# Teoría de Juegos y Subastas

Dario Trujano Ochoa

2018

# Componentes de un juego

Los juegos buscan ser una representación de las circunstancias donde se desarrollan interacciones entre varios jugadores.

Quizá debería llamarse: **Teoría de la decisión en intercción**

¿Qué situación podríamos modelar con teoría de Juegos?

- Tráfico
- Matrimonio
- Juegos de mesa

# Jugadores

Se denotará al conjunto de jugadores como:

$$N = \{1, 2, ..., n\}$$

# Acciones

Se denotará al conjunto de acciones del jugador $i \in N$ como: $S_i$ , y al conjunto de posibles acciones como: $S = S_1 \times ... \times S_n$

# Funciones de Pago

Se denotará a la función de pago del jugador $i$ como:

$$\pi_i : S \to \mathbb{R}$$

Esta función de pago es la característica fundamental para definir un juego sobre otro, pues encierra las propiedades fundamentales de la situación de interacción que se busca modelar.

# Axiomas de Von Neumann-Morgenstern

- Completitud: $A \succsim B$ o $B \succsim A$
- Transitividad Si $A \succsim B$ y$B \succsim C \Rightarrow A \succsim C$
- Independencia:
  Si $A \succsim B \Rightarrow \alpha(A) + (1-\alpha)C \succsim \alpha(B) + (1-\alpha)C$, $\forall \alpha \in [0,1]$
- Continuidad: $\forall A, B, C$, los conjuntos:

$$\{\alpha : \alpha(A) + (1-\alpha)B \succsim C\}$$

$$\{\alpha : C \succsim \alpha(A) + (1-\alpha)B\}$$

  , son cerrados.

Son estos axiomas se puede demostrar la existencia de una función de utilidad esperada von Neumann-Morgenstern (Teorema de la utilidad esperada).

# Nota sobre notación

La notación antes mencionada es estándar, pero cada autor y, sobre todo, cada problema pueden tener cierta forma de expresar los anteriores elementos de formas diferentes. Por suerte, los elementos anteriores están en todos los juegos.

Existen dos grandes formas de representar los juegos:

- Rectangulares
- Extensivos

# Juegos Rectangulares (forma normal)

**Conductor 2**

**Conductor 1**

| | Avanzar | Detenerse |
|---|---|---|
| Avanzar | -5, -5 | 1, 0 |
| Detenerse | 0, 1 | -1,-1 |

Figure 1: Juego de la gallina

# Juegos Clásicos

| | | Mary | |
|---|---|---|---|
| | | C | D |
| John | C | 2, 2 | 0, 3 |
| | D | 3, 0 | 1, 1 |

(a) Prisoners' dilemma

| | Mary | |
|---|---|---|
| | C | D |
| C | 2, 2 | 0, 1 |
| D | 1, 0 | 1, 1 |

(b) "Stag hunt"/"Weak link"

| | Mary | |
|---|---|---|
| | C | D |
| C | 3, −3 | −1, 1 |
| D | −9, 9 | 3, −3 |

(c) Zero-sum game

Figure 2: Juegos clásicos

# Problemas de Representación

El tratamiento de las situaciones de interacción en la teoría de juegos se entiende con la representación de juegos matriciales 2x2 (los más sencillos). Además, estos juegos proveen muchas de las intuiciones básicas de la teoría. Sin embargo, muchas situaciones pueden complicarse. Por ejemplo:

- Gran Número de jugadores
- Acciones dentro de un intervalo
- Estructura condicional de las acciones

# Tres jugadores

$q_{80}$

Not Entry ———————————— Entry

$q_{30}$ (Not Entry)

| $q_{20}$ | Not Entry | Entry |
|---|---|---|
| N | $-40, -40, -40$ | $-1, 5, -5$ |
| E | $5, -1, -6$ | $-21, 5, -5$ |

$q_{30}$ (Entry)

| $q_{20}$ | Not Entry | Entry |
|---|---|---|
| N | $-6, -5, 5$ | $-1, 5, -25$ |
| E | $-10.5, -3, -10.5$ | $-26, -25, 5$ |

Figure 3: Juego 2x2x2

# Juegos Extensivos

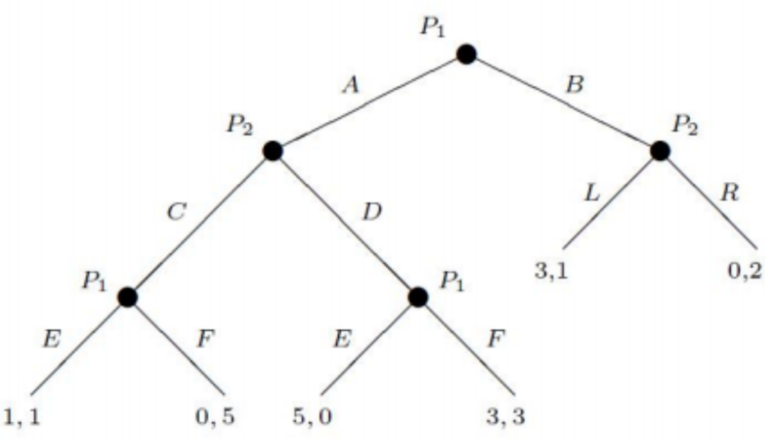



Figure 4: Inducción hacia atrás

# Ejercicio

El juego de un periodo de la cadena de supermercados de Selten. (Una amenaza increíble). La empresa M, una cadena de supermercados, tiene el control sobre cierto producto, lo monopoliza, pero existe la posibilidad de que una empresa C decida entrar a competir a dicho mercado. M intentará convencer a C de que no lo haga, prometiéndole a cambio un millón de pesos de los seis que ella obtendría sin competidor y amenazándola, además, con bajar los precios si, a pesar de todo, C decidiera entrar a la competencia. Supongamos que llegara a ocurrir esto último, es decir, C hizo caso omiso del peligro que corre. De cumplir M su palabra, ninguna de las dos empresas obtendr´ıa ganancia alguna, en cambio, si M no cumple su amenaza, las ganancias de cada uno serán de dos millones.

(Tomado de Zapata, 2007)

# Solución

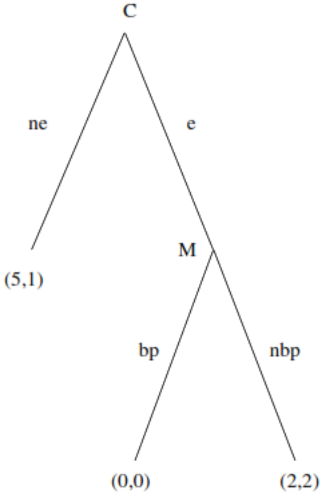



Figure 5: Cadena de Supermercados

# Ejemplo empírico

Ejercicio 1

Escoge a uno de tus compañeros del grupo que no conozcas y jueguen el siguiente juego:

| Matriz de Pagos | A | S |
|---|---|---|
| A | **1 / 1** | **0 / 3** |
| S | **3 / 0** | **2 / 2** |

En las siguientes tablas registra las elecciones del OTRO jugador. Se jugarán 25 ensayos con un jugador y otros 25 con otro jugador (vuelve a escoger a alguien que no conozcas).

| Jugador: | |
|---|---|
| Ensayo | Elección |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |

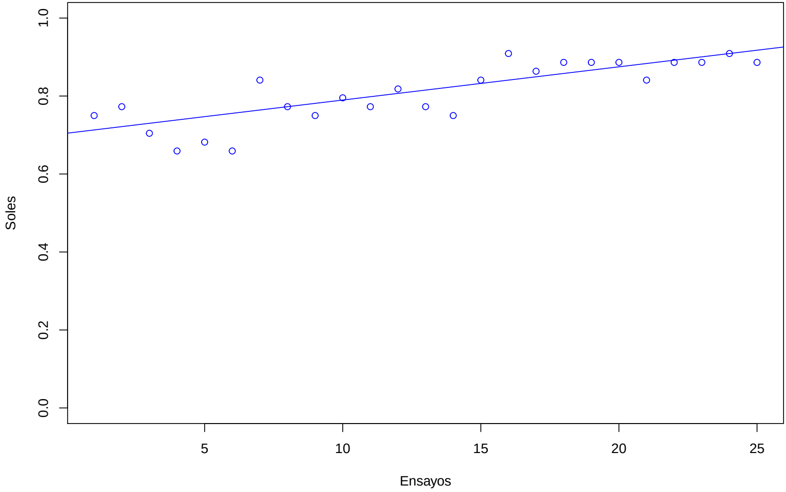
| Jugador: | |
|---|---|
| Ensayo | Elección |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |

Figure 6: Ejercicio de curso. Las 22 parejas que se formaron jugaron por 25 ensayos.

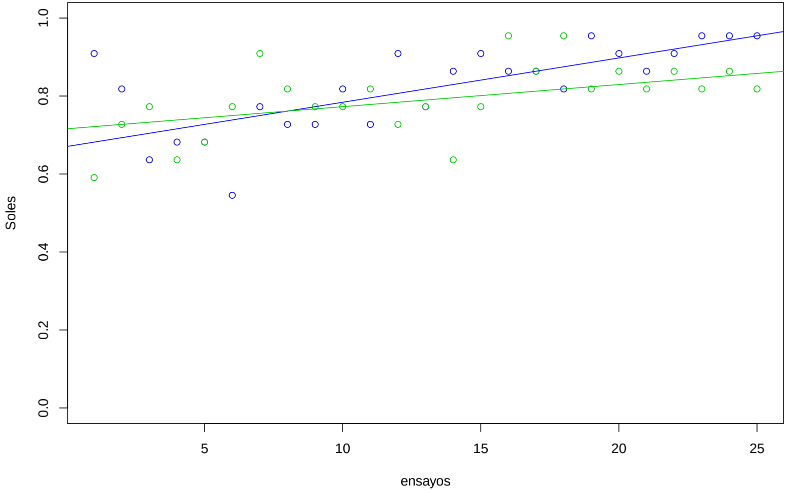
# Datos experimentales. ¿Qué esperearíamos?

```
##   ELECCIONFILA ELECCIONCOLUMNA
## 1            1               0
## 2            1               1
## 3            0               1
## 4            1               1
## 5            1               1
## 6            0               1
```

# Comportamiento en el tiempo



# Comportamiento por tipo de jugador



# Extrategias finales