

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №7**  
**по дисциплине «Методы оптимизации»**  
**Тема: Динамическое программирование**

Студент гр. 1384

\_\_\_\_\_

Бобков В.Д.

Студентка гр. 1384

\_\_\_\_\_

Усачева Дашка В.

Студентка гр. 1384

\_\_\_\_\_

Пчелинцева К. Р.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Балтрашевич В.Э.

Санкт-Петербург  
2023

### **Цель работы.**

Изучить автоматизированную обучающую систему (АОС) для алгоритма метода динамического программирования, решающего задачу поиска минимального пути в графе.

### **Основные теоретические положения.**

Имеется задача: есть некоторый граф с взвешенными ребрами (каждое ребро графа имеет некоторую стоимость). Необходимо найти минимальный путь между заданными вершинами. Для метода динамического программирования, граф должен быть преобразован в структуру слоистого графа (т. е. каждый шаг в пути между начальной и конечной вершиной соответствует переходу между слоями, содержащие остальные вершина графа). Предполагается, что такое преобразование уже выполнено.

В основе метода динамического программирования лежат два важных принципа сформулированных Ричардом Беллманом.

Первый, называется принципом оптимальности, формулируется следующим образом: необходимо всегда обеспечивать оптимальное (в смысле принятого критерия) продолжение процесса относительно уже достигнутого состояния. Другими словами, решение на каждом последующем шаге должно приниматься с учётом результата, полученного на предыдущем.

Второй основной принцип утверждает, что решение задачи инвариантно (не зависит) от количества шагов в алгоритме, т. е. решение единственно.

Реализация данных принципов гарантирует оптимальность решения и выполнение алгоритма за конечное количество шагов. Спецификой метода является нахождение решения “с конца”, т. е. от конечной вершины до начальной. В нашей задаче алгоритм строится за  $N$  шагов (где  $N$  – количество слоёв в графе) следующим образом:

Шаг 1. Фиксируем конечную точку пути и полагаем стоимость равной нулю.

Шаг 2. Разбираем слой в графе, предшествующий конечной вершине, на оптимальные (по минимальной стоимости) пути в эту вершину из вершин, содержащихся в данном слое. Фиксируем стоимость каждого оптимального пути к соответствующей вершине слоя.

Шаг 3. Повторяем предыдущий шаг, но вместо конечной вершины рассматриваем вершины из слоя в предыдущем шаге с учетом приписанных им весов.

...

Шаг N. Последний шаг заключается в переходе от начальной вершины к взвешенным вершинам N-1 слоя по минимальной стоимости. Получили решение – фиксируем в результате переходы между вершинами каждого из слоёв.

### **Задание.**

Требуется разработать и реализовать автоматизированную обучающую систему (АОС) для алгоритма метода динамического программирования, решающего задачу поиска минимального пути в графе.

### **Выполнение работы.**

Для использования в АОС был составлен взвешенный граф, состоящий из 13 вершин. При составлении было учтено ограничение, состоящее в том, что из каждой вершины могут выходить не более двух рёбер к следующему слою.

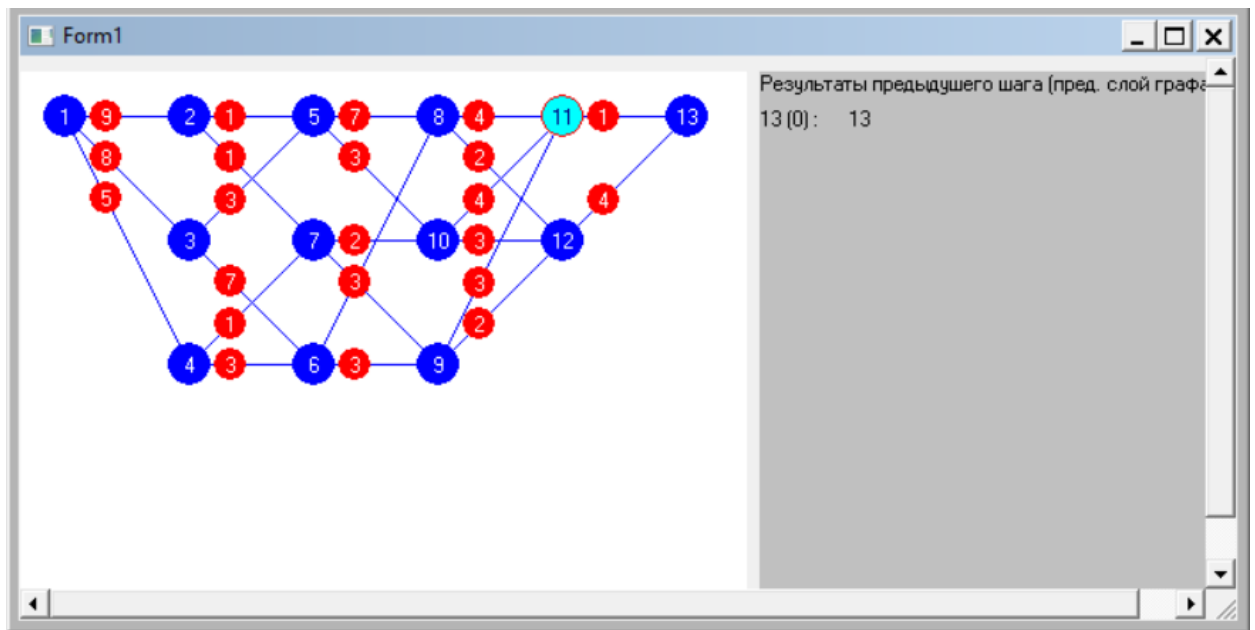


Рисунок 1 – Составленный граф

Далее в соответствии с алгоритмом, описанном в теоретических положениях выполняется вычисление кратчайшего пути из начальной вершины в конечную. Пользователя просят для каждой вершины из текущего слоя указать вершину из следующего слоя через которую идёт кратчайший путь до конечной. Данный процесс повторяется в цикле, начиная с предпоследнего слоя и заканчивая первым слоем. Таким образом на каждой итерации мы храним кратчайшее расстояние от каждой вершины текущего слоя до конечной вершины. Так что дойдя до первого слоя, мы получим кратчайший путь из начальной вершины в конечную.

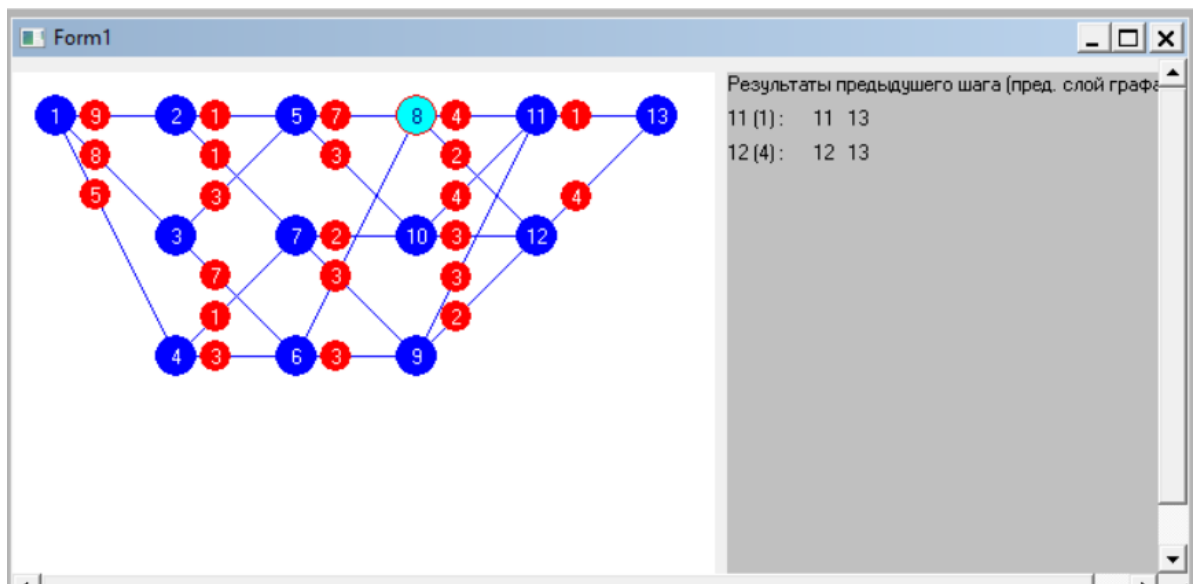


Рисунок 2 – Вывод АОС после прохождения 5-го слоя Пути:

- $11-13 = 1$
- $12-13 = 4$

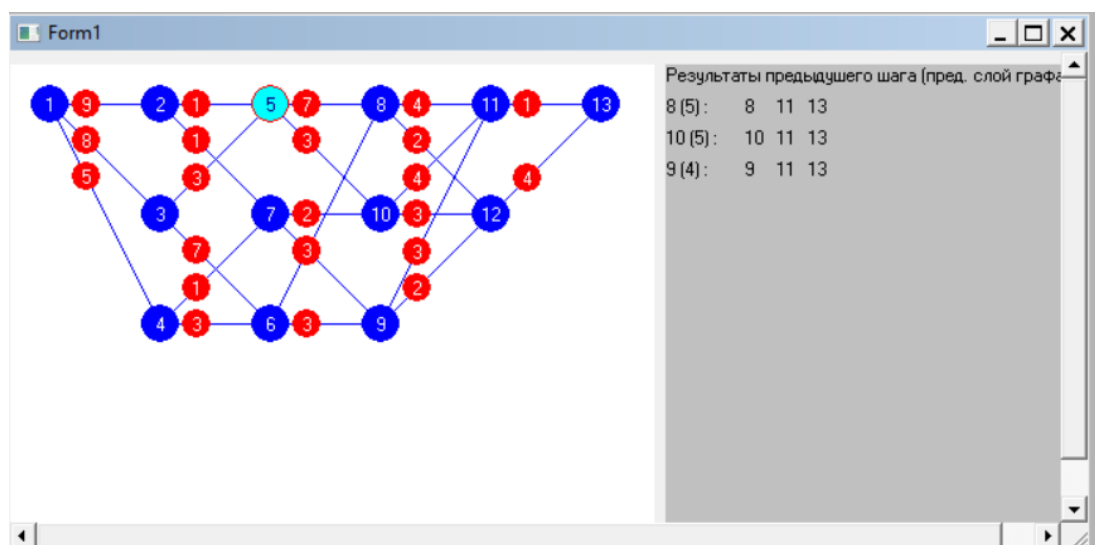


Рисунок 3 – Вывод АОС после прохождения 4-го слоя Пути:

- $8-11-13 = 4+1 = 5$
- $10-11-13 = 4+1 = 5$
- $9-11-13 = 3+1 = 4$

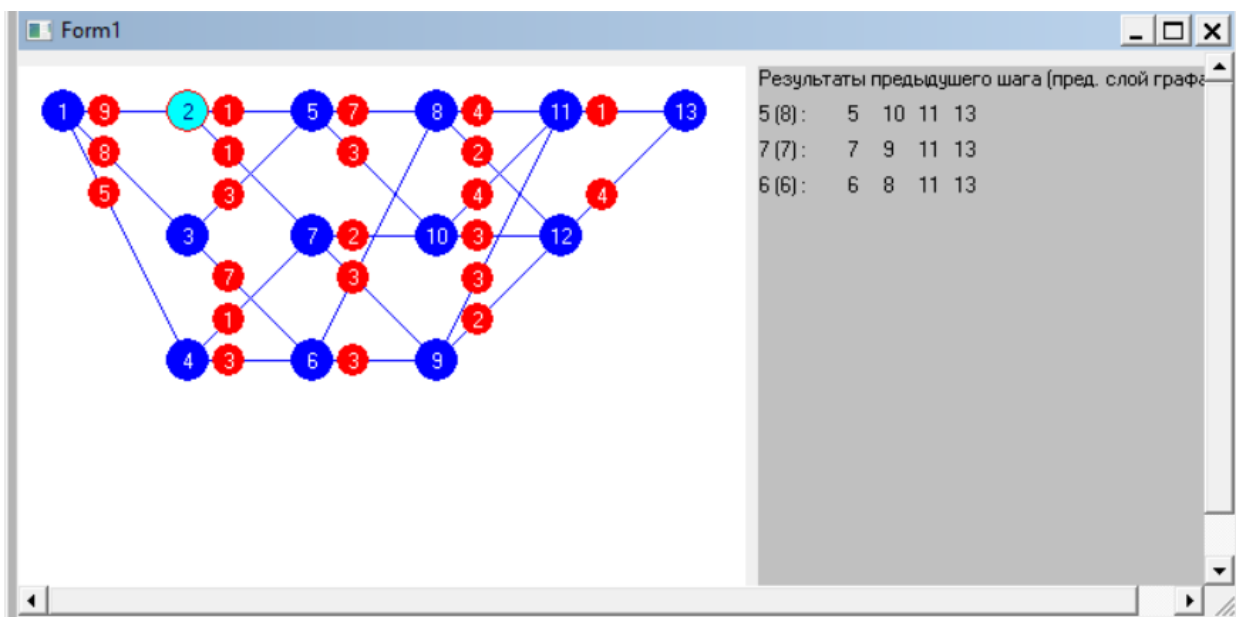


Рисунок 4 – Вывод АОС после прохождения 3-го слоя

Пути:

- 5-10-11-13 = 3+4+1=8
- 7-9-11-13 = 3+3+1 = 7
- 6-9-11-13 = 3+3+1 = 7 (ошибка)

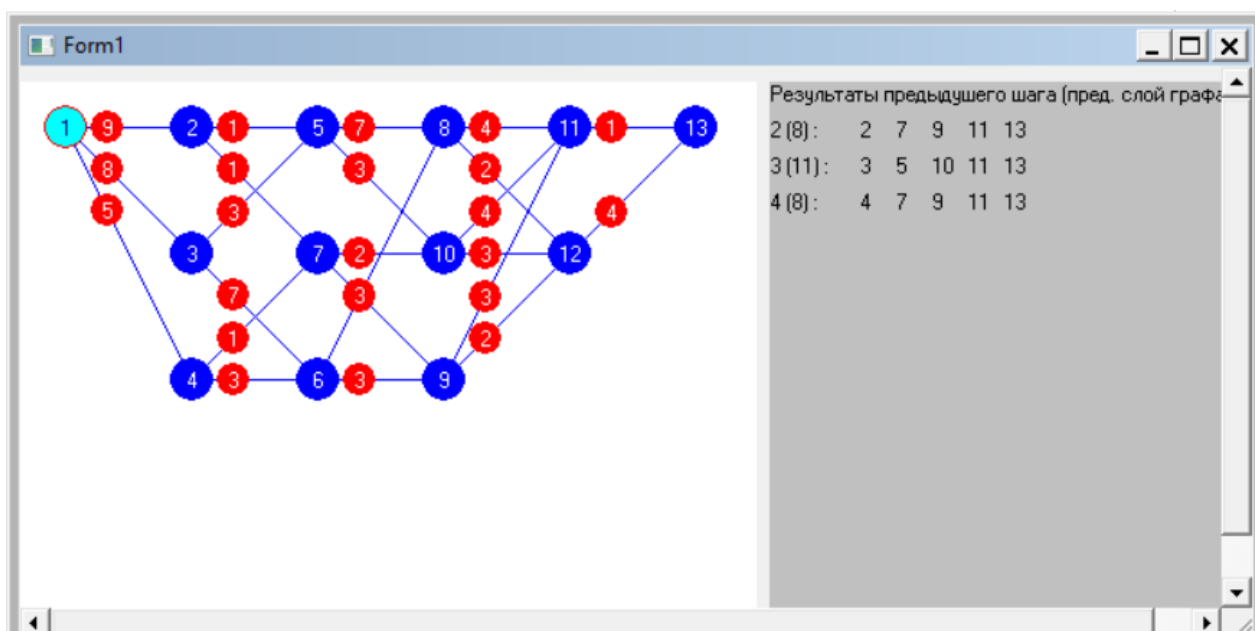


Рисунок 5 – Вывод АОС после прохождения 2-го слоя

Пути:

- 2-7-9-11-13 = 1+3+3+1 = 8
- 3-5-1-11-13 = 3+3+4+1 = 11
- 4-7-9-11-13 = 1+3+3+1 = 8

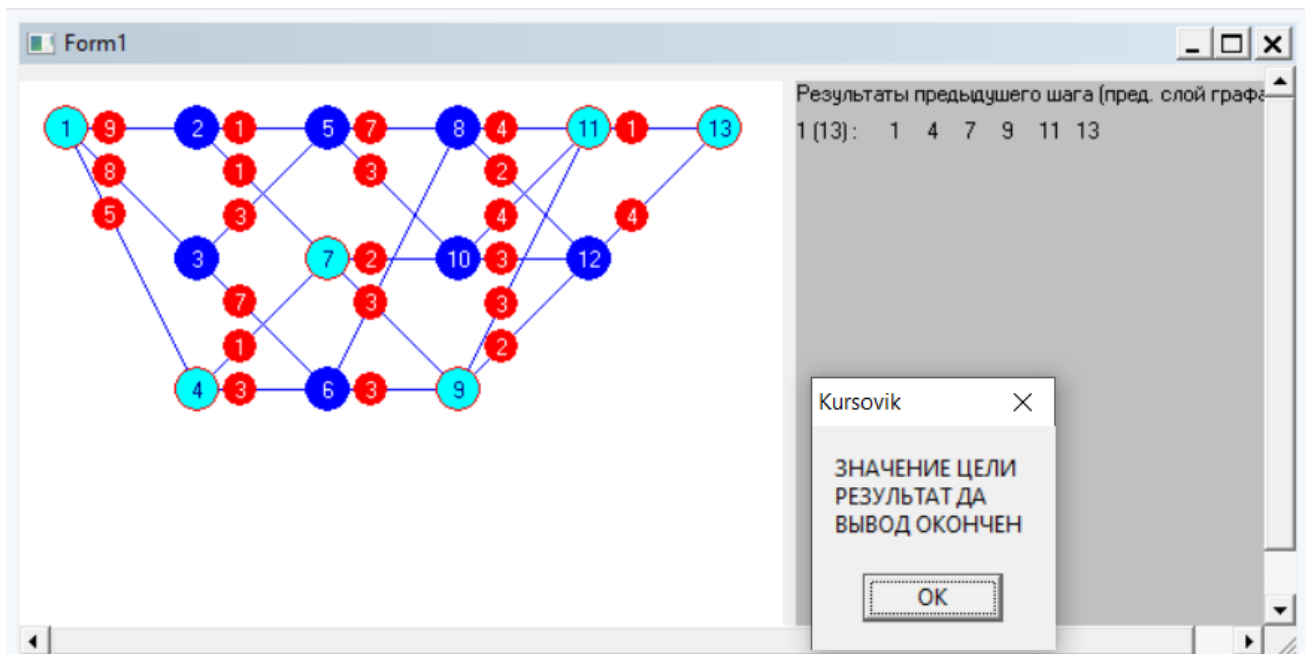


Рисунок 6 – Результат работы программы

Пути:

- $1-4-7-9-11-13 = 5+1+3+3+1 = 13$

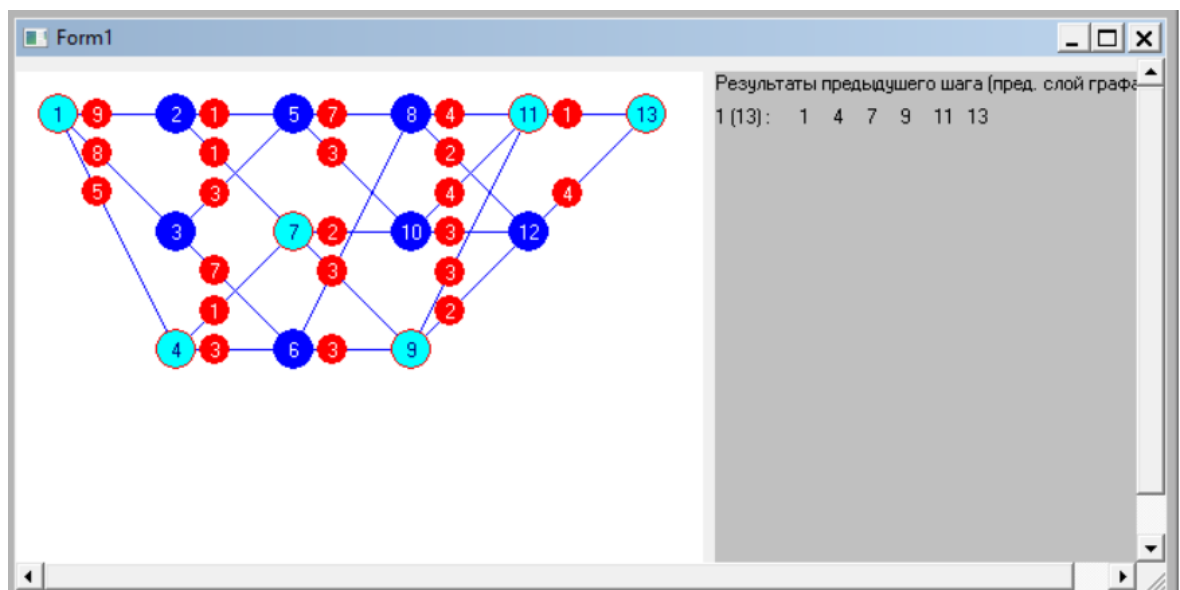


Рисунок 7 – Кратчайший путь из вершины 1 в вершину 13



### **Выводы.**

Были исследована автоматизированная обучающую систему для алгоритма метода динамического программирования, решающего задачу поиска минимального пути в графе.