Universidad de La Laguna

Grado en Ingeniería Informática
Computabilidad y Algoritmia
Curso 2024-2025

Hoja de problemas

Tema 2: Autómatas finitos y lenguajes regulares

1. Verificar, aplicando la definición de lenguaje regular que los siguientes son lenguajes regulares sobre $\Sigma = \{a, b\}$:

   a) $\{a^i \mid i > 0\}$
   b) $\{a^i \mid i > n\}$ para un $n \geq 0$ fijado
   c) $\{w \in \Sigma^* \mid w$ termina con $a\}$

2. Simplificar las siguientes expresiones regulares:

   a) $\emptyset * | a * | b * | (a|b)*$
   b) $((a * b*) * (b * a*)*)*$
   c) $(a * b) * | (b * a)*$
   d) $(a|b) * a(a|b)*$
   e) $a(\varepsilon|aa) * (a|\varepsilon)$
   f) $(a|\varepsilon)a * b$
   g) $(\varepsilon|aa) * (\varepsilon|aa)(a|a)$
   h) $(aa) * a|(aa)*$

3. Probar que $(aa) * a = a(aa)*$

4. Sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$, ¿son equivalentes las parejas de expresiones regulares de cada apartado?

   a) $(a|b) * a*$ y $((a|b)a)*$
   b) $\emptyset **$ y ε
   c) $((a|b)c)*$ y $(ac|bc)*$
   d) $b(ab|ac)$ y $(ba|ba)(b|c)$

5. Obtener la expresión regular que representa el lenguaje formado por todas las cadenas sobre $\{a, b\}$ que tienen un número impar de "bes". Construir el diagrama de transición para este lenguaje

6. Construir el diagrama de transición para el lenguaje dado por $c*(a|bc*)*$. Convertir el diagrama en una tabla de relaciones $Estado - Entrada$.

7. Dibujar autómatas finitos deterministas que reconozcan los siguientes conjuntos de cadenas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$

   $a)$ Cadenas acabadas en 00

   $b)$ Cadenas con dos "1" consecutivos

   $c)$ Cadenas que no contengan dos "1" consecutivos

   $d)$ Cadenas con dos "0" consecutivos o con dos "1" consecutivos

   $e)$ Cadenas con dos "0" consecutivos y con dos "1" consecutivos

   $f)$ Cadenas acabadas en 00 o 11

   $g)$ Cadenas con un "1" en la antepenúltima posición

   $h)$ Cadenas de longitud cuatro

8. ¿Qué características debe tener el diagrama de transición de estados de un DFA para que el lenguaje regular que reconoce sea infinito?

9. Construir autómatas finitos no deterministas para los siguientes lenguajes sobre {0, 1}:

   $a)$ Cadenas con dos ceros consecutivos o dos unos consecutivos

   $b)$ Cadenas con un uno en la antepenúltima posición y con un cero en la penúltima posición

10. Obtener los autómatas finitos deterministas equivalentes a los no deterministas diseñados en el ejercicio anterior.

11. Transformar en un DFA el NFA definido por $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}, \Sigma = \{a, b\}, s = q_1, F = \{q_4, q_7\}$ y la tabla de transiciones siguiente. Determinar el conjunto de cadenas que son aceptadas.

	a	b	ε
q_1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2, q_5\}$
q_2	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\{q_5\}$	$\{q_5, q_6\}$	$\emptyset$
q_6	$\emptyset$	$\{q_7\}$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

12. Construir un NFA capaz de reconocer una cadena $w \in \{0, 1\}^*$ que contenga la subcadena 010. Construir otro NFA con el mismo alfabeto que contenga la subcadena 110. Construir un tercer NFA que reconozca cadenas sobre el mismo alfabeto que contenga simultáneamente las subcadenas 010 y 110.

13. Hallar los autómatas finitos deterministas que reconocen los lenguajes regulares representados por las expresiones regulares siguientes:

    $a)$ $01* |1$ sobre el alfabeto $\{0, 1\}$

    $b)$ $(a|b) * abb$ sobre el alfabeto $\{a, b\}$

14. Obtener la expresión regular que representa el lenguaje reconocido por el autómata definido por la t-upla $(\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_1, \{q_4\})$, donde la función de transición δ se define como:

	a	b	ε
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_2	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\{q_4\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\{q_3\}$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

15. Hallar el DFA mínimo que acepta el lenguaje representado por la expresión regular $(a|b)*(aa|bb)(a|b)*$.

16. Para el autómata $M = (\{A, B, C, D, E, F, G, H\}, \{0, 1\}, \delta, A, \{D\})$ cuya función de transición se define a continuación, crear la tabla de estados distinguibles y construir el DFA mínimo equivalente.

	0	1
A	B	A
B	A	C
C	D	B
D	D	A
E	D	F
F	G	E
G	F	G
H	G	D

17. Obtener un NFA para $(aa|b)*(bb|a)*$ a partir de los NFAs que aceptan $\{a\}$ y $\{b\}$.

18. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares y decir o probar por qué sí o por qué no.

    $a)$ $\{a^i b^{2i} \mid i \geq 1\}$

    $b)$ $\{(ab)^i \mid i \geq 1\}$

19. Sea L el lenguaje formado por todas las cadenas w sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ tal que las cadenas contienen un 1 en las posiciones múltiplo de 3. Teniendo en cuenta que las posiciones dentro de la cadena se enumerarán de izquierda a derecha comenzando por el uno:

    $a)$ Obtener una expresión regular que represente a L.

    $b)$ Obtener un DFA mínimo que reconozca L.

    $c)$ Si enumeráramos las posiciones dentro de la cadena de derecha a izquierda, ¿el lenguaje L sería regular? Justificar la respuesta.

20. Sea L el lenguaje formado por todas las cadenas w sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ tal que las cadenas no contienen la subcadena 010:

    a) Obtener una expresión regular que represente a L.

    b) Obtener un DFA mínimo que reconozca L.

21. Sea L el lenguaje formado por todas las cadenas w, con $|w| \geq 1$, sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, tal que si w tiene "a's", entonces tiene un número de "a's" múltiplo de 3 y toda "a" viene precedida y seguida de al menos una "b":

    a) Obtener una expresión regular que represente a L.

    b) Obtener un DFA mínimo que reconozca L.

22. Sea L el lenguaje formado por todas las cadenas w sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, tal que w tiene longitud par o no contiene la subcadena 0110:

    a) Obtener una expresión regular que represente a L.

    b) Obtener un NFA que reconozca L.

    c) Obtener un DFA mínimo que reconozca L.

23. Considere el lenguaje L de cadenas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ que tienen un número par de símbolos a y que no contienen la subcadena bbb. Si L es regular, especificar completamente un DFA mínimo que lo reconozca, y si no lo es, demostrarlo.

24. Considere el lenguaje $L = \{\ w \mid n_a(w) \,\%\, 2 \ > \ n_b(w) \,\%\, 2\ \}$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ tal que $n_a(w)$ representa el número de a presentes en la cadena w y $n_b(w)$ el número de b, respectivamente. El operador % representa al módulo, es decir, el resto de la división.

    Si L es regular, especificar completamente un DFA mínimo que lo reconozca. Si no lo es, demostrarlo.

25. Considere el lenguaje $L = \{0^n\ 1^m \mid n + m \textit{ es impar}\}$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$

    a) Especificar una expresión regular que represente a L.

    b) Diseñar un autómata finito que reconozca L.

26. Sea Σ un alfabeto y $x \in \Sigma$ un símbolo del alfabeto. Dado un lenguaje regular L sobre el alfabeto Σ, definimos el lenguaje L/x como:

    $$L/x = \{w \in \Sigma^* \mid xw \in L\}$$

    Si L/x es regular, indicar cómo se construiría un DFA que lo reconozca, y si no lo es, demuéstrelo.