ИДЗ 4

18 мая 2022 г. 21:14

Вариант 27

№2

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Существуют такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, что имеет место равенство

$$x = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2 + \alpha_3 f_3$$

В координатной форме:

$$(3 \;\; -4 \;\; 2) = \alpha_1 (1 \;\; 1 \;\; -1) + \alpha_2 (-4 \;\; 5 \;\; 1) + \alpha_3 (2 \;\; 1 \;\; 3)$$

$$\begin{cases} 3 = \alpha_1 - 4\alpha_2 + 2\alpha_3 \\ -4 = \alpha_1 + 5\alpha_2 + \alpha_3 \\ 2 = -\alpha_1 + \alpha_2 + 3\alpha_3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & 3 & 2 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & -1 & -7 \\ 0 & -3 & 5 & 5 \end{array}\right) \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 14 & 8 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{array}{l} 14\alpha_3 = 8 \Rightarrow \alpha_3 = \frac{4}{7} \\ -3\alpha_2 + 5\alpha_3 = 5 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{-5}{7} \\ \alpha_1 - 4\alpha_2 + 2\alpha_3 = 3 \Rightarrow \alpha_1 = 1 \end{array}$$

$$\boxed{x = \begin{pmatrix} 1 \\ -5/7 \\ 4/7 \end{pmatrix}}$$

№3

$$a = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Пусть $b = c + \alpha a$ причем $c \perp a$,

тогда $(c, a) = (b - \alpha a, a) = 0$

$$\alpha = \frac{(a, b)}{(a, a)}$$

(a, b)

тогда $(c, a) = (b - \alpha a, a) = 0$

$\alpha = \frac{(a,b)}{(a,a)}$

Тогда $c = b - \frac{(a,b)}{(a,a)} a$

1) $(a,b) = -25 - 10 + 2 + 2 = -31$

2) $(a,a) = 25 + 4 + 1 + 1 = 31$

3) $c = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} - \frac{-31}{31} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

№4

$(f,g) = 3 \cdot 1 + (-4) \cdot 0 = 3$

$\Rightarrow$ не являются ортогональными