De acordo com a Eq. 10-18, a velocidade da extremidade livre da régua imediatamente antes de se chocar com o solo é

$$v = \omega\ell = \sqrt{\frac{mg\ell^3}{I}}$$

ANALISE Como, de acordo com a Tabela 10-2 e o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia da régua é $m\ell^2/12 + m(\ell/2)^2 = m\ell^2/3$,

$$v = \sqrt{3g\ell} = \sqrt{3(9{,}8\ \text{m/s}^2)(1{,}00\ \text{m})} = 5{,}42\ \text{m/s}$$

APRENDA A velocidade linear de um ponto qualquer da régua depende da distância entre o ponto e o eixo de rotação. A velocidade do centro de massa, por exemplo, é

$$v_{\text{CM}} = \omega(\ell/2) = \frac{1}{2}\sqrt{3g\ell}$$

64. (a) Usamos o teorema dos eixos paralelos para calcular o momento de inércia:

$$I = I_{\text{CM}} + Mh^2 = \frac{1}{2}MR^2 + Mh^2 = \frac{1}{2}(20\ \text{kg})(0{,}10\ \text{m})^2 + (20\ \text{kg})(0{,}50\ \text{m})^2 = 0{,}15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, $Mgh = \frac{1}{2}I\omega^2$, em que ω é a velocidade angular do cilindro ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória. Assim,

$$\omega = \sqrt{\frac{2Mgh}{I}} = \sqrt{\frac{2(20\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}050\ \text{m})}{0{,}15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}} = 11\ \text{rad/s}.$$

65. (a) Usamos a lei de conservação da energia mecânica para escrever uma expressão para ω^2 em função do ângulo θ que a chaminé faz com a vertical. A energia potencial da chaminé é dada por $U = Mgh$, em que M é a massa da chaminé e h é a altura do centro de massa da chaminé em relação ao solo. Quando a chaminé faz um ângulo θ com a vertical, $h = (H/2)\cos\theta$. Inicialmente, a energia potencial é $U_i = Mg(H/2)$ e a energia cinética é zero. Quando a chaminé faz um ângulo θ com a vertical, a energia cinética é $\frac{1}{2}I\omega^2$, na qual I é o momento de inércia da chaminé em relação à aresta da base. De acordo com a lei de conservação da energia,

$$MgH/2 = Mg(H/2)\cos\theta + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = (MgH/I)(1-\cos\theta).$$

De acordo com a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia da chaminé em relação à aresta da base é $I = MH^2/3$. Assim,

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{H}(1-\cos\theta)} = \sqrt{\frac{3(9{,}80\ \text{m/s}^2)}{55{,}0\ \text{m}}(1-\cos 35{,}0°)} = 0{,}311\ \text{rad/s}.$$

(b) Como a componente radial da aceleração do topo da chaminé é $a_r = H\omega^2$, temos:

$$a_r = 3g\,(1 - \cos\theta) = 3\,(9{,}80\text{ m/s}^2)(1 - \cos 35{,}0°) = 5{,}32\text{ m/s}^2\,.$$

(c) A componente tangencial da aceleração do topo da chaminé é dada por $a_t = H\alpha$, em que α é a aceleração angular. Não podemos usar a Tabela 10-1 porque a aceleração não é constante. Em vez disso, derivamos

$$\omega^2 = (3g/H)(1 - \cos\theta)$$

em relação ao tempo e substituímos $d\omega/dt$ por α e $d\theta/dt$ por ω, o que nos dá

$$\frac{d}{dt}(\omega^2) = 2\omega\alpha = \frac{3g}{H}\omega\,\mathrm{sen}\,\theta \Rightarrow \alpha = \frac{3g}{2H}\mathrm{sen}\,\theta.$$

Assim,

$$a_t = H\alpha = \frac{3g}{2}\mathrm{sen}\,\theta = \frac{3(9{,}80\text{ m/s}^2)}{2}\mathrm{sen}\,35{,}0° = 8{,}43\text{ m/s}^2.$$

(d) O ângulo θ para o qual $a_t = g$ é a solução da equação $\frac{3g}{2}\mathrm{sen}\,\theta = g$. Assim, sen $\theta = 2/3$ e $\theta = 41{,}8°$.

66. De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia de uma casca esférica é $2MR^2/3$ e, portanto, a energia cinética (depois de o objeto descer uma distância h) é

$$K = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\omega_{\text{casca}}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{\text{polia}}^2 + \frac{1}{2}mv^2.$$

Como o objeto partiu do repouso, essa energia deve ser igual (na ausência de atrito) à energia potencial mgh do sistema no instante em que o objeto foi liberado. Substituindo a velocidade angular da casca esférica por v/R e a velocidade angular da polia por v/r, temos:

$$v = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}\frac{I}{r^2} + \frac{M}{3}}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + I/mr^2 + 2M/3m}}$$
$$= \sqrt{\frac{2(9{,}8)(0{,}82)}{1 + 3{,}0\times10^{-3}/(0{,}60)(0{,}050)^2 + 2(4{,}5)/3(0{,}60)}} = 1{,}4\text{ m/s}.$$

67. De acordo com o teorema dos eixos paralelos e os itens (e) e (h) da Tabela 10-2, o momento de inércia do corpo é

$$I = mL^2/12 + m(L/2)^2 + mR^2/2 + m(R + L)^2 = 10{,}83mR^2\,,$$

em que usamos a relação $L = 2R$. Tomando a base da barra como origem do sistema de coordenadas ($x = 0$, $y = 0$) a ordenada do centro de massa é

$$y = \frac{mL/2 + m(L + R)}{m \quad M} = 2R.$$

Comparando a posição mostrada na Fig. 10-45 com a posição invertida, vemos que a variação da ordenada do centro de massa, em valor absoluto, é $|\Delta y| = 4R$. A perda correspondente de energia potencial gravitacional é convertida em energia cinética. Assim,

$$K = (2m)g(4R) \quad \Rightarrow \quad \omega = 9{,}82\text{ rad/s}$$

em que foi usada a Eq. 10-34.

68. Escolhemos o sentido de rotação para que a velocidade angular inicial seja $\omega_0 = -317$ rad/s e os valores de α, τ e F sejam positivos.

(a) Combinando a Eq. 10-12 com a Eq. 10-45 e a Tabela 10-2(f) (e usando o fato de que $\omega = 0$), chegamos à expressão

$$\tau = \left(\frac{2}{5}MR^2\right)\left(-\frac{\omega_0}{t}\right) = -\frac{2}{5}\frac{MR^2\omega_0}{t}.$$

Para $t = 15{,}5$ s, $R = 0{,}226$ m e $M = 1{,}65$ kg, obtemos $\tau = 0{,}689$ N·m.

(b) De acordo com a Eq. 10-40, $F = \tau/R = 3{,}05$ N.

(c) Usando novamente a expressão do item (a), mas desta vez com $R = 0{,}854$ m, obtemos $\tau = 9{,}84\ \text{N}\cdot\text{m}$.

(d) $F = \tau / R = 11{,}5$ N.

69. O volume de cada disco é $\pi r^2 h$, sendo que h é a espessura. Chamando de R o raio do disco maior e de r o raio do disco menor, as massas dos discos são $m = \rho\pi r^2 h$ e $M = \rho\pi R^2 h$, em que ρ é a massa específica. Podemos usar o teorema dos eixos paralelos e o item (c) da Tabela 10-2 para calcular o momento angular do conjunto:

$$I = MR^2/2 + mr^2/2 + m(r+R)^2 = \rho\pi h[R^4/2 + r^4/2 + r^2(r+R)^2] = 6{,}16 \times 10^{-5}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

70. A roda partiu do repouso ($\omega_0 = 0$) no instante $t = 0$ com uma aceleração constante α. Durante um intervalo de tempo Δt, que começou em um certo instante t_1, descreveu um ângulo $\Delta\theta$. Vamos resolver primeiro o item (b).

(b) Usamos a Eq. 10-13 (com uma pequena mudança de notação) para descrever o movimento durante o intervalo de tempo Δt:

$$\Delta\theta = \omega_1\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \Rightarrow \omega_1 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} - \frac{\alpha\Delta t}{2}$$

Substituindo na Eq. 10-12, temos:

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha t_1 \quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta\theta}{\Delta t} - \frac{\alpha\Delta t}{2} = \alpha t_1 \quad\Rightarrow\quad \frac{90{,}0}{3{,}00} - \frac{(2{,}00)(3{,}00)}{2} = (2{,}00)\,t_1$$

o que nos dá $t_1 = 13{,}5$ s.

(a) Substituindo na expressão de ω_1 já obtida, temos:

$$\omega_1 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} - \frac{\alpha\Delta t}{2} = \frac{90{,}0}{3{,}00} - \frac{(2{,}00)(3{,}00)}{2} = 27{,}0\ \text{rad/s}.$$

71. PENSE Como a corda não escorrega na polia, o movimento dos blocos faz a polia girar.

FORMULE Escolhendo sistemas de coordenadas diferentes para os dois blocos de tal forma que a aceleração dos dois blocos seja positiva, podemos escrever $a_2 = a_1 = a = R\alpha$. Para isso, escolhemos como positivo o sentido para a direita do bloco 2 (o bloco que está sobre a mesa), escolhemos como positivo o sentido para baixo do bloco 1 (o bloco que está pendurado na corda) e escolhemos (ao contrário da convenção usual) o sentido horário como sentido de rotação da polia. Isso significa que podemos interpretar o ângulo de rotação que aparece no enunciado do problema como uma grandeza positiva. Aplicando a segunda lei de Newton para translações aos dois blocos e a segunda lei de Newton para rotações à polia, obtemos as seguintes equações:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1$$
$$T_2 - f_2 = m_2 a_2$$
$$T_1 R - T_2 R = I\alpha$$

em que T_1 e T_2 são as forças de tração que a corda exerce sobre os blocos 1 e 2, respectivamente, e f_2 é a força de atrito entre o bloco 2 e a superfície da mesa.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 10-13 (com $\omega_0 = 0$), o módulo da aceleração angular da polia é

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{2\theta}{t^2} = \frac{2(0{,}130 \text{ rad})}{(0{,}0910 \text{ s})^2} = 31{,}4 \text{ rad/s}^2$$

(b) Como $a = R\alpha$, a aceleração dos blocos é

$$a = \frac{2R\theta}{t^2} = \frac{2(0{,}024 \text{ m})(0{,}130 \text{ rad})}{(0{,}0910 \text{ s})^2} = 0{,}754 \text{ m/s}^2$$

(c) De acordo com a primeira das equações anteriores, a força de tração T_1 é

$$T_1 = m_1(g - a_1) = M\left(g - \frac{2R\theta}{t^2}\right) = (6{,}20 \text{ kg})\left(9{,}80 \text{ m/s}^2 - \frac{2(0{,}024 \text{ m})(0{,}130 \text{ rad})}{(0{,}0910 \text{ s})^2}\right) = 56{,}1 \text{ N}$$

(d) De acordo com a terceira das equações anteriores, a força de tração T_2 é

$$T_2 = T_1 - \frac{I\alpha}{R} = 56{,}1 \text{ N} - \frac{(7{,}40\times10^{-4}\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(31{,}4 \text{ rad/s}^2)}{0{,}024 \text{ m}} = 55{,}1 \text{ N}$$

APRENDA O torque que age sobre a polia é $t = I\alpha = (T_1 - T_2)R$. Se a massa da polia fosse desprezível, $I = 0$ e $T_1 = T_2$. De acordo com a segunda das equações anteriores, a força de atrito entre o bloco 2 e a mesa é $f_2 = T_2 - m_2a_2 = 50{,}4$ N.

72. (a) Chamando de α a aceleração angular, de ω_0 a velocidade angular inicial e de t o tempo que a barra leva para parar, a equação $\omega_0 + \alpha t = 0$ nos dá

$$\alpha = -\frac{\omega_0}{t} = -\frac{39{,}0 \text{ rev/s}}{32{,}0 \text{ s}} = -1{,}22 \text{ rev/s}^2 = -7{,}66 \text{ rad/s}^2 .$$

(b) Usamos a equação $\tau = I\alpha$, em que τ é o torque e I é o momento de inércia do sistema. A contribuição da barra para o momento de inércia é $M\ell^2/12$ [Tabela 10-2(e)], na qual M é a massa e ℓ o comprimento da barra. A contribuição de cada bola é $m(\ell/2)^2$, em que m é a massa da bola. O momento de inércia total é

$$I = \frac{M\ell^2}{12} + 2\frac{m\ell^2}{4} = \frac{(6{,}40 \text{ kg})(1{,}20 \text{ m})}{12} + \frac{(1{,}06 \text{ kg})(1{,}20 \text{ m})^2}{2} ,$$

o que nos dá $I = 1{,}53 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. O torque, portanto, é

$$\tau = (1{,}53 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(-7{,}66 \text{ rad/s}^2) = -117 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

(c) Como o estado final do sistema é o repouso, a energia mecânica que é convertida em energia térmica é igual à energia cinética inicial:

$$E_t = K_i = \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}(1{,}53 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)\left[(2\pi)(39{,}0) \text{ rad/s}\right]^2 = 4{,}59\times10^4 \text{ J}.$$

(d) De acordo com a Eq. 10-13,

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \left[(2\pi)(39{,}0)\text{rad/s}\right](32{,}0 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-7{,}66 \text{ rad/s}^2)(32{,}0 \text{ s})^2,$$

o que nos dá 3920 rad ou (dividindo por 2π) 624 rev.

(e) Apenas a energia mecânica que é transformada em energia térmica pode ser calculada sem informações adicionais. O valor dessa energia é $4{,}59 \times 10^4$ J independentemente do modo como o torque varia com o tempo, contanto que o estado final do sistema seja o repouso.

73. A sugestão proposta no enunciado facilita a solução do item (a), mas apresentamos uma solução mais detalhada para que o leitor possa confirmar que a sugestão está correta.

(a) De acordo com a Segunda Lei de Newton, a força centrípeta exercida sobre uma parte infinitesimal da pá, de massa dm, situada a uma distância r do eixo de rotação, é dada por $dF = (dm)\omega^2 r$ e a velocidade angular é

$$\omega = (320)(2\pi/60) = 33{,}5 \text{ rad/s}.$$

Assim, chamando de M e de L a massa e o comprimento da pá, respectivamente, e levando em conta a relação $dm = (M/L)\,dr$, a força total a que está submetida a pá é

$$F = \int dF = \int \omega^2 r\,dm = \frac{M}{L}\int_0^L \omega^2 r\,dr = \frac{M\omega^2 L}{2} = \frac{(110\,\text{kg})\,(33{,}5\text{ rad/s})^2\,(7{,}80\,\text{m})}{2}$$
$$= 4{,}81\times10^5\,\text{N}.$$

(b) De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia da pá em relação ao centro de massa é $I = ML^2/12$. Quando usamos o teorema dos eixos paralelos para "transferir" o eixo de rotação para a extremidade da pá, o momento de inércia se torna $I = ML^2/3$. De acordo com a Eq. 10-45, o torque (suposto constante) é

$$\tau = I\alpha = \left(\frac{1}{3}ML^2\right)\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right) = \frac{1}{3}(110\text{ kg})(7{,}8\,\text{m})^2\left(\frac{33{,}5\text{ rad/s}}{6{,}7\text{ s}}\right) = 1{,}12\times10^4\ \text{N}\cdot\text{m}.$$

(c) De acordo com a Eq. 10-52, o trabalho realizado é

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}I\omega^2 - 0 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 = \frac{1}{6}(110\text{ kg})(7{,}80\text{ m})^2\,(33{,}5\text{ rad/s})^2 = 1{,}25\times10^6\,\text{J}.$$

74. O deslocamento angular dos discos A e B é dado por

$$\theta_A = \omega_A t, \quad \theta_B = \frac{1}{2}\alpha_B t^2.$$

(a) O instante em que $\theta_A = \theta_B$ é dado por

$$\omega_A t = \frac{1}{2}\alpha_B t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2\omega_A}{\alpha_B} = \frac{2(9{,}5\text{ rad/s})}{(2{,}2\text{ rad/s}^2)} = 8{,}6\text{ s}.$$

(b) A diferença entre os deslocamentos angulares é

$$\Delta\theta = \theta_A - \theta_B = \omega_A t - \frac{1}{2}\alpha_B t^2 = 9{,}5t - 1{,}1t^2.$$

Para que as linhas de referência dos dois discos estejam alinhadas, é preciso apenas que $\Delta\theta = 2\pi N$, em que N é um número inteiro. Resolvendo a equação do segundo grau acima, obtemos:

$$t_N = \frac{9{,}5 \pm \sqrt{(9{,}5)^2 - 4(1{,}1)(2\pi N)}}{2(1{,}1)} = \frac{9{,}5 \pm \sqrt{90{,}25 - 27{,}6N}}{2{,}2}.$$

A solução $t_0' = 8{,}63$ s, obtida fazendo $N = 0$ e escolhendo o sinal positivo para a raiz quadrada, coincide com o resultado obtido no item (a), enquanto a solução $t_0'' = 0$, obtida escolhendo o sinal negativo para a raiz quadrada, é o momento em que os discos começam a girar. Fazendo $N = 1$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos $t_1' = 7{,}92$ s; escolhendo a raiz negativa, obtemos $t_1'' = 0{,}72$. Fazendo $N = 2$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos $t_2' = 7{,}01$ s; escolhendo a raiz negativa, obtemos $t_2'' = 1{,}63$; fazendo $N = 3$ e escolhendo a raiz positiva, obtemos $t_3' = 5{,}56$ s; escolhendo a raiz negativa, obtemos $t_3'' = 3{,}08$. Para valores de N maiores que 3, o radicando se torna negativo e a equação não tem solução real. Assim, a resposta é não.

75. O módulo do torque é o produto do módulo da força pelo braço de alavanca. Neste caso, a força é a força gravitacional, que passa pelo centro de massa. Assim,

$$\tau = I\alpha = rF = rmg,$$

em que r é a distância horizontal entre o centro de massa do equilibrista e o arame.

(a) Sem a vara, para $I = 15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, a aceleração angular é

$$\alpha = \frac{rF}{I} = \frac{rmg}{I} = \frac{(0{,}050\ \text{m})(70\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}{15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2} = 2{,}3\ \text{rad/s}^2.$$

(b) Quando o equilibrista carrega uma vara, o torque aplicado à vara pela força gravitacional tem o sentido oposto ao torque aplicado ao equilibrista pela força gravitacional. Assim, o torque resultante é

$$\tau_{\text{res}} = \sum_i r_i F_i = (0{,}050\ \text{m})(70\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) - (0{,}10\ \text{m})(14\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 20{,}58\ \text{N}\cdot\text{m},$$

e a aceleração angular resultante é

$$\alpha = \frac{\tau_{\text{res}}}{I} = \frac{20{,}58\ \text{N}\cdot\text{m}}{15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2} \approx 1{,}4\ \text{rad/s}^2.$$

76. O movimento acontece em duas etapas. Na primeira, no intervalo $0 \le t \le 20$ s, a roda se move com uma aceleração angular constante dada por

$$\alpha = \frac{5{,}0\ \text{rad/s}}{2{,}0\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{rad/s}^2.$$

Na segunda, no intervalo $20 < t \le 40$ s, a roda se move com uma velocidade angular constante dada por $\omega = \Delta\theta/\Delta t$. Analisando o primeiro estágio, obtemos:

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha t^2\bigg|_{t=20} = 500\ \text{rad}, \quad \omega = \alpha t\big|_{t=20} = 50\ \text{rad/s}.$$

Analisando o segundo estágio, obtemos:

$$\theta_2 = \theta_1 + \omega\Delta t = 500\ \text{rad} + (50\ \text{rad/s})(20\ \text{s}) = 1{,}5\times10^3\ \text{rad}.$$

77. PENSE Como a aceleração angular do prato do toca-discos é constante, podemos usar as equações da Tabela 10-1 para analisar o movimento de rotação do prato.

FORMULE Vamos tomar o sentido inicial de rotação do prato como positivo. Nesse caso, como a velocidade angular inicial é positiva e a velocidade final é zero, a aceleração angular é negativa. De acordo com a Eq. 10-12, $\alpha = (\omega - \omega_0)/t$, e de acordo com a Eq. 10-13, $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha t^2/2$.

ANALISE (a) Convertendo o tempo para minutos e substituindo os valores conhecidos na primeira das equações anteriores, obtemos

$$\alpha = -\frac{33{,}33\ \text{rev/min}}{0{,}50\,\text{min}} = -66{,}7\ \text{rev/min}^2 \approx -67\ \text{rev/min}^2$$

(b) Substituindo o valor de α na segunda das equações anteriores, obtemos

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (33{,}33\ \text{rev/min})(0{,}50\ \text{min}) + \frac{1}{2}(-66{,}7\text{rev/min}^2)(0{,}50\ \text{min})^2 = 8{,}33\ \text{rev}$$

APRENDA Também podemos usar a Eq. 10-15 para resolver o item (b):

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t = \frac{1}{2}(33.33\ \text{rev/min} + 0)(0{,}50\ \text{min}) = 8{,}33\ \text{rev}$$

78. Usamos a lei de conservação da energia. O centro de massa está no ponto médio da barra transversal e desce uma distância $L/2$, em que L é o comprimento das barras. A energia potencial gravitacional diminui de $MgL/2$, na qual M é a massa do corpo. A energia cinética inicial é zero e a energia cinética final é $I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia do corpo e ω é a velocidade angular no instante em que o corpo está na vertical. Assim,

$$0 = -MgL/2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{MgL/I}.$$

Como as barras são finas, a barra que coincide com o eixo de rotação não contribui para o momento de inércia. Como todos os pontos da outra barra longitudinal estão à mesma distância do eixo de rotação, a contribuição da outra barra longitudinal para o momento de inércia é $(M/3)L^2$, sendo que $M/3$ é a massa da barra. A barra transversal é uma barra que gira e torno de uma das extremidades e, portanto, sua contribuição é $(M/3)L^2/3 = ML^2/9$. O momento de inércia total é, portanto,

$$I = (ML^2/3) + (ML^2/9) = 4ML^2/9.$$

Assim, a velocidade angular é

$$\omega = \sqrt{\frac{MgL}{I}} = \sqrt{\frac{MgL}{4ML^2/9}} = \sqrt{\frac{9g}{4L}} = \sqrt{\frac{9(9{,}800\ \text{m/s}^2)}{4(0{,}600\ \text{m})}} = 6{,}06\ \text{rad/s}.$$

79. PENSE Este problema envolve a comparação entre os momentos de inércia de um cilindro maciço e de um aro fino.

FORMULE De acordo com a Tabela 10-2, as expressões do momento de inércia de um cilindro maciço de massa M e raio R e de um aro fino de massa M e raio r são

$$I_C = \frac{1}{2}MR^2, \quad I_A = Mr^2$$

Fazendo $I_C = I_A$, podemos obter uma relação entre R e r.

ANALISE (a) Como o cilindro e o aro têm massas iguais, eles terão o mesmo momento de inércia ($I_C = I_A$), se $R^2/2 = r^2$, o que nos dá $r = R/\sqrt{2}$.

(b) Explicitando k na relação $I = Mk^2$, em que M é a massa do corpo e k é o raio do aro equivalente, obtemos $k = \sqrt{I/M}$.

APRENDA No caso de uma esfera, temos

$$I_E = \frac{2}{5}MR^2 = M\left(R\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad k_E = R\sqrt{\frac{2}{5}}$$

80. (a) De acordo com a Eq. 10-15, 60,0 rad = $(\omega_1 + \omega_2)$(6,00 s)/2. Para ω_2 = 15,0 rad/s, ω_1 = 5,00 rad/s.

(b) De acordo com a Eq. 10-12, α = (15,0 rad/s – 5,0 rad/s)/(6,00 s) = 1,67 rad/s^2.

(c) Interpretando ω como ω_1 e θ como θ_1 = 10,0 rad (e fazendo ω_o = 0), a Eq. 10-14 nos dá

$$\theta_o = -\frac{\omega_1^2}{2\alpha} + \theta_1 = 2{,}50 \text{ rad} .$$

81. O centro de massa está à altura $h = (L/2)$ sen 40º quando a barra é liberada. A energia potencial correspondente, Mgh, é convertida em energia cinética de rotação $I\omega^2/2$, em que I é o momento de inércia da barra em relação ao pino, quando a barra passa pela posição horizontal. De acordo com a Tabela 10-2 (e) e o teorema dos eixos paralelos, temos:

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2.$$

Assim,

$$Mg\frac{L}{2}\text{sen}\,40° = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{3g\,\text{sen}\,40°}{L}} = 3{,}1 \text{ rad/s}.$$

82. O momento de inércia dos passageiros é dado (com boa aproximação) pela Eq. 10-53: $I = \sum mR^2 = NmR^2$, em que N é o número de passageiros e m é a massa (média) por pessoa. De acordo com a Eq. 10-52,

$$W = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}NmR^2\omega^2$$

Como a velocidade de rotação é constante, $\omega = \theta/t$, o que nos dá $\omega = 2\pi/120$ = 0,052 rad/s. Como a massa média por pessoa está quase certamente no intervalo $50 \le m \le 100$, o trabalho realizado está no intervalo

$$\frac{1}{2}(2160)(50)(38)^2(0{,}052)^2 \le W \le \frac{1}{2}(2160)(100)(38)^2(0{,}052)^2$$

$$2\times10^5 \text{ J} \le W \le 4\times10^5 \text{ J}.$$

83. Escolhemos o sentido dos eixos e o sentido da rotação para que as acelerações sejam positivas, o que nos permite fazer $a_1 = a_2 = a$. Para isso, escolhemos o sentido para cima como positivo para o bloco 1, o sentido para baixo como positivo para o bloco 2 e o sentido horário como positivo para a rotação do disco. Aplicando a segunda lei de Newton, obtemos um sistema de três equações:

$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$

$$T_2 R - T_1 R = I\alpha$$

(a) Substituindo o momento de inércia do disco na terceira equação pelo seu valor, $I = MR^2/2$ [veja a Tabela 10-2(c)], dividindo a terceira equação por R, e somando as equações, obtemos:

$$m_2 g - m_1 g = \left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M\right)a$$

o que nos dá $a = \frac{4}{25}g = 1{,}57 \text{ m/s}^2$.

(b) Substituindo a pelo seu valor na primeira equação e fazendo m_1 = 0,40 kg, obtemos

$$T_1 = \frac{29}{25}m_1 g = 4{,}55 \text{ N}.$$

(c) Para m_2 = 0,60 kg, obtemos

$$T_2 = \frac{5}{6} m_2 g = 4.94 \text{ N}.$$

84. (a) A distância em longitude entre Helsinki e o local da explosão é $\Delta\theta = 102° - 25° = 77°$. Como a velocidade de rotação da Terra é

$$\omega = \frac{1 \text{ rev}}{1 \text{ dia}} = \frac{360°}{24 \text{ h}},$$

um deslocamento angular de $\Delta\theta$ corresponde a um intervalo de tempo de

$$\Delta t = (77°)\left(\frac{24 \text{ h}}{360°}\right) = 5{,}1 \text{ h}.$$

(b) Nesse caso, $\Delta\theta = 102° - (-20°) = 122°$, de modo que o intervalo de tempo pedido seria

$$\Delta t = (122°)\left(\frac{24 \text{ h}}{360°}\right) = 8{,}1 \text{ h}.$$

85. Para calcular o tempo necessário para a bola atingir a altura máxima, usamos a Eq. 4-23, fazendo o lado direito igual a zero. O resultado é o seguinte:

$$t = \frac{(60 \text{ m/s})\,\text{sen}(20^{o})}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 2{,}094 \text{ s}.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 10-13 (com $\alpha = 0$), temos:

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t = (90 \text{ rad/s})(2{,}094 \text{ s}) = 188 \text{ rad},$$

o que equivale a aproximadamente 30 rev.

86. No cálculo a seguir, M_1 e M_2 são as massas dos anéis, R_{1i} e R_{2i} são os raios internos e R_{1e} e R_{2e} são os raios externos. De acordo com a Tabela 10-2 (b), temos:

$$I = \frac{1}{2} M_1 (R_{1i}^2 + R_{1e}^2) + \frac{1}{2} M_2 (R_{2i}^2 + R_{2e}^2) = 0{,}00346 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 .$$

Nesse caso, de acordo com as Eqs. 10-39 ($\tau = rF$, em que $r = R_{2e}$) e 10-45 ($\tau = I\alpha$), temos:

$$\alpha = \frac{(0{,}140)(12{,}0)}{0{,}00346} = 485 \text{ rad/s}^2,$$

e a Eq. 10-12 nos dá $\omega = \alpha t$ = 146 rad/s.

87. Escolhemos o sentido do eixo de referência e o sentido da rotação para que as acelerações sejam positivas. Aplicando a segunda lei de Newton, obtemos as seguintes equações, em que a é a aceleração da caixa e θ é o ângulo do plano inclinado:

$$mg \,\text{sen}\, \theta - T = ma$$
$$TR = I\alpha$$

Como, de acordo com o enunciado, a = 2,0 m/s^2, a primeira equação nos dá:

$$T = m\,(g \operatorname{sen} \theta - a) = 2{,}7 \text{ N}.$$

Substituindo T e R por seus valores na segunda equação (e usando a relação $\alpha = a/R$), obtemos

$$I = TR^2/a = 0{,}054 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

88. (a) Usando a relação $\tau = I\alpha$, na qual τ é o torque resultante que age sobre a casca, I é o momento de inércia da casca e α é a aceleração angular, temos:

$$I = \frac{\tau}{\alpha} = \frac{960 \text{ N} \cdot \text{m}}{6{,}20 \text{ rad/s}^2} = 155 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(b) Como, de acordo com a Tabela 10-2 (g), o momento de inércia da casca é dado por $I = (2/3)\,MR^2$, temos:

$$M = \frac{3I}{2R^2} = \frac{3(155 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)}{2(1{,}90 \text{ m})^2} = 64{,}4 \text{ kg}.$$

89. De acordo com a Eq. 10-40, $\tau = mgr = (70 \text{ kg})\,(9{,}8 \text{ m/s}^2)\,(0{,}20 \text{ m}) = 1{,}4 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$.

90. (a) De acordo com a Eq. 10-12, $\alpha = -\omega_o/t = -(25{,}0 \text{ rad/s})(20{,}0 \text{ s}) = -1{,}25 \text{ rad/s}^2$.

(b) De acordo com a Eq. 10-15, $\theta = \frac{1}{2}\omega_o t = \frac{1}{2}(25{,}0 \text{ rad/s})(20{,}0 \text{ s}) = 250 \text{ rad}$.

(c) Dividindo o resultado do item (b) por 2π, obtemos $\theta = 39{,}8$ rev.

91. PENSE Quando a caixa é liberada, a força gravitacional produz um torque que faz a roda girar.

FORMULE Podemos usar a lei de conservação da energia para resolver o problema, caso em que as convenções adotadas para o sentido dos eixos e para o sentido de rotação da roda são irrelevantes.

(a) A energia cinética da caixa é dada por $K_{caixa} = m_{caixa}v^2/2$, em que v é a velocidade da caixa. A velocidade da caixa está relacionada à velocidade angular da roda pela equação $v = R\omega$. A energia cinética rotacional da roda é dada por $K_{roda} = I\omega^2/2$.

ANALISE (a) Explicitando a velocidade na equação da energia cinética da caixa, obtemos

$$K_{caixa} = \frac{1}{2}m_{caixa}v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K_{caixa}}{m_{caixa}}} = \sqrt{\frac{2(6{,}0 \text{ J})}{6{,}0 \text{ kg}}} = 1{,}41 \text{ m/s}$$

e, portanto, a velocidade angular é $\omega = v/r = (1{,}41 \text{ m/s})/(0{,}20 \text{ m}) = 7{,}07$ rad/s e a energia cinética de rotação é

$$K_{roda} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(0{,}40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(7{,}07 \text{ rad/s})^2 = 10{,}0 \text{ J}$$

(b) Como a caixa foi liberada a partir do repouso, vamos tomar a posição inicial como ponto de referência para a energia potencial gravitacional. De acordo com a lei de conservação da energia, temos

$$K_0 + U_0 = K + U \quad \Rightarrow \quad 0 + 0 = (6{,}0 \text{ J} + 10{,}0 \text{ J}) + m_{caixa}g(-h)$$

Assim,

$$h = \frac{K}{m_{caixa}g} = \frac{6{,}0 \text{ J} + 10{,}0 \text{ J}}{(6{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 0{,}27 \text{ m}$$

APRENDA Enquanto a caixa está caindo, a energia potencial gravitacional da caixa é convertida em energia cinética da caixa e em energia cinética rotacional da roda, mas a energia total é conservada.

92. (a) O tempo T que o Sol leva para completar uma revolução é igual à circunferência da órbita dividida pela velocidade v do Sol: $T = 2\pi R/v$, na qual R é o raio da órbita. Vamos converter o raio para quilômetros:

$$R = (2,3\times10^4 \text{ anos-luz})\,(9,46\times10^{12} \text{ km/ano-luz}) = 2,18\times10^{17} \text{ km},$$

sendo que a relação entre ano-luz e quilômetro pode ser encontrada no Apêndice D ou deduzida a partir da velocidade da luz. Assim, temos:

$$T = \frac{2\pi\,(2,18\times10^{17} \text{ km})}{250 \text{ km/s}} = 5,5\times10^{15} \text{ s}.$$

(b) O número N de revoluções é o tempo total t dividido pelo tempo T necessário para completar uma revolução, ou seja, $N = t/T$. Convertendo o tempo total de anos para segundos, obtemos

$$N = \frac{(4,5\times10^9 \text{ anos})\,(3,16\times10^7 \text{ s/ano})}{5,5\times10^{15} \text{ s}} = 26.$$

93. PENSE A força aplicada P acelera o bloco e, além disso, produz um torque que faz a roda sofrer uma aceleração angular.

FORMULE Vamos tomar como positivo o sentido para a direita do movimento do bloco e o sentido anti-horário para a rotação da roda. Aplicando a segunda lei de Newton ao bloco, obtemos a relação $P - T = ma$, em que T é a força de tração da corda, m é a massa do bloco e a é a aceleração do bloco. Aplicando a segunda lei de Newton para rotações à roda, obtemos a relação $-TR = I\alpha$, em que R é o raio da roda, I é o momento de inércia da roda e α é a aceleração angular da roda. Multiplicando essa equação por R e levando em conta o fato de que a aceleração tangencial da corda $-a_t = -R\alpha$ na extremidade enrolada na roda deve ser igual à aceleração da corda na extremidade ligada ao bloco, obtemos

$$-TR^2 = -Ia \;\Rightarrow\; T = a\frac{I}{R^2}$$

Substituindo T pelo seu valor na equação $P - T = ma$ e explicitando a, obtemos $a = PR^2/(mR^2 + I)$, o que nos dá

$$\alpha = -\frac{a}{R} = -\frac{P}{(m + I/R^2)R}$$

ANÁLISE Substituindo os parâmetros pelos seus valores numéricos, obtemos

$$\alpha = -\frac{P}{(m + I/R^2)R} = -\frac{3,0 \text{ N}}{[2,0 \text{ kg} + (0,050 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)/(0,20 \text{ m})^2](0,20 \text{ m})} = -4,62 \text{ rad/s}^2$$

o que nos dá $|\alpha| = 4,62$ rad/s^2.

APRENDA Quanto maior a força aplicada P, maior o módulo da aceleração angular. Note que o sinal negativo de α não deve ser interpretado como uma desaceleração; ele indica apenas que a roda está girando no sentido horário.

94. Em primeiro lugar, convertemos a velocidade angular para radianos por segundo: $\omega = (2000 \text{ rev/min})(2\pi/60) = 209$ rad/s, e convertemos a velocidade do avião para unidades do SI units: $v_a = (480)(1000/3600) = 133$ m/s. Em seguida, usamos a Eq. 10-18, para resolver o item (a), e o teorema de Pitágoras, para resolver o item (b).

(a) A velocidade de um ponto da ponta da hélice em relação ao piloto é $v_t = \omega r = (209 \text{ rad/s})(1,5 \text{ m}) = 314$ m/s, que (como o comprimento das pás da hélice foi dado com apenas dois algarismos significativos) pode ser escrita na forma $v_t = 3,1 \times 10^2$ m/s.

(b) Como a velocidade $\vec{v}_a$ do avião e a velocidade $\vec{v}_p$ da ponta da hélice são mutuamente perpendiculares, a velocidade de um ponto da ponta da hélice do ponto de vista de um observador no solo é

$$v = \sqrt{v_p^2 + v_t^2} = \sqrt{(133\,\text{m/s})^2 + (314\,\text{m/s})^2} = 3{,}4 \times 10^2\ \text{m/s}$$

95. As distâncias que separam o ponto P das três partículas são:

$r_1 = a$ para a partícula situada no vértice inferior esquerdo (partícula 1)

$r_2 = \sqrt{b^2 - a^2}$ para a partícula situada no vértice superior (partícula 2)

$r_3 = a$ para a partícula situada no vértice inferior direito (partícula 3)

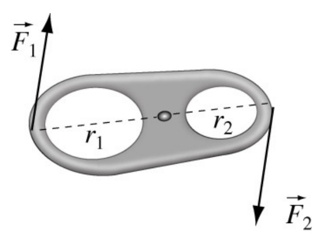
O momento de inércia do sistema em relação ao ponto P é

$$I = \sum_{i=1}^{3} m_i r_i^2 = \left(3a^2 + b^2\right) M,$$

o que nos dá $I = 0{,}208\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$ para $M = 0{,}40$ kg, $a = 0{,}30$ m e $b = 0{,}50$. De acordo com a Eq. 10-52, temos:

$$W = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(0{,}208\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(5{,}0\ \text{rad/s})^2 = 2{,}6\ \text{J}.$$

96. A figura a seguir mostra o anel de puxar de uma lata de refrigerante. Como a peça é articulada, ao puxar uma das extremidades com uma força $\vec{F}_1$, exercemos uma força $\vec{F}_2$ sobre a outra extremidade. Para que a peça não gire, o torque produzido pela força $\vec{F}_1$ deve ser igual ao torque produzido pela força $\vec{F}_2$.



A igualdade dos torques significa que

$$r_1 F_1 = r_2 F_2$$

em que $r_1 \approx 1{,}8$ cm e $r_2 \approx 0{,}73$ cm. Assim, para $F_1 = 10$ N,

$$F_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right) F_1 \approx \left(\frac{1{,}8\ \text{cm}}{0{,}73\ \text{cm}}\right)(10\ \text{N}) \approx 25\ \text{N}.$$

97. A aceleração centrípeta em um ponto P situado a uma distância r do eixo de rotação é dada pela Eq. 10-23: $a = v^2/r = \omega^2 r$.

(a) Se os pontos A e P estão a distâncias radiais $r_A = 1{,}50$ m e $r = 0{,}150$ m do eixo de rotação, a diferença entre as acelerações centrípetas é

$$\Delta a = a_A - a = \omega^2 (r_A - r) = (209{,}4\ \text{rad/s})^2 (1{,}50\ \text{m} - 0{,}150\ \text{m}) \approx 5{,}92 \times 10^4\ \text{m/s}^2.$$

(b) A inclinação é $a/r = \omega^2 = 4{,}39 \times 10^4\ \text{s}^{-2}$.

98. Seja T a tensão da corda. De acordo com a segunda lei de Newton, temos:

$$T - mg = ma \quad \Rightarrow \quad T = m(g + a).$$

Como a caixa tem uma aceleração para cima a = 0,80 m/s², a tensão é

$$T = (30\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2 + 0{,}8\text{ m/s}^2) = 318\text{ N}.$$

Aplicando a segunda lei de Newton à rotação do mecanismo, temos:

$$FR - Tr = I\alpha = Ia/r\,\cdot$$

O momento de inércia é, portanto,

$$I = \frac{r(FR - Tr)}{a} = \frac{(0{,}20\text{ m})[(140\text{ N})(0{,}50\text{ m}) - (318\text{ N})(0{,}20\text{ m})]}{0{,}80\text{ m/s}^2} = 1{,}6\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

99. (a) O momento de inércia do sistema é

$$I = Mr^2 = (1{,}30\text{ kg})(0{,}780\text{ m})^2 = 0{,}791\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) O torque que deve ser aplicado para equilibrar a força de arrasto é

$$\tau = rf = (0{,}780\text{ m})(2{,}30\times10^{-2}\text{ N}) = 1{,}79\times10^{-2}\text{ N}\cdot\text{m}.$$

100. Podemos usar a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36). O índice 1 será usado para designar a barra mais curta e o índice 2 para designar a barra mais comprida.

(a) O momento de inércia é

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{12}m_1L_1^2 + \frac{1}{3}m_2L_2^2 = 0{,}019\text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

(b) Nesse caso, o momento de inércia é

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{12}m_1L_1^2 + m_1h^2 + \frac{1}{12}m_2L_2^2$$

em que h = 0,26 m é a distância entre o eixo e o centro da barra mais curta. Substituindo por valores numéricos, obtemos novamente I = 0,019 kg · m².

101. (a) A velocidade tangencial de um ponto da polia 1 é

$$v_1 = r_A\omega_A = (15\text{ cm})(10\text{ rad/s}) = 1{,}5\times10^2\text{ cm/s}\,.$$

(b) A velocidade angular da polia B é

$$r_B\omega_B = r_A\omega_A \quad\Rightarrow\quad \omega_B = \frac{r_A\omega_A}{r_B} = \left(\frac{15\text{ cm}}{10\text{ cm}}\right)(10\text{ rad/s}) = 15\text{ rad/s}\,.$$

(c) Como as duas polias estão rigidamente acopladas, a velocidade angular da polia B' é igual à da polia B, ou seja, $\omega'_B = 15\text{ rad/s}$.

(d) A velocidade tangencial de um ponto da polia 2 é

$$v_2 = r_{B'}\omega'_B = (5\text{ cm})(15\text{ rad/s}) = 75\text{ cm/s}\,\cdot$$

(e) A velocidade angular da polia C é

$$r_C\omega_C = r_{B'}\omega'_B \quad\Rightarrow\quad \omega_C = \frac{r_{B'}\omega'_B}{r_C} = \left(\frac{5\text{ cm}}{25\text{ cm}}\right)(15\text{ rad/s}) = 3{,}0\text{ rad/s}$$

102. (a) O momento de inércia em relação ao eixo especificado é

$$I = \sum m_i r_i^2 = (2M)L^2 + (2M)L^2 + M(2L)^2 = 5ML^2 = 8(1,6)(0,6)^2 = 4,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

A energia cinética é dada pela Eq. 10-34:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = 3,3 \text{ J}.$$

(b) Neste caso, as bolas de massa $2M$ estão a uma distância $r = L \cos 30° = L\sqrt{3}/2$ do eixo e o momento de inércia é

$$I = \sum m_i r_i^2 = (2M)\left(\frac{3}{4}\right)L^2 + (2M)\left(\frac{3}{4}\right)L^2 + M(2L)^2 = 7ML^2 = 4,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

A energia cinética é dada pela Eq. 10-34:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = 2,9 \text{ J}.$$

103. Podemos usar a Tabela 10-2(e) e o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36).

(a) O momento de inércia é

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + Mh^2 = \frac{1}{12}(3,0 \text{ kg})(4,0 \text{ m})^2 + (3,0 \text{ kg})(1,0 \text{ m})^2 = 7,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(b) A energia cinética de rotação é

$$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{2K_{\text{rot}}}{I}} = \sqrt{\frac{2(20 \text{ J})}{7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}} = 2,4 \text{ rad/s}.$$

A velocidade linear da extremidade B da barra ao passar pela posição vertical é dada por $v_B = \omega r_{AB}$ = (2,4 rad/s)(3,00 m) = 7,2 m/s, sendo que r_{AB} é a distância entre os pontos A e B.

(c) O ângulo θ_{max} no qual a barra para momentaneamente é o ângulo para o qual toda a energia cinética de rotação é transformada em energia potencial. Quando a barra passa da posição vertical ($\theta = 0$) para o ângulo θ_{max}, o centro de massa sobe uma distância $\Delta y = d_{AC}(1 - \cos\theta)$, na qual d_{AC} é a distância entre o ponto A e o centro de massa da barra. Assim, a variação de energia potencial é

$$\Delta U = mg\Delta y = mgd_{AC}(1 - \cos\theta) \quad \Rightarrow \quad 20 \text{ J} = (3,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(1,0 \text{ m})(1 - \cos\theta)$$

o que nos dá $\cos\theta = 0,32$, ou $\theta \approx 71°$.

104. (a) A distância entre a partícula A e o eixo de rotação é $r = 0$. A distância entre a partícula B e o eixo de rotação é $r = L$; a distância entre a partícula que está acima de A e o eixo também é $r = L$. A distância entre a partícula que está acima de B e o eixo é $r = L\sqrt{2}$. Assim,

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2mL^2 + m\left(L\sqrt{2}\right)^2 = 4mL^2 = 4(0,2)(0,25) = 0,20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(b) Quando o conjunto gira 90° no sentido horário em torno do eixo A, o centro de massa desce uma distância L. Tomando como referência para a energia potencial gravitacional a altura do centro de massa no instante em que a barra AB está na vertical, temos:

$$K_0 + U_0 = K + U \quad \Rightarrow \quad 0 + (4m)gh_0 = K + 0.$$

Como $h_0 = L = 0{,}50$ m, $K = 3{,}9$ J. Assim, de acordo com a Eq. 10-34,

$$K = \frac{1}{2} I_A \omega^2 \Rightarrow \omega = 6{,}3 \text{ rad/s.}$$

105. (a) De acordo com a Eq. 10-18, usando o índice *J* para indicar que os valores se referem ao jipe, temos

$$\omega = \frac{v_J}{r_J} = \frac{114 \text{ km/h}}{0{,}100 \text{ km}}$$

o que nos dá ω = 1140 rad/h ou, dividindo por 3600, ω = 0,32 rad/s.

(b) Como o guepardo se move com a mesma velocidade angular, podemos utilizar novamente a Eq. 10-18, usando o índice *g* para indicar que os valores se referem ao guepardo, o que nos dá

$$v_c = r_c\omega = (92\,\text{m})\,(1140 \text{ rad/h}) = 1{,}048 \times 10^5 \text{ m/h} \approx 1{,}0 \times 10^2 \text{ km/h}$$

para a velocidade do guepardo.

106. De acordo com as Eqs. 10-7 e 10-18, a aceleração angular média é

$$\alpha_{\text{méd}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{r\Delta t} = \frac{25-12}{(0{,}75/2)(6{,}2)} = 5{,}6\,\text{rad / s}^2$$

107. (a) De acordo com a Eq. 10-1, o deslocamento angular é

$$\theta = \frac{5{,}6\,\text{m}}{8{,}0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 1{,}4 \times 10^2 \text{ rad}$$

(b) Explicitando *t* na Eq. 10-13, obtemos

$$t = \sqrt{\frac{2\theta}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2(1{,}4 \times 10^2 \text{ rad})}{1{,}5\,\text{rad/s}^2}} = 14\,\text{s}$$

108. (a) A velocidade angular é dada por

$$\omega = \frac{(33{,}33 \text{ rev / min})\ (2\pi \text{ rad/rev})}{60 \text{ s/min}} = 3{,}5 \text{ rad/s}$$

(b) De acordo com a Eq. 10-18, $v = r\omega$ = (15)(3,49) = 52 cm/s.

(c) Para r = 7,4 cm, $v = r\omega$ = (7,4)(3,49) = 26 cm/s.

O objetivo deste exercício é mostrar o que varia e o que não varia de um ponto para outro de um corpo que gira em torno de um eixo (ω é a mesma para todos os pontos, enquanto v depende da distância entre o ponto e o eixo de rotação), além de ressaltar a importância de converter os ângulos para radianos ao trabalhar com equações como a Eq. 10-18.