

Exercisi 2:

Grandària del problema: n $T(n) = \begin{cases} 1 & n \leq 1 \\ n + 4T(\frac{n}{2}) & n > 1 \end{cases}$

Millor cas: es dona quan $n \leq 1$, imprimint un sol caràcter per tant es tracta d'una complexitat constant.

$$\boxed{T(n) = \Omega(1)}$$

Pitjor cas:

$$T(n) = n + 4T\left(\frac{n}{2}\right) =$$

$$= n + n + 4 \cdot 4T\left(\frac{n}{4}\right) =$$

$$= n + n + n + 4 \cdot 4 \cdot 4T\left(\frac{n}{8}\right) =$$

\vdots

$$= n + 4^i \cdot T\left(\frac{n}{2^i}\right) \dots \rightarrow \text{fins a } \log_2(n)$$

$$T(n) = \sum_{i=0}^{\log_2(n)} n + 4^i \cdot T\left(\frac{n}{2^i}\right) \rightarrow a \cdot \frac{r^{k+1} - 1}{r - 1} = n \cdot \frac{4^{\log_2(n)+1} - 1}{4 - 1}$$

$$4^{\log_2(n)+1} \equiv 2^{2(\log_2(n)+1)} = 2^{2\log_2(n)+2}$$

$$2\log_2(n) \equiv n \rightarrow 2^{n+2} \text{ per tant } \boxed{T(n) = O(2^n)}$$