Capítulo 7

1. PENSE Quando o próton é acelerado, a velocidade e a energia cinética aumentam.

FORMULE Como a velocidade inicial do próton é conhecida, a velocidade final pode ser calculada usando a Eq. 2-16, que, no caso, assume a forma $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$, em que v é a velocidade final, v_0 é a velocidade inicial, a é a aceleração e Δx é a distância percorrida. Em seguida, a variação de energia cinética pode ser calculada usando a equação $\Delta K = K_f - K_i$, em que $K_f = mv_f^2/2$ é a energia cinética final, e $K_i = mv_i^2/2$ é a energia cinética inicial.

ANALISE (a) Para Δx = 3,5 cm = 0,035 m e $a = 3{,}6 \times 10^{15}$ m/s², temos

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta x} = \sqrt{\left(2{,}4\times10^7 \text{ m/s}\right)^2 + 2\,\left(3{,}6\times10^{15} \text{ m/s}^2\right)\left(0{,}035 \text{ m}\right)} = 2{,}9\times10^7 \text{ m/s}$$

(b) A energia cinética inicial é

$$K_i = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\,\left(1{,}67\times10^{-27} \text{ kg}\right)\left(2{,}4\times10^7 \text{ m/s}\right)^2 = 4{,}8\times10^{-13} \text{ J}$$

e a energia cinética final é

$$K_f = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\,\left(1{,}67\times10^{-27} \text{ kg}\right)\left(2{,}9\times10^7 \text{ m/s}\right)^2 = 6{,}9\times10^{-13} \text{ J}$$

Assim, a variação de energia cinética é

$$\Delta K = K_f - K_i = 6{,}9 \times 10^{-13} \text{ J} - 4{,}8 \times 10^{-13} \text{ J} = 2{,}1 \times 10^{-13} \text{ J}$$

APRENDA A variação de energia cinética pode ser escrita na forma

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}m(2a\Delta x) = ma\Delta x = F\Delta x = W$$

que, de acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, é o trabalho realizado sobre a partícula.

2. Para uma velocidade v = 11.200 m/s, temos:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2.9\times10^5)\ (11200)^2 = 1.8\times10^{13}\ \text{J}.$$

3. (a) A variação da energia cinética do meteorito seria

$$\begin{aligned}\Delta K = K_f - K_i = -K_i &= -\frac{1}{2}m_i v_i^2\\ &= -\frac{1}{2}\left(4\times10^6 \text{ kg}\right)\ \left(15\times10^3 \text{ m/s}\right)^2,\\ &= -5\times10^{14} \text{ J}\end{aligned}$$

ou $|\Delta K| = 5\times10^{14}$ J. O sinal negativo indica que a energia cinética final seria menor que a energia cinética inicial.

(b) A perda de energia em megatons de TNT seria

$$-\Delta K = \left(5\times10^{14} \text{ J}\right)\left(\frac{1 \text{ megaton de TNT}}{4{,}2\times10^{15} \text{ J}}\right) = 0{,}1 \text{megaton de TNT.}$$

(c) Como 1 megaton = 1000 quilotons, o número N de bombas que seria equivalente ao impacto do meteorito é dado por

$$N = \frac{0.1\times1000 \text{ kiloton TNT}}{13 \text{ kiloton TNT}} = 8.$$

4. Vamos aplicar a equação $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, que aparece na Tabela 2-1. Como $x_0 = 0$ e $v_0 = 12$ m/s no instante $t = 0$, a equação se torna

$$x(t) = 12t + \tfrac{1}{2}at^2.$$

Como $x = 10$ m para $t = 1{,}0$ s, $a = -4{,}0$ m/s^2. O fato de que $a < 0$ significa que a velocidade da conta está diminuindo. A posição da conta é dada por $x(t) = 12t - 2{,}0t^2$. Derivando x em relação a t, obtemos

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 12 - 4{,}0t.$$

No instante $t = 3{,}0$ s, $v(3{,}0) = 0$ e a conta para momentaneamente. A velocidade no instante $t = 10$ s é $v(10) = -28$ m/s e a energia cinética correspondente é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1{,}8\times10^{-2}\,\text{kg})(-28\ \text{m/s})^2 = 7{,}1\ \text{J}.$$

5. Vamos chamar a massa do pai de m e a velocidade inicial do pai de v_i. A energia cinética inicial do pai é

$$K_i = \frac{1}{2}K_{\text{filho}}$$

e a energia cinética final (quando a velocidade é $v_f = v_i + 1{,}0$ m/s) é $K_f = K_{\text{filho}}$. Usamos essas relações e a Eq. 7-1 para resolver o problema.

(a) Como $K_i = \frac{1}{2}K_{\text{filho}}$, temos:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m\ (v_i + 1.0)^2\right).$$

o que leva a uma equação do segundo grau em v_i:

$$\frac{1}{2}v_i^2 - v_i - \frac{1}{2} = 0.$$

A raiz positiva da equação acima (a única fisicamente aceitável) é $v_i = 2{,}4$ m/s.

(b) Como $K_i = \frac{1}{2}K_{\text{filho}}$ e $m_{\text{filho}} = m/2$, temos:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)v_{\text{son}}^2\right)$$

o que nos dá $v_{\text{filho}} = 2v_{\text{i}} = 4{,}8$ m/s.

6. Podemos usar a Eq. 2-15, $x(t) = x_0 + v_0t + at^2/2$. Como, no instante $t = 0$ s, $x_0 = 0$ e $v_0 = 12$ m/s, a equação se torna (em unidades do SI)

$$x(t) = 12t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Fazendo $x = 10$ m e $t = 1{,}0$ s na equação anterior, obtemos $a = -4{,}0$ m/s^2. O fato de que $a < 0$ significa que a velocidade da conta está diminuindo com o tempo. Substituindo a pelo seu valor na equação anterior e derivando em relação a t, obtemos

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 12 - 4{,}0t$$

De acordo com essa equação, a velocidade da conta no instante t = 10 s é v = –28 m/s e a energia cinética é

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(1,8\times10^{-2}\,\text{kg})(-28\ \text{m/s})^2=7,1\ \text{J}$$

7. Como este problema envolve um movimento com aceleração constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1, como $x=v_0t+at^2/2$ (fazendo x_0 = 0). Para o terceiro e quinto pontos, temos:

$$0,2\,\text{m}=v_0(1,0\ \text{s})+\frac{1}{2}a\ (1,0\ \text{s})^2$$
$$0,8\,\text{m}=v_0(2,0\ \text{s})+\frac{1}{2}a\ (2,0\ \text{s})^2.$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos v_0 = 0 e a = 0,40 m/s². Existem duas formas de completar a solução do problema. Uma é calcular a força a partir da equação $F = ma$ e usar a Eq. 7-7 para calcular o trabalho; outra é levar em conta o fato de que o trabalho W é igual à variação da energia cinética ΔK (Eq. 7-10). Usando a segunda abordagem, calculamos primeiro a velocidade no instante t = 2,0 s a partir da equação $v = v_0 + at$, obtendo v = 0,80 m/s. Assim,

$$W=\Delta K=\frac{1}{2}(3,0\,\text{kg})(0,80\,\text{m/s})^2=0,96\ \text{J}.$$

8. De acordo com a Eq. 7-8 e a Eq. 3-23, o trabalho realizado pela força sobre o bloco de gelo é dado por

$$\begin{aligned}W&=\vec{F}\cdot\vec{d}\\&=\left(210\hat{\text{i}}-150\hat{\text{j}}\right)\cdot\left(15\hat{\text{i}}-12\hat{\text{j}}\right)\\&=(210)\ (15)+(-150)\ (-12)\\&=5,0\times10^3\ \text{J}.\end{aligned}$$

9. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética,

$$\begin{aligned}W&=\Delta K\\&=\frac{1}{2}mv_f^2-\frac{1}{2}mv_i^2\\&=\frac{1}{2}(2,0\ \text{kg})\left[(6,0\ \text{m/s})^2-(4,0\ \text{m/s})^2\right]\\&=20\,\text{J}.\end{aligned}$$

Note que o resultado não depende das *direções* de $\vec{v}_f$ e $\vec{v}_i$.

10. De acordo com a Eq. 7-8, temos:

$$W=\ F_x\Delta x+F_y\Delta y\ =(2,0\ \text{N})\cos(100°)(3,0\ \text{m})+(2,0\ \text{N})\text{sen}(100°)(4,0\ \text{m})=6,8\ \text{J}.$$

11. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$\Delta K=W=\vec{F}\cdot\vec{d}=Fd\cos\phi\cdot$$

Além disso, $F=12$ N e $d=\sqrt{(2,00\ \text{m})^2+(-4,00\ \text{m})^2+(3,00\ \text{m})^2}=5,39$ m.

(a) Para $\Delta K=+30,0$ J,

$$\phi=\cos^{-1}\left(\frac{\Delta K}{Fd}\right)=\cos^{-1}\left[\frac{30,0\ \text{J}}{(12,0\ \text{N})(5,39\ \text{m})}\right]=62,3°$$

(b) Para $\Delta K = -30{,}0$ J ,

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\Delta K}{Fd}\right) = \cos^{-1}\left[\frac{-30{,}0 \text{ J}}{(12{,}0 \text{ N})(5{,}39 \text{ m})}\right] = 118°$$

12. (a) De acordo com a Eq. 7-6, $F = W/x = 3{,}00$ N (a inclinação da reta da Fig. 7-25).

(b) De acordo com a Eq. 7-10, $K = K_i + W = 3{,}00 \text{ J} + 6{,}00 \text{ J} = 9{,}00$ J.

13. Vamos tomar o sentido do movimento do trenó como sentido positivo do eixo x. Nesse caso, a aceleração $\vec{a}$ e a força $\vec{F}$ são negativas.

(a) De acordo com a segunda lei de Newton, $\vec{F} = (85\,\text{kg})(-2{,}0\,\text{m/s}^2)$ e, portanto,

$$F = \left|\vec{F}\right| = 1{,}7\times10^2 \text{ N}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-16 (com $v = 0$), temos:

$$0 = v_0^2 + 2a\Delta x \;\Rightarrow\; \Delta x = -\frac{(37\,\text{m/s})^2}{2(-2{,}0\,\text{m/s}^2)} = 3{,}4\times10^2\,\text{m}.$$

Também podemos calcular a distância percorrida usando o teorema do trabalho e energia cinética.

(c) Como a força $\vec{F}$ tem o sentido oposto ao do movimento (ou seja, o ângulo ϕ entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$ é 180°), a Eq. 7-7 nos dá $W = -F\Delta x = -5.8\times10^4$ J .

(d) Nesse caso, a segunda lei de Newton nos dá $\vec{F} = (85 \text{ kg})\,(-4.0 \text{ m/s}^2)$ e, portanto, $F = |\vec{F}| = 3{,}4\times10^2\,\text{N}$.

(e) De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$\Delta x = -\frac{(37\,\text{m/s})^2}{2(-4{,}0\,\text{m/s}^2)} = 1{,}7\times10^2\,\text{m}.$$

(f) Como, mais uma vez, a força $\vec{F}$ tem o sentido oposto ao do movimento (ou seja, o ângulo ϕ entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$ é 180°), a Eq. 7-7 nos dá $W = -F\Delta x = -5{,}8 \times 10^4$ J. O fato de que este resultado é igual ao do item (c) é uma consequência da lei de conservação da energia.

14. Como todas as forças são constantes, o trabalho total é dado por $W = F_{\text{res}}\Delta x$, na qual F_{res} é o módulo da força resultante e Δx é o módulo do deslocamento. As componentes x e y da força resultante são

$$\begin{aligned} F_{\text{res}\,x} &= -F_1 - F_2 \text{ sen } 50° + F_3 \cos 35° = -3{,}00 \text{ N} - (4{,}00 \text{ N}) \text{ sen } 35° + (10{,}0 \text{ N})\cos 35° \\ &= 2{,}127 \text{ N} \\ F_{\text{res}\,y} &= -F_2 \cos 50° + F_3 \text{ sen } 35° = -(4{,}00 \text{ N}) \cos 50° + (10{,}0 \text{ N}) \text{ sen } 35° \\ &= 3{,}165 \text{ N}. \end{aligned}$$

O módulo da força resultante é

$$F_{\text{res}} = \sqrt{F_{\text{res}\,x}^2 + F_{\text{res}\,y}^2} = \sqrt{(2{,}13 \text{ N})^2 + (3{,}17 \text{ N})^2} = 3{,}82\,\text{N}.$$

O trabalho realizado pela força resultante é

$$W = F_{\text{res}} d = (3,82\,\text{N})(4,00\,\text{m}) = 15,3\ \text{J}$$

na qual usamos o fato de que $\vec{d} \parallel \vec{F}_{\text{res}}$ (pois a caixa partiu do repouso e se moveu horizontalmente ao ser submetida a forças horizontais, cuja resultante é $\vec{F}_{\text{res}}$).

15. (a) Como as forças são constantes, o trabalho realizado por elas é dado por $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$, em que $\vec{d}$ é o deslocamento. Como a força $\vec{F}_1$ age na direção do deslocamento,

$$W_1 = F_1 d \cos\phi_1 = (5,00\,\text{N})(3,00\,\text{m})\cos 0° = 15,0\ \text{J}.$$

Como a força $\vec{F}_2$ faz um ângulo de 120° com a direção do deslocamento,

$$W_2 = F_2 d \cos\phi_2 = (9,00\,\text{N})(3,00\,\text{m})\cos 120° = -13,5\ \text{J}.$$

Como a força $\vec{F}_3$ é perpendicular à direção do deslocamento,

$$W_3 = F_3 d \cos\phi_3 = 0, \text{ pois } \cos 90° = 0.$$

O trabalho total realizado pelas três forças é

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 15,0\ \text{J} - 13,5\ \text{J} + 0 = +1,50\ \text{J}.$$

(b) A energia cinética aumenta de 1,50 J durante o deslocamento.

16. A variação de energia cinética é dada por

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}m(2a\Delta x) = ma\Delta x$$

em que usamos a relação $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ da Tabela 2-1. De acordo com a Fig. 7-28, $\Delta K = (0-30)\ \text{J} = -30\ \text{J}$ para $\Delta x = +5\ \text{m}$. A aceleração é, portanto,

$$a = \frac{\Delta K}{m\Delta x} = \frac{(-30\ \text{J})}{(8,0\ \text{kg})(5,0\ \text{m})} = -0,75\ \text{m/s}^2.$$

O sinal negativo mostra que a velocidade do objeto está diminuindo. De acordo com a Fig. 7-28, a energia cinética se anula no ponto $x = 5\ \text{m}$, o que significa que o objeto para momentaneamente. Assim,

$$v_0^2 = v^2 - 2a\Delta x = 0 - 2(-0,75\ \text{m/s}^2)(5,0\ \text{m}) = 7,5\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

ou $v_0 = 2,7\ \text{m/s}$. A velocidade do objeto no ponto $x = -3,0$ m é

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta x} = \sqrt{7,5\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 2(-0,75\ \text{m/s}^2)(-3,0\ \text{m})} = \sqrt{12}\ \text{m/s} = 3,5\ \text{m/s}.$$

17. PENSE O helicóptero realiza trabalho para levantar a astronauta, porque ela está sob a ação da força gravitacional. Esse trabalho é convertido em energia cinética da astronauta.

FORMULE Vamos chamar de $\vec{F}$ a força exercida pelo cabo sobre a astronauta e de $\vec{F}_g$ a força gravitacional a que a astronauta está submetida. A força do cabo, de módulo F, aponta para cima, e a força gravitacional, de módulo $F_g = mg$, aponta para baixo. De acordo com a Segunda Lei de Newton,

$$F - mg = ma \;\Rightarrow\; F = m(g+a) = \frac{11}{10}mg$$

ANALISE (a) Como a força $\vec{F}$ do cabo e o deslocamento $\vec{d}$ da astronauta têm o mesmo sentido, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ é

$$W_F = Fd = \frac{11mgd}{10} = \frac{11\,(72\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(15\text{ m})}{10} = 1{,}164\times10^4\text{ J} \approx 1{,}2\times10^4\text{ J}$$

(b) Como a força gravitacional $\vec{F}_g$ e o deslocamento $\vec{d}$ da astronauta têm sentidos opostos, o trabalho realizado pela força gravitacional é

$$W_g = -F_g d = -mgd = -\,(72\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(15\text{ m}) = -1{,}058\times10^4\text{ J} \approx -1{,}1\times10^4\text{ J}$$

(c) O trabalho total é a soma dos dois trabalhos:

$$W_{\text{tot}} = W_F + W_g = 1{,}164\times10^4\text{ J} - 1{,}058\times10^4\text{ J} = 1{,}06\times10^3\text{ J} \approx 1{,}1\times10^3\text{ J}$$

De acordo com o teorema do trabalho e energia, a energia cinética da astronauta imediatamente antes de chegar ao helicóptero é $K = W_{\text{tot}} = 1{,}1\times10^3$ J.

(d) Como $K = mv^2/2$, a velocidade da astronauta nesse instante é

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(1{,}06\times10^3\text{ J})}{72\text{ kg}}} = 5{,}4\text{ m/s}.$$

APRENDA No caso de uma aceleração a, o trabalho realizado é

$$W_{\text{tot}} = W_F + W_g = Fd - F_g d = m(g+a)d - mgd = mad$$

Como, de acordo com o teorema do trabalho e energia, $W_{\text{tot}} = \Delta K = mv^2/2$, a velocidade da astronauta nesse caso será $v = \sqrt{2ad}$. Note que esse resultado não depende da massa da astronauta. Para os dados do problema, $v = \sqrt{2(9{,}8\text{ m/s}^2/10)(15\text{ m})} = 5{,}4\text{ m/s}$, o mesmo valor que foi obtido no item (d).

18. Nos dois casos, como não existe aceleração, a força usada para levantar o objeto é igual ao peso do objeto.

(a) De acordo com a Eq. 7-8, $W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (360\,\text{kN})(0{,}10\,\text{m}) = 36$ kJ.

(b) Nesse caso, $W = (4000\text{ N})(0{,}050\text{ m}) = 2{,}0\times10^2\text{ J}$.

19. Poderíamos usar a Eq. 7-15, mas, na verdade, para responder ao que foi pedido no enunciado do problema, basta calcular a contribuição da corda (que corresponde ao termo "W_a" da Eq. 7-15):

$$W_a = -(50\text{ N})(0{,}50\text{ m}) = -25\text{ J}$$

(O sinal negativo aparece porque a força exercida pela corda tem o sentido oposto ao do movimento do bloco.) Assim, a energia cinética aumentaria 25 J se o bloco não estivesse preso a uma corda (e sofresse o mesmo deslocamento).

20. De acordo com o gráfico da Fig. 7-30, a energia cinética (em joules) varia com x (em metros) de acordo com a equação

$$K = K_s - 20x = 40 - 20x\,.$$

Como $W = \Delta K = \vec{F}_x\cdot\Delta x$, a componente da força na direção do semieixo x positivo é $F_x = dK/dx = -20$ N. A força normal que age sobre o bloco é $F_N = F_y$ e está relacionada à força da gravidade através da equação

$$mg = \sqrt{F_x^2 + (-F_y)^2}$$

(Note que F_N aponta no sentido oposto ao da componente da força gravitacional.) Para uma energia cinética inicial K_s = 40,0 J e v_0 = 4,00 m/s, a massa do bloco é

$$m = \frac{2K_s}{v_0^2} = \frac{2(40{,}0\ \text{J})}{(4{,}00\ \text{m/s})^2} = 5{,}00\ \text{kg}.$$

Assim, a força normal é

$$F_y = \sqrt{(mg)^2 - F_x^2} = \sqrt{(5{,}0\ \text{kg})^2(9{,}8\ \text{m/s}^2)^2 - (20\ \text{N})^2} = 44{,}7\ \text{N} \approx 45\ \text{N}.$$

21. PENSE Neste problema, a corda realiza trabalho sobre o bloco para evitar que ele entre em queda livre.

FORMULE Vamos chamar de F o módulo da força que a corda exerce sobre o bloco. Tomando o sentido para baixo como positivo, a segunda lei de Newton nos dá

$$\vec{F}_{\text{tot}} = m\vec{a} \Rightarrow Mg - F = M\left(\frac{g}{4}\right)$$

e, portanto, $F = 3Mg/4$, no sentido oposto ao do deslocamento.

ANALISE (a) De acordo com a Eq. 7-7, o trabalho realizado pela força da corda sobre o bloco é

$$W_F = -Fd = -\frac{3}{4}Mgd$$

(b) De acordo com a mesma equação, o trabalho realizado pela força da gravidade sobre o bloco é $W_g = F_g d = Mgd$.

(c) O trabalho total realizado sobre o bloco é a soma dos dois trabalhos:

$$W_{\text{tot}} = W_F + W_g = -\frac{3}{4}Mgd + Mgd = \frac{1}{4}Mgd$$

De acordo com a Eq. 7-15, a energia cinética do bloco depois de descer uma distância d partindo do repouso é $K = W_{\text{tot}} = Mgd/4$.

(d) Como $K = Mv^2/2$, a velocidade do bloco nesse instante é

$$v = \sqrt{\frac{2K}{M}} = \sqrt{\frac{2(Mgd/4)}{M}} = \sqrt{\frac{gd}{2}}$$

APRENDA No caso de uma aceleração a, a força exercida pela corda é $F = m(g - a)$ e o trabalho realizado pela corda sobre o bloco é $W_{\text{tot}} = F_{\text{res}}d = mad$. A velocidade do bloco depois de descer uma distância d é $v = \sqrt{2ad}$. No caso especial em que o bloco está parado, $a = 0$, $F = mg$ e $v = 0$. Neste problema, $a = g/4$ e, portanto, $v = \sqrt{2(g/4)\ d} = \sqrt{gd/2}$, o mesmo valor obtido no item (d).

22. Vamos chamar de d o módulo do deslocamento do espeleólogo em cada estágio. A massa do espeleólogo é m = 80,0 kg. O trabalho executado pela força usada para içá-lo será chamada de W_i, na qual i = 1, 2, 3 para os três estágios. O problema pode ser resolvido usando o teorema do trabalho e energia cinética, Eq. 17-15.

(a) No estágio 1, $W_1 - mgd = \Delta K_1 = m v_1^2/2$, na qual v_1 = 5,00 m/s. Isso nos dá

$$W_1 = mgd + \frac{1}{2}mv_1^2 = (80.0)\ (9.8)\ (10.0)\ +\ \frac{1}{2}(8.00)(5.00)^2 = 8.84\times10^3\ \text{J}.$$

(b) No estágio 2, $W_2 - mgd = \Delta K_2 = 0$, o que nos dá

$$W_2 = mgd = (80.0\ \text{kg})\ \left(9.8\ \text{m/s}^2\right)\ (10.0\ \text{m})\ = 7.84\times10^3\ \text{J}.$$

(c) No estágio 3, $W_3 - mgd = \Delta K_3 = -m v_1^2/2$. Isso nos dá

$$W_3 = mgd - \frac{1}{2}mv_1^2 = (80.0)\ (9.8)\ (10.0)\ -\ \frac{1}{2}(8.00)(5.00)^2 = 6.84\times 10^3\ \text{J}.$$

23. O fato de que a força aplicada $\vec{F}_a$ faz com que a caixa suba uma rampa sem atrito com velocidade constante significa que não há variação de energia cinética: $\Delta K = 0$. Assim, o trabalho realizado por $\vec{F}_a$ é igual ao negativo do trabalho realizado pela gravidade: $W_a = -W_g$. Como a caixa sofre um deslocamento vertical h = 0,150 m, temos:

$$W_a = +mgh = (3{,}00\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(0{,}150\ \text{m}) = 4{,}41\ \text{J}$$

24. (a) Usando a notação adotada em muitas calculadoras científicas, temos, de acordo com a Eq. 7-8, W = dot([20.0,0] + [0, –(3.00)(9.8)], [0.500 ∠ 30.0º]) = +1,31 J , onde "dot" significa produto escalar.

(b) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10,

$$v = \sqrt{2(1{,}31\ \text{J})/(3{,}00\ \text{kg})} = 0{,}935\ \text{m/s}.$$

25. (a) A força resultante que age sobre o sistema elevador-queijo é dada por

$$F + F_N - (m+M)g = (m+M)a$$

em que m = 0,250 kg é a massa do pedaço de queijo, M = 900 kg é a massa do elevador, F é a força exercida pelo cabo sobre o elevador e F_N = 3,00 N é a força normal exercida pelo piso do elevador sobre o queijo.

Considerando apenas o queijo, temos:

$$F_N - mg = ma \ \Rightarrow\ a = \frac{3{,}00\ \text{N} - (0{,}250\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)}{0{,}250\ \text{kg}} = 2{,}20\ \text{m/s}^2.$$

Assim, a força exercida pelo cabo sobre o elevador é

$$F = (m+M)(a+g) - F_N = 1{,}08\times 10^4\ \text{N}$$

e o trabalho realizado pelo cabo é

$$W = Fd_1 = (1{,}80\times 10^4\ \text{N})(2{,}40\ \text{m}) = 2{,}59\times 10^4\ \text{J}.$$

(b) Para W = 92,61 kJ e d_2 = 10,5 m, o módulo da força normal é

$$F_N = (m+M)g - \frac{W}{d_2} = (0{,}250\ \text{kg} + 900\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2) - \frac{9{,}261\times 10^4\ \text{J}}{10{,}5\ \text{m}} = 2{,}45\ \text{N}.$$

26. Como o bloco está em repouso antes e depois do deslocamento, podemos usar as Eqs. 7-25 e 7-28. O trabalho realizado pela força é dado por

$$W_a = -W_s = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2).$$

A constante elástica é k = (80 N)/(2,0 cm) = 4,0 × 10³ N/m. Para W_a = 4,0 J e x_i = −2,0 cm, temos:

$$x_f = \pm\sqrt{\frac{2W_a}{k} + x_i^2} = \pm\sqrt{\frac{2(4{,}0\ \text{J})}{(4{,}0\times 10^3\ \text{N/m})} + (-0{,}020\ \text{m})^2} = \pm 0{,}049\ \text{m} = \pm 4{,}9\ \text{cm}.$$

27. De acordo com a Eq. 7-25, o trabalho realizado pela mola é

$$W_s = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)\,.$$

O fato de que uma força de 360 N deve ser aplicada para fazer o bloco se deslocar até o ponto x = + 4,0 cm significa que a constante elástica é

$$= \frac{360\text{ N}}{4{,}0\text{ cm}} = 90\text{ N/cm} = 9{,}0\times 10\quad\text{N/m}\,.$$

(a) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = +3,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3\text{ N/m})[(0{,}050\text{ m})^2 - (0{,}030\text{ m})^2] = 7{,}2\text{ J}.$$

(b) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −3,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3\text{ N/m})[(0{,}050\text{ m})^2 - (-0{,}030\text{ m})^2] = 7{,}2\text{ J}.$$

(c) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −5,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3\text{ N/m})[(0{,}050\text{ m})^2 - (-0{,}050\text{ m})^2] = 0\text{ J}.$$

(d) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −9,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(9{,}0\times 10^3\text{ N/m})[(0{,}050\text{ m})^2 - (-0{,}090\text{ m})^2] = -25\text{ J}.$$

28. A constante elástica é k = 100 N/m e o alongamento é x_i = 5,00 m. Usando a Eq. 7-25 com x_f = 0, obtemos:

$$W = \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}(100\text{ N/m})(5{,}00\text{ m})^2 = 1{,}25\times 10^3\text{ J}.$$

29. O trabalho realizado pela mola é dado pela Eq. 7-25: $W_s = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$. A constante elástica k pode ser determinada a partir do gráfico da Fig. 7-34, que mostra o trabalho realizado para deslocar o bloco de x = 0 até x = 3,0 cm. Como a parábola $W_a = kx^2/2$ passa pelos pontos (0,0), (2,0 cm, 0,40 J) e (3,0 cm, 0,90 J), concluímos que $k = 2{,}0\times 10^3$ N/m.

(a) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = +4,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(2{,}0\times 10^3\text{ N/m})[(0{,}050\text{ m})^2 - (0{,}040\text{ m})^2] = 0{,}90\text{ J}.$$

(b) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x = −2,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(2{,}0\times 10^3\text{ N/m})[(0{,}050\text{ m})^2 - (-0{,}020\text{ m})^2] = 2{,}1\text{ J}.$$

(c) Quando o bloco é deslocado de x_i = +5,0 cm para x_i = −5,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(2{,}0\times 10^3\text{ N/m})[(0{,}050\text{ m})^2 - (-0{,}050\text{ m})^2] = 0\text{ J}.$$

30. A Lei de Hooke e o trabalho realizado por uma mola são discutidos neste capítulo. Aplicamos o teorema do trabalho e energia cinética, na forma $\Delta K = W_a + W_s$, aos pontos x = 1,0 m e x = 2,0 m da Fig. 7-35. Reconhecendo que o trabalho "aplicado" W_a está associado à força constante $\vec{P}$, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$4\text{ J} = P(1{,}0\text{ m}) - \frac{1}{2}k(1{,}0\text{ m})^2$$
$$0 = P(2{,}0\text{ m}) - \frac{1}{2}k(2{,}0\text{ m})^2.$$

(a) Resolvendo o sistema de equações, obtemos P = 8,0 N.

(b) Substituindo P pelo seu valor em uma das equações, obtemos k = 8,0 N/m.

31. PENSE Como o corpo é submetido a uma força variável ao se mover no eixo x, o trabalho realizado sobre o corpo deve ser calculado por integração.

FORMULE O trabalho realizado pela força quando o corpo se desloca do ponto x_i = 3,0 m para o ponto x_f = 4,0 m é dado por

$$W=\int_{x_i}^{x_f} F_x\ dx=\int_{x_i}^{x_f} -6x\ dx=-3(x_f^2-x_i^2)=-3\ (4{,}0^2-3{,}0^2)=-21\text{ J}$$

De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, a variação de energia cinética durante esse deslocamento é

$$W=\Delta K=\frac{1}{2}m\left(v_f^2-v_i^2\right)$$

em que v_i é a velocidade no ponto x_i, e v_f é a velocidade no ponto x_f. Conhecendo v_i, podemos calcular v_f.

ANALISE (a) Explicitando v_f na equação anterior, obtemos

$$v_f=\sqrt{\frac{2W}{m}+v_i^2}=\sqrt{\frac{2(-21\text{ J})}{2{,}0\text{ kg}}+(8{,}0\text{ m/s})^2}=6{,}6\text{ m/s}$$

(b) De acordo com o teorema do trabalho e energia,

$$W=\Delta K\quad\Rightarrow\quad -3\left(x_f^2-x_i^2\right)=\frac{1}{2}m\ \left(v_f^2-v_i^2\right)$$

Portanto,

$$x_f=\sqrt{-\frac{m}{6}\left(v_f^2-v_i^2\right)+x_i^2}=\sqrt{-\frac{2.0\text{ kg}}{6\text{ N/m}}\left((5{,}0\text{ m/s})^2-(8{,}0\text{ m/s})^2\right)+(3{,}0\text{ m})^2}=4{,}7\text{ m}$$

APRENDA Para $x_f > x_i$, $W=-3(x_f^2-x_i^2)<0$, ou seja, o trabalho realizado pela força é negativo. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, isso significa que $\Delta K<0$. Assim, a velocidade do corpo diminui progressivamente até se anular no ponto x_f = 5,5 m. Desse momento em diante, o corpo passa a se mover com velocidade crescente no sentido negativo do eixo x até o ponto x = 0. A partir desse ponto, a velocidade do corpo diminui progressivamente até se anular no ponto x_f = –5,5 m. Desse momento em diante, o corpo passa a se mover com velocidade crescente no sentido positivo do eixo x até o ponto x = 0. O ciclo se repete indefinidamente.

32. O trabalho realizado pela mola é dado pela Eq. 7-25: $W_s=k(x_i^2-x_f^2)/2$. Como F_x = –kx, a inclinação da reta da Fig. 7-36 corresponde à constante elástica k. O valor da constante elástica é k = 80 N/cm = 8,0 × 10³ N/m.

(a) Quando o bloco se desloca de x_i = +8,0 cm para x = +5,0 cm, temos:

$$W_s=\frac{1}{2}(8{,}0\times10^3\text{ N/m})[(0{,}080\text{ m})^2-(0{,}050\text{ m})^2]=15{,}6\text{ J}\approx16\text{ J}.$$

(b) Quando o bloco se desloca de x_i = +8,0 cm para x = 5,0 cm, temos:

$$W_s=\frac{1}{2}(8{,}0\times10^3\text{ N/m})[(0{,}080\text{ m})^2-(-0{,}050\text{ m})^2]=15{,}6\text{ J}\approx16\text{ J}.$$

(c) Quando o bloco se desloca de x_i = +8,0 cm para x = –8,0 cm, temos:

$$W_s=\frac{1}{2}(8{,}0\times10^3\text{ N/m})[(0{,}080\text{ m})^2-(-0{,}080\text{ m})^2]=0\text{ J}.$$

(d) Quando o bloco se desloca de x_i = +8,0 cm para x = −10,0 cm, temos:

$$W_s = \frac{1}{2}(8{,}0\times10^3 \text{ N/m})[(0{,}080 \text{ m})^2 - (-0{,}10 \text{ m})^2] = -14{,}4 \text{ J} \approx -14 \text{ J}.$$

33. (a) De acordo com a Eq. 7-28, temos:

$$Fx = kx^2/2 \;\Rightarrow\; (3{,}0 \text{ N})\, x = (50 \text{ N/m})x^2/2,$$

o que nos dá uma única solução diferente de zero, x = (3,0/25) m = 0,12 m.

(b) O trabalho realizado pela força aplicada é $W_a = Fx$ = (3,0 N)(0,12 m) = 0,36 J.

(c) De acordo com a Eq. 7-28, $W_s = -W_a$ = −0,36 J.

(d) Fazendo $K_f = K$ e $K_i = 0$, a Eq. 7-27 nos dá $K = Fx - kx^2/2$. Vamos derivar K em relação a x e igualar a expressão resultante a zero para determinar o valor de x, x_c, para o qual a energia cinética K é máxima:

$$x_c = \frac{F}{k} = (3{,}0/50) \text{ m} = 0{,}060 \text{ m}.$$

Note que x_c também é o ponto no qual a força resultante é nula.

(e) Fazendo $x = x_c$ na expressão da energia cinética, obtemos $K = K_{max}$ = 0,090 J.

34. De acordo com o gráfico da Fig. 7-37, a aceleração a varia linearmente com a coordenada x. Assim, sabemos que a aceleração varia de acordo com a equação $a = \alpha x$, em que α é a inclinação da reta. De acordo com os valores mostrados no gráfico,

$$\alpha = \frac{20 \text{ m/s}^2}{8{,}0 \text{ m}} = 2{,}5 \text{ s}^{-2}.$$

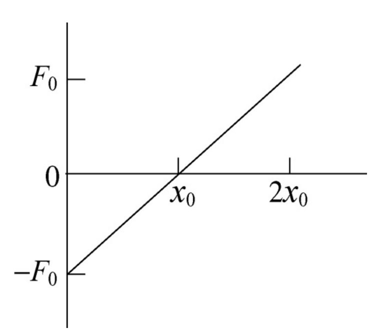
A força aplicada ao tijolo aponta no sentido positivo do eixo x e, de acordo com a segunda lei de Newton, seu módulo é dado por $F = ma = m\alpha x$. Chamando de x_f a coordenada do ponto final do deslocamento, o trabalho realizado pela força é

$$W = \int_0^{x_f} F\, dx = m\alpha \int_0^{x_f} x\, dx = \frac{m\alpha}{2} x_f^2 = \frac{(10 \text{ kg})(2{,}5 \text{ s}^{-2})}{2}(8{,}0 \text{ m})^2 = 8{,}0\times10^2 \text{ J}.$$

35. PENSE Como o corpo é submetido a uma força variável ao se mover no eixo x, o trabalho realizado sobre o corpo deve ser calculado por integração.

FORMULE Dada a curva da força unidimensional F aplicada a uma partícula em função do deslocamento x da partícula, o trabalho realizado pela força é igual à área sob a curva: $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$.

ANALISE (a) A figura mostra o gráfico de $F(x)$. Vamos supor que x_0 é positivo. O trabalho é negativo enquanto a partícula se desloca de $x = 0$ até $x = x_0$ e positivo enquanto a partícula se desloca de $x = x_0$ até $x = 2x_0$.



Como a área de um triângulo é igual à metade do produto da base pela altura, o trabalho realizado pela força de x = 0 até $x = x_0$ é $W_1 = -x_0F_0/2$ e o trabalho realizado pela força de $x = x_0$ até $x = 2x_0$ é $W_2 = (2x_0 - x_0)F_0/2 = x_0F_0/2$.

O trabalho total é a soma dos dois trabalhos:

$$W = W_1 + W_2 = -\frac{1}{2}F_0x_0 + \frac{1}{2}F_0x_0 = 0$$

(b) Usando uma integral para calcular o trabalho, temos

$$W = \int_0^{2x_0} F_0\left(\frac{x}{x_0}-1\right)dx = F_0\left(\frac{x^2}{2x_0}-x\right)\Bigg|_0^{2x_0} = 0$$

APRENDA Se a partícula parte do ponto $x = 0$ com velocidade inicial v_i, no ponto $x = x_0$, depois que a força realiza uma trabalho negativo $W_1 = -x_0F_0/2$, a velocidade da partícula diminui para

$$v = \sqrt{v_i^2 + \frac{2W_1}{m}} = \sqrt{v_i^2 - \frac{F_0x_0}{m}} < v_i$$

mas aumenta novamente para v_i no ponto $x = 2x_0$, depois que a força realiza um trabalho positivo $x_0F_0/2$.

36. De acordo com a Eq. 7-32, a área sob a curva da Fig. 7-38 é igual ao trabalho realizado. Calculando a área a partir das expressões da área de um retângulo (comprimento × largura) e da área de um triângulo (base × altura)/2, obtemos

$$W = W_{0<x<2} + W_{2<x<4} + W_{4<x<6} + W_{6<x<8} = (20+10+0-5)\ \text{J} = 25\ \text{J}.$$

37. (a) Depois de multiplicar o eixo vertical do gráfico da Fig. 7-39 pela massa da partícula, para que se torne um gráfico da força aplicada em função do deslocamento, somamos a área triangular do gráfico, de $x = 0$ até $x = 1$, com a área retangular, de $x = 1$ até $x = 4$. O resultado é $W = 42$ J.

(b) Somando as áreas de $x = 0$ até $x = 7$ e considerando as áreas sob o eixo x como negativas, obtemos $W = 30$ J.

(c) Somando as áreas de $x = 0$ até $x = 9$ e considerando as áreas sob o eixo x como negativas, obtemos $W = 12$ J.

(d) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, $v = 6{,}5$ m/s para $x = 4{,}0$ m. Voltando ao gráfico original, da aceleração em função do deslocamento, vemos que a partícula partiu do repouso e foi acelerada apenas no sentido positivo do eixo x; assim, em $x = 4{,}0$ m, o vetor velocidade aponta no sentido positivo do eixo x.

(e) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, $v = 5{,}5$ m/s para $x = 7{,}0$ m. Embora a partícula tenha sofrido uma desaceleração a partir do ponto $x = 5{,}0$ m, o vetor velocidade continua a apontar no sentido positivo do eixo x.

(f) Finalmente, de acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, $v = 3{,}5$ m/s para $x = 9{,}0$ m. Embora a partícula tenha sofrido uma desaceleração ainda maior, o vetor velocidade *continua* a apontar no sentido positivo do eixo x.

38. (a) De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$K_f = K_i + \int_0^{2{,}0}(2{,}5 - x^2)\ dx = 0 + (2{,}5)(2{,}0) - \frac{1}{3}(2{,}0)^3 = 2{,}3\ \text{J}.$$

(b) Considerando o limite superior de integração como variável, poderíamos obter uma equação para K_f em função de x, cuja derivada seria igualada a zero para obtermos o valor extremo de K_f. Entretanto, esse processo equivale a integrar a força para depois calcular a derivada dessa integral; é muito mais simples igualar diretamente a força a zero:

$$F = 0 \Rightarrow 2{,}5 - x^2 = 0.$$

Assim, K passa por um extremo em $x = \sqrt{2{,}5} \approx 1{,}6$ m e, para esse valor de x,

$$K_f = K_i + \int_0^{\sqrt{2{,}5}}(2{,}5 - x^2)dx = 0 + (2{,}5)(\sqrt{2{,}5}) - \frac{1}{3}(\sqrt{2{,}5})^3 = 2{,}6\ \text{J}.$$

Como este valor é maior que o obtido no item (a), não há dúvida de que se trata de um máximo.

39. Quando a partícula se desloca no eixo x de $x_i = 0$ m até $x_f = 3{,}00$ m, o trabalho realizado pela força é

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx = \int_{x_i}^{x_f} (cx - 3{,}00x^2)dx = \left(\frac{c}{2}x^2 - x^3\right)_0^3 = \frac{c}{2}(3{,}00)^2 - (3{,}00)^3$$
$$= 4{,}50c - 27{,}0.$$

Além disso, de acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, $W = \Delta K = (11{,}0 - 20{,}0) = -9{,}00$ J. Assim,

$$4{,}50c - 27{,}0 = -9{,}00.$$

e, portanto, $c = 4{,}00$ N/m.

40. De acordo com a Eq. 7-32,

$$W = \int_{0,25}^{1,25} e^{-4x^2} dx = 0{,}21 \text{ J}$$

em que o resultado foi obtido numericamente, já que a integral não tem solução analítica. Muitas calculadoras e programas de computador voltados para a matemática permitem calcular esse tipo de integral.

41. Podemos resolver o problema usando o teorema do trabalho e energia cinética (Eq. 7-10). Para obter a energia cinética inicial e a energia cinética final, calculamos primeiro as velocidades, usando a relação

$$v = \frac{dx}{dt} = 3{,}0 - 8{,}0t + 3{,}0t^2$$

em unidades do SI. De acordo com a equação acima, a velocidade inicial é $v_i = 3{,}0$ m/s e a velocidade no instante $t = 4$ s é $v_f = 19$ m/s. A variação de energia cinética de um objeto com uma massa $m = 3{,}0$ kg é, portanto,

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right) = 528 \text{ J}.$$

Arredondando para dois algarismos significativos e aplicando o teorema do trabalho e energia cinética, obtemos $W = 5{,}3 \times 10^2$ J.

42. Podemos resolver o problema usando o teorema do trabalho e energia cinética, segundo o qual a variação de energia cinética é igual ao trabalho realizado pela força aplicada, $\Delta K = W$. Neste problema, o trabalho realizado é $W = Fd$, em que F é a força de tração da corda e d é a variação de comprimento do trecho da corda entre a polia e o carrinho quando o carrinho se desloca de x_1 até x_2. De acordo com a Fig. 7-40, temos:

$$d = \sqrt{x_1^2 + h^2} - \sqrt{x_2^2 + h^2} = \sqrt{(3{,}00 \text{ m})^2 + (1{,}20 \text{ m})^2} - \sqrt{(1{,}00 \text{ m})^2 + (1{,}20 \text{ m})^2}$$
$$= 3{,}23 \text{ m} - 1{,}56 \text{ m} = 1{,}67 \text{ m}$$

o que nos dá $\Delta K = Fd = (25{,}0 \text{ N})(1{,}67 \text{ m}) = 41{,}7$ J.

43. PENSE Este problema envolve o trabalho realizado e a potência desenvolvida por uma força constante.

FORMULE A potência desenvolvida por uma força constante de módulo F é dada por $P = Fv$, e o trabalho realizado pela força do instante t_1 ao instante t_2 é

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P\, dt = \int_{t_1}^{t_2} Fv\, dt$$

De acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração de um corpo, de massa m, submetido a uma força F é $a = F/m$. Assim, se a velocidade inicial do corpo é $v_0 = 0$, a velocidade em função do tempo é dada por $v = v_0 + at = (F/m)t$. Substituindo v pelo seu valor na expressão do trabalho, obtemos a seguinte equação:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} (F^2/m)t\,dt = \frac{F^2}{2m}\left(t_2^2 - t_1^2\right)$$

ANALISE (a) Para $t_1 = 0$ e $t_2 = 1{,}0$ s, $W = \frac{1}{2}\left[\frac{(5{,}0\text{ N})^2}{15\text{ kg}}\right]\left[(1{,}0\text{ s})^2 - 0\right] = 0{,}83\text{ J}.$

(b) Para $t_1 = 1{,}0$ s e $t_2 = 2{,}0$ s, $W = \frac{1}{2}\left[\frac{(5{,}0\text{ N})^2}{15\text{ kg}}\right]\left[(2{,}0\text{ s})^2 - (1{,}0\text{ s})^2\right] = 2{,}5\text{ J}.$

(c) Para $t_1 = 2{,}0$ s e $t_2 = 3{,}0$ s, $W = \frac{1}{2}\left[\frac{(5{,}0\text{ N})^2}{15\text{ kg}}\right]\left[(3{,}0\text{ s})^2 - (2{,}0\text{ s})^2\right] = 4{,}2\text{ J}.$

(d) Substituindo v por $(F/m)t$ na equação $P = Fv$, obtemos a relação $P = F^2t/m$, que é válida para qualquer instante de tempo t. Após três segundos, a potência instantânea é

$$P = \left(\frac{(5{,}0\text{ N})^2\ (3{,}0\text{ s})}{15\text{ kg}}\right) = 5{,}0\text{ W}$$

APRENDA Como o trabalho realizado por uma força constante é proporcional a t^2, é natural que a potência instantânea desenvolvida pela força seja proporcional a t, já que, por definição, $P = dW/dt$.

44. (a) Como a velocidade é constante, $\Delta K = 0$, e, portanto, de acordo com a Eq. 7-15, $W_a = -W_g$. Como W_g é o mesmo nos dois casos (mesmo peso e mesma trajetória), $W_a = 9{,}0 \times 10^2$ J, como no primeiro caso.

(b) Como a velocidade de 1,0 m/s é constante, os 8,0 metros são percorridos em 8,0 segundos. Usando a Eq. 7-42 e notando que a potência média se confunde com a potência instantânea quando o trabalho não varia com o tempo, temos:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{900\text{ J}}{8{,}0\text{ s}} = 1{,}1\times10^2\text{ W}.$$

(c) Como a velocidade de 2,0 m/s é constante, 8,0 metros são percorridos em 4,0 segundos. Usando o mesmo raciocínio do item anterior, obtemos

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{900\text{ J}}{4{,}0\text{ s}} = 225\text{ W} \approx 2{,}3\times10^2\text{ W}.$$

45. PENSE Um bloco é puxado, com velocidade constante, por uma força que faz um ângulo conhecido com a direção do movimento. Estamos interessados em calcular a potência desenvolvida pela força.

FORMULE A potência desenvolvida por uma força $\vec{F}$ é dada por $P = \vec{F}\cdot\vec{v} = Fv\cos\phi$, em que $\vec{v}$ é a velocidade do objeto ao qual a força é aplicada, e ϕ é o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{v}$.

ANALISE Para $F = 122$ N, $v = 5{,}0$ m/s e $\phi = 37{,}0°$, temos

$$P = Fv\cos\phi = (122\text{ N})(5{,}0\text{ m/s})\cos 37{,}0° = 4{,}9\times10^2\text{ W}$$

APRENDA De acordo com a segunda lei de Newton, para que o bloco se mova com velocidade constante, a força resultante que age sobre o bloco deve ser nula. Isso significa que a força F deve ser equilibrada por uma força de mesmo módulo e sentido oposto. Essa força pode ser, por exemplo, a força de atrito.

46. Como a força exercida pelo cabo é igual ao peso do elevador (já que a aceleração é zero), podemos usar a Eq. 7-47:

$$P = Fv\cos\theta = mg\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$$

Na qual usamos o fato de que $\theta = 0°$ (a força do cabo e o movimento do elevador têm a mesma direção). Assim,

$$P=(3{,}0\times10^3 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)\left(\frac{210 \text{ m}}{23 \text{ s}}\right)=2{,}7\times10^5 \text{ W}.$$

47. (a) De acordo com a Eq. 7-8, temos:

$$\begin{aligned} W &= F_x\Delta x+F_y\Delta y+F_z\Delta z \\ &=(2{,}00 \text{ N})(7{,}5 \text{ m}-0{,}50 \text{ m})+(4{,}00 \text{ N})(12{,}0 \text{ m}-0{,}75 \text{ m})+(6{,}00 \text{ N})(7{,}2 \text{ m}-0{,}20 \text{ m}) \\ &=101 \text{ J}\approx\sim 1{,}0\times10^2 \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) Dividindo o resultado do item (a) por 12 s (veja a Eq. 7-42), obtemos $P = 8{,}4$ W.

48. (a) Como a força exercida pela mola sobre a bandeja quando a bandeja passa pela posição de equilíbrio da mola é zero, a taxa com a qual a mola está realizando trabalho sobre a bandeja também é zero.

(b) A taxa é dada por $P=\vec{F}\cdot\vec{v}=-Fv$, na qual o sinal negativo se deve ao fato de que $\vec{F}$ e $\vec{v}$ apontam em sentidos opostos. O módulo da força é dado por

$$F = kx = (500 \text{ N/m})(0{,}10 \text{ m}) = 50 \text{ N},$$

enquanto a velocidade v pode ser obtida aplicando a lei de conservação da energia ao sistema massa-mola:

$$E=K+U=10 \text{ J}=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}(0{,}30 \text{ kg})v^2+\frac{1}{2}(500 \text{ N/m})(0{,}10 \text{ m})^2$$

o que nos dá $v = 7{,}1$ m/s. Assim,

$$P=-Fv=-(50 \text{ N})(7{,}1 \text{ m/s})=-3{,}5\times10^2 \text{ W}.$$

49. PENSE Este problema envolve um elevador carregado que se move com velocidade constante. As forças que agem sobre o sistema são a força gravitacional a que está submetido o elevador, a força gravitacional a que está submetido o contrapeso, e a força que o motor exerce sobre o elevador por meio do cabo.

FORMULE O trabalho total é a soma do trabalho realizado pela força gravitacional sobre o elevador, do trabalho realizado pela força gravitacional sobre o contrapeso, e do trabalho realizado pelo motor sobre o elevador:

$$W=W_e+W_c+W_m$$

Vamos supor que o elevador se move com velocidade constante. Nesse caso, a energia cinética do sistema não varia e, portanto, o trabalho total realizado deve ser nulo, ou seja, $W = \Delta K = 0$.

ANALISE Como o elevador se desloca 54 m *para cima*, o trabalho realizado pela gravidade sobre o elevador é

$$W_e=-m_egd=-(1200 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(54 \text{ m})=-6{,}35\times10^5 \text{ J}$$

Como o contrapeso se desloca 54 m *para baixo*, o trabalho realizado pela gravidade sobre o contrapeso é

$$W_c=m_cgd=(950 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(54 \text{ m})=5{,}03\times10^5 \text{ J}$$

Como $W = 0$, o trabalho realizado pelo motor sobre o sistema é

$$W_m=-W_e-W_c=6{,}35\times10^5 \text{ J}-5{,}03\times10^5 \text{ J}=1{,}32\times10^5 \text{ J}$$

Como este trabalho é realizado em um intervalo de tempo Δt = 3,0 min = 180 s, a potência desenvolvida pelo motor para levantar o elevador é

$$P = \frac{W_m}{\Delta t} = \frac{1{,}32 \times 10^5 \text{ J}}{180 \text{ s}} = 7{,}4 \times 10^2 \text{ W}$$

APRENDA No caso geral, o trabalho realizado pelo motor é $W_m = (m_e - m_c)gd$. Assim, se a massa do contrapeso for igual à massa do motor, o trabalho realizado pelo motor, para manter o elevador em movimento com velocidade constante, será zero.

50. (a) De acordo com as Eqs. 3-23 e 7-48,

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = (4{,}0 \text{ N})(-2{,}0 \text{ m/s}) + (9{,}0 \text{ N})(4{,}0 \text{ m/s}) = 28 \text{ W}.$$

(b) Usando novamente as Eqs. 3-23 e Eq. 7-48 e supondo que a velocidade é da forma $\vec{v} = v\hat{j}$, temos:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \Rightarrow -12 \text{ W} = (-2{,}0 \text{ N})v,$$

o que nos dá v = 6 m/s.

51. (a) O deslocamento do objeto é

$$\vec{d} = \vec{d}_f - \vec{d}_i = (-8{,}00 \text{ m})\hat{\text{i}} + (6{,}00 \text{ m})\hat{\text{j}} + (2{,}00 \text{ m})\hat{\text{k}}\,.$$

Assim, de acordo com a Eq. 7-8,

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (3{,}00 \text{ N})(-8{,}00 \text{ m}) + (7{,}00 \text{ N})(6{,}00 \text{ m}) + (7{,}00 \text{ N})(2{,}00 \text{ m}) = 32{,}0 \text{ J}.$$

(b) A potência média é dada pela Eq. 7-42:

$$P_{\text{med}} = \frac{W}{t} = \frac{32{,}0}{4{,}00} = 8{,}00 \text{ W}.$$

(c) O módulo da distância entre a origem e a posição inicial do objeto é

$$d_i = \sqrt{(3{,}00 \text{ m})^2 + (-2{,}00 \text{ m})^2 + (5{,}00 \text{ m})^2} = 6{,}16 \text{ m}$$

e o módulo da distância entre a origem e a posição final do objeto é

$$d_f = \sqrt{(-5{,}00 \text{ m})^2 + (4{,}00 \text{ m})^2 + (7{,}00 \text{ m})^2} = 9{,}49 \text{ m}\,.$$

O produto escalar dos dois deslocamentos é

$$\vec{d}_i \cdot \vec{d}_f = (3{,}00 \text{ m})(-5{,}00 \text{ m}) + (-2{,}00 \text{ m})(4{,}00 \text{ m}) + (5{,}00 \text{ m})(7{,}00 \text{ m}) = 12{,}0 \text{ m}^2.$$

Assim, o ângulo entre os dois deslocamentos é

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{d}_i \cdot \vec{d}_f}{d_i d_f}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{12{,}0}{(6{,}16)(9{,}49)}\right) = 78{,}2°.$$

52. De acordo com o enunciado do problema, a potência do carro é

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = mv\frac{dv}{dt} = \text{constante.}$$

Explicitando dt, obtemos $dt = mvdv/P$. Integrando essa última equação, temos

$$\int_0^T dt = \int_0^{v_T} \frac{mvdv}{P} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{mv_T^2}{2P}$$

na qual v_T é a velocidade do carro no instante $t = T$. Por outro lado, a distância total percorrida pelo carro é

$$L = \int_0^T vdt = \int_0^{v_T} v\frac{mvdv}{P} = \frac{m}{P}\int_0^{v_T} v^2 dv = \frac{mv_T^3}{3P}.$$

Elevando ambos os membros ao quadrado e substituindo $m\,v_T^2/2P$ por T, obtemos

$$L^2 = \left(\frac{mv_T^3}{3P}\right)^2 = \frac{8P}{9m}\left(\frac{mv_T^2}{2P}\right)^3 = \frac{8PT^3}{9m}$$

o que nos dá

$$PT^3 = \frac{9}{8}mL^2 = \text{constante.}$$

Diferenciando a equação acima, obtemos

$$dPT^3 + 3PT^2 dT = 0 \quad \Rightarrow \quad dT = -\frac{T}{3P}dP.$$

53. (a) Notando que a componente x da terceira força é F_{3x} = (4,00 N)cos(60º), aplicamos a Eq. 7-8 ao problema:

$$W = [5{,}00 \text{ N} - 1{,}00 \text{ N} + (4{,}00 \text{ N})\cos 60°](0{,}20 \text{ m}) = 1{,}20 \text{ J}.$$

(b) De acordo com as Eqs. 7-1 e 7-10, temos: $v = \sqrt{2W/m} = 1{,}10$ m/s.

54. De acordo com a Eq. 7-32, a área sob o gráfico da Fig. 7-42 é igual ao trabalho executado. Calculamos a área da região retangular (largura × altura) e da região triangular [(largura × altura)/2] do gráfico e usamos o teorema do trabalho e energia cinética. O ponto inicial é $x = 0$, no qual a velocidade do corpo é $v_0 = 4{,}0$ m/s.

(a) Como $K_0 = m\,v_0^2/2 = 16$ J, temos:

$$K_3 - K_0 = W_{0<x<1} + W_{1<x<2} + W_{2<x<3} = -4{,}0 \text{ J}$$

e, portanto, K_3 (a energia cinética do corpo no ponto $x = 3{,}0$ m) é dada por

$$K_3 = -4{,}0 + K_0 = -4{,}0 + 16 = 12 \text{ J}.$$

(b) Podemos escrever $W_{<x<x}$ na forma $F\,\Delta x = (-4{,}0 \text{ N})(x \;\; -3{,}0 \text{ m})$ e usar o teorema do trabalho e energia cinética:

$$K_{x_f} - K_3 = W_{3<x<x_f}$$
$$K_{x_f} - 12 = (-4)(x_f - 3{,}0).$$

Para $K_{x_f} = 8{,}0$ J, $x_f = 4{,}0$ m.

(c) Enquanto o trabalho é positivo, a energia cinética aumenta. De acordo com o gráfico da Fig. 7-42, isso acontece até o ponto x = 1,0 m. Nesse ponto, a energia cinética é

$$K_1 = K_0 + W_{0<x<1} = 16\ \text{J} + 2{,}0\ \text{J} = 18\ \text{J}.$$

55. PENSE O cavalo está realizando trabalho para puxar a carroça com velocidade constante, e estamos interessados em calcular o trabalho realizado pelo cavalo em um dado intervalo de tempo e a potência média desenvolvida pelo cavalo nesse intervalo.

FORMULE O cavalo puxa a carroça com uma força $\vec{F}$. Se a carroça sofre um deslocamento $\vec{d}$, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ é $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\phi$, em que ϕ é o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$.

ANALISE (a) A distância percorrida pela carroça em 10 minutos é

$$d = v\Delta t = \left(6{,}0\ \frac{\text{mi}}{\text{h}}\right)\left(\frac{5280\ \text{ft/mi}}{60\ \text{min/h}}\right)(10\ \text{min}) = 5280\ \text{ft}$$

e, portanto,

$$W = Fd\cos\phi = (40\ \text{lb})(5280\ \text{ft})\cos 30° = 1{,}8 \times 10^5\ \text{ft} \cdot \text{lb}$$

(b) A potência média é dada pela Eq. 7-42. Para $\Delta t = 10\ \text{min} = 600\ \text{s}$, temos

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1{,}8 \times 10^5\ \text{ft} \cdot \text{lb}}{600\ \text{s}} = 305\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}$$

o que (usando o fator de conversão $1\ \text{hp} = 550\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}$, que pode ser encontrado no Apêndice D do livro) nos dá $P_{\text{méd}}$ = 0,55 hp.

APRENDA A potência média também pode ser calculada usando a Eq. 7-47: $P_{\text{méd}} = Fv\cos\phi$. Convertendo a velocidade para $v = (6{,}0\ \text{mi/h})\left(\frac{5280\ \text{ft/mi}}{3600\ \text{s/h}}\right) = 8{,}8\ \text{ft/s}$, obtemos

$$P_{\text{méd}} = Fv\cos\phi = (40\ \text{lb})(8{,}8\ \text{ft/s})\cos 30° = 305\ \text{ft} \cdot \text{lb} = 0{,}55\ \text{hp}$$

que é o mesmo valor calculado no item (b).

56. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. Escolhemos o sentido do movimento como o sentido positivo do eixo $+x$ e notamos que o deslocamento é igual à distância percorrida pelo objeto. Vamos chamar de $\vec{F}$ a força aplicada ao objeto (estamos supondo que existe apenas uma força).

(a) Para $v_0 = 0$, a Eq. 2-11 nos dá $a = v/t$ e a Eq. 2-17 nos dá $\Delta x = vt/2$. De acordo com a segunda lei de Newton, $F = ma$. O trabalho pode ser calculado usando a Eq. 7-8:

$$W = F\Delta x = m\left(\frac{v}{t}\right)\left(\frac{1}{2}vt\right) = \frac{1}{2}mv^2$$

o que está de acordo com o teorema do trabalho e energia cinética. Para v = 10 m/s, a equação acima nos dá $W = 1{,}0 \times 10^2$ J.

(b) A potência instantânea é dada pela Eq. 7-48. Para t = 3,0 s, temos:

$$P = Fv = m\left(\frac{v}{t}\right)v = 67\ \text{W}.$$

(c) Como a velocidade no instante t' = 1,5 s é $v' = at'$ = 5,0 m/s, a potência nesse instante é $P' = Fv'$ = 33 W.

57. (a) Para que o caixote fique em equilíbrio na posição final, é preciso que a força $\vec{F}$ tenha o mesmo módulo que a componente horizontal da força de tração da corda, T sen θ, em que θ é o ângulo entre a corda (na posição final) e a vertical:

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{4,00}{12,0}\right) = 19,5°.$$

Além disso, a componente vertical da força de tração da corda deve ser igual ao peso do caixote: $T \cos\theta = mg$. Assim, a força de tração é

$$T = (230 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)/\cos 19,5° = 2391 \text{ N}$$

e $F = (2391 \text{ N}) \text{ sen } 19,5° = 797 \text{ N}$.

Outra forma de resolver o problema seria desenhar um diagrama vetorial (de forças) na situação final.

(b) Como não há variação de energia cinética, o trabalho realizado é zero.

(c) O trabalho realizado pela força gravitacional é $W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{d} = -mgh$, na qual $h = L(1-\cos\theta)$ é a componente vertical do deslocamento. Para $L = 12,0$ m, obtemos $W_g = -1547$ J, que deve ser arredondado para três algarismos significativos: −1,55 kJ.

(d) Como a força da corda é sempre perpendicular à direção do movimento, o trabalho realizado é zero (já que cos 90° = 0).

(e) Os resultados dos três itens anteriores mostram que o trabalho realizado por $\vec{F}$ deve ser $-W_g$ (para que o trabalho total seja zero). Assim, $W_F = -W_g = 1,55$ kJ.

(f) Como o módulo de $\vec{F}$ não é constante, não podemos usar a Eq. 7-8.

58. (a) Como a força que o operário exerce sobre o engradado é constante, o trabalho é dado por $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos\phi$, na qual $\vec{F}$ é a força, $\vec{d}$ é o deslocamento do engradado e ϕ é o ângulo entre a força e o deslocamento. Para $F = 210$ N, $d = 3,0$ m e $\phi = 20°$,

$$W = (210 \text{ N})\,(3,0 \text{ m}) \cos 20° = 590 \text{ J}.$$

(b) Como a força da gravidade é vertical e o deslocamento do engradado é horizontal, o ângulo entre a força e o deslocamento é 90°; como cos 90° = 0, o trabalho realizado pela força da gravidade é zero.

(c) Como a força normal exercida pelo piso sobre o engradado também é perpendicular ao deslocamento, o trabalho realizado pela força é zero.

(d) Como as forças analisadas nos itens anteriores são as únicas que agem sobre o engradado, o trabalho total realizado é 590 J.

59. (a) De acordo com o enunciado do problema,

$$\frac{50 \text{ km}}{1 \text{ km}} = \left(\frac{E}{1 \text{ megaton}}\right)^{1/3}$$

o que nos dá $E = 50^3 \approx 1 \times 10^5$ megatons de TNT.

(b) Como 13 quilotons equivalem a 0,013 megaton, 1×10^5 megatons equivalem a cerca de 1×10^7 bombas de Hiroshima, ou seja, dez milhões de bombas.

60. (a) Vamos chamar de W_a o trabalho realizado pela mãe e de W_g o trabalho realizado pela gravidade. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, temos:

$$\Delta K = W_a + W_g \quad \Rightarrow \quad 30 \text{ J} = (100 \text{ N})(1,8 \text{ m})\cos 180° + W_g$$

o que nos dá $W_g = 30 + 180 = 2,1 \times 10^2$ J.

(b) Como o valor de W_g é o mesmo que foi calculado no item (a), pois o peso e a trajetória da criança não mudaram, $\Delta K = W_g = 2{,}1 \times 10^2$ J.

61. Uma forma de resolver o problema é escolher uma trajetória de $\vec{r}_i$ a $\vec{r}_f$ e calcular a integral de linha correspondente. Outra é usar a Eq. 7-36:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy = \int_2^{-4} (2x) dx + \int_3^{-3} (3) dy$$

na qual as unidades do SI estão subentendidas. O resultado é W = 12 J – 18 J = – 6 J.

62. (a) A compressão da mola é d = 0,12 m. De acordo com a Eq. 7-12, o trabalho realizado sobre o bloco pela força da gravidade é

$$W_1 = mgd = (0{,}25 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}12 \text{ m}) = 0{,}29 \text{ J},$$

(b) De acordo com a Eq. 7-26, o trabalho realizado pela mola é

$$W_2 = -\frac{1}{2}kd^2 = -\frac{1}{2}(250 \text{ N/m})(0{,}12 \text{ m})^2 = -1{,}8 \text{ J}.$$

(c) A velocidade v_i do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola pode ser calculada a partir do teorema do trabalho e energia (Eq. 7-15):

$$\Delta K = 0 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W_1 + W_2$$

o que nos dá

$$v_i = \sqrt{\frac{(-2)(W_1 + W_2)}{m}} = \sqrt{\frac{(-2)(0{,}29 \text{ J} - 1{,}8 \text{ J})}{0{,}25 \text{ kg}}} = 3{,}5 \text{ m/s}.$$

(d) Para resolver este item, invertemos a ordem dos cálculos e calculamos o valor de d' para o qual v_i' = 7 m/s. De acordo com o teorema do trabalho e energia,

$$0 - \frac{1}{2}mv_i'^2 = W_1' + W_2' = mgd' - \frac{1}{2}kd'^2$$

e, portanto (usando a raiz com sinal positivo),

$$d' = \frac{mg + \sqrt{m^2g^2 + mkv_i'^2}}{k}$$

o que nos dá d' = 0,23 m.

Para obter os resultados acima, usamos mais dígitos nos resultados intermediários (como $v_i = \sqrt{12{,}048} \text{ m/s} = 3{,}471 \text{ m/s}$ e v_i' = 6,942 m/s) que nas respostas finais.

63. PENSE Um engradado está sendo empurrado em um plano inclinado. As forças que agem sobre o engradado são a força gravitacional, a força normal exercida pela superfície do plano inclinado e a força aplicada pelo operário.

FORMULE O trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ sobre um objeto que sofre um deslocamento $\vec{d}$ é dada por

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos\phi,$$

em que ϕ é o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$.

ANALISE (a) Como a força aplicada pelo operário é paralela ao plano inclinado, o trabalho realizado pela força é

$$W_a = Fd\cos 0° = (209\text{ N})(1{,}50\text{ m}) \approx 314\text{ J}$$

(b) O trabalho realizado pela força gravitacional é

$$\begin{aligned} W_g &= F_g d\cos(90° + 25°) = mgd\cos 115° \\ &= (25{,}0\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(1{,}50\text{ m})\cos 115° \\ &\approx -155\text{ J} \end{aligned}$$

(c) Como o ângulo entre a força normal e a direção do movimento é 90º, o trabalho realizado pela força normal é zero:

$$W_N = F_N d\cos 90° = 0$$

(d) O trabalho total realizado sobre o engradado é a soma dos três trabalhos:

$$W = W_a + W_g + W_N = 314\text{ J} + (-155\text{ J}) + 0\text{ J} = 158\text{ J}$$

APRENDA De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, se o engradado estiver inicialmente em repouso ($K_i = 0$), a energia cinética, depois que ele for deslocado 1,50 m para cima ao longo do plano inclinado, será $K_f = W = 158$ J, e a velocidade do engradado nesse instante será

$$v = \sqrt{2K_f/m} = \sqrt{2(158\text{ J})/25{,}0\text{ kg}} = 3{,}56\text{ m/s}$$

64. (a) A força $\vec{F}$ exercida pela esteira sobre a caixa é uma combinação da força normal e da força de atrito. Como a caixa está se movendo para cima com velocidade constante, essa força aponta para cima e cancela exatamente a força da gravidade *mg*. Assim, $|\vec{F}| = mg$. Nesta parte do problema, o ângulo ϕ entre a esteira e a força $\vec{F}$ é 80°. De acordo com a Eq. 7-47, temos:

$$P = Fv\cos\phi = (19{,}6\text{ N})(0{,}50\text{ m/s})\cos 80° = 1{,}7\text{ W}.$$

(b) Nesse caso, o ângulo entre a esteira e a força $\vec{F}$ é 90° e, portanto, $P = 0$.

(c) Nesse caso, o ângulo entre a esteira e a força $\vec{F}$ é 100° e, portanto,

$$P = (19{,}6\text{ N})(0{,}50\text{ ms})\cos 100° = -1{,}7\text{ W}.$$

65. Como a velocidade é constante, a força usada para levantar a lata é igual ao peso do objeto. Note que a força $\vec{F}$ aplicada pela pessoa é igual (em módulo) à tensão da corda.

(a) Como é dito na *sugestão*, a força total com a qual a corda puxa a segunda polia é duas vezes maior que a tensão da corda: $2T = mg = 20 \times 9{,}8 = 196$ N. Como $|\vec{F}| = T$, $|\vec{F}| = 98$ N.

(b) Para que a lata suba 0,020 m, dois segmentos da corda (veja a Fig. 7-45) devem sofrer uma redução de 0,020 m. Assim, o deslocamento da corda na extremidade esquerda (que é igual a $\vec{d}$, o deslocamento para baixo da mão da pessoa que está puxando a corda) é $d = 0{,}040$ m.

(c) Como (na extremidade esquerda) $\vec{F}$ e $\vec{d}$ apontam para baixo, a Eq. 7-7 nos dá

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (98\text{ N})(0{,}040\text{ m}) = 3{,}9\text{ J}.$$

(d) Como a força de gravidade $\vec{F}_g$ (cujo módulo é *mg*) tem o sentido oposto ao do deslocamento $\vec{d}_l = 0{,}020$ m da lata, a Eq. 7-7 nos dá

$$W = \vec{F}_g\cdot\vec{d}_l = -(196\text{ N})(0{,}020\text{ m}) = -3{,}9\text{ J}.$$

Este resultado está de acordo com a Eq. 7-15, já que não há variação de energia cinética.

66. Depois de converter a velocidade para unidades do SI (v = 120 km/h = 33,33 m/s), obtemos:

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(1200\,\text{kg})(33{,}33\,\text{m/s})^2=6{,}67\times10^5\ \text{J}.$$

67. PENSE Neste problema, que envolve pacotes pendurados em uma mola, o alongamento da mola pode ser calculado usando a lei de Hooke.

FORMULE De acordo com a lei de Hooke, a força exercida pela mola é dada por

$$F_x=-k(x-x_0)=-k\Delta x$$

em que Δx é o deslocamento em relação à posição de repouso. Assim, para as duas primeiras situações mostradas na Fig. 7-48, temos

$$-110\ \text{N}=-k(40\ \text{mm}-x_0)$$
$$-240\ \text{N}=-k(60\ \text{mm}-x_0)$$

Podemos resolver esse sistema de equações para obter os valores de k, a constante elástica da mola, e x_0, o comprimento de repouso da mola.

ANALISE (a) Somando as duas equações, obtemos

$$240\ \text{N}-110\ \text{N}\ =\ k(60\ \text{mm}-40\ \text{mm})$$

o que nos dá k = 6,5 N/mm. Substituindo k pelo seu valor na primeira equação, obtemos

$$x_0=40\ \text{mm}-\frac{110\ \text{N}}{k}=40\ \text{mm}-\frac{110\ \text{N}}{6{,}5\ \text{N/mm}}=23\ \text{mm}$$

(b) Aplicando os resultados do item (a) à terceira situação mostrada na Fig. 7-48, obtemos

$$W=k(30\text{mm}-x_o)=(6{,}5\ \text{N/mm})(30\ \text{mm}-23\ \text{mm})=45\ \text{N}$$

APRENDA Uma forma alternativa de calcular W para a terceira situação é observar que, como o alongamento da mola é proporcional do peso do pacote, $W/W' = \Delta x/\Delta x'$. Aplicando essa relação à segunda situação e à terceira situação, obtemos

$$W=\left(\frac{\Delta x_3}{\Delta x_2}\right)W_2=\left(\frac{30\ \text{mm}-23\ \text{mm}}{60\ \text{mm}-23\ \text{mm}}\right)(240\ \text{N})=45\ \text{N}$$

que é o mesmo valor calculado no item (b).

68. De acordo com a Eq. 7-7, $W = Fd\cos\phi = 1504\ \text{J}$. Nesse caso, o teorema do trabalho e energia cinética nos dá $K_f = K_i + W = 0 + 1504$ J. A resposta é, portanto, 1,5 kJ.

69. O peso total é (100)(660 N) = $6{,}60\times10^4$ N. Como o elevador está subindo com velocidade constante, a aceleração é zero e, de acordo com a segunda lei de Newton, a força exercida sobre o elevador é igual ao peso total. Assim,

$$P = Fv = (6{,}60\times10^4)(150\ \text{m}/60{,}0\ \text{s}) = 1{,}65\times10^5\ \text{W}.$$

70. De acordo com a Eq. 7-8, em unidades do SI, $W = (4{,}0)(3{,}0) - c(2{,}0) = 12 - 2c$.

(a) Para $W = 0$, $c = 6{,}0$ N.

(b) Para $W = 17$ J, $c = -2{,}5$ N.

(c) Para $W = -18$ J, $c = 15$ N.

71. De acordo com a Eq. 7-8,

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (F\cos\theta\ \hat{\mathrm{i}} + \mathrm{F}\ \mathrm{sen}\theta\ \hat{\mathrm{j}})\cdot(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}}) = Fx\cos\theta + Fy\,\mathrm{sen}\,\theta$$

na qual $x = 2{,}0$ m, $y = -4{,}0$ m, $F = 10$ N e $\theta = 150°$. Assim, $W = -37$ J. Note que o valor conhecido da massa (2,0 kg) não é usado no cálculo.

72. (a) Eq. 7-10 (juntamente com as Eqs. 7-1 e Eq. 7-7) nos dá, para $v_i = 0$,

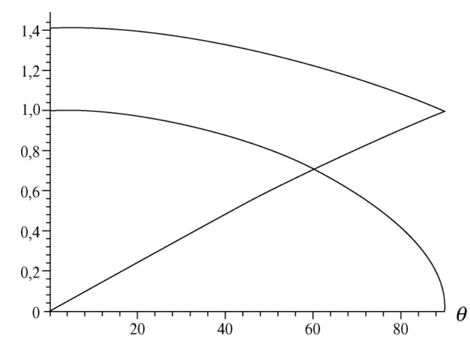
$$v_f = \sqrt{\frac{2dF}{m}\cos\theta} = \sqrt{\cos\theta}$$

(b) Para $v_i = 1$, as mesmas equações nos dão $v_f = (1 + \cos\theta\,)^{1/2}$.

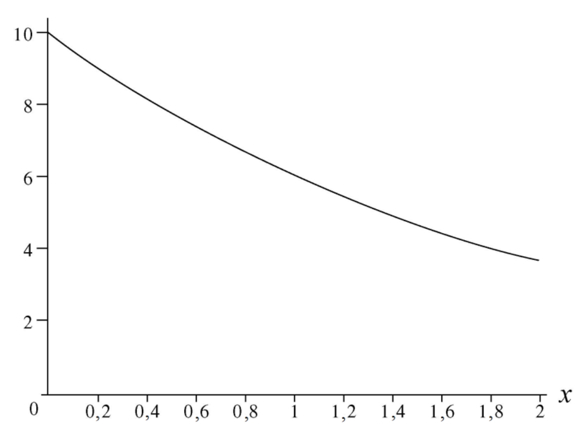
(c) Substituindo θ por $180° - \theta$ e fazendo $v_i = 1$, obtemos

$$v_f = \sqrt{1 + \cos(180° - \theta)} = \sqrt{1 - \cos\theta}$$

(d) A figura ao lado mostra os gráficos das três soluções. Note que nas soluções dos itens (a) e (b) a aceleração diminui quando o ângulo θ aumenta, enquanto na solução do item (c) a frenagem diminui quando o ângulo θ aumenta. A curva que começa em $v_f = 1{,}4$ é a curva correspondente ao item (b); a curva que começa em $v_f = 1{,}0$ é a curva correspondente ao item (a); a curva que começa em $v_f = 0$ é a curva correspondente ao item (c).



73. (a) A figura a seguir mostra o gráfico de $F(x)$ em unidades do SI.



A estimativa da área sob a curva pode variar, dentro de certos limites. Valores típicos estão entre 11 J e 14 J.

(b) Calculando o trabalho analiticamente (usando a Eq. 7-32), obtemos

$$W = \int_0^2 10e^{-x/2}dx = -20e^{-x/2}\Big|_0^2 = 12{,}6\ \mathrm{J} \approx 13\ \mathrm{J}.$$

74. (a) De acordo com a Eq. 7-8, temos, em unidades do SI:

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = (2\hat{\mathrm{i}} - 4\hat{\mathrm{j}})\cdot(8\hat{\mathrm{i}} + c\,\hat{\mathrm{j}}) = 16 - 4c$$

que, para $W = 0$, nos dá $c = 16/4 = 4$ m.

(b) Para $W > 0$, $16 > 4c$ e, portanto, $c < 4$ m.

(c) Para $W < 0$, $16 < 4c$ e, portanto, $c > 4$ m.

75. PENSE Na ausência de um contrapeso, é necessária uma força para manter um elevador subindo com velocidade constante. Ao deslocar o elevador para cima, essa força desenvolve uma potência constante.

FORMULE Para que o sistema elevador-carga suba com velocidade constante (aceleração zero), é preciso que a força aplicada F seja igual à força gravitacional $F_g = (m_e + m_c)g$, em que m_e é a massa do elevador, e m_c é a massa da carga. A potência necessária pode ser calculada usando a Eq. 7-47, que, para $\phi = 0$, nos dá $P = Fv$.

ANALISE Para $m_e = 4500$ kg, $m_c = 1800$ kg e $v = 3{,}80$ m/s, a potência é

$$P = Fv = (m_e + m_c)gv = (4500\text{ kg} + 1800\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(3{,}80\text{ m/s}) = 235\text{ kW}$$

APRENDA A potência é proporcional à velocidade de subida do elevador; quanto maior a velocidade, maior a potência necessária.

76. (a) A componente da força da gravidade paralela ao plano inclinado é dada por mg sen θ, na qual m é a massa do bloco e $\theta = \text{sen}^{-1}(0{,}91/15)$ é o ângulo do plano inclinado. O fato de que o bloco está descendo com velocidade constante significa que o operário está exercendo uma força $\vec{F}$ "plano acima" de módulo igual a mg sen θ. Assim,

$$F = mg\,\text{sen}\,\theta = (45\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)\left(\frac{0{,}91\text{m}}{1{,}5\text{m}}\right) = 2{,}7\times10^2\text{ N.}$$

(b) Como o deslocamento é "plano abaixo" e, portanto, tem o sentido contrário ao da força $\vec{F}$, o trabalho realizado pelo operário é

$$W_1 = -(2{,}7\times10^2\text{ N})(1{,}5\text{ m}) = -4{,}0\times10^2\text{ J.}$$

(c) Como o deslocamento possui uma componente vertical de valor absoluto 0,91 m (no mesmo sentido que a força da gravidade), o trabalho realizado pela força gravitacional é

$$W_2 = (45\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)(0{,}91\text{ m}) = 4{,}0\times10^2\text{ J.}$$

(d) De acordo com a Eq. 7-7, como $\vec{F}_N$ é perpendicular à direção do movimento do bloco, e cos 90º = 0, o trabalho realizado pela força normal é $W_3 = 0$.

(e) Como a aceleração é nula, $\vec{F}_{res}$ é zero e, portanto, o trabalho realizado pela força resultante também é zero, o que pode ser confirmado somando os resultados dos itens (b), (c) e (d): $W_1 + W_2 + W_3 = 0$.

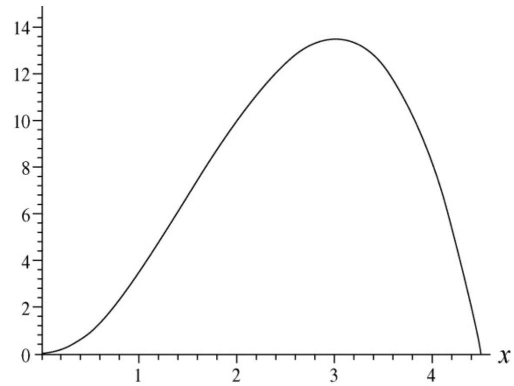
77. (a) Para estimar a área sob a curva entre $x = 1$ m e $x = 3$ m (que é igual ao trabalho realizado nesse intervalo), podemos "contar os quadrados" (e também as frações de quadrado) entre a curva e o eixo x. O resultado obtido usando este método aproximado deverá estar entre 5 J e 8 J.

(b) De acordo com a Eq. 7-32, temos:

$$\int_1^3 \frac{a}{x^2}\,dx = \frac{a}{3} - \frac{a}{1} = 6\text{ J}$$

já que $a = -9$ N·m².

78. (a) De acordo com a Eq. 7-32, $W = \int F_{ax}\,dx = 9x^2/2 - x^3$ (em unidades do SI). A figura a seguir mostra um gráfico de W em função de x.



(b) Podemos ver no gráfico que o máximo de W acontece para x = 3,00 m. Isso pode ser confirmado derivando W em relação a x e igualando o resultado a zero, ou simplesmente notando que F_{ax} é zero para este valor de x.

(c) O valor máximo do trabalho é $W = (9/2)(3,00)^2 - (3,00)^3 = 13,50$ J.

(d) De acordo com o gráfico (ou com a expressão do trabalho em função de x), $W = 0$ para x = 4,50 m.

(e) Se a caixa está em repouso, $v = 0$. Como $W = \Delta K = mv^2/2$, essa condição equivale a dizer que $W = 0$, o que acontece para x = 4,50 m.

79. PENSE Uma merendeira escorrega em um plano inclinado sob a ação de um vento constante. O problema envolve a análise de um gráfico.

FORMULE A Fig. 7-51 mostra um gráfico de $x(t)$, a posição da merendeira em função do tempo. Pela forma da curva, fica evidente que é possível ajustá-la a uma parábola com a concavidade voltada para baixo:

$$x(t) = \frac{1}{10}t(10-t) = t - \frac{1}{10}t^2$$

Derivando duas vezes a equação anterior, obtemos a velocidade e a aceleração da merendeira:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 1 - \frac{t}{5} \text{ (em m/s)}, \quad a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{5} = -0,2 \text{(em m/s}^2\text{)}$$

As equações mostram que a velocidade inicial é $v_i = v(0) = 1,0$ m/s e que a força constante do vento é

$$F = ma = (2,0\text{ kg})(-0,2\text{ m/s}^2) = -0,40\text{ N}$$

O trabalho correspondente é dado por

$$W(t) = F \cdot x(t) = -0,04t(10-t)$$

A energia cinética inicial da merendeira é

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(2,0\text{ kg})(1,0\text{ m/s})^2 = 1,0\text{ J}$$

Como $\Delta K = K_f - K_i = W$, a energia cinética em um instante posterior é dada (em unidades do SI) por

$$K(t) = K_i + W = 1 - 0,04t(10-t)$$

ANALISE (a) Para t = 1,0 s, a expressão anterior nos dá

$$K(1\text{ s}) = 1 - 0,04(1)(10-1) = 1 - 0,36 = 0,64 \approx 0,6\text{ J}$$

em que o resultado foi arredondado para dois algarismos significativos.

(b) Para t = 5,0 s, a expressão anterior nos dá K(5,0 s) = 1 – 0,04(5)(10 – 5) = 1 – 1 = 0

(c) O trabalho realizado pelo vento sobre a merendeira entre t = 1,0 s e t = 5,0 s é

$$W = K(5{,}0) - K(1{,}0\text{ s}) = 0 - 0{,}6 \approx -0{,}6\text{ J}$$

APRENDA O resultado do item (c) também pode ser obtido calculando a diferença entre W(5) e W(1) a partir da expressão $W(t) = -0{,}04t(10 - t)$:

$$W(5) - W(1) = -0{,}04(5)(10-5) - \left[-0{,}04(1)(10-1)\right] = -1 - (-0{,}36) = -0{,}64 \approx -0{,}6\text{ J}$$

Note que no instante t = 5,0 s, K = 0 e a merendeira para momentaneamente; em seguida, ela começa a se mover no sentido oposto.

80. Como o problema foi formulado em unidades do SI, o resultado (dado pela Eq. 7-23) está em joules. Calculado numericamente, usando um recurso disponível na maioria das calculadoras modernas, o resultado é aproximadamente 0,47 J. Para o estudante interessado, vale a pena mostrar a resposta "exata" (em termos da "função erro"):

$$\int_{0,15}^{1,2} e^{-2x^2} dx = \frac{1}{4}\sqrt{2\pi}[\operatorname{erf}(6\sqrt{2}/5) - \operatorname{erf}(3\sqrt{2}/20].$$

81. (a) O trabalho realizado pela mola é $W_m = (k/2)(x_i^2 - x_f^2)$. De acordo com a lei de conservação da energia, quando o bloco chega ao ponto $x_f = 0$, toda a energia armazenada na mola foi convertida em energia cinética do bloco: $W_m = mv^2/2$. Igualando as duas expressões e explicitando v, obtemos

$$\frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = x_i\sqrt{\frac{k}{m}} = (0{,}300\text{ m})\sqrt{\frac{500\text{ N/m}}{4{,}00\text{ kg}}} = 3{,}35\text{ m/s.}$$

(b) O trabalho realizado pela mola é

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}(500\text{ N/m})(0{,}300\text{ m})^2 = 22{,}5\text{ J}$$

(c) A potência instantânea desenvolvida pela mola é dada por

$$P = Fv = (kx)\sqrt{\frac{k}{m}\left(x_i^2 - x^2\right)}$$

No momento em que o bloco é liberado, $x = x_i$ e, portanto, P = 0.

(d) De acordo com a equação anterior, para x = 0, P = 0.

(e) A posição em que a potência desenvolvida pela mola é máxima pode ser determinada derivando P em relação a x e igualando o resultado a 0:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{k^2(x_i^2 - 2x^2)}{\sqrt{\dfrac{k(x_i^2 - x^2)}{m}}} = 0$$

o que nos dá

$$x = \frac{x_i}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}300\text{ m}}{\sqrt{2}} = 0{,}212\text{ m.}$$

82. (a) Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento nas direções paralela e perpendicular ao plano inclinado, obtemos as equações

$$F - mg\,\text{sen}\theta = ma$$
$$F_N - mg\cos\theta = 0$$

Podemos usar a segunda equação para calcular o ângulo θ que o plano inclinado faz com a horizontal:

$$\theta=\cos^{-1}\left(\frac{F_N}{mg}\right)=\cos^{-1}\left(\frac{13{,}41\text{ N}}{(4{,}00\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)}\right)=70{,}0°$$

De acordo com a primeira equação, a aceleração do bloco é

$$a=\frac{F}{m}-g\,\text{sen}\theta=\frac{50\text{ N}}{4{,}00\text{ kg}}-(9{,}8\text{ m/s}^2)\text{sen}\,70{,}0°=3{,}29\text{ m/s}^2$$

De acordo com a Eq. 2-16, $v^2=v_0^2+2ad$; portanto, a velocidade do bloco para $d=3{,}00$ m é

$$v=\sqrt{2ad}=\sqrt{2(3{,}29\text{ m/s}^2)(3{,}00\text{ m})}=4{,}44\text{ m/s}$$

83. (a) O trabalho realizado pela mola é

$$W_s=\frac{1}{2}k(x_i^2-x_f^2)=-\frac{1}{2}kx_f^2=-\frac{1}{2}(1800\text{ N/m})(7{,}60\times10^{-3}\text{ m})^2=-5{,}20\times10^{-2}\text{ J}$$

(b) Como, para $x_f'=2x_f$, o trabalho realizado pela mola é $W_m'=-k(x_f')^2=-k(2x_f)^2$, o trabalho adicional realizado pela mola é

$$\Delta W=W_s'-W_s=-\frac{1}{2}k(2x_f)^2-\left(-\frac{1}{2}kx_f^2\right)=-\frac{3}{2}kx_f^2=3W_s=3(-5{,}20\times10^{-2}\text{ J})=-0{,}156\text{ J}$$

84. (a) O deslocamento do objeto é

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(-4{,}10\hat{\text{i}}+3{,}30\hat{\text{j}}+5{,}40\,\hat{\text{k}})-(2{,}70\hat{\text{i}}-2{,}90\hat{\text{j}}+5{,}50\,\hat{\text{k}})=(-6{,}80\hat{\text{i}}+6{,}20\hat{\text{j}}-0{,}10\,\hat{\text{k}})$$

O trabalho realizado pela força $\vec{F}=(2{,}00\,\hat{\text{i}}+3{,}30\,\hat{\text{j}}+5{,}30\,\hat{\text{k}})$ N é

$$W=\vec{F}\cdot\Delta\vec{r}=(2{,}00\hat{\text{i}}+9{,}00\hat{\text{j}}+5{,}30\,\hat{\text{k}})\cdot(-6{,}80\hat{\text{i}}+6{,}20\hat{\text{j}}-0{,}10\,\hat{\text{k}})=41{,}7\text{ J}$$

(b) A potência média desenvolvida nesse intervalo de tempo é

$$P=\frac{W}{\Delta t}=\frac{41{,}7\text{ J}}{2{,}10\text{ s}}=19{,}8\text{ W}$$

(c) Os módulos dos vetores posição são (em unidades do SI)

$$r_1=|\vec{r}_1|=\sqrt{(2{,}70)^2+(-2{,}90)^2+(5{,}50)^2}=6{,}78$$
$$r_2=|\vec{r}_2|=\sqrt{(-4{,}10)^2+(3{,}30)^2+(5{,}40)^2}=7{,}54$$

e o produto escalar dos vetores posição é

$$\begin{aligned}\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2&=(2{,}70\hat{\text{i}}-2{,}90\hat{\text{j}}+5{,}50\,\hat{\text{k}})\cdot(-4{,}10\hat{\text{i}}+3{,}30\hat{\text{j}}+5{,}40\,\hat{\text{k}})\\&=(2{,}70)(-4{,}10)+(-2{,}90)(3{,}30)+(5{,}50)(5{,}40)=9{,}06\end{aligned}$$

De acordo com a relação $\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2=r_1r_2\cos\theta$, o ângulo entre $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ é

$$\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2}{r_1r_2}\right)=\cos^{-1}\left(\frac{9{,}06}{(6{,}78)(7{,}54)}\right)=79{,}8°$$

85. O trabalho realizado pela força é

$$W=\vec{F}\cdot\vec{d}=(-5{,}00\hat{\text{i}}+5{,}00\hat{\text{j}}+4{,}00\,\hat{\text{k}})\cdot(2{,}00\hat{\text{i}}+2{,}00\hat{\text{j}}+7{,}00\,\hat{\text{k}})=28\text{ J}$$

Como, de acordo com a lei de conservação da energia, $W=\Delta K=(m/2)(v_f^2-v_i^2)$, a velocidade final da partícula é

$$v_f=\sqrt{v_i^2+\frac{2W}{m}}=\sqrt{(4{,}00\text{ m/s})^2+\frac{2(28\text{ J})}{2{,}00\text{ kg}}}=6{,}63\text{ m/s}$$