ИДЗ 3

18 мая 2022 г. 17:51

Вариант 27

№1

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 7 & -5 & -3 \\ -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & -9 & 8 & 5 \\ 0 & 1 & -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & -9 & 8 & 5 \\ 0 & 1 & -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 4 & 3 & -9 & 8 & 5 \\ 0 & 1 & -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rang} = 3$$

а)
$$\boxed{e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} \quad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 9/2 \\ -5/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} \quad e_3 = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}}$$

б) $5-3=2$ – кол-во свободных перем.

$$\begin{cases} 0{,}5\,(x_3 + x_4 - x_5) = 0 \\ 0{,}5\,(-2x_2 + 9x_3 - 5x_4 - x_5) = 0 \\ -4x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 5x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_5 = x_3 + x_4 \\ x_2 = \dfrac{9x_3 - 5x_4 - x_3 - x_4}{2} \\ x_1 = \dfrac{1}{4}\left(-8x_3 + 6x_4 + \cancel{5x_3} - 5x_4 - \cancel{5x_3} - 5x_4\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x_5 = x_3 + x_4 \\ x_2 = 4x_3 - 3x_4 \\ x_1 = -2x_3 - x_4 \end{cases}}$$

N 2

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -3 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) $C_{e\to f} = E^{-1} \cdot F$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow E^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{C_{e\to f} = E^{-1} \cdot F = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -3 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -3 \\ 4 & -7 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}}$$

$$C_{f\to e} = \left(C_{e\to f}\right)^{-1}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 5 & -8 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -7 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -7 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -2 & 1 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & -1/3 & 1 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2/3 & -4/3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & -1/3 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 5/3 & -7/3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2/3 & -4/3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 & -1/3 & 1 \end{array}\right)$$

$$\boxed{C_{f\to e} = \begin{pmatrix} 5/3 & -7/3 & -1 \\ 2/3 & -4/3 & -1 \\ 2/3 & -1/3 & 1 \end{pmatrix}}$$

б) $x_e = C_{e\to f} \cdot x_f$

$$x = \begin{pmatrix} -4 \\ -9 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{x_e = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -3 \\ 4 & -7 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -9 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 64 \\ 59 \\ -27 \end{pmatrix}}$$

в)

$$L_e = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ -3 & -3 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$L_f = C_{f\to e} \cdot L_e \cdot C_{e\to f} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5/3 & -7/3 & -1 \\ 2/3 & -4/3 & -1 \\ 2/3 & -1/3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ -3 & -3 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -8 & -3 \\ 4 & -7 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -5/3 & 5 & 13/2 \\ -2/3 & 2 & 1/3 \\ 1/3 & 3 & 16/3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -8 & -3 \\ 4 & -7 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 3 & -26/3 & -4/3 \\ 4 & -23/3 & -10/3 \\ 3 & -23/3 & 2/3 \end{pmatrix}}$$